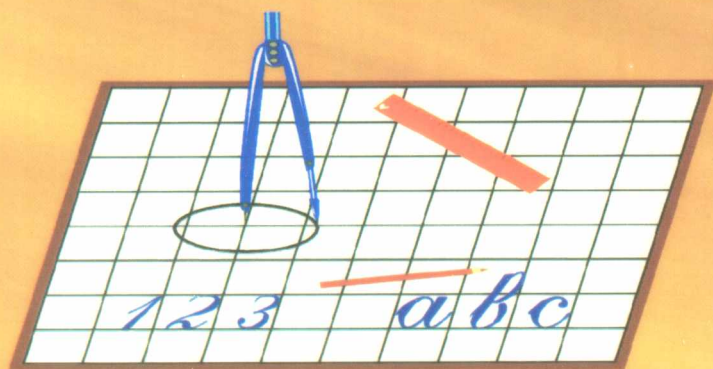


57(07)  
Д 76

Б.Г. Друзь

# ОСНОВИ І МЕТОДИКА ПОЧАТКОВОЇ МАТЕМАТИКИ



1

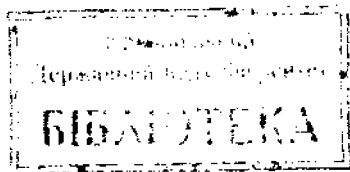
Б.Г. Друзь

648.42A

**ОСНОВИ І МЕТОДИКА  
ПОЧАТКОВОЇ МАТЕМАТИКИ**

У трьох томах

Том 1



Кривий Ріг  
2007

**Друзь Б.Г. Основи і методика початкової математики:**  
У 3-х тт. – Т. 1. – Кривий Ріг, 2007. – 238 с.

Навчальний посібник складається з трьох томів. Перша книга присвячена загальним питанням теорії і методики математики в початкових класах. У наступних частинах розглядаються питання, які згруповано за основними, наскрізними змістовими лініями початкової математики: лічба, нумерація і 4 арифметичні дії над цілими невід'ємними числами; розв'язування текстових задач; початкова комп'ютерна грамотність; початкові алгебраїчні і геометричні уявлення; величини та їх вимірювання; елементи логічних знань; народознавчий компонент – народна математика і метрологія.

До кожного розділу подано запитання і завдання для самоконтролю та вправи для самостійного розв'язування, що дозволяє використовувати посібник без спеціального збірника задач.

Для самоосвіти вчителів початкових класів різних типів шкіл, методистів, майбутніх класоводів – студентів педагогічних навчальних закладів.

ISBN 966-539-165-8

## ВСТУП

Нині вже в початкових класах змінюються пріоритети цілей навчання: на перший план висувається його розвиваюча функція, культ самостійності і нестандартності думки, що забезпечує здоровий інтелектуальний клімат класу.

Вчителі і методисти переважно розробляють питання: як навчити учня математики. А треба: як змінити самого учня при навчанні математики. Стрижень цієї педагогічної роботи – стимулююче педагогічне спілкування, яке зорієнтоване на учнівські актуальні і перспективні потреби. Важливим є не тільки зміст навчального матеріалу, але й зміст розумової діяльності учнів, спрямованої на його вивчення. Важлива й цінна не тільки сама істина, але й процес її здобування, пов'язані з ним пошуки, спроби, помилки, усвідомлення прийомів розумової роботи, тобто все, що розвиває творчу думку школярів, привчає їх мислити й діяти самостійно.

Для успішного навчання математики важливо створити умови, в яких стає неможливою інтелектуальна пасивність учня, умови, в яких він може найбільш продуктивно і раціонально оволодівати математичним знаннями та вміннями. Вихід треба шукати в диференціації змісту навчання, створенні альтернативних підручників, забезпеченні в них рівневого підходу до викладу матеріалу. Оновлення змісту навчання здійснюватиметься через введення нових інтегрованих<sup>1</sup> курсів, спеціального курсу пізнавальних здібностей, щоб створити розвиваюче середовище для учнів.

Теоретичною основою інтеграції методичних знань є:

- певні математичні поняття, закони, властивості, факти, способи дій;
- закономірності процесу навчання і виховання, що знайшли відображення в дидактичних принципах і різних підходах до побудови процесу навчання і виховання в національній школі;
- психологічні закономірності розвитку дитини і засвоєння нею знань, умінь і навичок.

Зокрема, передбачено більш повне використання предмета математики як науки (йдеться про внесення в задачний матеріал вправ на використання елементів теорії множин та поняття відношення, змінної, функції, методу координат, задачі комбінаторного та ймовірнісного характеру, вправи для формування найпростіших топологічних уявлень, логічні задачі, цікаві вправи, пов'язані з ідеями інформатики та "обчислювальної машини", знайомство з округленням чисел, точністю

<sup>1</sup> Інтеграція від латинського *integer* – повний, цільний.

вимірювання, просторовими формами тощо).

Особливо уважно слід віднестись до сформульованих у шкільній програмі з математики основних вимог до знань, умінь і навичок учнів на кінець четвертого року навчання. Саме ці вимоги повинні слугувати постійним орієнтиром для вчителя, допомогти йому правильно розставити акценти при розгляді різноманітних питань курсу, створюючи найкращі умови для свідомого і міцного засвоєння найбільш важливих із них.

Створений посібник має стати настільною книгою для вчителя: допоможе розширити і збагатити діапазон варіативності методичного забезпечення навчання математики залежно від обраного навчального плану, програми, підручника, типу учбового закладу (звичайна початкова школа, малокомплектна, гімназія, ліцей, фермерська школа, недільна, авторська), а головне – працюватиме на розвиток та реалізацію здібностей кожної дитини.

Структурно і за змістом матеріал книжки організовано не за якоюсь конкретною навчальною програмою (оскільки програма може змінюватися), а за основними, наскрізними змістовими лініями початкової математики: лічба, нумерація і 4 арифметичні дії над цілими невід'ємними числами; розв'язування текстових задач; найпростіші уявлення про інформатику і лічильні машини; алгебраїчна проледевтика і початкові геометричні уявлення; величини та їх вимірювання; елементи логічних знань; українська народна математика і метрологія.

Визначальним у методиці є *емоційно-смісловий підхід* до навчання молодших школярів математики. Основною формою навчального процесу має стати розумно організована під керівництвом учителя самоосвіта учня.

Щодо оптимізації пошукової самостійності учнів важливим є синтез мислення, мовлення (слова) і дії на уроці.

До розділів посібника додаються історичні відомості з даного питання, термінологічний словник, добірка творчих вправ (власне математичних і методичних), література для поглибленого опанування матеріалу, довідкові таблиці, теми для рефератів та експериментальних досліджень.

Використано передовий педагогічний досвід класоводів України, останні дослідження з психології, методики математики.

Посібник апробовано в Київському педучилищі (викладач Ша-рапова Л.С.) та в Криворізькому педуніверситеті, з рукописом ознайомились і зробили свої слушні зауваження багато вчителів. Конструктивні рекомендації враховано при доопрацюванні рукопису.

## ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ ТЕОРІЇ І МЕТОДИКИ ПОЧАТКОВОЇ МАТЕМАТИКИ

### РОЗДІЛ I. МАТЕМАТИКА В СИСТЕМІ ПОЧАТКОВОГО НАВЧАННЯ НАЦІОНАЛЬНОЇ ШКОЛИ УКРАЇНИ

#### § 1. Завдання математичної підготовки та характеристика курсу математики 1-4 класів

Цей курс математики є складовою частиною загальношкільного. Багато питань, які належать до змісту шкільної математичної освіти, вже в початкових класах мають бути засвоєні на такому рівні, щоб стати надбанням учнів на все життя. Решта програмового матеріалу опрацьовується з метою підготовки школярів до її ґрунтовного вивчення в наступних класах або кращого усвідомлення в процесі формування тих чи інших умінь і навичок. Таким чином, початковий курс є базою для вивчення математики в середній школі.

Математика в 1-4 класах має як практичне, так і духовне значення. Набуті в цей період знання потрібні в повсякденному житті, при вивченні інших дисциплін. Молодші школярі одержують початкові уявлення про принципи і закони, які лежать в основі математичних факторів, що вивчаються. Це, насамперед, стосується десяткової системи числення та властивостей арифметичних дій. Істотним на початковому етапі є оволодіння обчислювальними вміннями і навичками.

Духовне призначення математики виявляється у її внеску в розумовий, моральний та естетичний розвиток школярів. Розгляд математичних понять, розв'язування задач є важливим засобом удосконалення пізнавальних здібностей дітей, сприяє опануванню ними різних прийомів людського мислення. На уроках математики є всі умови для того, щоб сформувані у дітей вміння спостерігати й порівнювати, виділяти схоже і відмінне у різних об'єктах, виконувати такі мислительні операції, як аналіз, синтез, узагальнення, абстрагування, конкретизація.

Важко переоцінити роль, яку відіграє математика в розвитку логічного, зокрема алгоритмічного, мислення, вихованні навичок найдоцільнішої організації праці (планування, пошук ра-

ціональних шляхів, критичність). Формування в дітей уміння логічно мислити нерозривно пов'язане з виробленням у них правильної, точної, лаконічної математичної мови.

Однак заняття математикою мають не тільки розвивати мислення і пам'ять, стимулювати інтерес до предмета, а й сприяти реалізації завдань виховання патріотизму, гуманності, чесності; закладанню основ наукового світогляду учнів; формуванню таких рис особистості, як працьовитість, охайність; розвитку в дітей волі, уваги, уяви; виробленню вміння вчитися, долаючи труднощі, навичок самостійної роботи.

Фундаментом курсу математики 1-4 класів є вивчення чисел. Сюди належать: лічба, нумерація і 4 арифметичні дії над цілими невід'ємними числами, початкові знання властивостей натурального ряду чисел, нуля і арифметичних дій; невеликий обсяг знань про дробі. Вивчення чисел супроводжується постійним залученням різноманітних за фабулою сюжетних задач, в ході розв'язання яких учні зустрічаються з різними видами практичної діяльності, так чи інакше пов'язаними з підрахунками і вимірюваннями. Школярі дістають уявлення про основні одиниці величин, вчать переходити від одних одиниць до інших відповідно до умови задачі.

Ознайомлення з нулем та дробовими числами готує учнів до сприймання ідеї розширення поняття числа.

Робота на персональних ЕОМ спрямована на поступове формування елементів культури споживача ЕОМ, зокрема вміння працювати з клавіатурою, дисплеєм, прикладними програмами.

Вивчення чисел – перший крок в ознайомленні з ідеєю математичної абстракції. Наступним кроком стає перехід від числа до буквеного числення. У початкових класах школярі ознайомлюються з виразами, що містять буквений компонент, вчать знаходити їх числові значення, застосовують буквені вирази для запису властивостей арифметичних дій.

Алгебраїчна пропедевтика передбачає також ознайомлення з поняттями рівняння і нерівності. Учні розглядають рівняння на одну операцію і розв'язують їх на основі правил знаходження невідомого компонента. Поняття буквеного виразу і рівняння застосовуються при розв'язуванні задач.

З ідеєю функціональної залежності молодші школярі стикаються при розгляді величин з прямо пропорційною і обернено пропорційною залежністю.

Головними геометричними об'єктами, з якими учні ознайомлюються в початковому курсі, є: відрізок, трикутник, чотирикутник, коло – на площині і призма, піраміда, циліндр, конус, куля – в просторі. Діти засвоюють назви фігур та їхніх елементів, вчать їх розпізнавати. Значна увага приділяється побудові і вимірюванню відрізків, побудові деяких плоских фігур.

Уміння орієнтуватися в найпростіших математичних закономірностях навколишньої дійсності включає розуміння тривимірності простору, усвідомлення можливості кількісної характеристики об'єктів, явищ, розпізнавання залежностей між величинами (лінійна, пропорційна), геометричних об'єктів (многокутників, многогранників, круглих тіл).

Матеріал початкового курсу вводиться концентрично. Виділено чотири концентри: *десяток, сотня, тисяча, багатоцифрові числа*. Одночасно і в тісному зв'язку з розглядом нумерації і арифметичних дій вивчаються інші питання: величини, дробі, алгебраїчний і геометричний матеріал. Схематично розміщення матеріалу зображено на рис. 1.

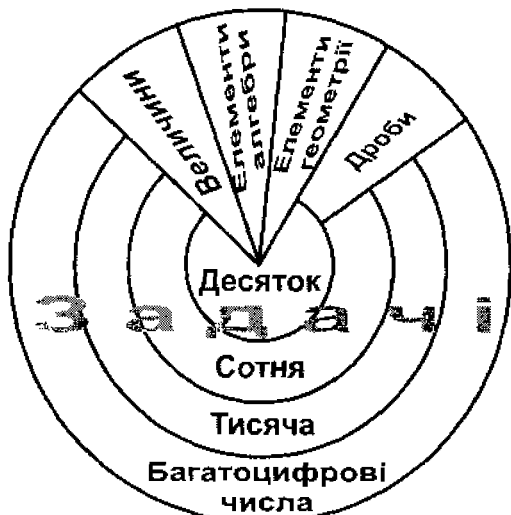


Рис. 1



Засвоєння знань має відбуватися в умовах цілеспрямованої діяльності дітей, раціональних прийомів якої їх систематично навчає класовод. Принципового значення надається орієнтації навчального процесу на посилення активності учнів, їхній загальний розвиток.

Поряд з індивідуальною (самостійною) та фронтальною (колективною) роботою учнів на уроках математики слід якнайширше запроваджувати групову форму роботи в різних її модифікаціях.

**Форми навчання** розрізняють за характером зв'язків між учителем і учнями, режимом занять і складом учнів. Крім уроку, до форм організації навчання математики належать лабораторні і факультативні заняття, домашня робота, самопідготовка в ГПД, додаткові заняття, математичні екскурсії, позакласна і позашкільна робота.

У процесі навчання математики найчастіше використовують такі **засоби**: підручники, зошити з друкованою основою, альбом завдань з математики, диференційовані завдання, методичні посібники для вчителя, наочні посібники (реальні предмети, що зустрічаються в природі, побуті, техніці; спеціальні моделі, картини; схематичні малюнки, графіки, діаграми тощо), лічильні і вимірювальні прилади та креслярські інструменти (рахівниця, абак, лінійка, косинець, циркуль, палетка, терези тощо), засоби екранізації (кінофільми, діафільми і діапозитиви, використовують кодоскопи, епідіаскопи, телевізори, відеомагнітофони), комп'ютери.

Основними **принципами навчання** математики є: єдності навчання і виховання, науковості, доступності, свідомості, зв'язку навчання з життям. Принципи науковості та доступності мають бути взаємопов'язані ще й з принципами доцільної дидактичної обмеженості, варіативності, диференціації та індивідуалізації навчання початкової математики, принципом народності.

**Методи навчання** математики – це способи організації пізнавальної діяльності учнів, способи передачі учням знань, вироблення в них потрібних умінь і навичок. Наприклад, метод доцільних задач, абстрактно-дедуктивний і конкретно-індуктивний методи навчання, проблемний метод, програмоване навчання тощо.

В останні роки загального визнання набула теорія укрупнення дидактичних одиниць засвоєння знань, яку розробив академік П.М. Ерднієв. Концепція укрупнення дидактичних одиниць засвоєння знань включає такі взаємопов'язані положення:

1) взаємопов'язані дії, операції, функції, теореми тощо (зокрема взаємно обернені) вивчаються сумісно й одночасно;

2) складання задач (рівнянь, нерівностей) поєднується з їх розв'язуванням;

3) визначені й невизначені завдання (зокрема, деформовані вправи) розглядаються у взаємопереходах;

4) структура вправи піддається перетворенню, щоб створити умови для протиставлення вихідного й зміненого завдання;

5) необхідно виявляти складність природи математичного знання, добиватися системності знань;

6) у системі вправ реалізується принцип доповнюваності (розуміння досягається в результаті міжкодових переходів у мисленні – від образного до логічного, від підсвідомого до свідомого його компонента).

Учителю надається право самостійного вибору ефективної системи методів і прийомів, проте він повинен забезпечити передбачені програмою обов'язкові результати навчання математики.

**Методи і прийоми** навчання молодших школярів математики мають бути спрямовані на посилення ролі самостійної практичної і розумової пізнавальної діяльності учнів, розвиток навичок самоконтролю.

Розглянемо тепер **методичні прийоми**, які спеціально орієнтовані на навчання учнів самостійно здобувати математичні знання. У методиці викладання математики виділяють три аспекти такої діяльності: 1) математизацію емпіричного матеріалу; 2) логічну організацію математичного матеріалу; 3) застосування математичної теорії. Оскільки молодші школярі не мають відповідного запасу логічних засобів і їхні математичні знання не носять теоретичного характеру, то завдання навчити дітей математичній діяльності може бути розв'язане в певній мірі тільки у відношенні математизації емпіричного матеріалу і частково-логічної організації математичного матеріалу.

Суть прийомів навчання учнів математизації емпіричного матеріалу полягає в наступному:

1. Організується діяльність учнів, спрямована на пошук реальних об'єктів, ситуацій з певною властивістю, яка може бути задана зразком у вигляді реального об'єкта, ситуації або загальною вказівкою, де в реальній дійсності можна ці зразки знайти.

2. Організується діяльність учнів на побудову моделей даних об'єктів, ситуацій. Ступінь узагальненості, абстрактності моделей повинна зростати поступово. В кінці цього етапу учні дістають моделі, які виражені або засобами математичної мови (числами, буквами, виразами і т.д.), або графічними засобами (схемами, малюнками, діаграмами).

3. Одержані моделі учні досліджують емпірично (візуально, накладанням, вимірюванням і т.д.). Властивості моделей описуються. Колективно даний опис редагується: з нього вилучаються зайві слова, неістотне тощо. З іншого боку, сам список властивостей скорочується за таким принципом: залишаються тільки ті властивості, які мають всі розглядувані моделі.

4. Учні будують модель, яка задовольняє усім властивостям, спільним для елементів розглядуваної множини. Ця модель описується за допомогою математичної мови.

Зміст вивчення математики відповідає на запитання: "що вивчати?", принципи визначають основні вимоги до навчально-виховного процесу в даному аспекті, в методах розкриваються шляхи й способи його реалізації, форми визначають найраціональнішу його організацію.

Критерієм успішної роботи вчителя має бути якість математичної підготовки школярів, виконання поставлених освітніх і виховних завдань, а не формальне використання якогось методичного прийому, форми чи засобу навчання.

## § 2. Характеристика рівня засвоєння програмового матеріалу та навчально-виховного процесу. Визначення комплексу посібників

Зміст курсу математики може бути викладений і засвоєний на різних ступенях глибини і деталізації. Для початкової ланки шкільної освіти достатньо передбачити 2 ступені: перший і другий. Першим (нижчим) є рівень обов'язкової математичної підготовки, якого мають досягти всі учні. Школярам, які виявляють нахил та інтерес до математики, створюються умови для досягнення більш високих результатів. Для цього матеріал чинного курсу початкової математики доповнюється системою змістовно-логічних ігор, нестандартних задач і завдань розвивального характеру, арифметичними і логічними задачами більш високого ступеня труднощі.

### *Основні вимоги до знань і вмінь учнів на кінець навчання у початковій школі*

Учні повинні знати:

- напам'ять таблицю додавання (одноцифрових чисел) і відповідні табличні випадки віднімання; таблицю множення одноцифрових чисел і відповідні табличні випадки ділення;
- назви і позначення одиниць важливих величин – довжини (км, м, дм, см, мм), маси (кг, г), площі ( $\text{м}^2$ ,  $\text{дм}^2$ ,  $\text{см}^2$ ), швидкості (км/год., м/с), часу (год, хв, с).

Учні повинні вміти:

- читати, записувати і порівнювати числа в межах мільйона;
- виконувати найпростіші усні обчислення;
- виконувати письмові обчислення (додавання і віднімання в межах мільйона; множення дво- і трицифрових чисел на одноцифрове, двоцифрове і трицифрове числа; ділення три-, чотири-, п'ятицифрових чисел на одноцифрове і двоцифрове числа);
- називати компоненти арифметичних дій і читати найпростіші числові вирази (сума, різниця, добуток, частка);
- обчислювати значення числового виразу (в тому числі виразів з дужками), що містить три-чотири арифметичні дії, на основі знання правила порядку виконання дій і знання властивостей арифметичних дій;

- розв'язувати прості текстові арифметичні задачі, які розкривають зміст кожної дії і зміст відношень *менше на, більше на, менше у, більше у*;

- розв'язувати складені задачі, в тому числі такі, для розв'язування яких потрібно використовувати знання залежностей між важливими величинами (швидкість, час і відстань при рівномірному прямолінійному русі; ціною, кількістю і вартістю товару; площею прямокутника і довжинами суміжних сторін);

- розпізнавати і зображати (на папері в клітку за допомогою циркуля і лінійки) простіші геометричні фігури (точка, відрізок, ламана, коло, круг, багатокутник);

- вимірювати довжину відрізка, довжину ламаної;

- креслити відрізок заданої довжини;

- обчислювати периметр і площу прямокутника.

### ***Вивчення рівня засвоєння учнями навчального матеріалу з математики***

Умовно виділяються три рівня засвоєння: відтворення, розуміння, перенос.

***Рівень відтворення*** відповідає такому стану знань учня, при якому він здатен виконувати завдання, аналогічні тренувальним, які розкривають зміст даної теми. Для виконання цих завдань досить знати певне правило, алгоритм, означення. Вони не вимагають від учня самостійного комбінування, сполучення різних знань і умінь, які засвоювались при вивченні інших розділів програми. Такі задачі можна назвати стандартними.

***Рівень розуміння*** характеризується тим, що учень здатний виконувати завдання, в яких знання, що перевіряються, не можуть бути застосовані безпосередньо. Для їх використання треба привести дане завдання до стандартного виду, використовуючи знання, уміння і навички, набуті раніше. Виконуючи такі перетворення, учень виявляє уміння використовувати знання, що перевіряються, розрізняє ситуації, представлені в завданні, і ті, до яких їх треба привести, і т.д.

***Рівень переносу*** відповідає можливості учня використати знання, що перевіряються, в нестандартній ситуації, причому перетворення її до стандартного виду вимагає незвичного комбінування одержаних раніше знань.

Наведемо варіанти систем завдань, які відповідають усім трьом рівням засвоєння навчального матеріалу.

I. **Рівню відтворення** відповідають задачі:

а) Довжина кімнати 5 м, а ширина  $k$  м. Яка її площа?

б) Довжина однієї земельної ділянки прямокутної форми 50 м, а ширина – 30 м. Довжина другої прямокутної ділянки 40 м, а ширина – 15 м. Порівняти площі цих ділянок.

II. **Рівню розуміння** відповідають задачі:

а) Площа спортивного залу  $160 \text{ м}^2$ , а класної кімнати в 4 рази менше. Довжина класної кімнати 8 м. Знайти її ширину.

б) Периметр кімнати 14 м, а її довжина 4 м. Знайти площу кімнати.

III. **Рівню переносу** відповідають задачі:

а) У прямокутного трикутника сторони, які утворюють прямий кут, мають довжину 7 і 10 см. Яка площа даного трикутника?

б) Чи може площа прямокутника бути чисельно більшою, ніж його периметр?

В основі перебудови навчального процесу мають бути покладені такі ідеї:

1) створення ситуацій, коли обсяг і рівень викладання перевищує обсяг і рівень обов'язкових вимог;

2) націленість викладання на кінцевий результат, співвіднесений з метою навчання математики;

3) орієнтація на розв'язування задач як провідний вид діяльності учнів при вивченні математики;

4) забезпечення в ході викладання предмета позитивного емоційного ставлення учнів до цієї галузі знань, формування особистісних мотивів її вивчення.

Перебудова навчального процесу передбачає також зміну ставлення до учня, більш повне врахування його інтересів і творчих можливостей, урізноманітнення прийомів і форм навчання, створення навчально-методичного комплекту.

### **Визначення комплекту посібників**

Навчально-методична база, яка забезпечує процес навчання молодших школярів математики, має відбивати процеси роз-

вितку педагогічної науки, досягнення передового досвіду і водночас бути протягом певного часу стабільною.

З метою неперервного підвищення теоретико-методичного рівня і методичної майстерності вчителів через кожні 10-15 років видаються в оновленому вигляді такі посібники:

1. Методика навчання математики в початкових класах.
2. Методика розв'язування задач в початкових класах.
3. Алгебраїчна та геометрична пропедевтика.
4. Зміст роботи і методика використання персональних ЕОМ у навчанні молодших школярів математики.
5. Урок математики в початкових класах.
6. Досягнення теорії і практики викладання математики в початкових класах (методичний лист).

7. Позакласна робота з математики в початкових класах.

Навчальний процес і навчально-пізнавальна діяльність учнів на уроках та в позаурочний час забезпечуються комплектом взаємопов'язаних посібників. Назвемо основні з них:

1. Підручник з математики на двох рівнях трудності (для кожного класу окремо).
2. Зошит з друкованою основою (для кожного класу окремо).
3. Диференційовані завдання з математики (для кожного класу окремо).
4. Альбом демонстраційних таблиць з основних понять курсу математики для фронтальної роботи з класом (для кожного класу окремо).
5. Книжка цікавої математики (для кожного класу окремо).

Ряд посібників адресовано на допомогу вчителю в підготовці до уроку:

1. Усна лічба в початкових класах.
2. Усне опитування на уроках математики.
3. Методи опрацювання нового матеріалу на уроках математики.
4. Ігри та ігрові ситуації на уроках математики в початкових класах.

Для впорядкування обсягу і змісту перевірених контрольних робіт, які проводять дирекція школи та органи народної освіти, видається відповідний збірник. У ньому подано зразки текстів контрольних робіт на будь-який час перевірки.

Коротко про зміст дворівневого підручника. Завдання в ньому поділяються на обов'язкові (першого рівня) і необов'язкові (другого рівня, позначені зірочками і розміщені "в кінці уроку", але перед завданнями, які пропонуються для домашньої роботи учнів).

Термін "обов'язкові завдання" не означає, що всі вони мають бути опрацьовані на уроці. Виходячи з конкретних умов, класовод може опустити чи замінити деякі з них, змінити порядок опрацювання тощо. Зрозуміло також, що обов'язкові завдання підручника не перекривають програмового мінімуму. Вчителеві нерідко доведеться добирати вправи для опитування, усної лічби чи самостійної роботи учнів.

Подані в підручнику завдання другого рівня опрацювати бажано, але не обов'язково – в прямому розумінні цього слова. Якщо клас слабкий або в ньому немає учнів, котрі працюють у більш швидкому темпі, то вправи з логічним навантаженням не розглядаються, а базовий рівень програмових вимог забезпечується обов'язковим матеріалом.

Звертаємо увагу вчителів на особливість завдань другого рівня – вони не взаємопов'язані, тобто автономні: будь-яке можна пропонувати учню незалежно від того, розв'язував він попередні такого виду чи ні. Доступність же їх ґрунтується на програмових знаннях дітей. Якщо в класі в II чверті, скажімо, виявляться сильніші учні, то їм пропонують логічні вправи поточних уроків: попередні здебільшого вже не розглядаються.

І ще одне: завдання другого рівня можуть як відповідати темі уроку, так і не відповідати їй.

Тепер – більш докладно про зміст завдань другого рівня. Вони охоплюють не тільки вправи з логічним навантаженням, а й поширені програмові приклади і задачі. Ми поділили їх на 4 групи.

I. Звичайні (програмові) завдання. Їх введено не тільки з метою збільшення кількості додаткових вправ для сильніших учнів, а й для залучення до роботи над задачами другого рівня "середняків".

II. Дещо складніші, ніж програмові, задачі: з більшою кількістю арифметичних дій, потрібних для їх розв'язання, з незвичним формулюванням змісту.

III. Цю групу становлять задачі, корисні в плані випереджувального навчання.



IV. Завдання з логічним навантаженням. У шкільній практиці такими вважають різноманітні "цікавинки", вправи на кмітливність, ігрові і т.п. Ясна річ, єдиної класифікації тут немає, та вона й не потрібні. Однак усі ці завдання об'єднані певною вимогою – доступності на основі тих знань, які діти здобули на цей час. Завдання другого рівня найчастіше пропонуються бажаним учням під час повторення та закріплення. Практикуються 2 організаційні різновиди.

1. Спочатку сильні учні разом з усіма іншими виконують обов'язкові завдання самостійної чи фронтальної роботи. Якщо вони закінчують їх раніше, пропонуємо спробувати розв'язати ще завдання із зірочкою. Докладної інструкції класовод не дає, доцільна лише індивідуальна допомога – шляхом спрямування думки. При переході до наступної фронтальної роботи, призначеної для всього класу, розв'язування завдань із зірочками припиняється, незалежно від того, завершено його чи ні. Учитель радить: "Хто не закінчив, подумайте над завданням удома".

2. Сильні учні не виконують обов'язкових завдань самостійної чи фронтальної роботи, а відразу беруться до задач другого рівня. Учитель пропонує: "Хто хоче, може відразу працювати над завданнями із зірочками".

## ЗАВДАННЯ

1. Які освітні, виховні і розвивальні завдання розв'язуються при вивченні математики?

**В і д п о в і д ь.** *Освітня мета* полягає в засвоєнні учнями математичних понять та формуванні в них специфічних для математики вмінь і навичок. Обсяг і рівень засвоєння знань визначаються для кожного класу навчальною програмою. У початковій школі учні засвоюють елементарні математичні поняття про число і дії, задачу, величини і вимірювання, про геометричні фігури. Крім математичних, формуються також загальношкільні знання, вміння і навички. До них належать: організаційні (опанування способів організації свого навчання, зокрема, вміння планувати роботу і користуватися підручником); загальнопізнавальні (вміння спостерігати, міркувати, запам'ятовувати і відтворювати матеріал); загальнономовленнєві (основні елементи культури слухання і мовлення); контрольно-оцінні (засвоєння способів перевірки та самоперевірки, оцінювання здобутих результатів).

У поєднанні з навчанням здійснюється виховання і розвиток особистості школяра.

*Виховна мета* – передбачає формування в учнів наукового уявлення про світ в цілому, місце людини в ньому і способи його пізнання; вказує загальні орієнтири засвоєння нагромадженого людством соціального досвіду, магістральні шляхи перетворення дійсності.

Всебічний розвиток особистості реалізується на основі комплексного підходу, який забезпечує поєднання розумового, морального, естетичного й фізичного виховання.

Виховні функції уроку математики здійснюються відповідно до специфіки навчального предмета. У процесі навчання математики виховуються вольові якості: наполегливість у доведенні справи до кінця, акуратність, самостійність, кмітливість, ініціатива.

*Розвивальна мета* полягає в тому, щоб добитися розвитку в учнів пізнавальних здібностей (сприймання, пам'яті, мислення, уяви, мови), мотивів і потреб навчання, творчих можливостей, емоційної сфери.

2. Назвати і обґрунтувати особливості побудови початкового курсу математики. Чим зумовлюється концентричне вивчення арифметичних дій?

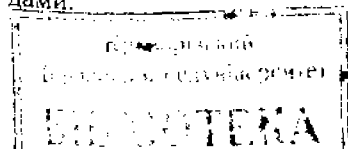
3. Проаналізуйте методичний апарат підручників математики 1-4 класів (характер запитань і завдань).

4. Дайте порівняльний аналіз програм з математики "дитячий садок – початкова школа". У чому полягає перспектива дальшого удосконалення наступності?

5. На основі порівняльного аналізу програм з математики для 1-4 класів і 5-6 класів покажіть наступність у змісті навчання математики з певного розділу.

6. Що таке педагогічна технологія? Наведіть приклади (методична концепція "укрупнення дидактичних одиниць" П.М. Ерднієва, "опори" С.М. Лисенкової та ін.)

7. Чому можна вважати, що навчання математики – це навчання математичній діяльності? Відповідь обґрунтуйте прикладами.



## Розділ II. УРОК МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

### § 1. Типи уроків

Найпоширенішим в 1-4 класах є *комбінований* урок математики. Наводимо примірну структуру комбінованого уроку.

**I. Організація класу.** Час на цей етап має бути зведений до мінімуму, але при цьому слід пам'ятати, що від настрою дітей, від їхньої готовності до роботи в значній мірі залежить подальший хід уроку, його результативність.

**II. Перевірка виконання домашнього завдання.** Не повинна бути формальною, механічною. Може проводитися різними методами усного опитування і письмово. Пропонуються завдання творчого характеру (наприклад, до задачі: розв'язати подібну, але із зміненою умовою або запитанням; до прикладів: вибрати приклади, які розв'язуються одним (названим) способом і т.п.). Це дозволяє перевірити самостійність і свідомість виконання завдання.

**III. Усні обчислення.** Можуть бути окремим етапом, а можуть включатися у перевірку домашнього завдання і повторення раніше вивченого матеріалу. Матеріал для усної лічби пропонуємо дітям у вигляді зорових і слухових завдань, відповіді учнів можуть бути повними і лаконічними, усними і письмовими (наприклад, математичний диктант), за допомогою сигнальних карток, віял, блокнотів.

**IV. Повторення раніше вивченого матеріалу.** Цей етап уроку може мати місце і до ознайомлення з новим матеріалом, і опісля. Головне – забезпечити систему, взаємозв'язок виучуваних тем і питань, свідоме і міцне засвоєння їх усіма учнями класу.

**V. Актуалізація опорних знань і чуттєвого досвіду учнів.** Це підготовка до безпосередньої роботи над новим матеріалом, своєрідна єдина ланка. Не слід ототожнювати з простим опитуванням. Ця робота спрямована на виявлення вже набутих раніше знань, які є основою для сприймання, усвідомлення і засвоєння нових.

**VI. Мотивація навчальної діяльності учнів, повідомлення теми і завдань уроку.** Цим наголошується, для чого і що учні повинні взяти нового, які знання, навички, вміння мають набути.

**VII. Сприймання і усвідомлення нового матеріалу.** Від цього етапу залежать всі інші елементи уроку. Тут активно працює головним чином учитель, учні, як правило, слухають, спостерігають, запам'ятовують почуте і побачене. Ефективність цього етапу уроку залежить від уміння вчителя керувати сприйманням і усвідомленням знань учнями (шляхом створення проблемних ситуацій, постановки проблеми і показу її розв'язання, застосуванням евристичних бесід, ретельно продуманою системою запитань, раціональною роботою з підручником).

**VII. Застосування знань, формування умінь і навичок.** На цьому етапі реалізується система вправ (пробні, тренувальні, творчі) з нарощуванням складності завдань, і збільшенням самостійності учнів при виконанні цих завдань, забезпечується більш тісний зв'язок теорії з практикою.

**IX. Систематизація і узагальнення знань.** Проводиться після вивчення нового матеріалу. Важливо, щоб діти дали відповідь на 2-3 основних запитання до нового матеріалу, виділили головне.

**X. Контроль і корекція знань, умінь і навичок.** Невелика самостійна робота зможе надати учням диференційовану і індивідуальну допомогу (а інколи й організувати взаємодопомогу), вчасно виявити і попередити можливі помилки і прогалини в знаннях.

**XI. Підсумки уроку.** Вчитель коротко підсумовує наслідки роботи й виставляє оцінки, оголошуючи й обґрунтовуючи їх. При оцінюванні знань враховуємо роботу учня протягом усіх етапів уроку.

**XII. Повідомлення домашнього завдання.** Воно може бути однаковим для всіх учнів класу і диференційованим, може видаватися і в середині уроку (наприклад, на етапі мотивації навчальної діяльності учнів), але на кінець уроку діти обов'язково повинні знати *що* і *як* вони будуть виконувати з математики дома.

За основною дидактичною метою виділяють ще такі типи уроків: урок засвоєння нових знань, або сприймання і усвідомлення нового матеріалу; урок закріплення знань, формування умінь і навичок; урок повторення, або систематизації і узагальнення знань; урок перевірки, оцінювання і корекції знань, навичок і умінь; нестандартний урок. Головні елементи традиційного уроку – сприймання нових знань, їх засвоєння, узагальнення і застосування – присутні і на нестандартних уроках, але в незвичних

формах. До нестандартних ми відносимо інтегровані, міжпредметні, театралізовані, уроки з різновіковим складом учнів та інші. Нестандартний урок, можливо, стане перехідною ланкою від авторитарного уроку до керованої вчителем самоосвіти учнів.

Одним із напрямків методичного оновлення уроків у початкових класах є проведення їх на основі інтеграції навчального матеріалу з кількох предметів, які об'єднані навколо однієї теми. В основі інтегрованого уроку – зінтегрований зміст. Якщо міжпредметні зв'язки передбачають насамперед включення в урок запитань і завдань з матеріалу інших предметів, що мають *допоміжне значення* для вивчення теми, то особливість інтегрованого уроку у тому, що тут поєднуються *блоки знань* з різних предметів. Останніми роками у передовому досвіді спостерігаємо цікаві спроби проведення "уроків-тренінгів", на яких діти вправляються у розвитку мислительних умінь, діалогу, фантазуванні (це інтегрований урок "Розвивай свої здібності").

Оновлення форм навчально-виховного процесу характеризується сплеском уваги науковців і вчителів до багатоваріантності уроку: уроки-діалоги, уроки-захисти, уроки-"методичні панорами" тощо.

Для досягнення повноцінних кінцевих результатів навчання математики основною структурною одиницею навчально-виховного процесу має бути не окремий урок, а тема і відповідно раціональна *система* уроків (науково обґрунтована сукупність уроків різних типів).

В педагогіці визначено такі вимоги до уроку: чітка його цілеспрямованість, теоретична і практична повноцінність змісту; правильне застосування і поєднання різних форм організації пізнавальної діяльності учнів (класної, групової, індивідуальної); виразне формулювання основних доведень і висновків; достатнє закріплення і повторення нового матеріалу; оперативне з'ясування ступеня оволодіння знаннями.

Для ефективного уроку характерні такі особливості: широке застосування фронтальних форм перевірки знань, надання опитуванню навчаючого спрямування, поєднання функцій контролю і закріплення; включення в урок самостійної роботи, спрямованої на оволодіння новим матеріалом; навчання самостійно здобувати знання; посилення ролі первинного закріплення, збільшення обсягу практичних робіт і тренувальних вправ.

На кожному уроці передбачається: встановлення свідомої трудової дисципліни, живе спілкування вчителя з учнями, емоційне мотивування навчальної діяльності школярів.

Для досягнення високої якості кінцевих результатів педагогічної праці насамперед потрібні: максимальна цілеспрямованість кожного уроку, самостійність методичних рішень, турбота про опанування учнями вміння вчитися самостійно не тільки з почуття обов'язку, а й з прекрасного прагнення знати і вміти.

Не менш важливо для розвитку інтересу, щоб, організовуючи навчальну діяльність на уроці, класовод свідомо прагнув реалізувати взаємодію таких компонентів навчання, як з м і с т, м о т и в, с п о с о б и д і ї, с а м о к о н т р о л ь і р е з у л ь т а т.

## § 2. Підготовка до уроку

Початкові класи з трирічним і чотирирічним терміном навчання працюють за програмами, в яких враховано основні положення Концепції національної школи республіки.

*Навчальні плани варіативні.* Їх вибір здійснює рада школи, зважаючи на інтереси та потреби учнів, наявність відповідної навчально-матеріальної бази, підготовку педагогічних кадрів.

Години індивідуальних і групових занять у початковій школі слід проводити з усіма школярами чи групою, або навіть з одним учнем. В цей час доцільно насамперед організувати додаткову допомогу відстаючим чи заняття за інтересами школярів, або за індивідуальними програмами. Як раціональніше використати ці години – вирішує класовод.

У кожному класі трирічної початкової школи в навчальних планах відводять на математику 5 год. на тиждень, а в 1-2 класах чотирирічної початкової школи – 4 год., а 3-4 класах – відповідно 5 год. Для індивідуальних та групових занять передбачено по 2 год. на тиждень у кожному класі трирічної і чотирирічної початкових шкіл.

За навчальним планом і програмою вчитель складає на кожне півріччя *календарний план*, яким користується безпосередньо при підготовці до кожного уроку. У календарному плані повинен бути весь матеріал, передбачений програмою для вивчен-

ня в класі на півріччя, а також практичні, самостійні і контрольні роботи. Увесь цей матеріал розподілено по уроках і прокалендаризовано.

Багато вчителів планують також вивчення окремих тем або невеликих розділів програми. Такі плани називаються *тематичними*. Складаючи тематичний план, учитель продумує систему уроків в теми, заздалегідь підготовляє роздатковий матеріал, наочні посібники, добирає задачі для розв'язування в класі, для домашніх завдань, для самостійних і контрольних робіт.

Календарний і тематичний плани часто об'єднують в один, так званий *календарно-тематичний*, в якому по порядку вказується тема кожного уроку.

Починаючи підготовку до уроку, вчитель визначає його тему за календарно-тематичним планом та основну дидактичну мету, співставивши його з попередніми та наступними уроками. Потім аналізується матеріал до цього уроку з підручника і, в разі потреби, доповнюється з інших джерел. Продумується місце того чи іншого матеріалу на уроці, добираються методи, прийоми, засоби роботи з ним, форми організації діяльності учнів. В ході всієї роботи уточнюються навчальні, розвивальні і виховні цілі майбутнього уроку. Написанням *плану-конспекту* завершується підготовка до уроку. Такі плани називають *поурочними*. За формою і обсягом вони можуть бути різними (стислими або розширеними). Студенти-практиканти пишуть *конспекти уроків*, у яких відображають усі деталі передбачуваних уроків: від виконання всіх завдань, що пропонуватимуться учням, до орієнтовного визначення часу на проведення окремих частин уроку.

Загальний спосіб діяльності вчителя, пов'язаний з плануванням уроку, можна представити у вигляді певної послідовності запитань:

- а) які поняття, способи дій, властивості, правила розглядаються на даному уроці?
- б) що я сам про них знаю?
- в) яке місце даного уроку в ряду інших?
- г) які ознаки (відомості) про поняття, спосіб дії, властивість треба розкрити на уроці?
- д) на які знання й уміння учнів слід при цьому спиратися?
- е) які труднощі можуть виникнути в учнів?

є) які помилки вони можуть допустити?

ж) як краще поставити перед ними навчальну задачу?

з) які етапи розв'язання цієї задачі?

и) які методи, прийоми, засоби і форми навчання можна використати для її розв'язання?

і) як ефективніше використати зміст даного уроку для розвитку учнів?

Подаємо план-конспект комбінованого уроку з математики.

**Тема.** Множення двоцифрового числа на одноцифрове.

**Мета.** Засвоєння прийомів множення двоцифрового числа на одноцифрове на основі правила множення суми на число. Виховання спостережливості, розвиток мови.

**Обладнання.** Картки з виразами для усних обчислень.

### Хід уроку

**I. Перевірка виконання учнями домашнього завдання практичного характеру.**

$$90:3 \cdot 2 = 60 \quad (34-29) \cdot 20 = 100 \quad (6+7) \cdot 4 = 52$$

$$60:20 \cdot 9 = 27 \quad (48+52):2 = 50 \quad (7+3) \cdot 8 = 80$$

$$80:40 \cdot 8 = 16 \quad (76-36):4 = 10 \quad (3+4) \cdot 5 = 35$$

Вибіркове пояснення способів розв'язування.

**II. Усні обчислення. Прочитати і розв'язати вирази.**

1. Знайти суму, якщо:

а) перший доданок 37, а другий 4;

б) перший доданок 16, другий 37 і третій 28.

2. Збільшити суму чисел 27 і 34 на 28.

3. Зменшити суму чисел 51 і 22 на 39.

4. Яке число більше за 8 у 3 рази?

5. Добуток 9 і 3 зменшити на 19.

6. Від різниці чисел 80 і 24 відняти добуток 4 і 6.

7. Для виготовлення 1 кг крохмалю потрібно 6 кг картоплі.

Скільки кілограмів крохмалю одержали з 30 кг картоплі?

8. Батько купив 15 кг картоплі в 5 однакових сітках. Син допоміг нести 2 сітки. Скільки кілограмів картоплі ніс син?

**III. Актуалізація чуттєвого досвіду і опорних знань учнів.**

1. Підготовчі вправи.



Порівняти вирази і поставити потрібний знак  $>$ ,  $<$ ,  $=$  :

$$(5+3) \cdot 2 \quad \text{і} \quad (5+2) \cdot 2$$

$$(6+3) \cdot 4 \quad \text{і} \quad 6 \cdot 4 + 3 \cdot 4$$

$$4 \cdot 8 + 3 \cdot 8 \quad \text{і} \quad (4+3) \cdot 8$$

2. Коментовані вправи

$$(6 \cdot 2) \cdot 3 \quad 30 \cdot 3 - 9 \quad 10 \cdot 3 + 4 \cdot 3$$

Як можна суму помножити на число?

3. Самостійно записати в зошитах.

$$34 = 30 + 4$$

$$42 = 40 + 2$$

#### **IV. Мотивація навчальної діяльності.**

Задача. Учневі доручено купити для класу в похід три па-латки по 28 грн. Скільки грошей йому потрібно для покупки?

$$(x = 28 \cdot 3)$$

Повідомлення теми, мети і завдання уроку.

#### **V. Сприймання, усвідомлення і осмислення нового ма-теріалу.**

Вступні вправи.

$$28 \cdot 3 = (20 + 8) \cdot 3 = 20 \cdot 3 + 8 \cdot 2 = 60 + 24 = 84$$

– Чим можна замінити перший множник?

– Який вираз одержали?

– Яке правило потрібно використати при розв'язуванні цього виразу?

#### **VI. Застосування учнями знань, формування навичок, умінь.**

Пробні вправи (попереджувальні, коментовані, пояснювальні).

Розв'язати приклади за зразком

$$12 \cdot 6 \quad 27 \cdot 3$$

Коментовані вправи

$$24 \cdot 2 \quad 13 \cdot 3$$

Тренувальні вправи

$$36 \cdot 2 \quad 26 \cdot 4$$

Творчі вправи

$$24 \cdot 3 > 24 \cdot ?$$

Задача. Учні одержали завдання зібрати 25 кг лікарських рослин, а зібрали в 4 рази більше. Скільки кілограмів лікарських трав зібрали учні?

$$(25 \text{ кг} \cdot 4 = 100 \text{ кг})$$

## VII. Контроль і корекція знань, умінь і навичок.

Самостійна робота.

I-й варіант

18·3

23·2

$(a \cdot 18) + 20 = 36$

II-й варіант

17·5

26·9

$c + (21 \cdot 6) = 42$

VIII. Підведення підсумків уроку. Характеристика роботи класу і окремих учнів. Виставлення і коментування оцінок.

IX. Завдання додому (приклад і задача).

П а м ' я т к а. "Готуйся до уроку так".

1. Вдумайся в тему уроку.
2. Повтори матеріал цієї теми.
3. Визнач мету уроку.
4. Намість шлях до поставленої мети.
5. Вибери найбільш результативні методичні прийоми роботи для даного матеріалу і для даного класу.
6. Співстав вибрані прийоми з своїми можливостями, змоделью свої дії на даному уроці.
7. Уточни мету, продумай структуру уроку і зафіксуй все в плані-конспекті.
8. Підготуй навчальні і наочні посібники.
9. Повтори вузлові елементи конспекту.

Нестандартні умови функціонування *сільських шкіл*, відмінності їх структури, режимів навчання посилюють труднощі в роботі вчителів, потребують гнучкої методики організації навчальної і пізнавальної діяльності учнів. Зокрема, для *малокомплектних шкіл* характерні: щорічна зміна умов роботи класу-комплекту у зв'язку зі значним коливанням кількості учнів, варіантів режимів роботи; непристосованістю чинних підручників для роботи у класах-комплектах; необхідністю щоденної підготовки вчителя до кількох уроків різного змісту; постійна робота педагога з різновіковим колективом.

Залучення до сільської малокомплектної школи шестиліток внесло значні зміни до складання розкладу занять і методики уроку у комплекті, зумовило роздрібнення його структури. Це викликано віковими особливостями дітей 6-річного віку, несформованістю в них загальнонавчальних умінь і навичок. Прагнучи

створити кращі умови для роботи з найменшими учнями, вчителі організаційно ускладнюють заняття із старшими класами, які входять до складу комплекту. Внаслідок чого їх робота стає некерованою.

Для суттєвої перебудови навчально-виховного процесу в малокомплектній школі необхідно реалізувати *системний підхід для одночасного впливу на всі фактори, які зумовлюють якість результатів навчання*: 1) планування розкладу за системою скорочених за часом уроків, що дає змогу найважчі предмети проводити для кожного класу окремо; 2) проведення однотемних та інтегрованих уроків для всього класу-комплекту, що збагачує навчальне спілкування і співробітництво дітей; 3) комплексне використання різних навчальних засобів з метою досягнення більшої дієвості індивідуалізації навчально-виховного процесу; 4) систематичне формування в учнів прийомів самостійного учіння та самоорганізації; застосування спеціальних засобів взаємозворотного зв'язку між учителем і школярами.

В умовах роботи малокомплектних шкіл приблизно половину навчального часу учні працюють самостійно. Тому забезпечення малокомплектних шкіл спеціальними підручниками, роздатковим матеріалом, кодоскопами, графопроекторами, лінгафонним обладнанням є тим мінімумом, який потребує першочергового вирішення.

### **§ 3. Методика проведення комбінованого уроку математики**

У структурі комбінованого уроку його компоненти можна об'єднати в такі групи (частини):

- контроль, корекція та закріплення знань учнів (перевірка домашнього завдання, опитування учнів та усна лічба);
- опрацювання нового матеріалу (підготовка до вивчення нового матеріалу, пояснення його та первинне закріплення);
- закріплення та узагальнення знань учнів (закріплення і повторення матеріалу, завдання додому, підсумок уроку).

### 3.1. Контроль, корекція і закріплення знань учнів

Перевірка домашньої роботи, опитування учнів і усна лічба тісно взаємопов'язані. Ці компоненти уроку використовують як для контролю, так і для закріплення знань. Нерідко їх важко розрізнити, визначити момент переходу одного до іншого. Проте кожний із згаданих видів робіт має свою специфіку, тому методика проведення кожного з них неоднакова.

#### 3.1.1. Перевірка домашньої роботи

Самостійне виконання дітьми домашніх завдань було й залишається важливою ланкою навчання математики.

Щоб цей вид навчальної роботи був по-справжньому корисним і ефективним, потрібно звертати увагу на цілеспрямованість завдань, раціональну організацію праці школярів удома та активізацію їхньої діяльності під час перевірки домашньої роботи.

Робити перевірку треба швидко, чітко, часто змінюючи форму. І ні в якому разі не можна погодитися з учителями, які вважають, що перевіряти в класі домашні завдання не варто, оскільки зошити перевіряються вчителем. В такому разі втрачається виховне значення роботи: дехто з дітей не буде уважно слухати інструктаж, а привчатиметься до механічного списування прикладів і задач. Щоб перевірка не перетворювалась у нудну для школярів роботу, треба уникати одноманітності в її проведенні.

Залежно від мети уроку і змісту домашнього завдання перевірка може бути повною, вибірковою або зводиться до констатування самого факту, що завдання виконано. Форми перевірки чергуються протягом тижня. Причому повна і вибіркова перевірка, як правило, поєднуються з опитуванням учнів та з усною лічбою.

Повністю перевіряється засвоєння нових математичних понять, обчислювальних прийомів, способів розв'язування задач. Повна перевірка займає 5-6 хвилин уроку і найчастіше проводиться так. Один-два учні записують, користуючись підручником, розв'язання задач або частину прикладів на дошці. Інші в цей час вправляються в усній лічбі або під керівництвом учителя перевіряють правильність обчислення решти прикладів домашнього завдання: голосно читають відповіді. Варто запропонувати

дітям прочитати один з прикладів з повним поясненням способу розв'язування.

Потім увага учнів звертається на записи, що є на дошці. Той, хто записав сам розв'язання задачі, коротко повторює її умову, повідомляє план розв'язування її і повну відповідь. Весь клас перевіряє розв'язання задачі на дошці, кожний має звірити відповідь зі своєю. Відповідно до запису розв'язання задачі на дошці вчитель нерідко ставить одне-два запитання для уточнення якості роботи. Потім дає додаткові завдання (не обов'язково за темою домашнього) і виставляє учням оцінки.

Під час вибіркової перевірки звертається увага на задачі і приклади, важливі для усвідомлення теоретичного матеріалу уроку чи які знадобляться найближчим часом для пояснення нового матеріалу. Тренувальні завдання в цей час перевіряють побіжно – читають самі лише відповіді до них. Для вибіркової перевірки достатньо 3-5 хвилин уроку. Учитель пропонує спочатку одному-двом учням підготувати матеріал для перевірки: записати на дошці розв'язання певних прикладів або задачі – повністю чи частково, але щоб було достатньо даних для пояснення та коментування вправи. Поки діти готують записи, класовод фронтально опитує решту учнів.

Для розвитку слухової пам'яті вибірково перевірку можна проводити усно. У такому разі школярі відповідають з місця, користуючись записами в зошитах.

Наявність виконаного завдання учитель з'ясовує перегляданням учнівських зошитів на партах (у цей час діти зайняті взаємоперевіркою – перевіряють правильність розв'язання завдань один в одного). Тут доцільно поставити два-три запитання щодо окремих місць у розв'язанні задач і прикладів.

У 3 і 4 класах перевірку наявності виконаного завдання можна доручати учням. Відповідальні за цю роботу на початку уроку переглядають зошити учнів свого ряду, потім доповідають учителеві про результати перевірки. Така форма має певне виховне значення: діти відчувають більшу відповідальність перед товаришами, перед колективом за свою роботу вдома.

Оскільки ця перевірка короткочасна (1-2 хвилини), то після неї іноді доцільно проводити п'яти-десятихвилинну самостійну роботу, близьку за змістом до домашньої.

Поряд з названими видами перевірки домашніх завдань ми рекомендуємо якнайчастіше організовувати самоперевірку та групову перевірку.

Розглянемо деякі прийоми роботи, що сприяють підвищенню активності учнів, розвитку їхньої самостійності, допомагають економити час на уроці. Основою таких прийомів найчастіше є попередні записи на дошці або спеціально дібрані запитання.

### *Перевірка розв'язання прикладів і вправ*

1. Записати на дошці приклади без відповідей. Один-два або кілька учнів по черзі виходять до дошки і записують ці відповіді.

2. На дошці записано приклади з відповідями, один-два з яких неправильні. Учні мають знайти помилки і виправити їх.

3. Учитель пропонує дітям додати відповіді всіх прикладів і результат порівняти з числом, записаним на дошці (це число і є сумою відповідей).

4. Перевірити розв'язання прикладів: а) повторно пояснивши хід розв'язування; б) переставлянням доданків чи множників; в) застосувавши зв'язок між арифметичними діями.

5. Записано приклади на письмове множення чи ділення. Треба назвати всі проміжні добутки або неповні ділені.

6. Розповісти про порядок виконання дій у прикладі з дужками або на сумісні дії першого і другого ступенів.

7. Назвати компоненти і результати одного-двох прикладів, наприклад:  $84:21=4$ ; 84 – ділене, 21 – дільник; 4 – частка.

8. Прочитати кількома способами приклади. Наприклад,  $73-19=54$  (від 73 відняти 19 дорівнює 54; 73 мінус 19 дорівнює 54; 73 зменшити на 19 буде 54; зменшуване 73, від'ємник 19, різниця 54; 73 більше від 19 на 54; різниця чисел 73 і 19 дорівнює 54).

### *Перевірка розв'язання задач*

1. Один з учнів читає умову задачі і розповідає, як її розв'язати. Після цього вчитель пропонує записати на дошці числовий вираз або окремі дії розв'язання за умови, що одне з да-

них задачі змінено. Наприклад, у задачі йшлося про купівлю 6 м; змінити це число на 9 м.

2. Складену задачу розкласти на окремі прості задачі.

3. Скласти задачу, аналогічну (обернену, з іншими запитаннями тощо) тій, що розв'язувалася вдома.

4. Порівняти розв'язання задачі у домашній роботі із задачею, яка розглядалася раніше. У цьому разі учням треба повідомляти про основу такого порівняння (за чим порівнюються задачі).

Протягом навчального року може трапитися, що значна частина учнів не виконає тієї чи іншої вправи. У такому разі завдання треба розібрати фронтально і розв'язати в класі.

Класоводи нерідко показують учням кращі зразки виконання домашнього завдання. Напевно, школярам, роботи яких демонструються як кращі, варто виставляти відмінну оцінку в класному журналі. Взагалі доцільно відповіді одного-двох учнів на уроці в процесі пояснення виконання домашніх завдань оцінювати в балах.

### 3.1.2. Усне опитування

Усне опитування – одна з форм всебічного вивчення учня та динаміки його успішності. Опитування передбачає контроль і перевірку знань, умінь і навичок учнів; ступеня засвоєння ними розумових операцій; закріплення та поглиблення вивченого матеріалу, підготовку до сприймання нових знань. Розглянемо деякі загальнодидактичні вимоги до проведення опитування.

Усне опитування має бути стимулюючим у навчанні школярів. Для цього потрібно враховувати процеси наочно-образного мислення, в якому зароджуються і формуються передумови теоретичного осмислення матеріалу. Опитування потрібно проводити систематично і послідовно, застосовуючи індивідуальний підхід до учнів, розвиваючи в них самоконтроль, зацікавленість у перевірці знань і оцінюючи їхні знання. До поточного опитування треба включати такий матеріал, який ще потребує закріплення та узагальнення. Якщо добирати матеріал, яким діти оволоділи досконало, то в класі спостерігатиметься лише зовнішня активність, учні працюватимуть без достатнього розумового напруження.

Щодо техніки ведення усного опитування чи бесіди: запитання ставити всьому класу; заохочувати виправлення, доповнення, уточнення. Неприпустимим є виставлення незадовільної оцінки за випадкову неуважність, забутий вдома зошит або інші порушення дисципліни.

Наводимо перелік теоретичного матеріалу, вмій і навичок, засвоєння яких учнями має перевірятись учителем.

1. Знання таблиць арифметичних дій (у кінцевому результаті таблиці додавання, віднімання, множення і ділення учні повинні засвоїти напам'ять). Уміння самостійно скласти ту чи іншу таблицю додавання або віднімання на основі предметної ситуації чи застосування прийому обчислення, таблицю множення на основі визначення дії множення і таблицю ділення на основі взаємозв'язку дій множення і ділення.

2. Уміння усно виконувати дії додавання і віднімання, множення і ділення в межах 100 (позатабличні випадки) та відповідні дії над круглими числами в межах 1000. Знання основних (загальних) прийомів позатабличного виконання арифметичних дій.

3. Знання алгоритмів письмового виконання арифметичних дій. Уміння письмово виконувати обчислення над багатоцифровими числами.

4. Знання теоретичного матеріалу: будова натуральної послідовності чисел, принципи усної і письмової нумерації чисел, властивостей арифметичних дій, залежності між компонентами і результатами арифметичних дій, порядок виконання дій у виразах без дужок і з дужками.

5. Знання одиниць вимірювання величин: довжина, маса, час, площа; позначення одиниць вимірювання; знання відношень між одиницями вимірювання однієї й тієї самої величини. Уміння подавати значення величини в різних одиницях вимірювання.

6. Уміння розв'язувати прості і складені задачі, зміст і складність яких визначається задачами стабільних підручників.

7. Уміння обчислювати вирази на 2-4 дії; знаходити числові значення виразів з буквеними даними; знаходити дріб від числа та число за його частиною; розв'язувати рівняння (на одну операцію).



8. Знання таких геометричних фігур, як точка, пряма лінія, відрізок, багатокутники, коло. Уміння розпізнавати ці фігури та їх елементи. Уміння вимірювати та будувати відрізки заданої довжини, будувати прямокутник на папері в клітинку та вимірювати його площу.

