Міністерство освіти та науки України
Національна металургійна академія України

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Збірник наукових праць
Випуск V

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ НМетАУ
2005

МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВИКЛАДЕННЯ ТЕМИ "ОПТИМІЗАЦІЙНІ ЗАДАЧІ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ" В КУРСІ "ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ"

Д.Є. Бобилєв
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет
bob@kpi.dp.ua

Вступ. В роботі [2] вже зазначалось, наскільки тема "Оптимізаційні задачі управління запасами" є важливою в курсі "Дослідження операцій". Саме на ній дуже легко проілюструвати цілі й задачі цього курсу. Але строге викладення цієї теми [3] більшість студентів, які, як показує практика, мають значні прогалини як із шкільної так і з вищої математики, не зрозуміє. В той же час, спрощення цієї теми [1] не є вірним рішенням, оскільки студентам пропонують більшість тверджень прийняти на віру без доведення, що не сприяє глибокому засвоєнню матеріалу.

Постановка проблеми. В процесі викладання теми "Оптимізаційні задачі управління запасами" в Інституті ділового адміністрування (м. Кривий Ріг) накопичено досвід її висвітлення. Під час відбору матеріалу поєднувались два принципи дидактики – наочність та науковість.

Результати. На вивчення теми "Оптимізаційні задачі управління запасами" виділяється 9 годин (лекції – 2 години, практичні заняття – 2 години, самостійна робота студентів – 5 годин). Лекцію доцільно побудувати за наступним планом: 1) основні поняття теорії управління запасами та приклади задач; 2) постановка задачі оптимізації поточних запасів; 3) розв'язання поставленої задачі та його аналіз; 4) чутливість розв'язку до вхідних даних.

В першу чергу студентам треба пояснити, наскільки важливо вміти регулювати поточні запаси на підприємстві. Як вважає Х. Таха [4], для забезпечення неперервного та ефективного функціювання практично кожного підприємства необхідно створювати запаси. Проблемність ситуації полягає в тому, що як і надмірна кількість запасів, так і їх нехватка призводе до збитків, тому що капітал, який не можна використати, є для компанії втраченою вартістю. Крім того, запаси, особливо ті, що швидко псуються, вимагають спеціальних умов для зберігання. Для цього необхідно виділити певні площі, найняти персонал та ін. З іншого боку, чим менше запасів, тим більша ймовірність виникнення дефіциту, що може призвести до збитків внаслідок втрати клієнтів, зупинки підприємства та ін. Крім того, при невеликому рівні запасів доводиться часто поставляти нові партії товару, що призводе до значних витрат на доставку товару.

Ці твердження потрібно ілюструвати прикладами, що виникають на підприємствах. Також треба викласти студентам елементи теорії управління запасами висвітливши наступні моменти: матеріальний запас, причини створення запасів, види запасів та їх нормування. Особливу увагу треба звернути на розкриття поняття “попит”. Треба вказати, що виділяють декілька типів попиту (див. рис. 1).

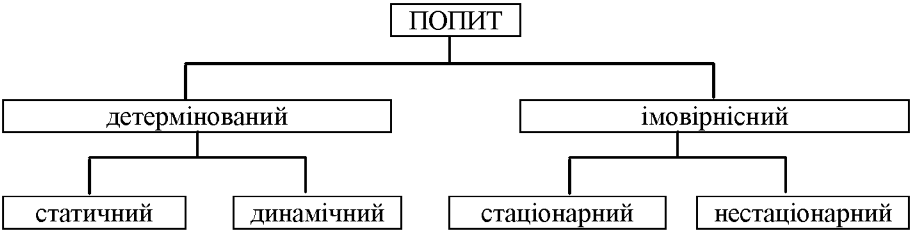

Рис. 1. Класифікація типів попиту

Детермінований попит точно відомий заздалегідь, на відміну від імовірнісного. При статичному типі попиту інтенсивність споживання ресурсу залишається незмінною в часі, при динамічному – залежить від часу. При стаціонарному типі попиту його функція густини ймовірності не залежить від часу, а при нестаціонарному – функція густини ймовірності попиту змінюється в часі.

До розгляду прикладів задач управління запасами необхідно разом зі студентами шляхом обговорення з’ясувати, які параметри є вхідними, та які необхідно отримати. Згідно Х. Таха [4], модель управління запасами повинна відповідати на два питання:

1. Яку кількість продукції замовляти?
2. Коли замовляти?

Після обговорення, підсумувавши результати, записати наступне:

1. вхідні параметри моделі:

ν – інтенсивність споживання запасів [од. тов./од. часу];

τ – плановий період поставки [од. часу];

T – необхідна кількість товару за плановий період [од. тов.];

C_1 – вартість замовлення та доставки однієї партії товару [грн.].

