Людина - Культура - Духовність

Збірник наукових праць

В И П У С К - II

Київ - 1996

Ульшин П.І.,
Кривий Ріг.

КУЛЬТУРА І ДУХОВНІСТЬ МАТЕМАТИЧНОГО МИСЛЕННЯ В ПРОЦЕСІ РОЗВИТКУ МАТЕМАТИКИ

Математичне мислення з'явилося на зорі розвитку людського суспільства. Воно пов'язане з практичною діяльністю людини, яка охоплює не тільки зовнішні предметно-рухові операції / виготовлення знарядь праці, спорудження житла, іригаційних систем, храмів і ін./, а й внутрішні, пов'язані з пізнавальною діяльністю, естетичними потребами, духовністю.

Важливе значення в математиці відіграє мова. Вона однозначно описує поняття і емпірично знайдені залежності як у природничих науках /фізиці, хімії, біології і ін./, так і гуманітарних /економіці, лінгвістиці і ін./. Ступінь використання цієї мови залежить від рівня розвитку науки. Отже, математична мова - є універсальною мовою для відображення законів природи.

Навчальна і виховна спрямованість математичного мислення відома з сивої давнини. Прикладом того є папірус Ахмеса, який дійшов до нас від цивілізації Стародавнього Єгипту /приблизно XX ст. до н.е./. В сувії розміром 5,25 х 0,33 м, написаному переписувачем Ахмесом, міститься 84 задачі. Там же сказано, що він присв'ячений "досконалому й грунтовному дослідженню всіх речей, розумінню суті їх, пізнанню таємниць"/1,-с.8/. Цей папірус був посібником для школи писців, де за його допомогою навчали придворних чиновників, зодчих, землемірів і інших носіїв наукових знань тієї епохи. Математичні задачі вказаної праці давали можливість виконувати розрахунки для будівельних робіт, розподілу майна, обміну й розподілу продуктів, вимірювання площ полів, об'ємів гребель, зерносховищ і ін. Вони втілювали в людину культуру і духовність.

Понад три тисячоліття до нашої ери в Єгипті були збудовані піраміди, які викликають у сучасників безмірне захоплення і подив. Вони є незаперечним доказом того, що тодішні зодчі володіли великим запасом математичних знань. Грецький філософ Прокл /IУ ст. н.е./ вважав піраміду Хеопса "свого роду кам'яним підручником астрономії і геометрії та знань, які пов'язані з розливами Нілу. Весь цей досвід закріплювався в розміщенні, обрисах,

...ових пірамІди" /І.-с. І5/. На барильєфІ пІрамІди ХесІри ...ражено зодчого з приладом для письма І двома палицями – ...алонами мІри. Довжини цих палиць вІдносяться як $1:\sqrt{5}$. Ними ...жна було будувати прямий кут І визначати елементи рІзних ...хІтектурних деталей.

Культура І духовнІсть древньоєгипетських математикІв прий... до нас у виглядІ системи числення в чотири арифметичнІ дІІ, ...в'язування задач на пропорцІйний подІл І прогресІІ, розроб...ної теоретичної основи грандІозних будов велетенських пІрамІд, ...ичних храмІв І сфІнксІв, а також цІнних первІсних знань про ...ми космосу /пІдрахунки днІв сонячних затемнень І Ін./. Це ...ула емпІрична математика, основана на практицІ, експериментІ, ...осиланнІ на очевиднІсть чи думку авторитетІв. Вона будувалась ... ...Ічного матерІалу – абстрактних понять І окреслювала величнІ ...онтури дивовижного творІння людського розуму.

Формування математичного мислення у виглядІ логІчних доведень за допомогою аксІом І ранІше доведених теорем, яким користуються І тепер, вІдбувалось в СтародавнІй ГрецІІ, починаючи з УІ ст. до н.е. З цього часу починає розвиватися теоретична математика.

Праця "Начала" древньогрецького математика ЕвклІда /ІУ ст. до н.е./ була вершиною дедуктивної будови математичної теорІІ. Вона протягом двох тисячолІть була неперевершеним взІрцем досконалостІ І логІчної строгостІ побудови наукової думки. На цІй працІ виховувались всІ видатнІ математики включно до XX ст. Культура мови І мислення цІєї працІ духовно впливала на вчених всІх епох. ГенІальний математик І механІк І. Ньютон у своїй працІ "МатематичнІ начала натуральної фІлософІІ" наслІдував у ЕвклІда не лише назву, а І стиль письма.

При вивченнІ законІв математичного мислення ще в ІУ ст. до н.е. були помІченІ логІчнІ парадокси, Їх ще називали апорІІ /апорія – безвихІдне становище, тупик/. Вони стосуються понять скІнченного І нескІнченного. Древньогрецький фІлософ Зенон ...ський висловив Ідею Існування просторової І математичної нескІнченностІ. ВІн поставив складнІ І глибокІ питання про дІалектичну суперечливІсть цих понять.

