

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання

«Допущено до захисту»

Завідувач кафедри

_____ Бобилєв Д.Є.
(підпис) (прізвище, ініціали)

Реєстраційний № _____

«__» _____ 20__ р.

«__» _____ 20__ р.

ЗАСТОСУВАННЯ STEM-ПІДХОДІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ЗМІСТОВОЇ
ЛІНІЇ ФУНКЦІЇ

Кваліфікаційна робота студентки групи

МІм-17

ступінь вищої освіти магістр

спеціальності

014.04 Середня освіта (Математика)

Савчук Анни Валеріївни

Керівник кандидат педагогічних наук,

доцент Крамаренко Тетяна Григорівна

Оцінка:

Національна шкала _____

Шкала ECTS _____ Кількість балів _____

Голова ЕК _____
(підпис) (прізвище,

ініціали)

Члени ЕК _____
(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

(підпис) (прізвище, ініціали)

ЗАПЕВНЕННЯ

Я, Савчук Анна Валеріївна, розумію і підтримую політику Криворізького державного педагогічного університету з академічної доброчесності. Запевняю, що ця кваліфікаційна робота виконана самостійно, не містить академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації. Я не надавала і не одержувала недозволену допомогу під час підготовки цієї роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають покликання на відповідне джерело. Із чинним Положенням про запобігання та виявлення академічного плагіату в роботах здобувачів вищої освіти Криворізького державного педагогічного університету ознайомлений(а). Чітко усвідомлюю, що в разі виявлення у кваліфікаційній роботі порушення академічної доброчесності робота не допускається до захисту або оцінюється незадовільно.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1	7
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ РЕАЛІЗАЦІЇ STEM-НАВЧАННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЛІНІЇ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ	7
1.1 Мета, цілі та завдання STEM – освіти	7
1.2 Практика впровадження STEM в освітній процес	10
1.3 Розвиток STEM-освіти в навчальних закладах	16
1.4 Методичні особливості вивчення змістової лінії функції у шкільному курсі математики	21
1.5. Програмні засоби для побудови графіків функцій та рівнянь	28
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ РЕАЛІЗАЦІЇ STEM-ПІДХОДІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ФУНКЦІЙ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ	33
2.1 Запровадження STEM-підходів у навчанні функцій в основній школі	33
2.2 STEM-навчання лінії функцій в старшій школі	43
2.3 STEM - освіта в позакласній роботі вчителя математики	60
ВИСНОВКИ	63
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	65

ВСТУП

Актуальність дослідження. Особливої уваги набуває зараз проблема формування самостійності учнів, спроможності отримувати, аналізувати інформацію та приймати оптимальні рішення, використовувати в практичній діяльності нові інформаційні технології. Адже з кожним роком об'єм інформації майже в кожній галузі науки подвоюється, а то й потроюється, і зростання за передбаченнями вчених відбуватиметься в геометричній прогресії. Тобто людина не в змозі мати повний об'єм знань з того чи іншого предмета. На перше місце виступає не здобуття суми знань, а вміння знайти потрібну інформацію та практично її використовувати.

У статті 12 Закону України «Про освіту» зазначається «Метою повної загальної середньої освіти є всебічний розвиток, виховання і соціалізація особистості, яка здатна до життя в суспільстві та цивілізованій взаємодії з природою, має прагнення до самовдосконалення і навчання впродовж життя, готова до свідомого життєвого вибору та самореалізації, відповідальності, трудової діяльності та громадянської активності. Досягнення цієї мети забезпечується шляхом формування ключових компетентностей, необхідних кожній сучасній людині для успішної життєдіяльності» [21, с.16-17].

Сучасний тренд «STEM-освіта» як концепція інтегрованого навчання учнів за чотирма профільними дисциплінами в міждисциплінарному та прикладному контексті є надзвичайно актуальним феноменом в аспекті стратегічного розвитку провідних країн світу щодо отримання ними конкурентних переваг у різних сферах людської діяльності. У STEM-навчанні відбувається поєднання наукового підходу, сучасних технологій, інженерських навиків та математичного апарату в процесі вивчення навчальних предметів. Головна мета впровадження STEM-освіти полягає у реалізації державної політики з урахуванням нових вимог Закону України «Про освіту» щодо посилення розвитку науково-технічного напрямку в навчально-методичній

діяльності на всіх рівнях; створенні науково-методичної бази для підвищення творчого потенціалу молоді та професійної компетентності науково-педагогічних працівників [31]

Різні аспекти реалізації STEM-навчання висвітлювали окремі українські науковці. Зокрема О. Барна, І. Василяшко, Д. Васильєва, О. Гриб'юк та ін. Працюючи над темою магістерської роботи, вивчали досвід запровадження елементів STEM-навчання у Криворізькому Центральній-Міському та Покровському ліцеях, криворізькій школі №51, Лозуватській школі №1 Криворізького району та інших закладах середньої освіти.

Попри усвідомлення важливості запровадження STEM-навчання, у закладах середньої освіти ще є низка проблем із засобами його реалізації, доборою вчителями тем та матеріалів для проведення STEM-занять при вивченні математики. Тому обрана нами для дослідження тема «**Застосування STEM-підходів при вивченні змістової лінії функції**» є актуальною.

Метою даної роботи є систематизація науково-методичних відомостей з досліджуваної теми, розкриття особливостей реалізації практичних аспектів STEM-навчання при вивченні змістової лінії функції в шкільному курсі математики.

Об'єкт дослідження: навчання учнів змістової лінії функції в закладах середньої освіти.

Предмет дослідження: методика запровадження STEM-підходів у навчанні функції в шкільному курсі математики.

Відповідно до мети дослідження нами були поставлені такі **завдання**:

1. проаналізувати стан дослідженості проблеми STEM-навчання у закладах середньої освіти у психолого-педагогічній, методичній та навчальній літературі;

2. визначити сутність та напрямки розвитку STEM-освіти, особливості впровадження елементів STEM-освіти у вивченні теми функції, виділити можливості використання існуючих STEM-технологій у навчанні функції в шкільному курсі математики;

3. розробити систему заходів для запровадження STEM-навчання при вивченні змістової лінії функції;
4. розробити науково-методичні рекомендації вчителям математики щодо впровадження STEM-освіти.

Основні методи дослідження: теоретичні: аналіз, порівняння і узагальнення методичної та навчальної літератури з проблеми дослідження для систематизації теоретичного матеріалу; емпіричні: бесіди з вчителями і учнями, аналіз досвіду роботи вчителів з навчання змістової лінії функції.

Практичне значення роботи полягає в тому, що матеріали дослідження можуть бути використані вчителями у практичній професійній діяльності, учнями основної/старшої школи при вивченні змістової лінії функції та підготовці до ЗНО, матеріалом можуть скористатися студенти під час опрацювання питань з методики навчання математики, у процесі виробничої педагогічної практики у закладах середньої освіти.

Апробація дослідження. Результати дослідження опубліковано в статті «Застосування STEM-підходів при вивченні змістової лінії функції» у збірнику матеріалів конференції молодих науковців Всеукраїнської науково-практичної конференції «Математичні, природничі та комп'ютерні науки, технології, навчання: науково-практичні рішення та підходи молодих науковців» [38].

Структура роботи. Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел. Повний обсяг роботи становить 70 сторінок друкованого тексту, з них 58 сторінок основного тексту. Список використаної літератури складається із 46 найменувань.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ РЕАЛІЗАЦІЇ STEM-НАВЧАННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЛІНІЇ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

1.1 Мета, цілі та завдання STEM – освіти

STEM розшифровується як Science, Technology, Engineering, Mathematics (природничі науки, технологія, інженерія, математика). Це пріоритетний напрямок в освіті, оскільки в сучасному світі все більше зростає попит на ІТ-фахівців, програмістів, інженерів, професіоналів в галузі високих технологій та ін. STEM-освіта є основою підготовки фахівців в галузі високих технологій, творче мислення яких потрібно розвивати зі шкільного курсу математики шляхом розв'язування різноманітних евристичних, дослідницьких та прикладних задач з використанням інформаційно-комунікаційних технологій, впровадження проектної та дослідницької діяльності [16, с. 206].

Формування і розвиток розумово-пізнавальних і творчих якостей молоді, рівень яких визначає конкурентну спроможність на ринку праці. Удосконалення науково-дослідної та інженерної освіти в навчальних закладах. Все це є головною метою STEM - освіти.

Різні аспекти реалізації STEM-навчання висвітлювали українські науковці. Зокрема О. Барна [4, 5], І. Василяшко [11], Д. Васильєва, О. Гриб'юк, О. Патрикеева [34], О. Пилипенко [27, 35, 1] та ін.

Як зазначає О. О. Патрикеева [34, с. 5], використання провідного принципу STEM-освіти – інтеграції – дозволяє здійснювати модернізацію методологічних засад, змісту, обсягу навчального матеріалу предметів природничо-математичного циклу, технологізацію процесу навчання та формування навчальних компетентностей якісно нового рівня.

О. Пилипенко [35], аналізуючи структуру математичної STEM-компетентності, виокремлює такі складники як мотиваційно-ціннісний, когнітивний, креативно-діяльнісний та рефлексивно-оцінний компоненти. Дослідниця наголошує на тому, щоб забезпечувати їх набуття, значну увагу слід приділяти розвитку в учнів пізнавальної мотивації та ціннісного ставлення до вивчення математики. Основоположним є набуття фундаментальних та прикладних математичних знань. Важливо набувати вміння, розвивати навички, поглиблювати досвід як репродуктивної, так і творчої діяльності у STEM-проєктах.

Попри усвідомлення важливості запровадження STEM-навчання, у закладах середньої освіти ще є низка проблем із засобами його реалізації, добором вчителями тем та матеріалів для проведення STEM-занять при вивченні математики.

Основним завданням сучасної освіти є формування компетенцій і навичок, затребуваних у XXI столітті [10, с 5].

1. *Готовність до розв'язання складних практичних проблем.* Вони виступають у вигляді суперечливої ситуації (“знаю що, не знаю як”). Проблема відрізняється від задачі тим, що вона не має однозначного розв'язання. Успішне її вирішення починається з правильної постановки, продовжується аналізом, оцінкою і завершується перевіркою і експериментальним підтвердженням.
2. *Критичне мислення.* Уміти розуміти логічні зв'язки між ідеями, визначати, будувати й оцінювати аргументи, виявляти невідповідності і помилки в міркуванні.
3. *Уміння працювати в команді.* Здатність до синхронізації та об'єднання діяльності членів групи для забезпечення успішного використання наявних інтелектуальних і матеріальних ресурсів задля досягнення поставлених цілей.