Процес усного опитування учнів можна організувати так: а) учень виконує завдання на дошці і відповідає перед класом на поставлені йому запитання; б) учень з місця відповідає на запитання під час перевірки домашньої роботи, фронтального опитування та усної лічби. Обидві форми постійно практикуються в початкових класах. У першому випадку вчитель готує кілька завдань (2-3 завдання) для одного учня, а в другому – запитання і завдання для фронтального опитування.

### *Індивідуальне опитування*

Усне опитування біля дошки практикується на кожному уроці. Таким способом на одному уроці варто опитувати не більш як двох учнів.

Першому учневі завдання і запитання для опитування вчитель повідомляє вголос. Ці завдання, як правило, виконують всі учні класу. Відповіді за формою викладу наближені до зв'язного пояснення. Учень або пояснює виконані обчислення, або виконує їх з коментуванням, відповідає перед класом на поставлені запитання. Учні класу перевіряють правильність обчислення, за пропозицією вчителя уточнюють усні відповіді.

Другий учень працює біля дошки самостійно за завданнями, що записані в картці. Залучати учнів класу до перевірки завдань не обов'язково. Учитель перевіряє правильність виконання і на цій основі виставляє оцінку. В разі необхідності учню пропонуються додаткові запитання.

Розкриємо обсяг завдань для опитування одного учня. Візьмемо п'ять послідовних уроків з теми "Табличне додавання і віднімання з переходом через десяток". Зазначатимемо тему уроку і блок завдань для опитування одного учня на цьому уроці.

**Тема.** Додавання числа 6 з переходом через десяток. Розв'язування простих задач із застосуванням поняття *стільки ж*.

1. Обчислити:  $13-5+4$ ,  $7+5-4$ ,  $14-5-3$ .

2. Розказати таблицю віднімання числа 5.

**Тема.** Віднімання числа 6 з переходом через десяток. Застосування різних прийомів для обчислення. Складання і розв'язування задач.

1. Прочитати з таблиці випадки додавання числа 6 з переходом через десяток. Пояснити, як можна обчислити суму  $8+6$ .

2. На ставку плавало 14 качок і гусей. Гусей було 4. Скільки на ставку плавало качок?

**Тема.** Додавання і віднімання числа 6 з переходом через десяток.

1. Пояснити, як обчислюють різницю  $11-6$ .

2. Розказати таблицю додавання числа 6.

**Тема.** Додавання числа 7 з переходом через десяток.

1. Порівняти числа і вирази:  $12$  і  $5+7$ ,  $5$  і  $14-6$ .

2. Розказати таблицю віднімання числа 6.

**Тема.** Віднімання числа 7 з переходом через десяток. Складання задач за даним виразом.

1. За таблицею прочитати випадки додавання числа 7 з переходом через десяток. Пояснити, як можна знайти суму  $9+7$ .

2. Хлопчик обкопав на зиму 6 дерев, а його тато – 14 дерев. На скільки дерев менше обкопав хлопчик, ніж його тато?

### *Фронтальне опитування*

У початкових класах фронтальне опитування подібне до усної лічби. Але його можна розглядати і як самостійний вид навчальної роботи.

Фронтальне опитування здебільшого проводять тоді, коли один або два учні виконують індивідуальні завдання вчителя чи працюють за картками. Опитування проводиться у формі бесіди. Для повторення доцільно брати одну-дві теми. Подаємо зразки завдань і запитань для опитування на один урок.

**Тема.** Письмова нумерація чисел 21-100.

1. Назвати всі числа третього десятка.

2. Назвати попереднє число і наступне: 60, 39, 81.

3. Розкласти число 78 на десятки й одиниці.

4. Яке число дістанемо з 6 десятків і 4 одиниць?

5. З кожної пари чисел назвати більше число: 51 і 15, 60 і 80.

6. Скільки сантиметрів становлять 1 дм 6 см?
7. Розказати таблицю додавання числа 9.
8. Зменшити число 14 на 6 (на 9, на 8, на 5).
9. 3 кошари випустили 6 овець, і в ній ще залишилося 9.

Скільки овець було в кошарі?

10. В одній каструлі 6 л молока і стільки ж у другій. На сніданок витратили 5 л молока. Скільки літрів молока залишилося?

**Тема.** Складання таблиці ділення на 7.

1. Посіяли 4 кг вівса, а зібрали 36 кг. У скільки разів більше зібрали вівса, ніж посіяли?
2. За 2 год трактор витратив 14 л пального. Скільки літрів пального потрібно йому для 7 год роботи?
3. Розказати по черзі таблицю множення числа 7.
4. Розказати всю таблицю множення числа 7 (одному учневі).
5. Які приклади на ділення можна скласти на основі прикладу  $5 \cdot 6 = 30$ ?
6. Що дістанемо, коли добуток двох чисел поділимо на перший множник? Навести приклад.
7. Розказати таблицю ділення на 6.

**Тема.** Застосування сполучної властивості додавання. Додавання у випадку кількох доданків.

1. Обчислити зручним способом:  $7+4+66$ ;  $2+35+18$ .
2. Які властивості дії додавання застосовувались при обчисленні попередніх виразів?
3. У чому полягає сполучна властивість дії додавання? Навести приклад.
4. Як записуються доданки при письмовому додаванні?
5. Навести зразки кількох різних простих задач, які розв'язуються дією додавання.
6. Обчислити значення виразу  $a+73$ , якщо  $a=207$ .
7. Розв'язати рівняння  $450+x=1450$ .
8. Скласти план розв'язування задачі:

Протягом року профком видав 128 путівок у будинки відпочинку, туристських путівок – у 3 рази більше, а путівок у санаторії – у 4 рази менше, ніж у будинки відпочинку. На скільки більше видано туристських путівок, ніж путівок у санаторії? (Задача подається у вигляді короткого запису).

На фронтальне опитування відводиться 10-15 хв. Опитується багато учнів. Одного-двох учитель викликає для відповідей 2-3 рази. Цим учням виставляються оцінки.

Завдання для фронтального опитування можна дати дітям для домашньої роботи, попередивши їх, що за цими завданнями вони відповідатимуть на наступному уроці.

У постановці завдань варто вдаватись до прийомів навчального опитування: прийом типових структур, прийом наочно-практичних дій, прийом підказування, опитування за планом, за опорою (словесною, схематичною), прийом типових помилок і провокуючих вправ.

### 3.1.3. Усна лічба

У початкових класах учні мають вивчити напам'ять таблиці арифметичних дій, засвоїти усні обчислення і набути міцних обчислювальних навичок у діях над числами в межах ста та круглими числами в межах 1000. Вміння і навички усних обчислень допомагають засвоїти теоретичні відомості з арифметики і є необхідною умовою успішного виконання письмових обчислень, а сам процес усних обчислень сприяє розумовому розвитку дітей, виховує увагу і зосередженість.

Формування уявлень учнів про прийоми усних обчислень є істотною частиною програми, а застосовуються вони на всіх етапах уроку математики. Проте, враховуючи тренувальну й розвивальну цінність усних обчислень, для них виділяють додатково частину уроку – усна лічба, на яку відводиться 5-7 хвилин.

Головна мета усної лічби – формування обчислювальних навичок, навичок швидкої лічби. Крім того, вона сприяє формуванню вмінь розв'язувати задачі, розвитку уявлень про математичні поняття, засвоєнню математичної термінології, дає змогу спостерігати деякі математичні закономірності. Крім завдань на засвоєння таблиць арифметичних дій та обчислення значень числових виразів, учням пропонують для усного розв'язування прості і складені задачі, вправи на розпізнавання геометричних фігур, на порівняння чисел, на знаходження істотної ознаки ряду чисел чи множини фігур тощо.

Усна лічба – специфічна самостійна частина уроку математики, але в доборі змісту завдань вона нерідко пов'язується з опитуванням чи підготовкою до сприймання нового матеріалу. Добір завдань для усної лічби визначається темою уроку, метою закріплення та ліквідації прогалин у знаннях учнів, розвивальною метою навчання математики.

Добираючи завдання для усної лічби, користуються матеріалом підручників, який з тих чи інших причин не застосовувався на попередніх уроках. У разі потреби його адаптують до форм проведення усної лічби.

Для усної лічби треба використовувати також вправи і задачі, опрацьовані на попередніх уроках. Доцільно повторно знаходити значення виразів, повторно розв'язувати задачі чи тільки складати плани розв'язування задач; практикувати постановку додаткових запитань до завдань підручника, модифікацію завдань підручника (зміна числових даних, вимоги чи форми проведення). При повторному розв'язуванні задач (2-4 номери, бажано на одному розвороті підручника) учитель відводить час для обдумування (2-3 хв), а потім пропонує повідомити план розв'язування кожної із задач чи саме розв'язання.

Якщо для постановки завдань учитель широко застосовує наочність, то учні швидше працюють. Проте все це не знімає "навчального моменту" – учитель на якусь мить уповільнює хід роботи, вимагаючи обґрунтувати відповідь чи пояснити хід розв'язання одного із завдань. Під час усної лічби застосовуються цікаві форми роботи та елементи змагання.

### *Математичні диктанти як одна з форм усних обчислень*

У початкових класах математичні диктанти застосовуються на різних етапах уроку. Вони є добрим засобом зворотного зв'язку між учителем і учнями. Виконуючи завдання диктантів, учні стають організованішими, швидше зосереджуються. Проведення математичних диктантів на етапі усної лічби сприяє не тільки розвитку навичок обчислення, а й підвищенню їх математичної культури, збагаченню математичної мови.

Текст математичних диктантів записують у плані-конспекті уроку. Текст диктанту варто прочитати спочатку в цілому, щоб учні знали, що від них вимагається.

У математичних диктантах часто записують не тільки відповіді, а й числові вирази. Проте на етапі усної лічби здебільшого зазначають лише відповіді. Тому результати диктанту слід аналізувати відразу ж після його проведення.

На виконання завдань диктанту відводиться від кількох секунд до двох хвилин. Оскільки арифметичні операції за трудністю різні, то диктант треба проаналізувати, щоб паузи були потрібної тривалості.

Наводимо зразки формулювань завдань на одну і дві дії.

1. Завдання на одну дію: 1) знайти суму чисел 25 і 7; 2) зменшуване 30, від'ємник 8, знайти різницю; 3) число 83 зменшити на 8; 4) знайти частку чисел 24 і 8; 5) число 12 збільшити у 3 рази; 6) число 207 розкласти на розрядні доданки; 7) записати найбільше число четвертого десятка; 8) перший доданок 20, а сума 65, знайти другий доданок; 9) на скільки 14 менше від 30?

2. Завдання на дві дії: 1) суму чисел 12 і 14 зменшити у 2 рази; 2) різницю чисел 320 і 140 зменшити на 60; 3) частку чисел 81 і 3 зменшити на 9; 4) знайти добуток суми чисел 60 і 20 і числа 4; 5) число 400 зменшити на добуток чисел 40 і 5; 6) два олівці коштують 6 к. Скільки треба заплатити за 8 таких олівців?

### *Засоби зворотного зв'язку*

Виконуючи завдання з усної лічби, учні піднімають руку і з дозволу вчителя усно повідомляють відповідь. Нерідко вчителі пропонують дітям показати відповіді за допомогою розрізних цифр. Це допомагає включати в роботу всіх учнів, а учитель бачить, як діти справились із завданням. Застосування розрізних цифр зручне для випадку дій у межах 10. За межами десятка повідомлення відповідей за допомогою розрізних цифр дещо ускладнюється. Тому в практиці розроблені й інші засоби зворотного зв'язку. Розглянемо деякі з них.

### **Віяло**

Розрізні цифри скріплено у вигляді віяла. З одного боку віяла написані одноцифрові числа, а з другого – числа другого десятка (рис.2). До нього можна додати "обкладинки" або окрему картку, з одного боку зеленого кольору (так, згоден, пропускаю

відповідь), а з другого – червоного (ні, не згодний, не пропускаю відповідь).

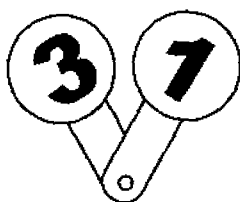


Рис. 2

### Сигнальний блокнот

У блокноті всього 18 аркушів, половина з яких розрізана пополам. На цих половинках написані великого розміру цифри. Перекидаючи сторінки блокнота, можна утворити будь-яке двоцифрове число. Для швидкого відшукування потрібної цифри сторінки блокнота позначено відповідними маленькими цифрами. На першому малюнку подано загальний вигляд сигнального блока, а на другому – блокнот зображено в робочому положенні (лінійні розміри його зменшено в 4 рази) (рис. 3).

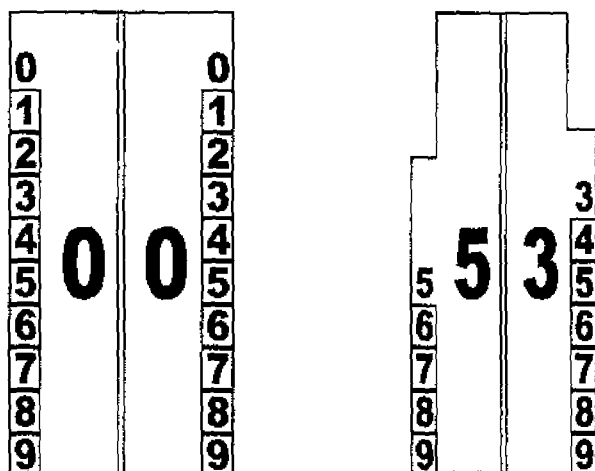


Рис. 3

## Числова книжка

Для виготовлення числової книжки потрібний учнівський зошит в клітку на 12 аркушів. Половину зошита відрізають (уздовж). На кожному розвороті записують по 10 чисел. На першій сторінці можна розмістити знаки "менше", "дорівнює", "більше" і число нуль.

Щоб швидко знайти потрібний розворот, справа роблять вирізи для записування меж чисел: 1-10, 11-20, ... , 91-100. на малюнку подано один з розворотів числової книжки.

Досвід використання числової книжки дає можливість стверджувати про її ефективність. Це найпростіший посібник для зворотного зв'язку.

31	36	
32	37	31-40
33	38	41-50
34	39	51-60
35	40	61-70
		71-80
		81-90
		91-100

Звернемо увагу на деякі загальні питання усного обчислення:

- усні обчислення потрібно проводити регулярно в усіх початкових класах;
- навчання усного обчислення треба органічно пов'язувати з усвідомленням програмного матеріалу;
- необхідно дбати про те, щоб обчислення, де тільки можливо, учні виконували усно;
- слід урізноманітнювати форми завдань з усних обчислень, дбаючи про розвиток у дітей як зорової, так і слухової пам'яті;
- треба постійно стимулювати учнів до виконання усних обчислень.



## 3.2. Опрацювання нового матеріалу

### 3.2.1. Підготовка до вивчення нового матеріалу

В широкому розумінні підготовчий етап включає такі завдання:

а) відтворення опорних знань та деяких прийомів пізнавальної діяльності, окремих загальних умінь чи вмій виконувати розумові операції (актуалізація знань);

б) уточнення чуттєвого досвіду дітей і уявлення про термін відповідно до наукового розуміння поняття;

в) повідомлення теми і мотивування пізнавальної діяльності.

Підготовка до вивчення нового матеріалу здійснюється переважно у процесі виконання учнями системи підготовчих вправ. У доборі таких вправ враховуються особливості нового матеріалу: теоретичні знання (поняття, закономірності), нові випадки усних або письмових обчислень, розв'язування задач нового виду. Зокрема, у ході підготовки до ознайомлення учнів з теоретичним матеріалом за допомогою вправ потрібно створити своєрідну наочну модель нового знання. Нерідко тут допомагає самостійне виконання дітьми операцій над множинами предметів. Наприклад, об'єднання чи поділ предметних множин під час ознайомлення з діями додавання або ділення, поділ смужки на рівні частини при ознайомленні з дробами, зв'язування паличок у пучки-десятки при вивченні нумерації чисел першої сотні.

У 1-4 класах тему і мету уроку (тему нового матеріалу) краще повідомляти не на початку заняття, а під час переходу до вивчення нового матеріалу.

Повідомляти тему заняття бажано різними способами: проблемне введення нової теми; створення ситуації переходу "знаю – не знаю"; прийом утруднення; прийом аналізу відповідей.

На уроці математики актуалізація знань часто поєднується з опитуванням учнів або усною лічбою. У разі потреби для актуалізації знань перед вивченням нового матеріалу спеціально відводиться 3-10 хв уроку.

У процесі первинного закріплення треба показати застосування нових знань та їх місце в системі математичних знань.

### 3.2.2. Методи опрацювання нового матеріалу

Вибір методів для засвоєння того чи іншого матеріалу учнями залежить від мети навчання, змісту навчального предмета, особливостей мислительної діяльності учнів і від рівня здобутих ними раніше знань, умінь і навичок. Конкретно предметом методики викладання математики є: по-перше, дослідження можливостей реалізації розроблених дидактикою загальних методів навчання математики (потрібно конкретизувати і модифікувати загальні методи навчання з урахуванням специфіки математики); по-друге, доповнення системи загальних методів (спеціальними методами навчання, які відображають основні методи пізнання, що застосовуються в самій математиці).

Відразу зазначимо, що перед методикою навчання математики в початкових класах стоїть тільки перше завдання. Потреба в доповненні ще не набуває актуальності. Вивчення математики в 1-4 класах достатньою мірою забезпечується на основі реалізації загальних методів. Потрібно визначити, якими саме методами вивчається новий математичний матеріал, та висвітлити методику їх застосування.

Методи, що пропонуються для ознайомлення з новим матеріалом, подаємо у порядку підвищення активності пізнавальної діяльності учнів: розповідь-оповідь; пояснення; метод проблемного викладу знань учителем; репродуктивна бесіда; бесіда із застосуванням прийому аналогії; евристично-дедуктивна бесіда; евристично-індуктивна бесіда; експериментально-практичний метод; самостійна робота учнів з підручником; самостійно-пошуковий метод.

Традиційно перші три методи відносять до методу усного викладу, четвертий-сьомий до методу бесіди, восьмий – до практичних методів і дев'ятий та десятий до методу самостійної роботи.

Методи усного викладу використовують у процесі ознайомлення з такими матеріалами:

а) деякими загальними математичними поняттями (десятькова система числення; принципи усної і письмової систем нумерації; метричні системи мір; арифметичні дії; таблиці арифметичних дій; поняття математичного виразу, рівняння, геометричні фігури тощо);

б) теоретичними відомостями (правила порядку виконання арифметичних дій; математичні терміни, відомості з історії математики);

в) деякими прийомами обчислень (множення на 1 та 0; ділення на 1, алгоритми письмового виконання арифметичних дій);

г) окремими видами нових задач (вибірково);

д) будовою та інструкцією використання інструментів і вимірювальних приладів (лінійка, циркуль, терези, палетка).

Метод бесіди застосовується для ознайомлення з такими матеріалами:

а) закономірностями (властивості арифметичних дій; взаємозв'язки між математичними поняттями, зв'язки між компонентами і результатами арифметичних дій; пропорційна залежність між величинами);

б) знаннями практичного характеру, які вводяться на основі теоретичних знань (обчислювальні прийоми; прийоми розв'язування рівнянь; знаходження числових значень величин за відомими формулами);

в) задачами нового виду.

Запитання, які ставляться в ході бесіди, за своїми функціями можна поділити на три групи:

1) репродуктивно-мнемічні запитання, що активізують лише роботу пам'яті і спрямовані на відтворення або закріплення раніше вивченого;

2) репродуктивно-пізнавальні запитання, що стимулюють репродуктивну пізнавальну діяльність, спрямовану на розв'язування задач раніше засвоєними способами, і не дають учням принципово нових знань;

3) продуктивно-пізнавальні запитання, що стимулюють пошукову пізнавальну діяльність учнів і дають їм істотно нові знання.

Перша група завдань відтворює діалог учителя і учнів, коли основні повідомлення робить сам учитель. Це бесіда-пояснення або репродуктивна бесіда. Друга і третя групи завдань реалізуються на основі бесіди евристичного характеру. Для другої групи завдань властивий дедуктивний хід бесіди, а для третьої – індуктивний.

*Експериментально-практичний метод* застосовується у тих випадках, коли можна легко зробити предметну модель математичної проблеми чи застосовувати вимірювання.

*Самостійна робота* як метод опрацювання нового матеріалу може застосовуватись для різного виду математичних знань. Але в початкових класах на етапі опрацювання нового матеріалу вона сприяє насамперед розвитку вмінь самостійно працювати. Тому у виборі навчального матеріалу істотне значення має зручність та ефективність методу самостійної роботи для розвитку навичок самостійності.

Значна частина матеріалу в підручнику з математики призначена для самостійної роботи в класі та вдома. Це репродуктивна робота на виконання обчислень та розв'язування задач. У діючих підручниках чотирирічної початкової школи у багатьох випадках подано повне пояснення нового матеріалу. Реалізується пояснення здебільшого за допомогою системи вправ. На основі виконаних прикладів діти роблять узагальнення. Рівень пізнавальної активності варіюється в широкому діапазоні: від здобування знань у готовому вигляді до здобування їх на основі дослідницької роботи.

Орієнтиром у поєднанні репродуктивних і продуктивних методів опрацювання нового матеріалу, у розвитку математичних здібностей молодших школярів мають бути риси творчої діяльності: 1) перенесення знань і умінь в нову ситуацію; 2) бачення нової проблеми в знайомій ситуації (відшукування нового прийому обчислення); 3) бачення нової функції об'єкта (учнівська лінійка як одиниця вимірювання довжини); 4) самостійне комбінування відомих способів діяльності в новий спосіб (розв'язування задач на пропорційне ділення); 5) вміння аналізувати новий об'єкт, бачити в ньому істотне та неістотне; 6) розуміння можливостей різних способів розв'язування даної проблеми; 7) побудова нового способу доведення, який не є комбінацією відомих.

Засвоєння знань включає і засвоєння інформації про способи дії. Щоб засвоїти способи діяльності, учень має багато раз застосовувати знання і навички у схожій ситуації, він повинен відтворювати їх. Треба, щоб цей спосіб став досконалим умінням, а його елементи – навичками.

Коротко розглянемо метод програмованого навчання, який набув певного поширення в 70-х роках. Його суть полягає в тому, що навчальний матеріал розподіляють на невеликі частини (кадри). Ознайомившись з матеріалом першого кадру і продумавши його, учень для самоконтролю дає відповідь на одне чи кілька запитань, виконує вправу. Переконавшись у правильності відповіді, він працює над завданнями наступного кадру.

Методом програмованого навчання кожний учень вивчає матеріал індивідуально, за своїм темпом, виявляючи при цьому найбільший ступінь самостійності. Отже, використання деяких прийомів програмованого навчання доцільне. У багатьох випадках його можна практикувати на основі дозування матеріалу підручника.

### *3.2.3. Первинне закріплення*

Закріплення – один з етапів оволодіння знаннями. Завдання полягає в тому, щоб зберегти на тривалий час здобуті знання. Принцип міцності засвоєння знань потребує закріплення знань, умінь і навичок. На уроці пізнання нового матеріалу нерідко переходить в його закріплення або чергується з ним. Тому в процесі закріплення варто виділяти етап первинного закріплення.

Первинне закріплення йде після сприймання нового матеріалу і здійснюється під безпосереднім керівництвом учителя. Основна його мета полягає в тому, щоб дізнатися, чи зрозуміли діти новий матеріал, і показати, як його застосовувати.

Щоб учні краще осмислили новий матеріал на етапі первинного закріплення, потрібно розчленовувати інформацію на невеликі частини, подавати зразки розв'язання прикладів і задач.

Одна з форм роботи – розв'язування задач і вправ (пробні вправи, попереджувальні, коментовані, пояснювальні).

Зауважимо, що коментоване розв'язування вправ – не легка справа. Адже щоб давати пояснення, треба не тільки знати правила, а й уміти їх застосовувати. Більше того, потрібно бачити потребу в застосуванні певного правила. Тому при первинному закріпленні спочатку коментує вчитель, потім сильніші учні, після цього за бажанням і за викликом. Зрозуміло, що в цьому виникає потреба тоді, коли клас зовсім не має відповідних навичок.

Основна мета коментованого розв'язування вправ – довести знання учнів до повного усвідомлення, озброїти школярів способами виконання певних дій.

Розглянемо зразки організації первинного закріплення при вивченні різного програмного матеріалу.

**Тема.** Таблиці додавання і віднімання числа 3.

**Первинне закріплення.** 1. Прочитати таблицю додавання числа 3 у підручнику. Пояснити, як знайшли, що  $6 + 3 = 9$ .

2. Прочитати таблицю віднімання числа 3. Пояснити за малюнком підручника, що  $8 - 3 = 5$ .

3. Користуючись таблицею, розв'язати задачу. У Остапа 4 іграшкових автомобілі, у Тараса на 3 більше. Скільки автомобілів у Тараса?

4. Скласти задачу, для розв'язання якої потрібно було б розв'язати приклад  $9 - 3$ .

Потім учні розв'язують приклади на додавання і віднімання чисел 0, 1, 2 і 3, тобто закріплення поєднується з повторенням.

**Тема.** Ділення числа на добуток.

**Первинне закріплення.** 1. Обчислити з коментуванням вираз  $18:(2 \cdot 3)$  двома способами.

2. Обчислити вираз  $72:(3 \cdot 2)$  зручним способом.

3. Виконати з коментуванням ділення  $48:16$ , розклавши дільник на зручні множники.

**Тема.** Ділення багатоцифрових чисел на двоцифрове число (загальний випадок).

**Первинне закріплення.**

1. Користуючись виконаними записами, повторно пояснити знаходження частки чисел 15072 і 48.

2. Пояснити на якому-небудь прикладі, як визначити, скільки цифр буде у частці.

$$\begin{array}{r}
 15072 \overline{) 48} \\
 \underline{144} \phantom{00} \\
 67 \phantom{00} \\
 \underline{48} \phantom{00} \\
 192 \phantom{00} \\
 \underline{192} \\
 0
 \end{array}$$

З наведених зразків видно, що первинне закріплення вже включає елементи самостійних повідомлень учнів. Тому за ним здебільшого йде самостійна робота всього класу, яка розглядається як закріплення матеріалу.

### 3.3. Закріплення й узагальнення знань учнів

Розглянемо організацію навчальної діяльності учнів на останньому етапі комбінованого уроку, що включає закріплення і повторення, повідомлення домашньої роботи та підсумки уроку. У кожній з цих складових можуть бути елементи узагальнення (узагальнююча бесіда, побудова схеми, визначення опорних слів тощо).

#### 3.3.1. Закріплення і повторення

Засвоєння знань, формування умінь і навичок відбувається при розв'язуванні різноманітних тренувальних і творчих вправ і задач.

На закріплення матеріалу не слід шкодувати часу. У середньому на цей етап уроку відводиться 15 хвилин. Закріплення має організовуватися за принципом свідомого й міцного засвоєння знань. Важливо забезпечити максимальний вияв самостійності учнів. Для цього створюються різні ситуації щодо застосування знань, нові знання розглядаються в різних аспектах. Під час закріплення вдаються до конкретизації та узагальнення, до порівняння, класифікації, з'ясування причинно-наслідкових зв'язків.

При визначенні змісту повторення треба враховувати вимоги до знань, умінь і навичок на кінець навчання в кожному класі. Ці вимоги відображені у програмах і підручниках. Зважаючи на наявність дидактичних матеріалів, учитель уточнює зміст роботи, варіює завдання, визначає форму їх виконання (фронтальна, колективно-групова, індивідуальна), способи диференційованого підходу до учнів з різною успішністю, засоби зворотного зв'язку тощо.

Розглянемо організацію навчальної діяльності учнів за матеріалами підручника, індивідуальних карток та зошитів з друкованою основою.

## Робота за підручником та записами на дошці

Організацію навчальної роботи учнів будемо описувати в порядку розкриття різних способів диференційованого підходу.

**Перший спосіб.** Завдання для самостійної роботи пропонуються в одному чи двох варіантах. Для учнів, які закінчать виконувати роботу раніше від інших, пропонуються додаткові завдання. Учитель записує їх на дошці або на окремих картках.

**Тема закріплення.** Віднімання двоцифрових чисел без переходу через десяток.

Завдання для самостійної роботи.

Розв'язати приклади:

$100 - 1$	$99 - 12$	$20 + 80$	$54 - 21$
$33 - 3$	$30 - 1$	$87 - 33$	$29 - 9$

Додаткове завдання. З поданих прикладів розв'язати ті, які зможете:

$23 + 45$	$87 - 25$	$47 + 47$	$75 - 17$
$23 + 49$	$87 - 29$	$33 + 33$	$75 - 15$

**Другий спосіб.** Завдання для самостійної роботи добирають у двох варіантах, причому в кожному воно підпорядковане одній і тій самій меті, але одне з них легше.

**Тема закріплення.** Розв'язування задач на 2 дії, що включають збільшення або зменшення числа на кілька одиниць.

**I варіант.** Розв'язати задачу №... (за підручником).

**II варіант.** Повторно розв'язати задачу №... (за підручником).

Пропонуючи повторне розв'язування задачі як прийом диференціації, виходимо з того, що дидактичні вимоги до повторення вивченого стосуються однаковою мірою і розв'язування задачі, і виконання вправ. Повторення відіграє важливу роль у закріпленні та розвитку вмінь учнів.

**Третій спосіб.** Завдання для всіх учнів пропонуються в одному варіанті. Диференційований підхід здійснюється за допомогою відповідного інструктажу.

**Тема закріплення.** Розвиток умінь учнів розв'язувати задачі на 2 і 3 дії.

Учитель добирає з підручника або записує на дошці 3 задачі в порядку зростання їх трудності. Учні пропонують розв'язати другу задачу.



Діти, які виконали завдання, за вказівкою вчителя починають розв'язувати задачу 3, а ті, хто не зміг упоратися з другим завданням, пробують розв'язати задачу 1.

1. 12 морквин роздали чотирьом кролям порівну. По скільки морквин дали кожному кролеві?

2. Мати купила 15 кг помідорів. 3 кг помідорів вона залишила свіжими, а решту законсервувала порівну в 4 банках. Скільки кілограмів помідорів вона клала в кожен банку?

3. У дитячому садку за тиждень витратили 60 кг борошна. 4 дні витрачали по 12 кг щодня, а решту витратили порівну на наступні 3 дні. По скільки кілограмів борошна витрачали в останні 3 дні?

**Четвертий спосіб.** Завдання пропонуються в одному чи двох варіантах. Слабшим учням подається допомога у вигляді індивідуальних карток.

Як спосіб диференційованого підходу застосовується також виконання завдань за визначений час. Учням пропонується один або кілька варіантів і зазначається тривалість роботи. Кожен школяр працює в своєму темпі. Для цього зручно давати приклади і задачі, що вже розв'язувались (пропонуються відразу кілька задач). Наприклад, одні учні працюють над задачами, що подані на певній сторінці підручника під парними номерами, інші – над тими, що під непарними.

Зауважимо, що повторне розв'язування задач доцільно практикувати частіше, оскільки воно поглиблює знання дітей про вид задачі, сприяє розвитку пам'яті. Повторне пояснення способу розв'язання задачі сприяє розвитку в учнів зв'язного мовлення, закріпленню раніше утворених зв'язків.

### *Навчальна робота за індивідуальними картками*

Робота за індивідуальними картками є поширеною формою організації навчальної діяльності молодших школярів. Вона практикується на всіх етапах уроку, але здебільшого під час закріплення. За допомогою карток із завданнями неважко здійснювати диференційований підхід: допомагати учням, які повільніше сприймають матеріал, ставити підвищені вимоги до сильних учнів.

В умовах класно-урочної форми навчання програмний матеріал подається одночасно для всіх учнів, тому на уроці в різних варіантах пропонуються завдання, що мають спільну пізнавальну мету, але відрізняються ступенем труднощі чи мірою допомоги.

Основні прийоми диференціювання завдань такі: ускладнення змісту на основі додаткових вимог, полегшення змісту, подання допомоги у виконанні завдань, зменшення чи збільшення обсягу завдань, включення додаткових (необов'язкових) завдань. Інколи диференційований підхід полягає в тому, що учень виконує ту частину завдання, яку встигає зробити за визначений учителем час.

Особливої уваги потребує варіант завдань з елементами допомоги. Способи допомоги різні: подання зразка розв'язання, плану або схеми розв'язування; інформації, потрібної для виконання завдання; конкретизація завдання; повідомлення початку розв'язання завдання.

Додаткові завдання – це здебільшого завдання з логічним навантаженням. Невиконання учнем додаткових завдань не впливає на його оцінку в балах. Робота над ними оцінюється словесно і, як правило, в позитивному плані. додаткові завдання можуть бути не тільки у варіантах для сильних учнів, а й для інших. У цьому разі вони мають бути цікаві, але неважкі. Такі варіанти зовні менше відрізняються один від одного, а отже, менш помітний поділ учнів на групи за успішністю.

Перевіряють правильність виконання завдань та підбивають підсумки самостійної роботи відразу на даному уроці. Форми перевірки такі, як і домашньої роботи. Однак доцільно збільшити роль взаємоперевірки.

Самостійну роботу всіх учнів класу за картками бажано практикувати хоч би раз на тиждень. Для цього використовують дидактичні матеріали. Якщо виникає потреба, варіанти серій, які використовуються для фронтальної роботи, дублюють.

### *Організація колективно-групової роботи*

Заслужовує на увагу досвід тих учителів, які на етапі закріплення організують колективно-групові форми роботи. Учні, які сидять на двох суміжних партах, утворюють групу. Отже, у групі 4 дітей. На один-два місяці вони обирають керівника групи. Усі члени групи здебільшого виконують одну й ту саму ро-

боту. Учні, які швидко і правильно виконали завдання, допомагають іншим: перевіряють правильність відповідей, вказують на помилки, готують до пояснення перед класом розв'язання завдань. Завдання вважаються виконаними, якщо їх зробили всі члени групи і підготувалися до відповіді. Про результати роботи доповідає хтось із групи, за вказівкою вчителя.

Усі групи можуть виконувати різні або одні й ті самі завдання.

### 3.3.2. Домашнє завдання

Домашня робота – це самостійне виконання учнями навчальних завдань поза уроками. Молодші школярі виконують її вдома або в групі подовженого дня. Тому таку навчальну роботу називають самопідготовкою.

Домашні завдання з математики за обсягом мають бути такими, щоб другокласники встигли їх виконати за 15-20 хв., третьокласники – за 25-30хв., четверокласники – за 30-35 хв. Учні першого класу чотирирічної початкової школи домашніх завдань не задають. А на вихідні та святкові дні не дають завдань усім молодшим школярам.

Найпоширенішим видом самостійної роботи вдома є розв'язування прикладів і задач. Іноді пропонується завчити напам'ять яку-небудь таблицю або правило. Варто посилити елемент творчості у виконанні домашніх завдань, практикувати додаткову роботу над задачею, що розв'язувалась на уроці: змінити числові дані чи запитання, скласти і розв'язати подібну чи обернену задачу до даної тощо. Цінними з погляду усвідомлення структури арифметичної задачі є вправи на складання і розв'язування простих задач на певну дію, за поданими числами, на задану функціональну залежність між величинами. Бажано також збільшити кількість завдань на побудову і моделювання геометричних фігур та вимірювання. Заслуговує на увагу досвід учителів, які добирають задачі на кмітливість та логічні, задачі-жарту, головоломки тощо.

Види і зміст самостійної роботи з математики вдома доцільно урізноманітнювати. Але це стосується всього комплексу домашніх завдань на тиждень або чверть. А ті завдання, що пропонуються на один день, мають бути більш-менш однакового змісту і однакові за формою. Різноплановість короткочасних за-

вдань розпорошує увагу дітей і призводить, як правило, до перевантаження. Крім того, створюються додаткові труднощі під час пояснення і перевірки таких завдань.

Не слід намагатися охопити домашнім завданням всі питання, які розглядаються в класі: теоретичний матеріал, приклади, задачі, практичні вправи. Навчальна праця учнів удома буде ефективною, якщо вони працюватимуть 15-25 хв щоденно над якимось одним поняттям, обчислювальним прийомом.

Добір матеріалу, який має закріплюватися вдома, визначається головною метою проведеного уроку чи темою, що вивчається або повторюється. Проте це не виключає потреби в чергуванні видів домашньої роботи.

Один-два рази на тиждень варто пропонувати дітям розв'язувати приклади, виконувати вправи на опрацювання способу обчислення чи на формування обчислювальних умінь і навичок; один-два рази на тиждень учні розв'язуватимуть удома лише задачі з метою усвідомлення способу розв'язування чи розкриття функціональної залежності.

Якщо учням пропонуються тільки задачі, то їх має бути три. Дві задачі є обов'язковими для всіх учнів, а третя – для бажаних.

Один-два рази на місяць для домашньої роботи варто пропонувати повторне розв'язування 4-5 задач. Розв'язування однієї з них (за власним вибором) учні записують у зошит, решту розв'язують усно. У процесі перевірки вчитель може запропонувати учневі розв'язати будь-яку із заданих додому задач.

Окремим видом домашніх завдань може бути опрацювання теоретичного матеріалу, заучування таблиць напам'ять, виконання практичної роботи (вимірювання, креслення, вирізування).

Чергування видів завдань не означає, що треба повністю відмовитися від комбінованих завдань.

Домашні завдання можуть включати не тільки ті питання, що вивчалися на уроці, а й самостійне вивчення нового матеріалу, зокрема, у третіх-четвертих класах.

Бажано складати перспективно-тематичний план домашніх завдань, який тісно пов'язувався б з календарним планом. У ньому мають відобразитись ідея групування навколо вузлових тем та диференційований підхід до учнів. Наприклад, вивчення

таблиць множення числа 3 і ділення на 3; навчання додавання двоцифрових чисел з переходом через десяток; навчання розв'язувати задачі на зведення до одиниці тощо.

Учитель керує самостійною домашньою роботою школярів як безпосередньо (інструктує дітей, як виконати певне домашнє завдання), так і опосередковано (організовує допомогу вихователів і батьків). Батьки, як і вихователі, повинні знати, де і як діти мають занотувувати зміст домашніх завдань; як оформляти записи в зошиті; який матеріал слід опрацювати досконало, а з яким тільки ознайомитися; як допомогти дочці чи синові, якщо вони не можуть розв'язати задачу або опанувати обчислювальним прийомом; у чому полягає контроль за виконанням завдань і як його здійснювати.

Крім того, учитель ознайомлює батьків з нормативами часу, що відводиться на виконання завдань, з орієнтовним режимом дня тощо.

Інструктаж учнів щодо виконання домашнього завдання розпочинається з оголошення його змісту. Це короткий, але важливий момент уроку, що пов'язує класну і домашню роботу школярів. Тому завдання додому треба давати своєчасно (не обов'язково в кінці уроку) і зосереджувати на ньому увагу всіх учнів. Іноді доцільно робити це і в середині уроку, наприклад, одночасно з оголошенням самостійного завдання на уроці.

Інструктуючи, необхідно чітко вказати: 1) що треба прочитати (вивчити чи переглянути) перед розв'язанням задач, прикладів; 2) як виконувати завдання: усно чи письмово; 3) як записувати умову задачі; 4) яким способом розв'язувати задачу: числовим виразом чи окремим діями.

Крім того, учитель повинен додатково пояснювати окремі моменти у розв'язуванні прикладів і задач, заданих додому, якщо в цьому виникає потреба.

Додаткові пояснення охоплюють такі види роботи: читання тексту задачі і пояснення нових термінів (слів); розбір задачі (який може супроводжуватись її схематичним записом) і складання (усно) плану її розв'язування; визначення подібних вправ, що були опрацьовані раніше; розв'язування для зразка одного з прикладів домашнього завдання; повторення правил, на основі яких виконується обчислення; вказівки про розміщення записів у зошитах тощо.

Не завжди такі додаткові пояснення потрібні всім учням класу, здебільшого – лише тим, хто не встигає. Учитель залишає їх на кілька хвилин після уроків і допомагає розібратися в домашньому завданні.

Заслугує на увагу подання учням орієнтирів для самоконтролю під час виконання домашніх завдань.

Позитивні результати дає розв'язування прикладів з наведеними відповідями. Розв'язавши приклад, учень звіряє свою відповідь з правильною. Якщо відповідь неправильна, він обчислює вдруге, шукає помилку, просить допомоги вихователя чи батьків.

### 3.3.3. Підсумки уроку

Підведення підсумків уроку – найкоротший етап уроку, його тривалість 1-2 хвилини. За цей час треба розв'язати два завдання: 1) стисло проінформувати, про що дізналися учні на уроці, які знання здобули; 2) оцінити роботу окремих учнів, працю всього класу; 3) зазначити, чи досягнута поставлена мета.

У багатьох випадках підсумки уроку можна підбити і на основі записів, поданих у підручнику.

В оцінці діяльності учнів учитель відзначає, з одного боку, вдалі відповіді, активність, оригінальність, дисциплінованість, а з другого – неухажність, байдужість. Проте у загальному висновку бажано наголосити на позитивному зрушенні класу в цілому і кожного учня зокрема. Урок має залишати в учнів емоційно-бадьорий настрій. Отже, підсумки уроку мають сприяти формуванню навчальних мотивів.

Останнім етапом уроку для вчителя має бути його самоаналіз. Треба зробити відповідні помітки: що було вдалим, що не досягло мети. Особливу увагу в аналізі уроку звертають на діяльність учнів на уроці та позитивні зрушення в ставленні до навчання окремих з них, причини цих зрушень. Самоаналіз проведеного уроку – це початок підготовки до наступного.

#### § 4. Особливості уроку математики в I класі

У проведенні уроків з шестирічками зберігає своє значення основний методичний підхід вивчення математики в початкових класах. Вивчення і опрацювання нового матеріалу, закріплення і засвоєння знань здійснюється за допомогою системи вправ. Вправи здебільшого мають предметно-практичний характер. Крім того, застосовуються пізнавально-дидактичні ігри.

Програмний матеріал учні шестирічного віку засвоюють в результаті багаторазового повторення практичних дій. Тому не бажано практичні роботи замінювати демонструванням їх. Демонстрування – це початок роботи над засвоєнням якихось знань. Учням потрібно не тільки побачити, як виконуються певні дії, а й самим виконати їх. Для багатьох вправ характерна така послідовність: а) демонстраційне виконання вправи вчителем; б) фронтальна колективна робота – один учень, користуючись демонстраційними наочними посібниками, виконує вправу біля дошки, а решта учнів класу виконує її на індивідуальному набірному полотні; в) самостійна практична робота.

Зміст практичних робіт значною мірою визначається підручником. У першому півріччі на практичні вправи і демонстрації відводиться 15-20 хвилин уроку, на роботу в зошиті 7-10 хвилин, решта часу – на інші види навчальної роботи. Зауважимо, що робота з підручником здебільшого має практичний характер.

Уміння працювати з підручником належить до загальнонавчальних умінь. А отже, розвитку такого вміння потрібно приділяти належну увагу.

У роботі з підручником слід виділяти: опрацювання нового матеріалу, самостійну роботу репродуктивного характеру, повторення вивченого матеріалу.

Методика опрацювання нового матеріалу визначена в основному системою завдань підручника. Керуючись нею, вчитель ознайомлює дітей з новим матеріалом спочатку шляхом бесіди чи короткого повідомлення. Пояснення включає відповідні демонстрації та практичні вправи. Завдання в підручнику в такому разі використовується для первинного закріплення. Під керівництвом учителя учні розглядають у підручнику малюнки і записи, усно відповідають на поставлені запитання, виконують потрібні практичні завдання.

При розгляданні нового матеріалу, який є аналогічним попередньому, послідовність дій можна змінювати: спочатку проводиться бесіда за матеріалом підручника, а потім організовується фронтальна та індивідуальна робота на основі наочних посібників і практичних вправ.

Запитання і вправи репродуктивного характеру, що охоплюють всі питання кожної теми, у поєднанні з бесідою вчителя сприяють активному осмисленню, запам'ятовуванню, закріпленню та узагальненню нового матеріалу. Крім того, вони дають цілісну картину засвоєння його учнями. У першому класі це вправи на лічбу, написання цифр, порівняння чисел, їх склад, заучування таблиць додавання і віднімання, розв'язування прикладів, побудову відрізків та вимірювання їх довжин.

Репродуктивна самостійна робота з підручником здебільшого організується за поданим у ньому зразком. Деякі завдання учні виконують під диктовку вчителя. Нерідко робота проводиться поетапно, з перевіркою правильності виконання кожної частини завдання.

Повторення за підручником вивченого матеріалу проводиться у формі фронтальної бесіди, усного або письмового виконання завдання. Робота часто поєднується з демонстраціями на набірному полотні чи записами на дошці.

**Ігрові ситуації.** Застосувати ігрові ситуації найбільш корисно під час розв'язування прикладів і задач. З досвіду роботи відомо, що основним видом (будемо називати його *першим видом*) ігрової ситуації у першому класі є використання персонажів казок, мультфільмів, оповідань. Постановка звичайних навчальних запитань і завдань з участю Незнайка, Буратіно збуджує інтерес і підтримує активну діяльність кожної дитини протягом тривалого часу (5-7 хв).

Прийоми залучення знайомих дітям персонажів елементарно прості. Здебільшого використовується лялька для зображення дійової особи. Її слова промовляє учитель. Суть ігрової ситуації з'ясовується у вступній частині: "Незнайці треба знайти помилку", "Буратіно треба виручити з біди", "Чебурашці треба допомогти розв'язати задачу". Далі йде формулювання завдання чи умова задачі. Значна частина завдань використовується з підручника.



Варіаціями ігрової ситуації є читання листа від Буратіно, слухання прохання Незнайки, що звучить по телефону чи записане на магнітофонну плівку.

*Другим видом* ігрових ситуацій є використання у сюжеті задач дій тварин. Наприклад: На галявині гралися трое зайченят. До них прибігли ще 2 зайчики. Скільки зайченят стало на галявині?

Такі сюжети використовують не тільки для розв'язування задачі, а й для її складання.

До *третього виду* ігрових ситуацій відносять так звані лічилки або цікаві вправи. Це віршовані завдання. Зрозуміло, що заучувати їх напам'ять учням не слід.

До *четвертого виду* ігрових ситуацій належать ігри-змагання. Здебільшого це парні або групові змагання у розв'язуванні двох стовпчиків прикладів та називанні таблиць арифметичних дій. Варіанти ігор бувають такі: а) хто більше і правильно розв'яже і запише відповідей прикладів за 1 хв; б) хто швидше запише всі випадки складу чисел (8 і 4) з двох доданків; в) хто більше назве прикладів із заданими результатами; г) хто безпомилково і чітко розкаже (запише) таблицю додавання числа 3; д) яка команда безпомилково назве таблицю віднімання числа 2.

В оцінюванні переможців треба знати міру. Не треба їх дуже хвалити. Обов'язково слід знайти щось хороше і в "переможених" (усі вміють розв'язувати такі приклади).

До *п'ятого виду* ігрових ситуацій відносять завдання ушільненого характеру. Цей вид добре ілюструють такі ігри: "Доповнити до числа 5", "Магазин", "Риболов".

До *шостого виду* ігрових ситуацій належать власне математичні ігри. У першому класі це "Кругові приклади", "Лото", "Доміно". Усі вони на додавання і віднімання чисел в межах 10. "Кругові приклади" розв'язують одночасно всі учні, причому самостійно. Гра в лото проводиться на основі індивідуальних карток або на основі натурального ряду чисел від 1 до 10. В останньому випадку вчитель диктує приклад, а учень в натуральному ряді закриває фішкою (кружечком) те число, яке є відповіддю цього прикладу. Якщо відповідь повторюється, то учень кладе на число дві фішки. "Доміно" у I класі використовується як парна гра, тому для її проведення потрібно мати відповідну кількість наборів такої гри.

У практичній роботі використовуються казки, проводяться ігри на відгадування, на розпізнавання фігур чи їх зміну, на кмітливність (яка спирається на кількісну характеристику) тощо. Ігрових ситуацій можна створити багато, але всі вони мають підпорядкуватись головній меті – учень має працювати над математичними завданнями.

## § 5. Окремі види уроків

### 5.1. Урок контрольної роботи

Контроль і корекція знань, умінь і навичок учнів здійснюється на кожному уроці. А через кожні 10-15 уроків опрацювання однієї або кількох тем навчальної програми проводяться письмові контрольні роботи. Добираючи її зміст, учитель враховує результати поточного опитування, він має бути впевненим, що учні в основному засвоїли відповідний програмний матеріал. Ступінь складності роботи має бути середнім.

Розглянемо організаційні питання перевірки. Контрольні роботи проводяться на другому чи на третьому уроці. Протягом тижня учням одного класу пропонують з різних навчальних предметів не більше як дві письмові роботи, а протягом дня – лише одну.

У початкових класах контрольні роботи з математики практикуються в двох варіантах. Добре, коли буде і третій варіант, записаний на окремих аркушах. Його пропонують учням, які навчаються з математики на "3" або взагалі не встигають.

Завдання контрольної роботи записують на дошці до початку уроку (на перерві). Щоб вмістити весь текст, використовують переносні дошки.

Контрольні роботи учні виконують в окремих зошитах, а інспекторські роботи – на окремих подвійних аркушах. На першій сторінці аркуша учень зазначає клас і своє прізвище. Розв'язують завдання учні на другій (внутрішній) сторінці аркуша.

Перш ніж діти почнуть працювати, вчитель читає вголос текстові завдання; дає вказівки щодо розміщення записів на сто-

рінці аркуша, щодо перевірки правильності розв'язання; повідомляє, яким способом (окремими діями чи складанням виразу) слід розв'язувати задачу.

Текстові завдання учні не переписують. Їм не обов'язково також скорочено записувати задачу, оскільки це не входить у зміст контрольної роботи. Проте короткий запис задачі може допомогти учням у її розв'язуванні. Якість виконаного учнем короткого запису задачі не впливає на оцінку його роботи.

Якщо контрольна робота включає математичний диктант, його проводять на початку уроку (спільно для всіх учнів класу). Учитель диктує умови прикладів, відводячи для запису кожної відповіді 10 секунд. Діти записують тільки відповіді, а якщо не знають – проставляють риску.

Розв'язання завдань контрольної роботи молодші школярі мають записувати відразу начисто. Тільки в 4 класі, коли вивчатиметься ділення багатоцифрових чисел, можна дозволити користуватися чернетками. Але і в цьому разі всі обчислення записують у контрольній роботі.

Час, який відводиться на безпосереднє виконання завдань контрольної роботи, не повинен перевищувати 20-25 хвилин у 2 класі, 30-35 хвилин у 3 класі і 35-40 хвилин у 4 класі.

Під час проведення контрольної роботи необхідно забезпечити повну самостійність виконання учнями завдань. Учні, які виконають завдання раніше, учитель пропонує додаткові завдання з підручника. Розв'язання цих завдань діти записують у своєму зошиті для класних і домашніх завдань.

Контрольні роботи весь клас здає учителям одночасно.

Перевіряти контрольні роботи бажано в день їх проведення. При оцінюванні їх керуються нормами оцінок, що подані в методичних рекомендаціях "Контроль та оцінювання навчальних досягнень учнів початкової школи" (К., 2003. – 128 с.).

Результати виконання контрольної роботи доцільно узагальнити в таблиці (табл. 1). Відповідно до узагальненої таблиці можна розграфити таблицю для індивідуального обліку результатів контрольної роботи.

Таблиця 1

	Характер відомостей про розв'язування задач і вправ	Кількість учнів		
		I варіант	II варіант	III варіант
I	1. Розв'язали задачу правильно			
	2. Хід розв'язування задачі правильний і до кінця, але в обчисленнях допущена одна помилка			
	3. Допущено помилки в ході розв'язування або в обчисленнях чи не закінчено розв'язування задачі			
	4. Не починали розв'язувати задачі			
II	Розв'язали приклади правильно			
	I варіант		II варіант	
	1)			
	2)			
	3)			
	4)			
	5)			
	6)			
	7)			
	8)			
III	Правильно виконали третє завдання			

Оцінки	"5"	"4"	"3"	"2"	"1"
За контрольну роботу					

Проаналізувати результати контрольної роботи треба на наступному уроці. Аналіз включає дві частини: загальну характеристику результатів контрольної роботи і аналіз помилок.

Спочатку вчитель оцінює роботу класу в цілому (чи достатній рівень знань виявили учні класу). Загальна оцінка підтверджується кількістю робіт, виконаних з оцінкою "5", "4", "3" чи "2", кількістю учнів, які правильно розв'язали задачу та виконали обчислення.

Аналіз помилок проводиться у вигляді бесіди. Учитель вказує на помилки у розв'язуванні і пропонує з'ясувати їх причини, розв'язати завдання правильно. Після розбирання помилок у задачах учні розв'язують їх самостійно, обмінявшись варіантами. Як правило, у ході аналізу повторюється теоретичний матеріал, який є основою виконання завдань контрольної роботи.

Домашні завдання на цьому уроці даються з урахуванням результатів роботи. Зміст домашньої роботи визначається з урахуванням диференційованого підходу.

Тексти підсумкових контрольних робіт за півріччя і навчальний рік для 2-4 класів друкуються в журналі "Початкова школа".

Більшість контрольних письмових робіт, які проводяться вчителем, є тематичними. Директорські та інспекторські роботи за своїм спрямуванням ближчі до підсумкових за чверть. Вони охоплюють ту тему, яку учні завершили вивчати на час перевірки, а також найважливіші питання з попередніх тем.

Зауважимо, що інспекторську контрольну роботу у початкових класах повністю організовує (за винятком добору текстів) і проводить сам учитель. Він не тільки записує та ознайомлює учнів із завданнями, а й стежить за їх діяльністю; морально підтримує дітей, які невпевнені в своїх знаннях; пропонує додаткові завдання школярам, які достроково закінчили роботу. Важливо добитися спокійного і, певною мірою, піднесеного настрою під час виконання контрольної роботи.

Знання, уміння й навички учнів з математики оцінюються за результатами усного опитування, поточних і підсумкових письмових робіт.

### *Оцінювання усних відповідей*

Оцінка "5" ставиться, якщо учень правильно відповідає на всі запитання, самостійно застосовує на практиці окремі теоретичні положення; без похибок і досить швидко обчислює, свідомо використовуючи властивості арифметичних дій; самостійно розв'язує задачі й пояснює хід розв'язування; безпомилково на-

зиває відомі геометричні фігури, вміє виконати практичне завдання – виміряти чи накреслити; виконує прості вправи, пов'язані з буквеною символікою (читання буквених виразів, знаходження їх значень при даних числових значеннях букв, розв'язування рівнянь відповідно до програми).

*Оцінка "4"* – відповідь в основному задовольняє попередні вимоги, але учень допускає окремі неточності у поясненні математичних фактів, прийомів, обчислень; не завжди використовує в обчисленнях раціональні прийоми, часом припускається негрубих помилок; працюючи над задачею, не досить точно пояснює хід розв'язування чи результати дій; допускає огріхи, виконуючи вимірювання і креслення. Усі ці недоліки школярі легко виправляють при незначній допомозі вчителя.

*Оцінка "3"* – учень правильно розв'язує більшість запропонованих прикладів, але не вміє пояснити прийом обчислення; допускає в обчисленнях помилки, які виправляє за допомогою вчителя; хоч і помиляється у розв'язуванні задачі, поясненні, однак з допомогою вчителя виконує завдання.

*Оцінка "2"* – учень не засвоїв більшої частини програмового матеріалу, не справляється з розв'язуванням задачі та обчисленням навіть з допомогою класовода.

*Оцінка "1"* – учень виявляє повне незнання програмового матеріалу.

### ***Письмова перевірка знань, умінь і навичок***

Як правило, письмові контрольні роботи охоплюють основні питання і завдання, спрямовані на перевірку засвоєння опрацьованих розділів програми.

Тривалість виконання письмових робіт: 2 клас – у I півріччі до 20 хв, у II півріччі – 30 хв; 3 і 4 класи – 35-40 хв. За цей час учням треба встигнути не лише повністю виконати роботу, а й перевірити її.

Оцінюючи письмові роботи з математики, слід враховувати неправильні обчислення та розв'язування задач (пропуск дій чи помилковий вибір їх або числових даних, виконання зайвих дій), розв'язування рівнянь і нерівностей, вимірювання та креслення відрізків, побудову геометричних фігур.

Якщо учень не розв'язав простої задачі, вважається, що він допустив 2 помилки. Повне нерозв'язування складеної задачі прирівнюється до 3 помилок.

Якщо учень не розв'язав прикладу на одну дію (рівняння, вправу на порівняння, завдання на вимірювання чи побудову), то слід вважати, що він допустив 1 помилку. Повне нерозв'язання прикладу на дві і більше дій прирівнюється до 2 помилок.

Якщо учень у прикладі на дві й більше дій записав неправильну відповідь, за якою можна з'ясувати, що одна з дій виконана правильно, то в цьому разі треба вважати, що допущено 1 помилку.

За комбіновані роботи виставляється одна оцінка, але враховується правильність розв'язування і задач, і прикладів.

Оцінка "5" ставиться, якщо учень правильно виконав усю роботу; "4" – якщо у задачі, прикладах або інших вправах допущено 1-2 помилки; оцінка "3" – 3-4 помилки; оцінка "2" – 5 і більше помилок; оцінка "1" – робота зовсім не виконана або в усіх завданнях допущено помилки.

Роботи, що складаються з двох задач, оцінюються так: оцінка "5" – правильно розв'язані обидві задачі; оцінка "4" – хід розв'язування правильний, але допущено помилку в обчисленні; оцінка "3" – якщо одна задача розв'язана правильно, а в другій – помилка у розв'язуванні; якщо хід розв'язування обох задач правильний, але допущено 2-3 помилки в обчислюваннях; оцінка "2" – в обох задачах неправильний хід розв'язування; оцінка "1" – учень не виконав жодного завдання.

Роботи, які містять приклади, рівняння, нерівності, вправи на обчислювання значень виразів (в 7-8 завдань) оцінюються так: "5" ставлять, якщо правильно виконано всі завдання; "4" – якщо допущено 1-2 помилки; "3" – допущено 3-4 помилки; "2" – 5 і більше помилок; "1" – коли учень не справився взагалі з роботою або всі завдання виконав з помилками.

При оцінюванні робіт, що містять 8-10 прикладів (перевірка обчислювальних навичок), "5" ставиться, якщо без помилок виконано всі завдання; "4" – 1-2 завдання виконано з помилками; "3" – правильно виконано понад половину завдань; "2" – учень неправильно виконав половину чи більше завдань; "1" – зовсім не виконав роботи або майже в усіх завданнях допустив помилки.

Якщо завдання містить вимогу розв'язати задачі певним способом (наприклад, складанням рівнянь), а учень зробив це по-іншому (але правильно), то вважається, що він припустився однієї помилки.

### *Підсумкова оцінка знань, умінь і навичок*

1. Підсумкова оцінка за чверть або рік виставляється на основі спостережень учителя за повсякденною роботою учня, усного опитування, поточних і підсумкових контрольних робіт, яким надається перевага.

2. Підсумкова оцінка не може бути задовільною, якщо всі поточні, а також підсумкові контрольні роботи, оцінені "2" або "1", хоч учень протягом року відповідав задовільно.

## **5.2. Відкритий урок**

Головна мета **відкритих уроків** – підвищення майстерності вчителів на основі безпосереднього показу творчих знахідок педагогів і результатів досліджень педагогічної науки. Бажано, щоб відкриті уроки широко практикувалися в школі. Добре, коли в школі організовано постійно діючу систему відкритих уроків, яка розкриває технологію уроку в цілому і певний прийом чи сукупність прийомів навчальної роботи.