C_2 – затрати на зберігання запасу [грн./(од. тов.*од. часу)];

C_3 – штраф за дефіцит [грн./(од. тов.*од. часу)];

2. вихідні параметри моделі:

q – розмір однієї партії замовлення [од. тов.];

τ_i –довжина i-го етапу циклу зміни запасу;

Z – загальні витрати на управління запасами за одиницю часу, [грн./од. часу];

H – максимальний рівень запасів на складі [од. тов.];

h – максимальний рівень дефіциту [од. тов.].

Слід більш детально пояснити економічне значення кожного параметру та основну ідею задач управління запасами: потрібно завезти за плановий період τ якусь заздалегідь відому кількість товару T. Необхідну кількість товару завозять партіями розміром q через проміжки часу τ_i. Необхідно визначити q та τ_i. Звичайно, в загальній постановці студентам буде важко розібратись в підході до складання та розв'язування моделей управління тому слід навести декілька прикладів різних постановок задачі [3], проілюструвавши їх за допомогою графіків зміни кількості товару на складі в залежності від часу.

Першою варто розглянути однономенклатурну модель без дефіциту та миттєвим поповненням запасів (рис. 2).

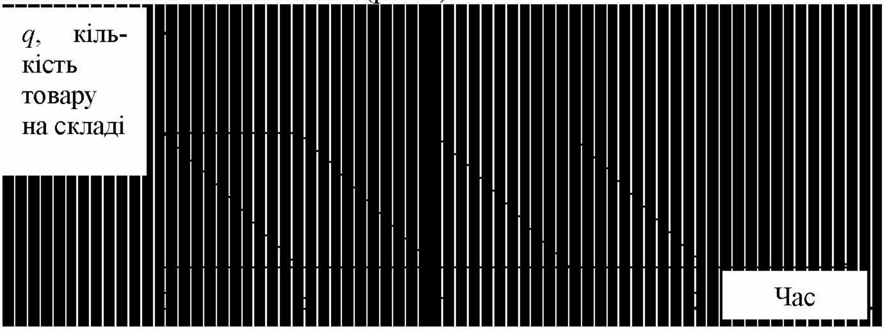

Рис. 2.

Особливість цієї моделі в тому, що запас поповнюється миттєво через рівні проміжки τ . Споживання запасів відбувається з постійною швидкістю ν до того часу, поки не досягне нуля. В момент часу, коли запас досягне нуля, поступає нова партія замовлення, що рівна q од., і рівень запасу досягне максимального значення. В цій постановці C_3 – штраф за дефіцит неприпустимий.

Наступна – однономенклатурна модель із неперервним поповненням (рис. 3).

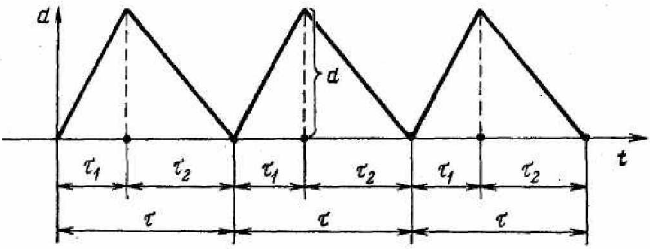

Рис. 3.

Основна ідея цієї постановки в тому, що товар потрапляє на склад безпосередньо з виробничої лінії з постійною інтенсивністю λ од. за одиницю часу. Кожна нова партія товару починаю поступати на склад у той час, коли рівень запасу знизиться до нуля.

Треба також розглянути однономенклатурну модель, що допускає дефіцит (рис. 4).

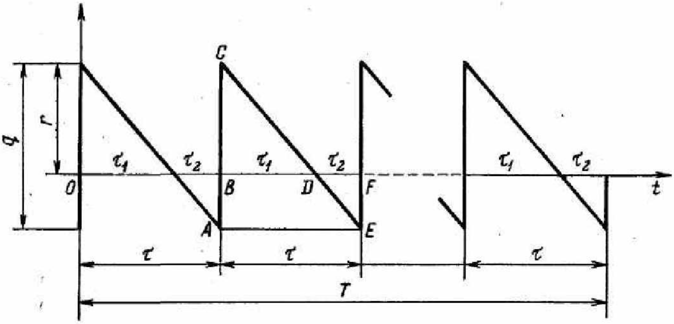

Рис. 4.

В цьому випадку товар завозиться на склад через деякі проміжки часу τ. На протязі інтервалу τ_1 кожного проміжку τ запасів, що є на складі, достатньо для задоволення попиту, а на протязі інтервалу τ_2 спостерігається дефіцит, але він покривається відразу після отримання нової партії товарів. В цій моделі буде вже присутній штраф за дефіцит (C_3).