4. *Оцінювання проблеми і прийняття рішення.* Здатність до визначення проблеми, можливих шляхів її вирішення, оцінка впливу вирішення і зміни за необхідності дій.
5. *Креативність.* Готовність до творчості, цікавість до складних завдань, самостійність поглядів, оригінальність мислення, дивергентність.
6. *Формування соціально-компетентної особистості.* Здатність здійснювати самостійний вибір і приймати відповідальні рішення. Виховувати потреби і здатність до навчання впродовж усього життя.
7. *Когнітивна гнучкість.* Це розумова здатність до швидкого переходу від однієї думки до іншої. Адаптація мислення, уваги у відповідь на зміну цілей чи завдань. Розуміння й усвідомлення можливих варіантів у будь-якій ситуації.
8. *Організаційні здібності.* Уміти організовувати взаємодію і керувати людьми. Створювати позитивну мотивацію для досягнення максимальної продуктивності.
9. *Вміння домовлятися.* Здатність до досягнення компромісу без суперечок і конфліктів.
10. *Виховання в особистості любові до праці.* Забезпечити умови для життєвого і професійного самовизначення. Формувати готовності до свідомого вибору і оволодіння майбутньою професією.

Зазначені компетентності можна трактувати певною мірою і як STEM-компетентності, оскільки вони є затребуваними, зокрема при розробці та впровадженні STEM-проектів.

Серед ключових компетентностей Європейського Союзу (документ від 22 травня 2018 року) виокремлюють грамотність, багатомовну, цифрову, громадянську, особистісну, соціальну, підприємницьку компетентності та STEM-компетентність – математичну компетентність та компетентність у галузі науки, технологій та інженерії. Акцентується увага і на вмінні вчитися, культурній обізнаності та самовираженні.

1.2 Практика впровадження STEM в освітній процес

Впровадження STEM-освіти має глибинний характер і включає розв'язання проблем підготовки вчителя, який усвідомлює свою соціальну відповідальність, постійно дбає про своє особистісне і професійне зростання, вміє досягти нових педагогічних цілей. Під цим кутом зору роль вчителя полягає не лише в тому, щоб забезпечити трансляцію знань, але й бути людиною культури і вселюдських цінностей, провідником ідей державотворення і демократичних змін.

Працювати в напрямку концепції STEM-освіти можуть, насамперед, педагоги, які отримали спеціальну підготовку або пройшли додаткове професійне навчання, а також готові працювати в єдиній системі природничо-наукових навчальних дисциплін і технологій [4, с.190]. Працюючи над темою магістерської роботи, ми вивчали досвід запровадження елементів STEM-навчання у Криворізькому Центрально-Міському та Покровському ліцеях, криворізькій школі №51, Лозуватській школі №1 Криворізького району та інших закладах середньої освіти.

На основі аналізу документів МОН України [23], [31], [36], [5] та ін. виокремлюємо **першочергові завдання щодо впровадження STEM – освіти:**

- нормативно-правове забезпечення освітнього напрямку STEM;
- вивчення наявного вітчизняного та світового практичного досвіду розбудови освіти і реалізації освітнього напрямку;
- належна підготовка вчителів до роботи в нових інтегрованих умовах;
- створення навчально-методичних комплексів (засобів STEM - навчання, STEM - проєктів, STEM - кейсів);
- розробка нових інтегрованих освітніх програм;
- об'єднання ресурсів формальної та неформальної освіти;
- створення нових моделей інтеграції формальної та неформальної освіти.

На основі зазначених вище документів та публікацій науковців [19], [25], [29], [42], [4] з цього питання, можна зробити висновок, що **збагачення змісту STEM** - навчання пов'язують із максимальним використанням у структурі освітньої діяльності наукових та інженерних практик, методів наукової та технічної творчості.

При впровадженні звернути увагу слід на теоретичні моделі трансформації змісту. Розглянемо модель “3 види збагачення навчальної програми” Дж. Рензулі [34].



Рис. 1.1. Модель “3 види збагачення навчальної програми” Дж. Рензулі.

I вид - ознайомлення учнів з різними сферами STEM - знань і відповідної професійної діяльності, які можуть їх зацікавити.

II вид - орієнтація на розвиток інтелектуально-емоційної сфери в контексті набуття умінь, які необхідні для розв'язання великої кількості проблем сучасного світу.

III вид - орієнтація на проведення самостійних досліджень, створення інженерних проєктів і вирішення творчих завдань.

Ця модель допускає як незалежне так і послідовне використання виділених видів. На думку Дж. Рензулі, I і II вид призначені для всіх дітей, а III вид для дітей з особливими пізнавальними потребами.

Засоби STEM-навчання – це сукупність обладнання, ідей, явищ і способів дій, які забезпечують реалізацію дослідно-експериментальної, конструкторської, винахідницької діяльності у навчально-виховному процесі.

Найпоширенішими є:

1. друковані методичні засоби:

підручники, електронні підручники, навчальні посібники, картки-завдання, навчальні інструкції, навчальні алгоритми;

2. наочне приладдя:

- *натуральне* – обладнання, прилади, інструменти, матеріали, зразки тощо;
- *образне* (зображувальне) – фотографії, репродукції картин художників, плакати;
- *знаково-символічне* – знакові моделі, графіки, схеми, таблиці;

3. технічні засоби навчання:

- *інформаційні* – відеоапаратура;
- *контролюючі* – тренажери, прилади для діагностики процесів.

Їх використання надає учням змогу здійснювати проектну та дослідницьку діяльність, реалізувати завдання моделювання різноманітних процесів і явищ та усвідомлено формувати якісно нові трансдисциплінарні знання.

Характеризуючи структуру STEM-середовища, чимало науковців, зокрема І. Василяшко, О. Патрикеева та ін., зазначають, що складається вона з зовнішнього та внутрішнього блоків.



Рис. 1.2. Структура STEM-середовища (зовнішній блок)

Зовнішній блок:

Органи державного управління освітою здійснюють забезпечення закладів освіти нормативно-правовими документами щодо STEM-освіти.

Науковці залучаються як наставники або консультанти.

Заклади вищої освіти, промислові підприємства, бізнес-структури, науково-дослідні організації надають доступ до сучасних лабораторно-технічних комплексів зі спеціальним обладнанням для експериментальних досліджень учнів.

Спонсори, стейкхолдери, зацікавлені сторони сприяють створенню матеріально-технічної бази STEM-середовища закладу, надають практичну допомогу, можуть надавати гранти.



Рис. 1.3. Структура STEM-середовища (внутрішній блок)

Внутрішній блок:

Суб'єктний модуль ділиться на 3 групи:

1 група - учні. Формування інтересу до STEM-освіти, забезпечення високого ступеня співробітництва учня з учителями, забезпечення умови для розвитку умінь і навичок критичного мислення під час роботи зі значними обсягами інформації.

2 група - педагогічні працівники, психологи та представники соціальної служби. Забезпечення сприятливої психолого-педагогічної атмосфери для STEM-занять.

3 група - батьки, науковці, інженери та інші суб'єкти STEM-середовища, які безпосередньо не пов'язані з навчальним процесом. Створення сприятливих умов, фахової та іншої підтримки для здійснення проєктної чи науково-дослідницької діяльності. Забезпечення доступу до необхідних матеріалів, ресурсів для здійснення роботи над STEM-проєктами.



Рис. 1.4. Складові модуля навчально-методичного забезпечення STEM-середовища

Модуль навчально-методичного забезпечення STEM-середовища формується з багаторівневої бази даних, що містить максимально повне зібрання всіх навчально-методичних матеріалів.

Основне завдання **адміністративно-організаційного модуля** – здійснення управлінської функції навчально-методичного забезпечення освітнього напрямку STEM в освітньому закладі. До його складу входять директор закладу, його заступники, педагог-організатор. **Програмно-**

апаратний модуль забезпечує STEM-середовище технічними та програмними засобами, вимагає правильного вибору та конфігурації серверів, робочих станцій, мережевого та професійного обладнання, а також системного програмного забезпечення. Головні складники: локальна та локально-соціальна мережа, віртуальний простір, засоби ІКТ.

Математика є основою STEM, оскільки вона забезпечує математичний апарат для інших STEM-предметів. Впровадження елементів STEM-освіти дає можливість показати міжпредметні зв'язки математики з іншими предметами, а також її прикладну спрямованість.

Саме через застосування програмних засобів у навчальних проєктах з математики ми можемо реалізовувати STEM.

Як зазначається у навчальному посібнику з питань використання ІКТ у навчанні математики [26, с.353], Метод навчальних проєктів, що ґрунтується на ідеї комплексного використання інноваційних педагогічних технологій та ІКТ, пов'язаний з технологіями навчання у співпраці, модульним, навчанням через дослідження, технологією успіху. У роботі за методом проєктів слід дотримуватися наступних принципів: 1) цілі навчання повинні бути сприйнятими учнями, 2) необхідно забезпечувати об'єктивний контроль якості знань, 3) сприяти розвитку особистості учня. Характерною рисою пропонованої технології є практична спрямованість навчального матеріалу.

Залучення учнів у STEM може впливати на розвиток наступних навичок: співробітництво (для досягнення інноваційних результатів і розв'язування складних завдань, в команді повинні працювати особистості з різним науковим і технічним бекграундом); комунікативність (навчання в області STEM надає широкі можливості для спілкування “один на один” і “один-до-багатьох”); творчість (з використанням креативних вмінь можна покращити науковий і технологічний проєкт, показати його нерозкриті можливості; критичне мислення (здатність осмислити, вдумливо й обґрунтовано проаналізувати і застосовувати знання).

О. Пилипенко [35] та ін. подають приклади застосування системи динамічної математики GeoGebra для розробки і впровадження STEM-проектів.

Проаналізувавши навчальну, науково-методичну літературу, з'ясували, що впровадження STEM-освіти є перспективним напрямком, який на сьогоднішній день в Україні активно розвивається.

1.3 Розвиток STEM-освіти в навчальних закладах

Оскільки економіка країни відновлюється, розвивається та стає конкурентоспроможною, то перед сферою освіти постає завдання генерації нових ідей і знань, а також на уроках створити такі проблемні ситуації при вирішенні яких учень самостійно здобуде необхідні знання.

Мета розвитку STEM-освіти полягає у комплексному поширенні інноваційних методик викладання та об'єднання зусиль учасників освітнього процесу і соціальних партнерів у формуванні необхідних компетентностей здобувачів освіти, які дають можливість запропонувати розв'язання проблем суспільства, поєднавши природничі науки, технології, інженерію та математику.

Трансдисциплінарний підхід є методологічною основою формування змісту STEM-освіти.