Відкритий урок – це не засіб контролю, а засіб допомоги колегам. Організовувати відкритий урок доцільно в тому разі, якщо є впевненість, що він буде ефективним для присутніх учителів.

За навчально-методичною метою відкриті уроки можна поділити на дві групи.

До першої відносимо уроки, які характеризують технологію уроку в цілому. Вони будуть корисні для вчителів-початківців. Тут особливо доцільні уроки в першому класі, уроки на певний вид програмного матеріалу, на певний етап засвоєння знань учнями.

До другої групи належать уроки, які розкривають спосіб організації навчальної діяльності учнів, навчальний прийом, ме-



тодику застосування того чи іншого методу, використання засобу навчання тощо.

Планувати відкриті уроки можна тільки з урахуванням кадрового складу вчителів даної школи чи району. Визначимо орієнтовну тематику уроків.

1. Колективно-групові форми організації навчальної діяльності учнів на уроках математики (на різних етапах засвоєння знань). Окремими темами тут можуть бути: навчальні колективно-групові ігри на уроках математики; групові форми виконання учнями самостійної роботи, парне виконання математичних завдань; групова форма контролю знань.

2. Методика використання підручника на різних етапах уроку (у кожному класі окремо).

3. Засоби зворотного зв'язку вчителя з учнями і методика їх використання на різних етапах уроку.

4. Прийоми і засоби реалізації диференційованого підходу в організації навчальної діяльності учнів на різних етапах уроку.

5. Застосування методу випереджаючого навчання на уроках математики в роботі із слабовстигаючими учнями.

6. Застосування певного методу опрацювання нового матеріалу.

7. Прийоми засвоєння учнями таблиць арифметичних дій.

8. Творча робота над задачею (окремо по класах).

9. Урок закріплення та узагальнення матеріалу з теми (назва теми).

10. Прийоми закріплення і корекції знань учнів у процесі опитування.

На відкритих уроках варто розкрити особливості виховної роботи, зв'язок навчання з життям, опрацювання найважливіших тем програмного матеріалу.

Тему і мету відкритого уроку вчитель має знати заздалегідь. Краще, коли на одну й ту саму тему і з однаковою метою готують відкритий урок одночасно два вчителі.

На нашу думку, відкритий урок не слід аналізувати так само, як і урок, відвіданий в порядку контролю. Його не варто оцінювати. Достатньо заслухати самого вчителя про те, що він хотів показати, що вдалося; що вийшло не так, як планувалося; що він може порадити. Далі проводиться бесіда у формі запитань (до вчителя, який проводив урок) і відповідей, обмін думками.

### 5.3. Методичний аналіз уроку

Аналіз уроку з математики можна робити за такою схемою.

1. Відповідність теми, мети і змісту уроку.
2. Характеристика навчального матеріалу (об'єм, доступність; зв'язок з життям, з досвідом учнів; розвиваючий і виховуючий характер).
3. Підбір і виготовлення наочних посібників (відповідність цілям уроку, гігієнічним і естетичним вимогам).
4. Хід уроку: доцільність структури уроку і дозування часу.
5. Початок уроку: готовність практиканта до уроку (записи на дошці, унаочнення), готовність учнів (робочі місця, посібники), психологічна готовність.
6. Перевірка домашньої роботи, повторення вивченого матеріалу (творчий характер завдань; місце самостійної роботи учнів).
7. Усні обчислення (матеріал для вправ, форма пропозицій його учням, зворотний зв'язок).
8. Робота над новим матеріалом (підготовка до вивчення нового матеріалу; цілеспрямованість, організація самостійної пізнавальної діяльності учнів, керівна робота учителя; збудження і підтримання інтересу дітей, їх уваги; відповідність методичних прийомів меті уроку, віку учнів; використання унаочнення).
9. Застосування знань, формування умінь і навичок (система вправ; диференціювання завдань; індивідуальна робота з дітьми).
10. Домашнє завдання (об'єм, підготовка до його виконання).
11. Підсумки уроку (результати роботи; оцінка роботи класу, окремих учнів, її місце на уроці, мотивування оцінок).
12. Гігієнічні умови проведення уроку.

**Висновки** (досягнення мети уроку, його цілей; знання практикантом педагогіки, психології, теорії і методики початкового курсу математики; поведінка, вміння володіти класом, мова, творчий характер роботи).

**Пропозиції.** Обговорюючи урок, бажано відмічати не лише його недоліки (це часто спостерігається в практикантів), а й позитивні сторони, вдалі приклади, зауваження, методичні новинки і т.ін. А вказуючи на недоліки, треба бути доброзичливими, не принижувати гідності інших. Критика повинна бути аргументованою, переконливою і, основне, супроводжуватись

конкретними порадами: що повинен зробити учитель чи практикант, як це краще зробити, щоб у майбутньому на уроках подібні недоліки не траплялися.

## ЗАВДАННЯ

1. Слово "урок" походить від ... (спробуйте самостійно дізнатися про це за етимологічним словником).
2. Яка типова структура комбінованого уроку математики?
3. Підготуйте реферати з тем:
  - 1) Особливості організації і методика проведення уроку математики в малокомплектній школі.
  - 2) Особливості організації і методика проведення уроку математики в класах вирівнювання знань.
  - 3) Урок математики в комп'ютерному класі.
  - 4) Дидактичні особливості інтегрованого уроку математики.
  - 5) Індивідуальна робота з дітьми на уроках математики.
4. Розробіть конспект інтегрованого уроку "Розвивай свої здібності". Спробуйте реалізувати свою методичну розробку під час педагогічної практики.
5. Які питання методики проведення нетрадиційних уроків математики обговорюються у педагогічній пресі? Приклади (уроки-діалоги, уроки-захисти, уроки-"методичні панорами" тощо).
6. Назвіть і охарактеризуйте методи опрацювання нового матеріалу на уроках математики. Покажіть, як використовується кожний метод (на фрагментах уроків з конкретних тем).
7. Що таке ущільнене опитування? Відзначте позитивні і негативні його сторони.
8. Які фактори сприяють збудженню й розвитку інтересу молодих школярів на уроках математики? Доберіть приклади з досвіду вчителів місцевих шкіл.

## РОЗДІЛ III. ВИХОВАННЯ ПІЗНАВАЛЬНИХ ІНТЕРЕСІВ МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

### § 1. Дидактичні умови розвитку пізнавальних інтересів

Інтерес у навчанні виступає своєрідним епіцентром активізації навчання, розвитку пізнавальної самостійності школяра, формування його позитивного відношення до процесу й результатів своєї праці.

Уміння щось побачити, здивуватися, захопитися, захотіти негайно зрозуміти, що, чому і як відбувається, знайти в собі сили, щоб відшукати відповіді на ці запитання, не відступити перед труднощами, а, діставши відповідь, знову прагнути вперед, у незвідане – все це, разом узяте, і є *інтерес*. Інтерес емоційний, він дарує радість творчості, радість пізнання, він міцно пов'язаний з гостротою сприймання навколишнього світу, увагою, пам'яттю, мисленням і волею.

Фізіологічною основою пізнавального інтересу є орієнтувальний рефлекс і його більш розвинена форма – дослідницький рефлекс, який І.П.Павлов називав рефлексом "що таке?"

Поняття динамічного стереотипу дає можливість визначити фізіологічні механізми і хід розвитку інтересів дітей різного віку. Фізіологічним механізмом пізнавального інтересу як вибіркової спрямованості є певна система нервових зв'язків, які утворюються під впливом багатьох умов і залежать від стану людини, її індивідуальних особливостей, від безпосередніх вражень особистості та її багатогранного минулого досвіду.

Інтерес має складну психологічну структуру. Він не являє собою окремого конкретного психічного процесу. Інтерес, будучи ставленням, є певною формою зв'язку між потребами особи і засобами їх задоволення. За своєю природою інтерес не є вродженою властивістю особистості, він виникає не сам по собі, а обумовлений впливом на людину навколишньої дійсності, тобто носить соціальний характер. Різноманітність предметного світу, в якому живе людина, викликає у неї різні інтереси, розвиток і формування яких відбувається в процесі різних видів діяльності: ігрової, навчальної, трудової, громадської.

Розвиток пізнавальних інтересів характеризується прогресивними змінами цілісної динамічної системи, де в органічній єдності взаємодіють емоційні, інтелектуальні й вольові процеси. Емоції людини як відображення об'єктивної дійсності є основою інтересу.

Перед тим, як розв'язувати в методичному плані проблему виховання інтересу до конкретного предмета, уточнимо зміст поняття "пізнавальний інтерес". Наприклад, *інтерес до математики* – це усвідомлена потреба, вибіркове ставлення учня до вивчення просторових форм і кількісних відношень об'єктів навколишнього світу, яке для даного школяра є життєво значущим і емоційно привабливим. Пізнання математичних явищ здійснюється за допомогою розумових дій і логічних операцій на основі зовнішньоопераційної діяльності дитини. У більш абстрактному вигляді поняття інтересу до математики можна визначити як емоційно-пізнавальне ставлення людини до вивчення структур (у сучасній математиці під ними розуміють множину об'єктів, у якій задано деякі операції – відношення чи дії).

*Математичні інтереси* проявляються і в різних підходах до розв'язування задач, і в легкому, вільному переході від однієї розумової операції до іншої. Учень, який цікавиться математикою, зуміє при потребі відійти від шаблонного, трафаретного розв'язування задачі, знайти нові шляхи, причому прагне до найбільш чіткого, простого, раціонального та економного розв'язування. Мислення таких учнів характеризується тенденцією до порівняно швидких і широких узагальнень (кожна конкретна задача розв'язується як типова), до "згорнутих" умовиводів (при чітко обумовленій логічній "канві"). Учні з розвиненим пізнавальним інтересом до математики запам'ятовують не всю математичну інформацію, що надходить до них, а тільки "очищену", потрібну для розв'язування типових задач. Розв'язуючи задачі, вони намагаються не спиратися на наочні образи (навіть тоді, коли задача "наштовхує" на це); логічність часто заміняє їм образність.

Формування пізнавального інтересу є і результатом, і необхідною умовою шкільного навчання. Не випадково інтерес образно порівнюють з каталізатором, який полегшує і прискорює розумові реакції, з ферментом, що дає змогу учням асимілювати основи наук.

Твердження, що "викладання повинно бути цікавим", треба вважати принципом методики сучасного уроку. Проте інтерес не має нічого спільного з розвагою, яка не переслідує пізнавальних цілей. Йдеться про цікаву систему навчання, про постійну копітку й наполегливу роботу з формування стійкого інтересу, а не про каскад цікавих завдань, не про те, щоб перетворити навчальний предмет у "збірник цікавинок", щоб "усе зробити цікавим".

Збудженню й розвитку інтересу учнів молодших класів на уроках математики сприяють такі фактори:

1. Створення проблемних ситуацій під час вивчення теоретичних питань та розв'язування практичних завдань; варіативність у навчанні (різний за структурою виклад матеріалу).

2. Самостійне розв'язання учнями пошукових задач та завдань, що передбачають застосування засвоєних знань на практиці, в тому числі в змінній ситуації.

3. Індивідуалізація навчання в двох напрямках: робота з усунення прогалин у знаннях учнів; робота з розвитку розумової діяльності дітей, їх інтересів, з покращання якості знань учнів, розширення їх кругозору та поглиблення знань.

4. Одночасне вивчення пов'язаних між собою питань, зокрема взаємообернених дій; розв'язування взаємообернених вправ; порівняння ефективності старих і нових способів виконання навчальних завдань, які ґрунтуються на високій теоретичній основі; застосування певного правила до різних вправ, коли це раціоналізує обчислення і коли ускладнює їх, тощо.

5. Варіювання задачі, схеми до неї, формули її розв'язування та аналіз того, як від зміни одного якогось елемента задачі змінюється її розв'язування; усе це дає змогу розглядати не окрему задачу, а залежність між величинами.

6. Розв'язування цікавих задач, зокрема з українського фольклору, логічних, головоломок, софізмів, задач-загадок і задач-жартів.

7. Організація змагань на краще виконання завдань з використанням елементів гри та із застосуванням електричних контролюючих приладів для усних вправ; оцінювання вищим балом оригінальних розв'язань вправ та інші заохочення.

8. Оцінювання оригінальності і самостійних творчих робіт.

9. Використання елементів історизму.

10. Перспективне висвітлення окремих питань програми.

І ще – не бійтеся задавати дитині такі запитання, на які вона повинна відповісти: "Я не знаю". Привчіть своїх учнів до того, що не знати – не соромно, більше того: узнавання починається саме з такої відповіді, якщо за цим "я не знаю" слідує: "А як? А чому?" Слово "чому?" повинно, образно кажучи, витати в повітрі на кожному уроці, чим частіше воно вживатиметься, тим більш дійовими будуть знання учнів (В.І. Помагайба). Урок повинен бути подорожжю у відкриття, а ідеальним слід вважати той, де учні ставлять запитання вчителю, а не навпаки.

Треба прагнути, щоб здобуті на уроках знання викликали в учнів емоційний відгук, активізували їх моральні, інтелектуальні та естетичні почуття.

Для створення і підтримання мотивації учіння важливу роль відіграють:

- позитивні емоції, пов'язані зі школою в цілому і перебуванням у ній;
- позитивні емоції, обумовлені рівними, добрими діловими взаєминами учня з вчителем і ровесниками;
- емоції, пов'язані з усвідомленням кожним учнем своїх великих можливостей у досягненні успіхів у навчальній роботі (для емоційного статусу учня важливо, за В.О. Сухомлинським, щоб перед дитиною ніколи не зачинявся шлях до успіху);
- позитивні емоції від зіткнення з новим навчальним матеріалом;
- позитивні емоції, які виникають при оволодінні учнями прийомами самостійного здобування знань, новими способами удосконалення своєї навчальної роботи, самоосвіти.

Перелічені емоції у сукупності утворюють **атмосферу емоційного комфорту**. Турбуючись про відповідний емоційний фон навчання, важливо пам'ятати про доцільне співвідношення логічних і емоційних елементів у пошуковій діяльності. Зайвий пафос збуджує дітей настільки, що процеси мислення посуваються на другий план, поступаючись місцем уяві і різноманітним почуттям.

Роботу з виховання пізнавальних інтересів на уроках і в позакласних заходах доцільно будувати у такій послідовності: "цікаво", "знаю", "вмію".

Діяльність – соціальна і психолого-педагогічна основа формування пізнавальних інтересів учнів.

Основою розвитку інтересів слабовстигаючих є формування пізнавальних умінь.

Треба прагнути зробити навчання математики не простішим, а зрозумілішим. Доступність математики впливає з самої природи предмета, а труднощі засвоєння – із способів і прийомів навчання. "Важких наук немає. Є тільки важкий виклад... Завдання педагогіки – зробити науку настільки зрозумілою, щоб її можна було засвоїти, тобто примусити її говорити простою звичайною мовою" (О.І.Герцен. "Минуле і думи").

## **§ 2. Шляхи і засоби виховання в учнів інтересу до математики**

### **2.1. Зв'язок навчання з життям як засіб розвитку пізнавальних інтересів учнів до математики**

Відомо, що повноцінних знань учні можуть набути лише за умови тісного зв'язку теорії з практикою. Точка зору життя, практики повинна бути першою і основною точкою зору теорії пізнання.

Практична реалізація принципу зв'язку навчання з життям ґрунтується на дотриманні правил, що містять у собі теоретичні висновки та досвід передових учителів:

- навчайте й виховуйте, ідучи від життя до знань або від знань до життя;
- наполегливо привчайте учнів застосовувати набуті знання, вміння, навички в життєвих ситуаціях, коригувати теорію практикою і практику теорією;
- складайте і розв'язуйте з учнями задачі на матеріалі навколишньої дійсності;
- постійно формуйте думку, що наука розвивається під впливом практичних потреб суспільства, наводьте конкретні приклади.

Необхідно, щоб школа розвивала в дітей уміння спостерігати явища життя крізь "математичні окуляри".

Для формування у школярів інтересу до математики треба, з одного боку, щоб учні бачили у розв'язуваній задачі реальність ситуації, можливість застосування одержаних знань у повсякденному житті, з другого – виникнення задачі із практичної дія-



льності, можливість зустрічі з ситуацією, описаною у задачі, у побуті чи на виробництві.

...В руках у дитини палички. Одна довша, друга коротша. Це легко встановити, склавши палички так, щоб кінці з одної сторони співпали. Тоді кінці з іншої сторони розташуються по-різному. А інколи співпадуть і другі кінці – значить, палички рівні по довжині. Від довшої можна надломити кусочок, щоб урівняти обидві палички. Кусочок і буде показувати, на скільки вони різнилися по величині.

Паличку можна злегка зігнути. І одержиться крива. Її можна надломити в кількох місцях, тоді вона утворить ламану лінію. Діти зображають все це на папері. А на прогулянці вчителька звертає їх увагу на лінії предметів: палиця – пряма; дахове вікно – круг; обвислий між стовпами провід – крива; верх дощаної огорожі – ламана лінія.

Багато молодших школярів у виконанні практичних задач бувають безсилимими. Наприклад, вони не вміють обчислити плату за користування електрикою, комунальними послугами, визначити, скільки потрібно тканини для індивідуального пошиття одягу чи матеріалу для нескладних столярних робіт, не орієнтуються в елементарних завданнях, пов'язаних із садівництвом, рільництвом, працею в майстерні, побуті.

Окремі вчителі спрощено розуміють зв'язок викладання з життям. Не досить навести на уроці один-два приклади, дві-три цифри з останніх статистичних повідомлень, мимохідь згадати щось з "місцевого" матеріалу. На ділі це лише видимість поєднання. Матеріал з допоміжних джерел повинен входити у зміст уроку як складова частина, а не як доповнення.

Повідомлення типу "цифри знають все" – це дані про розміри країн, чисельність населення, розміри різних параметрів Землі, космічні відстані, швидкості у світі техніки і у світі тварин, цікаві відомості з життя рослинного і тваринного світу, різноманітні нормативи, досягнення у спорті і т.д. Деякі з цифрових даних добирають самі учні. Виховний ефект цифрових показників досягається на основі їх коментування вчителем. Задачі, що розв'язуються і складаються на уроці, мають бути практичного, пізнавального характеру, що сприяє встановленню зв'язку з життям.

Зміст використовуваних у шкільному навчанні задач прикладного характеру можна збагатити, включивши до їх числа такі різновиди задач: на обчислення величин, що зустрічаються в практичній діяльності, на складання розрахункових таблиць; на побудову найпростіших монограм; на застосування і обґрунтування емпіричних формул; на виведення формул залежностей, що зустрічаються на практиці.

Сформулюємо найважливіші методичні вимоги до складання задач на побутові і виробничі теми з використанням матеріалів з економіки, техніки і технології виробництва.

1. Зміст задач повинен відповідати певній темі програми, бути сучасним.

2. Умова задачі не повинна містити великої кількості незнайомих понять, має бути стислою і зрозумілою учням.

3. Треба уникати задач, в яких розглядаються штучні ситуації, залежності між величинами не відповідають дійсності.

4. Якщо розв'язування задачі потребує громіздких обчислень, то в кінці умови має бути вказівка про використання мікрокалькулятора.

## 2.2. Роль проблемно-пошукових ситуацій у розвитку пізнавальних інтересів

Проблемне навчання охоплює такі поняття: проблему, проблемну задачу, проблемну ситуацію. Під *проблемою* розуміють діалектичну суперечність у навчальному процесі: учні стикаються з труднощами, яких не можуть подолати за допомогою наявних знань; потрібно актуалізувати деякі попередні знання та шукати нові способи розв'язання завдання. *Проблемна задача* – словесне формулювання закладеної в ньому (у формулюванні) проблеми. У проблемній задачі порівняно з проблемою обмежене поле пошуку. Умова задачі дає змогу шукати відповідь тільки на основі наведених даних, які визначають шляхи пошуку. *Проблемна ситуація* – це особливий вид інтелектуальних труднощів, які виникають тоді, коли учень усвідомлює завдання, але знань для його виконання у нього бракує. Однак їх цілком достатньо, щоб почати пошук способу розв'язування. Для виникнення такої ситуації необхідно подбати, щоб вимога і мета проблемної задачі перебували на межі між щойно здобутими знаннями і вміннями і тими, що їх діти мають дістати.

Проблемний метод, що застосовується в початкових класах, – це невеликі пошукові задачі, що розкривають основні етапи процесу дослідження: спостереження і вивчення математичних фактів, з'ясування незрозумілих явищ, які потрібно дослідити, висунення гіпотези (припущення), складання плану дослідження та його здійснення, формулювання висновку.

Методом проблемного навчання можна вивчити математичні закономірності, способи дій та умови їх виконання, правила й формули, пов'язані з деякими конкретними знаннями дітей.

На прикладі теми "Ділення суми на число" наведемо зразок системи проблемних задач.

Задача	Що з'ясовується на основі задачі
1. Знайти значення виразу $(6+9):3$ двома способами	Проблемне введення теми "Ділення суми на число"
2. У вазі лежать 6 червоних і 4 жовті яблука. Розкласти їх порівну на 2 тарілки двома різними способами	Усвідомлення учнями двох способів ділення суми на число на предметних множинах
3. Хлопчик зібрав 32 кг помідорів, а дівчинка 40 кг. Помідори вони розклали в ящики, по 8 кг у кожний. Скільки всього ящиків потрібно дітям? (Розв'язати задачу двома способами)	Розкриття двох способів ділення суми на число.
4. Розв'яжіть приклади зручним способом: $(8+12):4$ , $(18+54):6$ . Чому ви дібрали ці способи? За яких умов кожний з них стає зручним?	З'ясування умов, за яких обчислення є раціональним.
5. Розв'яжіть приклади і порівняйте їх: $21:3$ , $(14+7):3$ , $(15+6):3$ . Приклади різні, а відповіді однакові. Чому?	Підвести дітей до висновку про можливість заміни діленого сумою кількох доданків.
6. Розв'яжіть приклади найзручнішим способом: $36:3$ , $48:3$ , $72:6$ . Поясніть, які прийоми застосовували розв'язуючи ці приклади.	З'ясування обчислювальних прийомів позатабличного ділення.

### 2.3. Система завдань з логічним навантаженням як засіб розвитку пізнавальних інтересів

Під математичними задачами з логічним навантаженням для молодших школярів розуміють такі, розв'язування яких потребує всебічного врахування взаємозв'язків між даними і шуканими величинами; правильної оцінки кожного окремого компонента задачі; розуміння властивостей арифметичних дій чи величин, які безпосередньо не вказані в умові, але впливають з певних закономірностей, причинних чи функціональних залежностей. Задачами з логічним навантаженням можна назвати і звичайні (програмні) задачі, після розв'язання яких вимагається щось виділити, порівняти, узагальнити тощо.

Поділ задач на звичайні і з логічним навантаженням умовний. Для 3 чи 4 класу задача може бути звичайною, а її спрощену видозміну у 1 чи 2 класі можна розглядати як задачу з логічним навантаженням.

Використання задач з логічним навантаженням буде ефективним, якщо: а) для роботи над ними виділяти 7-10 хв уроку два-три рази на тиждень; б) розкривати умови задач емоційно і образно, спираючись на наочність; в) учням надати змогу поміркувати, обмінятися думками, висловити різні підходи, подумати над розв'язанням вдома.

На етапі закріплення та узагальнення задачі з логічним навантаженням використовуються з такою метою: а) як додатковий матеріал для тих учнів, які раніше закінчили основне завдання; б) для фронтальної роботи (для самостійного чи колективного розв'язування); в) для самостійної роботи сильних учнів (у такому разі завдання з логічним навантаженням є основним). У першому і третьому випадках учні самостійно ознайомлюються з текстом задачі, який записано на дошці або на окремих картках.

Розглянемо організацію роботи у другому випадку. Зміст задачі вчитель розповідає, спираючись на записи на дошці або в спеціальних таблицях. Якщо задача планується для самостійного розв'язування, то аналіз задачі здебільшого не проводиться, але це не виключає допомоги вчителя окремим учням чи всьому класу. Після усвідомлення змісту учні самостійно відшукують розв'язок. Для цього відводиться певний час. Якщо хтось з учнів

розв'яже задачу раніше, то вчитель пропонує йому підготуватись до пояснення або дає додаткове завдання. Якщо за відведений час ніхто з учнів не знайшов розв'язку, то вчитель подає потрібну допомогу або пропонує подумати над задачею до наступного уроку математики.

При колективному розв'язуванні після засвоєння умови і розмірковування вчитель пропонує бажаним повідомити про свій підхід до розв'язування задачі; розповісти, про що в задачі можна відразу дізнатися. Критично оцінюючи такі повідомлення, учні з'ясовують єдино можливий спосіб розв'язування.

Дослідження способу розв'язування має проводитись так, щоб усі учні класу зрозуміли і особливості задачі, і сам процес розв'язування. Записувати в зошит розв'язання задач з логічним навантаженням не обов'язково.

Задачі мають опрацьовуватись в атмосфері творчої ініціативи, без страху за невдачу пропозицію.

Під час аналізу результатів роботи над задачею з логічним навантаженням треба відмітити уважність, наполегливість та ініціативу учнів; вказати на різні підходи до розв'язування, оригінальні способи розв'язування. Активність учнів оцінюється балами "5" і "4". Щоб оцінки могли мати слабші учні, складні задачі чергуються з легкими. Головне в роботі над задачами з логічним навантаженням – зацікавити учнів, викликати радість від здогадки.

Зрозуміло, що задачі з логічним навантаженням є тією основою, на якій базується проведення додаткової роботи з учнями, що проявляють особливий інтерес до математики.

## **2.4. Використання цікавинок на уроках математики**

За характером і призначенням того чи іншого цікавого матеріалу його можна класифікувати умовно на 3 основні групи: розваги (загадки, задачі-жарти, ребуси, кросворди, головоломки і т.п.), логічні ігри і задачі, дидактичні ігри і вправи.

За характером пізнавальної діяльності школярів різноманітний цікавий матеріал можна віднести до таких груп: завдання, що вимагають від дітей відтворюючої діяльності; завдання, в яких запрограмована перетворююча діяльність (до перетворюючої діяльності відносяться також ігри для розвитку навичок контролю і самоконтролю); цікаві задачі, в які включено елементи пошуку і творчості.

Звернемося до прикладів з досвіду викладання математики. Щоб збагатити емоційність уроку, вчителі використовують лічилки, задачі-вірші, драматизовані ігри, числові загадки.

Подаємо зразки вправ для шестиліток.

*Скачуть жабки: "Ква-ква-ква!*

*Ой, яка м'яка трава!"*

*Тут – п'ять жабок, а там – дві.*

*Скільки разом їх в траві?*

*Калачі в печі печу.*

*Буде всім по калачу:*

*Петі, Олі і Ганнусі,*

*Мамі, татові й бабусі.*

*Хто з вас, дітки, полічив,*

*Скільки буде калачів?*

*У нашого Омелечка*

*Невеличка сімечка:*

*Тільки він, та вона,*

*Та старий, та стара,*

*Та дві дівки косаті,*

*Та два парубка вусаті,*

*та дві Христі в намисті,*

*Та дві ляльки в колисці.*

*Яка сімечка у нашого*

*Омелечка? Полічіть!*

Без казки не можна уявити собі дитинства. Переводячи ту чи іншу навчальну інформацію на казкову мову, вчитель робить її засвоєння доступним, емоційним, більш усвідомленим.

Поєднання в задачах казкового сюжету і загадкового світу математики є ефективним прийомом активізації пізнавальної діяльності молодших школярів. Розв'язуючи математичні завдання, в яких дійовими особами є герої улюблених казок, мультфільмів, оповідань, учні, як правило, легше сприймають текст задачі, завжди прагнуть допомогти знайомим персонажам у важкій ситуації – відшукати шлях до розв'язання задачі. Наприклад:

**Задача-казка.** Одного разу Вінні-Пух і П'ятачок прийшли в гості до Кролика.

– Я бачу, ви дуже зголодніли? – звернувся Кролик до своїх друзів.

– Так, – відповів Вінні-Пух. – У нас сьогодні з П'ятачком апетит не гірший, ніж завжди.

– Але у мене сьогодні немає ніяких запасів і я можу напоїти лише чаєм.

– Чай – це добре, – сказав П'ятачок.

– Але було б зовсім добре, – продовжував Вінні-Пух, – якби до чаю був пиріг.

– Тоді вам доведеться сходити до лісового магазину й купити у Сови пиріг. Пиріг коштує 8 копійок. Я дам вам 50 к. п'ятикопійковими монетами. У Сови, я знаю, є лише трикопійкові монети. Якщо ви здогадаєтесь, скільки п'ятикопійкових монет треба дати Сові і скільки трикопійкових монет повинна дати вам Сова, то сьогодні ми будемо пити чай із солодким пирогом.

Вінні-Пух і П'ятачок виконали це завдання. Найцікавішим було те, що Вінні-Пух, купуючи пиріг, запропонував зробити розрахунок *трьома способами*.

Спробуйте відшукати ці способи розв'язання задачі.

**Відповідь.** 1)  $5 \cdot 4 - 3 \cdot 4 = 8$  (к.)

2)  $5 \cdot 7 - 3 \cdot 9 = 8$  (к.)

3)  $5 \cdot 10 - 3 \cdot 14 = 8$  (к.)

Математичні бесіди, під час яких використовують уривки з науково-популярної та художньої літератури, допомагають учням краще зрозуміти виучувану тему, загострюють їхню увагу на важливих питаннях математики, розвивають інтерес до навчання.

Теми бесід можуть бути найрізноманітнішими: "Як люди навчилися лічити", "Числові забобони", "Календар стародавніх слов'ян", "Народні знання українців з математики", "Найдавніші числові знаки українців", "Усні прийоми арифметичних дій українських селян", "Одиниці виміру зерна", "Числа велетні й числа карлики", "Азбука кібернетики", "Наша земля", "Арифметика нашого міста (села)" тощо.

## Ігри та ігрові форми завдань

До цього виду завдань будемо відносити не тільки ігри чи ігрові ситуації, а й завдання з елементами контролю чи змагання.

1. *Кругові приклади.* Їх складають так, щоб перший компонент кожного наступного прикладу був результатом попереднього. Результат останнього прикладу дорівнював першому компоненту першого прикладу. Приклади можуть бути як на одну, так і на дві дії.

1) $40 - 13$	$62 - 22$	$13 + 65$	$90 - 60$
$1 + 61$	$27 - 14$	$78 + 12$	$30 - 29$
2) $54 - 54:9$	$72:9 \cdot 8$	$64 - 2 \cdot 5$	
$44 + 9 \cdot 4$	$80 - 40:5$	$48 - 32:8$	

2. *Арифметичне лото.* У кожного учня є таблиця чисел першої сотні. Вона записана на двох сторінках учнівського зошита. Розміри таблиці  $30 \times 20$  см, а розміри клітки для кожного числа  $3 \times 2$  см. Висота запису чисел 15-18 мм.

Приклади (на одну-дві дії) записують на окремих картках (на цупкому папері). Розміри картки  $3 \times 2$  см.

Кожний учень одержує по 4-8 карток. Розв'язавши усно приклад, він закриває картокою на таблиці число, яке є відповідно прикладу. Виграє той, хто швидше і правильно розмістить всі картки на таблиці чисел першої сотні. Переможцями стають перші п'ять таких учнів.

Для перевірки правильності застосовують взаємоконтроль учнів, які сидять за однією партою, вибіркоче читання відповідей. Перевірити може і вчитель, обійшовши учнів між рядами.

Для проведення гри в лото бажано мати набори карток для всіх учнів класу з таких тем: додавання і віднімання в межах 100 з переходом через десяток, табличне ділення і множення, позатабличне множення і ділення, дії над круглими числами в межах тисячі.

3. *Гра "Задумані числа".* Подаємо кілька різних зразків такої гри.

1) На дошці записано 6-10 чисел. Учитель повідомляє, що він додав два числа і дістав 35. Які числа додав учитель?

2) Я задумав два числа, сума яких дорівнює 23. Які числа я задумав?

3) Я задумав число. Якщо його збільшити в 6 разів, то дістанемо 42. Яке число я задумав?



4) Яке число треба зменшити на 5, щоб дістати 27?

4. Гра "Кращий обчислювач". На дошці записано стільки стовпчиків прикладів, скільки в класі рядів парт. У стовпчику 6-10 прикладів. З кожного ряду вчитель викликає по одному учневі. Викликані учні починають розв'язувати приклади одночасно.

Учні кожного ряду стежать за своїм представником і в разі допущення ним помилки подають сигнал: "Думай".

5. Гра "Естафета". Учитель готує стільки карток з прикладами, скільки рядів учнів у класі. У кожній картці стільки прикладів, скільки учнів у ряду.

Учитель роздає картки учням, які сидять на перших партах. Вони розв'язують по одному прикладу, записують відповідь і передають картку учням, які сидять за ними. Ті також розв'язують по одному прикладу і передають картку далі.

Якщо в рядах неоднакова кількість учнів, комусь з них доручається розв'язати два чи більше прикладів свого варіанта.

Наприкінці командного змагання учні кожного ряду мають відповісти на одне-два запитання. переможцем вважається той ряд учнів, у кого найкращі сумарні показники.

6. *Цікаві квадрати*. Заповнення цікавих квадратів не дуже легка справа для усної лічби, але в шкільній практиці вони використовуються. Тому треба вміти добирати числа, щоб вони утворювали цікавий квадрат. Для цього беруть 9 членів арифметичної прогресії, наприклад, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29. Три середні члени записують по діагоналі квадрата (у нашому прикладі 14, 17, 20), біля найбільшого з них (20) записують найменше число прогресії (5). Це основа цікавого квадрата. Далі числа квадрата визначають обчисленням:  $14 + 17 + 20 = 51$  (сума стовпців чи рядків квадрата):  $5 + 20 = 25$ ,  $51 - 25 = 26$ . Отже, у нижній порожній клітці треба записати число 26. Наступним обчисленням можна знайти ліве число середнього ряду і т.д.

14		
	17	
	5	20

Числа квадрата, що становлять його основу, записує вчитель, а доповнюють учні. Гру краще організовувати у вигляді командних змагань між рядами парт.

Подаємо зразки квадратів:

		8
	10	
12	2	

17		
	20	
	8	23

29		
	30	26
		31

7. Гра "У кожного своє число". Ця гра подібна до математичного диктанту (усі учні записують відповіді), але в ній є тричотири варіанти обчислень. Тому кожний учень працює над одним (заданим лише йому) вихідним числом.

Клас поділяють на ланки (команди, бригади) за кількістю рядів парт або рядів учнів.

Для проведення гри вчитель записує на дошці (або виставляє на набірному полотні чи на спеціальній таблиці) стільки стовпчиків чисел, скільки ланок, а в кожному стовпчику стільки чисел, скільки парт у ряду. Вихідні числа здебільшого добирають так, щоб закріпити навички одного якогось обчислення.

Розглянемо зразок гри на прикладі обчислень, основна мета яких полягає в закріпленні вміння додавати одноцифрові числа з переходом через десяток.

Нехай маємо клас з трьома рядами парт, по 5 парт у кожному.

Учитель записує на дошці три стовпчика чисел. Перша ланка виконує дії з числами першого стовпчика, причому для учнів, що сидять за першою партою, вихідним є перше число цього стовпчика (6), для учнів на другій парті – друге число (7) і т.д. Аналогічно для другої і третьої ланок.

	І	ІІ	ІІІ
А	6	8	7
Б	7	9	8
В	8	6	9
Г	7	9	6
Д	6	8	7

Учні повинні твердо знати, що першим компонентом дії, яку називає вчитель, завжди є задане йому число.

Перше завдання: додати 4, збільшити (своє число) на 9, додати 7, зменшити на 6, додати 5.

Друге завдання: додати 6 і результат збільшити на 5, відняти 2 і результат збільшити на 8, додати 9 і результат зменшити на 5.

Після того як учні виконають завдання, учитель пропонує їм перевірити один в одного правильність відповіді і виправити допущені помилки. Потім учитель називає прізвища учнів, які зачитують відповіді першого завдання (11, 16, 14, 1, 12) і другого (18, 13, 11).

Неважко помітити, що описану ігрову ситуацію можна реалізувати на різному числовому матеріалі, тобто можна широко застосовувати.

## **2.5. Виховання пізнавальних інтересів у позакласній роботі з математики**

Успіху позакласної роботи у вихованні інтересів сприяють такі фактори: а) вивчення вчителем інтересів і нахилів дітей; б) розвиток самостійності і творчої активності учнів; в) вплив на інтелектуальні, емоційні та естетичні почуття учнів; г) надання позакласним заняттям характеру суспільно корисної діяльності; д) поєднання інтелектуальної діяльності учнів з елементами цікавості; е) масовість позакласних заходів.

Позакласна робота має свої особливості: за змістом вона строго не регламентована програмою; заходи можуть проводитися і протягом 20-30 хвилин і протягом години; склад учнів може змінюватися; проводиться в певних організаційних формах – масових, групових та індивідуальних.

Досвід учителя багатий на різні види позакласної роботи з математики. Це – математичні хвилинки, математичні бесіди, ігри, математичні куточки, математичні газети, математичні гуртки, години цікавої математики, математичні екскурсії, клуб веселих математиків, математичні вікторини, естафети, конкурси, олімпіади, математичні ранки і карнавали, свято веселих і кмітливих "чомучок" тощо.

Позакласна робота з математики передбачає розв'язування цікавих вправ і задач; складання задач на основі життєвого матеріалу; виготовлення моделей геометричних фігур; випуск математичних газет, альбомів; створення куточка математики; удосконалення техніки обчислень за допомогою різних приладів, поглиблення й розширення знань з математики шляхом засвоєння додаткових відомостей, розв'язування складніших задач, зокрема софізмів; підготовку й проведення математичних інсценівок, громадських оглядів знань тощо.

Наведемо приклади.

1. Заняття гуртка на тему "*Математика в сірниковій коробці*".

Спочатку – деякі цікаві факти з біографії сірників. Першими в світі були сірники фосфорні: їх у 1831 р. винайшов 19-річний француз Ш.Сорія. Трохи пізніше, у 1848-му, з'являються безпечні "шведські" сірники, створені шведським хіміком Беттчером. Нині, крім загальнопоширених, випускаються й так звані спеціалізовані сірники: мисливські не бояться дощу, вітрові – вітру, сесквісульфідні можна запалювати об будь-яку шорстку поверхню та ін.

Найкраща деревина для сірників – з осики, що, як відомо, не містить смолистих речовин. Сірникова головка, до складу якої входить близько двох десятків різних речовин, при спалаху нагрівається до  $1500^{\circ}\text{C}$ .

Фабрична коробка в середньому вміщує 50 сірників. Що ж до її розмірів, то доведено: витрати матеріалу будуть найменшими, якщо співвідношення між довжиною, шириною і висотою становить 4:2:3.

Замість лінійки вимірювання можна виконати за допомогою сірникової коробки, розміри якої відомі: довжина – 50 мм, ширина – 37, висота (товщина) – 15 мм. Запам'ятаймо про всяк випадок зручний спосіб вимірювання дрібних деталей – за допомогою сірника. Довжина сірника – трохи більша за 4 см, товщина – 2 мм.

А тепер – розв'яжіть цікаві вправи з сірниками.

1. Гра "*Хто останній?*"

На столі лежать 18 сірників. Двоє учнів по черзі беруть один, два або три сірники. Програє той, кому залишився останній сірник.

2. Відлічи 4 сірники. З трьох побудуй трикутник. Четвертий поклади так, щоб він мав з трикутником одну спільну точку; дві спільні точки; багато спільних точок; не мав жодної спільної точки.

3. Три сторони чотирикутника мають однакову довжину. Чи можна твердити, що ця фігура квадрат? Доведи практично, використовуючи сірники.

Відповідь. Ні (рис. 4.)



Рис. 4

4. Чи вистачить 4 двомісних парт, щоб посадити 7 учнів? 10 учнів? Змоделью задачу за допомогою коробок і сірників та розв'яжи її практично.

### 2. Вікторина

1. Назви яких літературних творів починаються з чисел 3, 12, 20, 80000?

2. Який видатний російський математик жартома називав учнів, які погано вчили математику, "землемірами", а хороших учнів – "математиками"?

3. Що ви знаєте про версту?

4. Чим пояснюється, що 1 год дорівнює 60 хв або 3600 с?

5. Хто запропонував термін "метр" для позначення одиниці довжини?

6. В якій країні було вперше введено гроші в десятковій системі?

7. Де вперше згадується термін "натуральне число"?

### Довідкове бюро

2. Видатний російський математик Михайло Васильович Остроградський зустрів на Україні землемірів, які обчислювали площу трикутного поля стародавнім єгипетським способом: основи множили не на половину висоти, а на половину бічної сторони.

3. Верста – давня міра великих відстаней, яка вживалася в Росії, на Україні, в Білорусії і Польщі. В різний час верста була різної довжини: від 500 до 1000 сажнів. З XVIII ст. в Росії і на Україні 1 верста дорівнювала 500 сажням (1066,8 м). Ця верста вживалася в СРСР до встановлення метричної системи мір.

4. Тим, що у Вавілоні користувалися системою числення з основою 60.

5. Польській учений Станіслав Пудловський, професор Краківського університету.

6. В Росії на початку XVIII ст.

7. У римського автора Боеція.

3. *Інтерв'ю з математиком*

**Нулик.** Який діаметр Землі?

**Математик.** Приблизно 12500 км.

**Нулик.** Яка точка поверхні земної кулі розташована найближче до центра Землі?

**Математик.** Північний полюс.

**Нулик.** З якою швидкістю рухається Земля на орбіті?

**Математик.** 30000 м/с, або 108000 км/год.

**Нулик.** Скільки обертів зробила Земля за час свого існування?

**Математик.** Приблизно понад 10 більйонів обертів.

**Нулик.** Яке співвідношення водної поверхні і суходолу на нашій планеті?

**Математик.** 36 мільярдів гектарів припадає на воду і 15 – на суходіл.

**Нулик.** Скільки солей міститься у 1000 грамах морської або океанської води?

**Математик.** 35 грамів солей.

**Нулик.** Скільки води випаровує дерево літнього дня?

**Математик.** Дуже багато. Одна береза, наприклад, випаровує протягом літнього дня до 400 л води.

**Нулик.** Який вік світового океану?

**Математик.** Приблизно 5-8 мільярдів років.

**Нулик.** Скільки триває день на Венері?

**Математик.** 117 земних діб.

**Нулик.** Чому дорівнює зоряна доба?

**Математик.** 23 годинам 56 хвилинам 4,09 секундам.

**Нулик.** Скільки триває мить?

**Математик.** Мить, тобто одне мигання ока, триває  $\frac{2}{3}$  секунди, а радіохвиля за  $\frac{1}{9}$  секунди робить кругосвітню подорож.

**Нулик.** Скільки років Діду Морозу?

**Математик.** Він не дуже старий, бо народився в першій половині XIX століття.

## 2.6. Математичні екскурсії

Стало вже традицією закінчувати навчальний рік у початкових класах прогулянками та екскурсіями. Вони є ніби уроками в природі, на фермі, на будівельному майданчику тощо.

За місцем у процесі навчання екскурсії бувають вступні й заключні; за змістом використовуваного навчального матеріалу – тематичні й комплексні; за методом вивчення матеріалу – навчальні, ілюстративні й навчально-дослідницькі. За завданнями виховання інтересу ми ще поділяємо їх на споглядально- і практично-пізнавальні.

На споглядально-пізнавальних екскурсіях діти ознайомлюються з об'єктами, вивчають їх з допомогою вчителя або спеціаліста, збирають цікавий фактичний матеріал тощо.

Практично-пізнавальні екскурсії передбачають не огляд об'єкта, а роботу на ньому. При цьому перевіряється, наскільки глибоко і свідомо учні засвоїли матеріал, як можуть використувати здобуті знання на практиці.

Такі екскурсії є перевіркою засвоєння не одного якогось питання програми, а й цілого комплексу питань. Тому об'єкти для подібних екскурсій вибирають так, щоб можна було організувати різні види навчальної роботи.

Практичні екскурсії, на відміну від споглядальних, проводяться як залікове, підсумкове заняття в кінці чверті, півріччя або року.

Маршрути і форми проведення екскурсій великою мірою залежать від місцевості та господарських будов, розміщених у мікрорайонах шкіл, отже, можуть бути досить різноманітними.

Однак математичний зміст екскурсій здебільшого однаковий: 1) складання і розв'язування задач на міри часу (за даними тривалості руху групи); 2) обчислення швидкості, шляху або ча-

су (за даними руху екскурсантів); 3) вимірювання віддалей за допомогою складаного метра і рулетки; 4) визначення віддалей на око (в межах 100 м і кількох кілометрів); 5) вимірювання розмірів невеликих прямокутних ділянок; 6) обчислення площ невеликих прямокутних ділянок (у квадратних метрах); 7) розв'язування цікавих вправ і задач; 8) бесіди на матеріалі з історії мір та практичного значення математики в людській діяльності; 9) рухливі математичні ігри ("арифметичний біг", естафета тощо).

Доцільна тривалість екскурсії 2-3 години. Підготовка до неї передбачає складання маршруту і попередню його перевірку вчителем; визначення об'єктів, на основі яких можна організувати відповідну практичну навчальну роботу; розробку системи запитань, творчих завдань та визначення форм пізнавальної діяльності молодших учнів на кожному об'єкті екскурсії; проведення інструктивної бесіди (що треба повторити з програмового матеріалу, яке підготувати обладнання, як одягатися, що взяти з їжі тощо); добір ігор для організації дозвілля та відпочинку дітей у проміжках між навчальною роботою.

Слід зазначити, що екскурсія буде вдалою тоді, коли до неї вчитель сумлінно підготується сам і підготує учнів. Необхідно врахувати й вікові особливості дітей – вразливість, допитливість, нахил до фантазування й рухливість, подбати про найменші деталі.

Маршрут екскурсії має відповідати особливостям місцевості.

Плануючи екскурсію, треба добирати такі завдання, які б не тільки поглиблювали знання з математики, а й забезпечували міжпредметні зв'язки. Обов'язково слід подбати і про цікаву підсумкову роботу. Одним учням учитель пропонує виконати тематичні малюнки, іншим – описати якийсь цікавий епізод з екскурсії, оформити зібрану на будівельному майданчику колекцію матеріалів тощо.

Для прикладу подаємо план екскурсії на тему "Горизонт. Лінія горизонту. Сторони горизонту".

1. У класі. Вчителька вивіщує карту (рис. 5) і пояснює учням завдання: "Відомо, що в цьому лісі є стара партизанська землянка. Треба розшукати галявину, на якій знаходиться землянка. Відомо, що на північ від цієї галявини росте ялина, на південь – дуб, на схід – берізка, на захід – сосна".



2. **На місцевості.** Учні визначають предмети, що знаходяться в північному, південному, східному і західному напрямках; схематично показують їх в альбомах. Спостерігають, як змінюється лінія горизонту залежно від висоти місцевості, на якій вони знаходяться.

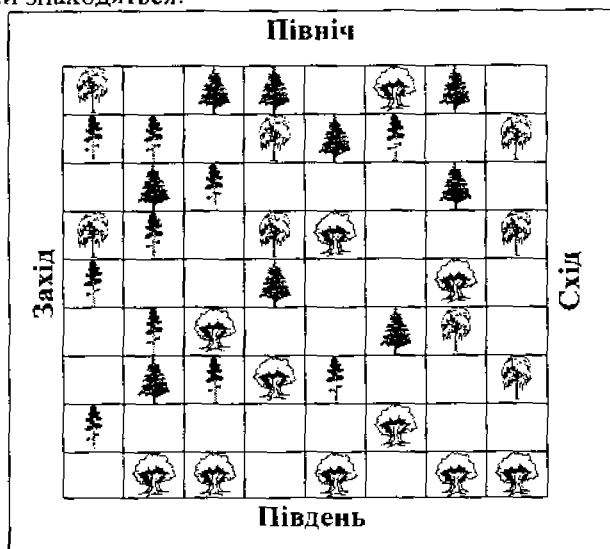


Рис. 5

Потім діти розв'язують задачу: "Кожний предмет перетворюється для нормального ока в точку, якщо він віддалений на 3400 своїх поперечників. Чи можна побачити точку, в якій ніби сходяться залізничні колії? Ширина залізничної колії дорівнює 1 м 52 см".

Відповідь. На рівній місцевості горизонт знаходиться на відстані 4 км 800 м. А проміжок між залізничними коліями зливається в точку на відстані  $1 \text{ м } 52 \text{ см} \cdot 3400 = 5 \text{ км } 168 \text{ м}$ . Отже, побачити точку, в якій ніби сходяться залізничні колії не можна.

Повернувшись до школи, діти визначили тривалість екскурсії. Вчителька порадила їм розповісти батькам про все, що вони робили і бачили під час екскурсії.

3. **Вдома.** Прочитати оповідання "Як я спостерігав Сонце" або "Як Маша знайшла дорогу в лісі".

Наступного дня класовод проаналізувала роботу кожного учня окремо і класу в цілому. Крім того, учні виконали творчу роботу: написали твір на тему "Що мені найбільше сподобалося на екскурсії".

## ЗАВДАННЯ

1. Спробуйте розкрити зміст поняття "пізнавальний інтерес до математики".

2. Що сприяє виникненню інтересу до математики? Назвіть кілька основних факторів, проілюструйте прикладами з досвіду вчителів.

3. Як створюються і методично вирішуються проблемні ситуації в навчанні математики?

4. Наведіть приклади проблемного навчання, коли:

а) вчитель сам ставить і розв'язує проблему;

б) вчитель ставить проблему, пропонує розв'язати її учням;

в) учні формулюють проблему, вчитель показує її розв'язання;

г) учні ставлять і розв'язують проблему, учитель керує їх роботою.

До кожного випадку доберіть (або розробіть) фрагменти уроків математики для 1-4 класів.

5. Складіть задачі, розв'язуючи які учні усвідомлюють зв'язок математики з практикою та навколишньою дійсністю.

Зразок:

а) Лесі мама купила лінійку й терези. "От, – каже Леся, – гратимусь!" А хіба ними бавляться? Скажіть, для чого призначені ці речі.

б) Тесляреві треба поставити паркан. Він поставив уже 2 крайні стовпи. Як знайти місце для інших стовпів, щоб вони були розміщені на одній прямій?

в) Користуючись двома кілочками й шнуром, накреслити на землі коло.

г) За поштовими штемпелями на конверті одержаного листа визначити, за скільки днів лист доставили з місця відправки до місця призначення.

д) Для нормального освітлення класу досить, щоб площа всіх вікон класної кімнати була в 5 раз менша від площі підлоги. Виконайте у своєму класі потрібні вимірювання і зробіть висновок.

6. Назвіть основні види позаурочної роботи з математики.

Підготуйте методичну розробку одного з видів цієї роботи і реалізуйте її з учнями базової школи.

## РОЗДІЛ IV. РОЗВИТОК МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ У ПРОЦЕСІ ЗАСВОЄННЯ ЗНАТЬ, УМІНЬ І НАВИЧОК З МАТЕМАТИКИ

### § 1. Розумовий розвиток і його показники

Розумовий розвиток є узагальненим, синтетичним поняттям. До складу його входять: формування сприймання, пам'яті, мислення, мовлення та інших компонентів психічного життя людини. Розумовий розвиток характеризується не тільки цими компонентами, а й структурою, тобто способом або законом пов'язання їх.

Розумовий розвиток пов'язаний, по-перше, з нагромадженням фонду знань і, по-друге, з нагромадженням особливого фонду добре відпрацьованих і міцно закріплених розумових прийомів засвоєння знань, які можна віднести до інтелектуальних умінь. Отже, розумовий розвиток характеризується і тим, що відображається в свідомості, і ще більшою мірою тим, як відбувається відображення.

Для кожного досвідченого педагога не таємниця, що молодший школяр відрізняється від дорослої людини не обсягом знань і вмінь. Це відмінність якісна: він про все судить по-своєму, бачить, оцінює по-своєму, у нього інша логіка, а не просто "менш логічна", ніж у вчителя або батьків. І те нове, що відкривають дитині у школі, - це не "доважок", а кардинальна перебудова її досвіду, в результаті якої й з'являється новий, розумний погляд на світ.

Особливістю розумової діяльності у 6-9-річних дітей є те, що їм доводиться в багатьох випадках починати вивчення матеріалу з розгляду зовнішніх ознак предмета, явища. Крім цього, молодшим учням властиве найвно-формальне, ігрове ставлення до теоретичних знань. Ніби губка, вбирають вони знання, цьому сприяють такі вікові особливості, як довірливе підкорення авторитету, підвищена сприйнятливність, вразливість. Саме ці якості становлять дуже важливу рису інтелекту, яка багато в чому визначає розумові досягнення учнів і в подальшому.

Сучасний початковий курс математики має сприяти розумовому розвитку учнів, а саме: *формувати* навички спостереження і аналізу (вичленяти елементарні складові частини з більш складних співвідношень і виявляти їх зв'язки); *виробляти* умін-

ня представляти реальні об'єкти навколишньої дійсності у вигляді конкретних образів (фігур, схем, символів), згодом – понятійних; **закладати** основи дедуктивного мислення шляхом поступового прищеплення потреби логічної стрункості міркувань з залученням елементів дедукції, критичного відношення до індуктивних висновків; **розвивати** уяву на основі уміння робити висновки, узагальнювати, роз'яснювати спосіб дій, знаходити приклади, які ілюструють висловлення, або контрприклад, які спростовують припущення; **привчати** ясно, просто і точно висловлювати свої думки (при опису математичного об'єкта, висловленні гіпотези, формулюванні означення, властивості, викладу доведення); **прищеплювати** навички акуратності, чіткості і порядку при побудові геометричних фігур, виконанні обчислень, веденні записів.

Критеріями схильності учнів до математики вважається: відносно швидке оволодіння дитиною математичними знаннями, умінями і навичками, швидке сприймання пояснень учителя; наявність логічності і самостійності в мисленні, можливість і орієнтація в установленні зв'язку між змістом умови і вимогою задачі; логічна згорнутість процесу міркування; уміння формулювати задачі в непрямій формі; швидке і тривале запам'ятовування математичного матеріалу; наявність постійного інтересу до математичних завдань і майже відсутня втомлюваність на уроках математики; наявність таких рис особистості, як зосередженість, працелюбність, наполегливість.

Індивідуальні можливості школярів нерідко визначають залежно від сформованості співвідношення в них словесно-логічних і наочно-образних компонентів мислення. За виявами цих компонентів розрізняють аналітичний, геометричний і гармонійний тип розуму. Для учнів з виявами *аналітичного типу* характерні нахили до оперування схемами. Вони здебільшого розв'язують задачі складним логіко-аналітичним способом, їм легше міркувати, ніж практично щось обчислювати. Учні з виявами *геометричного типу* розуму постійно відчувають потребу в наочності. Вони легко виконують різні креслення, без труднощів орієнтуються в наочній інтерпретації вираження абстрактно математичних відношень і залежностей. Учні з цим типом мислення усвідомлюють задачу в цілому, намагаються зобразити її зміст схемою чи виразити формулою. В учнів з *гармонійним типом* математичного мислення виявляються нахили до

словесно-абстрактного аналізу образів, схем. У розв'язуванні задач вони користуються і аналітичним, і образно-геометричним мисленням. Такі учні не завжди відчують потребу в опорі на наочну основу, у поясненні виконаних дій, здебільшого користуються вербально-логічними формулюваннями.

Здібності не зводяться до наявних у людини знань, умінь, навичок. Вони проявляються у швидкості, глибині і міцності оволодіння способами і прийомами діяльності.

Як конкретно відрізнити здібності від умінь і навичок?

При аналізі здібностей завжди мають на увазі якості, особливості *людини*, яка виконує ту чи іншу діяльність, а при аналізі умінь і навичок – якості, особливості *діяльності*, яку здійснює людина.

У цьому відмінність: коли говорять про здібності, мають на увазі психологічну характеристику *людини* в діяльності, коли говорять про уміння (навички) – психологічну характеристику *діяльності* людини.

Так, уміння і навички в розв'язуванні задач – це наявні в учня можливості в розв'язуванні задач вивчених видів, а здібності в розв'язуванні задач – це його *потенціальні* можливості в розв'язуванні будь-яких задач, це головна умова швидкого, легкого і глибокого оволодіння уміннями і навичками в розв'язуванні нових видів задач. Математичні здібності визначаються двома основними рисами: умінням мислити логічно і умінням мислити нешаблонно.

## § 2. Формування прийомів розумових дій у процесі навчання учнів математики

Навчальна діяльність є провідним фактором у становленні інтелекту. Керування розумовим розвитком школярів відбувається успішно, якщо у процесі навчання створюється відповідна до завдань структура навчальної діяльності, яка характеризується її цілями, об'єктами, способами дій, мотивами і формами спілкування учителя з учнями, батьків з дітьми, учнів з учнями.

Стародавня китайська приказка стверджує: "Я слухаю – і я забуваю, я бачу – і я запам'ятовую, я роблю – і я розумію". У школах в основному реалізується перше, дуже мало другого, і, на жаль, майже відсутнє третє.

Центральним напрямком, який вбирає різні аспекти розвивального навчання, ми вважаємо *формування у молодших учнів бажання й уміння вчитися*.

Щоб його реалізувати, необхідно (за О.Я. Савченко):

1) вчителів постійно турбуватися про розвиток допитливості, пізнавальних інтересів і потреб школяра;

2) забезпечувати активність та повноту сприймання, осмислення і використання засвоєваних знань;

3) досягати оптимального співвідношення між теоретичним і практичним матеріалом, своєчасно переходити до узагальнень, які сприяють розвитку мислення;

4) у процесі формування понять передбачати способи дій, спеціальні вправлення на усвідомлення прийомів учіння й одночасне озброєння широким діапазоном прийомів контролю і самоконтролю; переорієнтувати увагу учня з кінцевого результату на спосіб його досягнення;

5) використовувати найрізноманітніші способи педагогічної підтримки і стимулювання учнів.

Математичний розвиток дітей відбувається одночасно й у взаємодії, на основі формування в них таких якостей: уміння виділяти (вичленовувати) суть питання (висловлення), відмежовуватися від неістотних деталей, тобто абстрагуватися; переходити від конкретної ситуації до схематичної, не опускаючи нічого істотного, створювати простішу модель; виділяти із загального твердження часткове; робити логічні висновки з посилок і застосовувати ці висновки; оцінювати ефективність способів різних обчислень, перетворень тощо.

Звернемося до прикладів.

## 2.1. Розвиток уваги

Нестійка увага є однією з причин тимчасової затримки розумового розвитку учня, невстигання з математики. Залежно від мети уроку чи окремого його етапу та змісту навчального матеріалу застосовуються різні форми активізації уваги учнів. На Уроках математики в цьому "допомагають" спеціальні вправи, в яких акцентується об'єкт особливої уваги. Наприклад, шукане

позначається квадратиками, кружечками, зірочками, а формулювання завдань, по суті, подібне до загадки. Все це сприяє зацікавленості учнів роботою, що активізує увагу.

Наприклад, "Хто швидше закриє числом усі віконця":

$7 > *$	$0 < *$
$3 > *$	$10 > *$
$1 > *$	$0 > *$
$10 < *$	$1 < *$
$20 < *$	$7 < *$

Є й інші методичні прийоми та дидактичні засоби, що полегшують формування уваги учнів, допомагають учителю підтримувати її в стані активності. Це опорні схеми, таблиці, картки-інструкції зі зразками виконання певного виду завдань, яскраві зображення предметів та геометричних фігур тощо.

Корисні також спеціальні вправи в словесному і наочному оформленні (під номерами 1а, 2а, 3а, 4а подано словесні пояснення й інші варіанти малюнків):

1. Дано два рівних гострих кути. Чи будуть вони вертикальними (рис. 6)?