Цікавою була ІсторІя розв'язування цієї проблеми. На протязі багатьох вІкІв виробилось двІ рІзнІ концепцІІ нескІнченностІ: актуальна І потенцІальна. Якщо розглядається величина нескІнченно велика, то актуальна нескІнченнІсть має розмІри такІ, що охоплюють все можливе І не можуть бути бІльше збІльшеними, а потенцІальна нескІнченнІсть своІми розмІрами перевищує будь-яку наперед задану величину І може ще збІльшуватись. НескІнченно малІ величини - це протилежнІсть до нескІнченно великих.

В найбІльш загальнІй формІ математична нескІнченнІсть розглядається в теорІІ множин, яку розробив нІмецький математик Г.Кантор в другІй половинІ УIX ст. ВІн звІв поняття нескІнченностІ до поняття нескІнченноІ множини.

На початку XX ст. нІмецький математик Д.ГІльберт писав: "Ни одна проблема не волновала так глубоко человеческий дух, как проблема бесконечного; ни одна идея не влияла на разум так возбуждающе и плодотворно, как идея бесконечности; но, ни одно понятие не нуждается так сильно в выяснении, как понятие бесконечного" /2,-с.92/.

Пояснюючи студентам поняття "нескІнченно малоІ", професор А.Я.ХІнчин, в пІдручнику з математичного аналІзу писав: " "...термин "бесконечно малая" по самому своему определению описывает не размеры величины, а характер ее изменения. Было бы, конечно, правильнее назвать этого рода величины не "бесконечно малыми", а безгранично убывающими" /3,-с.32/."

Прогрес математики тІсно пов'язаний Із збІльшенням абстрактностІ понять І теорІй. При бІльш глибоких абстракцІях виявляються суттєво новІ властивостІ математичних об'єктІв.

Розглянемо, як поглиблення абстрактного мислення допомогло розв'язати складну математичну проблему.

В XIX ст. російський математик М.І.Лобачевський вІдкрив неевклІдову геометрІю. Це вІдкриття пІдІрвало тисячолІтню вІру в Існування єдиноІ геометрІІ ЕвклІда. Наприклад, англІйський вчений І.Ньютон вважав геометрІю частиною механІки, яка має справу з вимІрюванням. І.Кант обгрунтовував єдинІсть геометрІІ ЕвклІда фІлософськими аргументами. ВІн розглядав простІр як апрІорну форму чуттєвого сприймання І в зв'язку з цим властивостІ зовнІшнього свІту повиннІ бути у вІдповІдностІ з положеннями геометрІІ, а геометрІя повинна бути єдиною.

Першим довIв несуперечливIсть аксIоматики планIметрII Лобачевського ІталIйський математик Е.БельтрамI. В 1868 р. побудував модель площини, на якIй виконуються всI II аксIоми. ПIзнIше були побудованI I IншI моделI цIеI аксIоматики нiмецьким математиком Ф.Клейном /1871 р./ I французьким вченим Пуанкаре /1882 р./. ВсI моделI були побудованI Iз елементIв евклIдовоI геометрII. Висновок був такий: якщо геометрIя ЕвклIда несуперечлива, то несуперечливою е I неевклIдова геометрIя.

У деяких вчених такI логIчнI мIркування викликали сумнIв. Виходить парадокс: якщо обидвI логIчно можливI геометрII вважати Iстинними, то саме поняття Iстини стае суперечливим,, невизначеним. СправдI, евклIдова I неевклIдова геометрII спираються на аксIоми паралельних, якI суперечать одна однIй, а обидвI геометрII е логIчно несуперечливими. Якщо признати цI геометрII одинаково Iстинними, то це означало б признати Iстинними I взаемно виключаючI системи тверджень. Тут, як би, порушується закон формальноI логIки: Iстинне або А, або виключення третього не може бути.

ВихIд з цIеI кризи було зроблено так. Домовились вважати будь-яку систему аксIом Iстинною, якщо для II абстрактних об'ектIв можна побудувати конкретну IнтерпретацIю, на якIй всI аксIоми мають мIсце. При такому пIдходI не обов'язково будувати модель неевклIдовоI геометрII за допомогою евклIдовоI. Можна знайти арифметичну IнтерпретацIю. В цьому разI IстиннIсть неевклIдовоI геометрII залежить вIд IстинностI аксIом арифметики, у вIрностI яких сумнIву не мае. Отже, нове математичне мислення, не порушуючи законIв логIки, привело до обгрунтування Iстинностi неевклIдовоI геометрII.

В розглянутих прикладах показано, як в процесI розвитку математики культура математичного мислення сприяла: розвитку логIки, подоланню суперечностей, формуванню духовно здоровоI особистостI, спроможноI творчо розвивати науку.

ЛIТЕРАТУРА

Конфорович А.Г. ВизначнI математичнI задачI.-К.:Рад.шк.,1981.

Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики.-М.: Просвещение, 1990.-96 с.

Хинчин А.Я. Краткий курс математического анализа. -М.: Просвещение, 1965. -468 с.