Розвиток STEM-освіти у закладах загальної середньої та позашкільної освіти здійснюється відповідно до:

законів України «Про освіту», «Про повну загальну середню освіту», «Про позашкільну освіту», «Про наукову та науково-технічну діяльність», «Про інноваційну діяльність», «Про культуру»;

Державного стандарту початкової освіти, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 21 лютого 2018 р. № 87;

Державного стандарту базової середньої освіти, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 30 вересня 2020 р. № 898;

Концепції реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа» на період до 2029 року, затвердженої розпорядженням Кабінету Міністрів України від 14 грудня 2016 року № 988-р;

Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти), затвердженої розпорядженням Кабінету Міністрів України від 05 серпня 2020 року № 960-р);

Плану заходів щодо реалізації Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти) до 2027 року, затвердженого розпорядженням Кабінету Міністрів України від 13 січня 2021 року № 131-р;

Плану заходів щодо популяризації природничих наук та математики до 2025 року, затвердженого розпорядженням Кабінету Міністрів України від 14 квітня 2021 року № 320-р;

Положення про порядок здійснення інноваційної освітньої діяльності, затвердженого наказом Міністерства освіти і науки України від 07 листопада 2000 року № 522, зареєстрованим у Міністерстві юстиції України 26 грудня 2000 року за № 946/5167 (у редакції наказу Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України від 30 листопада 2012 року № 1352);

наказу Міністерства освіти і науки України від 16.10.2019 № 1303 «Про затвердження Стандарту спеціалізованої освіти наукового спрямування»;

наказу Міністерства освіти і науки України від 29.04.2020 № 574 «Про затвердження Типового переліку засобів навчання та обладнання для навчальних кабінетів і STEM-лабораторій» та інших законодавчих актів. [32]

Організація також опирається на подальшому упровадженні реформи «НУШ», яка починається з врахуванням Плану заходів щодо реалізації Концепції розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти) до 2027 року, що окреслює заходи, пов'язані з формуванням і з розвитком навичок науково-дослідницької та інженерної діяльності та популяризацією науково-технічних та інженерних професій.

Важливим значенням для забезпечення науково-методичної підтримки є розроблення інтегрованих навчальних програм для всіх типів закладів освіти.

Наказом Міністерства освіти і науки України від 12.07.2021 № 795 надано гриф «Рекомендовано Міністерством освіти і науки України» модельним навчальним програмам для базової середньої освіти, у змісті яких реалізуються концептуальні засади Державного стандарту базової середньої освіти, затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 30.09.2020 № 898, серед яких: «STEM. 5-6 класи (міжгалузевий інтегрований курс)» (авт. Бутурліна О.В., Артем'єва О.Є.), «Робототехніка. 5–6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Сокол І. М., Ченцов О. М.) [32]

Заклади освіти, що вже мали справу зі STEM-освітою можуть на основі навчальних програм, що отримали гриф «Рекомендовано МОН України» розробляти навчальні програми зі STEM-інтегрованих курсів, в яких має бути опис результатів навчання.

Навчальні програми STEM-освіти спрямовані на забезпечення потреб на наукомістку освіти. Це може бути, як проведення наукових досліджень так і перевірка гіпотез.

Через воєнний стан в країні організація освітнього процесу стала новим, незвіданим викликом для педагогів. У зв'язку з нестабільною ситуацією в країні, роботу закладів рекомендується організовувати в залежності від ситуації та все ж в пріоритеті має бути саме безпека кожної дитини та працівника закладу. Нашим же завданням, як педагогів є налаштування освітнього процесу таким чином, щоб він був максимально комфортним та безпечним. Оптимальнішою формою навчання в умовах воєнного часу є змішана, тобто поєднання онлайн навчання з офлайн.

Міністерством освіти і науки України упроваджено ряд освітніх ініціатив для вчителів, здобувачів освіти та їх батьків щодо дистанційного навчання, психологічної підтримки та інформування. Окрім того, низку рекомендацій як організувати викладання навчальних предметів в умовах воєнного стану надано Державною службою якості освіти.

Для організації дистанційних занять в закладах позашкільної освіти педагоги можуть використати ресурси Українського державного центру позашкільної освіти, Національного еколого-натуралістичного центру учнівської молоді; послухати лекції лауреатів Нобелівської премії та науковців з усього світу пропонує Національний центр «Мала академія наук України».

[32]

Практичну складову дистанційного STEM-навчання можна проводити в синхронному та асинхронному режимах. При цьому синхронний режим (онлайн-заняття) доцільно використати для консультацій, обговорень найбільш складних питань, проведення експериментів, лабораторних, практичних робіт.

Реалізувати STEM-навчання можна за допомогою таких форм, як урок/заняття, проєкт, квест та хакатон. Розглянемо детальніше кожен організаційну форму.

1. STEM-урок/заняття – це поєднання трьох та більше дисциплін.
2. STEM-проєкт – це навчально-дослідницька діяльність учнів яка передбачає створення практичного продукту.
3. STEM-квест – інтелектуальне змагання в яке входять проблемні завдання, на виконання яких знадобляться будь-які ресурси, навіть Інтернет.
4. STEM-хакатон – заняття/захід під час якого учні розв'язують певну соціальну проблему за фіксований проміжок часу.

Характеризуючи особливості STEM-уроків, на **перший план виходить не володіння теорією**, а вміння використовувати свої знання на практиці. **І уроки стають практичними заняттями**, які демонструють можливості застосування теоретичних знань у конкретних ситуаціях.

- **Розробляючи моделі, створюючи проєкти**, учні аналізують дані, співвідносять її з наявним досвідом і знаннями. Це формує в них упевненість у власних силах, переконаність, що зможуть за необхідності вирішити складні проблеми.

- **Групова робота**, що часто застосовується у такого роду

проектах, привчить висловлювати власну думку, відстоювати її, співпрацювати з однокласниками, сприймати і розуміти точку зору іншої людини. Застосування STEM на уроці навчить дітей сприймати завдання, формулювати дослідницьку гіпотезу, застосовувати оригінальні способи пізнання, розвиватиме аналітичне і критичне мислення.

Досвід STEM-навчання поширює криворізький вчитель-методист з 35-річним стажем О. В. Євтушенко [46, с.322]. В Олени Василівни є низка публікацій у журналах для профтехосвіти. Вона автор посібника «Математика в професії». Вона звернулася до викладачів спецпредметів і ознайомила з тим матеріалом, який закладений у їхні підручники. Стала складати за ним завдання для уроків математики. Намагалася наблизити математику до життя, до учнів. Наприклад, коли вивчали теорію ймовірностей, ходила на заняття з колодою гральних карт, гральними кубиками, монетами, лото. Проводили з учнями різні експерименти, обчислювали ймовірності певних подій. Коли вивчали об'єми тіл, площі поверхонь, приносили з дому гайки, гвинти, втулки. Вимірювали їх, обчислювали площі, об'єми, порівнювали результати, робили висновки. Учителі спільно проводили бінарні уроки, семінари. Наприклад, є зв'язок між вивченням інтегралів і приготуванням каші. Потрібно було заздалегідь розрахувати, скільки крупи і води потрібно взяти, щоб приготувати кашу необхідної консистенції. Учні не тільки інтеграли обчислювали, але й заповнювали калькуляційні карти, а потім і кашу варили.

Освітнє STEM-середовище, а точніше його створення – це одне з основних завдань розвитку STEM-освіти. Його поняття можна розуміти, як інтелектуальні та матеріальні умови впровадження результатів дослідної роботи.

Найпопулярнішим напрямом STEM-освіти залишається робототехніка. Робототехніка – це наука, що вивчає процеси створення та програмування спеціальних складних технологічних пристроїв для досягнення певного результату. Процес створення робота – це об'єкт робототехніки, а сам робот – це суб'єкт робототехніки [32].

Її вивчення означає, що ми можемо застосовувати практично ті теоретичні знання, які отримали поєднавши природничо-математичні предмети та інформатику. Під час створення, учні знайомляться з моделюванням, програмуванням та навіть дизайном.

Оскільки зараз навчання відбувається здебільшого у змішаній формі, то для того, щоб учні все одно могли створювати роботів, були створені спеціальні платформи, такі як Arduino, Lego education, JIMU Robot.

Для того, щоб створити робота, учні мають спочатку за допомогою конструктора зібрати його, а потім, написавши код вже дати йому якусь команду.

Повертаючись до STEM-освіти хочу наголосити про те, що вона вимагає від педагогів активного використання новітніх підходів до викладання матеріалу та його оцінення.

Щоб відповідати стандартам МОН педагогам рекомендують брати участь у заходах для підвищення їх професійної майстерності. Це можуть бути:

- Всеукраїнська науково-практична конференція «STEM – світ інноваційних можливостей» (10.11.2022),
- «Педагогічна STEM-майстерня» (щомісячно), «Марафон STEM-уроків» (квітень 2023) [23]

Також пропонується долучитися до Всеукраїнського фестивалю «STEM-весна» який проходить з 01.03.2023 по 31.05.2023. Цей фестиваль є унікальною платформою для проведення майстер-класів, тренінгів, дискусій та обміну досвідом.

1.4 Методичні особливості вивчення змістової лінії функції у шкільному курсі математики

Функція - одне з основних математичних і загальнонаукових понять. Яке відіграє велику роль у пізнанні реального світу. Жодне з інших понять не відображає явищ реальної дійсності з такою безпосередністю і конкретністю, як поняття функціональної залежності.

Поняття функції – основне поняття вищої математики, тому якість підготовки учнів середньої школи до засвоєння математики вищої школи багато в чому залежить від того, наскільки твердо і повно засвоєно в школі. Багато понять шкільного курсу математики базуються на понятті функції, а також вирішення багатьох завдань, безпосередньо не пов'язаних з поняттям функції, використовують знання про неї.

Розглянемо, як і в якому класі вивчають змістову лінію **функція**.

7 клас

На вивчення теми **Функції** в 7-му класі відводиться 10 годин. За цей час очікуваними результатами навчально-пізнавальної діяльності учнів мають бути:

- 1) наведення прикладів функціональних залежностей та лінійних функцій;
- 2) пояснення, що таке аргумент, функція, область визначення та область значень функції, графік функції;
- 3) формулювання означень до поняття: функція, графік функції, лінійна функція, пряма пропорційність;
- 4) описування побудови графіка функції;
- 5) розв'язування вправ, що передбачають знаходження області визначення функції, знаходження значення функції за даним значенням аргументу, побудову графіка лінійної функції, знаходження за графіком функції значення функції за даним значенням аргументу і навпаки, визначення окремих характеристик функції за її графіком;
- 6) складання та розв'язування задач на пряму пропорційність на основі життєвого досвіду, побудову графіків при моделюванні реальних процесів з використанням лінійної функції тощо.