1а. Невже тільки вертикальні кути рівні (рис. 7)?

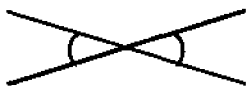


Рис. 6



Рис. 7

2. Дано два кути. Кожний з них дорівнює  $90^\circ$ . Чи будуть вони суміжними (рис. 8)?

2а. Невже прями кути завжди суміжні (рис. 9)?

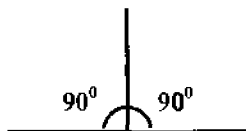


Рис. 8



Рис. 9

3. Оціни правильність твердження, що перпендикуляр коротший за будь-яку похилу (рис. 10).

3а. Але перпендикуляр і похила можуть бути проведені не з однієї і тієї ж точки (рис. 11).

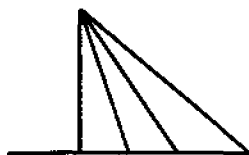


Рис. 10

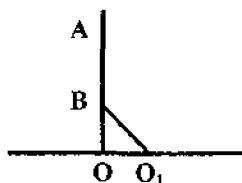


Рис. 11

4. Дано дві фігури, у яких основи рівні і висоти рівні. Чи рівні їх площа (рис. 12)?

4а. Але ж фігури можуть бути різними (рис. 13).

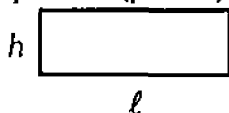
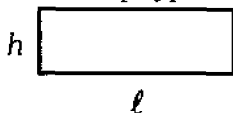


Рис. 12

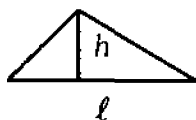
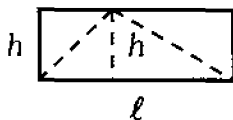


Рис. 13

## 2.2. Розвиток спостережливості

Дослідження якого-небудь об'єкта чи явища звичайно починають з *спостереження*. Правильна логіка мислення виникає з правильних і точних спостережень.

*Спостережливість* – це вміння людини помічати в предметах і явищах істотне, але малопомітне і відволікатися від неістотного, хоч би воно й одразу впадало в очі.

Навчання спостережливості передбачає формування у дітей здатності знаходити і помічати істотні деталі в предметах, явищах, встановлювати взаємозв'язки та взаємозумовленість деталей і ознак. Чим більше ознак, сторін, аспектів об'єкта бачить людина, тим більше ознак, сторін, аспектів завдання може вона охопити одним поглядом, чим різноманітніші ці аспекти, тим гнучкіше її мислення.



*Наприклад*, візьмемо число 144. Які властивості воно має?

– Це натуральне число... Воно парне, ділиться на 3... 144 – це квадрат 12...

– Правильно. Але це число задовольняє ще й іншим властивостям. Воно ділиться не тільки на 2 і на 3, а на багато інших чисел. Ось всі дільники числа 144: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72.

Число 144 задовольняє ще й таким властивостям: воно ділиться на суму своїх цифр  $144:(1+4+4)=16$ , а число 16 є добутком цих цифр  $16=1\cdot 4\cdot 4$ . Значить, 144 ділиться і на добуток своїх цифр. Якщо поміняти місцями першу і останню цифри у числі 144, то дістанемо 441, а це є квадрат числа 21, одержаного від зміни місць цифр у числі 12.

Побачити, помітити, усвідомити, виділити багато в одному предметі – нелегка розумова діяльність. Її виконання тісно пов'язане з рівнем розумового розвитку. Дослідження психологів показали, що сильний учень в об'єкті може виділити в середньому 12,5 ознак, слабкий – 6,5, а найслабший – 4,5.

### 2.3. Розвиток пам'яті

У процесі раціонального вивчення математики удосконалюється і зміцнюється пам'ять учнів. Молодші школярі здатні запам'ятовувати абстрактні поняття, числові й буквені формули. Добре усвідомивши їх, вони можуть виділити у зрозумілому для них матеріалі опорні пункти, користуватися схемами для розв'язання задач і запам'ятовувати основні їх елементи.

Однією з властивостей людської пам'яті є її *вибірковість*: вона фіксує насамперед те, що має для людини якусь цінність. Тому, пояснюючи матеріал, бажано показати учням, що саме треба запам'ятати. Відомо також, що при одноразовому показі людині багатьох об'єктів її короткочасна пам'ять утримує лише 5-9 з них, при цьому вона більш обмежена кількістю об'єктів, ніж їх інформаційною місткістю. Тому пам'ять учнів краще поповнювати порівняно великими одиницями. Змушуйте працювати на себе ще одну особливість пам'яті: головне для людини – збагнути смисл.

Кращий і найбільш раціональний спосіб запам'ятовування знань – це їх активне і багатократне використання.

Учням, у яких розвиток пам'яті дещо затриманий, корисно давати вправи не тільки такі, які потребують активної розумової діяльності, а й на зосередження уваги. Наприклад, завдання на відтворення цифр. Учні заготовляють чисті аркуші паперу й підписують їх. Учитель пояснює, що він називатиме ряд цифр, які треба запам'ятати і відтворити в тому ж самому порядку (час відтворення – 1 хвилина). Завдання щоразу ускладнюється: перше завдання 6-3-4; друге – 7-2-8; третє – 1-5-3-9; четверте – 2-8-6-3-5; п'яте – 7-2-5-8-1-3 тощо.

Тренування пам'яті доцільно пов'язати з пошуками найраціональніших прийомів запам'ятовування, з виявленням певних закономірностей. Наприклад, один з учнів бере 10-15 маленьких аркушів паперу і малює на них без будь-якої системи від 3 до 10 кружечків або ставить стільки ж крапок, перемішує малюнки, витягає один з них і показує своєму товаришеві, потім ховає картку і пропонує цьому учневі сказати, скільки кружечків чи крапок на картці та в якому порядку вони розміщені. Згодом такі вправи ускладнюються; на аркушиках учні малюють кружки, трикутники, квадрати та інші геометричні фігури.

## 2.4. Розвиток аналізу і синтезу

Запропонуйте школяреві таку задачу: покладіть перед ним різнокольорові паперові трикутники, зроблені з сірників, дерева, картону, тканини різних за формою і розмірами. Запитайте: "Як назвати все це одним словом?" Якщо він відповість вам: "Це все трикутники", – значить, він здатен до швидкого аналізу і з багатьох ознак (колір, матеріал, розмір, конфігурація) вибрав одну загальну для всіх – фігури мають три кути.

**Аналіз** – це мислене розчленування об'єктів свідомості, виділення в них окремих частин, елементів, ознак і властивостей. Мислене об'єднання виділених при аналізі окремих частин, сторін, ознак і властивостей об'єктів в єдине ціле називають **синтезом**. В методиці викладання математики **аналізом** називають також інший процес – міркування, що йдуть від невідомого до відомого, а **синтезом** – міркування в протилежному напрямі.

Важливо, щоб школярі зрозуміли, для чого здійснюється аналіз і синтез. Тому вчитель підкреслює: аналіз існує для того, аби краще дослідити предмет, розглянути кожну його частину окремо. Проте цього недостатньо. Необхідно також знати, яке

місце займає кожна частина в предметі, як усі частини (ознаки) взаємопов'язані, треба уміти з'єднати ці частини, тобто здійснити синтез. Отже, завдяки аналізу виділяють окремі сторони предмета, а за допомогою синтезу сприймають предмет таким, як він є в цілому. "Аналіз є винахід, синтез – виконання, аналіз є складання плану, а синтез – його здійснення. Аналіз заключається в думках, синтез – в діях" (Д. Пойа).

Деякі вчені, особливо математики, виділяють окремий вид аналізу – *комбінаторний аналіз*. Він є важливою розумовою дією, яка включає компоненти визначення всіх ймовірних об'єднань даних розумової задачі, перегрупування цих об'єднань за певними ознаками. Комбінаторний аналіз може відбуватися на наочній, уявній і абстрактній основі.

Розвитку комбінаторного аналізу можуть сприяти такі завдання:

1. У Марійки є 2 спіднички – синя і коричнева і 2 блузки – червона і зелена. Скількома способами Марійка може одягти ці речі? Зробіть малюнки.

2. Які числа можна скласти з цифр 3 і 7? з цифр 5, 3, 7?

Завдання комбінаторного типу учні розв'язують методом "перебору".

Звичайно, молодшим школярам ще не доступна сама система перебору, яка б забезпечувала цілковиту впевненість у тому, що розглянуто всі випадки. Проте спостереження, зіставлення фактів, ситуацій, які виникають під час розв'язування таких задач, мають велике пізнавальне значення. І хоча учні ще не зроблять загальних висновків, у них розвиватиметься вміння висловлювати здогадки, припущення, доводити справедливості певних тверджень перебором різних варіантів, що саме собою необхідне кожній людині.

## 2.5. Розвиток порівняння

Спостерігаючи, найчастіше *порівнюють*, виділяють в спостережуваних об'єктах щось схоже чи відмінне в порівнянні з іншими об'єктами.

Відомі дві основні форми порівняння: *зіставлення* і *протиставлення*. *Зіставляючи*, відмічають *спільне* в порівнюваних об'єктах. *Протиставляючи*, підкреслюють *відмінність* між розглядуваними об'єктами. Порівняння є засобом аналізу і синтезу, абстрагування й узагальнення.

**Завдання.** Порівняйте такі пари математичних об'єктів, вкажіть, за якими ознаками (властивостями) вони схожі, а за якими різняться:

- а) вертикальні і суміжні кути;
- б) круг і квадрат;
- в) лінійне рівняння і паралелограм;
- г) прямокутний трикутник і функцію  $y = x^2$ .

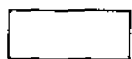
**Відповідь.** а) Схожі за властивостями: пара кутів, мають спільну вершину; відмінності: вертикальні кути завжди рівні, а суміжні, як правило, не рівні; сума суміжних кутів постійна, а сума вертикальних змінна.

б) Схожі за властивостями: замкнені фігури, мають центр симетрії. Відмінності: круг обмежений кривою лінією, а квадрат складається з прямолінійних відрізків; круг має безліч осей симетрії, а квадрат тільки 4 вісі симетрії.

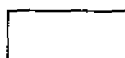
в) Не порівнянні.

г) Не порівнянні.

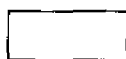
Порівнювати різні об'єкти навчаємо з 1 класу. Вже шести-літки чітко усвідомлюють сутність цієї операції: порівняти – означає сказати, чим схожі предмети і чим вони різняться; порівнюють об'єкти за кольором, формою, розміром. Під час розв'язування задач пропонуємо порівняти їх умови і запитання за схематичними записами.



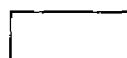
? на



більше



? на



менше

**Тема.** Порівняння чисел 3 і 4.

Опрацювання нового матеріалу. Треба порівняти числа 3 і 4. Покажемо ці числа за допомогою предметів. Покладіть у рядок 4 кружечки, нижче у другому рядку ще 3 квадрати (один квадрат проти кружечка).

Яка фігура залишилася без пари? Отже, кружечків більше від квадратів, 4 більше від 3 (3 менше від 4).

Надалі учні порівнюватимуть числа за принципом побудови натурального ряду: число 12 при лічбі йде раніше від числа 15; отже, 12 менше від 15.

Керувати процесом розв'язування молодшими учнями пізнавальних завдань на порівняння слід у такій послідовності: актуалізація знань учнів про об'єкти, що порівнюються; усвідомлення учнями мети завдання. Виділення ознак, що порівнюються; порівняння відповідних подібних (однакових чи протилежних) ознак; формулювання і пояснення результату порівняння.

## 2.6. Завдання на аналогію

У мисленні молодших учнів велике значення мають умовиводи з *аналогії* (грецьке *analogia* – відповідність, схожість, подібність), при яких від схожості предметів за одними ознаками роблять висновок про можливу схожість цих предметів за іншими ознаками. В умовиводах за аналогією думка формується від одиничного до одиничного, в результаті цього знання переносяться з раніше вивченого об'єкта на інший, менш вивчений.

Міркування за аналогією ґрунтується на операції порівняння у формі співвіднесення і зіставлення істотних ознак об'єктів, а сам процес відбувається на основі аналізу, абстрагування, синтезу. При опорі на аналогію *шукають* спосіб діяльності, *відкривають* виконавські операції, а потім *перевіряють* висловлену здогадку. В цьому і проявляється активізуючий вплив аналогії, її цінність в навчанні: аналогію як прийом інтелектуальної діяльності здійснюють учні, вчитель спонукає їх до цього.

Керувати процесом розв'язування пізнавальних завдань на аналогію доцільно в такій послідовності: визначення мети завдання; встановлення подібності і відмінності між відомим поняттям і тим, що формується на основі порівняння; встановлення можливості перенесення відомої ознаки чи способу дії на нове поняття; висновок про властивості нового об'єкта; обґрунтування істинності суджень; закріплення нових знань (способів дій) у різноманітних вправах.

Висновки, зроблені за аналогією, можуть бути неправильними і тому завжди вимагають перевірки. Наприклад, учні часто вважають, що коли якесь число ділиться на 2 і на 4, то воно ділиться на 8 (аналогія: коли число ділиться і на 2, і на 3, то воно ділиться на 6). Цим аналогія схожа на неповну індукцію. Проте між ними є істотна різниця. У неповній індукції властивості кількох предметів множини переносяться на всі предмети цієї множини, а в аналогії властивості одного предмета переносяться на інший предмет.

Аналогія доступна і проста як спосіб міркування, але вона більше переконує, ніж доводить. Використовується аналогія лише в тому випадку, якщо потім твердження за аналогією можна строго довести. У початкових класах завдання на обґрунтування істинності суджень виконуємо за допомогою вимірювань, обчислень, предметних дій, дедуктивних міркувань.

У навчанні математики аналогія застосовується для вивчення властивостей об'єктів, відношень між ними і дій з ними. Тому коротко і умовно можна говорити про *аналогії властивостей*, *аналогії відношень* і *аналогії дій*. Пояснимо це на прикладах.

### 1. Аналогія властивостей.

**Тема.** Ознайомлення з таблицею розрядів і класів. Поняття про клас.

Для розширення поняття множини натуральних чисел (за межі перших двох класів), для визначення властивостей нового об'єкта – класу мільйонів доцільно застосувати аналогію.

Ознайомивши з групуванням розрядів у класи та опрацювавши таблиці розрядів і класів, учитель подає додаткове пояснення.

У класі одиниць три розряди – одиниці, десятки, сотні. У класі тисяч також три розряди – одиниці тисяч, десятки тисяч, сотні тисяч. Скільки буде розрядів у наступному класі, який називається класом мільйонів, і як їх називають? (Три розряди, їх називають – одиниці мільйонів, десятки мільйонів, сотні мільйонів).

**2. Аналогія відношень.** Порівняємо два вирази:  $4 \cdot (3+7)$  і  $4 \cdot 3 + 4 \cdot 6$ . За допомогою обчислень або застосування знань смислу дії множення встановлюємо, що  $4 \cdot (3+7) > 4 \cdot 3 + 4 \cdot 6$ . Далі, порівнюючи ліву частину нерівності з правою, помічаємо, що у другому виразі число 4 множиться на 6, а не на 7 або більше число. Тепер візьмемо вирази  $3 \cdot (8+9)$  і  $3 \cdot 8 + 3 \cdot 7$ . За аналогією робимо висновок (висловлюємо здогадку), що  $3 \cdot (8+9) > 3 \cdot 8 + 3 \cdot 7$ , бо і в цьому прикладі у другому доданку другого виразу дане число множиться на число, менше за другого доданка суми в дужках. Перевірка висловленого припущенні може бути виконана або шляхом обчислень, або шляхом міркувань. У наведеному прикладі аналогія використовувалась для встановлення відношень між даними об'єктами.

### 3. Аналогія дій.

**Тема.** Усне додавання трицифрових чисел без переходу через розряд.

**Бесіда.** Ми вміємо додавати двоцифрові числа. Поясніть прийом додавання, користуючись розгорнутим записом:

$$26+43=(20+6)+(40+3)=(20+40)+(6+3)=60+9=69$$

Подумайте, чи не можна таким способом знайти суму трицифрових чисел 243 і 321 (учитель не показує розгорнутого запису). Скільки чисел додавали в першому прикладі? Як записували числа в першому прикладі? Які доданки додавали? Спробуйте зробити так само і при додаванні трицифрових чисел.

Аналогія в діяльності учнів може стати тим прийомом, який допомагатиме здобувати нові знання або застосовувати відомі способи дій у нових умовах.

Істотно, що в початкових класах більшість тем з математики складається з однотипних питань. Це дає змогу посилювати самостійну роботу учнів на основі аналогії. Особливо радимо використовувати аналогії при виробленні навичок розв'язування задач.

## 2.7. Розвиток абстрагування і конкретизації

Порівняння нерозривно пов'язане з іншою розумовою діяльністю – абстрагуванням.

**Абстрагування** (лат. *abstractio* – відтягування, відвернення) – це процес мисленого ізолювання, виділення окремих властивостей з багатьох властивостей розглядуваних об'єктів чи явищ. Результатом такого ізолювання є **абстракції** – створені людським розумом нематеріальні образи. Операцію, протилежну до абстрагування, називають **конкретизацією**.

Зверніть увагу на відмінність двох переходів:

а) монета, дно каструлі, кришка, ілюмінатор (кругле вікно у літаку, на пароплаві) і т. ін. → **круг**;

б) квадрат, прямокутник, паралелограм, ромб і т. ін. → **чотирикутник**.

У першому випадку переходять від матеріальних об'єктів до нематеріального поняття, це **абстрагування**; у другому – від абстрактних понять до абстрактного, це – **узагальнення**.

Подаємо зразки завдань на **конкретизацію**:

1. Назвіть предмети, які мають форму квадрата, прямокутника, круга.

2. Назвіть значення букв, при яких справджуються рівності:

$$a + a = a$$

$$v \cdot v = 1$$

$$a + a = a + 7$$

$$k : k = 1$$

$$a \cdot v = 0$$

$$a \cdot k = a$$

Навчити дітей абстрагувати – означає виробити в них уміння бачити загальні істотні ознаки певних предметів. Розвиткові вміння відділяти істотні ознаки від неістотних сприятиме застосування варіативної наочності в процесі навчання математики.

## 2.8. Розвиток узагальнення і класифікації

В навчанні математики часто виникає потреба переходити від чогось одиничного до загального, від менш загального до більш загального. Такі переходи називають *узагальненнями*.

*Узагальнення* – уявне об'єднання предметів і явищ на основі подібності їх істотних ознак. Наприклад, учні спочатку вивчають натуральні числа, потім – цілі невід'ємні, цілі, раціональні, дійсні. Кожна з названих числових множин загальніша від попередньої, містить попередню як свою частину. Такі переходи – узагальнення поняття числа.

Звертаємо увагу на двозначність терміна "узагальнення". Так називають і згаданий вище процес, і створений в результаті такого процесу об'єкт.

Правильні *узагальнення* формуються за допомогою певної системи пропедевтичних творчих вправ і пізнавальних завдань, яка базується на варіюванні неістотних ознак понять, що розглядаються, при постійності істотних ознак. Необхідною умовою цих узагальнень і висновків є своєчасне введення наукової термінології і на цій основі – все більш абстрактне узагальнення, систематизація знань чи удосконалення умінь і навичок засобами теорії.

Базовим для навчання таких операцій, як аналіз, синтез, узагальнення, є вміння *класифікувати* (відносити предмети і явища до їх видів, типів, груп, класів тощо).

Що треба зробити, щоб одиничний предмет віднести до групи (класу) таких предметів?

Для цього потрібно:



1) Проаналізувати предмети, виділити їхні істотні ознаки.  
 2) Згадати, які істотні ознаки має група предметів, до якої відносимо одиничний предмет.

3) Співвіднести істотні ознаки одиничного предмета з істотними ознаками групи, до якої відносимо його.

4) Зробити висновок про можливість включення одиничного предмета до групи предметів.

Уміння класифікувати учні набувають поступово, на системі спеціально дібраних вправ:

1. Підготовчі завдання: заберіть зайвий предмет, назвіть зайвий предмет, намалюйте фігуру такого ж кольору (форми, розміру), дайте назву групі предметів. Сюди ж можна включити завдання на вироблення уваги і спостережливості: який предмет забрали? Покладіть предмети у тій послідовності, в якій вони лежали спочатку. Порівняйте схожі малюнки і знайдіть відмінності тощо.

2. Завдання, в яких на основу класифікації вказує вчитель. Наприклад: розбийте дані числа на групи – одноцифрові числа і двоцифрові числа: 1, 9, 47, 25, 5, 8, 50, 62, 2.

3. Завдання, в яких треба виділити об'єкти з даної групи за певною основою, а потім вказати основу для решти групи об'єктів. Наприклад: випишіть всі числа, записані двома різними цифрами: 44, 65, 70, 88, 34, 43, 66, 31, 94, 22.

Після того, як учні виконають це, їм пропонується уважно подивитись на ті числа, які залишились, і назвати спільну для них ознаку, тобто фактично вказати основу.

4. Визначіть основу для класифікації слідуєчих прикладів:

$$13 - 4$$

$$6 - 1$$

$$7 + 2$$

$$16 - 9$$

$$3 + 2$$

$$6 + 3$$

Для розвитку учнів класифікації математичних понять дають дуже багато. Якщо вчитель наводить класифікації різних виучуваних понять, наприклад, чисел, виразів, рівнянь, нерівностей, кутів, багатокутників тощо, то діти глибше усвідомлюють суть цих понять, установлюють зв'язки між ними, краще відрізняють одне від одного, краще запам'ятовують їх.

Іноді класифікацію ототожнюють з *систематизацією*. Але як процеси вони різні. Класифікація – розбиття цілого на частини, систематизація – об'єднання розрізнених частин в систему.

## 2.9. Розвиток причинново-наслідкового мислення

Оволодіння операцією узагальнення є також необхідною умовою розуміння учнями *причинно-наслідкових зв'язків*.

Треба навчити дітей розрізняти поняття "причина" і "наслідок". *Причина* – це те явище, яке призвело до іншого, наступного за ним; *наслідок* – явище, яке виникло через причину.

**Приклад.** Чому з Землі видно тільки одну півкулю Місяця?

**Відповідь.** Один оберт Місяця навколо своєї вісі відбувається за стільки ж часу, за скільки і один оберт навколо Землі. Тому з Землі видно одну півкулю місячної поверхні.

Для причинного зв'язку вірні твердження:

- ніщо не є причиною самого себе;
- якщо одна подія є причиною другої, то друга не є причиною першої;
- одна і та подія не може бути одночасно як причиною наявності якоїсь події, так і причиною її відсутності;
- немає причини для настання протирічливої події.

Розрізняють *повну*, або *необхідну*, причину і *неповну*, або *часткову*, причину. Повна причина завжди, за будь-яких умов викликає свій наслідок, у той час як часткова причина тільки сприяє настанню свого наслідку, і цей наслідок реалізується лише у випадку об'єднання часткової (неповної) причини з іншими умовами.

Керувати процесом розв'язування пізнавальних завдань на встановлення причинно-наслідкових зв'язків доцільно в такій послідовності: аналіз і виділення істотних ознак об'єкта; пошук і пояснення причини факту, явища, події; встановлення і пояснення наслідку; співвідношення причини і наслідку; висновок – пояснення утворення зв'язку між визначеними об'єктами; фіксація уваги на способах міркування.

## 2.10. Розвиток індуктивних і дедуктивних міркувань

Міркувати, робити висновки можна в двох взаємно протилежних напрямках: від кількох одиничних або менш загальних тверджень переходити до об'єднуючого їх загального утвердження, або від відомого загального твердження до менш загальних чи одиничних. Перший шлях міркувань називають *індук-*

цією (лат. *inductio* – наведення), а другий – *дедукцією* (лат. *deductio* – виведення).

У математиці поширені дедуктивні методи. Дедукція широко застосовується у викладанні математики.

**Приклад 1.** Застосовуючи *евристично-дедуктивну бесіду*, вчитель повідомляє загальне положення, а потім за допомогою запитань спрямовує учнів до з'ясування конкретних прикладів.

**Тема.** Розв'язування рівнянь на знаходження невідомого множника.

Підготовка та пояснення нового матеріалу. Прочитайте приклад  $6 \cdot 3 = 18$ . Поділіть добуток на один з множників. Що ви помітили? Що дістали, коли добуток поділили на один з множників? Знайти невідомий множник у прикладі  $\square \cdot 3 = 15$ .

Розв'яжемо задачу:

Невідоме число помножили на 4 і дістали 28. Знайти невідоме число.

Для розв'язування задачі позначимо невідоме число буквою  $x$ . Як тоді можна записати задачу? (Можна скласти рівняння  $x \cdot 4 = 28$ ). Що відомо у цьому рівнянні? Що невідомо? Як знайти невідомий множник?

Запишемо розв'язання рівняння і відповідь задачі:

$$x = 28 : 4$$

$$x = 7.$$

Відповідь. Невідоме число дорівнює 7.

**Приклад 2.** Сутність *евристично-індуктивної бесіди* полягає в тому, що вчитель спочатку пропонує розглянути конкретні приклади (однотипні). На основі аналізу їх учні приходять до загального висновку.

**Тема.** Переставна властивість додавання.

**Бесіда.** На малюнках три групи предметів (1 груша, 2 яблука і 4 груші). У кожному рядку ці предмети розміщені по-різному. За малюнком складено такі приклади:

$$1 + 2 + 4$$

$$2 + 1 + 4$$

$$4 + 2 + 1$$

Додати числа в кожному рядку і записати відповіді. Що однакового в прикладах? Чим різняться ці приклади між собою?

Обчислити ще такі суми:  $5 + 3$  і  $3 + 5$ . Чи зміниться результат додавання, коли змінити порядок додавання чисел? Який з цього можна зробити висновок? (Додавати числа можна в будь-якому порядку).

**Приклад 3.** Розв'язування ланцюжків прикладів  $0+1$ ,  $2+3$ ,  $3+4$  і т.д. та  $1-0$ ,  $2-1$ ,  $3-2$  і т.п. підводить до формулювання таких загальних тверджень: "Сума двох наступних чисел – число непарне" і "Якщо від наступного числа відняти попереднє, то дістанемо 1".

Методи і прийоми навчання молодших школярів на етапі засвоєння нових знань у більшості випадків пов'язані з *індуктивними* міркуваннями. У процесі індуктивних умовиводів учні звертаються до вимірювань, обчислень, спостережень, порівнянь, тобто до доступних для них операцій, які активізують діяльність і на основі яких вони можуть самостійно зробити висновок.

Робота з формуванням уміння помічати закономірності включає кілька етапів:

- 1) спостереження (експеримент) шляхом обчислень, перетворень, співставлень;
- 2) формулювання гіпотези, одержаної внаслідок спостереження, яка стверджує певну закономірність;
- 3) перевірка гіпотези.

Щоб учні змогли правильно сформулювати індуктивний висновок, учителю в процесі організації спостереження за частковими факторами необхідно слідкувати за правильністю і точністю мови, допомагати словесно формулювати свої спостереження. Корисно якомога більшому числу учнів надавати можливість словесно виразити спостережувані залежності, зв'язки, закономірності. У випадку утруднення при формулюванні висновку вчитель допомагає дітям навідними запитаннями, зміст яких тісно пов'язаний зі змістом узагальненої формулювання, або сам уточнює зроблений учнями висновок.

Необхідно виховувати в учнів критичне ставлення до індуктивних умовиводів. Вони повинні розуміти, що висновок, одержаний на основі індуктивного умовиводу може бути як істинним, так і хибним. Це можна показати на прикладах:

- 1) Обчислюючи суму чотирьох послідовних натуральних чисел, учні переконуються, що вона не кратна 4, наприклад,  $1+2+3+4=10$ ;  $2+3+4+5=14$ ;  $3+4+5+6=18$ . Висловлюється припущення, що взагалі сума чотирьох послідовних натуральних чисел не кратна 4. Далі це твердження перевіряється для загального випадку.

Нехай  $a, a+1, a+2, a+3$  – чотири послідовних натуральних числа, тоді  $a+(a+1)+(a+2)+(a+3)=4a+6$ . Перший доданок цієї суми ділиться на 4, а другий не ділиться, отже не ділиться на 4 і вся сума.

Таким чином, припущення було правильним.

2) Порівняйте вирази, знайдіть загальне в одержаних нерівностях, сформулюйте висновок:

$$2+3 \dots 2 \cdot 3$$

$$3+4 \dots 3 \cdot 4$$

$$4+5 \dots 4 \cdot 5$$

$$5+6 \dots 5 \cdot 6$$

Учні роблять припущення: "Сума двох послідовних чисел завжди менша за добуток цих чисел". Але випадки:

$$0+1 > 0 \cdot 1$$

$$1+2 > 1 \cdot 2$$

спростовують зроблений висновок. Отже, зроблений індуктивний умовивід – хибний.

В процесі навчання індуктивним міркуванням корисно спонукати учнів до пошуків нових прикладів, які підтверджують правильність зробленого висновку і, з іншого боку, вчити їх співставляти висновок з тими фактами, на основі яких він зроблений, шукати і такі факти, які можуть спростувати зроблений висновок. З цією метою може виявитись корисним і прийом спеціального зіткнення учнів з такими випадками, коли одержуваний висновок виявляється неправильним.

## 2.11. Розвиток вільного продуціювання думок

З метою всебічного розвитку молодших школярів бажано опрацювати з ними певну кількість таких задач, які вимагають гнучкості, критичного підходу, раціонального мислення і просто здорового глузду. Задачі, що відповідають вказаним критеріям, називатимемо задачами з *логічним навантаженням*.

Використання задач з логічним навантаженням буде ефективним, якщо:

а) для роботи над ними виділяти 7-10 хв уроку два-три рази на тиждень;

б) розкривати умови задач емоційно і образно, спираючись на наочність;

в) учням надати змогу поміркувати, обмінятися думками, висловити різні підходи, подумати над розв'язуванням вдома.

Учитель повинен заохочувати учнів до пошуків раціональних способів розв'язування задач не тільки через те, що на раціональне розв'язання витрачається менше часу, а й з метою виховання в них раціоналізаторських здібностей. Прищеплення учням навичок у відшукуванні різних способів розв'язування задач сприяє розвитку прийомів логічного пошуку, який, у свою чергу, розвиває дослідницькі здібності дітей.

**Задача.** У магазин привезли 3500 кг овочів. Першого дня продали  $\frac{2}{10}$ , а другого -  $\frac{3}{10}$  усієї кількості овочів. Скільки овочів продали за ці 2 дні?

**Розв'язання.**

*1 спосіб.*

$$1. 3500 : 10 \cdot 2 = 700 \text{ (кг)}$$

$$2. 3500 : 10 \cdot 3 = 1050 \text{ (кг)}$$

$$3. 700 + 1050 = 1750 \text{ (кг)}$$

Знаходження *другого способу* розв'язання задачі полегшує графічна ілюстрація (рис. 14). Зокрема, вона допомагає з'ясувати, що  $\frac{2}{10}$  і  $\frac{3}{10}$  усієї кількості – це половина привезених у

магазин овочів. Звідси й такий більш раціональний спосіб:

$$3500 : 2 = 1750 \text{ (кг)}$$

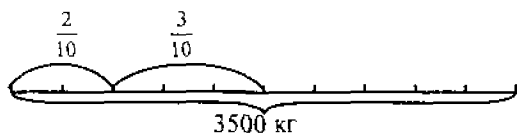


Рис. 14

Перевірка самостійної розумової діяльності учнів передбачає обов'язковість обговорення усіх пропонованих дітьми способів розв'язування, уточнення способів розв'язань і міркувань, акцентування уваги на найбільш раціональні, оригінальні і красиві способи розв'язання. Перевірка особливо важлива для дітей з низьким рівнем розвитку, які засвоюють все нове з великими труднощами і тривалий час не можуть виконувати завдання самостійно.

Активність думки класовод збуджує не тим, що він часто запитує учня, ставить перед ним одне запитання за іншим або говорить: "Думай, думай!", а тим, що створює умови для дозрівання думки. П.П. Блонський наголошував: "Перестаньте беспрестанно тормозити наших учеников. Учитель, как несчастья,



Як змінюється різниця, якщо від'ємник зменшується? Як саме змінюється різниця, якщо змінюється від'ємник? Після скількох прикладів міг зробити висновок?

**Аналіз результатів.** Високий рівень узагальненості мають учні, які роблять висновок після 2-3 завдань; достатній – після 3-4 завдань; середній – після розгляду половини завдань; низький – учень робить висновок без кількісної зміни.

### 3.2. Дослідження гнучкості, логічності мислення

**Завдання.** Розглянь вираз  $17 - k$ .

- 1) Запиши одне значення  $k$ ;
- 2) запиши кілька значень  $k$ ;
- 3) запиши всі значення  $k$ ;
- 4) яке найменше значення  $k$ ;
- 5) яке найбільше значення  $k$ ;
- 6) вкажи найменше значення різниці;
- 7) вкажи найбільше значення різниці.

Відповідь на всі запитання характеризує глибину сприйняття.

**Аналіз результатів.** Високий рівень – правильно виконано всі завдання; достатній – правильно виконано завдання 1-5; середній – правильно виконано завдання 1-3; низький – правильно виконано завдання 1-2.

### 3.3. Дослідження уміння здійснювати аналіз, синтез, порівняння

**Завдання 1.** За 10 хв треба визначити напрямок стрілки на кожному компасі. Якщо завдання виконано правильно і у відведений час, то у дитини хороші здібності до аналізу і добре розвинутий окомір (рис. 15).

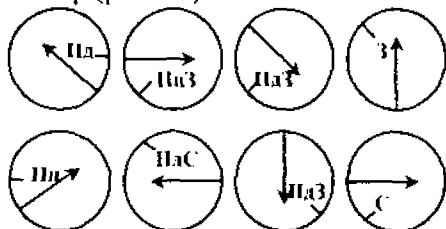


Рис. 15



Правильні відповіді: ПнС, Пд, ПнС, ПнЗ, ПдС, С, З, ПнЗ.

Дослідити здібності до аналітичного мислення допоможе, наприклад, методика "Числові ряди". Задача – виявити закономірність у числових рядках (продовжити ряд чисел або вставити пропущені). У завданнях використовуються арифметичні дії додавання, віднімання, множення і ділення.

А	2	3	4	5	6	7	...	...
Б	10	9	8	7	6	5	...	...
В	5	10	15	20	25	30	...	...
Г	3	9	15	21	27	33	...	...
Д	9	1	8	2	7	3	...	...
Е	1	2	4	8	16	32	...	...
Є	4	5	8	9	12	13	...	...
Ж	22	24	23	25	24	26	...	...
З	17	18	16	19	15	20	...	...
И	18	17	20	15	22	13	...	...
І	27	30	7	21	...	...	...	...
Ї	3	6	7	...	...	...	...	...

**Завдання 2.** Учні пропонують порівняти два об'єкти і знайти спільне і відмінне двох предметів (понять, виразів, задач тощо).

### *Аналіз результатів*

#### **I. Рівні аналітичної функції мислення**

Підрахувати, скільки всього спільних і відмінних рис разом назве дитина.

Якщо учень назве 6-8 властивостей, в нього – високий рівень уміння аналізувати. Хороший рівень – названо 4-5 властивостей. Середній, достатній – 2-3 властивості. Низький – 0-1 властивість.

#### **II. Рівні порівняння**

Високий рівень порівняння мають діти, які в схожих предметах чи поняттях виділили більше відмінних властивостей, а в контрастних – більше спільних.

Хороший – схожих і відмінних ознак названо в однаковій кількості.

Достатній – відмінних ознак в контрастних об'єктах називається на 1-2 більше, ніж спільних ознак. А в схожих об'єктах називається на 1-2 спільну ознаку більше.

Середній – якщо може виділити хоч одну схожу рису у контрастних об'єктів або хоч одну відмінну рису у схожих об'єктів.

Низький – називає лише відмінні властивості у контрастних об'єктів і лише спільні – у схожих.

**3.4. Рівень розвитку конструктивного мислення** можна перевірити, виконавши таке завдання: мислено скласти цілу фігуру (трикутник) з окремих елементів, зображених на малюнках, у яких є необхідні і зайві елементи. Необхідні елементи (відповіді) помічені хрестиками (рис. 16, а-г).

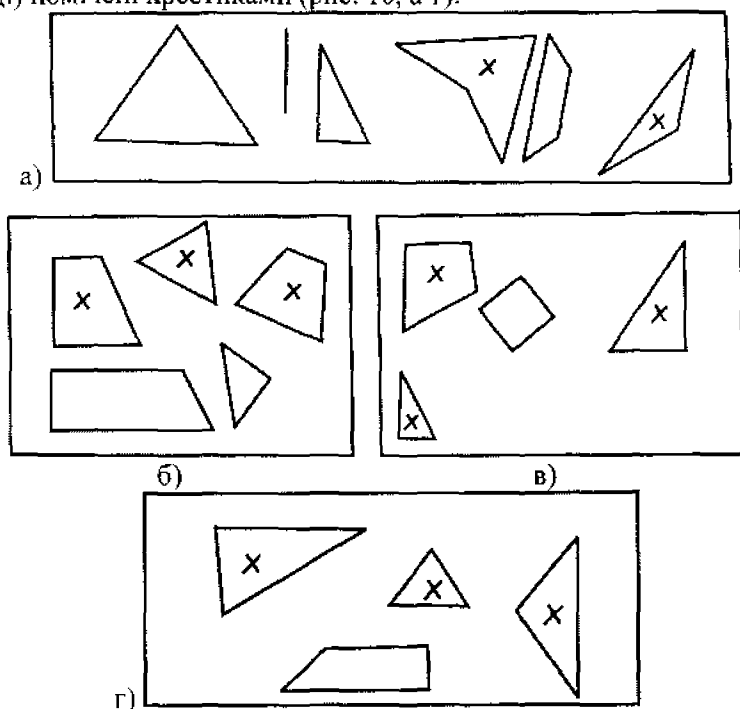


Рис. 16

Діагностування розумових здібностей учнів вчитель може провести на початку навчального року і в кінці II півріччя шляхом індивідуальної або групової роботи в позаурочний час або як короточасні самостійні роботи на уроці.

## ЗАВДАННЯ

1. Закінчіть означення.

*Математичний розвиток* – це ...

2. За якими показниками визначають розумовий розвиток учнів?

3. Назвіть типи пізнавальних завдань, які побудовані за прийомами розумової діяльності.

*Відповідь.* Це – завдання на порівняння з наступним поясненням відношень спільності і відмінності між об'єктами, що порівнюються; встановлення аналогії як засобу відкриття нових знань і способів дії; узагальнення і конкретизація; класифікація та групування матеріалу; визначення головного; знаходження і пояснення причинно-наслідкових зв'язків; доведення судження, висловленого вчителем, і власної думки.

4. Важливим механізмом мислення є аналіз через синтез. В чому його сутність? Як він проявляється в навчанні математики? Наведіть приклади за підручниками математики для 1-4 класів.

5. Що таке аналогія, індукція, дедукція? Наведіть приклади можливого використання аналогії, індукції і дедукції в навчанні математики в початкових класах.

6. Що таке порівняння, абстрагування, узагальнення? Наведіть приклади на використання їх у навчанні математики молодших учнів.

7. Розвивайте увагу.

Зробіть з цупкого паперу або картону 6 карток з такими таблицями:

21	12	7	1	20	9	5	11	23	20	14	18	7	24	21
6	15	17	3	18	14	25	17	19	13	22	1	10	9	6
19	4	8	25	13	3	21	7	16	1	16	5	8	20	11
24	2	22	10	5	18	12	6	24	4	23	2	25	3	15
9	14	11	23	16	8	15	10	2	22	19	13	17	12	4

22	25	7	21	11	5	14	12	23	2	20	8	23	5	11
6	2	10	3	23	18	25	7	24	13	3	25	13	17	2
17	12	15	5	18	11	3	20	4	16	10	15	21	7	22
1	16	20	9	24	6	10	19	22	1	24	1	19	9	14
19	13	4	14	8	21	15	9	17	8	18	6	12	4	16

У кожній таблиці написані числа від 1 до 25 в будь-якому порядку. Вам же необхідно уважно розглянути таблицю і відшукати всі числа по порядку від 1 до 25. Час, затрачений на пошук, треба фіксувати по секундоміру (або по звичайному годиннику з секундною стрілкою). Якщо ви витрачаєте на кожну таблицю не більше 3-35 с, то у вас розвинена увага, якщо ж більше, то слаба. Прослідкуйте також, як змінюється витрачений вами час від таблиці до таблиці. Якщо він різко змінюється, то у вас нестійка увага.

8. Навчайтесь спостерігати.

Чим цікаві приклади? Дописати у кожному з них за поміченою закономірністю ще по 3 приклади, не виконуючи обчислень. Перевірити правильність записів за допомогою обчислень.

а)  $91 \cdot 1 = 91$

б)  $9 \cdot 9 + 7 = 88$

$91 \cdot 2 = 182$

$9 \cdot 98 + 6 = 888$

$91 \cdot 3 = 273$

$9 \cdot 987 + 5 = 8888$

$91 \cdot 4 = 364$

$9 \cdot 9876 + 4 = 88888$

.....

.....

9. Навчайтесь бачити багато в одному.

Вкажіть не менше 8 властивостей числа 16.

*Відповідь.* Число 16 має п'ять дільників: 1, 2, 4, 8, 16; є квадратом числа 4 і степеню  $2^4$ ; дорівнює сумі чотирьох непарних чисел:  $16 = 1 + 3 + 5 + 7$ .

10. Навчайтесь порівнювати.

Чи правильно виконано порівняння об'єктів, а якщо неправильно, то в чому помилка:

а) Порівнявши трикутники АВС і ДКМ встановили, що трикутник АВС – прямокутний, а трикутник ДКМ – рівнобедрений.

б) Порівнявши два прямокутники, встановили, що один з них має площу  $48 \text{ м}^2$ , а периметр другого дорівнює 60 м.

в) Порівнявши два круга, встановили, що радіус одного з них дорівнює 6 м, а радіус другого 8 м.

*Відповідь.* а), б) – неправильно: різні основи порівняння, в) правильно.

11. Учитель пояснив, що прийнято записувати  $5+5+5$  як  $5 \cdot 3$ . Далі пропонує учням зробити в такий спосіб і у випадках  $8+8+8+8+8$ ,  $2+2+2+2$ ,  $7+7+7+7+7+7$ . Чи використовується тут аналогія? Чому?

12. В учнівському зошиті є такі записи:  $48-(16+7)=25$ ,  $50-40+7=3$ .

В чому причина помилки у розв'язанні другого прикладу?

*Відповідь.* Учень помітив схожість в чергуванні знаків дій в даних прикладах, але не звернув уваги на відсутність дужок у другому прикладі. Не схопивши істотної відмінності даних прикладів, він застосував для їх розв'язання одне загальне правило.

13. а) Пригадайте слова В.О. Сухомлинського: головне завдання початкових класів – це навчити дитину вчитися, сформувати інструмент, без якого вона стає невстигаючою, нездібною; цим інструментом є *п'ять умінь*: ... (вміння спостерігати, думати, висловлювати думку про те, що бачу, роблю, думаю, спостерігаю; читати, писати).

б) "Розумний той, хто розумно діє". Це визначення належить одному з відомих учених-кібернетиків У. Ешбі. Та чи так уже відрізняється воно за своєю суттю від нашого інтуїтивного сприйняття розумної людини?

14. Критичність мислення – вміння об'єктивно оцінювати власні й чужі судження, свою і чийось діяльність. Критичність думки включає також вміння доводити судження і знаходити шляхи подолання недоліків.

Розробіть спеціальні завдання на розвиток критичної думки для 3 і 4 класів.

## РОЗДІЛ V. ЕЛЕМЕНТИ ЛОГІЧНИХ ЗНАТЬ

### § 1. Історичні відомості

У математиці не обійтись без логіки. Як людина, яка не знає правил арифметики і граматики, не може правильно рахувати і грамотно писати, так і людина, яка не знає правил логіки, не може без помилок міркувати і діяти.

Логіка вчить, як треба міркувати, щоб наше мислення було визначеним, зв'язним, послідовним, доказовим і непротирічливим.

Формальна логіка вивчає форми (структури) людських міркувань без врахування їх конкретного змісту.

Розглянемо два міркування:

"Кожний квадрат – ромб, кожний ромб – паралелограм, отже, кожний квадрат – паралелограм".

"Кожний дуб – дерево, кожне дерево – рослина, отже, кожний дуб – рослина".

У першому міркуванні умову утворюють два речення: "кожний квадрат – ромб" і "кожний ромб – паралелограм", а висновок – "кожний квадрат – паралелограм". Аналогічно, у другому міркуванні умовою є речення: "кожний дуб – дерево" і "кожне дерево – рослина", висновком – "кожний дуб – рослина".

Як бачимо, в цих міркуваннях зміст різний, але *форма однакова*, її в загальному вигляді можна подати так:

"кожне  $A \in B$ , а кожне  $B \in C$ , отже, кожне  $A \in C$ ".

Формальна логіка як наука була започаткована давньогрецьким філософом і природодослідником Аристотелем (384-322 р. до н.е.).

Знаменитий німецький математик Г.В. Лейбніц (1646-1716) вперше висунув ідею математизації формальної логіки. Суть її полягала в тому, щоб процес утворення умовиводів звести до обчислень над спеціально введеними для цього символами. Але тогочасний рівень науки, зокрема математики, не дав змоги реалізувати цю ідею, і вона залишилася ідеєю до XIX ст.

У середині XIX ст. формальну логіку було значною мірою математизовано. Це зробив у працях "Математичний аналіз логіки" (1847 р.). "Дослідження законів думки" (1854 р.) англійський

математик Д.Буль (1815-1864), який застосував наявний тоді математичний (в основному алгебраїчний) апарат до формальної логіки і поклав початок новій науці, яку почали називати математичною (інколи символічною) логікою.

У виникненні і становленні математичної логіки XIX ст. брали участь також інші вчені – шотландський математик О. де Морган (1806-1871), німецький математик і логік Є.Шредер (1841-1902), російський астроном і математик П.С. Порецький (1846-1907) та інші.

Вивчаючи математику, говорять так звану *математичною мовою*. Але в період свого виникнення (до VI ст. до н.е.) математика, по суті, не мала власної мови і користувалася звичайною розмовною мовою. В період елементарної математики (VI ст. до н.е. – XVII ст. н.е.) істотну роль у математиці відіграла так звана геометрична мова. Відомі на той час математичні об'єкти зображалися відрізками, фігурами, площами і об'ємами. Саме через це знаменита праця Евкліда "Начала" сприймається як геометрична, хоча більша частина її присвячена викладу геометричною мовою основ алгебри, теорії чисел і аналізу. Оскільки можливості геометричної мови були недостатні для дальшого розвитку математики, виникла символічна мова алгебри. Це дало змогу геометричний матеріал доступно записувати мовою алгебри. Проникненням у математику теоретико-множинних концепцій (кінець XIX ст.) починається період сучасної математики.

Логічна мова стала складовою частиною сучасної математичної мови.

Зараз математична логіка й теорія алгоритмів з великим успіхом використовуються в кібернетиці, в лінгвістиці, в економічних дослідженнях, у фізіології мозку і психології тощо.

Математична логіка дає можливість краще зрозуміти структурно-логічну схему шкільного курсу математики, глибше вникнути в суть поняття доведення, з'ясувати зміст поняття логічного слідування, встановити зв'язки між різного роду теоремами тощо.

## § 2. Математичні поняття і терміни

Основними елементами нашого мислення є *поняття*. В поняттях відображаються найзагальніші і найважливіші властивості предметів і явищ, а також взаємовідношення між речами і явищами.

У математиці розглядають різні об'єкти: числа, вирази, рівняння, нерівності, фігури, формули і т. д. Усе це *математичні поняття*. Математичні поняття відображають у нашій свідомості певні форми і відношення дійсності, абстраговані від реальних ситуацій і від їх конкретних індивідуальних властивостей. Дидактичною "одиноцею" для засвоєння учнями змісту навчання математики вибрано "поняття".

Будь-яке поняття характеризується *змістом*, *обсягом* і *терміном*.

*Змістом поняття* називають сукупність істотних ознак об'єктів, що охоплюються поняттям, а *обсягом поняття* – сукупність об'єктів, на які поширюється дане поняття. Наприклад, у зміст поняття "прямокутник" входять такі ознаки: "чотирикутник", "усі кути прямі", "протилежні сторони попарно рівні і паралельні", "діагоналі рівні між собою", "кожна діагональ ділить прямокутник на два рівні прямокутні трикутники"; обсягом поняття "прямокутник" є множина всіх прямокутників, які відрізняються один від одного формою і розмірами.

Якщо обсяг одного поняття входить як частина в обсяг другого поняття, то перше поняття називають *видовим*, а друге – *родовим*. Наприклад, розглянемо поняття "квадрат" і "прямокутник". Обсяг першого з них є частиною обсягу другого: кожний квадрат – це прямокутник, але не кожний прямокутник є квадрат. Тому поняття "квадрат" є видовим по відношенню до поняття "прямокутник", а поняття "прямокутник" називають родовим відносно поняття "квадрат". Залежність між видовим і родовим поняттями можна зобразити наочно за допомогою замкнутих кривих ліній (рис. 17).

Між змістом і обсягом поняття існує в певному розумінні обернена залежність: *якщо збільшити зміст поняття, то зменшиться його обсяг*. Так, поняття "квадрат" має менший обсяг, ніж поняття "прямокутник", однак його зміст більший: квадрат



має всі властивості прямокутника та ще, крім них, деякі інші (у квадрата всі сторони рівні, діагоналі взаємно перпендикулярні і т.д.).

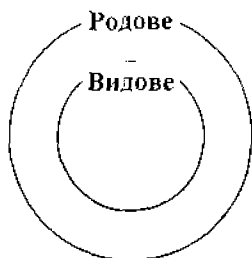


Рис. 17

Математичні поняття, як і різні предмети, мають свої назви, або **терміни** (від латинського *terminus* – межа, границя, кінець – слово, що точно означає певне поняття).

Деякі математичні терміни складаються з кількох слів, наприклад "натуральне число", "ціле невід'ємне число", "найбільший спільний дільник", "просте число".

Термін виконує дві функції: слугує назвою поняття і відображає зміст поняття. Термін без поняття не існує. Однак термін не можна ототожнювати з поняттям, яке йому відповідає. Наприклад, поняття "куб" і термін "куб" – різні речі, вони різняться між собою так, як відрізняється рослина від її назви, число від цифри, людина від свого ім'я тощо.

Найбільш вживані терміни записують не тільки словами, а й за допомогою спеціальних **символів**. Так, замість "множина натуральних чисел", "кут", "процент", "функція", "трикутник" пишуть:  $N$ ,  $\angle$ ,  $\%$ ,  $f(x)$ ,  $\Delta$ . Особливо багато серед математичних символів знаків операцій (+, -, ·, :) і знаків відношень (=, <, >, ≠, ≤, ≥, ||, ⊥ та ін.).

Алфавіт сучасної математичної мови складається: з грецьких, латинських та німецьких готичних букв; літер кирилиці; з арабських та римських цифр; з граматичних знаків; з математичних знаків; з деяких інших знаків.

**Приклад.** Знак – (рисочка) використовується для позначення звичайних дробів. Розглянемо звичайний дріб  $\frac{5}{12}$ , він являється позначенням відповідного дробового числа. З іншого

боку, чи можна позначення  $\frac{5}{12}$  називати символом? У списку символів ми його не знайдемо. Справді, в цьому позначенні використано кілька символів, а саме: цифри 1, 2, 5 і символ дробової риски. З цих символів складено позначення чисельника дробу (число 5) і позначення знаменника дробу (число 12). Таким чином, дріб  $\frac{5}{12}$  складається з трьох позначень: одноцифрового числа 5, двоцифрового числа 12 і дробової риски.

Звернімо увагу на відмінність між символом і позначенням. Так, цифра 5 є символом і водночас позначенням числа 5. Знак дробової риски також являється односимвольним позначенням. Двоцифрове число 12 позначається з допомогою двох символів – цифр 1 і 2.

(Відмітимо, що різниця між символом і позначенням у математиці аналогічна різниці між буквами і словами розмовної мови).

Зміст поняття розкривається в його *означенні*. Означити поняття – значить перелічити істотні ознаки предметів, відображених у даному понятті. Перелічити всі такі ознаки поняття часто буває нелегко, проте справа спрощується, якщо спиратися на поняття, встановлені раніше.

У школі найчастіше користуються означеннями, в яких визначено найближчий *рід та істотні властивості* (видові ознаки) означуваного поняття. Наприклад, квадрат вводиться як прямокутник (*рід*), у якого всі сторони рівні (*видова ознака*), або ж як ромб (*рід*), у якого є прямий кут (*видова ознака*).

Структуру означення через рід і видову відмінність схематично можна зобразити так:

*Означуване поняття* = *родове поняття* + *видове поняття*.

Використовуються й інші види означень – *генетичні* (зміст поняття розкривається за допомогою опису його виникнення або утворення), *через перелік* ("Якщо до натуральних чисел приєднати число нуль, то дістанемо множину чисел, які називають *цілими невід'ємними*"), у *вигляді формул* (наприклад, якщо  $a \neq 0$  і  $n$  – ціле від'ємне число, то  $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$ ; або  $(-a) \cdot (-b) = ab$ ), *означення-умовні погодження*, до яких відносять, наприклад,

означення степеня з нульовим показником ("Степінь числа  $a$ , яке не дорівнює нулю, з нульовим показником дорівнює одиниці"), *означення через аксіоми*.

На ранньому ступені вивчення математики означення математичних понять не наводять, використовують опис понять (нестрогі означення) або вказівки на моделі означуваних понять (наприклад, поняття кола ілюструється його моделлю – обручем).

Нерідко допускаються помилки в розумінні понять і в формулюваннях їх означень: відсутність в означенні деяких істотних ознак; наявність в означенні зайвих ознак чи умов; пропуск родового поняття; заміна потрібного родового поняття іншим.

Виправляти помилкові означення найкраще за допомогою контрприкладів: наводимо такі об'єкти, які задовольняють сформульовані "означення", але які не входять до обсягу даного поняття.

### § 3. Висловлення і висловлювальні форми (предикати)

3.1. Кожне речення, про яке можна сказати істинне воно чи хибне, у математиці називають *висловленням*. Наприклад, речення "Число 10 парне" є висловлення, причому істинне. А речення "Двічі по два – п'ять" теж є висловлення, але хибне. Такі висловлення називають *простими* або *елементарними*. Вони не мають в собі ніяких інших висловлень.

Проте не кожне речення належить до висловлень: не є висловленнями запитальні та окличні речення, всі означення, стверджувальні речення типу "Цікава книжка", "Гарна погода", "Грає музика" тощо, спонукальні речення ("Давай зошит").

Твердження  $x+5=8$  теж не є висловленням, бо при одних значеннях  $x$  воно істинне (при  $x=3$ ), при інших – хибне. Такі твердження називають *висловлювальними формами* або *предикатами* (у перекладі з латинської означає "присудок"), або ще *логічними функціями*. *Висловлювальна форма* – розповідне речення, яке містить одне або кілька змінних. Висловлювальна форма перетворюється у висловлення, якщо замість змінних підставити їх значення. Наприклад, рівняння  $x+5=8$  перетворюється у висловлення, якщо замість змінної  $x$  підставити будь-яке число.

Прості висловлення позначають великими буквами латинського алфавіту: А, В, С і т.д.

Якщо висловлювальна форма залежить від однієї змінної, то позначатимемо це так:  $A(x)$ ; аналогічні позначення вживають для двох змінних –  $A(x, y)$  тощо. Висловлювальна форма, яка містить одну змінну, називається *одномісним предикатом*. Предикати можуть бути двомісні, тримісні і т.д. Наприклад, речення  $A(x) = "x - \text{парне число}"$  є одномісним предикатом на множині  $N$ ; речення  $B(x, y) = "x > y"$  – двомісний предикат на цій самій множині  $N$ . Задаючи висловлювальну форму, потрібно обов'язково назвати множину предметів, при підстановці яких висловлювальна форма перетворюється у висловлення ( $A(x) = "3x < 17", x \in N$ ).

Якщо висловлення А істинне, то писатимемо  $A=1$ , або  $A="і"$ ; якщо А хибне – писатимемо  $A=0$  або  $A="х"$ . Запис  $A=1$  читається: висловлення А істинне; запис  $A=0$  читається: висловлення А хибне. Зауважимо, що тут 1 і 0 – не позначення чисел, а символ для позначення істини і хибності.

Якщо значення істинності двох висловлень збігаються, то такі висловлення називають *еквівалентними (рівнозначними, рівносильними)*.

3.2. З простих висловлень за допомогою слів "не", "і", "або", "якщо..., то...", "тоді і тільки тоді, коли" можна утворити *складені* висловлення. Ці слова у математиці називають *логічними зв'язками*.

Розглянемо *операції над висловленнями*. Якщо А і В – деякі прості висловлення, то можна утворити з них такі нові висловлення: "не А", "А і В", "А або В", "Якщо А, то В", "А тоді і тільки тоді, коли В", які позначають і називають відповідно так:

- $\bar{A}$  – *заперечення* висловлення А;
- $A \wedge B$  – *кон'юнкція* висловлень А і В;
- $A \vee B$  – *диз'юнкція* висловлень А і В;
- $A \Rightarrow B$  – *імплікація* висловлень А і В;
- $A \Leftrightarrow B$  – *еквіваленція* висловлень А і В

1. *Запереченням* висловлювання А називається таке висловлення  $\bar{A}$  (читають: "не А"), яке істинне тоді, коли А хибне, і хибне тоді, коли А істинне.

Таблиця істинності заперечення висловлення має вигляд:

Таблиця 1

A	$\bar{A}$
1	0
0	1

**Приклад.** Запереченням висловлення: "Пряма  $a$  паралельна прямій  $v$  ( $a \parallel v$ )" буде речення "Пряма  $a$  **не** паралельна прямій  $v$ ". У символічній формі це заперечення записується так:  $\overline{a \parallel v}$ .

2. **Кон'юнкцією** (від латинського *conjunctio* – з'єднання, зв'язок) двох висловлень  $A, B$  називається складене висловлення  $A \wedge B$  (читають: "А і В"), яке істинне тоді і тільки тоді, коли істинні обидва дані висловлення.

Таблиця істинності кон'юнкції має вигляд:

Таблиця 2

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

**Приклад.** Висловлення "Число 45 непарне і ділиться на 5" істинне, оскільки обидва його елементарні висловлення – "Число 45 непарне". "Число 45 ділиться на 5" – істинні.

Прикладом елемента кон'юнкції в ЕОМ є послідовне з'єднання контактів реле (рис. 18). Коло, що з'єднує точки  $a$  і  $v$ , буде замкнутим, якщо одночасно спрацюють всі реле  $P_1, P_2, P_3$ .

Таблиця істинності для кон'юнкції нагадує таблицю множення для двійкової системи числення:  $0 \cdot 0 = 0$ ,  $0 \cdot 1 = 0$ ,  $1 \cdot 0 = 0$ ,  $1 \cdot 1 = 1$ , а тому операцію кон'юнкції ще називають **логічним множенням**, а  $A \wedge B$  – **логічним добутком** висловлень  $A$  і  $B$ , і часто позначають  $A \cdot B$  (або  $AB$ ).

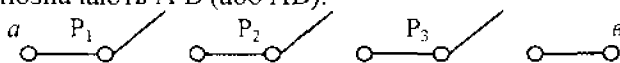


Рис. 18

3. **Диз'юнкцією** (від латинського *disjunctio* – роз'єднання, розділення) висловлень  $A, B$  називається складене висловлення  $A \vee B$  (читають: "А або В"), яке хибне тоді і тільки тоді, коли обидва дані висловлення хибні.