На лекції варто розглянути розв'язання тільки першої моделі. Інші можна розв'язати на практичних заняттях. Побудову моделі першої ситуації треба разом із студентами. Вони повинні побачити, що загальні затрати на управління запасами складаються з витрат на доставку однієї порції товару та її зберігання.

Найбільші труднощі виникають при поясненні студентам як обчислити витрати на зберігання запасів. Отже, нам відомо C_2 – затрати на зберігання запасу [грн./(од. тов.*од. часу)]. Залишилось знайти кількість товару, що зберігається, але цей об'єм весь час змінюється. Тому слід використати визначений інтеграл, але більшість студентів не пам'ятає його економічного змісту. Тому доцільно коротко познайомити студентів із ним, як це зроблено в [5], але без широкого викладення цього матеріалу. Тобто, якщо деяка величини (в нашому випадку – кількість товару на складі) накопичується на протязі часу, то кількість накопиченого за цей проміжок дорівнює визначеному інтегралу від функції, що виражає миттєву швидкість накопичення, по цьому проміжку часу. Необхідно окремо взяти визначений інтеграл від функції $Q(t)$ по першому проміжку $[0, \tau]$. Але перед цим необхідно за відомою формулою

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

скласти рівняння залежності $Q(t)$, яке буде мати наступний вигляд

$$Q(t) = -\frac{q}{\tau}t + q\ .$$

Отже, кількість запасів, що зберігаються за проміжок τ, дорівнює

$$S = \int_0^{\tau} Q(t)dt = \int_0^{\tau}\left(-\frac{q}{\tau}t + q\right)dt = \left(-\frac{q}{\tau}\frac{t^2}{2} + qt\right)_0^{\tau} = \frac{q\tau}{2}\ .$$

Після того як побудована математична модель цієї задачі:

$$Z(q) = \left(C_1\frac{q}{2}\frac{q}{\mu} + C_2\right)n\ ,$$

де n – кількість замовляємих партій товару, можна її розв'язати методами шкільної математики: знайшовши похідну функції по q та прирівнявши її до нуля (попередньо обчисливши витрати за одиницю часу), але слід переконати студентів, що функція має єдину точку екстремуму (мінімум). Це легко побачити побудувавши графік функції (рис. 5) методом додавання, якщо з основної функції ми виділимо дві

$$Z_1(q) = C_1\frac{q}{2}, \qquad Z_2(q) = C_2\frac{\mu}{q}\ .$$

З графіку (рис. 5) видно, що функція має єдину екстремальну точку (мінімум).

Отримаємо наступний оптимальний розв'язок

$$q^* = \sqrt{\frac{2C_2\mu}{C_1}}\ .$$

Цей розв'язок слід перевірити на чутливість до вихідних даних. Поняття чутливості можна проілюструвати на фізичному прикладі про рівновагу кульки на різних поверхнях. Дуже вдало це поняття вводиться в курсі [1].

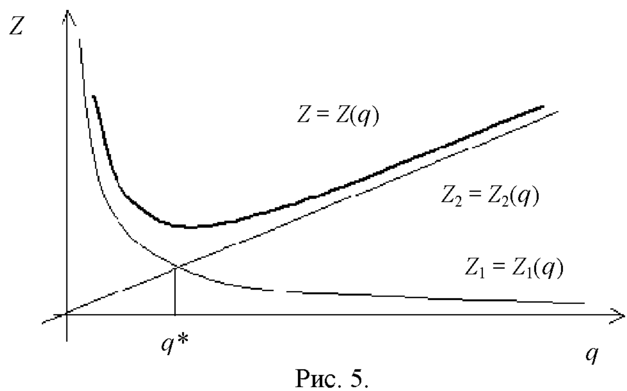

Рис. 5.

Висновки. Розглянуті основні моменти викладення теми "Оптимізаційні задачі управління запасами" та зроблена спроба підібрати зміст цієї теми таким чином, щоб він був наочним і в той же час мав чітку логічну структуру з доцільним обґрунтуванням основних положень на базі курсу шкільної математики.

Література:

1. Ащепков Л.Т. Элементы исследования операций: Учебное пособие – http://kpmit.wl.dvgu.ru/library/.

2. Бобилєв Д.Є., Кондратенко Л.П. Деякі методичні зауваження щодо вивчення теми "Моделі управління запасами" в курсі "Дослідження операцій" // Матеріали VII Міжнародної науково-практичної конференції "Наука і освіта'2004". – Том 36. Проблеми підготовки фахівців. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2004. – С. 16 – 18.

3. Костевич Л.С., Лапко А.А. Теория игр. Исследование операций. – Мн.: Высш. школа, 1981. – С. 214 – 227.

4. Таха Х. Введение в исследование операций. – М.: Мир, 1985.

5. Черняк А.А. и др. Математика для экономистов на базе Mathcad. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – С. 291–303.