8 клас

В темі **Раціональні вирази** на яку відводиться 24 години, учні знайомляться з функцією виду $y = \frac{k}{x}$ - гіперболою.

Очікуваними результатами в цій темі для учнів є:

- 1) описання властивості функції $y = \frac{k}{x}$ за її графіком;

2) розв'язування вправ, що передбачають побудову графіка функції $y = \frac{k}{x}$

В темі **Квадратні корені. Дійсні числа** на яку відводиться 10 годин, учні знайомляться з функціями виду $y = x^2$ та $y = \sqrt{x}$

Очікуваними результатами є:

- 1) характеризування властивостей функцій $y = x^2$ та $y = \sqrt{x}$ за їх графіками;
- 2) розв'язування вправ, що передбачають побудову графіків функцій $y = x^2$ та $y = \sqrt{x}$.

9 клас

На вивчення теми **Квадратична функція** в 9-му класі відводиться 10 годин. За цей час очікуваними результатами навчально-пізнавальної діяльності учнів мають бути:

- 1) наведення прикладів квадратичної функції;
- 2) обчислення значення функції в точці
- 3) пояснення перетворення графіків функції: $f(x) \rightarrow f(x) + a$; $f(x) \rightarrow f(x+a)$; $f(x) \rightarrow kf(x)$, $f(x) \rightarrow -f(x)$; алгоритму побудови графіка квадратичної функції;
- 4) характеризування функції за її графіком
- 5) розв'язування вправ, що передбачають побудову графіка квадратичної функції.

Під час вивчення квадратичної функції учням доцільно запропонувати STEM-проекти на визначення найбільшого чи найменшого значення функції. Приклади таких проектів наведено нами у другому розділі цієї роботи.

10 і 11 класи передбачають різний рівень вивчення математики.

Програма рівня стандарту визначає зміст навчання предмета, спрямований на завершення формування в учнів уявлення про математику як елемент загальної культури. При цьому не передбачається, що в подальшому випускники школи продовжуватимуть вивчати математику або пов'язуватимуть з нею свою професійну діяльність.

Програма академічного рівня задає дещо ширший зміст і вищі вимоги до його засвоєння порівняно з рівнем стандарту. Вивчення математики на академічному рівні передбачається передусім у тих випадках, коли вона тісно пов'язана з профільними предметами і забезпечує їх ефективне засвоєння.

Програма профільного рівня передбачає поглиблене вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями [22, с.30].

Серед очікуваних результатів навчально-пізнавальної діяльності учнів виокремимо ті, які найбільше можемо використати у навчанні степеневих функцій з використанням STEM-підходів. Учень (учениця) обчислює за формулами значення величин, використовуючи різні одиниці вимірювання; виконує відсоткові розрахунки; знаходить природну область визначення функціональних залежностей; встановлює за графіком функції її основні властивості; досліджує властивості функцій; розпізнає та зображує графіки степеневих функцій; моделює реальні процеси за допомогою степеневих функцій.

Серед очікуваних результатів учнів при вивченні показникової та логарифмічної функції є вміння розпізнавати та будувати графіки показникової і логарифмічної функцій; ілюструвати властивості показникової і логарифмічної функцій за допомогою графіків; застосовувати показникову та логарифмічну функції до опису реальних процесів. Наприклад, учні, знаючи властивості показникової функції, можуть розраховувати реальні доходи від депозитів; або визначати, у якому банку та за яких умов доцільно взяти кредит тощо. Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів.

Розглянемо, як і які теми вивчаються на кожному рівні (табл. 1.1)

Порівняння матеріалу змістової лінії функції для різних профілів. 10 клас

	Рівень стандарту	Академічний рівень	Профільний рівень
Функції, їх властивості та графіки	Числові функції; способи задання функції; область визначення і множину значень функції; графік функції; монотонність, парність і непарність функції; неперервність. Степеневі функції, їх властивості та графіки.	Усе те, що і в рівні стандарту, а також властивості і графіки основних видів функцій; побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій, обернена функція	Усе те, що в академічному рівні та застосування властивостей функцій до розв'язування рівнянь
Степенева функція	-	Функція $y = \sqrt[n]{x}$; степенева функція, її властивості та графік	Функція $y = \sqrt[n]{x}$; степенева функція, її властивості та графік; оборотні функції; взаємно обернені функції
Тригонометричні функції	Тригонометричні функції числового аргументу; основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу; формули зведення; періодичність функцій; властивості та графіки тригонометричних функцій; формули додавання тригонометричних функцій. Гармонічні коливання		Тригонометричні функції числового аргументу. Періодичність функцій. Властивості та графіки тригонометричних функцій.

		<p>Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу. Формули зведення. Тригонометричні формули: формули додавання, формули подвійного аргументу, формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у добуток, формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму; Вираження тригонометричних функцій через тангенс половинного аргументу.</p>
--	--	---

Порівняння матеріалу змістової лінії функції для різних профілів 11 клас

	Рівень стандарту	Академічний рівень	Профільний рівень
Показникова та логарифмічна функція	<p>Степінь із довільним дійсним показником; властивості та графіки показникової функції.</p> <p>Логарифми та їх властивості; властивості та графік логарифмічної функції.</p>	Окрім того, що входить в рівень стандарту, з'являються ще похідні показникової та логарифмічної функції.	
Похідна та її застосування	<p>Границя функції в точці; похідна функції, її геометричний і фізичний зміст.</p> <p>Правила диференціювання.</p> <p>Ознака сталості функції; достатні умови зростання й спадання функції; екстремуми функції; найбільше і найменше значення функції на проміжку.</p>	<p>Ця тема розглядається перед темою «Показникова та логарифмічна функція»</p> <p>Поняття про неперервність та границю функції в точці.</p> <p>Задачі, що приводять до поняття похідної; геометричний та фізичний зміст похідної; похідна суми, добутку і частки функцій; похідна складеної функції.</p>	<p>На цьому рівні ця тема також розглядається перед темою «Показникова та логарифмічна функція»</p> <p>Вона містить у собі академічний рівень та основні теореми про границі функції в точці; властивості неперервних функцій; точки розриву функції; вертикальні та горизонтальні асимптоти графіка функції.</p>

	Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їхніх графіків.	Застосування похідної до дослідження функцій та побудови їх графіків: зростання, спадання функції; екстремуми функції; найбільше і найменше значення функції на відрізьку. Рівняння дотичної до графіка функції у заданій точці. Розв'язування задач прикладного змісту	Похідні степеневі та тригонометричних функцій. Друга похідна; поняття опуклості функції; точки перегику; знаходження проміжків опуклості функції та точок її перегику. Застосування першої та другої похідних до дослідження функцій і побудови їх графіків. Асимптоти графіка функції.
Інтеграл та його застосування	Первісна та її властивості. Визначений інтеграл, його геометричний зміст. Обчислення площ плоских фігур, інші застосування інтеграла		

1.5. Програмні засоби для побудови графіків функцій та рівнянь

У контексті STEM-навчання доцільно розглянути, які програмні засоби можуть додатково використати учні для побудови графіків функцій.

Програмно-методичний комплекс GRAN може успішно використовуватися не лише у навчанні математики у середній школі, але й при вивченні вищої математики, математичного аналізу, елементарної математики, теорії ймовірностей та математичної статистики, методики навчання математики у закладах вищої педагогічної освіти. Комплекс створений авторським колективом

під керівництвом М.І. Жалдака, академіка АПН України, доктора педагогічних наук, професора [26]. Як зазначають автори посібника, значний вклад в розробку нових версій програм внесли Ю.В. Горошко, О.В. Вітюк, Є.Ф. Вінниченко, А.О. Костюченко.

За допомогою GRAN1 можна будувати та аналізувати функціональні залежності явного та неявного видів, які задані в декартових чи в полярних координатах, параметрично, таблично; графічно розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи з однією чи двома змінними; наближено визначати корені многочленів; досліджувати границі числових послідовностей та функцій.

Щоб створити нову функціональну залежність, необхідно виконати ланцюжок команд: *обрати тип залежності* (рис. 1.5) – *Об'єкт \ Створити* – *Ввести функціональну залежність у рядку на панелі введення даних* – *Зазначити відрізок задання* – *Графік побудувати*.

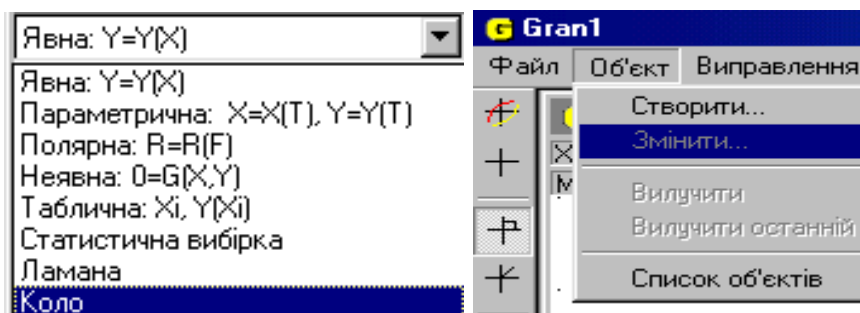


Рис. 1.5. Панель вибору типу функціональної залежності

Для вказування залежностей між змінними використовується *панель введення функціональних залежностей* (рис. 1.5). При потребі можна змінити колір графіка залежності. Якщо у властивостях об'єкта для побудови графіка зняти відмітку \checkmark , то графік функції на екран виводитися не буде. Якщо перед формулою у списку об'єктів зняти відмітку \checkmark , то на функцію не поширюватимуться операції, які виконує користувач, хоча графік функції може будуватися.

Щоб *обчислити площу фігури*, обмеженої графіками функцій $y = \sqrt{6x-5}$, $y = (x-2)^2$, потрібно очистити екран, побудувати графіки функцій, визначити абсциси точок перетину графіків – межі інтегрування. Для даного

прикладу нижня межа інтегрування 1, а верхня 4,1. Далі користуються послугою *Інтеграл*. Спочатку обчислюють площу кожної з криволінійних трапецій окремо. Площу між кривими потрібно обчислити як різницю площ двох криволінійних трапецій.

Побудуємо графіки гармонічних коливань. З'ясуємо, як можна ввести у функціональну залежність параметри. Побудуємо довільну пряму, паралельну осі *Ox*. На ній візьмемо три довільні точки *A*, *W*, *F*. Скористаємося послугою *Об'єкт \ Створення \ Графік функції*. Обираємо тип функціональної залежності «явний» і записуємо аналітичний вираз $x(A) \cdot \cos(x(W) \cdot (x + x(F)))$. У виразі роль параметрів відіграють абсциси зазначених точок. Змінюючи положення точки *A*, фіксуємо вплив параметра *A* на амплітуду коливань. Зміна положення точки *W* веде до зміни частоти коливань (рис. 1.6). Зміну початкової фази викликати зміна абсциси точки *F*.