Таблиця істинності диз'юнкції має вигляд:

Таблиця 3

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

**Диз'юнкцію** двох висловлень слід розуміти як *нероздільний* сполучник "або", у цьому випадку складене висловлення вважається істинним, якщо істинним є принаймні одне з простих висловлень. Пригадаймо: в українській мові сполучник "або" має два значення – "або А, або В, або А та В разом" (це – нероздільне значення "або") і "або А, або В, але не обидва" (це – роздільне значення "або").

**Приклад.** Два висловлення "Число 7 просте" (позначимо його А), "Число 7 парне" (позначимо його В) з'єднаємо сполучником "або" у нероздільному значенні, одержимо складене висловлення А або В (позначається  $A \vee B$ ): "Число 7 просте або парне". У цьому випадку А істинне, В хибне,  $A \vee B$  – істинне висловлення. Таке складене висловлення  $A \vee B$  ("Число 7 просте або парне") називається диз'юнкцією висловлень А, В.

Прикладом елемента диз'юнкції в ЕОМ є паралельне з'єднання контактів кількох реле (рис. 19). Якщо спрацює хоч одне реле  $P_1, P_2, P_3$  – коло, що з'єднує точки а і в, замикається, а це означає, що з'являється вихідний сигнал.

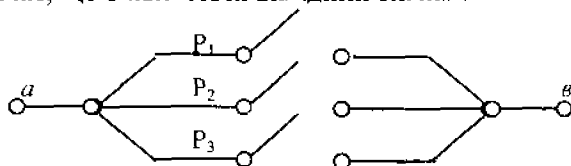


Рис. 19

Таблиця істинності для диз'юнкції дещо нагадує таблицю додавання для двійкової системи числення:  $0+0=0$ ,  $0+1=1$ ,  $1+0=1$ ,  $1+1=10$ . Ось чому диз'юнкцію  $A \vee B$  ще називають *логічною сумою*, а операцію диз'юнкції – *логічним додаванням*, і позначають інколи "А+В".

4. **Імплікацією** (від латинського *implicato* – тісно пов'язаний) висловлень А, В називається складене висловлення  $A \Rightarrow B$  (читають: "А імплікує В", або "якщо А, то В"), яке хибне тоді і тільки тоді, коли А істинне, а В хибне.

Таблиця істинності імплікації має вигляд:

Таблиця 4

A	B	$A \Rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Висловлення  $A$  називають *умовою (посилкою)*,  $B$  - *висновком* (наслідком) імплікації.

**Приклад.** З висловлень  $A =$  "Сьогодні Новий рік",  $B =$  "Сьогодні в учнів вихідний день" утворити висловлення  $A \Rightarrow B$ .

**Розв'язання.**  $A \Rightarrow B$ : "Якщо сьогодні Новий рік, то в учнів вихідний день".

Висловлення  $B \Rightarrow A$  називається *імплікацією, оберненою даній*, імплікація  $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$  - *протилежною даній*, а імплікація  $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$  - *оберненою до протилежної*.

Між різними видами імплікацій існує такий зв'язок:

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$	$\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1

Як бачимо, якщо істинне пряме висловлювання  $A \Rightarrow B$ , то істинне й обернене протилежному  $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$ , і навпаки. Рівносильні також обернене і протилежне прямому.

Висловлення  $A \Rightarrow B$  і  $B \Rightarrow A$  - нерівносильні.

Імплікацію двох висловлень можна замінити диз'юнкцією двох висловлень, в яких одне є запереченням умови, а друге висновком:  $A \Rightarrow B = \bar{A} \vee B$ .

*Доведення.*

A	B	$\bar{A}$	$A \Rightarrow B$	$\bar{A} \vee B$
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

5. *Еквіваленцією* (або подвійною імплікацією, логічною рівносильністю) висловлень  $A$ ,  $B$  називається складене висловлення  $A \Leftrightarrow B$  (читають: "А тоді і тільки тоді, коли В"), яке істинне тоді і тільки тоді, коли обидва компоненти  $A$  і  $B$  одночасно істинні або одночасно хибні.

Таблиця істинності еквіваленції має вигляд:

Таблиця 5

A	B	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Порядок виконання логічних операцій регулюють круглими дужками; ними користуються так само, як і в шкільному курсі математики.

Логічні операції виконують у такому порядку:  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ , тобто спочатку йде операція заперечення елементарних висловлень; а якщо під знаком заперечення якийсь складений вираз, то його в дужки не беруть, а вважають, що він у дужках, тому обчислюють окремо; далі виконується операція кон'юнкція; якщо в написаній формулі цієї операції немає або вона вже виконана, то наступною виконується операція диз'юнкція і т.д.

3.3. Кожна висловлювальна форма після підстановки замість змінних елементів з області її визначення набуває лише двох значень: 1 або 0, тому висловлювальні форми можна розглядати як змінні висловлення і виконувати над ними всі п'ять логічних операцій: заперечення, кон'юнкцію, диз'юнкцію, імплікацію, еквіваленцію, а також специфічні для логіки предикатів операції – *операції квантування*. Властивості логічних операцій над висловлювальними формами такі самі, як і у випадку висловлень.

Операції логіки висловлень перетворюють предикати в предикати. А які операції перетворюють предикати у висловлення? *По-перше*, це *підстановка* замість змінних їх значень. *По-друге*, операція "*навішування кванторів на предикат*" (квантифікація предикатів) перетворює предикат у висловлення (іс-



тинне або хибне). Слово "квантор" латинського походження і означає "скільки", тобто квантор показує, про скільки (*всі* або *деякі*) об'єктів ідеться в даному реченні (твердженні).

Розрізняють *квантори загальності*  $\forall$  і *існування*  $\exists$ .

Квантору загальності відповідають слова "всі", "кожний", "будь-який".

Квантору існування відповідають слова "деякі", "існує", "хоч би один", "знайдеться".

Коли треба сказати, що для *всіх*  $x$  предметної області виконується властивість  $P$ , то це записують так:  $\forall xP(x)$ . Читається: "для всіх  $x$  виконується  $P(x)$ ". Позначення  $\forall$  походить від перевернутої першої букви  $A$  німецького *alle* або англійського *all* – усі.

Запис  $\exists xP(x)$  читається: "існує  $x$  таке, що виконується  $P(x)$ ". Позначення  $\exists$  походить від перевернутої першої букви латинського *existere* – існувати.

Наприклад, речення "При кожному дійсному  $x$   $x^2+x+1>0$ ", "Існує таке дійсне  $a$ , що  $a^2+a-1=0$ " є висловленнями, хоч вони містять змінні  $x$  і  $a$ . Говорять, що ці змінні зв'язані кванторами: змінна  $x$  – квантором загальності, змінна  $a$  – квантором існування. За допомогою кванторів ці речення можна записати і так:

$$(\forall x)x^2+x+1>0; \quad (\exists a)a^2+a-1=0.$$

Таким чином, якщо перед одномісною висловлювальною формою поставити ("навісити") який-небудь квантор (тобто слово "всі", "кожний", "існує" і т.д.), то дістаємо висловлення.

Приписування спереду до предикатної формули квантора загальності або існування називається операцією *навішування квантора* або *зв'язування квантором*, а змінна, яка "зв'язується" квантором (яка фігурує і в предикаті, і в кванторі), називається *зв'язаною* змінною.

Наприклад, якщо  $P(x)$  – предикат " $x$  – просте число", то  $(\forall x)P(x)$  – хибне висловлення: "Будь-яке число  $x$  – просте", а  $(\exists x)P(x)$  – істинне висловлення "існує число  $x$  таке, що воно – просте".

Квантор загальності можна розглядати як узагальнення кон'юнкції, а квантор існування – як узагальнення диз'юнкції.

Істинність висловлень з квантором загальності встановлюється шляхом доведення. Щоб переконатися у хибності таких висловлень (спростувати їх), достатньо навести контрприклад.

Істинність висловлення з квантором існування встановлюється за допомогою конкретного прикладу. Щоб переконатися у хибності такого висловлення, необхідно провести доведення.

Між кванторами загальності та існування можна встановити зв'язок:

$$(\forall x)P(x) = (\exists x)\overline{P(x)}$$

$$(\exists x)P(x) = (\forall x)\overline{P(x)}$$

Заперечення висловлення з квантором (загальності або існування) можна побудувати двома способами:

1) перед даним висловленням ставлять слова "неправильно, що";

2) квантор загальності (існування) замінюють на квантор існування (загальності), а твердження (речення), що стоїть після квантора, замінюють на його заперечення.

У початковому курсі математики висловлення з кванторами зустрічаються часто. Наприклад, всі висловлення загального характеру є висловленнями з квантором загальності:  $a+v=v+a$ ,  $a \cdot v=v \cdot a$ ,  $1 \cdot a=a$ ,  $a \cdot 1=a$ ,  $a+0=a$  ( $0+a=a$ ),  $a \cdot 0=0$  ( $0 \cdot a=0$ ) тощо.

### 3.4. Основні закони операцій над висловленнями

**3.4.1.** За допомогою операцій над висловленнями утворюють нові, складніші висловлення. Наприклад  $\bar{A}$ ,  $\bar{A} \wedge B$ ,  $(A \rightarrow B) \vee C$  і т.д. Такі висловлення прийнято називати **формулами**, причому кожна буква, яка позначає висловлення, також є формулою.

Можливі значення формули зручно розмістити в таблиці, яку називають таблицею істинності даної формули. Найпростішими прикладами таких таблиць є таблиці 1-5 операцій над висловленнями.

Щоб побудувати таблицю істинності, треба записати всі можливі набори значень 1 і 0 для букв, які входять у цю формулу, визначити порядок виконання логічних операцій і, використовуючи таблиці 1-5, проставити у відповідних стовпцях значення істинності 1 чи 0. Зверніть увагу: коли у формулу входять дві букви, то різних наборів значень для цих букв буде 4 (табл. 6); для формул з трьома різними буквами наборів буде 8 (табл. 7). Можна показати, що коли формула містить  $n$  різних букв, то існує  $2^n$  різних наборів значень цих букв.

Таблиця 6

A	B
1	1
1	0
0	1
0	0

Таблиця 7

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Побудуємо спільну таблицю істинності для формул  $A \rightarrow B$ ,  $\bar{A} \vee B$ .

A	B	$A \rightarrow B$	$\bar{A} \vee B$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

Як бачимо, при однакових наборах значень букв A, B ці формули набувають однакових логічних значень.

Дві формули називатимемо *рівносильними*, якщо вони при однакових значеннях букв набувають однакових логічних значень.

Рівносильні формули  $\mathcal{F}_1$ ,  $\mathcal{F}_2$  виражають один і той самий зміст; вони мають лише різну форму. Тому рівносильність формул записуватимемо за допомогою знака " $\equiv$ ":  $\mathcal{F}_1 \equiv \mathcal{F}_2$ ; останній запис означає, що один і той самий об'єкт позначений двома різними іменами.

Побудуємо таблицю істинності для формули  $A \vee A \wedge B = A$

A	B	$A \wedge B$	$A \vee A \wedge B$	$A \vee A \wedge B = A$
1	1	1	1	1
1	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0	0	0	0	1

Ця формула для *будь-яких наборів* значень букв  $A, B$  набуває значення 1 ("істинно"), тобто висловлення  $A \vee A \wedge B \Leftrightarrow A$  *завжди істинне*.

Формула  $F$  алгебри висловлень називається *тотожно істинною* або *логічним законом*, якщо для будь-яких наборів значень букв, які входять до неї, ця формула набуває значення 1. Тотожно-істинні формули особливо цінні для логіки, бо кожна така формула є логічним законом для виведення правильних, логічно грамотних висновків (умовиводів).

Формула  $\Phi$  логіки висловлень, яка при всіх можливих наборах значень істинності компонентів набуває значення 0, називається *тотожно-хибною* формулою, або *суперечністю*.

Виходячи з означення операції заперечення, приходимо до висновку, що заперечення закону дає суперечність, а заперечення суперечності дає закон логіки.

**3.4.2.** Наведемо *основні закони операцій над висловленнями*.

1.  $A = A$  – закон *тотожності*: кожне висловлення є логічним висловком із самого себе.

2.  $A \wedge B = B \wedge A$ ;  $A \vee B = B \vee A$  – закони *комутативності*.

3.  $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$ ;  $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$  – закони *асоціативності*.

4.  $(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$ ;  $(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$  – закони *дистрибутивності*.

5.  $A \vee \bar{A} = 1$  – закон *виключеного третього*: кожне висловлення або істинне, або хибне, і третього бути не може.

6.  $A \wedge \bar{A} = 0$  – закон *несуперечливості*.

7.  $\bar{\bar{A}} = A$  – закон *подвійного заперечення*.

8.  $A \wedge 0 = 0 \wedge A = 0$ ;  $A \wedge 1 = 1 \wedge A = A$ ;  $A \wedge A = A$ .

$A \vee 0 = 0 \vee A = A$ ;  $A \vee 1 = 1 \vee A = 1$ ;  $A \vee A = A$ .

9.  $\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$ ;  $\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$  – закони *де Моргана*.

10.  $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$  – закон *силогізму (правило)*: якщо з  $A$  впливає  $B$  і з  $B$  впливає  $C$ , то з  $A$  впливає  $C$ .

11.  $A \Rightarrow B = \bar{B} \Rightarrow \bar{A}$  – закон *контрапозиції*: якщо з  $A$  впливає  $B$ , то з  $\bar{B}$  впливає  $\bar{A}$ .

Для прикладу доведемо закон  $\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$ . Складемо таблицю істинності.

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \wedge B$	$\overline{A \wedge B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

### Приклади.

Істинними є такі висловлення:

а) "Якщо трикутники рівні, то вони рівні"; "Якщо кути вертикальні, то вони вертикальні" – за законом тотожності.

б) "Неправильно, що даний трикутник рівнобедрений і водночас нерівнобедрений" – за законом суперечності.

в) "Натуральне число є або парним, або непарним", "Трикутник має різні сторони або не має їх" – за законом виключеного третього.

## § 4. Відношення логічного слідування і рівносильності. Достатня і необхідна умови

**4.1.** Говорять, що із *твердження А слідує твердження В*, якщо кожний раз, коли істинне твердження А, істинне і твердження В.

Між відношенням логічного слідування і імплікацією існує тісний зв'язок, але важливо не змішувати ці два поняття. Імплікація – це нове висловлення, складене з двох даних, а логічне слідування – це *відношення* між двома висловленнями.

Розглянемо два твердження, в яких із істинності одного впливає істинність другого: А = "х кратно 9" і В = "х кратно 3". Вони зв'язані між собою: із того, що число кратно 9, слідує, що воно кратно 3.

Для того, щоб встановити, що з одної формули не слідує друга, достатньо знайти такий набір значень змінних у цих формулах, при якому перша формула приймає значення 1 (істинна), а друга – 0 (хибна).

Для позначення логічного слідування використовується знак " $\Rightarrow$ " (або " $\supset$ "). Вираз  $\mathcal{F}_1 \Rightarrow \mathcal{F}_2$  читається: "із  $\mathcal{F}_1$  логічно слідує  $\mathcal{F}_2$ ". Якщо з  $\mathcal{F}_1$  (логічно) слідує  $\mathcal{F}_2$ , то ми говоримо також, що  $\mathcal{F}_2$  є наслідком (логічним)  $\mathcal{F}_1$ , або що  $\mathcal{F}_2$  виводимо з  $\mathcal{F}_1$  (позначається " $\mathcal{F}_1 \Rightarrow \mathcal{F}_2$ ").

Відношення логічного слідування визначає внутрішній порядок і логіку математики, має істотне значення для аналізу правильності міркувань (умовиводів і доведень). Логічне слідування є основним знаряддям знаходження властивостей понять і відношень між ними, засобом розв'язування рівнянь, нерівностей та їх систем.

**4.2.** Два твердження називають *рівносильними*, якщо кожне з них є наслідком другого.

Якщо твердження  $A$  і  $B$  рівносильні, то записують:  $A \Leftrightarrow B$ . Для позначення відношення рівносильності застосовують також знак тотожності  $\equiv$ , або звичайний знак рівності  $=$ , або знак рівнозначності  $\sim$ . Читають по-різному: "A рівносильне B", "A еквівалентне B", "A тоді і тільки тоді, коли B", "A, якщо і тільки якщо B".

**Приклад.** Твердження  $A$  – "Число  $x$  ділиться на 3" і  $B$  – "Сума цифр числа  $x$  ділиться на 3" *рівносильні*. Бо можна довести, що якщо число ділиться на 3, то сума цифр цього числа теж ділиться на 3 (тобто можна стверджувати, що  $A \Rightarrow B$ ), і навпаки: якщо сума цифр числа ділиться на 3, то це число ділиться на 3 (тобто  $B \Rightarrow A$ ).

Обидва рівносильні висловлення або хибні, або істинні (правильні).

Перевірку рівносильності двох складених висловлень зручно виконувати за допомогою таблиць істинності. Достатньо порівняти їх таблиці істинності. Якщо вони однакові, то відповідні висловлення рівносильні.

Так, з наведеної таблиці видно, що  $A \Rightarrow B \equiv \bar{A} \vee B$ .

$A \Rightarrow B$		
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0

$\bar{A} \vee B$		
0	1	1
0	0	0
1	1	1
1	1	0

Очевидно, що подвійна імплікація (еквіваленція) цих висловлень завжди істинна.

$$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (\bar{A} \vee B)$$

1	1	1
0	1	0
1	1	1
1	1	1

З означення відношення рівносильності безпосередньо слідує, що воно *рефлексивне, симетричне і транзитивне*:

- 1)  $A \equiv A$  для будь-якої формули  $A$  (висловлення  $A$ );
- 2) якщо  $A \equiv B$ , то  $B \equiv A$  для будь-яких формул  $A$  і  $B$ ;
- 3) якщо  $A \equiv B$  і  $B \equiv C$ , то  $A \equiv C$  для будь-яких формул  $A, B, C$ .

#### 4.3. Достатня і необхідна умови

Умову називають *достатньою*, якщо при її виконанні наслідок обов'язково правильний. Так, у висловленні "якщо число закінчується цифрою 2, то воно ділиться на 2" сформульовано достатню умову подільності на 2, бо коли число закінчується цифрою 2, цього досить, щоб воно ділилося на 2. Ця умова ("якщо число закінчується цифрою 2") не є необхідною. Бо число може ділитись на 2 і тоді, коли воно закінчується не цифрою 2, а нулем, 4, 6, 8.

Умову називають *необхідною*, якщо без її виконання висновок не може бути правильним. Наприклад, у твердженні "якщо число закінчується нулем, то воно ділиться на 10" сформульовано необхідну умову, бо число не може ділитися на 10, якщо воно не закінчується нулем.

Умова буває: необхідна і достатня; необхідна, але не достатня; достатня, але не необхідна; недостатня і не необхідна.

Всі можливі випадки можна звести в таблицю:

Умова	Висловлення
$A$ достатня і необхідна для $B$	$A \Rightarrow B$ і $B \Rightarrow A$ – істинні
$A$ достатня, але не необхідна для $B$	$A \Rightarrow B$ – істинне, $B \Rightarrow A$ – хибне
$A$ необхідна, але не достатня для $B$	$A \Rightarrow B$ – хибне, $B \Rightarrow A$ – істинне
$A$ недостатня і не необхідна для $B$	$A \Rightarrow B$ і $B \Rightarrow A$ – хибні

Поняття відношення слідування між твердженнями дозволяє уточнити смисл слів "достатньо" і "необхідно".

Якщо із твердження А слідує твердження В, то говорять, що В – *необхідна* умова для А, а А – *достатня* для В.

Іншими словами, твердження В називається *необхідною умовою* для А, якщо воно логічного слідує із А. Твердження А називається *достатньою умовою* для В, якщо В із нього слідує.

$A \rightarrow B$ В – необхідна умова для А А – достатня умова для В
--

Якщо твердження А і В рівносильні, то говорять, що А – *необхідна і достатня умова* для В, і навпаки.

Вираз "необхідно і достатньо" у формулюваннях теорем часто замінюють виразом "тоді і тільки тоді, коли", "ті і тільки ті", "якщо і тільки якщо".

Нехай потрібно з'ясувати, чи є положення А *достатньою умовою* для В. Для розв'язання такої справи достатньо (за означенням достатньої умови) припустити, що твердження А істинне і дослідити, чи впливає з цього істинність положення В. Якщо так, то А є достатньою умовою для В, в противному разі – ні.

**Приклад.** Нехай дано два твердження на множині натуральних чисел: " $k < 5$ " і " $k < 8$ ". Припускаємо, що твердження " $k < 5$ " істинне; оскільки всі натуральні числа, які менше від 5, менші й від 8, то звідси впливає істинність твердження " $k < 8$ ". Отже, твердження " $k < 5$ " є достатньою умовою (підставою) для істинності твердження " $k < 8$ ".

З'ясуємо тепер, чи буде друге твердження достатньою умовою для першого. Нехай істинним є твердження " $k < 8$ ". Бачимо, що при  $k=1, 2, 3, 4$  твердження " $k < 5$ " істинне, але при  $k=5, 6, 7$  воно хибне. Отже, імплікація "Якщо  $k < 8$ , то  $k < 5$ " хибна, а тому твердження " $k < 8$ " не є достатньою умовою для твердження " $k < 5$ ". Іншими словами, виконання нерівності " $k < 8$ " недостатньо для виконання нерівності " $k < 5$ ".

Методика дослідження твердження В на *необхідність* така: досить заперечити це твердження (тобто утворити твердження  $\bar{B}$ ) і дослідити, чи впливає з цього заперечення хибність твердження А; якщо так, то В є необхідною умовою для А, в противному разі – ні.



**Приклад.** З'ясуємо, чи буде твердження " $\angle\alpha = \angle\beta$ " необхідною умовою для твердження "Кути  $\alpha$  і  $\beta$  - вертикальні". Утворюємо заперечення першого твердження " $\angle\alpha \neq \angle\beta$ ". На основі умовиводу:

Якщо кути вертикальні, то вони рівні

$$\angle\alpha \neq \angle\beta$$

---

Кути  $\alpha$  і  $\beta$  - не є вертикальні

впливає істинність заперечення твердження "Кути  $\alpha$  і  $\beta$  - вертикальні". Отже, перше твердження є необхідною умовою для другого.

## § 5. Найпростіші схеми дедуктивних міркувань

Щоб мислити правильно, треба постійно додержувати певних законів, на основі яких наше мислення завжди буде визначеним, послідовним і доказовим. Таких законів у формальній логіці чотири: *закон тотожності*, *закон суперечності*, *закон виключеного третього* і *закон достатньої підстави*. При цьому закон тотожності характеризує визначеність мислення, закон суперечності й закон виключеного третього – його послідовність, а закон достатньої підстави – його доказовість.

Очевидно, що міркування можна вважати *правильним* лише тоді, коли з його допомогою із істинних посилок не можна дістати хибне заключення.

Міркування, між посилками і заключенням якого має місце відношення слідування, називають *дедуктивними* (від латинського *deductio* – виведення).

Завжди, коли конкретний факт підводимо під загальне правило, а потім із загального правила дістаємо висновок щодо цього конкретного факту, ми будемо дедуктивні умовиводи (умовивід – це здобуття нової істини з уже відомих істин).

Особливість дедуктивних міркувань у початкових класах полягає насамперед в їх тісному взаємозв'язку з індуктивними. Власне тому і створюється враження, що дедуктивні міркування як такі відсутні в курсі математики початкових класів.

Прикладом одного з перших дедуктивних умовиводів у початковому навчанні математики є міркування " $2 < 3$ , бо 2 при лічбі називають раніше, ніж 3". З його допомогою із одного за-

гального судження (загальної посилки) і одного часткового судження (часткової посилки) виводиться нове часткове судження (заключення). Загальна посилка: якщо одне число при лічбі називається раніше від другого, то це число буде меншим. Часткова посилка: 2 при лічбі називають раніше за 3. Заключення:  $2 < 3$ .

Істинність посилок не завжди гарантує істинність заклочення. Необхідно ще міркувати за такими схемами (правилами), які забезпечують таке заклочення.

Ще стародавні логіки встановили різні рецепти (схеми, правила), що забезпечують коректність (правильність) виведення.

В основі кожного правильно побудованого міркування незалежно від його предметного змісту лежить певна формально-логічна схема. Будь-яке міркування можна представити у вигляді слідування: "з речень (посилок)  $A_1, A_2, \dots, A_n$  слідує речення (заключення)  $B$ ". Це означає, що речення  $B$  істинне у крайньому випадку завжди, коли істинні всі посилки  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Ці правила записують в рядок або у вигляді "дробу" (над ризкою перелічуються посилки, під ризкою записано заклочення).

Якщо посилки умовиводу позначити через  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , а висновок – через  $B$ , то схематично умовивід можна записати так:

$$\frac{A_1, A_2, \dots, A_n}{B}$$

Якщо даний умовивід є правильним і всі його посилки – істинні судження (висловлення), то таку його *схему* називають *дедуктивною* або *правилом виведення*. Вважають, що в основі кожного дедуктивного міркування лежить певне правило виведення.

Розглянемо найуживаніші в шкільній математиці схеми (правила) правильних міркувань.

### Дедуктивні схеми або правила виведення

1. Якщо  $A$ , то  $B$

$$\frac{A}{B} \quad \text{або} \quad \frac{A \Rightarrow B, A}{B} \quad (1)$$

Дедуктивну схему або правило виведення (1) називають *правилом висновку* (ПВ): з істинності тверджень виду  $A$  і "з  $A$  випливає  $B$ " завжди випливає істинність твердження  $B$ .

**Приклад.**

Якщо трикутник прямокутний, то квадрат його гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів.

Трикутник ABC – прямокутний

У трикутнику ABC квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів.

2. Якщо А, то В

$$\frac{\text{Якщо В, то С}}{\text{Якщо А, то С}} \quad \text{або} \quad \frac{A \Rightarrow B, B \Rightarrow C}{A \Rightarrow C} \quad (2)$$

Правило (2) називається *правилом ланцюгового висновку* (ЛВ): з істинності тверджень виду "Якщо А, то В" і "Якщо В, то С" завжди впливає істинність твердження "Якщо А, то С".

**Приклад.**

Якщо вписаний кут спирається на діаметр, то він прямий.

Якщо кут прямий, то він дорівнює  $90^\circ$

Якщо вписаний кут спирається на діаметр, то він дорівнює  $90^\circ$

**3. Правило конкретизації**

$$\frac{\forall x \quad S \in P}{a \in P} \quad (3)$$

Зміст правила: якщо всі елементи множини М мають деяку властивість Р, то й конкретний елемент з цієї множини також має цю властивість.

**Приклад.**

Площа квадрата з стороною а дорівнює  $a^2$

Площа квадрата з стороною 5 см дорівнює  $25 \text{ см}^2$

4. Якщо А, то В

$$\frac{\text{Не В}}{\text{Не А}} \quad \text{або} \quad \frac{A \Rightarrow B, \bar{B}}{\bar{A}} \quad (4)$$

Правило виведення (4) називається *правилом заперечення* (ПЗ): з істинності тверджень виду "З А випливає В" і "Неправильно, що В" завжди впливає істинність твердження "Неправильно, що А".

**Приклад.**

Якщо трикутник прямокутний, то квадрат довжини гіпотенузи дорівнює сумі квадратів довжин катетів.

У трикутнику ABC квадрат довжини більшої сторони не дорівнює сумі квадратів довжин двох його інших сторін.

Трикутник ABC не є прямокутним.

5. Якщо  $A$ , то  $B$

$$\frac{\text{Якщо не } A, \text{ то } B}{B} \quad \text{або} \quad \frac{A \rightarrow B, \bar{A} = B}{B} \quad (5)$$

**Зміст правила (5):** якщо судження (висловлення)  $B$  логічно випливає як із судження  $A$ , так і з його заперечення  $\bar{A}$ , то це означає, що судження  $B$  є істинним незалежно від посилок  $A$  і "не  $A$ ".

**Приклад.**

Якщо трикутник тупокутний, то в ньому проти більшого кута лежить і більша сторона.

Якщо трикутник не тупокутний, то в ньому проти більшого кута лежить і більша сторона.

Проти більшого кута в трикутнику завжди лежить і більша сторона.

6. Правило введення кон'юнкції (ВК):

$$\frac{A, B}{A \wedge B} \quad (6)$$

**Зміст правила (6):** з істинності посилок  $A$ ,  $B$  випливає істинність складеного висловлення " $A$  і  $B$ ". Це випливає з означення кон'юнкції.

**Приклад.**

Трикутник  $ABC$  – прямокутний.

Трикутник  $ABC$  – рівнобедрений.

Трикутник  $ABC$  – прямокутний і рівнобедрений.

7. **Правила вилучення кон'юнкції:**

$$\frac{A \wedge B}{A}, \quad \frac{A \wedge B}{B} \quad (7)$$

**Зміст цих правил** такий: якщо істинне висловлення виду " $A$  і  $B$ ", то істинним буде і кожне із висловлень  $A$ ,  $B$ . Це також випливає з означення кон'юнкції.

**Приклад.**

Дане число ділиться на 2 і на 3.

Дане число ділиться на 2.

Дане число ділиться на 3.

8. **Правила введення диз'юнкції:**

$$\frac{A}{A \vee B} \quad \text{і} \quad \frac{B}{A \vee B} \quad (8)$$

Ці правила стверджують, що коли істинне будь-яке висловлення  $A$ , то істинна також і диз'юнкція, що містить  $A$  як диз'юнктивний член.

## 9. Правила вилучення диз'юнкції:

$$\frac{\frac{A \vee B}{A} \quad \frac{A \vee B}{B}}{B} \quad ; \quad \frac{\frac{A \vee B}{A} \quad \frac{A \vee B}{B}}{A} \quad (9)$$

Зміст правил (9): з істинності речення виду "А або В" й хибності одного з простих речень А, В завжди впливає істинність другого з речень В, А: якщо хибне А, то істинне В; навпаки, якщо хибна В, то істинне А.

## Приклад.

$A \vee B$  = "Натуральне число  $k$  парне або непарне".

$\bar{A}$  = "Неправильно, що число  $k$  парне".

$B$  = "Дане число  $k$  непарне".

Застосування цих правил гарантує, що міркування буде дедуктивним, тобто дозволяє із істинних посилок виводити істинне заключення.

Покажемо на прикладі, як використовуються дані правила для перевірки правильності міркування.

**Приклад.** Чи є міркування дедуктивним "Якщо натуральне число кратне 8, то воно кратне 4; якщо натуральне число кратне 4, то воно кратне 2; отже, якщо число кратне 8, то воно кратне 2"?

**Розв'язання.** Якщо позначити через А речення "Натуральне число кратне 8", через В речення "Натуральне число кратне 4", через С речення "Натуральне число кратне 2", то схема даного міркування набуде вигляду:

$$(A \Rightarrow B \text{ і } B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C).$$

Така схема – це правило силогізму – гарантує при істинності посилок істинність заключення. Значить, дане міркування дедуктивне.

## § 6. Теорема і її доведення

## 6.1. Структура і види теорем

Твердження, правильність якого встановлюють за допомогою доведень, називають *теоремою*.

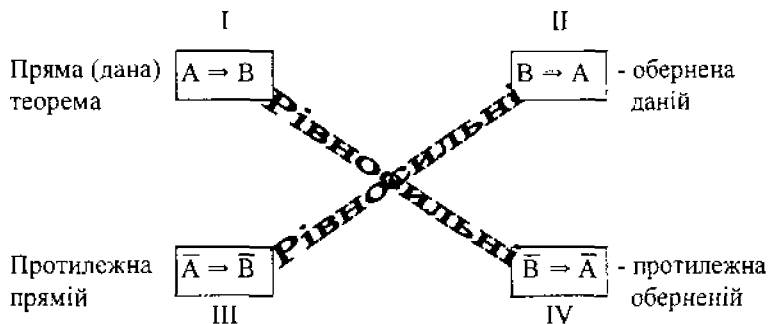
Слово "теорема" грецького походження і означає "твердження, доступне пізнанню". Грец.:  $\tau\epsilon\omicron\rho\epsilon\mu\alpha$  – вистава, видовище (оскільки в давнину часто теореми доводились публічно, на площах, і вони мали характер дискусій, диспутів).

У школі термін "теорема" найчастіше застосовують у геометрії. В алгебрі теореми часто називають ознаками, правилами, законами, формулами, властивостями і т.д. Наприклад, говорять "Ознаки подільності чисел", "Властивості додавання і множення цілих невід'ємних чисел", "Правила множення многочленів". Усе це є теореми.

Розглянемо теорему, подану у вигляді імплікації  $A \Rightarrow B$ , де  $A$  – умова теореми,  $B$  – заключення (висновок).

Серед теорем розрізняють *прямі* (якщо число ділиться на 9, то воно ділиться на 3); *обернені до прямих* (якщо число ділиться на 3, то воно ділиться на 9); *протилежні до прямого твердження* (якщо число не ділиться на 9, то воно не ділиться на 3); *протилежні оберненим* (якщо число не ділиться на 3, то воно не ділиться на 9). Неважко помітити, що з усіх чотирьох тверджень перше й четверте – істинні, а друге й третє – хибні. Можна навести приклади, коли всі твердження будуть істинними, або всі хибними, чи друге й третє істинні, а перше й четверте – хибні.

Рівносильність цих пар теорем добре ілюструється за допомогою так званого логічного квадрата:



## 6.2. Доведення теорем

Щоб встановити правильність деякого математичного твердження, треба показати, що це твердження можна дістати як висновок з інших тверджень, правильність яких уже встановлена. Це можна зробити, якщо знайти послідовність міркувань (умовиводів), в якій висновок кожного попереднього тверджен-

ня служити умовою (посилкою) для наступного. Причому першими послілками повинні бути твердження, істинність яких уже встановлена, а останнім висновком має бути ствердження, істинність якого треба встановити. У цьому полягає суть доведення математичних тверджень.

*Довести теорему* – це означає показати, що вона як необхідний логічний наслідок випливає з інших тверджень, справедливості яких уже встановлена.

У кожному доведенні розрізняють *тезу*, *аргументи* і *демонстрацію*.

*Теза* – це твердження, яке доводиться. *Аргументи* – твердження, що використовують у доведенні і з яких випливає істинність тези. Щоб знати доведення, треба вміти розмістити тезу і аргументи в певній послідовності, встановити між ними логічні зв'язки. Характер цих логічних зв'язків між аргументами і тезою називають *демонстрацією*.

Демонстрація істотна відрізняється від тези і аргументів. Теза і аргументи – це твердження, а демонстрація – не твердження, а форма зв'язку (теза і аргументи – це ніби будівельний матеріал для доведення, а демонстрація – спосіб укладання цього матеріалу).

Використовують такі методи доведення теорем: синтетичний, аналітичний, від супротивного, повної індукції, математичної індукції та ін.

1. *Синтетичним* називають такий метод доведення, при якому міркування йдуть від умови і вже відомого твердження до доводжуваного.

Логічною основою цього методу є така аксіома логіки: з правильного твердження завжди випливає правильний наслідок.

У шкільному курсі математики більшість теорем доводять синтетичним методом.

**Приклад.** Доведемо нерівність між середнім арифметичним і середнім геометричним двох додатних чисел: якщо  $a > 0$  і  $b > 0$ , то  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ .

**Доведення.** Якщо  $a > 0$  і  $b > 0$ , то  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ , або  $a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0$ , звідки  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ . Поділивши обидві частини на 2, дістанемо  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ , що й треба було довести.

2. *Аналітичним* називають такий метод доведення, при якому міркування йдуть від доводжуваного твердження до відомих, від тези до аргументів.

Логічна основа аналітичного методу доведення така сама, як і синтетичного: з правильного твердження завжди випливає правильний наслідок. Відрізняється він від синтетичного тільки напрямом міркувань.

При аналітичному способі наперед видно, з чого слід почати, і далші дії легше прогнозувати. При синтетичному способі невідомо, з чого почати, з якої істинної послідовності, тому частіше застосовують аналітико-синтетичний спосіб доведення.

Не треба плутати розглянуті методи доведення з аналізом і синтезом у розумінні розчленування чого-небудь на частини і з'єднання цих частин.

**Приклад.** Доведемо аналітичним методом нерівність:  

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \text{ при } a > 0 \text{ і } b > 0.$$

**Доведення.** Щоб показати, що при  $a > 0$  і  $b > 0$   
 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  (1), досить показати, що  $a+b \geq 2\sqrt{ab}$  (2), бо з цієї нерівності випливає доводжувана.

Нерівність (2) випливає з такої:

$$a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0, \text{ або } (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0.$$

Ця нерівність правильна при будь-яких додатних  $a$  і  $b$ , бо квадрат дійсного числа не може бути від'ємним.

Отже, доводжувана нерівність правильна, оскільки випливає з правильного твердження.

3. Нерідко доводять теореми *методом від супротивного*. Щоб довести  $A \Rightarrow B$ , досить показати, що із заперечення  $B$  випливає заперечення  $A$  або якогось уже відомого твердження.

Метод доведення, логічною основою якого є закон виключеного третього, називають методом доведення від супротивного.

Нагадаємо закон виключення третього: з двох супротивних тверджень одне завжди правильне, друге – ні, а третього бути не може.

Щоб довести теорему  $A \Rightarrow B$  методом від супротивного, досить показати, що твердження  $A \Rightarrow \bar{B}$  неправильне.



**Приклад.** Доведемо методом від супротивного нерівність:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad \text{при } a > 0 \text{ і } b > 0.$$

**Доведення.** Припустимо, що ця нерівність хибна, тобто що при деяких додатних значеннях  $a$  і  $b$   $\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab}$ .

Тоді  $\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} < 0$ ,  $\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} < 0$ ,  $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 < 0$ . Остання нерівність хибна при всіх додатних  $a$  і  $b$ , тому і зроблене припущення хибне. Отже, при  $a > 0$  і  $b > 0$   $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ .

4. Якщо, доводячи теорему, розчленовують її на скінченне число тверджень і доводять кожне з цих тверджень окремо, то такий метод доведення називають *методом повної індукції* (лат.: *inductio* – наведення).

Логічною основою цього методу є така аксіома логіки: якщо якусь властивість мають всі елементи множини  $A$  і всі елементи множини  $B$  та якщо  $M = A \cup B$ , то цю саму властивість має і кожний елемент множини  $M$ .

**Приклад 1.** Довести, що кожне натуральне число  $n$ , яке задовольняє нерівність  $2 \leq n \leq 15$ , або являється простим, або можна представити у вигляді добутку не більше трьох простих множників.

Для доведення розглядаємо кожне з натуральних чисел від 2 по 15. Числа 2, 3, 5, 7, 11, 13 – прості. Числа 4, 6, 9, 10, 14, 15 можуть бути представлені у вигляді добутку двох простих множників, числа 8 і 12 – у вигляді добутку трьох простих множників.

**Приклад 2.** При доведенні теореми про вимірювання величини вписаного в коло кута розглядаються всі окремі випадки розміщення центра кола щодо сторін кута (центр кола лежить на одній із сторін; центр лежить всередині кута і центр лежить поза вписаним кутом). Тому висновок являтиме собою повну індукцію. Висновок, зроблений на основі застосування повної індукції, буде завжди правильним.

Якщо ж доводжуване твердження розчленовують на багато випадків, а обґрунтовують лише деякі з них, то такі міркування називають *неповною індукцією*. Це – не метод доведення, тобто це було б не доведення, а нестроге міркування методом неповної індукції.

В науці за допомогою неповної індукції часто відкривають певні закономірності, властивості чисел, фігур тощо. Здобуті при цьому гіпотези треба потім перевірити (строго обґрунтувати).

У початкових класах часто доводиться користуватися неповною індукцією для встановлення з учнями певних правил, законів дій, які в силу вікових особливостей молодших школярів не можуть бути їм строго доведені, наприклад переставний та сполучний закони додавання і множення та ін.

5. Крім повної і неповної індукції, у математиці часто користуються також *математичною індукцією*. Логічною основою цього методу доведення є така аксіома: Якщо твердження, формулювання якого містить змінну  $n$ , правильне при  $n = 1$  і якщо з припущення, що воно правильне при довільному  $n = k$ , випливає, що воно правильне і при  $n = k + 1$ , то це твердження правильне при всіх натуральних значеннях  $n$ .

Доводячи теорему методом математичної індукції, спочатку перевіряють істинність висловлення  $A(1)$ , а потім, припускаючи, що  $A(n)$  істинне при  $n = k$ , доводять істинність висловлення  $A(k + 1)$ . Після цього на основі аксіоми індукції роблять висновок, що доводжуване твердження  $A(n)$  істинне для кожного натурального значення  $n$ .

**Приклад.** Довести, що при кожному  $n \in \mathbb{N}$  істинна рівність  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .

**Доведення.** При  $n = 1$  ця рівність правильна, бо, підставивши в неї замість  $n$  число 1, дістанемо правильну рівність:  $1 = 1$ .

Припустимо тепер, що доводжувана рівність правильна при деякому довільному  $n = k$ , тобто що

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) = k^2. \quad (1)$$

Покажемо, що тоді ця рівність буде правильна і при  $n = k + 1$ . Справді, додавши  $2k + 1$  до обох частин рівності (1), яка правильна за припущенням, дістанемо:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1, \\ \text{або} \quad 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) = (k + 1)^2.$$

Це означає, що доводжувана рівність правильна і при  $n = k + 1$ .

Як бачимо, ця рівність правильна при  $n = 1$ , і якщо правильна при  $n = k$ , то правильна і при  $n = k + 1$ . Тому за аксіомою індукції ця рівність правильна при кожному натуральному  $n$ .

Існують і інші способи доведення теорем.

Мабуть, усі добре пам'ятають рис. 20, взятий з шкільного підручника алгебри, який дає *геометричне (графічне) доведення* формули скороченого множення  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ . Цікаво, що таким методом стародавні математики Вавілону, Єгипту, Індії та Греції доводили досить складні формули, зокрема, для обчислення сум натуральних степенів  $n$  перших чисел натурального ряду:

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}, \quad (1)$$

$$S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}. \quad (2)$$

$$S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2. \quad (3)$$

a	$a^2$	ab
b	ab	$b^2$

Рис. 20

Геометричне доведення формули (1) показано на рис. 21.

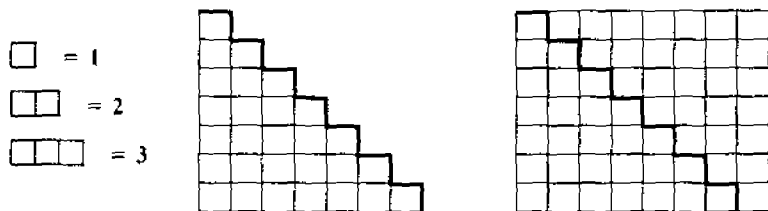


Рис. 21

Молодшим школярам властиві такі види (способи) доведень, як посилання на очевидність (учитель сказав), доведення через приклад і перевірку, за допомогою обчислення, вимірювання, дедукції, за допомогою спростування істинності супротивного положення тощо. Доводять діти на основі встановлення не логічних, а змістових зв'язків між тезою і аргументом.

Доведення молодших школярів мають істотні особливості як за структурою, так і рівнем доказовості. Зокрема, встановлено шість таких рівнів доведення суджень. Найнижчим є нульовий, коли дитина взагалі не приводить жодного доказу. На першому ступені учень у відповідь на вимогу вчителя аргументувати певну думку наводить випадкові, неістотні ознаки предмета, явища. На другому – його аргументи ґрунтуються на переліченні підряд всіх істотних і неістотних ознак предмета, явища, або на узагальненні неістотних. На третьому – буде доведення, посилаючись на узагальнення, або перелічує зовнішні істотні ознаки, але за межі конкретних зв'язків не виходить. На четвертому – доведення ґрунтуються на узагальненні зовнішніх істотних ознак цілого класу однорідних предметів. На цьому ступені з'являються доведення у формі умовиводів. Для п'ятого ступеня характерне узагальнення як зовнішніх, так і внутрішніх істотних ознак, які учень переносить на добре йому відомий вид родового явища. Для шостого – орієнтування на внутрішні істотні ознаки (див.: Филь В.А. Особенности доказывания у младших школьников. – В кн.: Обучение и развитие младших школьников. – К., 1970).

Для формування уміння обґрунтовувати спеціальних уроків не потрібно. Така робота повинна проводитись на кожному уроці при виконанні різних завдань, розв'язуванні задач і прикладів. Наприклад, після заповнення таблиці учні виписують приклади з однаковими результатами і пояснюють, чому одержали однакові суми:  $5 + 7 = 12$        $10 + 2 = 12$

+	4	2	7
5			
10			
8			

10 більше 5 на 5, а 2 менше 7 на 5, тобто доданки у другому прикладі одержані з доданків 5 і 7. Так, 5 збільшили на 5, а 7 зменшили на 5, тому сума не змінилася.

Експериментально доводяться такі факти, як:

$$a + (b + c) = (a + b) + c \text{ та ін.}$$

Обчислення як спосіб доведення використовується в завданнях виду:

$$\text{Перевірте, чи правильно обчислив учень: } 43 + 13 - 6 = 50$$

$$43 - (13 - 6) = 24$$

(Відповіді слід добирати з урахуванням можливих помилок).

У початкових класах доцільно пропонувати елементарні завдання на пряме доведення вже сформульованих тверджень.

Наводимо зразки таких завдань:

1. Протягом доби змінюється день і ніч. Доведи, що це так.
2. У лісі живуть мурашки. Їх називають "санітарами лісу".

Доведи, що така назва правомірна.

Необхідність вимірювання для обґрунтування істинності (хибності) висловлення найкраще показати на вправах, зв'язаних з ілюзіями зору. На основі зорового враження учні часто дістають неправильну відповідь. Це спонукає їх шукати спосіб контролю відповіді.

**Приклад.** Чи правильне висловлення?

а) Довжина відрізка  $AB$  менша за довжину відрізка  $CD$  (рис. 22).

б) Довжина відрізка  $BF$  дорівнює довжині відрізка  $FD$  (рис. 23).

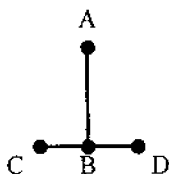


Рис. 22

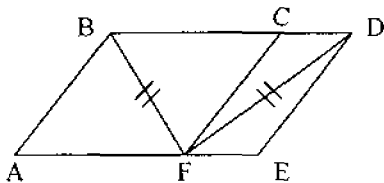


Рис. 23

Задачі, зв'язані з ілюзією зору, можуть бути використані і при ознайомленні учнів з побудовою як способом обґрунтування відповіді. Вправи, в яких істинність висловлень обґрунтовується побудовою, зв'язані з умовністю зображення геометричних фігур на малюнку.

**Приклад.** Чи правильне висловлення?

а) Прямі  $BD$  і  $KP$  перетинаються (рис. 24).

б) Промінь  $KC$  перетинає відрізок  $AB$  (рис. 25).

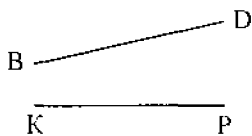


Рис. 24

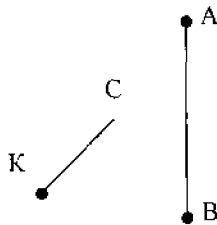


Рис. 25

Щоб переконатися в істинності або хибності цих висловлень, учні повинні продовжити зображені на малюнку частини прямої або променя.

Логічне доведення, доступне молодшим школярам, проводиться по типу слідуючого умовиводу.

"Всі елементи множини  $M$  мають властивість  $\alpha$  (велика посилка).

Об'єкт  $a$  є елементом множини  $M$  (мала посилка).

Отже, об'єкт  $a$  має властивість  $\alpha$  (заключення)."

В навчанні початкової математики доведення використовуються з різною метою: а) для аргументації одиничного, конкретного; б) для встановлення причинно-наслідкових зв'язків.

(Див.: Богданович М.В. Пропедевтика доведень у початкових класах // Початкова школа. – 1998. - № 11).

## § 7. Навчання молодших школярів математичної мови

Формування понять починається з простіших форм пізнання – відчуття – і відбувається за схемою відчуття – сприймання, уявлення, поняття. Цей процес розділяють на два ступені – чуттєвий і логічний. На першому ступені утворюються відчуття, сприймання і уявлення, на другому – здійснюється перехід від уявлень до понять за допомогою узагальнення і абстрагування.

На першому ступені необхідно широко застосовувати наочність. Учитель спирається на розгляд прикладів, окремих випадків, задач з конкретним змістом і веде учнів до узагальнень, нових понять. Учні повинні засвоїти зміст, область існування поняття і спосіб його введення.

В 1-4 класах означення математичних понять практично не вводяться. Їх пояснюємо й розкриваємо на конкретних прикладах з опорою на життєвий досвід учнів та раніше набуті ними знання.

Дитячий словник має збагачуватися новими математичними термінами так само, як розвивається побутова мова дитини – в процесі вивчення нею навколишнього світу, спілкування в сім'ї, у школі тощо. Дотримання цього обов'язкове.

Розглянемо прийоми розвитку усної математичної мови молодших школярів.

1. *Робота над звуковою стороною мови* зводиться до формування правильної вимови і виразного читання математичних термінів і виразного читання будь-якого завдання.

2. *Словникова робота* на уроках математики зводиться до розуміння, усвідомлення і уміння пояснювати значення математичних термінів, засвоєння їх правильного написання і формування умінь складати змістовне зв'язне висловлення.

3. *Формування культури математичної мови* зводиться до усунення граматичних і математичних помилок, таких мовних недоліків, як неточність і бідність мови, вживання зайвих слів, неправильний порядок слів у реченні тощо.

4. *Розвиток зв'язної математичної мови* здійснюється у відповідності з вимогами методики розвитку зв'язної мови на уроках читання.

*Розвиток письмової математичної мови* в основному зводиться до розвитку умінь оформляти розв'язання вправ і задач різними способами.

Для більшості уроків математики в початкових класах характерним в організації діяльності учнів, спрямованої на засвоєння понять, є те, що учитель спочатку створює цілеспрямовану навчальну ситуацію (задачну або ігрову), а після її аналізу і розв'язання виділяє конкретне математичне поняття. Вивчення учнями математичного поняття на предметному рівні і його засвоєння не завжди здійснюються на одному уроці, для цього нерідко доводиться ставити одну навчально-виховну мету на кількох уроках.

Молодші школярі засвоюють математичну термінологію наслідуванням мови вчителя та в процесі виконання відповідних вправ. Навчальна ефективність таких вправ значно посилюється, якщо їх виконувати з опорою на записи виучуваних термінів на дошці чи в зошитах. Це забезпечує правильне співвіднесення термінів і відповідних математичних понять, дає можливість учням не тільки сприймати терміни на слух, а й самостійно читати їх. Наводимо зразки вправ.

1. Поняття натурального числа було і залишається одним з найважливіших змістових елементів програми для 1-4 класів.

У молодших класах натуральні числа вводяться на інтуїтивно-практичній основі. Означення натурального числа не даємо ні в молодших, ні в старших класах, однак система вправ підручника спрямовується на поелементне розкриття суттєвих ознак

поняття "число". Основною практичною дією тут є встановлення взаємно однозначної відповідності між групами предметів. Назвемо два основних види вправ.

*Перший* ґрунтується на безпосередньому оперуванні або спогляданні відповідних предметів. Здебільшого це накладання, зіставлення, проведення стрілочок, відшукування пар предметів тощо.

*Другий* вид вправ пов'язаний з лічбою предметів, коли встановлюється взаємно однозначна відповідність між ними і назвами чисел. Назване останнім число є кількісною характеристикою розглядуваної групи предметів.

2. а) Прочитати завдання і виконати потрібні обчислення. Відповіді повідомляти усно.

Зменшити 32 на 7; 2; 9.

Збільшити 8 на 8; 32; 69.

На скільки 9 менше, ніж 99; 81; 70?

Знайти різницю чисел 85 і 7.

Порівняти вирази  $75 + 8$  і  $92 - 8$ .

б) Як дізнатися, на скільки одне число менше від другого? (Навчальний момент).

3. Знайти результат дії кожної пари поданих чисел.

Числа	Що знайти
5 і 4	суму
10 і 6	суму
10 і 6	різницю
15 і 5	різницю
19 і 1	суму
19 і 1	різницю
20 і 0	різницю

Числа	Що знайти
24 і 8	різницю
24 і 8	частку
24 і 8	суму
6 і 3	добуток
6 і 3	частку
18 і 6	частку
18 і 3	добуток

4. а) Прочитати приклади по-різному, використовуючи зазначені слова.

$9 + 3 = 12$	$14 - 6 = 8$
додати	мінус
збільшити	різниця
плюс	зменшити
сума	відняти

$13 - 6 = 7$	$3 \cdot 7 = 21$	$42 : 6 = 7$
відняти	помножити	частка
на ... більше	добуток	ділене
на ... менше	збільшити	поділити
зменшити	взяти ... раз	зменшити



б) Прочитати по-різному вирази виду  $a + b$ ,  $a - b$ ,  $a \cdot b$ ,  $a : b$ .

Зразок:  $37 + 8$  - 1) до тридцяти семи додати вісім; 2) 37 плюс 8; 3) 37 збільшити на 8; 4) сума тридцяти семи і восьми; 5) сума чисел 37 і 8; 6) 1-й доданок 37, 2-й доданок 8 і т.п.

$42 : 7$  - 1) 42 поділити на 7; 2) 42 поділити по 7; 3) 42 зменшити в 7 разів; 4) частка сорока двох і семи; 5) ділене 42, дільник 7; 6) у скільки разів 42 більше за 7 ( $42 > 7$ ); 7) у скільки разів 7 менше за 42 ( $7 < 42$ ); 8) яку частину від 42 становить число 7.

5. Обчислити вирази, в яких від'ємник дорівнює 8.

$$8 + 12 \quad 63 - 8 \quad 43 + 8 \quad 42 - (3 + 5) \quad 60 - (8 + 1)$$

$$12 - 8 \quad 8 - 5 \quad 50 - 8 \quad (65 - 8) + 4 \quad 60 - (14 - 6)$$

6. Вправи на закріплення усної і письмової нумерації (в межах 100).

1) Назвати числа, які можна утворити з двох десятків і кожного з одноцифрових чисел.

2) Назвати всі числа другого десятка, четвертого десятка.

3) Записати всі числа сьомого десятка.

4) Назвати сусідів кожного круглого числа.

7. Для складання завдань, спрямованих на засвоєння смислу множення, необхідно насамперед виділити істотні і неістотні ознаки цього поняття. Для цього пригадаємо означення (для вчителя, а не для учнів):

Добутком цілих невід'ємних чисел  $a$  і  $b$  називається ціле невід'ємне число  $av$ , що задовольняє умовам:

$$\text{при } b > 1 \quad a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ доданків}};$$

$$\text{при } b = 1 \quad a \cdot b = a$$

$$\text{при } b = 0 \quad a \cdot b = 0.$$

**Істотні ознаки:**

добуток – це сума (при  $b > 1$ );

доданки у цій сумі рівні.

**Неістотні ознаки:**

кількість доданків;

які це доданки: одноцифрові, двоцифрові, трицифрові числа;

які цифри використовувались для їх запису.

Для формування поняття "множення" можна запропонувати учням такі завдання.

1) Вставити пропущені числа так, щоб дістати правильну рівність:

$$25 + 25 + 25 + 25 = \square \cdot 4$$

$$25 + 25 + 25 + 25 = 25 \cdot \square$$

$$25 + \square + 25 + 25 = 25 \cdot 4$$

$$25 + 25 + 25 + \square = \square \cdot 4$$

$$25 + 25 + 25 + \square = 25 \cdot \square$$

2) Вставити пропущені знаки так, щоб рівність була правильною:

$$7 * 7 * 7 * 7 * 7 = 7 \cdot 5$$

$$17 + 17 + 17 = 17 * 3$$

$$7 * 7 * 7 * 7 * 7 * 7 * 7 = 7 * 7$$

$$(17 - 10) * 3 = (17 - 10) + (17 - 10) + (17 - 10)$$

3) Замінити додавання множенням:

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8$$

$$0 + 0 + 0 + 0 + 0$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$(16 + 4) + (16 + 4) + (16 + 4)$$

$$\Delta + \Delta + \Delta + \Delta + \Delta$$

4) Замінити множення додаванням:

$$5 \cdot 4 \quad 9 \cdot 2 \quad (13 + 8) \cdot 4 \quad \Delta \cdot 5$$

$$1 \cdot 5 \quad 99 \cdot 2 \quad (13 - 8) \cdot 4 \quad \bullet \cdot 4$$

$$0 \cdot 5 \quad 999 \cdot 2$$

5) Знайти і виправити помилку:

$$37 + 37 = 37 \cdot 2$$

$$55 + 55 + 55 + 55 + 55 = 55 + 5$$

$$37 + 37 - 37 + 37 - 37 = 37 \cdot 5$$

$$15 \cdot 4 = 15 + 16 + 17 + 18$$

6) Не обчислюючи, довести, що рівність вірна:

$$5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$$

$$91 \cdot 3 = 91 + 91 + 91$$

$$49 + 49 + 49 + 49 + 49 = 49 \cdot 5$$

7) Діти пошикувалися так, що їх число зручно обчислити за виразом:  $7 \cdot 2$ . Намалюйте трикутники так, як пошикувалися діти. А потім діти розбилися на групи, що їх число можна було обчислити за виразом  $7 + 3 + 4$ . Намалюйте квадратики так, як діти розбилися на групи.

8) До кожного малюнка записати відповідний приклад:



9) Порівняти і поставити знак  $>$ ,  $<$  або  $=$ , щоб записи були правильними:

$$21 + 21 + 21 + 21 + 21 \dots 21 \cdot 5$$

$$21 \cdot 5 \dots 21 + 21 + 21$$

$$33 + 33 + 33 \dots 33 \cdot 4$$

$$56 + 56 + 56 \dots 60 \cdot 3$$

10) Вставити пропущене число, щоб нерівність була правильною:

$$7 + 7 + 7 + 7 + \square < 7 \cdot 6$$

$$7 + 7 + 7 + 7 > 7 \cdot \square$$

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 < \square \cdot 5$$

Вводячи нове поняття, слід ввести і термін – його назву. Вчитель повинен написати новий термін на дошці, правильно прочитати, поставити наголос.

Звертаємо увагу на наголоси в таких словах:

висловлення,

знаменник,

ознака,

відрізок,

кілометр,

площина,

дециметр,

косинець,

поняття,

добуток,

міліметр,

сантиметр,

завдання,

множина,

чисельник,

запитання,

об'єм,

чотирнадцять,

одинадцять.

### Завдання.

Доповніть цей термінологічний словничок новими для учнів термінами з підручників математики для 1-4 класів.

З вивченням усної нумерації у мову учнів включається ряд математичних термінів. Із них для назв чисел у межах класа мільйонів основними є всього 13 слів: кожне з дев'яти перших чисел має особливу назву (один, два, три і т.д.), потім слідує десять, сто, тисяча, мільйон. Шляхом різних сполучень цих основних слів, порозрядного і покласного групування чисел складаються всі назви чисел до мільярда (виняток становлять слова: сорок, дев'яносто). Засвоєння дітьми назв чисел відбувається без

особливих труднощів, бо нумерація вивчається поступово на протязі чотирьох років завдяки концентричному розташуванню учбового матеріалу. Типова помилка при вивченні нумерації – змішування дітьми таких понять як *число* і *цифра*. Інколи і деякі вчителі самі підштовхують дітей на змішування числа і цифри своїми неточними запитаннями. Наприклад, записавши число 3125, учитель запитує: "Скільки цифр у цьому числі" замість "Скільки цифр у запису цього числа" або "Скількома цифрами позначено це число". Тут слова у *запису* і *позначено* мають істотне значення.

Поширеними помилками у мовленні молодших школярів є неправильне відмінювання числівників. Так, вони часто приклади типу  $2 + 3 = 5$  читають так: "сума два і три дорівнює п'ять" замість "сума двох і трьох дорівнює п'яти".

Для своєчасного запобігання таким помилкам і прищеплення навичок правильного читання числівників учитель відповідним чином ставить і запитання: "скільки?", "скільки?".

Учні мають засвоїти, що у простих кількісних числівниках, які означають десятки, відмінюється друга частина слова, а в тих, що означають сотні, – обидві складові, наприклад, п'ятдесяти, п'ятдесятю, п'ятдесятма, п'ятисот, п'ятистам, п'ятьмастами або п'ятьюмастами. У складених кількісних числівниках відмінюються всі слова. Та про це не завжди пам'ятають і самі вчителі. Тому їм доводиться чути на уроці (скажімо, під час читання прикладу  $364 + 302$ ): "До триста шістдесят чотири додати триста два" або "До триста шістдесят чотирьох додати триста два". А коли читаються нерівності виду  $724 > 428$  – "сімсот двадцять чотири більше чотиреста двадцять вісім" або "сімсот двадцять чотири більше чотиреста двадцяти восьми" замість правильного "сімсот двадцять чотири більше чотирьохсот двадцяти восьми".

У родовому, давальному, орудному, місцевому, знахідному відмінках числівники мають паралельні закінчення. Наприклад:

Н. шість	п'ятдесят
Р. шести, шістьох	п'ятдесяти, п'ятдесятьох
Д. шести, шістьом	п'ятдесяти, п'ятдесятю
З. шість або шістьох	п'ятдесят або п'ятдесятьох
Ор. шістьма, шістьома	п'ятдесятма, або п'ятдесятьома
М. на шести, шістьох	на п'ятдесяти, п'ятдесятьох

Числівники *сорок*, *дев'яносто*, *сто* в родовому, давальному, орудному, місцевому відмінках мають закінчення *-а*: *сорока*, *дев'яноста*, *ста*.

Відмінюючи дробові числа, змінюємо обидві частини: до двох п'ятих, від однієї другої і т.д.

Нерідко учні, відповідаючи, не узгоджують числівники з іменниками, а кажуть: "двадцять один учнів" замість "двадцять один учень", "тридцять шість кілограм" замість "тридцять шість кілограмів". Тож слід наголошувати, що іменник має бути у тому відмінку, якого вимагає останнє слово числівника. Запам'ятати ці правила дітям допоможуть досконалі зразки мовлення вчителя.

Деякі вчителі, а за ними й учні, змішують поняття *лічба* і *обчислення*. Наприклад, написавши на дошці вираз  $520 + 130$ , вчитель пропонує: "Полічіть, що дістанемо". Одержавши правильну відповідь, учитель говорить: "Ніна правильно полічила". Зрозуміло, що тут мова повинна була йти не про лічбу, а про обчислення. Адже лічба пов'язана з нумерацією, з перерахуванням елементів даної множини, а обчислення зв'язане з виконанням арифметичної дії, у даному випадку додавання.

Нерідко змішуються також і поняття *кількість* і *число*. На уроках математики учням інколи даються завдання з таким приблизно формулюванням: "Яка кількість олівців у двох коробках, якщо в одній стільки-то, а в другій на стільки-то менше?" Правильніше було б взяти в даному випадку слово *число* і виконувати дії над числами, а не над кількостями.

Учитель повинен вимагати від учнів правильно писати і читати математичні символи і користуватись ними. Не забуваймо, що знаки  $+$ ,  $-$ ,  $\cdot$ ,  $:$ ,  $=$ ,  $\neq$ ,  $>$ ,  $<$ ,  $\geq$ ,  $\leq$  можна ставити тільки між числами або змінними. Не можна, наприклад, писати: "зменшуване  $>$  від'ємника...", " $5$  на  $2 < 7$ ", "щоб: дріб на дріб..." і т.п.

Дуже часто говорять: "Дошка – це прямокутник, монета – це круг, м'яч – це куля". Слід підкреслити, що в природі не існує ні прямокутників, ні кругів, ні куль. Це все абстрактні математичні поняття, а в природі можуть бути предмети тієї чи іншої фігури.

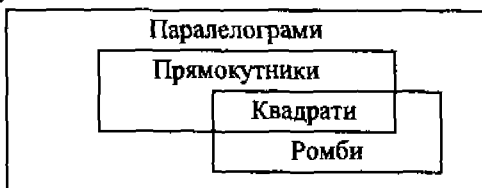
Не завжди правомірно замінювати термін *відстань* на термін *шлях*. Відомо, що відстань між двома точками визначається відрізком прямої, але рух тіла у багатьох випадках відбувається не по прямій, а по ламаній і частково по кривій лініях, які визначають собою шлях і його довжину.

Не можна, наприклад, говорити: "Скільки *важить* картопля у мішку?" або "Обчисліть *вагу* зібраного у колгоспі буряка", а слід говорити: "Скільки кілограмів картоплі у мішку?" або "Обчисліть масу зібраного у колгоспі буряка".

Школярі повинні усвідомити, що лаконічність – особлива якість математичної мови, яка пов'язана з широким вживанням у математиці символіки. Завдання полягає в тому, щоб систематично привчати учнів до правильності, точності і лаконічності висловлення думок, у тактовному виправленні мовних неточностей.

### ЗАВДАННЯ.

1. За таблицею назвати родові і видові поняття, порівняти їхній зміст.



Властивості паралелограмів			
Довільний паралелограм	Прямокутник	Квадрат	Ромб
1. Протилежні сторони попарно паралельні			
2. Протилежні сторони попарно рівні			
3. Протилежні кути попарно рівні			
4. Діагоналі перетинаються і точкою перетину діляться пополам			
5.	Всі кути рівні (прямі)		
6.	Діагоналі рівні		
7.	Всі сторони рівні		
8.	Діагоналі перпендикулярні		
9.	Діагоналі є бісектрисами кутів		

2. Які з поданих тверджень правильні, а які ні?

а) У кожному прямокутнику протилежні сторони рівні.

б)  $33 + 57 = 80$ .

в)  $23 - 8 > 16$ .

3. Чи завжди правильне твердження, що один з місяців року має 28 днів?

4. Розгляньте малюнки геометричних фігур. Використовуючи слова *всі*, *деякі*, *кожна* і *одна* поставте у реченнях замість крапок такі з них, щоб ці речення виражали правильні висловлення (рис. 26):

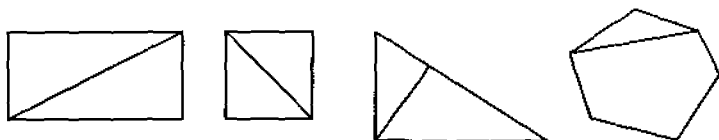


Рис. 26

- а) ... фігури мають чотири вершини;  
 б) ... фігура поділена на дві частини;  
 в) ... фігура має всі сторони рівні;  
 г) ... фігури належать до многокутників.
5. Визначити, які з висловлень вірні, а які – ні:  
 а) у всіх трикутниках сторони рівні;  
 б) у деяких чотирикутниках всі сторони рівні;  
 в) є трикутники, у яких два кути прямі;  
 г) є трикутники, у яких один кут прямий;  
 д) у кожному трикутнику один кут прямий.
6. Тарас придумав гру. Перший гравець щось стверджує, а другий йому заперечує. Наприклад:  
 а) Перший гравець. Ця фігура – прямокутник.  
 Другий гравець. Ця фігура – непрямокутник.  
 б) Перший гравець. Всі учні класу ходили в кіно.  
 Другий гравець. Деякі учні класу не ходили в кіно.  
 в) Перший гравець. Деякі птахи не літають.  
 Другий гравець. Всі птахи літають.
- Придумайте заперечення до таких тверджень:  
 г) сьогодні на дворі нехолодно;  
 д) у ліс виїхало не менше 30 учнів;  
 е) всі парні числа діляться на 6.
7. З двох висловлень:  $A = \text{"Я сьогодні допишу листа"}$  і  $B = \text{"Я сьогодні піду на каток"}$  утворити висловлення  $AVB$ .  
 Розв'язання.  $AVB = \text{"Я сьогодні допишу листа або піду на каток"}$ .
8. Яке значення істинності висловлення  $A \Rightarrow B$ , якщо  $A = \text{"}2 > 5\text{"}$ ,  $B = \text{"}7 - \text{складене число"}$ ?  
 Розв'язання.  $A \Rightarrow B = 1$  (істинне), бо  $A = 0$  і  $B = 1$  (див.: табл. 4).
9. Яке значення істинності висловлення  $A \Leftrightarrow B$ , якщо:  $A = \text{"}1095 : 3\text{"}$ ,  $B = \text{"Сума цифр числа 1095 ділиться на 3"}$ ?  
 Розв'язання. Висловлення  $A \Leftrightarrow B = \text{"Число } 1095 : 3 \text{ тоді тільки тоді, коли сума цифр числа 1095 ділиться на 3"}$  істинне, бо  $A = 1$ ,  $B = 1$  (див.: табл. 5).
10. Яка різниця між відношенням слідування і імплікації?

сю? Чи можна твердити, що в імплікації  $A \Rightarrow B$  висловлення  $B$  є логічним висновком  $A$ ? (На це запитання слід дати негативну відповідь. Справа в тому, що імплікація  $A \Rightarrow B$  є висловленням, яке може бути як істинним, так і хибним (останнє ми маємо при  $A = 1, B = 0$ ). Але  $B$  є логічним висновком  $A$  тоді і тільки тоді, коли імплікація  $A \Rightarrow B$  є істинним висловленням і  $A$  істинне. Зауважимо, що імплікація  $A \Rightarrow B$  при  $A = 0$  (хибне) також істинна, але не через смисловий зв'язок між висловленнями  $A$  і  $B$ , а внаслідок означення імплікації, тому ми цей випадок опускаємо. Коли імплікація  $A \Rightarrow B$  істинна, то з істинності  $A$  обов'язково впливає істинність  $B$ ).

11. У кожне речення замість крапок вставте слова: "необхідно", або "достатньо", або "необхідно і достатньо".

1) Для того щоб число ділилось на 15, ..., щоб воно ділилось на 5.

2) Для того щоб число ділилось на 3, ..., щоб воно ділилось на 6.

3) Для того щоб число ділилось на 10, ..., щоб воно ділилось на 2 і 5.

4) Для того щоб два квадрата мали одну й ту ж площу, ..., щоб сторони їх були рівні.

5) Для того щоб чотирикутник був прямокутником, ..., щоб його діагоналі були рівні.

6) Для того щоб паралелограм був прямокутником, ..., щоб його діагоналі були рівні.

Відповідь. 1), 5) необхідно; 2) достатньо; 3), 4), 6) необхідно і достатньо.

12. Розглянемо приклад софізму.

$2 \cdot 2 = 5$ . Знайдіть помилку в таких міркуваннях. Маємо числову рівність (правильну):  $4 : 4 = 5 : 5$ . Винесемо за дужки в кожній частині її спільний множник. Дістанемо:  $4(1:1) = 5(1:1)$ . Числа в дужках рівні, тому  $4 = 5$ , або  $2 \cdot 2 = 5$ .

Відповідь. Помилка допущена у винесенні спільного множника за дужки у лівій і правій частинах тотожності  $4 : 4 = 5 : 5$ .

13. Для теореми: "Якщо число ділиться на 9, то сума його цифр ділиться на 9" сформулюйте обернену, протилежну і протилежну оберненій теореми. Чи правильні ці теореми? Доведіть.



## ДОДАТКИ

## Додаток 1

## КОНЦЕПЦІЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ 12-РІЧНОЇ ШКОЛИ

### Вступ

Концепція розроблена відповідно до Законів України "Про освіту", "Про загальну середню освіту", Державної національної програми "Освіта (Україна XXI століття)", проектів Національної доктрини розвитку України у XXI столітті та Концепції 12-річної загальної середньої освіти, з урахуванням вітчизняного та зарубіжного досвіду організації шкільної математичної освіти.

*Концепція, наслідуючи існуючу концепцію для 11-річної школи, орієнтована на нове соціальне замовлення щодо завдань, змісту, якості і термінів шкільної освіти, де лейтмотивом стають: пріоритет соціально-мотиваційних факторів і загальнолюдських цінностей; методологічна переорієнтація змісту освіти на особистість, на забезпечення активної пізнавальної позиції суб'єкта навчання; організація навчання на основі максимального врахування досвіду взаємодії учня з навколишнім світом; спрямованість освіти на найповнішу реалізацію здібностей, інтелектуального, духовного і творчого потенціалу молодої людини, на життєдіяльність учня, що зумовлюється його розумом і активністю; вироблення стійких механізмів самонавчання, самовиховання і саморозвитку.*

*Значення математичної освіти* обумовлюється тим, що:

- Якість математичної підготовки молодого покоління – індикатор готовності суспільства до соціально-економічного розвитку, мобільності особистості в освоєнні і впровадженні високих технологій.

- Математична освіта – важлива складова загальноосвітньої підготовки. Місце математики в системі шкільної освіти визначається її роллю в інтелектуальному, соціальному і моральному розвитку особистості, розумінні принципів будови і використання сучасної техніки, нових інформаційних технологій, сприйманні наукових і технічних ідей, формуванні наукової картини світу і сучасного світогляду.

- Математика — один з опорних предметів середньої школи, який забезпечує успішне вивчення інших дисциплін, насамперед предметів природничо-наукового циклу.

Найактуальнішою проблемою математичної освіти 12-річної школи є відбір її змісту.

Традиційний зміст навчання математики, що складався десятиліттями, забезпечує досить високий рівень математичної підготовки учнів. Проте зміни в галузі техніки, виробництва, освіти, комунікацій ставлять нові вимоги до математичної підготовки професійних кадрів і спонукають до переосмислення традиційного змісту, з'ясування тенденцій дальшого його розвитку, звичайно, з дотриманням наступності. Не можна не враховувати й те, що дедалі зростає роль формально-логічного апарату математики, алгоритмів і евристик, математичного моделювання, статистико-ймовірнісних методів в економіці, явищах виробничо-технічного характеру, управлінні високоякісними і високоточними технологічними процесами. На зміст навчання математики впливає і широке впровадження у школах рівневої і профільної диференціації.

*Тому відповідність змісту навчання сутієльно-економічним запитам держави має бути основою нової філософії шкільної математичної освіти.*

*Концепція визначає пріоритети розвитку математичної освіти, структуру і зміст шкільної математики, реалізація яких покращать математичну підготовку випускників середніх шкіл.*

### Пріоритети розвитку математичної освіти

**Особистісна орієнтація освіти**, що передбачає: рівневу і профільну диференціацію навчання; рівний доступ до якісної математичної освіти; гуманізацію освіти — створення реальних умов для інтелектуального, соціального і морального розвитку особистості; посилення практично-діяльнісної і творчої складових у змісті математичної освіти.

**Цілісне відображення компонентів математичної науки в шкільному змісті математичної освіти**: врахування тенденцій розвитку математики (генералізація знань, посилення функції теорії у науці, інтеграція і диференціація науки); відображення математики як діяльності через методологічні знання, методи та способи діяльності, що відповідають логіці пізнання в математиці; реалізація в змісті освітнього, розвивального і виховного потенціалу математики.

**Реалізація методичною системою навчання основних функцій математичної освіти**: власне математична освіта; освіта за допомогою математики; спеціалізуюча — як елемент професійної підготовки. Друга функція має бути домінуючою.

**Забезпечення наступності змісту і вимог щодо його засвоєння між базовим компонентом дошкільної освіти і початкової школи; початковою і основною; основною і старшою школою; загальноосвітньою шкільною підготовкою та вимогами професійно-технічної і вищої освіти.**

**Орієнтація на інтегровані курси математики**: пошук нових підходів до інтеграції змісту, структурування знань з неперервної і дискретної математики як засобу цілісного розуміння та пізнання світу.

Приведення обсягу і складності змісту у відповідність з віковими можливостями учнів, перспективами їхнього розвитку шляхом варіювання обсягу математичної інформації і гнучкості у визначенні вимог до засвоєння її учнями.

Посилення практичної і прикладної спрямованості навчання математики — орієнтація змісту і методів навчання на застосування математики в техніці і суміжних науках; у професійній діяльності і в побуті; на розв'язування задач, вироблення умінь самостійної математичної діяльності.

Використання у процесі навчання математики нових педагогічних технологій, зокрема інформаційних, які задовольняють такі основні вимоги:

- враховують особливості навчальної діяльності, її зміст і структуру; цикли життєдіяльності учня, його здібності, інтереси й нахили;
- спрямовані на моделювання освітніх середовищ, їх організаційних, методичних і змістових компонентів, що враховують типові й індивідуальні відмінності між учнями, форми їх прояву в сфері комунікативних відносин і в пізнавальній діяльності;
- є варіативними: особистісно-орієнтованими, коли знання, уміння та навички розглядаються не лише як самоціль, а й засіб розвитку пізнавальних і особистісних якостей учня; виховують в учня здатність бути суб'єктом свого розвитку, рефлексивного ставлення до самого себе;
- забезпечують цілісне психолого-дидактичне проектування навчального процесу в умовах рівневої і профільної диференціації навчання.

### Структура математичної освіти

*Шкільна математична освіта реалізується шляхом вивчення таких курсів математики:*

1. *Курс А* (загальноосвітній). Вивчають учні 1-9-х класів загальноосвітніх навчальних закладів. Курс завершальний і забезпечує базову математичну підготовку учнів.

2. *Курс В* (прикладний) адресований учням 10-12-х класів, що обрали для себе ті галузі діяльності, в яких математика відіграє роль апарату, специфічного засобу для вивчення і аналізу закономірностей навколишнього світу. Курс вивчається на фізичних, технічних, хіміко-біологічних, екологічних, агробіологічних і інших профілях та у школах природничого спрямування. Цей курс вивчається і у школах, де немає профілів.

3. *Курс С* (загальнокультурний), призначений для учнів 10-12-х класів, математика для яких — лише елемент загальної культури. Це ті, хто навчається на гуманітарних профілях (мовно-літературний, суспільно-історичний, художньо-естетичний тощо) та школах гуманітарного спрямування.

4. Курс Д (поглиблений) для учнів 8-12-х класів, які планують пов'язати свою майбутню професію з математикою (математичні, фізико-математичні профілі, окремі ліцеї, коледжі, спеціалізовані фізико-математичні школи, школи і класи з поглибленим вивченням математики).

Курси математики повинні мати різну інформаційну і інтелектуальну ємність, діагностико-прогностичну спрямованість та соціальну ефективність (обсяг математичних знань має бути достатнім для успішної майбутньої трудової чи навчальної діяльності), а також різнитися способами упорядкування матеріалу, ступенем узагальнення знань, співвідношенням між теоретичними і емпіричними знаннями.

З метою поглиблення і розширення знань учнів з окремих тем, розвитку їхнього інтересу до математики, орієнтації у виборі професії пропонуються курси за вибором (з 8-го класу), факультативні заняття (з 7-го класу) і математичні гуртки (з 5-го класу).

Курси математики — рівнево диференційовані, тобто орієнтовані на три рівні вимог до математичної підготовки: середній, достатній, високий.

Отже, математична підготовка забезпечується двовимірною моделлю диференціації навчання, основні поняття якої — курс математики і рівень вимог (табл. 1, де, наприклад  $A_1$  — вивчення загальноосвітнього курсу на середньому рівні).

Таблиця 1

### Двовимірна модель диференціації навчання

Курси \ Рівні	А	В	С	Д
1. Середній	$A_1$	$B_1$	$C_1$	$D_1$
2. Достатній	$A_2$	$B_2$	$C_2$	$D_2$
3. Високий	$A_3$	$B_3$	$C_3$	$D_3$

Кожен рівень вимог для кожного курсу математики включає переліки опорних уявлень, знань, умінь, навичок і способів математичної діяльності. Останні відображають розвиток особистісних якостей учня.

Таким чином, пріоритети особистісної орієнтації освіти, що здійснюється шляхом рівневої та профільної диференціації навчання, визначають структуру шкільної математичної освіти (табл. 2).

## Структура математичної освіти

Класи					Рівні вимог		
1-4	5-6	7	8-9	10-12	I	II	III
	Курс А	Курс А	Курс С	Курс В	+	+	+
			Курс Д	Курс Д	+	+	+
			Спецкурс				
				Інваріантна частина (2/3 курсу)			
				Варіативна частина -модулі- (1/3 курсу)			
Факультативи з математики							
Математичні гуртки							

## Принципи відбору змісту математики

**Принцип соціальної ефективності.** Математичні знання мають бути достатніми для продовження освіти або кваліфікованої праці.

Зміст реалізує особистісно орієнтовану модель навчання і центрується на особистості учня — навчання, орієнтоване як на власне математичну освіту, так і на освіту за допомогою математики, на вироблення якостей мислення, необхідних для адаптації і повноцінного функціонування людини в сучасному суспільстві, на засвоєння математичного апарату як засобу постановки і розв'язання проблем реальної дійсності. З цією метою у державних документах (стандарті, програмах) фіксуються не лише переліки математичних умінь, а й деталізовані рівні математичного розвитку, яких учні мають досягти на кожному ступені навчання.

Соціально ефективність змісту математики забезпечує відповідність обсягу змісту навчальному часу, відведеному на його засвоєння. Передбачається зменшення обсягів курсів математики за рахунок якісної переробки змісту, а саме: уникнення надмірної строгості викладу (делуція і абстрактність мають спиратися на наочність й інтуїцію учнів), зменшення обсягу громіздких обчислень і перетворень, перегляду того

матеріалу, який не використовується ні для логічного розгортання курсу, ні під час розв'язування задач і не має прикладного спрямування.

**Принципи науковості і прикладної реалізованості.** Зміст шкільної математики пов'язаний з поняттям неперервності — найважливіші розділи стосуються неперервних функцій, границі, елементів математичного аналізу. Проте розвиток комп'ютеризації, інформаційних мереж, автоматизованих інформаційних систем висуває специфічні вимоги до стилю мислення людини, а отже, і до змісту шкільної математики. Одна з них пов'язана з необхідністю *включення до шкільного курсу елементів дискретної математики* (комбінаторики, елементів математичної логіки в їх прикладному аспекті, систем числення, елементів теорії графів тощо). Введення елементів дискретної математики дасть змогу, з одного боку, більш результативно опанувати інформатику, а з другого — посилити прикладну спрямованість курсу математики шляхом розширення меж застосування математичних методів у природничих, гуманітарних і соціальних дисциплінах. Таким чином, *вдале поєднання неперервної і дискретної математики — важлива риса сучасних її курсів.*

*Зміст математики повинен розкривати гносеологічне її значення.* Один із шляхів — ознайомлення учнів як із поняттям математичної моделі, так із методом математичного моделювання, вироблення уявлень про роль цього методу в науковому пізнанні та практиці, формування вмінь свідомо будувати простіші математичні моделі.

*Зміст навчального матеріалу повинен забезпечувати оволодіння учнями математичною культурою* такого рівня, коли освоюються всі три етапи застосування математики до розв'язування задач, які виникають у людській практиці: 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної у задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, і від неї, до чітко сформульованої математичної задачі); 2) розв'язування задач у межах побудованої моделі; 3) інтерпретація одержаного розв'язання задачі та застосування його до вихідної ситуації.

Прикладна спрямованість курсу передбачає не лише розкриття змісту математичних понять, а й *виділення конкретних ситуацій, явищ, для опису яких поняття використовуються.*

**Принципи пріоритету розвивальної функції навчання.** Зміст навчального матеріалу має забезпечувати не екстенсивне, а інтенсивне навчання і самонавчання учнів, перенесення акцентів із збільшення обсягу інформації, призначеної для засвоєння учнями, на вироблення вмінь її використовувати для досягнення певних цілей, тобто на інтелектуальний розвиток учня.

*Знати математику — це вміти її застосовувати* (розв'язувати задачі, користуватися математичною мовою, доводити твердження, критично аналізувати свої міркування).

Цей підхід передбачає не лише засвоєння готових знань, а й способів цього засвоєння, способів міркувань, які застосовуються в математиці, створення педагогічних ситуацій, які стимулюють самостійні відкриття учнями математичних фактів. З огляду на це навчальний матеріал повинен містити загальні схеми розв'язування задач, загальні підходи до моделювання прикладних ситуацій, відомості про суть задач, їх склад і структуру. Навчальний матеріал має містити алгоритми і евристики, якими визначається процес переходу від вихідних даних до шуканого результату (алгоритми виконання арифметичних дій, основних побудов, перетворень виразів, обчислень за формулами; евристики розв'язування певних типів задач, доведення теорем, виконання допоміжних побудов тощо), а також завдання на самостійні пошуки алгоритмів і евристик шляхом узагальнення розв'язань певних груп задач.

Розвивальну функцію навчання реалізує також *персоніфікований виклад матеріалу*, тобто подання, де це можливо, математичних фактів з погляду їх історичного становлення і розвитку.

**Принцип диференційованої реалізованості.** Зміст математики розрахований на здійснення основних видів диференціації: 1) за змістом навчального матеріалу (програми і підручники відрізняються обсягом матеріалу, його змістом і упорядкованістю); 2) за рівнями програмних вимог до математичної підготовки учнів.

Важлива методична проблема — *фіксація рівнів програмних вимог*. Програми з математики мають містити перелік умінь на кожному з рівнів навчання. Проте вимоги, задані переліком умінь, допускають досить широке тлумачення. Засобом їх конкретизації є *набори спеціальних еталонних задач*, які розробляються для кожного рівня навчання. Кількість їх має бути мінімальною, а зміст задач учні повинні знати заздалегідь. Якщо учень після вивчення курсу вміє розв'язувати відповідні еталонні задачі, це означає, що він досяг певного рівня навчання. Такий підхід дає змогу школяру вибрати певний рівень засвоєння математичного матеріалу і варіювати своє навчальне навантаження.

**Модульний принцип відбору змісту.** Програма містить набір тем (модулів), з яких учитель буде курс. Серед них є обов'язкові для вивчення і теми додаткової частини програми, з яких педагог на свій розсуд може відібрати (або не відібрати) матеріал для розгляду, враховуючи рівень математичної підготовки учнів класу, їхні інтереси, специфіку майбутньої професії, профіль навчання тощо.

Відповідно до цього курс математики включає дві частини — *інваріантну (дві третини курсу) і варіативну (одну третину курсу)*. Варіативна частина містить логічно завершені порції матеріалу, які доповнюють інваріантну частину.

**Принцип фузійонізму** (від лат. *фузіо* — злиття). Доцільно порушити питання щодо вивчення єдиного, інтегрованого курсу математики, без поділу його на алгебру з початками аналізу і геометрію. Йдеться не про механічне об'єднання алгебраїчного і геометричного матеріалу, а про якісне.

*Інтеграція змісту досягається введенням узагальнюючих понять сучасної математики.* Це насамперед елементи теорії множин і математичної логіки, координатно-векторні поняття, бінарні відношення, що дають змогу з єдиних наукових позицій трактувати основні алгебраїчні і геометричні поняття.

У змісті математики мають бути посилені зв'язки між алгеброю і геометрією, планіметрією і стереометрією. Йдеться про взаємопроникнення геометричних методів і образів в алгебру і навпаки; про геометричну інтерпретацію алгебраїчних залежностей і аналітичне тлумачення геометричних фактів.

До того ж назви шкільних курсів «Алгебра», «Алгебра і початки аналізу» вже є певною мірою умовними та неадекватно відображають зміст цих курсів, оскільки до них включено й відомості з прикладної математики, елементи комбінаторики, теорії ймовірності, статистики. Отже, на часі створення інтегрованих курсів математики.

**Принцип концентризму.** Математична підготовка школярів досягається концентричним розвитком таких груп знань: 1) числа і дії над ними, величини, метрична система мір; 2) вирази, рівняння, нерівності, елементи логіки; 3) функції, дослідження функцій методами математичного аналізу; 4) геометричні фігури та їх властивості, геометричні величини, перетворення фігур; 5) координати і вектори; 6) комбінаторика; 7) елементи статистики і теорії ймовірностей; 8) математика і зовнішній світ (моделювання, аналіз даних, специфіка математики як науки, математика в системі наук, історія виникнення і розвитку математичних теорій).

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ЗМІСТУ ОСВІТИ

### ПОЧАТКОВА ШКОЛА

**Зміст математичного матеріалу:** числа, арифметичні дії над цілими невід'ємними числами, дії з нулем, величини, геометричні фігури, вимірювання і відношення величин.

#### *Засади розробки змісту.*

- Основою змісту математики початкової школи є поняття натурального числа та дій з цими числами. Інтерпретації натуральних чисел - перелік дискретних об'єктів та відношення величини до вибраної міри.

- Моделями арифметичних дій з натуральними числами є поєднання груп однорідних предметів, поділ їх на дві частини (початковий етап навчання); збільшення (зменшення) числа на кілька одиниць, встановлення кількісної різниці між двома числами; збільшення (зменшення) числа у кілька разів, встановлення у скільки разів одне число більше (менше) за друге.

- Арифметичні дії над геометричними об'єктами: додавання і віднімання відрізків і кутів, множення їх на натуральне число і поділ на частини.



- Значне зменшення обсягу громіздких обчислень; перевага надається виконанню арифметичних дій на основі їх властивостей і прийомам усного рахунку.

- Алгебраїчний матеріал (рівність, нерівність, вираз, рівняння) тісно пов'язується з арифметичним і подається як пропедевтичний до вивчення в основній і старшій школі алгебри; обсяг цього матеріалу рекомендується зменшити.

- Вивчення величин ґрунтується на безпосередньому і опосередкованому (через одиницю вимірювання) порівнянні відповідних об'єктів.

- Пропедевтика вивчення функцій відбувається при введенні буквених виразів та залежностей між величинами.

- Базове поняття змісту — числовий вираз як модель реальних сюжетних ситуацій; виділення арифметичних прийомів розв'язування текстових задач.

- Збільшення у змісті питомої ваги прикладних математичних ситуацій комбінаторного й імовірнісного характеру та засобів їх аналізу (графи, графіки, діаграми, матриці).

- Зміст геометричного матеріалу має передбачати безпосередню маніпуляцію з моделями геометричних фігур, їх побудову, конструювання, максимально враховувати життєвий досвід учнів і сприяти виробленню вмінь виділяти форму і розміри як властивості предметів навколишнього середовища.

## ОСНОВНА ШКОЛА

### 5-6 класи

**Зміст арифметичного матеріалу** розгортається навколо фундаментальних понять: число, величина, математична модель.

**Зміст алгебраїчного матеріалу:** вирази та їх числові значення: рівняння, нерівності; відношення та пропорції, відсотки; елементарні відомості про статистику та способи подання даних; види випадкових подій; відомості з історії науки.

#### **Засади розробки змісту.**

- Індуктивний підхід до викладу змісту з поступовим включенням елементів дедукції.

- Алгебраїчний матеріал вводиться поступово у взаємозв'язку з арифметичним.

- Значне збільшення питомої ваги текстових задач, що використовуються з різною дидактичною метою на всіх етапах вивчення теоретичного матеріалу.

- Поступове збагачення математичної мови учнів у мінімально необхідному для подальшого розвитку обсязі з включенням елементів сучасної математичної мови (термінологічної, логічної, символічної, схематичної, графічної).

- Послідовне формування уявлень учнів про основні алгебраїчні поняття як математичні моделі (з використанням терміна «математична модель»), що дозволяють описувати і вивчати процеси та явища реального світу.

- Пропедевтика основних понять систематичного курсу алгебри.

**Зміст геометричного матеріалу:** планіметричні і стереометричні фігури; геометричні величини, одиниці їх вимірювання; числові характеристики фігур (на координатній прямій і площині); приклади геометричних перетворень (симетрії, паралельне перенесення) в техніці, архітектурі, побуті; побудови (без посилання на аксіоми конструктивної геометрії).

**Засади розробки змісту.**

- Наочність елементів геометрії, де акцент робиться на розвиток просторових уявлень, застосування знань до прикладних ситуацій, пропедевтику змістових ліній і математичних методів шляхом постановки геометричного експерименту з реальними прообразами фігур.

- Інтеграція геометричного матеріалу з арифметичним і алгебраїчним. Основа інтеграції — підкріплення властивостей геометричних фігур числовими характеристиками.

- Посилення зв'язку планіметричних і стереометричних фактів — планіметричні подаються як складові стереометричних.

- Пропедевтика елементів дедукції шляхом індуктивного встановлення загальних положень і застосування їх у конкретних ситуаціях.

- Неперервне, починаючи з перших кроків навчання, оволодіння просторовими формами шляхом предметного моделювання.

- Збільшення питомої ваги геометричних задач комбінаторного, ймовірнісного характеру, задач із підсиленими логічними елементами, розв'язання яких передбачає спеціальних засобів аналізу даних (графи, матриці, таблиці).

- Послідовність матеріалу визначається як логікою його внутрішнього взаємозв'язку, так і чередуванням видів математичної діяльності учня.

Наступність змісту, систематизація і поглиблення знань, одержаних в 1-4 класах.

### 7-9 класи

**Зміст алгебраїчного матеріалу:** числа та дії над ними; вирази та їх перетворення; рівняння, нерівності, системи рівнянь та нерівностей; функції; елементи прикладної математики, зокрема фінансових розрахунків.

**Засади розробки змісту.**

- Формування вмій і навичок тотожних перетворень алгебраїчних виразів, розв'язування рівнянь, нерівностей пов'язується з розвитком змістової числової лінії від множини раціональних до множини дійсних чисел; перші уявлення про можливість подальшого розширення

поняття числа виробляються при введенні умовної одиниці для випадків від'ємного дискримінанта квадратного рівняння.

- Розвиток логічного мислення та математичної мови учнів; умінь логічно обґрунтовувати розв'язання алгебраїчних завдань із використанням нескладних дедуктивних міркувань.

- Формування уявлень про основні математичні поняття (число, рівняння, нерівність, функція) як важливі найпоширеніші математичні моделі процесів та явищ реального світу.

- Поступове оволодіння алгебраїчними методами (координатний, тотожних перетворень тощо).

**Зміст матеріалу з прикладної математики включає елементи комбінаторики, статистики, теорії ймовірності, фінансової математики:** правила комбінаторного додавання і множення та їх застосування до розв'язування відповідних задач; відомості про статистику; основні способи подання та аналізу статистичних даних та їх числові характеристики; деякі статистичні закономірності в реальному світі; класичні ймовірнісні моделі на конкретних прикладах, приклади фінансових розрахунків.

#### **Засади розробки змісту.**

- Індуктивний підхід до викладу навчального матеріалу з ілюстрацією всіх теоретичних положень на конкретних прикладах з оточуючого світу.

- Формування комбінаторних рис мислення в процесі розв'язування текстових задач.

- Використання змістових міжпредметних зв'язків при засвоєнні статистичних та ймовірнісних понять.

- Включення до методичної системи практичних та лабораторних робіт.

**Зміст геометричного матеріалу:** геометричні фігури (на площині і в просторі), їх властивості; геометричні величини, їх вимірювання; елементи тригонометрії; початки аналітичної геометрії і векторної алгебри; побудови (циркулем і лінійкою); методи розв'язування задач; окремі методологічні питання геометрії.

#### **Засади розробки змісту.**

- Поєднання логічної строгості і геометричної наочності. Дедукція і абстрактність матеріалу спирається на наочність і геометричну інтуїцію учнів.

- Паралельне подання планіметричних і стереометричних фактів. (Вивчається в основному планіметрія, а просторові форми виступають як об'єкти, що ілюструють застосування і узагальнення планіметричних фактів.)

- Значне послаблення аксіоматичної лінії і перенесення акцентів на наочну геометрію. Мінімізація аксіом і їх «приховане» («неявне») введення з опорою на життєвий досвід учня.

- Конструктивний підхід до означення геометричних понять.
- Підсилення традиційних початкових афінних фактів метричними, що дасть змогу розширити коло змістових задач.
- Основний зміст групується навколо трьох геометричних фігур — трикутника, чотирикутника, кола. Основний апарат доведення — ознаки рівності трикутників, однак залучаються і засоби алгебри.
- Інтеграція геометричного матеріалу з арифметичним та алгебраїчним на спільній науковій основі, виходячи з позицій єдиної математики. Інтеграційними чинниками можуть бути: 1) метод координат, який дає змогу розглядати фігури і числа як взаємозв'язані моделі знань і встановлювати попарну відповідність між базисними поняттями геометрії (точка, вектор, лінія, перетин ліній, поверхня тощо) і алгебри (число, набір чисел (координат), рівняння, система рівнянь тощо); 2) елементи теорії множин та математичної логіки, які дають змогу з єдиних наукових позицій трактувати деякі геометричні та алгебраїчні поняття; 3) переходи від геометричних образів до функцій двох змінних і, навпаки, що виробляють також уміння будувати математичні моделі взагалі і оптимізаційні зокрема.

## СТАРША ШКОЛА

*Зміст алгебраїчного матеріалу, початків математичного аналізу та прикладної математики:* перетворення тригонометричних виразів та виразів, що містять степені та логарифми; рівняння та нерівності (тригонометричні, показникові, логарифмічні, ірраціональні); функції (тригонометричні, показникові, логарифмічні, степеневі); початки диференціального та інтегрального числення (границя та неперервність функції, похідна, визначений інтеграл, диференціальні рівняння та їх застосування); комбінаторика; початки теорії ймовірностей, математичної статистики та фінансової математики.

### *Засади розробки змісту.*

- Систематизація та узагальнення знань, закріплення та розвиток умінь і навичок, одержаних у курсі алгебри основної школи із забезпеченням наступності між ланками шкільної освіти.
- Підвищення теоретичної значущості навчального матеріалу; розширення внутрішніх логічних зв'язків курсу; підготовка апарату для вивчення суміжних дисциплін, зокрема геометрії, фізики, інформатики.
- Розвиток культури математичного мислення на основі послідовного оволодіння прийомами аналітико-синтетичної діяльності при вивченні теорії і розв'язуванні задач та підвищення ролі дедукції і рівня абстрактності навчального матеріалу.
- Розширення класу прикладних текстових задач, які розв'язуються методами рівнянь, нерівностей та їх систем.

- Використання наочно-інтуїтивного підходу при введенні основних понять математичного аналізу (границя, неперервність, похідна, інтеграл). Рівень строгості вивчення цих понять визначається рівнем загальноосвітньої спрямованості курсу математики.

- Формування основних понять математичного аналізу на основі задач, які до них приводять; оволодіння методами застосування похідної та інтеграла до дослідження функцій та розв'язування задач.

- Формування алгоритмічної культури при розв'язуванні задач за допомогою похідної та інтеграла.

- Формування уявлення про будову математичної теорії та про її прикладне значення на основі дослідження математичних моделей реальних процесів та проведення найпростіших обчислювальних експериментів із використанням інформаційних технологій.

- Розширення та поглиблення теоретичних відомостей з теорії ймовірностей та математичної статистики та оволодіння методами розв'язування прикладних задач.

*Зміст геометричного матеріалу:* геометричні фігури і тіла, їх властивості; геометричні величини, їх властивості; геометричні перетворення; початки аналітичної геометрії і векторної алгебри в просторі; поняття про неевклідові геометрії; методи розв'язування геометричних задач; побудови; початки проєктивного креслення: окремі методологічні питання геометрії.

#### *Засади розробки змісту.*

- Прикладна спрямованість (орієнтація на застосування властивостей фігур і тіл у техніці, будівництві, побуті, суміжних науках); широке використання геометричного експерименту.

- Дотримання наступності з курсом геометрії основної школи (поєднання логічної строгості і наочності, конструктивний підхід до означення понять, спільні підходи до введення величин).

- Розширення уявлень про геометрію і її методи; забезпечення систематизації і узагальнення знань.

- Орієнтація не лише на формально-логічні твердження а й оперативні (алгоритми, евристики, схеми міркувань).

- Збільшення аналогій між стереометричними і планіметричними фактами.

- Передбачення використання комп'ютерної техніки як засобу розширення математичної практики, моделювання і дослідження геометричних об'єктів.

- Збільшення питомої ваги задач на моделювання просторових форм за їх кількісними характеристиками.

## Умови реалізації концепції

1. Фінансове забезпечення шкільної математичної освіти з орієнтацією на середній світовий рівень — основна умова реалізації концепції.

2. Наукове забезпечення навчального процесу, що передбачає організацію досліджень за такими пріоритетними напрямками:

- З'ясування факторів, що впливають на формування змісту математичної освіти; розв'язання проблеми взаємозв'язку змісту із завданнями виховання та розвитку учнів, співвідношення пізнавальних і ціннісних компонентів у змісті математичної освіти; розробка теоретико-дидактичних засад інтеграції змісту та його різнорівневого відбору.

- Розробка дидактичних, психологічних, гігієнічних і книгознавчих вимог до створення підручника; створення комп'ютерної його підтримки: розробка надійної методики експериментальної перевірки та оцінки якості підручника.

- Розробка методики моніторингу математичної освіти; з'ясування основних тенденцій її розвитку у державі та за рубежом; створення науково-обґрунтованих нормативів діагностики (готовності до навчання, математичних здібностей, відхилень у розвитку).

3. Належне навчально-методичне забезпечення, що передбачає:

- Орієнтацію на альтернативні навчально-методичні комплекти (розроблені на спільній науковій основі), що реалізують встановлений зміст освіти і відповідні рівні його засвоєння.

- Суттєве поповнення фондів шкільних кабінетів математики.

- Застосування сучасних методик навчання математики, які передбачають використання цілісних комп'ютерних систем навчання.

4. Забезпечення вірогідності наукового та навчально-методичного продукту. Він може бути рекомендованим учителям математики лише після теоретичного і експериментального обґрунтування та соціологічного аналізу відповідної педагогічної ситуації.

5. До стратегічних умов реалізації основних положень концепції належить ефективна підготовка і перепідготовка вчителів математики, формування у них нового педагогічного мислення; запровадження ефективної методичної допомоги вчителю, системи заохочення вчителів, які досягли високих результатів.

*Концепцію розроблено в лабораторії математичної та фізичної освіти Інституту педагогіки АПН України*

## ДЕРЖАВНИЙ СТАНДАРТ ПОЧАТКОВОЇ ШКОЛИ: ОСВІТНЯ ГАЛУЗЬ "МАТЕМАТИКА"

Початковий курс математики є складовою у системі неперервної математичної освіти, яка узгоджується з дошкільною освітою та курсом математики основної школи.

Вивчення математики в початковій школі забезпечує опанування учнями знань, умінь та навичок, необхідних для подальшого вивчення математики та інших предметів. Частина знань початкового курсу математики має практичну спрямованість і застосовується у повсякденному житті. Вивчення математики сприяє розвитку пізнавальних здібностей молодших школярів — пам'яті, логічного і творчого мислення, уяви, математичного мовлення.

Мета і завдання вивчення математики:

- уточнення, поглиблення і розвиток сенсорних умінь молодших школярів, за допомогою яких вони успішно орієнтуватимуться у навколишньому середовищі;

- формування уявлень про натуральне число і число нуль, обчислювальних навичок з натуральними числами і нулем; умінь розв'язувати задачі, що розкривають зміст арифметичних дій і відношень, залежності між величинами;

- формування уявлень про геометричні фігури і тіла, початкового досвіду вимірювань та обчислень геометричних величин, вироблення необхідних графічних умінь;

- формування початкових умінь доказово міркувати і пояснювати свої дії та розвиток відповідних мовленнєвих умінь, пов'язаних з використанням математичних термінів та символів;

- розвиток логічного мислення.

В освітній галузі "Математика" виділено такі змістові лінії: Властивості та відношення предметів. Лічба; Числа і дії над ними; Числові та буквені вирази; Рівність, нерівність. Рівняння; Геометричні фігури та їх властивості. Геометричні тіла; Величини та одиниці вимірювання величин.

Державні вимоги до рівня освіти загальноосвітньої підготовки учнів за змістом освіти:

### 1. Властивості та відношення предметів. Лічба:

- *властивості предметів*: уміти виділяти з групи предметів один чи кілька предметів, яким властиві певні ознаки (форма, розмір, розміщення), показувати і називати кожний предмет, усі предмети, один з предметів групи, вирізняти та порівнювати предмети за окремими ознаками (форма, колір, розмір, призначення), вживати відповідну термінологію;

- *розміщення предметів у просторі і на площині*: уміти визначати напрямки руху і переміщуватися у зазначених напрямках, вказувати місце знаходження об'єкта, розкладати і переміщувати предмети на площині, вживати відповідну термінологію;

- *порівняння кількості предметів*: знати способи порівняння кількості предметів і вміти їх застосовувати, вживаючи терміни "стільки само", "менше", "більше";

- *лічба предметів*: знати правила лічби, вміти лічити предмети, по-різному розташовані на площині, в просторі, вживати кількісні та порядкові числівники.

## 2. Числа і дії над ними:

- *натуральні числа, число нуль, усна нумерація*: мати уявлення про натуральний ряд та порядок чисел у ньому; знати, що число нуль не належить до натуральних чисел; уміти називати попереднє і наступне число для будь-якого числа в межах мільйона; лічити одиницями, десятками, сотнями, тисячами; знати таблицю класів і розрядів та співвідношення між розрядними одиницями кожного класу; уміти визначати кількість одиниць кожного розряду та визначати загальну кількість одиниць певного розряду в числі;

- *письмова нумерація натуральних чисел*: мати уявлення про цифру і число, яке позначається нею, про помісцеве значення цифр у позначенні натурального числа в межах мільйона; уміти записувати і читати число нуль та будь-яке натуральне число в межах мільйона; порівнювати числа і записувати результати за допомогою відповідних знаків;

- *арифметичні дії з натуральними числами та нулем*: знати таблиці додавання і множення одноцифрових чисел та відповідні табличні випадки віднімання та ділення; уміти усно виконувати обчислення в межах ста, обчислення, що ґрунтуються на нумерації чисел; уміти письмово виконувати арифметичні дії (додавання, віднімання, множення, ділення) в межах мільйона, ділити з остачею; знати назви компонентів і результатів арифметичних дій та залежності між ними, порядок виконання арифметичних дій у числових виразах, у тому числі з дужками; уміти знаходити значення числових виразів, розв'язувати текстові задачі, що розкривають зміст арифметичних дій;

- *частини, дроби*: мати уявлення про утворення частини, дробу, про чисельник і знаменник та їх зміст; уміти читати і записувати дробу, порівнювати дробу з однаковими знаменниками; уміти розв'язувати задачі на знаходження частини від числа і числа за його частиною;

- *взаємозв'язок дій додавання і віднімання, множення і ділення*: мати уявлення про взаємозв'язок арифметичних дій, уміти використовувати їх взаємозв'язок для перевірки виконаних дій;

- *закони і властивості арифметичних дій*: мати уявлення про закони і властивості арифметичних дій, розуміти їх суть; уміти використовувати закони та властивості при виконанні обчислень;



- відношення "більше на", "менше на", "більше в", "менше в", різницею і кратне порівняння чисел: уміти розв'язувати задачі та виконувати завдання, що містять дані відношення.

### 3. Числові та буквені вирази:

- **числові вирази і його значення:** мати уявлення про числовий вираз та його значення, уміти знаходити значення числового виразу;

- **буквенний вираз і його числове значення:** мати уявлення про буквенний вираз, уміти знаходити числове значення буквеного виразу за заданим числовим значенням змінних, що входять до нього.

### 4. Рівність, нерівність. Рівняння:

- **рівність, нерівність:** мати уявлення про рівність і нерівність, уміти читати і записувати рівності та нерівності, розрізняти правильні та неправильні числові рівності (нерівності), перетворювати неправильні числові рівності (нерівності) в правильні, порівнювати число і вираз, два вирази і результати порівняння записувати у вигляді рівності або нерівності;

- **рівняння з однією змінною:** мати уявлення про рівняння з однією змінною, вміти розв'язувати рівняння з однією змінною на одну-дві дії на основі взаємозв'язку між компонентами і результатами дій;

- **нерівність з однією змінною:** мати уявлення про нерівність з однією змінною, уміти розв'язувати прості нерівності способом добору.

### 5. Геометричні фігури та їх властивості. Геометричні тіла:

- **точка, лінія, відрізок, промінь, кут:** мати уявлення про геометричні фігури, уміти знаходити на малюнках (кресленнях) точки, лінії (пряма, крива і ламана (замкнені, незамкнені)), відрізки, промені, кути; уміти позначати точки, прямі, відрізки, промені, кути, багатокутники буквами і читати їх;

- **многокутник і його елементи:** мати уявлення про многокутник та його елементи (вершина, сторона, кут), уміти розпізнавати многокутник серед інших фігур;

- **трикутник і його елементи, види трикутників:** мати уявлення про трикутник та його елементи, уміти розпізнавати трикутники на моделях, малюнках (кресленнях), розрізняти трикутники за кутами та сторонами, будувати прямокутний трикутник;

- **чотирикутники і його елементи, види чотирикутників:** мати уявлення про чотирикутник та його елементи, про види чотирикутників; знати властивості прямокутника (квадрата); уміти розпізнавати чотирикутники на моделях і малюнках (кресленнях), будувати прямокутник (квадрат) за вказаними довжинами сторін (на папері в клітинку);

- **коло і круг, їх елементи:** мати уявлення про коло і круг, центр, радіус та діаметр кола (круга), уміти будувати коло за допомогою циркуля;

- **куб, куля, циліндр, конус:** мати уявлення про геометричні тіла: куб, кулю, циліндр, конус.

## 6. Величини та одиниці вимірювання величин:

- **довжина, відстань, периметр:** мати уявлення про довжину відрізка, відстань між об'єктами, периметр многокутника; знати одиниці довжини (кілометр, метр, дециметр, сантиметр, міліметр) і співвідношення між ними, вміти скорочено їх записувати, уміти виконувати перетворювання іменованих чисел, арифметичні дії над ними, порівнювати їх; уміти будувати і вимірювати відрізки за допомогою лінійки, порівнювати відрізки за допомогою вимірювання, знаходити відстань між об'єктами, уміти обчислювати периметр многокутника; знайти формулу обчислення периметра прямокутника (квадрата) за його сторонами; уміти розв'язувати задачі, що містять зазначені величини;

- **площа:** мати уявлення про площу; знати одиниці площі (квадратний метр, квадратний сантиметр, квадратний дециметр) і співвідношення між ними, уміти скорочено їх записувати, знаходити та обчислювати площу прямокутника (квадрата) за довжиною їх сторін, розв'язувати задачі, що містять поняття площі;

- **час:** знати одиниці часу (година, хвилина, секунда; доба, тиждень, місяць, рік, століття) і співвідношення між ними, уміти скорочено їх записувати, вимірювати часові проміжки за допомогою годинника, використовувати співвідношення між одиницями часу під час виконання завдань, виконувати арифметичні дії з одиницями часу;

- **швидкість:** мати уявлення про швидкість рухомого тіла при прямолінійному русі; знати одиниці швидкості (кілометр за годину, метр за секунду тощо); уміти скорочено їх записувати, розв'язувати задачі, пов'язані з рухом;

- **маса:** мати уявлення про масу тіла; знати одиниці маси (грам, кілограм, центнер, тонна) і співвідношення між ними, уміти скорочено їх записувати, використовувати співвідношення між одиницями маси під час виконання арифметичних дій та порівняння;

- **ціна, вартість, грошові одиниці:** мати уявлення про ціну, вартість предмета; знати назви грошових одиниць (гривня, копійка) і співвідношення між ними, вміти скорочено їх записувати, використовувати співвідношення між гривнею і копійкою під час виконання арифметичних дій та порівняння;

- **місткість:** мати уявлення про місткість; знати одиниці місткості (літр) та вміти скорочено її записувати, уміти використовувати різні мірки для порівняння місткості рідини;

- **залежність між величинами:** розуміти зміст залежностей між величинами; знати залежність між швидкістю, часом і відстанню, знати залежність між ціною предмета, їх кількістю і вартістю; уміти розв'язувати задачі на визначення швидкості, часу, відстані; ціни, кількості та вартості товарів.

Б.Г. Друзь, З.В. Друзь

**ПРОГРАМА ІНТЕГРОВАНОГО КУРСУ ДЛЯ ПЕДАГОГІЧНИХ  
ФАКУЛЬТЕТІВ ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ  
"ОСНОВИ І МЕТОДИКА НАВЧАННЯ  
ПОЧАТКОВОЇ МАТЕМАТИКИ"**

**Пояснювальна записка**

Структурно і за змістом матеріал інтегрованого курсу для педучилищ і педфаків побудовано за основними, наскрізними лініями початкової математичної освіти, що визначають практичну та духовну значущість цього предмета для навчання й виховання молодших школярів: лічба, нумерація і 4 арифметичні дії над цілими невід'ємними числами; розв'язування текстових задач; початкова комп'ютерна грамотність; початкові алгебраїчні й геометричні уявлення; величини та їх вимірювання; елементи логічних знань; народознавчий компонент — українська народна математика і метрологія. Визначальним у методичці є емоційно-смысловий підхід до навчання молодших школярів математики. Основною формою навчального процесу має стати самоосвіта учня, розумно організована вчителем.

Вивчення кожної теми передбачає: історичну і термінологічну довідки; теоретичне обґрунтування з засвоєнням на прикладах, вправах, задачах; систему й методику викладання в молодших класах з урахуванням надбань педагогічної науки й практики, багатовікової педагогічної мудрості українського народу. Особливо уважно слід поставитись до сформульованих у шкільній програмі з математики для 1-4 класів основних вимог до знань, умінь і навичок учнів на кінець четвертого року навчання. Саме ці вимоги повинні слугувати постійним орієнтиром для викладача, допомогти йому правильно розставити акценти при розгляді різноманітних питань курсу, створюючи найкращі умови для свідомого і міцного засвоєння найбільш важливих із них.

Фундаментом курсу математики початкових класів є вивчення чисел. Сюди належать: лічба, нумерація і 4 арифметичні дії над цілими невід'ємними числами, початкові знання властивостей натурального ряду чисел, нуля і арифметичних дій; невеликий обсяг знань про дробі. Вивчення чисел супроводжується постійним залученням різноманітних за фабулою сюжетних задач, в ході розв'язання яких учні зустрічаються з різними видами практичної діяльності, так чи інакше пов'язаними з підрахунками і вимірюваннями. Щоб оволодіти математикою, треба навчитися розв'язувати задачі, причому не лише стандартні, а й такі, що потребують певної незалежності мислення, творчих

пошуків, оригінальності, винахідливості. Це — вправи на добір ознак предмета, його визначення, конструювання, логічне комбінування, доповнення, прогнозування, творчі вправи на різнобічний аналіз об'єкта, з яким учні попередньо обізнані, завдання на доведення судження вчителя, власної думки школяра, на визначення і пояснення причиново-наслідкових зв'язків, на аналогію, порівняння, узагальнення, класифікацію тощо.

Завдання з метою формування в учнів початкових уявлень про деякі важливі поняття, ідеї та методи математики (вправи на використання елементів теорії множин та поняття відношення, задачі комбінаторного та ймовірнісного характеру, вправи для формування найпростіших типологічних уявлень, логічні задачі, цікаві вправи, що пов'язані з інформатикою та «обчислювальною машиною») розв'язуються на інтуїтивній основі. Найпростіші оптимізаційні задачі (це ті, в яких за певним критерієм потрібно дібрати найкращий розв'язок серед кількох можливих) молодші школярі виконують методом випробовування або методом оцінки. У роботі з графічним матеріалом застосовуються переважно такі прийоми: читання готових графічних зображень та їх побудова за певними умовами.

Найпростіші уявлення про основи інформатики у молодших школярів формуються за допомогою системи таких нестандартних завдань: 1) підготовчі вправи на усвідомлення понять «машина», «вхід», «вихід», «операція»; 2) вправи на використання знаків клавіатури машин; 3) ігрові завдання для уявного «спілкування» з ЕОМ; 4) задачі, пов'язані з розглядом доступних дітям побутових і обчислювальних алгоритмів; 5) складання простеньких програм; 6) вправи для формування уявлень про роботу лічильної машини, її застосування; 7) задачі з використанням мікрокалькулятора; 8) комп'ютерні ігри (розважальні та з чітким навчальним спрямуванням).

В основі всіх прийомів розв'язування творчих вправ лежать дії дітей з предметами, фігурами, числами, цифрами, бо все, що є об'єктом дій, необхідних для виконання завдання, запам'ятовується міцно і точно, а те, що не є об'єктом дій, згодом майже зовсім забувається. Щодо оптимізації пошукової самостійності учнів, важливим є синтез мислення, мовлення (слова) і дії на уроці.

У початковому курсі математики величини розглядаються як властивості об'єктів реального світу. Аксиоматичне означення скалярної величини можна дати на заключному етапі опанування розділу «Величини та їх вимірювання».

Вивчення чисел — перший крок в ознайомленні з дією математичної абстракції. Потім переходимо від числа до буквеного числення. У початкових класах школярі виконують вирази, що містять буквений компонент, вчать знаходити їх числові значення, застосовують буквені вирази для запису властивостей арифметичних дій.

Алгебраїчна пропедевтика передбачає також ознайомлення з поняттями «рівняння і нерівності». Учні розглядають рівняння на одну операцію і розв'язують їх на основі правил знаходження невідомого компонента. Поняття буквеного виразу і рівняння застосовуються при розв'язуванні задач.

З ідеєю функціональної залежності молодші школярі стикаються при розгляді величин з прямо пропорційною і обернено пропорційною залежністю.

Головними геометричними об'єктами, з якими учні ознайомлюються в початковому курсі, є: відрізок, трикутник, чотирикутник, коло і круг — на площині та куб, циліндр, конус, куля — в просторі. Діти засвоюють назви фігур і їх елементів, вчать їх розпізнавати. Значна увага приділяється побудові і вимірюванню відрізків, побудові деяких плоских фігур.

Інтегрований курс передбачає лекційні, практичні, семінарські, лабораторні та індивідуальні заняття.

На семінарських заняттях розглядаються найбільш складні і актуальні проблеми методико-математичної теорії та практики. Вони можуть проводитися як зустрічі з майстрами педагогічної праці та науковими співробітниками АПН України, як наукові повідомлення студентів, диспути, теоретичні конференції тощо.

Під час лабораторно-практичних занять досліджуються конкретні питання навчання молодших школярів математики, виробляються у студентів міцні математичні й методичні уміння та навички; проводяться безпосередньо у школі, лабораторії чи кабінеті вузу з глибоким аналізом виконання поставлених завдань.

На індивідуальних заняттях з'ясовується засвоєння студентами навчального матеріалу, винесеного на самостійне опрацювання, а також надається допомога окремим студентам, їх консультування тощо. У процесі індивідуальної самостійної роботи студенти не лише вивчають обов'язкову і додаткову літературу, але й пишуть реферати, курсові й дипломні роботи, проводять наукові дослідження.

Тематика лекцій, семінарських і лабораторно-практичних занять, комплекти екзаменаційних білетів розглядаються і затверджуються кафедрою. Тематику семестрових контрольних робіт і колоквиумів розробляє викладач.

Інтегрована програма розрахована на 3-4 навчальних роки. На кожному курсі студенти складають залік (1-й семестр) і екзамен (2-й семестр), пишуть по 2 контрольні роботи. Контрольні роботи, заліки і екзамени носять комплексний характер, слугують засобом перевірки теоретичної і практичної підготовки студентів до навчання математики молодших школярів. Свої відповіді студенти повинні ілюструвати конкретними прикладами, використовуючи при цьому основну методичну літературу, педагогічну періодику, передовий досвід класоводів, неви-

черпні джерела педагогічної мудрості українського народу. А також виявити необхідні практичні уміння: визначати мету, математичний і методичний смисл завдань з підручників для 1-4 класів, застосовувати теоретичні знання до розв'язування практичних питань, розв'язувати задачі і безпомилково виконувати обчислення.