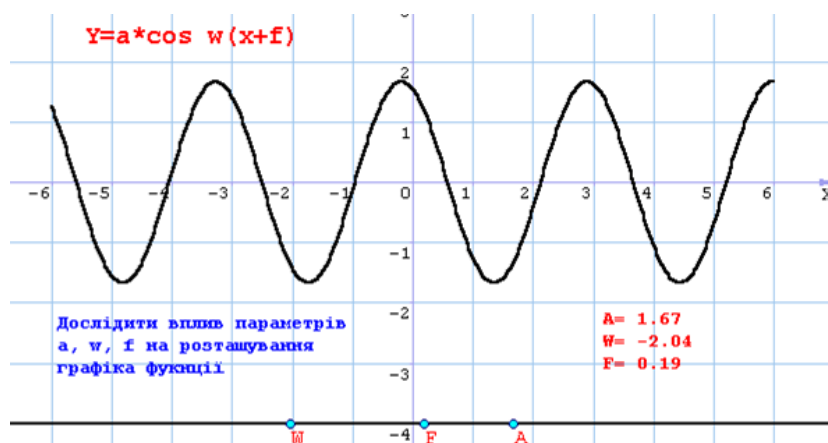


Рис. 1.61. Дослідження гармонічних коливань за допомогою GRAN-2D

GeoGebra – це вільне програмне забезпечення, система динамічної математики для всіх рівнів освіти, що включає в себе окрім розділів геометрії, алгебри, таблиць, графіків, математичного аналізу, також блоки теорії ймовірностей і статистики в одному зручному для використання пакеті. Тому засіб може успішно використовуватися як у навчанні математики у середній школі, так і при вивченні вищої математики, аналітичної геометрії, математичного аналізу, елементарної математики, методики навчання математики у закладах вищої педагогічної освіти.

При створенні функціональних залежностей у виразах можна виконувати арифметичні дії $+$, $-$, $*$, $/$, $^$ (піднесення до степеня) та логічні дії. Можна використовувати математичні функції (подані для україномовної версії): \sin – синус; \cos – косинус; tg – тангенс; ctg – котангенс; $arctg$ – арктангенс; $arcsin$ – арксинус; $arccos$ – арккосинус; abs – модуль; $sqrt$ – квадратний корінь; ln – натуральний логарифм; lg – десятковий логарифм; $\log(b,x)$ – логарифм за основою b ; exp – експоненту; гіперболічний синус – \sinh ; ch – гіперболічний косинус; th – гіперболічний тангенс; $arcsh$ – гіперболічний арксинус; $arth$ – гіперболічний арктангенс; *випадковий* – *random* – генератор випадкових чисел, $0 \leq random < 1$ та інші. Можна використовувати функції у виразах. Наприклад, $tg(x+2)$; $ln(ln(1/x))$; $cos((x)^3)$.

При записі виразів враховують пріоритет дій і функцій: 1) Функції, 2) $^$, 3) $*$, $/$; 4) $+$, $-$ 5) $>$, $=$, $<$, \leq , \geq ; 6) заперечення; 7) і, або. При побудові графіків тригонометричних функцій варто змінити налаштування полотна вздовж осі абсцис.

Щоб обчислити площу криволінійної трапеції, яка обмежена знизу і зверху графіками двох функцій, використовують команду *ІнтегралМіж*(*<Функція>*, *<Функція>*, *<Початкове значення x>*, *<Кінцеве значення x>*).

Автори посібника [26] порівнюють, як потрібно обчислити площу фігури, обмеженої графіками кривих $y = \sqrt{6x-5}$, $y = (x-2)^2$ з використанням різних програмних засобів. Для цього створюють два об'єкти функція за допомогою виконання команд *Функція*[*sqrt(6*x-5),-2,5*] та *Функція*[(*x-2*)²,*-2,5*]. Останні два параметри, подані у дужках, визначають межі побудов графіків на полотні. Після цього застосовують команду *Перетин*, зазначивши у дужках позначення для обох введених функцій. На заключному етапі у рядку введення записують команду *ІнтегралМіж*[*f,g,x(A),x(B)*], де $x(A)$ та $x(B)$ – абсциси точок A і B перетину графіків функцій. При цьому на полотні з'являється виділення кольором фігури, площу якої потрібно було знайти, а також числове значення площі (Рис. 1.7).

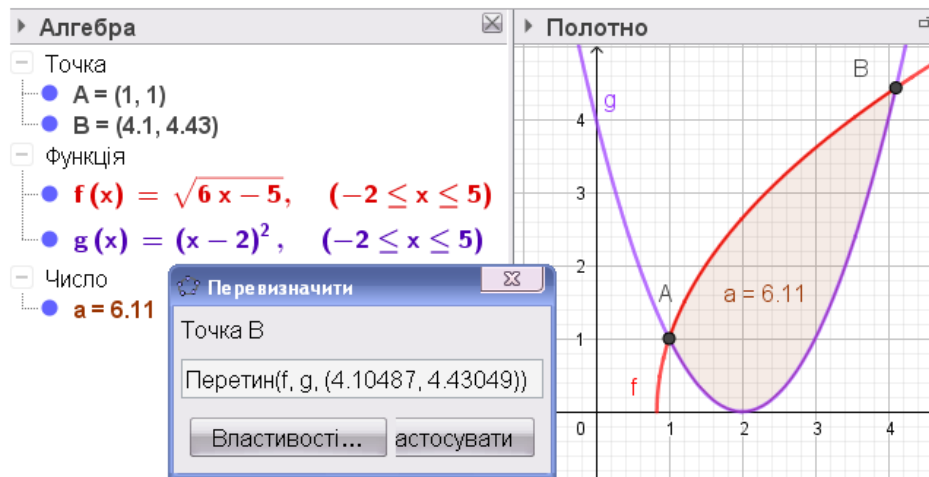


Рис. 1. 7. Скріншот з результатом виконання команди *ІнтегралМіж*

Лабораторні роботи з використанням GRAN чи GeoGebra краще виконувати на початку вивчення певної теми, оскільки ці засоби більшою мірою є інструментального, ніж контролюючого характеру, і тому найбільш ефективні при ознайомленні з новим матеріалом та при розв'язуванні задач дослідницького характеру. Передувати лабораторній роботі може підготовка у формі виконання домашнього завдання, коли повторюється певний теоретичний матеріал, що буде використовуватись при виконанні роботи. Доцільно запропонувати аналітично розв'язати приклади, щоб в подальшому перевірити правильність розв'язку за допомогою програмних засобів.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ РЕАЛІЗАЦІЇ STEM-ПІДХОДІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ФУНКЦІЙ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

2.1 Запровадження STEM-підходів у навчанні функцій в основній школі

Проект «Функції в житті людини» передбачає поглиблене і більш конкретизоване вивчення учнями різного роду функцій. Пропонуємо поділити клас на підгрупи, в кожній підгрупі повинно бути не менше чотирьох учасників. І задаємо для кожної підгрупи свою функцію, наприклад: показникова, тригонометрична, логарифмічна, квадратична. При виконанні цього проекту можемо запропонувати розпочати роботу над проектом з підбору вислову якогось вченого, далі пропонуємо працювати наступним чином:

1 учень повинен підготувати матеріал про конкретну функцію з математичної точки зору: указати властивості функції, зобразити її графік, повідомити ким і коли була запроваджена дана функція;

2 учень з підгрупи повинен підготувати проєкт щодо використання даної функції в різних фізичних процесах, в галузях техніки і природи;

3 учень готує матеріал, щодо використання заданої функції в музиці та мистецтві;

4 учень готує матеріал щодо використання функції в різних науках.

У навчальному посібнику [24] наведено приклад фрагментів виконання частинки такого проєкту на прикладі однієї підгрупи: «Показникова функція в житті людини», - це назва проєкту для всієї групи учнів. Далі пропонують розбити цю тему на більш вузькі підтеми.

Створення малюнків з використанням динамічної математики є одним із підходів запровадження STEM-освіти. Значно підвищує інтерес школярів до вивчення математики *дидактична гра*. Вплив її на школярів проявляється в тому, що гра вносить деякий елемент невизначеності, що збуджує, активізує розум, налаштовує на пошук оптимальних рішень. У формі конкурсу художників-математиків рекомендують провести заняття побудови графіків

функцій і автори публікації [24]. Бажано об'єднати учасників у групи і кожній з них запропонувати системи рівнянь чи нерівностей, якими зашифровано малюнок. Переможе та команда, яка краще справиться з побудовою графіків, записаних на аркушах. Побудову можна здійснити як вручну, так і з використанням динамічної математики. Виконуючи завдання, учасники оперують також поняттями області визначення і області значень функції.

Завдання з тренувального перейде в розряд розвиваючого, якщо запропонувати учасникам описати рівняннями малюнок, виконаний в координатній площині. При вивченні теми *«Побудови графіків функцій за допомогою елементарних перетворень»* актуальним буде STEM-проект *«Малюємо графіками функцій»*. Кінцевим продуктом в проекті стане колекція малюнків. Завдання для учасників будуть корисними у тому сенсі, що закладають базу для усвідомлення практичного застосування матеріалу – опису графічних зображень за методом функціонального подання. Учням доступно вивчати предмет в ігровій формі, тому й учителів потрібно готувати до цього. При цьому наявний елемент заохочення, ігровий ефект. *«Художники»* мають можливість проявити нестандартний підхід, творчість, розкрити прихований потенціал дослідника.

Починаючи з 9-го класу при поглибленому вивченні математики, доступні для побудови рис. 2.1 Малюнок «Котик» (рис. 2.1) описано поданими нижче рівняннями та нерівностями. Наразі повну побудову можемо виконати у класичній GeoGebra.

Об'єкти явного виду задання:

1) $y=x*x/4, x \in [-6,5; 6,5]$; 2) $y=10, x \in [-5;-3]$;

3) $y=2, x \in [-1; 1]$; 4) $y=9, x \in [-4;-2]$;

5) $y=9, x \in [2; 4]$; 6) $y=x*x+1, x \in [-1;1]$;

7) $y=-0.25*x^2+abs(x)+3$, 8) $y=-0.35*x^2+abs(x)+3, x \in [-3; 3]$;

9) $y=-0.5*x^2+abs(x)+3, x \in [-2,5; 2,5]$.