На екзамені перевіряється також уміння студентів грамотно, логічно і доказово розкривати суть питання, користуючись науковою термінологією і символікою, виявляючи при цьому зрілість оцінних суджень, уміння критично аналізувати різні методичні положення.

Навчання за інтегрованою програмою «Основи і методика математики в початкових класах» не виключає також введення додаткових спецкурсів, факультативів, практикумів («Нові технології навчання математики у початковій школі», «Культура обчислень», «Методика розв'язування нестандартних задач у початковій школі»), завдання, пов'язані з важливими поняттями і методами сучасної математики («Математика і конструювання», «Народні знання українців з математики») або «Використання елементів української народної математики в початкових класах», «Педагогічна спадщина провідних українських методистів-математиків», «Позакласна робота з математики в 1-4 класах» тощо).

### Навчально-тематичний план (орієнтовний)

№ п/п	Розділи і теми курсу (блоки)	Кількість годин				
		лекції	практичні семінарські заняття	лабораторні заняття	індивідуальні заняття	усього
1	2	3	4	5	6	7
	I. Загальні питання теорії і методики початкової математики					
1.	Математика в системі початкового навчання національної школи України	4	2	2	2	10
2.	Урок математики в початкових класах	4	6	12	2	24
3.	Виховання пізнавальних інтересів молодших школярів у процесі навчання математики	2	2	8	2	14
4.	Розвиток молодших школярів у процесі засвоєння знань, умінь і навичок з математики	2	2	8	2	14
5.	Елементи логічних знань	6	6	4	2	18
	II. Основні змістовні лінії початкової математики та методики її викладу					
6.	Множини і відношення	8	8	4	2	22
7.	Лічба, нумерація і арифметичні дії над цілими невід'ємними числами	30	8	20	8	66

1	2	3	4	5	6	7
8.	Розширення поняття числа. Методика ознайомлення з дробами	4	4	4	2	14
9.	Навчання молодших школярів розв'язування задач	6	4	16	8	34
10.	Теорія і практика раціональних обчислень	4	4	8	2	18
11.	Наближені обчислення	4	2	2	2	10
12.	Зміст роботи і методика використання персональних ЕОМ у навчанні молодших школярів математики	2	2	4	4	12
13.	Алгебраїчна пропедевтика	6	4	8	4	22
14.	Елементи геометрії та методика їх вивчення	6	4	8	4	22
15.	Величина та їх вимірювання	8	8	16	6	38
16.	Віхи з історії математики та методики її викладання	4	2	2	8	16
Разом		100	68	126	60	354

Примітка. Викладач на свій розсуд може перерозподілити години в межах тем і цілого курсу.

\*\*\*

## ЗМІСТ КУРСУ

*Загальні питання теорії і методики початкової математики.*

**Тема 1. Математика в системі початкового навчання національної школи України.**

Завдання математичної підготовки та характеристика курсу математики 1-4 класів.

Основні компоненти початкової математичної освіти:

знання про натуральні числа і дії над ними, розв'язування різноманітних за фабулою сюжетних задач;

початкова комп'ютерна грамотність;

початкові алгебраїчні і геометричні уявлення;

вміння орієнтуватися в найпростіших математичних закономірностях і використовувати одержані знання в повсякденному житті;

математичний розвиток, що включає здібність до узагальнень, здогадки, вміння помічати спільне в різному, відрізнити головне від другорядного, спостерігати, порівнювати, аналізувати, робити висновки і перевіряти їх;

українська народна математика і метрологія.

Форми, засоби, принципи, методи і методичні прийоми навчання молодших школярів математики.

Основні вимоги до знань і вмінь учнів з математики на кінець навчального року в 1, 2, 3 та 4 класах. Рівні засвоєння учнями навчального матеріалу з математики (рівень відтворення, рівень розуміння, рівень переносу). Визначення комплексу посібників.

## **Тема 2. Урок математики в початкових класах.**

Типи уроків. Орієнтовна структура комбінованого уроку. Нестандартний урок математики. Напрями методичного оновлення уроків математики у початкових класах. Характерні особливості ефективного уроку.

Підготовка до уроку: ознайомлення з варіативними навчальними планами і програмами; складання календарного і тематичного планів (або календарно-тематичного); написання конспекту уроку. Пам'ятка: «Готуйся до уроку так».

Методика проведення комбінованого уроку математики: контроль, корекція та закріплення знань учнів (перевірка домашнього завдання, опитування учнів та усна лічба); опрацювання нового матеріалу (підготовка до вивчення нового матеріалу, пояснення його та первинне закріплення); закріплення та узагальнення знань учнів (закріплення і повторення матеріалу, завдання додому, підсумок уроку).

Особливості уроку математики в 1 класі. Ігрові ситуації.

Окремі види уроків.

Урок контрольної роботи, оцінювання усних відповідей. Письмова перевірка знань, умінь і навичок. Підсумкова оцінка знань, умінь і навичок.

Відкритий урок. Методичний аналіз уроку.

## **Тема 3. Виховання пізнавальних інтересів молодших школярів у процесі навчання математики.**

Дидактичні умови розвитку пізнавальних інтересів.

Шляхи і засоби виховання в учнів інтересу до математики: зв'язок навчання з життям як засіб розвитку пізнавальних інтересів учнів до математики; роль проблемно-пошукових ситуацій у розвитку пізнавальних інтересів; система завдань з логічним навантаженням як засіб розвитку пізнавальних інтересів; використання цікавинок, різножанрових матеріалів з українського фольклору на уроках математики. Виховання пізнавальних інтересів у позакласній роботі з математики. Математичні екскурси.

## **Тема 4. Розвиток молодших школярів у процесі засвоєння знань, умінь і навичок з математики.**

Розумовий розвиток і його показники.

Формування прийомів розумових дій у процесі навчання учнів математики. Розвиток уваги, спостережливості, пам'яті, аналізу і синтезу, порівняння, завдання на аналогію, розвиток абстрагування і конкретизації, узагальнення і класифікації, розвиток причиново-наслідкового мислення, індуктивних і дедуктивних міркувань, розвиток вільного продуціювання думок.

Діагностування рівня розумового розвитку учнів. Зразки тестів, які вчитель може використати з метою визначення рівня розумового розвитку молодших школярів (дослідження узагальненості мислення; гнучкості, логічності мислення; уміння здійснювати аналіз, синтез, порівняння; перевірка рівня розвитку конструктивного мислення тощо).



**Тема 5. Елементи логічних знань.**

Історичні відомості про виникнення і становлення математичної логіки.

Математичні поняття і терміни. Зміст і обсяг поняття. Видові і родові поняття. Види означення понять (через рід і видову відмінність, через перелік, у вигляді формул, означення — умовні погодження, генетичні означення через аксіоми).

Висловлення і висловлювальні форми (предикати). Рівносильні висловлення. Операції над висловленнями (заперечення, кон'юнкція, диз'юнкція, імплікація, еквіваленція). Закони операцій над висловлюваннями.

Відношення логічного слідування і рівносильності. Достатня і необхідна умови.

Найпростіші схеми дедуктивних міркувань.

Теореми і їх доведення: структура і види теорем; методи доведення теорем (синтетичний, аналітичний, від супротивного, повної індукції, математичної індукції).

Навчання молодших школярів математичної мови. Прийоми розвитку усної і письмової математичної мови молодших школярів. Методика запобігання і виправлення мовних неточностей.

*Основні змістовні лінії початкової математики та методики її викладу.*

**Тема 6. Множини і відношення.**

Поняття множини і елемента множини. Порожня множина. Способи задання множин. Підмножина. Рівні множини. Зображення множин і зв'язків між ними при допомозі кругів Ейлера.

Переріз, об'єднання, доповнення, декартовий добуток множин. Закони операцій над множинами.

Поняття бінарного відношення між елементами однієї множини. Способи задання бінарних відношень, їх властивості (рефлексивність, симетричність, транзитивність). Відношення еквівалентності і порядку.

Поняття відповідності між множинами. Способи задання відповідностей. Відповідність обернена даній. Взаємно однозначні відповідності. Рівнопотужні множини.

Поділ множини на підмножини, що парама не перерізаються (класи). Приклади класифікації. Зв'язок відношення еквівалентності з поділом множини на підмножини, що парама не перерізаються.

Комбінаторні задачі. Правила суми і добутку. Розміщення, перестановки і комбінації без повторення елементів. Розв'язування комбінаторних задач в 1-4 класах.

**Тема 7. Лічба, нумерація і арифметичні дії над цілими невід'ємними числами.**

Історичні відомості про виникнення і розвиток понять натурально-го числа і нуля, способів запису цілих невід'ємних чисел.

Основні функції натурального числа в практичній діяльності людей.

Ряд натуральних чисел, його властивості. Відрізок натурального ряду чисел. Лічба елементів скінченної множини. Порядкові і кількісні натуральні числа.

Теоретико-множинний смисл кількісного натурального числа і нуля. Множина цілих невід'ємних чисел. Властивості множини цілих невід'ємних чисел: нескінченність, упорядкованість, дискретність, наявність найменшого числа. Теоретико-множинний смисл відношень «дорівнює», «менше», «більше» на цій множині.

Позиційні і непозиційні системи числення.

Запис і читання чисел у різних системах числення в десятковій системі числення, їх порівняння.

Означення суми цілих невід'ємних чисел через об'єднання множин. Існування суми, її єдиність. Закони додавання.

Означення різниці цілих невід'ємних чисел через доповнення підмножини. Існування і єдиність різниці. Правила віднімання числа від суми і суми від числа. Зв'язок між числами при додаванні й відніманні. Способи усного і письмового додавання та віднімання цілих невід'ємних чисел. Обчислення на рахівниці.

Означення добутку цілих невід'ємних чисел через декартів добуток множин. Існування і єдиність добутку. Закони множення. Означення добутку через суму.

Означення частки цілого невід'ємного числа на натуральне через розбиття множини на класи. Існування і єдиність частки. Неможливість ділення на нуль. Правила ділення суми (різниці) і добутку на число. Поняття ділення з остачею, його теоретико-множинний смисл. Зв'язок між числами при множенні й діленні.

Алгоритми множення і ділення цілих невід'ємних чисел в десятковій системі числення. Прийоми усного і письмового виконання множення й ділення.

Порядок виконання арифметичних дій.

Арифметичні дії над числами в позиційних недесяткових системах числення.

Поняття відношення подільності на множині натуральних чисел, його основні властивості. Подільність суми, різниці і добутку. Ознаки подільності на 2, 3, 4, 5, 9, 25 в десятковій системі числення.

Прості і складені натуральні числа. Найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне натуральних чисел, способи їх знаходження. Ознаки подільності на складені числа.

Вивчення нумерації і арифметичних дій у 1-4 класах: нумерація чисел першого десятка; формування навичок написання цифр; нумерація чисел 11-20; нумерація чисел 21-100; нумерація чисел в межах 1000; нумерація багатоцифрових чисел; додавання й віднімання в ме-

жах 10; табличне додавання й віднімання з переходом через десяток; додавання й віднімання двоцифрових чисел без переходу через десяток; письмове і усне додавання й віднімання двоцифрових чисел з переходом через десяток; додавання й віднімання в межах 1000; додавання й віднімання багатоцифрових чисел; табличне множення і ділення; усне множення і ділення в межах 100 і 1000; письмове множення й ділення в межах 1000; множення й ділення багатоцифрових чисел.

**Тема 8. Розширення поняття числа. Методика ознайомлення з дробами.**

Історичні відомості про виникнення понять дробу і від'ємного числа.

Задача розширення поняття числа.

Множина цілих чисел, її властивості і геометрична інтерпретація. Дії з від'ємними цілими числами.

Поняття дробу і додатного раціонального числа. Властивості множини раціональних чисел. Визначення арифметичних дій над додатними раціональними числами. Закони додавання й множення цих чисел. Запис додатних раціональних чисел у вигляді десяткових дробів і процентів. Три види задач на проценти (відсотки). Нескінченні десяткові дробі.

Множина дійсних чисел, її властивості і геометрична інтерпретація. Арифметичні дії над дійсними числами.

Формування в учнів наочних уявлень про дробі, порівняння дробів. Запис і читання частин. Знаходження частин числа. Задачі на знаходження частин чисел та числа за його частиною.

**Тема 9. Навчання молодших школярів розв'язування задач.**

Загальні відомості про задачу. Навчальні, виховні, розвиваючі і контролюючі функції задач. Арифметичні задачі на обчислення, доведення і дослідження. Задачний мінімум для 1-4 класів.

Організація навчання розв'язувати задачі: форми організації діяльності учнів; ознайомлення зі змістом задачі; розбір задачі і складання плану її розв'язування; розв'язування задачі; перевірка розв'язання; творча робота над задачею; складання і розв'язування задач на матеріалі навколишньої дійсності. Методи ознайомлення із задачами нового виду.

Формування і розвиток умінь учнів 1-4 класів розв'язувати задачі. Прийоми формування навичок розв'язувати прості задачі. Розвиток умінь учнів розв'язувати складені задачі. Схема пошуку розв'язання стандартної задачі.

Арифметичні задачі підвищеної складності. Схема пошуку розв'язання нестандартної задачі.

**Тема 10. Теорія і практика раціональних обчислень.**

Загальні питання техніки швидких обчислень.

Способи швидкого додавання й віднімання натуральних чисел.

Способи швидкого множення й ділення натуральних чисел.

**Тема 11. Наближені обчислення.**

Історичні відомості про прийоми наближених обчислень.

Точні і наближені значення чисел. Правила округлення чисел.

Абсолютна і відносна похибки наближених значень чисел.

Дії над наближеними значеннями чисел за правилами підрахунку десяткових знаків і значущих цифр.

Формування у молодших школярів початкових уявлень про наближене значення величини.

**Тема 12. Зміст роботи і методика використання персональних ЕОМ у навчанні молодших школярів математики.**

Історичні відомості про перші лічильні прилади та електронно-обчислювальні машини.

Алгоритми і програми. Лінійні алгоритми, алгоритми з розгалуженням та циклічні алгоритми. Складові алгоритмічної культури для учня.

Елементарні обчислення на мікрокалькуляторах.

Формування найпростіших уявлень про інформатику і обчислювальні машини у молодших школярів.

**Тема 13. Алгебраїчна пропедевтика.**

Історичні відомості про виникнення і розвиток алгебри.

Вирази. Числовий вираз і його значення. Числові вирази, що не мають смислу. Вираз зі змінною (змінними), його область визначення. Тотожні перетворення виразів. Поняття тотожності. Найпростіші випадки використання буквенної символіки. Методика вивчення числових виразів і виразів зі змінною (буквою).

Числові рівності і нерівності, їх властивості. Методика вивчення рівностей і нерівностей.

Поняття рівняння з однією змінною. Корінь рівняння. Множина коренів рівняння. Рівносильні рівняння. Теореми про рівносильність рівнянь. Розв'язування лінійних і квадратних рівнянь з однією змінною. Розв'язування рівнянь у початкових класах. Застосування рівнянь при вивченні зв'язків між додаванням і відніманням, множенням і діленням, при розв'язуванні задач.

Поняття нерівності, що містить змінну, і її розв'язування. Множина розв'язків нерівності. Рівносильні нерівності. Теореми про рівносильність нерівностей. Розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною. Методика розв'язування нерівностей з однією змінною у початкових класах.

Поняття числової функції. Способи задання функції. Пряма і обернена пропорційності. Їх властивості і графіки. Лінійна функція, її властивості, графік.

Функціональна пропедевтика в початкових класах.

Навчання учнів узагальненого способу розв'язування задач.

**Тема 14. Елементи геометрії та методика їх вивчення.**

Історичні відомості про виникнення і розвиток геометрії. Звідки пішли назви геометричних фігур.

Логічна будова шкільної геометрії. Система аксіом планіметрії і стереометрії.

Геометрична фігура як множина точок. Використання геометричних фігур при виконанні вправ на розпізнавання. Операції над геометричними фігурами.

Означення, ознаки і властивості геометричних фігур та методика їх вивчення у початкових класах: точка, лінії, відрізок прямої; кути та їх види; різні види трикутників, чотирикутників тощо; коло і круг; геометричні тіла (куб, куля, циліндр та ін.).

Навчання учнів найпростіших геометричних побудов.

Взаємозв'язок геометрії і арифметики: як арифметика допомагає геометрії і навпаки.

**Тема 15. Величини та їх вимірювання.**

Історичні відомості про походження одиниць величин.

Величина як властивість предметів чи явищ реального світу. Поняття вимірювання величини. Властивості скалярних величин. Правила виконання дій над величинами. Коротка характеристика міжнародної системи одиниць (СІ). Загальні етапи вивчення величин.

Довжина відрізка, властивості цієї величини. Вимірювання довжини відрізка. Одиниці довжини. Дії над відрізками, їх властивості. Методика вивчення довжини, формування навичок вимірювання довжини і дій над її значеннями.

Поняття площі многокутника, властивості площі. Способи вимірювання площ фігур. Вимірювання площі фігури при допомозі палетки. Площі поверхонь тіл. Методика вивчення площі геометричних фігур і формування навичок вимірювання площі. Ознайомлення з одиницями площі і їх співвідношеннями.

Поняття об'єму геометричного тіла, його властивості. Вимірювання об'ємів геометричних тіл. Вимірювання місткостей. Одиниці об'єму.

Вимірювання кутів, властивості вимірювання кутів. Одиниці часу. Ознайомлення учнів з мірами часу і їх співвідношеннями. Навчання розв'язування задач на знаходження тривалості подій та ін.

Швидкість тіла та її вимірювання. Навчання розв'язування задач на рух.

Маса тіла, її основні властивості і вимірювання. Одиниці маси. Методика формування уявлень про масу і ємкість, вивчення одиниць і їх співвідношень. Правила зважування.

Вартість.

Вимірювання температури.

Залежність між величинами: 1) швидкістю, часом і відстанню при рівномірному прямолінійному русі; 2) ціною, кількістю і вартістю товару та ін.

**Тема 16. Віхи з історії математики та методики її викладання.**

Основні періоди в розвитку математики. Народна математика в Україні.

З історії розвитку методики навчання математики в початкових класах національної школи. Педагогічна спадщина провідних українських методистів-математиків (О.М. Астряб, І.З. Василенко, Г.Д. Гриневич, М.Д. Дегтярьова, О.С. Дубинчук, І.Ф. Тесленко, М.В. Богданович та ін.).

Сучасна концепція курсу математики для 1-4 класів національної школи України.

### Література

1. Богданович М.В. та ін. Методика викладання математики в початкових класах. – Тернопіль, 2001.
2. Богданович М.В. Методика вивчення нумерації і арифметичних дій в початковій школі. – К., 1991.
3. Богданович М.В. Методика розв'язування задач у початковій школі. – К., 1990.
4. Богданович М.В. Урок математики в початковій школі. – К., 1990.
5. Друзь Б.Г. Основи і методика початкової математики: У 3-х томах. – Кривий Ріг, 2007-2009.
6. Друзь Б.Г. Творчі вправи з математики для початкових класів. – К., 1988.
7. Друзь З.В. та ін. Формування творчої особистості учня в позаурочний час. – Кривий Ріг, 2006.
8. Програми і підручники з математики для 1-4 класів національної школи.

## ОЗНАКИ ТА УМОВИ РЕАЛІЗАЦІЇ ОСОБИСТІСНО ОРІЄНТОВАНОЇ ОСВІТИ

Діагностика пізнавальних інтересів	Творчий розвиток		Роз'яснення від класу до класу змісту в логіці розвитку учня
Розширення мережі освітніх послуг школи	Культуровідповідність	Взаємодія через S-S відношення	Удосконалювання оцінки результатів педагогічної взаємодії
Альтернативні програми, підручники	Виявлення та розвиток природних нахилів	Віра в можливості учня, створення умов для їх розвитку	Система творчих робіт
Свобода вибору: зміст, темп навчання, вчителі і т. ін.			Діалог, розумова діяльність, рефлексія
Коллективна творча діяльність	Природовідповідність	Зростання індивідуальності	Науково-дослідна робота учнів
Створення ситуації успіху	Людина як зміст освіти		Різноманітність видів діяльності
Розвивальні педагогічні технології	Гуманізм		Диференціація (зовнішня, внутрішня)
Природа як педагогічне середовище			Використання засобів мистецтва
Виконання ігрових методів, технологій			Демократичний стиль взаємн
			Різноманітність організаційних форм

Схема реалізації особистісно орієнтованої освіти

**Мета особистісно-орієнтованого уроку:** *створити умови для розвитку пізнавальної діяльності учнів.*

**Засоби для досягнення цієї мети:**

- використання різноманітних форм та методів організації навчальної діяльності, що уможливило розкриття суб'єктивного досвіду дітей;
- створення атмосфери зацікавленості кожної дитини в роботі класу;
- стимулювання учнів до висловлювань, до застосування різних способів виконання завдань без страху помилитися, дати неправильну відповідь;

- використання в процесі уроку дидактичного матеріалу, що дає змогу учневі вибрати найбільш значущі для нього вид та форму навчального змісту;

- оцінка його діяльності не тільки за остаточним результатом (правильно-неправильно), а й за способом досягнення результату (оригінальність, самостійність);

- заохочення прагнення учня знаходити свій спосіб роботи (розв'язання завдання), аналізувати методи роботи інших у процесі уроку, вибирати та засвоювати найбільш раціональні форми;

- створення педагогічних ситуацій спілкування на уроці, що дає змогу кожному учневі виявляти ініціативу, самостійність, вибірковість у способах роботи, створення обстановки для природного самовираження;

- повідомлення на початку уроку не лише теми, а й методів організації навчальної діяльності на уроці;

- обговорення наприкінці уроку не лише теми, а й організації навчальної діяльності на уроці;

- обговорення у підсумку уроку не тільки того, що засвоїли, про що дізналися, а й того, на що сподівалися (не сподівалися), що б хотілося виконати ще раз;

- завдання додому не лише називається, визначається тема та обсяг, а й детально пояснюється спосіб раціональної організації самостійної роботи.

Традиційне навчання	Особистісно-орієнтоване навчання
<i><b>Мета уроку, способи її досягнення</b></i>	
Учитель мету учням не повідомляє. Учні не мають уявлення щодо шляхів досягнення кінцевих результатів. Низька активність учнів.	Учні разом з учителем визначають мету, вміють сформулювати її самостійно, планують структуру уроку, загальний план теми (спільний план), індивідуальні плани, графік самообліку.
<i><b>Самовиявлення учнів</b></i>	
Реалізує свої знання учитель, дії учнів обмежені.	Самореалізація учнів (відповіді на кожному уроці). Учень відповідає класу, вчителю, учневі-партнеру, виконує самостійну роботу з наступним контролем.
<i><b>Спілкування учнів</b></i>	
Учитель подає інформацію, учень слухає (або не слухає). Не відбувається зворотного зв'язку.	Учень вивчає навчальний матеріал через різноманітні джерела, виконує індивідуальний план. На уроці пояснює матеріал іншим, учневі-партнеру, учителю, працює в статичних, динамічних, варіаційних парах.
<i><b>Урахування індивідуальних особливостей учнів</b></i>	
Об'єкт-суб'єктні відносини, бездіяльність учнів. Поява зайвого часу у здібних учнів, нестача в "слабких"	Підвищення суб'єктивності учнів. Оволодівають знаннями, найбільш прийнятними для них шляхами і темпами. Учитель приділяє достатньо часу кожному учневі. Здібні учні не очікують «слабких». «Слабкі» учні звертаються по допомогу до учителя і здібних учнів.



## Впровадження елементів модульно-розвивальної системи при навчанні математики (МРСН)

**Принцип модульного навчання** полягає в тому, що учень більш самостійно або й зовсім самостійно може працювати із запропованою йому навчальною програмою.

**Модуль** — цілісна функціональна одиниця, що оптимізує психосоціальний розвиток учня і вчителя.

Функціонування навчального модуля має двофазний характер. Основне призначення *першої фази* полягає у первинному сприйнятті, відкритті та осмисленні конкретного змістового модуля, *другої фази* — у відпрацюванні умінь і навичок, способів узагальнюючої і рефлексуючої діяльності. Кожна з цих фаз містить по три етапи (м/м), які в логічній єдності і становлять повний функціональний цикл навчального модуля (за А. Фурманом).

### Система модульного навчання

Весь навчальний матеріал поділяється на блоки (*модулі*) залежно від умов, у яких працює навчальний заклад. Під кожний модуль складається відповідний методичний комплекс.

1. Модуль учителя (детальне планування блоку) функціонує за наявності:

- м/м (*міні-модулів*, тобто певних етапів уроку);
- часу, що запланований на кожен м/м;
- навичок і вмінь, якими учні повинні оволодіти на даному етапі;
- нових термінів і понять, з якими учні ознайомилися;
- О.К. (обов'язкового контролю).

2. Модуль учня (план роботи) здійснюється за наявності:

- переліку питань, що вивчаються;
- списку літератури;
- вказівок, у якому підручнику або посібнику, на якій сторінці знайти відповідь на поставлене запитання;
- переліку вправ і задач, які потрібно вміти розв'язувати (з вказівкою на рівень складності);
- переліку видів та форм контролю, який є обов'язковим для учня під час атестації.

Залежно від теми вищезазначені позиції можуть варіюватись учителем.

3. Навчально-методичний комплекс функціонує за наявності:

- базового підручника;
- рекомендованого дидактичного матеріалу;
- учительських розробок (*опорних конспектів, дидактичних матеріалів тощо*).

Протягом роботи з функціональним модулем учень зобов'язаний пройти через кілька видів обов'язкового контролю, що зазначені в плануванні (під час уроку або в позаурочний час).

Методичний комплекс — програма дій для учня і вчителя — повинен бути складений з такими підходами до навчання, як *доступність, індивідуалізація та диференціація*.

Про ефективність впровадження елементів МРСН свідчать:

- 1) *максимальна організація роботи вчителя і учня;*
- 2) *можливість глибше побачити кожного учня крізь діючі обов'язкові контрольні зрізи;*
- 3) *підвищення показників якості знань.*

Сьогодні діють різні педагогічні технології:

- сучасне традиційне навчання;
- технологія особистісно орієнтованого навчання (педагогіка співробітництва, гуманітарно-особистісна технологія Ш. Амонашвілі);
- навчання на основі активізації і інтенсифікації діяльності учнів (ігрові технології, проблемне навчання, комунікативне навчання);
- навчання на основі дидактичного удосконалення і реконструювання навчальних матеріалів (модульно-блочне навчання);
- природновідповідні технології (навчання саморозвитку);
- розвивальне навчання;
- альтернативні технології (вольдорфська педагогіка, технологія вільної праці);
- інтерактивне навчання;
- педагогічні технології авторських шкіл та ін.

Розглянемо пасивну, активну та інтерактивну (за О.Пометун, Л.Пироженко) моделі навчання і порівняємо їх.

1. Пасивна модель навчання.



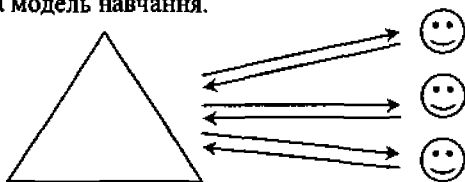
За цією моделлю учень виступає у ролі пасивного слухача. Він сприймає матеріал, який йому подає вчитель: відеофільм, текст із підручника тощо. За такої моделі використовуються методи, коли учні або дивляться, або слухають, або читають (лекція-монолог, пояснення нового матеріалу вчителем, демонстрація).

Спробуємо визначити позитивні та негативні сторони такої моделі:

Позитивні	Негативні
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Можна подати великий за обсягом матеріал за короткий час.</li> <li>2. Одночасно сприймають матеріал усі слухачі.</li> <li>3. Витрачається мало часу на розповідь або пояснення.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Учні пасивні, не спілкуються ні між собою, ні з учителем.</li> <li>2. Не виконують ніяких завдань.</li> <li>3. Вчителю важко зрозуміти якість засвоєння поданого матеріалу.</li> <li>4. Відсутній контроль за знаннями.</li> <li>5. Як правило, невисокий відсоток засвоєння знань.</li> </ol>

Навчання за такою моделлю пасивне. Цю модель можна назвати "Монолог".

### 2. Активна модель навчання.



У цьому випадку вчитель і учень перебувають у постійному взаємозв'язку. Учень відповідає на запитання вчителя, розповідає. Вчитель має змогу співпрацювати з кожним учнем зокрема. За такої моделі використовують активні методи навчання: бесіду, дискусію, фронтальне опитування тощо. Визначимо позитивні і негативні сторони цієї моделі:

Позитивні	Негативні
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Високий рівень інформації (проблемний метод).</li> <li>2. Велика кількість учнів, які одночасно можуть сприймати інформацію.</li> <li>3. Відсоток засвоєння матеріалу досить високий.</li> <li>4. Майстерність педагога відіграє велику роль в організації такого навчання.</li> <li>5. Учитель може проконтролювати надані учням знання.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Учні спілкуються тільки з учителем.</li> <li>2. Як правило, на уроці така модель використовується тільки для опитування.</li> <li>3. Учень перебуває у постійній напрузі — „спитає — не питає”.</li> <li>4. Учень може бути незадоволений тим, що його не запитали, не вислухали його думку.</li> </ol>

Навчання за такою моделлю — активне. Таку модель можна назвати "Діалог".

### 3. Інтерактивна модель навчання.

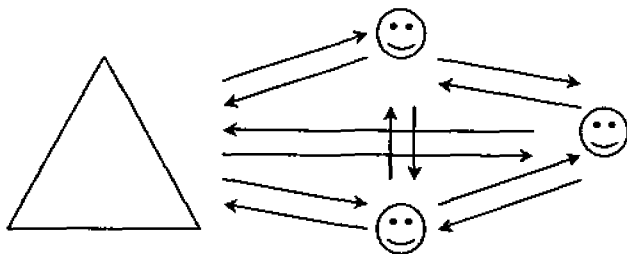


Схема цієї моделі відображає постійне спілкування вчителя з учнями, учнів з учнями. Відбувається спілкування всіх членів колективу. Під час навчання за такою моделлю використовують ділові та рольові ігри, дискусії, мозковий штурм, фронтальне опитування, круглий стіл, дебати. Перерахуємо позитивні та негативні сторони моделі:

Позитивні	Негативні
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Розширюються пізнавальні можливості учня (здобування, аналіз, застосування інформації з різних джерел).</li> <li>2. Як правило, високий рівень засвоєння знань.</li> <li>3. Учитель без зусиль може проконтролювати рівень засвоєння знань учнів.</li> <li>4. Учитель має змогу розкритись як організатор, консультант.</li> <li>5. Партнерство між учителем і учнями та в учнівському колективі.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. На вивчення певної інформації потрібен значний час.</li> <li>2. Необхідний інший підхід в оцінюванні знань учнів.</li> <li>3. В учителя відсутній досвід такого виду організації навчання.</li> <li>4. Відсутні методичні розробки уроків з різних предметів.</li> </ol>

Подану модель можна назвати "Полілог", вона є свідченням активного навчання.

Якщо порівняти ці моделі, то можна зробити висновки про те, що за наявності певних недоліків остання модель досить ефективна.

Слово "інтерактив" прийшло до нас з англійської мови від слова "inter" – взаємний і "act" – діяти. Таким чином, інтерактивний – здатний до взаємодії, діалогу. Інтерактивне навчання – це специфічна форма організації пізнавальної діяльності, яка має передбачувану мету – створити комфортні умови навчання, за яких кожен учень відчуває свою успішність, інтелектуальну спроможність.

Суть інтерактивного навчання полягає в тому, що навчальний процес відбувається за умови постійної, активної, позитивної взаємодії всіх учнів.

Інтерактивні технології навчання О.Пометун, Л.Пироженко поділили на чотири групи: парне навчання (робота учня з учителем чи однокласником один на один), фронтальне навчання, навчання у грі, навчання у дискусії.

### Методики навчання

#### Традиційна

#### Інтерактивна

#### *Організаційні особливості*

чіткість, упорядкованість;  
говорить один;  
спілкування учнів відсутнє;  
тиша в аудиторії;  
постійне робоче місце

чіткість і упорядкованість відсутні;  
говорять всі;  
спілкуються всі;  
робочий шум;  
зміна робочих місць

#### *Дидактичні особливості*

навчає професійний педагог;  
весь матеріал одразу і для всіх;  
мало самостійності;  
співпраця відсутня;  
застосування і засвоєння розведених

навчають учні;  
різні темпи і різний матеріал;  
повна самостійність;  
співпраця – основа навчання;  
застосування і засвоєння максимально наближені

#### *Розвивальні особливості*

учень-об'єкт;  
усереднення здібностей дітей;  
систематичний характер навчання;  
не вчать виступати;  
не вміють пояснювати

учень – суб'єкт + об'єкт;  
здібності дітей у відповідності з індивідуальними особливостями;  
спонтанний характер навчання;  
вчать виступати, розмірковувати, доводити;  
розвивають педагогічні здібності

#### *Виховні особливості*

кожен працює на себе;  
відносини – не колективістські.

учень працює на себе і на інших;  
відносини відповідальної залежності і колективності.

## КОНТРОЛЬ ТА ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ ПОЧАТКОВОЇ ШКОЛИ\*

**Об'єкти, функції і види контролю навчальних досягнень учнів початкових класів**

Модернізація загальної середньої освіти відповідно до Законів України "Про освіту", "Про загальну середню освіту" передбачає реалізацію принципів гуманізації освіти, її демократизації, методологічну переорієнтацію процесу навчання на розвиток особистості учня, формування його основних компетентностей.

Відповідно до цього змінюються й підходи до оцінювання навчальних результатів школярів. Оцінювання має ґрунтуватися на позитивному принципі, що передусім передбачає врахування рівня досягнень учня, а не ступеня його невдач.

Визначення рівня навчальних досягнень учнів є особливо важливим з огляду на те, що навчальна діяльність у кінцевому підсумку повинна не просто дати людині суму знань, умінь та навичок, а сформувати її компетентності як самоздатність до оптимальних дій.

Компетентність — це загальна здатність, що базується на знаннях, досвіді, цінностях, здібностях, набутих завдяки навчанню. Отже, поняття компетентності не зводиться тільки до знань, умінь та навичок, а належить до сфери складних умінь і якостей особистості.

Основними групами компетентностей, яких потребує сучасне життя, є:

- соціальні, пов'язані з формуванням у школярів цінностей демократичного суспільства, громадянських якостей особистості;
- полікультурні, що стосуються розуміння несхожості людей, взаємоповаги до їхньої мови, релігії, культури тощо;
- комунікативні, що передбачають опанування важливого в роботі і суспільному житті усного і писемного спілкування, оволодіння кількома мовами;
- інформаційні, що передбачають оволодіння вміннями здобувати різноманітну інформацію, осмислювати й використовувати її;

---

\* До відома керівників загальноосвітніх навчальних закладів та вчителів:

Оцінювання навчальних досягнень учнів 1-2 класів здійснюється вербально, у 3-4 класах — за 12-бальною шкалою.

За рішенням педагогічної ради загальноосвітнього навчального закладу оцінювання навчальних досягнень учнів 2 класу може здійснюватися за 12-бальною шкалою (відповідно до критеріїв пропонувані рівнів).

- саморозвитку та самоосвіти, що пов'язані з потребою і готовністю постійно навчатися, виконувати творчі завдання.

Компетентності як інтегрований результат навчальної діяльності учнів формуються передусім на основі опанування багатокомпонентного змісту початкової загальної освіти шляхом відповідних педагогічних технологій.

Виявлення рівня навчальних досягнень учнів відбувається в процесі контролю.

Контроль за навчальними досягненнями молодших школярів забезпечує зворотний зв'язок між учителем і учнями. Структурними компонентами контролю є виявлення і вимірювання (перевірка) та оцінювання навчальних досягнень учнів. Облік (фіксація) результатів контролю у формі оцінок у балах ведеться вчителем у класних журналах і табелях успішності.

Об'єктами контролю у процесі навчання є: знання про предмети і явища навколишнього світу, взаємозв'язки і відношення між ними та про способи розумової і практичної навчально-пізнавальної діяльності; вміння та навички застосовувати засвоєні знання; досвід творчої діяльності; досвід емоційно-ціннісного ставлення до навколишнього світу, до інших людей, до самого себе.

Основними функціями перевірки й оцінювання навчальних досягнень учнів є: діагностична, коригуюча, прогностична, навчальна, розвивальна, виховна, стимулююче-мотиваційна.

Діагностична функція контролю пов'язана з визначенням видів знань і вмінь, їх якісних характеристик, властивостей та рівнів оволодіння учнями відповідно до поставлених цілей. Це дає змогу вчителеві виявити прогалини і помилки в знаннях і вміннях, з'ясувати причини їх виникнення і відповідно коригувати навчально-пізнавальну діяльність школярів та способи управління нею. Зауважимо, що в процесі контролю відбувається "коригування", а не "доучування".

Отримані результати контролю використовуються з метою прогнозування шляхів удосконалення методики навчання предмета в цілому, передбачення рівня її результативності у варіативних умовах.

Навчальна функція контролю полягає насамперед у поліпшенні якостей знань та вмінь молодших школярів. Так, організація перевірки в логічній послідовності — з одного боку, та вимога повноти й обґрунтування відповідей — з іншого, забезпечують систематизацію й узагальнення засвоєного змісту. Спонування дітей до використання результатів спостережень, прикладів з власного життя поглиблює і розширює їхні знання та вміння. Усне або письмове виконання завдань на перевірку зумовлює його осмислення, усвідомлення та закріплення, практичне і теоретичне застосування за зразком у подібних та нових ситуаціях.

Контроль сприяє розвитку волі, уваги, мислення, пам'яті, мовлення учнів, їх пізнавальної активності і самостійності. Тільки у процесі контролю можна цілеспрямовано формувати вміння взаємо- і самоконтролю (взаємо- і самоперевірки, взаємо- і самооцінювання), взаємо- і самокоригування, що є одним із його найважливіших завдань у процесі навчання молодших школярів. А також розвивати розумову рефлексію, тобто вміння обмірковувати свої дії, критично оцінювати їх і свідомо ставитися до учіння.

Контроль має виховне значення. Правильно організований контроль розвиває пізнавальний інтерес і стимулює учнів до систематичної наполегливої праці, зумовлює формування важливих якостей особистості: відповідальності, здатності до подолання труднощів, самостійності. Адже результати індивідуальних зусиль під час перевірки стають предметом суспільного обговорення й оцінювання.

Оцінка у процесі навчання молодших школярів є одним із важливих засобів мотивації і стимулювання їх навчально-пізнавальної діяльності. Цю функцію у поєднанні з іншими мотивами учіння вона виконує, якщо розкриває перспективи успіху дитини, створює і підтримує позитивний емоційний настрій, викликає бажання вчитися, сприяє формуванню адекватної самооцінки.

Здійснення контролю (перевірки й оцінювання) в початкових класах визначається дидактичними принципами. Найважливішими серед них є такі:

а) **систематичність**. Вона зумовлена, по-перше, дидактичною доцільністю здійснення контролю на всіх етапах процесу навчання; по-друге, необхідністю контролю за кожним учнем на кожному уроці, у зв'язку з психологічними особливостями розвитку пізнавальних процесів у молодших школярів і оволодіння ними учінням як провідним видом діяльності у молодшому шкільному віці;

б) **всебічність**, яка передбачає визначення рівня оволодіння учнями знаннями, вміннями і навичками за їхніми основними параметрами відповідно до цілей, поставлених у процесі навчання;

в) **індивідуалізація**, зумовлена різним рівнем розвитку дітей та особливостями контролю (перевірки й оцінювання).

Психологами доведено, що сам факт контролю як особливого виду діяльності, яка вимагає самостійності та оцінювання, порушує "психологічну рівновагу" учнів, збуджуючи або пригнічуючи їх. За таких обставин виявити справжній рівень навчальних досягнень досить важко. Тільки індивідуальний підхід дає змогу зняти психологічне напруження в дітей, створити умови в процесі перевірки для повної реалізації їх суб'єктивних можливостей і об'єктивного оцінювання вчителем. Важливо, щоб індивідуалізація ґрунтувалася на єдності загальних вимог до всіх учнів із урахуванням індивідуальних особливостей кожного.



Об'єктивність контролю полягає у запобіганні суб'єктивних і помилкових оцінних суджень, які не відображають реальних досягнень учнів у навчанні. Об'єктивність контролю залежить від багатьох факторів, найсуттєвішими серед яких є: а) чітке визначення конкретних і загальних цілей оволодіння учнями змістом навчального предмета; б) наявність вимог до досягнень учнів з окремих навчальних предметів; в) обґрунтоване виділення об'єктів контролю (перевірки й оцінювання); г) адекватність цілей навчання змістові і способам перевірки; д) застосування науково обґрунтованих критеріїв оцінювання навчальних досягнень.

У початкових класах застосовуються різні види контролю: поточний, періодичний, тематичний, підсумковий, самоконтроль тощо.

Вибір видів контролю (перевірки й оцінювання), їх поєднання, взаємозалежність між ними визначаються специфікою змісту навчальних предметів.

Поточний контроль здійснюється на всіх макроетапах процесу поурочного вивчення теми. Особливість цього виду контролю полягає в тому, що він є компонентом процесу оволодіння темою уроку. Це визначило його основні цілі: встановлення й оцінювання рівнів розуміння і первинного засвоєння окремих елементів змісту теми, встановлення зв'язків між ними та засвоєним змістом попередніх тем уроків, закріплення знань, умінь і навичок, їх актуалізація перед вивченням нового матеріалу.

Результати поточної перевірки на самостійному етапі в структурі уроку оцінюються в оцінних судженнях або в балах. У процесі оволодіння новим змістом, тобто під час засвоєння, систематизації й узагальнення, застосування нових знань, умінь і навичок, оцінка в балах виставляється тільки за достатньо повні і правильні відповіді.

Інформація, отримана на підставі поточного контролю, є основою для коригування методики роботи вчителя на уроці, запобігання відставанню окремих учнів, раціонального коригування учінням, запорукою досягнення поурочних цілей.

Облік поточних оцінок ведеться в класному журналі.

Періодичний контроль спрямовується на визначення й оцінювання сформованості загальнопредметних умінь і навичок (аудіювання, читання, усне мовлення тощо), якими оволодівають учні у процесі вивчення окремих предметів. Цей вид контролю передбачає перевірку, що здійснюється протягом певного періоду, шляхом організації фронтальної та індивідуальної діяльності школярів. Періодичність перевірки та вимоги до оцінювання й обліку оцінок конкретизуються в рекомендаціях з окремих предметів.

Тематичний контроль (перевірка і оцінювання), як правило, здійснюється після опанування програмової теми. У разі, коли вона розрахована на велику кількість годин, її розподіляють на логічно завершені частини — підтеми. Якщо ж програмова тема невелика за обсягом, то об'єднують з однією або кількома наступними темами. Отже, одиницями тематичного контролю з різних предметів можуть бути: програмова підтема, тема, кілька тем. Розподіл або об'єднання програмових тем здійснюється не механічно, а з урахуванням логічної структури їх змісту. Тематичний контроль якісно відрізняється від поточного контролю тим, що спрямований на виявлення та оцінювання рівнів оволодіння системою основних елементів знань і способів діяльності, вміннями застосовувати їх за зразком і в новій ситуації, висловлювати оцінні судження.

Тематична перевірка здійснюється шляхом виконання тематичної роботи, яка організовується з допомогою різних методів. Їх вибір зумовлюється насамперед особливостями змісту навчального предмета, його обсягом, рівнем узагальнення, віковими можливостями школярів.

Тематичні оцінки за виконану тематичну роботу виставляються всім учням в одну колонку в журналі.

Підсумкове оцінювання з окремих предметів за семестр здійснюється на основі результатів усіх видів оцінювання за цей період, проте не на основі їх середнього арифметичного.

Підсумкова оцінка за рік виставляється на основі семестрових оцінок.

Якщо відповідно до розпорядження керівника навчального закладу чи органів управління освіти різних рівнів молодші школярі виконують семестрову чи річну підсумкову роботи, то оцінки за них враховуються, але вони не є визначальними при виставленні підсумкових за семестр чи за рік.

Підсумковий облік навчальних досягнень ведеться в журналах і табелях успішності.

Усі види контролю реалізуються за допомогою різних методів.

Методи контролю — це способи взаємопов'язаної діяльності вчителя і учнів, спрямовані на виявлення та оцінювання змісту і характеру навчальних досягнень учнів.

У початкових класах застосовуються методи: усної перевірки (бесіда, розповідь учня); письмової перевірки (самостійні і контрольні роботи, твори, перекази, диктанти, графічні завдання тощо); практичної перевірки (дослід, практична робота, спостереження тощо); програмової перевірки (тести, перфокарти).

Навчально-пізнавальна діяльність під час перевірки буває репродуктивною і творчою (частково-пошуковою і пошуковою).

За формою організації навчально-пізнавальної діяльності учнів перевірка може бути: індивідуальною, груповою, в парах, фронтальною.

Виявлені під час перевірки результати навчально-пізнавальної діяльності учнів оцінюються.

**Оцінювання** — це процес встановлення рівня навчальних досягнень учня в оволодінні змістом предмета порівняно з вимогами чинних програм. Оцінювання є особливою стороною контролю, а педагогічна оцінка — його результатом. Оцінка виражається в оцінних судженнях і висновках учителя, які є її якісними (словесним, вербальним) показниками, або в балах, тобто кількісними показниками.

Об'єктивність і точність оцінок забезпечуються критеріями оцінювання. Зауважимо, що критерії — це реальні, точно обрані ознаки, величини, які виступають вимірниками об'єктів оцінювання.

Аналіз об'єктів контролю в початкових класах дав змогу визначити такі критерії оцінювання навчальних досягнень учнів:

- якість знань (предметних, про способи діяльності, оцінних): міцність, повнота, глибина, узагальненість, системність, дієвість;
- рівень сформованості вмінь (предметних, розумових, раціональної навчальної діяльності, оцінних): копіювання зразка способу діяльності, виконання способу діяльності за зразком, за аналогією і в нових ситуаціях;
- рівень оволодіння досвідом творчої діяльності: вміннями виконувати процедури творчої діяльності та вирішувати проблему (частково-пошуковий, пошуковий);
- рівень оволодіння досвідом емоційно-ціннісного ставлення до навколишнього світу, до інших людей, до самого себе.

На основі зазначених критеріїв виділяються чотири інтегровані рівні навчальних досягнень учнів початкових класів: початковий, середній, достатній, високий. Їх загальнодидактичні характеристики такі:

**I рівень** — початковий. Учень засвоїв знання у формі окремих фактів, елементарних уявлень, які може відтворити; різними видами умінь володіє на рівні копіювання зразка виконання способу діяльності; самостійну роботу виконує під безпосереднім керівництвом учителя, але допомогу не може сприйняти відразу, а потребує детального кількаразового її пояснення.

**II рівень** — середній. Учень володіє знаннями у формі понять, відтворює їх зміст, ілюструє прикладами з підручника, може встановлювати засвоєні внутрішньопонятійні зв'язки; відповідь буде у засвоєній послідовності; вміннями володіє на рівні виконання способів діяльності за зразком в подібній ситуації; самостійну роботу виконує зі значною допомогою.

**III рівень** — достатній. Учень володіє поняттями, відтворює їх зміст, ілюструє не тільки вже відомими, а й новими прикладами, встановлює відомі внутрішньопонятійні і міжпонятійні зв'язки; вміє розпізнавати об'єкти, які охоплюються засвоєними поняттями; під час відповіді може відтворити засвоєний зміст в іншій послідовності, не змінюючи логічних зв'язків; вміннями володіє на рівні застосування способу діяльності за аналогією; самостійні роботи виконує з незначною допомогою вчителя; володіє вміннями виконувати окремі етапи вирішення проблеми і застосовує їх у співробітництві з учителем (частково-пошукова діяльність).

**IV рівень** — високий. Учень володіє системою понять в їх ієрархічній підпорядкованості, в межах, визначених навчальними програмами, встановлює як внутрішньопонятійні, так і міжпонятійні зв'язки; вміє розпізнавати об'єкти, які охоплюються засвоєними поняттями різного рівня узагальнення, під час відповіді перебудовує засвоєний зміст у новій логічній послідовності, відповідь аргументує новими прикладами; вміє застосовувати способи діяльності в нових ситуаціях; самостійні роботи виконує під опосередкованим керівництвом; володіє вміннями самостійно вирішувати проблеми за аналогією (пошукова діяльність).

Описаним рівням відповідає 12-бальна шкала оцінок у такому співвідношенні (див. таблицю).

Рівні	Бали
I — початковий	1-3
II — середній	4-6
III — достатній	7-9
IV — високий	10-12

Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів реалізуються в нормах оцінок, які встановлюють чітке співвідношення між вимогами до знань, умінь і навичок, які оцінюються, та показником оцінки в балах.

Норми оцінок передбачають єдиний підхід до оцінювання навчальних досягнень учнів, оскільки розробляються за єдиними критеріями, містять єдині вимоги до усних, письмових і практичних робіт учнів, відображають найтиповіші ситуації під час перевірки й оцінювання.

Норми оцінок враховують специфіку програмового змісту навчальних предметів, тому й розробляються для кожного навчального предмета.

Вчитель початкових класів повинен враховувати, що оцінка впливає на емоційний стан дитини, викликаючи як позитивні, так і негативні емоції, створюючи емоційний комфорт чи дискомфорт. Негативні емоції, як правило, викликаються неаргументованою оцінкою. Аргументувати слід усі виставлені оцінки на основі їх норм.

У процесі навчання, зокрема, під час оцінювання, вчителю важливо виявити доброзичливість, вимогливість поєднувати з індивідуальним підходом, а нормативний спосіб оцінювання — із особистісним. Тобто необхідно порівнювати виявлені досягнення дитини не тільки з нормою, а й з її попередніми успіхами.

### Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів з математики

Об'єктами контролю навчальних досягнень учнів з математики є знання, уміння та навички, засвоєння яких передбачено програмою з математики для початкової школи.

Під час перевірки математичних знань слід розрізняти грубі і негрубі помилки.

До *грубих* помилок належать:

- обчислювальні помилки в завданнях;
- помилки у визначенні порядку виконання арифметичних дій;
- неправильне розв'язання задачі (пропуск дій (дій)), неправильний добір дій (дій), зайві дії;
- незакінчене розв'язання задачі чи прикладу;
- невиконане завдання (не приступив до його виконання);
- незнання або неправильне застосування властивостей, правил, алгоритмів, існуючих залежностей, які лежать в основі завдань чи використовуються в ході їх виконання;
- невідповідність пояснювального тексту відповіді завдання, назви величин виконаним діям та отриманим результатам;
- невідповідність виконаних вимірювань та геометричних побудов даним параметрам завдання.

*Негрубими* помилками є:

- нераціональні прийоми обчислення, якщо ставилась вимога скористатися такими прийомами;
- неправильна побудова чи постановка запитань до дій (дій) під час розв'язання задачі;
- неправильне чи неграмотне з точки зору стилістики або за змістом формулювання відповіді задачі;
- неправильне списування даних (чисел, знаків) задачі з правильним її розв'язанням;
- не закінчене (не доведене) до логічного кінця перетворення;
- помилки у записах математичних термінів, символів;
- відсутність відповіді у завданні або помилки у запису відповіді.

Дві негрубі помилки вважають за одну грубу помилку.

Охайні виправлення є недоліками роботи. 4 виправлення прирівнюються до 1 грубої помилки.

Основними видами перевірки знань, умінь і навичок учнів з математики є поточна і тематична перевірки.

Знання, уміння і навички учнів з математики можуть перевірятися в усній або письмовій формі.

**Письмова перевірка знань, умінь і навичок учнів з математики**

Письмова перевірка навчальних досягнень учнів здійснюється через різні види робіт: контрольна робота, самостійна робота, математичний диктант, тести тощо.

Тривалість виконання перевірних письмових робіт: у 2 класі початкової школи: I семестр — до 20 хв, II семестр — до 30 хв; 3-4-й класи — до 35 хв. За цей час учням треба встигнути не лише повністю виконати роботу, а й перевірити її.

Критеріями оцінювання письмових робіт з математики є: правильність виконаної роботи, її обсяг та культура оформлення.

Всі письмові перевірні роботи, крім тестів, оцінюються згідно з визначеними критеріями.

### Оцінювання письмових робіт з математики

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерій оцінювання
Початковий	1	Робота виконана, але допущено 9 і більше помилок
	2	Робота виконана, але допущено 8 грубих помилок або правильно виконано 1/3 запропонованих завдань
	3	Робота виконана, але допущено 7 грубих помилок
Середній	4	Робота в цілому виконана, але допущено 6 грубих помилок
	5	Робота в цілому виконана, але допущено 5 грубих помилок або правильно виконано 1/2 запропонованих завдань
	6	Робота в цілому виконана, але допущено 4 грубі помилки
Достатній	7	Робота виконана в повному обсязі, але допущено 3 грубі помилки
	8	Робота виконана в повному обсязі, але допущено 2 грубі помилки або правильно виконано 2/3 запропонованих завдань
	9	Робота виконана в повному обсязі, охайно, але допущено 1 грубу помилку
Високий	10	Робота виконана в повному обсязі з дотриманням усіх визначених вимог, але є 1 негруба помилка або 2-3 охайних виправлення
	11	Робота виконана в повному обсязі, у ній немає помилок, але є 1 виправлення
	12	Робота виконана в повному обсязі, правильно і охайно

Якщо учень не розв'язав простої задачі, вважається, що він припустився двох помилок. Повне нерозв'язання складеної задачі прирівнюється до трьох помилок.

Якщо учень не розв'язав приклад на одну дію (рівняння, вправу на порівняння, завдання на вимірювання чи побудову), то слід вважати, що він припустився однієї помилки. Повне нерозв'язання прикладу на дві і більше дій прирівнюють до двох помилок.

Якщо учень у прикладі на дві і більше дій записав неправильну відповідь, за якою можна з'ясувати, що одна дія виконана правильно, то в цьому разі треба вважати, що він припустився однієї помилки.

Якщо учень виконав менше ніж 50% обсягу роботи, вважається, що він досяг лише початкового рівня.

За комбіновані роботи виставляють одну оцінку, але враховують правильність розв'язання задачі і прикладів.

Письмова робота з математики, яка складається лише з задач, оцінюється відповідно до норм оцінювання письмових робіт з математики з урахуванням таких критеріїв: правильність вибору дій та правильність їх виконання.

Наприклад, якщо робота складається з двох задач, вона оцінюється за такими критеріями:

Рівень навчальних досягнень	Критерії оцінювання
Початковий (1-3 бали)	Хід розв'язання однієї з задач правильний, але розв'язання не завершено (або неправильно виконані обчислення), а друга задача розв'язана неправильно або учень не приступав до її розв'язання
Середній (4-6 балів)	Одна задача розв'язана правильно, а хід розв'язування другої задачі неправильний; або хід розв'язування обох задач правильний, але в обох задачах допущено помилки в обчисленні
Достатній (7-9 балів)	Хід розв'язування обох задач правильний, але в одній з них допущено помилки в обчисленні
Високий (10-12 балів)	Учень правильно розв'язав обидві задачі. Допускається 1 негруба помилка або 1-3 охайні виправлення

### Усна перевірка знань, умінь і навичок учнів з математики

Критеріями оцінювання усних відповідей учнів є: правильність відповіді, її повнота, вміння застосовувати знання, послідовність викладу матеріалу та культура мовлення; рівень сформованості вмінь, рівень самостійності учня під час виконання завдань.

Оцінку за усну відповідь учитель може виставити учню одразу після виконання ним певного завдання або в кінці уроку.

Усні відповіді учнів на уроках математики оцінюються вчителем за 12-бальною шкалою за такими критеріями:

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання
Початковий	1	Учень розпізнає математичні об'єкти (приклад, вирази, задачі, геометричні фігури, величини тощо); може виділити їх серед інших; вміє читати й записувати числа; без помилок переносує з підручника (дошки) запропоновані вирази, формули; може зобразити геометричні фігури без заданих розмірів
	2	Учень здійснює вибір математичного об'єкта за заданими ознаками, але відповідь його фрагментарна; розв'язує з допомогою вчителя найпростіші приклади і задачі, але припускається помилок
	3	Учень з допомогою вчителя виконує найпростіші математичні завдання, називає окремі суттєві ознаки запропонованих математичних об'єктів
Середній	4	Учень з допомогою вчителя відтворює дії з математичними об'єктами; окремі з них може повторити за зразком; припускається помилок та неточностей, відтворюючи визначення математичних понять
	5	Учень розуміє основний навчальний матеріал; виконує математичні завдання в межах вивченого матеріалу за відомими йому алгоритмами з частковою допомогою вчителя; правильно розв'язує більшість математичних завдань, але не вміє пояснити свої дії (наприклад, прийом обчислення)
	6	Учень з допомогою вчителя аналізує й порівнює математичні об'єкти; ілюструє визначення понять прикладами; виконує завдання в межах теми з частковим поясненням; правильно читає математичні вирази (формули) та записує їх, сприймаючи на слух
Достатній	7	Учень знає визначення математичних понять та їх властивостей; застосовує вивчений матеріал у стандартних ситуаціях; виправляє помилки, на які вказує йому вчитель; частково пояснює виконання завдань
	8	Учень добре володіє програмовим матеріалом; виконує завдання, які передбачені програмою; може частково пояснити та обґрунтувати математичні твердження та виконання завдань
	9	Учень має повні знання; самостійно виконує математичні завдання (у знайомих ситуаціях) з достатнім поясненням; легко виправляє допущені помилки; досить повно пояснює та обґрунтовує математичні твердження й виконання завдань



Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання
Високий	10	Учень володіє глибокими і міцними знаннями; уміло користується математичною термінологією; виконує математичні завдання з повним поясненням та обґрунтуванням
	11	Учень володіє узагальненими знаннями програмового матеріалу; використовує набуті знання і вміння під час розв'язування завдань творчого характеру; правильно висловлює математичні міркування та обґрунтовує їх
	12	Учень має системні, дійові знання; для розв'язування математичних завдань використовує раціональні способи й прийоми; застосовує набуті знання в нових ситуаціях та обґрунтовує свої дії; пропонує нові шляхи розв'язання математичних задач; вміє самостійно аналізувати вивчений матеріал

Знання учнів, які мають бути засвоєні на рівні навичок (склад чисел, таблиці арифметичних дій (додавання, віднімання, множення, ділення), таблиці співвідношень між одиницями довжини, маси, часу, формули знаходження периметра, площі) оцінюються за такими критеріями:

Рівень навчальних досягнень	Критерії оцінювання
Початковий (1-3 бали)	Учень виконує математичні завдання під керівництвом учителя, користуючись таблицями арифметичних дій, співвідношень між величинами, формулами та іншими довідковими матеріалами. Знання засвоєні лише на рівні вмінь
Середній (4-6 балів)	Учень знає напам'ять окремі випадки складу чисел, таблиць арифметичних дій та відношень між величинами; використовує свої знання під час виконання математичних завдань. Знання засвоєні лише на рівні вмінь
Достатній (7-9 балів)	Учень знає склад чисел, таблиці арифметичних дій, відношень між величинами, правильно використовує ці знання у розв'язанні математичних завдань, але інколи припускається помилок
Високий (10-12 балів)	Учень досконало знає склад чисел, таблиці арифметичних дій, співвідношень між величинами, безпомилково використовує знання під час розв'язування математичних завдань

\* У 1-2 класах учитель визначає лише рівень засвоєння навичок учнів, а в 3-4 класах — якщо навчальні досягнення дитини повністю відповідають певному рівню, ставиться найвищий бал даного рівня, у разі окремих недоліків оцінка знижується на 1-2 бали.