Об'єкти неявного виду задання $f(x,y)=0, f(x,y)<0, f(x,y)>0$:

1) $y+abs(abs(x)*2-8)-15=0, x \in [-10;10]; y \in [10;15]$;

$$2) y + \text{abs}(\text{abs}(x) * 2 - 8) - 12 < 0, x \in [-10; 10]; y \in [10; 12];$$

$$3) y + 7 * \text{abs}(x) - 7 < 0, x \in [-10; 10]; y \in [5; 7];$$

$$4) (\text{abs}(x) - 3)^2 + (y - 8)^2 - 0.5 = 0. \quad 5) (\text{abs}(x) - 3)^2 + (y - 8)^2 - 0.05 < 0$$

$$6) y + 2 * x^2 - 1.5 < 0, \quad x \in [-10; 10]; y \in [1; 2].$$

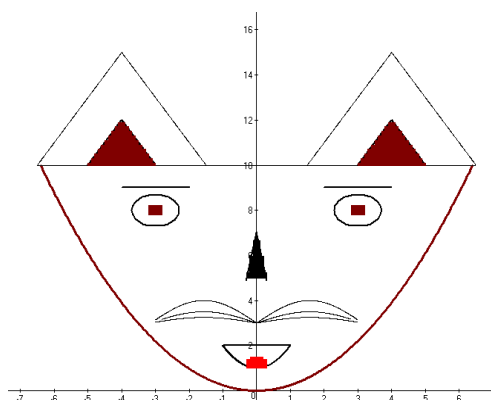


Рис. 2.1. Малюнок «Котик»

Конкретну задачу на відшукування екстремальних значень можна розв'язувати різними способами. Часто використовують нерівність трикутника, обмеженість функції синус і косинус; квадратична функція $y = ax^2 + bx + c$ досягає в точці $x = -0.5b/a$ максимального значення при $a < 0$, та найменшого при $a > 0$. Вивчаючи тему «Доведення нерівностей» в класах з поглибленим вивченням математики, доцільно запропонувати для розв'язування практичні задачі, в яких для обґрунтування використовуються нерівності Коші, Коші-Буняковського. Зазначимо, що часто опорну нерівність Коші (для $a \geq 0, b \geq 0$ виконується $0.5(a+b) \geq \sqrt{ab}$) використовують формально, бо не перевіряють, коли в нерівності виконується умова рівності (при $a=b$). Саме з умови рівності отримуємо важливий висновок: якщо сума двох додатних чисел стала, то їх добуток буде найбільшим тоді, коли значення цих величин рівні між собою. Якщо ж добуток двох додатних величин сталий, то їх сума буде найменшою тоді і тільки тоді, коли значення цих величин збігаються. Умова рівності в практичних задачах на екстремум найсуттєвіша.

Розглянемо схему розв'язування задач з практичним змістом.

1. Вивчення задачі і здійснення її структурного аналізу:

а) виділення об'єктів задачі та відношень між ними;

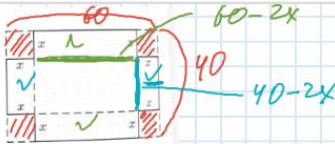
- б) виділення величин, які розглядаються в задачі;
- в) пригадування і встановлення співвідношень між величинами.
- 2. Складання плану розв'язування задачі у загальному вигляді.
- 3. Побудова математичної моделі: складання числових виразів, рівнянь, нерівностей, використання готових (раніше вивчених) співвідношень, формул, тотожностей.
- 4. Розв'язування задачі.
- 5. Перевірка правильності моделювання та розв'язку задачі.
- 6. Дослідження здобутих розв'язків у даній практичній ситуації, знаходження остаточного результату – відповіді.
- 7. Пошуки інших способів розв'язування задачі, виділення найраціональнішого.
- 8. Опис найраціональнішого способу розв'язування задачі.
- 9. Складання задач, обернених до даної, їх розв'язування.
- 10. Встановлення меж застосування способу розв'язування задачі (для задач з іншим практичним змістом чи іншими числовими даними).
- 11. Складання узагальненої задачі, її розв'язування та дослідження.

Наведені нижче задачі пропонувалися учням польською мовою. Адже у STEM-навчанні важливо розвивати іншомовну компетентність учнів.

Задачі 1. З прямокутної заготовки із заданими розмірами виготовити відкриту коробку з найбільшою бічною поверхнею. Для розв'язування задачі складають математичну модель – квадратичну функцію та знаходять її максимальне значення, яке досягається у вершині параболі.

Przykład 4

Z prostokątnego arkusza tektury o bokach 60 cm i 40 cm wycinamy w rogach kwadraty tak, aby po odpowiednim sklejeniu pozostałej części otrzymać otwarte pudełko. Jaka powinna być długość boków wycinanych kwadratów, aby pole powierzchni bocznej pudełka było największe? Oblicz to pole.



$$V_{\max} = (40-2x) \cdot (60-2x) \cdot x$$

Pole powierzchni bocznej pudełka w zależności od długości boków wyciętych kwadratów opisuje funkcja:

$$P(x) = 2(40 - 2x) \cdot x + 2(60 - 2x) \cdot x = -8x^2 + 200x$$

Określamy dziedzinę funkcji: $D = (0; 20)$.

Wyznaczamy współrzędne wierzchołka paraboli $y = -8x^2 + 200x$:

$$x_w = -\frac{b}{2a} = -\frac{200}{-16} = 12,5, \quad y_w = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{40000}{-32} = 1250$$

Ponieważ $x_w \in (0; 20)$ oraz ramiona paraboli są skierowane w dół, największa wartość funkcji P przyjmowana jest dla x_w .

Pudełko ma zatem największe pole powierzchni bocznej, jeśli długość boków wyciętych kwadratów jest równa 12,5 cm. Pole to jest równe 1250 cm².

Cwiczenie 4

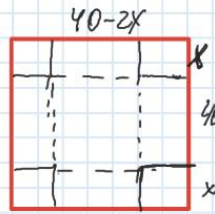
Z kwadratowego arkusza tektury o polu 1600 cm² wycinamy w rogach kwadraty tak, aby po odpowiednim sklejeniu pozostałej części otrzymać otwarte pudełko. Jaka powinna być długość boków wycinanych kwadratów, aby pole powierzchni bocznej pudełka było największe? Oblicz to pole.

$$a^2 = 1600; \quad a = 40$$

Зу заданої величини

керуючі з найбільшого
ділянки з найбільшого

$$P(x) = x \cdot (60-2x) \cdot 2 + x \cdot (40-2x) \cdot 2$$



$$P_{\text{бок. пов.}} = 4 S_{\text{сторони}} = 4 \cdot x \cdot (40-2x)$$

$$P_{\text{бок.}} = 160x - 8x^2 = -8x^2 + 160x$$

найбільше значення у вершині парабол

$$x_0 = -\frac{b}{2A} \quad x_0 = \frac{-160}{2 \cdot (-8)} = \frac{-160}{-16} = 10$$

$$P_{\text{бок.}} = 4 \cdot 10 \cdot (40-2 \cdot 10) = 40 \cdot 20 = 800$$

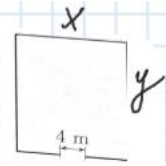
найбільше

найбільше значення у вершині парабол

Рис. 2.2 Скріншот з розв'язуванням задачі на пошук екстремуму.

За поданим рисунком обгородити земельну ділянку найбільшої площі, якщо відома довжина її загорожі.

3. Мамы 80 м бєзучєх сїткї огрєдзєнїєвєй. Члємє нїя огрєдчї прєстєкїтнї огрєдєк є як нївїсшєй прєвїрхнї. Якїє вїмїарї пєвїннїє мїєт тєн огрєдєк, єсїлї нїє бєдїємїє грєдчїє єднєгє бєкє нї оєдїєнкє 4 м?



4. Мамы 28 м бєзучєх сїткї огрєдзєнїєвєй. Члємє нїя огрєдчїє прєстєкїтнї огрєдєк прїлєгїєкї єднїм з бєкєв до сїчїєнї дємє. Якїє пєвїннїє бїтїє вїмїарї огрєдєкї, єбї єгє прєвїрхнїє бїлї єк нївїсшєй?



$$\begin{aligned} 2) \quad 80 \text{ м} \quad & x + x - 4 + 2y = 80 - \text{периметр} \\ & x - 2 + y = 40 \\ & y = -x + 42 \end{aligned}$$

$$S = x \cdot y = x \cdot (-x + 42) \rightarrow \max$$

найбільше значення у вершині парабол



$$S(x) = -x^2 + 42x$$

$$x_0 = -\frac{b}{2A} \quad x_0 = -\frac{42}{2 \cdot (-1)} = \frac{42}{2} = 21$$

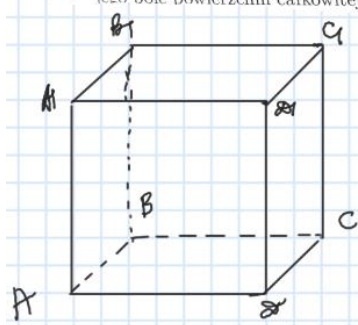
$$y = -21 + 42 = 21$$

$$S = 21^2 = 441 \text{ м}^2$$

Отримав : найбільше значення у вершині парабол, коли сторона квадрата 21 м.

Рис. 2.3 Скріншот з розв'язуванням задачі на пошук екстремуму квадратичної функції

5. Podstawą prostopadłościanu o wysokości 5 cm jest prostokąt o obwodzie 12 cm. Jakie powinny być wymiary podstawy tego prostopadłościanu, by jego pole powierzchni całkowitej było największe?
6. Szkielet prostopadłościanu wykonano z 56 cm drutu. Podstawą prostopadłościanu jest prostokąt, którego jeden bok jest dwa razy dłuższy od drugiego. Jakie powinny być długości krawędzi tego prostopadłościanu, by jego pole powierzchni całkowitej było największe?



$AA_1 = 5 \text{ cm}$
 $P_{ABCD} = 12 \text{ cm}$
 $ABCD$ - prostokąt

$S_{\text{powierzchni całkowitej}} = S_{\text{podstawy}} + 2S_{\text{boków}}$
 $S_{\text{podstawy}} = P_{\text{podst.}} \cdot h$
 $S_{\text{boków}} = 12 \text{ cm} \cdot h = 12 \cdot 5 = 60$
 $S_{\text{podst.}} = xy = x(6-x)$
 $S_{\text{całkowitej}} = 60 + 2 \cdot x(6-x) \rightarrow \max$

$2x + 2y = 12$
 $x + y = 6$
 $y = 6 - x$

$S(x) = -2x^2 + 12x + 60$

w tym przypadku mamy
 maksimum wierzchołka paraboli

$x_0 = \frac{-12}{2 \cdot (-2)} = \frac{12}{4} = 3$
 $y = 6 - 3 = 3$
 $S_{\text{całkowitej}} = 60 + 2 \cdot 3 \cdot 3 =$

Рис. 2.4 Скріншот з розв'язуванням задачі на пошук екстремуму квадратичної функції

Вивчаючи теми «Переміщення фігур», «Функції», можна побудувати динамічні креслення до наступних практичних задач:

1) З прямокутного листа жерсті розмірами 5 x 8 дм виготовити коробку без кришки найбільшого об'єму. Якими мають бути її виміри (рис. 2.5)?

2) При конструюванні трансформатора змінного струму заповнити порожнину котушки залізним хрестоподібним осердям найбільшої площі. Знайти розміри осердя, якщо задано радіус порожнини котушки?

Створюємо розгортку поверхні коробки, дотримуючись правил побудови у системі динамічної математики. На завершення побудови розгортки обводимо контур – створюємо замкнену ламану, що містить 12 вершин.

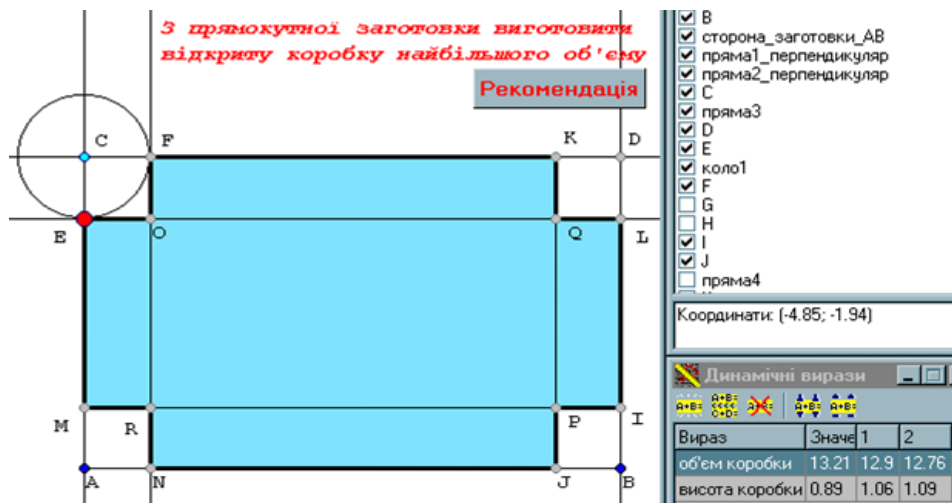


Рис.2.5 Розгортка відкритої коробки (GRAN-2D, GeoGebra).

У GRAN-2D, активізувавши послугу *Обчислення \ Динамічний вираз \ Створити*, складаємо вираз для відстеження зміни об'єму коробки $LEN(O,Q)*LEN(Q,P)*LEN(O,F)$. Рухаємо точку E вздовж сторони прямокутника і, звернувшись до послуги *Обчислення \ Динамічний вираз \ Зафіксувати поточне значення*, реєструємо величину об'єму. Серед обчислених значень вибираємо найбільше. Для прямокутника з розмірами 5 x 8 дм встановлюємо, що відрізати потрібно квадратики зі стороною 1 дм. Для листа квадратної форми знайдемо, що максимальне значення об'єму буде за умови, коли відтинаємо квадратики зі стороною, рівною шостій частині сторони початкової заготовки.

Порівняємо, як задачу про коробку розв'язують через створення моделі у вигляді функції. Правило-орієнтир при цьому таке ж, як і для дослідження з похідною [26, 414]: 1) проаналізувати формулювання задачі, з'ясувавши, найбільше значення якої величини треба знайти; вибрати незалежну змінну (аргумент) x і записати цю величину у вигляді формули, що задає відповідну функцію; 2) знайти найбільше значення функції. Отже, введемо змінну x – довжину сторони квадратика і складемо функцію $V(x) = (5 - 2x)(8 - 2x)x$, при $x \in (0; 2.5)$. Побудувавши графік функції, визначають точку екстремуму і екстремум за допомогою координатного курсору, який потрібно розмістити у найвищій точці графіка (GRAN1). Обґрунтовують результат з використанням

похідної. Знаходять похідну $V' = 12x^2 - 52x + 40$ і переконуються, що при $x=1$ значення об'єму максимальне. У системі динамічної математики *GeoGebra* для визначення точок екстремумів та екстремумів доцільно скористатися інструментом *Інспектор функцій*.

На уроці з метою економії часу можна використати моделі в режимі *покрокової побудови*. Наприклад, доцільно продемонструвати модель для створення проблемної ситуації на етапі мотивації при вивченні теми «Застосування похідної до дослідження функції», що сприятиме розвитку мотиваційно-творчої активності та спрямованості особистості. Застосування комп'ютерних технологій спрямоване на цілісне сприйняття досліджуваного явища, з'ясування його сутності, а тому сприятиме кращому засвоєнню навчального матеріалу, більш повному осмисленню його школярами. Це зробить їх діяльність більш усвідомленою і продуктивною.

Наведемо приклади задач, які доцільно використати у STEM-навчанні. Це задачі, розв'язування яких потребує побудову математичної моделі, дослідження функції на наявність екстремальних значень. І вже після того, як точки екстремумів та екстремальні значення знайдені, доцільно разом з учнями виготовити ці предмети. Адже саме **наявність готового продукту**, отриманого на основі математичних розрахунків є найголовнішою ознакою STEM-навчання.

9 клас

Комбінований урок «Найпростіші перетворення графіків функцій»

Мета уроку: розвинути знання з квадратичної функції, її властивостей та графіку; навчитися виконувати найпростіші перетворення графіків функцій.

Після вітання з учнями та перевірки їх домашніх завдань, їм пропонується пригадати, за якими ж правилами відбувається побудова графіків функцій. Для цього їм пропонується пройти вправу на онлайн платформі LearningApps (Рис. 2.6)

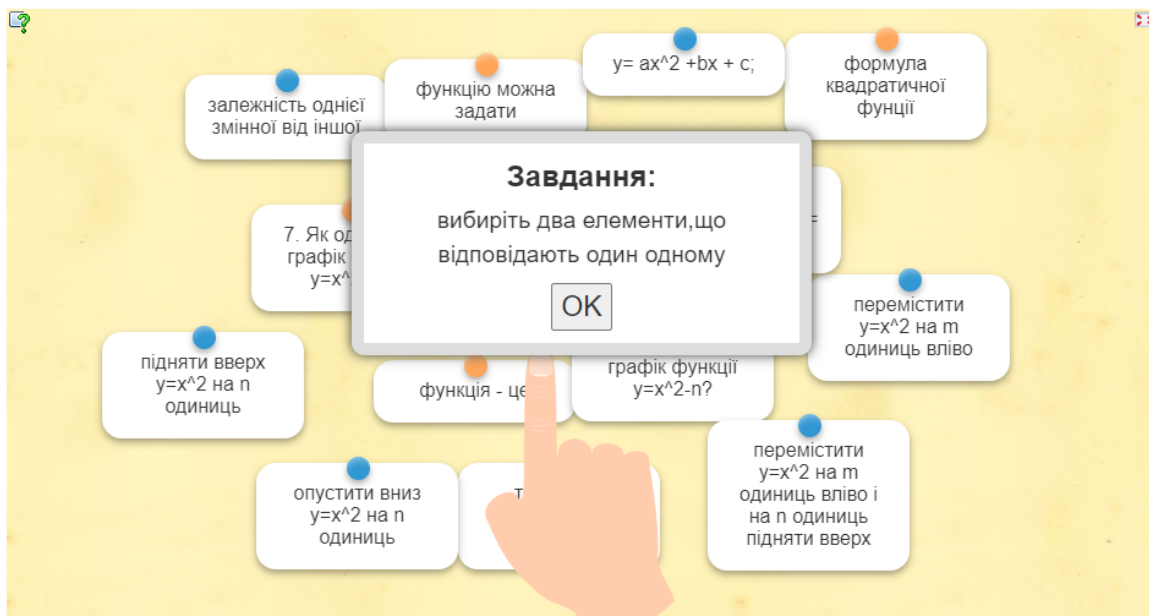


Рис. 2.6. Вправа на платформі LearningApps

Після повторення матеріалу попередньої теми учням повідомляється тема та мета цього уроку. Далі вони самостійно опрацьовують теорію за підручником. Роблять конспект.

Потім учні діляться на 2 групи та отримують завдання:

Таблиця 2.3

Група 1	Група 2
1. Побудуйте графік функції $y = (x + 4)^2 - 1$	1. Побудуйте графік функції $y = (x - 4)^3 + 1$
2. Знайдіть: а) нулі функції; б) проміжки знакосталості; в) проміжки монотонності; г) найбільше та найменше значення функції	
3. Дайте відповідь на питання. Що таке нуль функції? Скільки їх у квадратичної функції?	3. Дайте відповідь на питання. Що називають проміжком монотонності? А знакосталості?

Виконавши завдання з таблиці 2.3, учні мають побудувати графіки функцій, які щойно досліджували. Але зробити 2 варіанти побудови.

1. За допомогою геометричних перетворень.
2. За допомогою паралельного перенесення системи координат.

Після того, як учні побудували графіки у зошиті, учень-помічник, якого обрав учитель ще на початку уроку, перевіряє графіки за допомогою графічного калькулятора GeoGebra та смартфона.