## Оцінювання письмових робіт з математики у робочих зошитах

Оцінювання поточних письмових робіт у зошитах з математики здійснюється відповідно до норм оцінювання перевірних письмових робіт.

### Тематична перевірка

Тематична перевірка навчальних досягнень учнів з математики проводиться 4 рази на семестр (починаючи з 2 класу).

Одиницею тематичного контролю є окрема тема або логічно завершена її частина. Тематична перевірка може проводитися в усній або письмовій формах (усна відповідь, письмова контрольна робота, тести тощо). Оцінювання тематичних робіт здійснюється відповідно до визначених норм оцінювання усних відповідей і письмових робіт.

### Підсумкова оцінка знань, умінь і навичок

Підсумкову оцінку за семестр виставляють на основі спостережень учителя за повсякденною роботою учня, поточних та тематичних оцінок. Підсумкову оцінку за рік виставляють на основі семестрових оцінок.

На кінець навчання в 1 і 2 класах учитель визначає рівень навчальних досягнень учнів з математики за такими критеріями:

### 1 клас

Рівень навчальних досягнень	Критерії оцінювання
Початковий	Учень вирізняє приклади, задачі, величини, геометричні фігури серед запропонованих математичних об'єктів; лічить будь-які об'єкти, що по-різному розташовані в просторі, читає, записує і порівнює числа в межах 20; з допомогою вчителя розв'язує найпростіші приклади і задачі. Орієнтується у просторі, визначає положення предметів відносно себе та відносно названих предметів
Середній	Учень знає назви компонентів дій додавання і віднімання, називає наступне і попереднє числа до будь-якого числа у межах 20, називає числа у прямому і зворотному напрямках від будь-якого числа до вказаного; розв'язує приклади та задачі за зразком, використовує знаки і позначення $+$ , $-$ , $=$ , $<$ , $>$ , см, дм, л; зіставляє форму предметів навколишнього середовища з геометричними фігурами як еталоном, вміє вимірювати відрізки
Достатній	Учень знає переставну властивість додавання та ілюструє власним прикладом, використовує її під час виконання завдань, вміє складати і розв'язувати приклади та задачі, складає числові вирази та обчислює їх значення, знає співвідношення між величинами та вміє використовувати їх під час розв'язування задач, вміє будувати відрізок заданої довжини
Високий	Учень аналізує і виконує завдання творчого характеру: змінює умову чи запитання задачі, числові дані; визначає вивчені геометричні фігури у фігурах складної конфігурації

Рівень навчальних досягнень	Критерії оцінювання
Початковий	Учень читає, записує і порівнює числа в межах 100, з допомогою вчителя розв'язує найпростіші приклади і задачі, розпізнає геометричні фігури, вміє схематично їх зображувати
Середній	Учень знає десятковий склад чисел, вміє записувати двоцифрові числа у вигляді суми розрядних доданків; знає назви компонентів множення і ділення, вміє виконувати за зразком дії додавання і віднімання в межах 100 (усно й письмово), знає одиниці довжини, вартості, часу, маси
Достатній	Учень вміє читати і записувати найпростіші вирази (сума, різниця, добуток, частка), вміє знаходити значення числових виразів на дві дії та виразів з однією змінною при заданих значеннях змінної, розв'язує прості задачі та складені задачі на 2 дії, вміє складати і розв'язувати обернені задачі до простих задач, знає співвідношення між одиницями довжини, вартості, часу та використовує їх під час розв'язування задач; вміє вимірювати і креслити відрізки, знаходити периметр многокутника, будувати прямокутник на папері у клітинку
Високий	Учень для розв'язку математичних завдань використовує раціональні способи й прийоми; пропонує нові шляхи розв'язку складених математичних задач на 2 дії, правильно висловлює математичні міркування та обґрунтовує їх, вміє виконувати завдання творчого характеру

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України (лист Міністерства освіти і науки України від 30.08.2002 за № 1/11 – 2927)*

Контроль та оцінювання навчальних досягнень учнів початкової школи. Методичні рекомендації / Авторський колектив: Бібік Н.М. (керівник), Савченко О.Я., Байбара Т.М., Ващуленко М.С. та ін. – К.: Початкова школа, 2003. – 128 с.

## РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ЗНАТЬ

Нові технології навчання викликають особливий інтерес педагогів об'єктивних причин, серед яких можна виділити дві основні.

**По-перше**, передбачаються докорінні зміни існуючих стереотипів організації навчального процесу, його змісту, є потреба в розвиткові зорчої ініціативи педагогів у пошуках нових форм і методів педагогічної діяльності при переході від традиційних пасивних форм і методів педагогічної діяльності до нестандартних методів індивідуального навчання.

**По-друге**, збільшується можливість виявити найобдарованіших дітей для подальшого їх навчання.

Пошук нових форм самостійної роботи зумовив створення блочно-рейтингової системи оцінки знань учнів.

Основний задум пропонованої технології навчання може бути сформульований так: диференційована за основними етапами навчання, побудована на продуктивно-творчому методі навчання і піддана галузевому діагностико-діяльнісному контролю технологія навчання за певних умов може вивести якість знань на рівень заданої.

Отже, блочно-рейтингова система контролю знань учнів націлена на забезпечення ритмічної роботи, для чого дисципліну, що вивчається, розбивають на окремі блоки, функціонально завершені частини навчального матеріалу.

На вивчення блоку відводиться відповідне число годин різного виду за програмою.

Рейтингова система оцінювання знань охоплює декілька видів контролю: тестові завдання, контрольні роботи трьох рівнів. А це дає інформацію про глибоке осмислення навчального матеріалу, вміння застосовувати знання в конкретних ситуаціях.

Які ж основні принципи, якими необхідно керуватися під час контролю в межах рейтингової системи?

1. Контрольні завдання повинні бути взаємопов'язаними й взаємозамінними, тобто повинні становити систему.

2. Систему контрольних завдань необхідно складати так, щоб вона забезпечувала реалізацію різних функцій перевірки (*оцінка навчання, оцінювання, розвиток, стимул, корекція*).

3. Система контрольних завдань повинна забезпечувати ефективну перевірку основних якостей знань — повноту, глибину, систематичність, міцність, оперативність, конкретність, узагальненість.

4. Результативність виконання контрольних завдань, відповідних рівню знань, оцінюється в балах на основі поелементного аналізу.

Той факт, що навчання організовує, керує ним, проводить і спрямовує викладач, ще не говорить про те, що воно є достатньою мірою

керуванім і регульованим процесом. Для цього необхідний і зворотний зв'язок. Такий зв'язок, іншими словами, контроль знань і їх оцінювання, можна реалізовувати за допомогою різних методів і прийомів: як письмовий, усний, графічний, програмований, тестовий, тематичний, з використанням аудіовізуальних ТЗН та ін. За всієї своєї розмаїтості вони мають один суттєвий недолік – суб'єктивність в оцінюванні знань. На наш погляд, дещо кращою в цьому плані є рейтингова система (1). Основні переваги її — комплексний підхід до визначення необхідних теоретично-практичних навичок з певної дисципліни з урахуванням індивідуальних особливостей студентів, а також забезпечення повноти засвоєння матеріалу.

Проблема поєднання кількісного і якісного параметрів при оцінюванні знань не нова. Так, Л.Калініна пропонує метод оцінювання ефективності навчальної діяльності учнів за допомогою коефіцієнта (кеф), що поєднує якісний параметр «оцінку» з кількісним — кількістю атестованих учнів (2).

Враховуючи вищезазначене, пропонуємо систему оцінювання успішності, яка поєднує обсяг, повноту засвоєння програмового матеріалу з якістю знань (3).

Метою роботи є побудова рейтинг-системи, здатної стимулювати самостійну роботу студента та оцінювати якість і повноту засвоєння матеріалу. Обсяг засвоєного матеріалу оцінюється за шкалою:

- від 70% до 79% фактичного матеріалу — «задовільно»;
- від 80% до 89% — «добре»;
- від 89% до 100% — «відмінно».

Якість знань оцінюється за традиційною п'ятибальною шкалою. Тоді загальний рейтинг студента визначається за такою формулою:

$$P = \frac{0(5) \times 5 + 0(4) \times 4 + 0(3) \times 3}{K},$$

де 0(5), 0(4), 0(3) — кількість позитивних оцінок (відповідно «п'ять», «чотири», «три»), отриманих під час засвоєння всього курсу;

K — кількість занять, відведених за навчальною програмою.

Високі оцінки з окремих тем курсу не можуть компенсуватися відсутністю знань з інших тем. З метою стимулювання самостійності та активності студентів під час проведення аудиторних занять, а також для більшого заохочення їх до навчання пропонується пасивність оцінювати «незадовільно» і при визначенні загального балу враховувати «незадовільні» оцінки.

Отже, загальний рейтинг студента визначається за формулою:

$$P = \frac{0(5) \times 5 + 0(4) \times 4 + 0(3) \times 3 - 0(2) \times 2}{K},$$

де 0(2) — кількість «незадовільних» оцінок, отриманих під час засвоєння всього курсу. Рейтинг повинен бути не нижчим як 70% засвоєння матеріалу з оцінкою «задовільно» і не вищим, ніж при 30% кількості «незадовільних» оцінок, тобто:

$$P=0,7 \times 3 - 0,3 \times 2 = 1,5;$$

для оцінки «добре»:

$$P=0,8 \times 4 - 0,2 \times 2 = 2,8;$$

для оцінки «відмінно»:

$$P=0,9 \times 5 - 0,1 \times 2 = 4,3.$$

Введення додаткового рейтингу при оцінюванні навчальної діяльності студентів дає змогу диференціювати її. Так, якість виконання домашнього чи індивідуального завдання можна визначити, виходячи з «узагальненої функції Бажаності УФБ Харрінгтона», використовуючи таблиці відповідностей між співвідношеннями бажаності в емпіричній та психологічних системах (1):

«задовільно»	-0,4—0,6
«добре»	-0,6—0,8
«дуже добре»	-0,8—1,0

Рейтинг індивідуальної роботи студента визначається за формулою:

$$P_{\text{інд}} = B/K,$$

де B — сума балів, отриманих за самостійну роботу; K — кількість лабораторно-практичних занять, відведених навчальною програмою для засвоєння курсу.

Причому загальний бал індивідуальної роботи студента починає набувати суттєвих значень тільки тоді, коли кількість індивідуальних завдань перевищує кількість занять, відведених програмою на засвоєння курсу.

Індивідуальну роботу пропонуємо будувати на трьох рівнях:

1 — репродуктивний, що вимагає від студента знань основних законів та умінь їх застосовувати для виконання елементарних завдань;

2 — такий, що потребує знань основних законів та вміння їх застосовувати відповідно до розглянутих на практичних заняттях алгоритмів розв'язку типових задач;

3 — творчо-пошуковий, передбачає наявність умінь самостійно побудувати алгоритм розв'язку задачі.

За умови активної участі студента у самостійній роботі він при подоланні завдань «нижчого» рівня може отримати загальний рейтинг з оцінкою, на бал вищою.

Такий комплексний підхід до оцінювання знань дає змогу враховувати обсяг, якість засвоєного матеріалу, стимулювати самостійну роботу студента, аналізувати навчальний процес у динаміці.

### Література

1. Рейтингова система оцінки успішності студентів: Збірник наукових праць / Редкол. В.А. Козаков та ін. — К.: УМК Во, 1992. — 204 с.
2. Калініна Л. Проблеми вимірювання у процесі внутрішнього контролю // Рідна школа. — 1999. — №2. — С.71-73.
3. Заводяний В. Рейтинг-система оцінювання успішності студентів // Рідна школа. — 2001. - № 1.

## ТЕСТУВАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Одним із вимірників базового рівня математичної підготовки учнів початкових класів є тест. За своїм змістом тест може охоплювати як усі вивчувані питання, так і певну їх частину (відповідно до мети перевірки).

За своєю формою тестові завдання бувають:

♦ закритої форми (тобто із запропонованими відповідями), наприклад:

Знайди суму чисел 25 і 13	
А. 12	В. 38
Б. 35	Г. 33

♦ відкритої форми (тобто з вільно побудованою відповіддю), наприклад:

Дай визначення квадрата: <i>Квадратом називається...</i>
---

У тестах, які використовуються у початкових класах, частіше містяться завдання закритої форми. Хоч можуть використовуватися обидва типи завдань.

На нашу думку, корисно ознайомлювати дітей з різними формами тестових завдань. Це не тільки дасть змогу перевірити рівень засвоєння навчальних досягнень учнів з математики, а й сприятиме розвитку їхнього мислення.

Коли вчитель добирає або конструє тести, він має звернути увагу на те, що:

— кількість тестових завдань для учнів початкової школи має бути обмеженою (наприклад, недопустимо, щоб тест для учнів 2-3 класів чотирирічної початкової школи складався з 20 завдань, 6 і більше з яких — текстові задачі);

— тестові завдання мають перевіряти лише математичні знання учнів, які передбачені програмою з математики для початкової школи;

— кількість балів за тестове завдання має відповідати складності даного завдання (наприклад, не можна оцінювати однаковою кількістю балів розв'язання текстової задачі і розв'язання прикладу);

— у варіантах відповідей тестових завдань мають бути і такі, які включають можливі помилки.

Для того щоб отримати об'єктивні результати тестування математичних досягнень учнів, необхідно заздалегідь сформулювати в них уміння виконувати тестові завдання. Під час тестування учні мають міркувати не над способом виконання запропонованих вчителем завдань, а над їхнім математичним змістом.

Починати ознайомлення учнів з цією формою перевірки краще з невеликих за обсягом тестів. Кожен такий тест може складатися з 8-10 завдань. Він має бути розрахований на виконання протягом 10-15 хвилин.

Перед проведенням тестування вчитель має дати учням короткий інструктаж щодо виконання роботи. Він пояснює, що до кожного завдання тесту подано кілька варіантів відповідей, які містяться під літерами А, Б, В, Г. Учні повинні розв'язати завдання та знайти серед поданих відповідей правильну. Потім вони можуть позначити її в анкеті обумовленою позначкою (наприклад, підкреслити чи обвести) або вписати номер завдання і літеру (яка відповідає правильній відповіді) на окремий аркуш паперу (або в зошит).

Наведемо кілька прикладів тестів з комбінованим змістом (тобто таких, які включають у себе і арифметичний, і задачний матеріал) для 2, 3(2) та 4(3) класів початкової школи. Подані тести розраховані на виконання протягом 10-15 хвилин і прирівнюються до письмової самостійної роботи. Мета цих робіт — ознайомити учнів з тестовими завданнями; навчити їх самостійно виконувати такі завдання; перевірити рівень навчальних досягнень учнів з визначених тем.

До кожного тесту окремо додається таблиця "Шкала оцінювання тестових завдань", де подано номери тестових завдань, відповідну кількість балів, яку отримує учень за їх правильне виконання та відповіді до кожного з варіантів тесту. Кількість балів за правильне розв'язання того чи іншого тестового завдання відповідає його рівню складності та кількості часу, необхідного для виконання даного завдання учнями.

У кінці подано загальну таблицю критеріїв оцінювання навчальних досягнень учнів з математики за даними тестами.

### Тест для 2 класу чотирирічної початкової школи

Тема. *Усне додавання і віднімання двоцифрових чисел з переходом через десяток.*

Варіант 1

1. Порівняй числа 46 і 64.

А.  $46 > 64$       В.  $46 = 64$

Б.  $46 < 64$       Г. Не можу порівняти

Розв'яжи приклади:

2.  $15 + 18$                       3.  $56 + 24$

А. 23    В. 32                      А. 80    В. 79

Б. 28    Г. 33                      Б. 81    Г. 70

4.  $85 - 33$                       5.  $63 - 37$

А. 55    В. 82                      А. 36    В. 26

Б. 52    Г. 58                      Б. 25    Г. 37



6. Знайди суму чисел 46 і 27.

А. 73                                  В. 63

Б. 19                                    Г. 74

7. Знайди значення виразу  $a + 18$ , якщо  $a = 6$ .

А. 28                                  В. 78

Б. 24                                    Г. 67

8. Обчисли:  $47 - (14 - 5)$ .

А. 38                                  В. 33

Б. 28                                    Г. 36

9. Розв'яжи задачу.

*Біля школи росте 12 кленів, 15 беріз, а каштанів на 11 менше, ніж кленів і беріз разом. Скільки каштанів росте біля школи?*

А. 38 каштанів                      В. 38 дерев

Б. 16 дерев                            Г. 16 каштанів

Варіант 2

1. Порівняй числа 53 і 35.

А.  $53 > 35$                             В.  $53 = 35$

Б.  $53 < 35$                             Г. Не можу порівняти

Розв'яжи приклади:

2.  $14 + 17$                             3.  $42 + 28$

А. 31    В. 27                        А. 60    В. 68

Б. 34    Г. 21                        Б. 71    Г. 70

4.  $67 - 53$                             5.  $54 - 27$

А. 64    В. 24                        А. 27    В. 37

Б. 14    Г. 17                        Б. 81    Г. 28

6. Знайди різницю чисел 35 і 18.

А. 43                                  В. 53

Б. 48                                  Г. 17

7. Знайди значення виразу  $a + 16$ , якщо  $a = 7$ .

А. 86                                  В. 17

Б. 22                                  Г. 23

8. Обчисли:  $35 - (14 - 8)$ .

А. 29                                  В. 13

Б. 27                                  Г. 21

9. Розв'яжи задачу.

*Господиня зрізала 15 білих троянд, 11 жовтих троянд, а рожевих — на 3 більше, ніж білих і жовтих троянд разом. Скільки рожевих троянд зрізала господиня?*

- А. 7 рожевих троянд                      В. 29 троянд  
Б. 23 рожеві троянди                    Г. 29 рожевих троянд

Варіант 3

1. Порівняй числа 24 і 42.

- А.  $24 > 42$     В.  $24 = 42$   
Б.  $24 < 42$     Г. Не можу порівняти

Розв'яжи приклади:

2.  $15 + 26$                       3.  $38 + 32$   
А. 31    В. 36                      А. 60    В. 68  
Б. 41    Г. 53                      Б. 72    Г. 70

4.  $56 - 24$                       5.  $62 - 29$   
А. 32    В. 36                      А. 42    В. 33  
Б. 22    Г. 14                      Б. 23    Г. 49

6. Знайди суму чисел 42 і 39.

- А. 81                              В. 3  
Б. 79                              Г. 71

7. Знайди значення виразу  $a + 31$ , якщо  $a = 17$ .

- А. 84                              В. 47  
Б. 48                              Г. 14

8. Обчисли:  $43 - (21 - 6)$ .

- А. 29                              В. 16  
Б. 30                              Г. 28

9. Розв'яжи задачу.

*Сашко знайшов 14 сиріжок, 15 лисичок, а підберезників — на 3 менше, ніж сиріжок і лисичок разом. Скільки підберезників знайшов Сашко?*

- А. 12 підберезників                      В. 26 грибів  
Б. 26 підберезників                      Г. 32 гриби

#### Шкала оцінювання тестових завдань

№ завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Максимальна кількість набраних балів 24	
Кількість балів	1	2	2	2	2	3	4	4	4		
Правильна відповідь	Варіант 1	Б	Г	А	Б	В	А	Б	А		Г
	Варіант 2	А	А	Г	Б	А	Г	Г	А		Г
	Варіант 3	Б	Б	Г	А	В	А	Б	Г	Б	

## Тест для 3 (2) класу початкової школи

Тема. Додавання і віднімання в межах 1000.

Варіант 1.

1. Запиши цифрами число триста три.

А. 33                    В. 303

Б. 330                  Г. 300

Розв'яжи приклади:

2.  $400 + 20$ 3.  $120 + 370$ 4.  $240 + 160$ 

А. 402   В. 42

А. 490   В. 390

А. 300   В. 360

Б. 420   Г. 422

Б. 470   Г. 320

Б. 400   Г. 420

5.  $560 - 130$ 6.  $600 - 60$ 7.  $470 - (120 + 30)$ 

А. 690   В. 460

А. 640   В. 660

А. 320   В. 560

Б. 230   Г. 430

Б. 540   Г. 530

Б. 380   Г. 340

8. Порівняй вираз  $540 - 20$  і число 490.А.  $540 - 20 > 490$ В.  $540 - 20 = 490$ Б.  $540 - 20 < 490$ 

Г. Не можу порівняти

9. Розв'яжи задачу.

Два велосипедисти виїхали назустріч один одному. Перший велосипедист проїхав до зустрічі 60 км, а другий — на 20 км менше. Яка відстань була між велосипедистами спочатку?

А. 100 км/год

В. 80 км

Б. 120 км

Г. 100 км

Варіант 2

1. Запиши цифрами число сімсот сім.

А. 77

В. 770

Б. 707

Г. 700

Розв'яжи приклади:

2.  $600 + 30$ 3.  $310 + 450$ 4.  $430 + 170$ 

А. 900   В. 633

А. 750   В. 760

А. 600   В. 570

Б. 603   Г. 630

Б. 460   Г. 480

Б. 500   Г. 670

5.  $440 - 120$ 6.  $300 - 30$ 7.  $360 - (110 + 20)$ 

А. 560   В. 420

А. 370   В. 270

А. 270   В. 230

Б. 340   Г. 320

Б. 330   Г. 260

Б. 250   Г. 320

8. Порівняй вираз  $360 - 50$  і число 280.

- А.  $360 - 50 > 280$       В.  $360 - 50 = 280$   
 Б.  $360 - 50 < 280$       Г. Не можу порівняти

9. Розв'яжи задачу.

*Два човни попливли назустріч один одному. Перший човен проплив до зустрічі 20 км, а другий — на 10 км більше. Яка відстань була між човнами спочатку?*

- А. 50 км/год                              В. 50 км  
 Б. 30 км                                      Г. 30 км/год

Варіант 3

1. Запиши цифрами число чотириста чотири.

- А. 440              В. 404  
 Б. 44                Г. 400

Розв'яжи приклади:

- |                  |                  |                       |
|------------------|------------------|-----------------------|
| 2. $500 + 30$    | 3. $420 + 130$   | 4. $340 + 260$        |
| А. 800    В. 530 | А. 530    В. 520 | А. 600    В. 560      |
| Б. 503    Г. 53  | Б. 550    Г. 450 | Б. 500    Г. 540      |
| 5. $560 - 240$   | 6. $400 - 40$    | 7. $760 - (210 + 30)$ |
| А. 520    В. 420 | А. 440    В. 460 | А. 520    В. 580      |
| Б. 340    Г. 320 | Б. 360    Г. 36  | Б. 550    Г. 240      |

8. Порівняй вираз  $830 - 20$  і число 790.

- А.  $830 - 20 > 790$       В.  $830 - 20 = 790$   
 Б.  $830 - 20 < 790$       Г. Не можу порівняти

9. Розв'яжи задачу.

*Два туристи вийшли назустріч один одному. Перший турист пройшов до зустрічі 15 км, а другий — на 5 км більше. Яка відстань була між туристами спочатку?*

- А. 35 км/год                              В. 35 км  
 Б. 20 км                                      Г. 20 км/год

#### Шкала оцінювання тестових завдань

№ завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Максимальна кількість набраних балів 24
Кількість балів	1	2	2	2	2	2	4	3	6	
Правильна відповідь	Варіант 1	В	Б	А	Б	Г	Б	А	Г	
	Варіант 2	Б	Г	В	А	Г	В	В	А	
	Варіант 3	В	В	Б	А	Г	Б	А	В	

## Тест для 4 (3) класу початкової школи

Тема. Множення і ділення на одноцифрове число.

Варіант 1.

1. Запиши число 4051 у вигляді розрядних доданків.

- А.  $400 + 50 + 1$       В.  $4000 + 50 + 1$   
 Б.  $4000 + 500 + 1$       Г.  $4000 + 50 + 10$

Розв'яжи приклади:

- |                    |                  |                     |
|--------------------|------------------|---------------------|
| 2. $62 \cdot 3$    | 3. $366 : 6$     | 4. $3216 : 8$       |
| А. 189    В. 196   | А. 61    В. 62   | А. 42    В. 422     |
| Б. 186    Г. 126   | Б. 66    Г. 60   | Б. 420    Г. 402    |
| 5. $612 \cdot 4$   | 6. $103 \cdot 3$ | 7. 1 кг : 10 г      |
| А. 288    В. 2448  | А. 306    В. 390 | А. 10    В. 100     |
| Б. 2848    Г. 2444 | Б. 309    Г. 360 | Б. 100 г    Г. 10 г |

8. Розв'яжи рівняння:  $x \cdot 4 = 204$ 

- А. 816      В. 200  
 Б. 501      Г. 51

9. Розв'яжи задачу.

*Три однакові трактори за 2 год роботи витратили 120 л пального. Скільки літрів пального потрібно одному такому трактору для 3 год роботи?*

- А. 180 л      В. 60 л  
 Б. 180 год      Г. 60 год

Варіант 2

1. Запиши число 6450 у вигляді розрядних доданків.

- А.  $600 + 40 + 5$       В.  $6000 + 40 + 50$   
 Б.  $6000 + 400 + 5$       Г.  $6000 + 400 + 50$

Розв'яжи приклади:

- |                    |                  |                   |
|--------------------|------------------|-------------------|
| 2. $74 \cdot 2$    | 3. $248 : 8$     | 4. $2816 : 4$     |
| А. 148    В. 168   | А. 33    В. 36   | А. 740    В. 704  |
| Б. 128    Г. 144   | Б. 30    Г. 31   | Б. 74    Г. 744   |
| 5. $413 \cdot 3$   | 6. $104 \cdot 2$ | 7. 1 кг : 100 г   |
| А. 169    В. 1269  | А. 204    В. 208 | А. 10    В. 100 г |
| Б. 1239    Г. 1299 | Б. 240    Г. 280 | Б. 100    Г. 10 г |

8. Розв'яжи рівняння:  $x \cdot 5 = 105$ .

- А. 201      В. 525  
 Б. 25      Г. 21

9. Розв'яжи задачу.

Трьома косарками за 4 год скошили 36 га трави. За скільки годин скосить одна косарка 126 га трави?

- А. 42 га                      В. 14 га  
Б. 14 год                    Г. 42 год

Варіант 3

1. Запиши число 3407 у вигляді розрядних доданків.

- А.  $300 + 40 + 7$                       В.  $3000 + 40 + 7$   
Б.  $3000 + 400 + 7$                     Г.  $3000 + 400 + 70$

Розв'яжи приклади:

2.  $83 \cdot 3$                       3.  $455 : 5$                       4.  $4212 : 6$   
А. 246   В. 216            А. 95   В. 91                    А. 702   В. 706  
Б. 249   Г. 219            Б. 99   Г. 85                    Б. 72   Г. 802
5.  $714 \cdot 2$                       6.  $102 \cdot 4$                       7. 1 км : 10 м  
А. 148   В. 1478            А. 402   В. 408                    А. 10   В. 100  
Б. 1442   Г. 1428            Б. 420   Г. 480                    Б. 100 м   Г. 10 м

8. Розв'яжи рівняння:  $x \cdot 3 = 210$ .

- А. 630                      В. 700  
Б. 70                      Г. 80

9. Розв'яжи задачу.

Три самоскиди за 2 рейси перевезли 48 т щебеню. За скільки рейсів перевезе один самоскид 96 т щебеню?

- А. 12 рейсів                      В. 4 рейси  
Б. 12 т                      Г. 32 т

#### Шкала оцінювання тестових завдань

№ завдання		1	2	3	4	5	6	7	8	9	Максимальна кількість набраних балів 24
Кількість балів		1	2	2	2	2	2	3	4	6	
Правиль- на відпо- відь	Варіант 1	В	Б	А	Г	В	Б	Г	Г	В	
	Варіант 2	Г	А	Г	В	Б	В	А	Г	Г	
	Варіант 3	Б	Б	В	А	Г	В	В	Б	А	

Для оцінювання тестових робіт учнів пропонуємо учителю скористатися даною таблицею.

## Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів

Рівень навчальних досягнень учнів	Бали	Кількість балів, набраних під час тестування
Початковий	1	1 – 3
	2	4 – 5
	3	6 – 7
Середній	4	8 – 9
	5	10 – 11
	6	12 – 13
Достатній	7	14 – 15
	8	16 – 17
	9	18 – 19
Високий	10	20 – 21
	11	22 – 23
	12	24

Результати виконання тестових завдань доцільно узагальнити в таблиці:

№ пор.	Прізвище та ім'я учня	Кількість набраних балів за тестове завдання									Загал. кіл-ть балів	Рівень навч. досягнень (або кіл-ть балів, що учень отримав за роботу)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9		
1												
2												
3												

Обов'язково треба проаналізувати результати тесту, пояснити учням принцип, за яким тест оцінювався. Діти мають знати, чому за однакову кількість правильно розв'язаних тестових завдань вони можуть отримати різну кількість балів і відповідно різні оцінки.

Аналіз помилок проводиться у вигляді бесіди. Вчитель вказує на завдання, в яких допущено помилки, пропонує з'ясувати їх причини і розв'язати завдання правильно.

В. Шпакова

## ОЦІНЮВАННЯ ЗНАТЬ СТУДЕНТІВ МЕТОДОМ ТЕСТУВАННЯ

Перевірка та оцінювання знань, умінь і навичок студентів — невід'ємна складова частина навчального процесу у вузі. Під час перевірки доцільно користуватися не якимось одним способом, а урізноманітнювати їх. У зв'язку з цим постає проблема пошуку серед уже відомих методів найбільш ефективних, тих, які за мінімальний проміжок часу дають змогу здобути найкращі результати. Так, поряд з контрольними роботами, індивідуальними завданнями, колоквиумами, рейтингами можна використовувати також і тестування.

У педагогічній та психологічній літературі метод тестування відомий давно. Його елементи можна зустріти ще у Арістотеля, Платона, Галля, Лафатера. Значний внесок у розробку цього питання було також зроблено в працях Гальтона, Кеттеля, Еббінгауза, Бене, Анрі та Айзенка. Розробкою тестового методу в нашій країні активно почали займатися в 90-х роках. Проте у практиці засвоєння курсу методики викладання математики таке питання майже не розроблене. Для якісного контролю навчального процесу тих методів перевірки знань, які існують з цієї дисципліни, вважалось цілком достатньо. На нашу думку, використання тестового контролю повинно збагатити арсенал методів перевірки знань з цього предмета. Під час розробки педагогічних тестів для студентів факультету підготовки вчителів молодших класів ми виходили з поняття про те, що під ними розуміється сукупність взаємопов'язаних завдань зростаючої складності, які дають змогу надійно і валідно оцінювати знання та інші характеристики особистості, що цікавлять педагога (В.Аванесов).

Є різноманітні класифікації тестів. Наприклад, за однією з них (Л.Бурлачук, С.Морозов) виділяються тести досягнень, тести інтелекту, тести креативності, тести особистості, тести проєктивні та ін. Враховуючи мету нашої роботи, ми акцентуємо увагу на тестах досягнень, оскільки вони спрямовані на оцінку набутого рівня розвитку здібностей, навичок та знань студентів. Ці тести відображають не стільки вплив накопиченого досвіду на формування умінь розв'язку тих чи інших завдань, скільки вимірюють вплив програми навчання, професійної підготовки на ефективність засвоєння комплексу знань, формування різноманітних спеціальних умінь та навичок. За таким методом перевіряється засвоєння окремих тем, частин навчальної програми. Тести досягнень поділяються на тести дії, письмові та усні. У нашій практиці навчання студентів методики викладання математики використовувались письмові тести. Вони істотно допомогли в обробці велико-



го обсягу матеріалу за короткий час, дали змогу встановити якісний рівень знань, здібностей та вмінь з предмета, об'єктивно їх оцінити.

Відповідно до навчальної програми ми склали систему тестових завдань. Пакет тестів має 130 формалізованих завдань. Розв'язуючи їх, студенти аналізують і оцінюють факти та вибирають правильну відповідь не за формальною ознакою, а за змістом.

Під час складання тестів за основу брали такі положення:

- тести повинні охоплювати ключові питання теми чи розділу;
- порядок тестів має визначатися логікою викладання матеріалу, його поступовим розширенням і ускладненням;
- завдання тестів повинні бути короткими, чіткими, зрозумілими;
- тести мають бути валідними щодо вимірювання тих знань, які перевіряємо.

Однак, складаючи тести, ми впевнилися, що не кожне питання з різних тем підлягає тестуванню. Цим викликана різна кількість тестів до тих чи інших розділів програми. До теми «Величини» дібрано 15 завдань, до теми «Дробки» — 10, до загальнометодичних питань — 4 тощо.

Тести допомогли встановити рівень та глибину знань тем, які винесено на самостійне опрацювання. За результатами їхнього аналізу було виявлено студентів, з якими треба працювати індивідуально. Метод тестування також можна використовувати під час заліку, проведення контрольної роботи або складання іспиту з даного предмета.

Для побудови тестів ми обрали два варіанти. Перший з таких підходів характеризується тим, що на запитання пропонуються дві або три відповіді, з яких лише одна відповідає поставленій вимозі. Техніка застосування його досить проста: студент на аркуші паперу зазначає своє прізвище, курс, групу і вказує номери отриманих завдань, записує біля номера букву, яка позначає правильну відповідь, наприклад: 4-а, 7-б.

Користуючись ключем правильних відповідей, викладач за короткий час має змогу перевірити та оцінити роботу студента.

Для прикладу наведемо кілька тестів.

1. Як розкривається дія віднімання:

- а) через об'єднання множин;
- б) через виділення частини цілого;
- в) через переріз множин.

2. Визначення випадків віднімання 5, 6, 7, 8, 9 базується на основі знання:

- а) складу числа;
- б) взаємозв'язку між компонентами та результатом дії додавання;
- в) складу числа, взаємозв'язку між компонентами та результатом дії додавання;

3. Ділення розрядного числа на 10 пояснюється на основі:

- а) правила ділення числа на 10, десяткового складу числа;
- б) взаємозв'язку між компонентами та результатом дії множення, десяткового складу числа;
- в) взаємозв'язку між компонентами та результатом дії ділення, десяткового складу числа.

4. Під час множення багатоцифрового числа на розрядне використовується:

- а) переставний закон;
- б) сполучний закон;
- в) розподільний закон.

(Правильні відповіді до наведених тестів: 1-б, 2-в, 3-б, 4-б).

Інша форма тестів така. У завданні ми даємо перелік суттєвих складових певного питання, де треба виписати позначки тих складових, що є відповіддю на завдання: 1б-а, в. Подаємо нижче зразки.

1. Контроль, корекція та закріплення знань учнів включає такі компоненти:

- а) перевірка домашнього завдання;
- б) опитування учнів;
- в) усна лічба;
- г) підготовка до вивчення нового матеріалу.

2. Зміст курсу математики початкової ланки побудовано за такими концентрами:

- а) десяток;
- б) другий десяток;
- в) сотня;
- г) багатоцифрові числа.

(Правильні відповіді: 1-а, б, в; 2-а, в, г).

Застосування таких тестів дало змогу виявити ступінь оволодіння студентами окремими елементами навчальних програм, наприклад: «Методика навчання розв'язування простих та складаних арифметичних задач», «Нумерація цілих невід'ємних чисел та арифметичні дії над ними» та окремих умінь щодо методики викладання: планування уроків математики, алгоритми розв'язування прикладів тощо. Як показала практика, тести досягнень мають перевагу у порівнянні з іншими видами оцінювання. Їхні показники орієнтовані на вимірювання ключових понять, тем і елементів програми, у той час, як інші види оцінювання, серед яких контрольна робота, передбачають оцінку конкретної сукупності знань у докладному та послідовному викладі.

У 1997/98 навчальному році розроблені тести пройшли апробацію у студентів випускних курсів. Аналіз результатів тестування показав не лише якість знань з предмета, а й систематичність та самостійність у роботі.

Результати наведені в таблиці.

Під час аналізу результатів тестування ми користувалися такою шкалою оцінювання:

10-9 правильних відповідей — 5 балів

8-7 правильних відповідей — 4 бали

6-5 правильних відповідей — 3 бали

Менше 5 правильних відповідей — 2 бали.

Згідно з прийнятою системою оцінювання за набрані 5 балів виставлялася оцінка «відмінно», 4 бали — «добре», 3 бали — «задовільно», 2 бали — «незадовільно». Як свідчать здобуті результати, використання тестів у роботі позитивно вплинуло на організацію навчального процесу: читання лекцій, проведення практичних і семінарських занять, а також індивідуальної роботи зі студентами з методики викладання математики.

Курс, група	Кіл. студентів	На "5"	%	На "4"	%	На "3"	%	На "2"	%	Успішність, %	Якість знань, %	Середній бал	Загальна оцінка
4-а	27	6	22	8	30	9	33	4	15	96	52	3,6	Задовільно
4-б	29	11	38	9	31	6	21	3	10	90	69	3,9	Добре
5-ф <sub>1</sub>	31	6	19	13	42	10	32	3	7	93	61	3,7	Добре
5-ф <sub>2</sub>	30	6	20	17	57	7	23	-	-	100	7	3,9	Добре
5-ф <sub>сз</sub>	21	4	17	17	70	3	13	-	-	100	87	4,0	Добре

Н. Ляшова,  
О. Співакова

## СХЕМА АНАЛІЗУ УРОКУ МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВИХ КЛАСАХ

Урок – основна форма організації навчальної діяльності у початковій школі.

На уроці реалізуються навчальні, виховні й розвивальні завдання навчання молодших школярів. Тому урок – завжди є об'єктом цілеспрямованого спостереження учителів, методистів та керівників шкіл.

Аналіз уроку може бути повний і частковий. Повний аналіз охоплює організаційний та основні дидактичні і методичні аспекти процесу навчання. Частковий аналіз – це аналіз конкретного питання чи з методики, чи з дидактики, чи з психології тощо.

Подамо зразок одного із найпоширеніших видів аналізу уроку — це дидактико-методичний. Його доцільно здійснювати блоками.

### Дидактико-методичний аналіз уроку

#### Блок № 1. Аналіз теми і мети уроку.

Методисту необхідно:

— визначити правильність сформульованої теми уроку і її місце в системі навчального матеріалу;

— доцільність навчальної і розвивальної мети.

Примітка: Мета має бути сформульована чітко і конкретно.

Навчальна мета повинна містити якісні характеристики знань, умінь та навичок.

Розвивальна мета передбачає формування логічних операцій і прийомів: вміння порівнювати, робити висновки, виділяти головне, самостійно спостерігати, встановлювати причиново-наслідкові зв'язки, узагальнювати, користуватись аналогією тощо, а також — виховання довольної уваги, розвиток пам'яті, творчої уяви, культури слухання і мовлення, розвиток самостійності учнів у певному виді діяльності і на різних етапах засвоювання знань.

#### Блок № 2. Методичний.

Методика розкриття різного математичного змісту (арифметичного, алгебраїчного, геометричного).

Як учитель знайомить дітей з теоретичним матеріалом. Які методи він використовує (повідомлення, розповідь, пояснення, бесіду, інструктивне пояснення, самостійне опрацювання за підручником або дидактичним матеріалом тощо).

**Блок № 3. Науковість викладання.**

Відповідність висловлювань, тверджень, висновків у математичній науці.

Дотримання послідовності у системі-викладу.

Достовірність, науковість фактичного матеріалу (чи не припустився помилок учитель під час пояснення або в доборі вправ).

Правильність вживання математичної термінології, символів.

Дотримання точності у постановці завдань. Побудова запитання учителя, розкриття зв'язків математичних понять з іншими поняттями та навколишнім життям.

Формування наукового світогляду учнів.

**Блок № 4. Організація навчальної діяльності учнів.**

Спільна робота учителя і учнів.

Планування навчальної діяльності учнів на уроці.

Виділення груп учнів за рівнем знань. Підготовка для кожної з них диференційованих завдань на ліквідацію прогалин чи на поглиблення та поширення знань, умінь і навичок учнів.

Виділення місця, часу їх проведення в навчальному процесі.

Використання диференційованих завдань за обсягом роботи, за ступенем складності, мірою допомоги.

Чергування різних видів діяльності.

Які завдання вчитель зібрав для формування загальнонавчальних умінь та навичок.

Які види і зміст самостійної роботи та форми її перевірки пропонує вчитель.

Спрямованість методів і прийомів на розвиток мислення учнів.

Форми навчання: фронтальні, загальнокласні, парні, групові, диференційовано-групові, індивідуальні, самостійні.

**Блок № 5. Контроль і коригування знань.**

Чи планує вчитель опитування учнів (запис у поурочних планах).

Чи добирає завдання для опитування.

Основний зміст усного опитування (знання таблиць та прийомів усних і письмових обчислень, вміння їх застосовувати для розв'язування математичних виразів; вміння розв'язувати прості і складені задачі і т.д.).

Чи вміють учні обґрунтовувати свою відповідь, пояснювати хід розв'язування.

Як ведеться облік успішності молодших школярів?

Систематичність і послідовність опитування, індивідуальний підхід до учнів.

Ознайомлення із змістом і результатами контрольних та самостійних робіт.

### Блок № 6. Організація педагогічної діяльності

Техніка організації особистої праці вчителя: своєчасний початок і кінець уроку; раціональна організація робочого місця вчителя; обладнання уроку (наявність унаочнення та інших засобів навчання); раціональне використання часу на уроці; вибір найбільш ефективних методів, форм і засобів навчання; своєчасний контроль і корекція опорних знань учнів (усні, письмові завдання...), дотримання норм педагогічної етики, єдиних вимог до учнів; культура спілкування вчителя і учнів.

### Блок № 7. Мотиваційний.

Як пов'язане мотивування зі сформульованою темою?

Стимулювання навчальної діяльності.

Створення емоційно-позитивної атмосфери навчання (встановлення гуманних стосунків між учителем і учнями, індивідуальний підхід).

Врахування вікових можливостей учнів у процесі навчання.

Створення ситуації успіху слабо встигаючих учнів.

Заохочення, педагогічна оцінка.

Використання вчителем оціночних суджень (висловлювань своєї оцінки у формі радості, розчарування, засмучення, надії, підбадьорювання, похвали, перспективної оцінки, відкладеної оцінки тощо).

Ігрові ситуації.

Установки, інструктаж учителя перед кожним видом діяльності, зацікавленість.

Особистісно спрямоване навчання (самоконтроль, самонавчання, самооцінка).

І. Мазур

**ТЕМИ ДЛЯ РЕФЕРАТИВ (ДОПОВІДЕЙ),  
ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ, КУРСОВИХ І  
ДИПЛОМНИХ РОБІТ**

1. Сучасна концепція курсу математики для 1-4 класів національної школи України.
2. Особливості оригінального українського підручника з математики для 1 (2, 3, 4) класу (логічна і змістова структура, система вправ, методичний апарат, мова викладу, ілюстративний матеріал).
3. Як працювати за дворівневим підручником з математики.
4. Методичне вирішення провідних ідей чинної програми з математики для 1 (2, 3, 4) класу.
5. Організаційно-методичне забезпечення виконання Основних вимог до знань і умінь учнів з математики на кінець навчання в 1 (2, 3, 4) класі (з досвіду базових шкіл).
6. Використання математичних зошитів з друкованою основою.
7. Комбінований урок математики у початковій школі.
8. Урок математики у малокомплектній школі (у класах вирівнювання знань).
9. Нестандартні уроки математики в 1-4 класах (з досвіду вчителів базових шкіл).
10. Урок математики в комп'ютерному класі.
11. Інтегроване навчання в початкових класах (за програмою "Математика і конструювання").
12. Дедуктивні міркування в курсі математики початкових класів.
13. Індуктивні міркування в курсі математики початкових класів.
14. Вправи для "розумової гімнастики".
15. Формування елементів логічної і алгоритмічної грамотності при вивченні математики в початкових класах.
16. Елементи дослідницької діяльності учнів при вивченні математики.
17. Активний математичний словник учня.
18. Діагностичні (тестові) завдання з математики.
19. Дидактичні умови розвитку пізнавальних інтересів молодших школярів до математики.
20. Диференційований та індивідуальний підхід до учнів на уроках математики, варіативність вивчення матеріалу (з досвіду вчителів базових шкіл).
21. Особливості виховання пізнавальних інтересів до математики у шестиліток.
22. Формування пізнавальних умінь – основа розвитку інтересів слабо-встигаючих до математики.

23. Зв'язок з життям як засіб розвитку пізнавальних інтересів до математики.
24. Роль проблемно-пошукових ситуацій у розвитку пізнавальних інтересів дітей до математики.
25. Система завдань з логічним навантаженням як засіб розвитку пізнавальних інтересів молодших учнів до математики.
26. Використання цікавинок на уроках математики.
27. Використання математичних ігор на уроці.
28. Система самостійних робіт з математики.
29. Диференціювання домашніх завдань з математики.
30. Засоби контролю і самоконтролю в навчанні математики.
31. Екологічне виховання на уроках математики в 1-4 класах.
32. Економічне виховання молодших школярів у процесі викладання математики.
33. Естетичне виховання на уроках математики в початкових класах.
34. Зміст підготовчої роботи до вивчення чисел.
35. Вивчення нумерації в 1 (2, 3, 4) класі.
36. Формування міцних навичок усних (письмових) обчислень.
37. Використання графічних моделей для роз'яснення смислу арифметичних дій.
38. Застосування властивостей дій та чисел для раціоналізації обчислень.
39. Запобігання помилкам в обчисленнях.
40. Активізація пізнавальної діяльності молодших школярів у процесі вивчення дробів.
41. Обчислювальна машина на уроках математики.
42. Вправи на формування найпростіших уявлень про інформатику і обчислювальні машини у молодших школярів.
43. Методика розв'язування задач у 1 (2, 3, 4) класі.
44. Розв'язування вправ з кількома дидактичними функціями.
45. Система вивчення і рівні засвоєння буквеної символіки.
46. Єдиний підхід до розв'язування рівнянь і нерівностей.
47. Вивчення елементів геометрії в 1 (2, 3, 4) класі.
48. Формування графічних умінь і навичок.
49. Математика і конструювання.
50. Геометрія допомагає арифметиці.
51. Величини та їх вимірювання в 1 (2, 3, 4) класі.
52. З історії метричної системи мір.
53. Позакласна робота з математики в 1-4 класах.
54. Екскурсії з математики.
55. Додаткова робота з математично обдарованими дітьми.
56. Розвивальний факультатив для молодших школярів "Математика в сірниковій коробці".



57. Творчість учителя – передумова якості кінцевих результатів навчання математики.
58. Питання розвитку пізнавальних інтересів учнів до математики у методичній роботі школи (з досвіду базової школи).
59. Використання елементів історизму при вивченні математики в 1-4 класах.
60. Активізація навчання математики в початкових класах шляхом реалізації принципів етнопедагогіки.
61. Народні знання українців з математики.
62. Використання елементів української народної математики в початкових класах.
63. Як у давнину на Україні виконували арифметичні дії.
64. Задачі з українського фольклору.
65. З історії розвитку методики початкової математики на Україні.
66. Буквар Т.Г. Шевченка (методичний аналіз математичної сторінки "Букваря").
67. Педагогічна спадщина провідних українських методистів-математиків (О.М. Астряб, І.З. Василенко, Г.Д. Гриневич, М.Д. Дегтярьова, О.С. Дубинчук, І.Ф. Тесленко, М.В. Богданович, Г.П. Бевз та ін.)
68. Актуальні питання методики математики на сторінках журналу "Початкова школа".
69. Вироблення в учнів мотивації навчання математики.
70. Використання інноваційних технологій у навчанні молодших школярів математики.
71. Використання інтерактивних методів навчання на уроках математики.
72. Методика навчання математики за кредитно-модульної системи (узагальнення досвіду).
73. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики.
74. Формування мотивації учіння молодших школярів за особистісно орієнтованої педагогічної інноватики.
75. Виховання розумової культури молодших школярів у процесі особистісно орієнтованого навчання математики.
76. Впровадження елементів модульно-розвивальної системи при навчанні математики.
77. Теоретико-методичні засади імітаційно-ігрових технологій у системі особистісно орієнтованого навчання математики.
78. Дидактичні поняття кредиту і модуля в контексті Болонського процесу.
79. Формування у молодших школярів інтересу до учіння.
80. Творчі вправи з багатоваріантними розв'язаннями.

## Висловлення про вивчення математики

1. Діти не повинні завчати ніяких арифметичних правил, а самі відкривати їх.

К.Д. Ушинський  
(1824-1871)

2. Не підлягає сумніву, що одне правило, з певними зусиллями здобує і навіть не чітко сформульоване учнями, значно корисніше від десяти правил, легко й чудово сформульованих вчителем.

С.І. Шохор-Троцький  
(1853-1923)

3. Дитина від природи своєї – активний дослідник зовнішнього світу, і тому вивчення геометричних форм має відбуватися на принципі самодіяльності та активності. Діти повинні самі досліджувати те або інше явище й робити з нього доступний для них висновок, щоб відчувати радість від самостійного знаходження істини.

О.А. Астряб  
(1879-1962)

4. Розумова праця на уроках математики – пробний камінь мислення.

В.О. Сухомлинський  
(1918-1970)

5. Вивчення математики передусім сприяє розвитку логічного мислення, вмінню думати, аналізувати, абстрагувати, схематизувати, узагальнювати і т.д. Математика сприяє виробленню раціональних якостей думки та її виражень – точності, ясності, стислості тощо; розвитку спостережливості й уваги, вмінню зосереджуватись, бути наполегливим і послідовним.

Ю.О. Митропольський

6. Від цікавого факту до внутрішньої краси математичного прийому – такий надійний метод навчання учнів математики.

А. Закревський

7. А математику ще й тому вивчати слід, що вона розум до ладу приводить

М.В. Ломоносов  
(1711-1765)

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- Бантова М.О. та ін. Методика викладання математики в початкових класах. – К.: Вища шк., 1982. – 288 с.
- Богданович М.В. та ін. Методика викладання математики в початкових класах. – Тернопіль, 2001. – 368 с.
- Богданович М.В. Методика вивчення нумерації і арифметичних дій в початковій школі. – К.: Вища шк., 1991. – 212 с.
- Богданович М.В. Методика розв'язування задач у початковій школі. – К.: Вища шк., 1990. – 183 с.
- Богданович М.В. Урок математики в початковій школі. – К.: Рад. шк., 1990. – 192 с.
- Богданович М.В. Математичні джерельця. – К.: Веселка, 1988. – 168 с.
- Василенко І.З. Методика викладання математики в початкових класах. – К.: Вища шк., 1971. – 376 с.
- Гусев В.А., Мордкович А.Г. Математика. – М.: Просвещение, 1988. – 416 с.
- Граціанська Л.М. Нариси з народної математики України. – К.: Вид-во Київського ун-ту, 1968. – 100 с.
- Грибанова О.К. та ін. Методика формування елементарних математичних уявлень у дітей. – К.: Вища шк., 1987. – 136 с.
- Гриневич Г.Д., Водоп'янов Ю.М. Формування математичних уявлень у дітей дошкільного віку. – К.: Вища шк., 1975. – 128 с.
- Депман И.Я., Виленкин Н.Я. За страницами учебника математики. – М.: Просвещение, 1989. – 287 с.
- Дрозд В.Л. и др. Практикум по методике начального обучения математике. – Мн.: Вышейш. шк., 1984. – 97 с.
- Друзь Б.Г. Основи і методика початкової математики: У 3-х томах. – Кривий Ріг, 2007-2009.
- Друзь Б.Г. Виховання пізнавальних інтересів молодших школярів у процесі навчання. – К.: Рад. шк., 1978. – 128 с.
- Друзь Б.Г. Творчі вправи з математики для початкових класів. – К.: Рад. шк., 1988. – 144 с.
- Друзь Б.Г. Альбом завдань з математики для 4 класу. – К.: Рад. шк., 1989. – 88 табл.
- Друзь Б.Г. Математична мозаїка. – К.: Веселка, 1991. – 127 с.
- Друзь З.В. та ін. Формування творчої особистості учня в позаурочний час. – Кривий Ріг, 2006.
- Дубинчук О.С. Математика в 4 і 5 класах. – К.: Рад. шк., 1986. – 168 с.
- Дубинчук О.С. та ін. Збірник вправ з математики для 1-3 класів. – К.: Рад. шк., 1977. – 96 с.
- Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Теория и методика обучения математике в начальной школе. – М.: Педагогика, 1988. – 208 с.
- Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике. – М.: Просвещение, 1986. – 255 с.
- Житомирский В.Г., Шеврин Л.Н. Геометрия для малышей. – М.: Педагогика, 1975. – 136 с.
- Знання – це скарб, а вміння вчитися – ключ до нього. – Кривий Ріг, 2005.

**Истомина Н.Б.** и др. Практикум по методике преподавания математики в начальных классах. – М.: Просвещение, 1986. – 176 с.

**Кухар В.М., Білий Б.М.** Теоретичні основи початкового курсу математики. – К.: Вища шк., 1987. – 319 с.

**Кухар В.М. та ін.** Математика. Множини. Логіка. Цілі числа: Практикум. – К.: Вища шк., 1989. – 333 с.

**Кухар В.М., Барничка Ю.Ю.** Цікава математика у 4 і 5 класах. – К.: Рад. шк., 1975. – 144 с.

**Левшин М.М.** Математика в 4 класі. – К.: Рад. шк., 1989. – 176 с.

**Литовченко З.М., Єлизаветіна Н.В.** Наближені обчислення. – К.: Рад. шк., 1988. – 125 с.

**Логачевська С.П.** Дійти до кожного учня (За ред. О.Я. Савченко). – К.: Рад. шк., 1990. – 158 с.

**Мацько Н.Д.** Формування геометричних понять в учнів 4-5 класів. – К.: Рад. шк., 1988. – 160 с.

**Методика начального обучения математике / Под общ. ред. А.А. Столяра, В.Л. Дрозда.** – Мн.: Вышейш. шк., 1988.

**Микитинська М.І., Мацько Н.Д.** Математичні ігри в 1-3 класах. – К.: Рад. шк., 1980. – 128 с.

**Моро М.І., Пишкало А.М.** Методика навчання математики в 1-3 класах. – К.: Рад. шк., 1979. – 376 с.

**Никольский С.М.** и др. Арифметика. – М.: Наука, 1988. – 384 с.

**Побірченко Н.А.** Психологічні основи навчання математики в початкових класах. – К.: Рад. шк., 1985. – 64 с.

**Програми і підручники з математики для 1-4 класів національної школи.**

**Рыбников К.А.** Возникновение и развитие математической науки. – М., 1987. – 159 с.

**Савченко О.Я.** Дидактика початкової школи. – К., 1997. – 416 с.

**Савченко О.Я.** Розвиток пізнавальної самостійності молодших школярів. – К.: Рад. шк., 1982. – 176 с.

**Савченко О.Я., Суворова Г.Ф.** Навчально-виховний процес у малокомплектній школі. – К.: Рад. шк., 1988. – 232 с.

**Сербина Е.В.** Математика для малышей. – М.: Просвещение, 1992. – 80 с.

**Середа В.Ю.** Вчись мислити логічно. – К.: Рад. шк., 1989. – 175 с.

**Слепкань З.И.** Психолого-педагогические основы обучения математике. – К.: Рад. шк., 1988. – 192 с.

**Слепкань З.І.** Обчислення на мікрокалькуляторах. – К.: Рад. шк., 1985. – 189 с.

**Стойлова Л.П., Пишкало А.М.** Основы начального курса математики. – М.: Просвещение, 1988. – 320 с.

**Хмара Т.М.** Навчання учнів математичної мови. – К.: Рад. шк., 1985. – 96 с.

**Шукина Г.И.** Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. – М.: Педагогика, 1988. – 205 с.

Вступ .....	3
-------------	---

## ЗАГАЛЬНІ ПИТАННЯ ТЕОРІЇ І МЕТОДИКИ ПОЧАТКОВОЇ МАТЕМАТИКИ

<b>Розділ I. МАТЕМАТИКА В СИСТЕМІ ПОЧАТКОВОГО НАВЧАННЯ НАЦІОНАЛЬНОЇ ШКОЛИ УКРАЇНИ</b> .....	5
§ 1. Завдання математичної підготовки та характеристика курсу математики 1-4 класів .....	5
§ 2. Характеристика рівня засвоєння програмового мате- ріалу та навчально-виховного процесу. Визначення комплекту посібників .....	11
<b>Завдання</b> .....	16
<b>Розділ II. УРОК МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ</b> .....	18
§ 1. Типи уроків .....	18
§ 2. Підготовка до уроку .....	21
§ 3. Методика проведення комбінованого уроку математики .....	26
§ 4. Особливості уроку математики в I класі .....	54
§ 5. Окремі види уроків .....	57
<b>Завдання</b> .....	66
<b>Розділ III. ВИХОВАННЯ ПІЗНАВАЛЬНИХ ІНТЕРЕСІВ МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ</b> .....	67
§ 1. Дидактичні умови розвитку пізнавальних інтересів .....	67
§ 2. Шляхи і засоби виховання в учнів інтересу до математики .....	71
<b>Завдання</b> .....	89
<b>Розділ IV. РОЗВИТОК МОЛОДШИХ ШКОЛЯРІВ У ПРОЦЕСІ ЗА- СВОЄННЯ ЗНАЬ, УМІЬ І НАВИЧОК З МАТЕМАТИКИ</b> .....	90
§ 1. Розумовий розвиток і його показники .....	90
§ 2. Формування прийомів розумових дій у процесі навчання учнів математики .....	92
§ 3. Діагностування рівня розумового розвитку учнів .....	110
<b>Завдання</b> .....	114
<b>Розділ V. ЕЛЕМЕНТИ ЛОГІЧНИХ ЗНАЬ</b> .....	117
§ 1. Історичні відомості .....	117
§ 2. Математичні поняття і терміни .....	119
§ 3. Висловлення і висловлювальні форми (предикати) .....	122

§ 4. Відношення логічного слідування і рівносильності. Дос- татня і необхідна умови .....	132
§ 5. Найпростіші схеми дедуктивних міркувань .....	136
§ 6. Теореми і їх доведення .....	140
§ 7. Навчання молодших школярів математичної мови .....	149
<b>Завдання</b> .....	157
<b>ДОДАТКИ</b> .....	160
Концепція математичної освіти 12-річної школи .....	160
Державний стандарт початкової школи: освітня галузь "Мате- матика" .....	174
Б.Г. Друзь, З.В. Друзь. Програма інтегрованого курсу для пе- дагогічних факультетів вищих навчальних закладів "Основи і методика навчання початкової математики" .....	178
Ознаки та умови реалізації особистісно орієнтованої освіти .....	190
Контроль та оцінювання навчальних досягнень учнів початко- вої школи .....	197
Рейтингова система оцінювання знань .....	211
Тестування на уроках математики .....	214
Оцінювання знань студентів методом тестування .....	223
Схема аналізу уроку математики в початкових класах .....	227
Теми для рефератів (доповідей), експериментальних дослід- жень, курсових і дипломних робіт .....	230
<i>Висловлення про вивчення математики</i> .....	233
<b>СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ</b> .....	234

Навчальне видання

**Друзь Борис Григорович**

## **Основи і методика початкової математики**

У трьох томах

Том 1

*Загальні питання теорії і методики  
початкової математики*

Навчальний посібник для студентів педагогічних  
навчальних закладів

Комп'ютерний набір та верстка Багірова Н.В.

**Друзь Б.Г. Основи і методика початкової математики:**  
У 3-х тт. – Т. 1: Загальні питання теорії і методики початкової  
математики: Навч.-метод. видання. – Кривий Ріг, 2007. – 238 с.