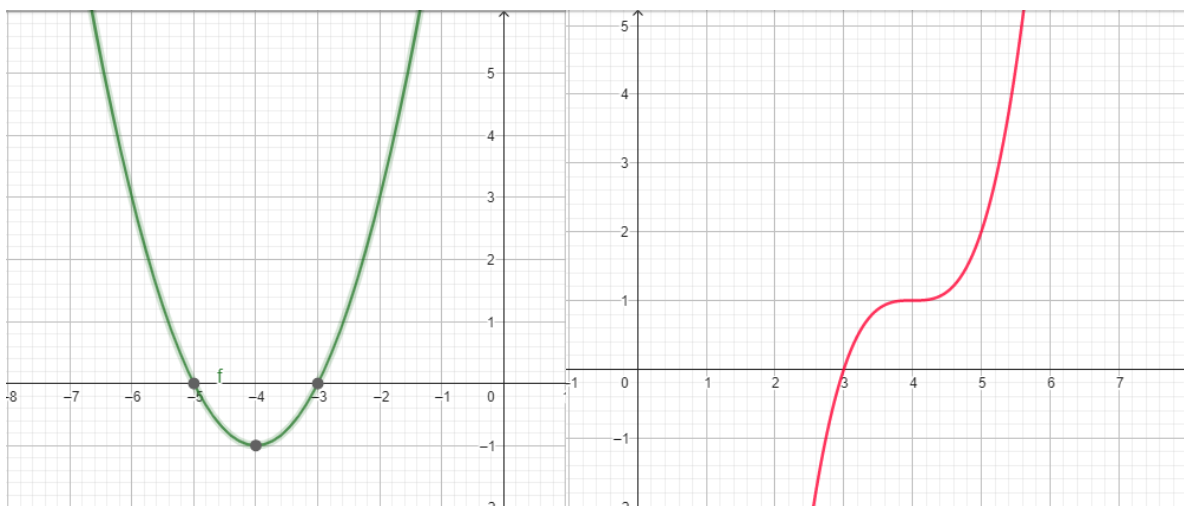
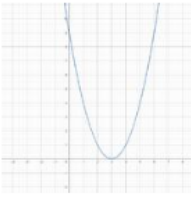


Рис. 2.7. Графіки заданих функцій

Перевірка виконана, а це означає, що урок добігає кінця.

Для підбиття підсумків учням пропонується пройти невеличкий тест на Всеосвіта (Рис. 2.8)


ЗАПИТАННЯ №1 ✎ 📄 ✖ з однією правильною відповіддю



Виберіть формулу для графіка

- $y = x^2 - 3$
- $y = (x - 3)^2$
- $y = x^2 + 3$
- $y = (x + 3)^2$

ЗАПИТАННЯ №3 ✎ 📄 ✖ з однією правильною відповіддю



Виберіть формулу для графіка функції

- $y = \sqrt{x + 2}$
- $y = \sqrt{x - 2}$
- $y = \sqrt{x} - 2$
- $y = \sqrt{x} + 2$

Рис. 2.8. Завдання з тесту

А зараз пропоную помркувати, де ж у природі або у побуті чи навіть на виробництві зустрічається квадратична функція? Відбувається невеличке

обговорення, після якого учні отримують домашнє завдання та пояснення до нього.

2.2 STEM-навчання ліній функцій в старшій школі

Наведемо приклади задач, які доцільно використати у STEM-навчанні. Задачі зустрічаються у підручниках та навчальних посібниках для вивчення математики у старшій школі. Тому здебільшого подаємо лише побудову моделі та інтерпретацію отриманих результатів. Це задачі, розв'язування яких потребує побудову математичної моделі, дослідження функції на наявність екстремальних значень. І вже після того, як точки екстремумів та екстремальні значення знайдені, доцільно разом з учнями виготовити ці предмети. Адже саме наявність готового продукту, отриманого на основі математичних розрахунків є найголовнішою ознакою STEM-навчання.

Задача 1. Потрібно виготовити закритий циліндричний бак об'ємом $250\pi \text{ см}^3$. Якими повинні бути його розміри, щоб на його виготовлення пішла найменша кількість матеріалу?

Розв'язання.

1. Побудова математичної моделі.

Потрібно визначити радіус основи R і висоту H циліндра так, щоб при заданому об'ємі площа його поверхні була найменшою

Площа поверхні визначається формулою: $S = 2\pi RH + 2\pi R^2$.

Об'єм циліндра обчислюється за формулою $V = \pi R^2 H$.

За умовою задачі об'єм відомий $V = \pi R^2 H = 250\pi \text{ см}^3$.

$$\text{Звідси висота } H = \frac{250\pi}{\pi R^2} = \frac{250}{R^2}.$$

Підставляючи значення висоти у формулу площі поверхні, маємо

$$S = 2\pi R \frac{250}{R^2} + 2\pi R^2 = \frac{500\pi}{R} + 2\pi R^2.$$

Функція $S = \frac{500\pi}{R} + 2\pi R^2$ – є математичною моделлю даної задачі

2. Дослідження математичної моделі.

Знайдемо мінімум функції S :

1) Область визначення $R > 0$.

2) Знаходимо похідну $S' = -\frac{500\pi}{R^2} + 4\pi R$.

3) Знаходимо критичні точки: $S' = 0$; $-\frac{500\pi}{R^2} + 4\pi R = 0$;
 $-500\pi + 4\pi R^3 = 0$; $4\pi R^3 = 500\pi$; $R^3 = 125$; $R = 5$.

4) Знаходимо другу похідну $S'' = \frac{5000\pi}{R^3} + 4\pi$

5) $S''(5) = \frac{5000\pi}{5^3} + 4\pi > 0$, то при $R = 5$ функція досягає мінімуму, який є найменшим значенням функції.

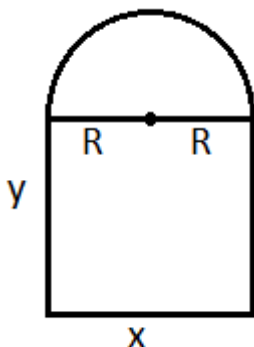
Тоді $H = \frac{250}{R^2}$, $H = 10$ см.

3. Інтерпретація. Переведемо результат з математичної мови на мову вихідної задачі. Для того щоб виготовити циліндричний бак об'ємом 250π см³, та щоб на його виготовлення пішла найменша кількість матеріалу потрібно, щоб радіус $R = 5$ см, висота $H = 10$ см

Задача 2. Вікно має форму прямокутника, завершеного півколом. Периметр вікна дорівнює P . Якими мають бути розміри вікна, щоб воно пропускало найбільшу кількість світла?

Побудова математичної моделі даної задачі.

Потрібно знайти розміри вікна з найбільшою площею. Позначимо розміри: R – радіус півкола, y – висота прямокутника, x – ширина прямокутника.



Радіус півкола $R = \frac{x}{2}$.

Периметр вікна: $P = 2y + x + \pi R = 2y + x + \frac{\pi}{2}x = 2y + x\left(1 + \frac{\pi}{2}\right)$

З формули периметра виразимо y :

$$2y + x\left(1 + \frac{\pi}{2}\right) = P; \quad 2y = P - x\left(1 + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$y = \frac{P}{2} - x\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (*)$$

Площа вікна складається із площі прямокутника S_1 та площ півкола S_2 :

$$S = S_1 + S_2$$

$$S = x \cdot y + \frac{\pi R^2}{2} = x \cdot y + \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 = xy + \frac{\pi x^2}{8}$$

. Інтерпретація. Переведемо результат з математичної мови на мову вихідної задачі. Щоб при заданому периметрі P вікно пропускало більше світла, необхідно встановити такі розміри вікна $y = R = \frac{P}{(4+\pi)}$; висота та радіус вікна однакові $\frac{P}{(4+\pi)}$.

Задача 3. Потрібно виготовити відкритий циліндричний бак даного об'єму V . Вартість квадратного метра матеріалу, що йде на виготовлення дна бака, рівна p_1 грн., а стінок - p_2 грн. Якими мають бути радіус дна і висота бака, щоб витрати на матеріал для його виготовлення були найменшими?

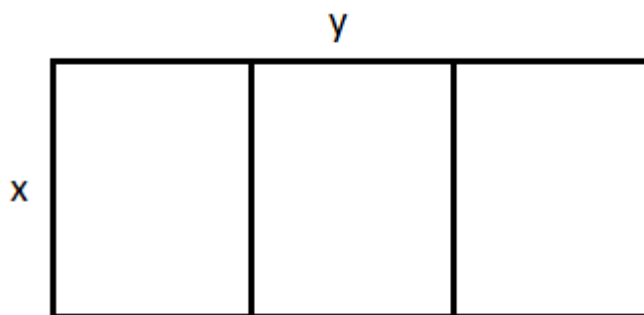
Інтерпретація. При таких розмірах: радіус $R = \sqrt[3]{\frac{Vp_2}{\pi p_1}}$, висота $H = \sqrt[3]{\frac{Vp_1^2}{\pi p_2^2}}$ витрати на виготовлення відкритого циліндричного бака даного об'єму V будуть найменшими.

Задача 4. Необхідно виділити прямокутну ділянку землі 512 м^2 , обгородити її парканом та розділити загорожею на три рівні частини паралельно одній з сторін ділянки. Якими мають бути розміри ділянки, щоб на побудову загорож пішло найменша кількість матеріалу

Розв'язання

1. Побудова математичної моделі даної задачі

Нехай ширина ділянки – x метрів, довжина ділянки – y метрів, тоді $y = \frac{512}{x}$ метрів.



Довжина всього забору – це периметр прямокутника з двома паралельними відрізками до однієї із сторони прямокутника, тобто довжина забору:

$$P = 2(x + y) + 2x = 2\left(x + \frac{512}{x}\right) + 2x = 4x + \frac{1024}{x}$$

Отже функція $P = 4x + \frac{1024}{x}$ - математична модель даної задачі.

Інтерпретація. При таких розмірах ділянки: ширина 16 метрів, довжина 32 метри на побудову загорож піде найменша кількість матеріалу.

Для розв'язування останньої задачі доцільно також застосовувати нерівність Коші.

Оскільки світ не стоїть на місці, а постійно розвивається, то і навчання має йти, як то кажуть «в ногу з часом». Тому великою потребою сучасної системи освіти є впровадження інтерактивних технологій навчання, які допоможуть ефективно розвивати в кожній людині математичні здібності, логічне мислення.

10 клас

Урок-проект «Тригонометрія у нашому житті».

Основною метою цього уроку є розвиток пізнавального інтересу учнів до математики, формування критичного ставлення до себе.

Опис.

Мета проєкту – це застосування знань тригонометричних функцій у реальному житті. Учні діляться на групи та обирають один з коливних процесів

який відбувається в науці і техніці, або зустрічаються у природі та житті. За допомогою інтернету досліджують його. Створюють презентації та публікації, спілкуються один з одним, використовуючи математичні терміни.

Після виконаної роботи учні описують свою ситуацію за допомогою презентації, математично використовуючи тригонометричні функції для опису циклічних процесів. [4]

Для того, щоб урок пройшов вдало, учням заздалегідь пропонують розбитися на групи та обрати теми своїх проєктів. Методом обговорення, було прийнято рішення, що учні розіб'ються на 3 групи, кожна з яких матиме свою назву та тему. На підготовку проєкту учням дається тиждень.

1 група «Історики». Учні за допомогою інтернету, друкованих джерел знаходять цікаву інформацію за темою «Історія тригонометрії». Після того як необхідний матеріал знайдено, вони систематизують його та оформлюють за допомогою презентації (Рис. 2.9).



Рис. 2.9. Фрагмент презентації проєкту «Історія тригонометрії»

Поринаючи в історію, учні поглиблюють свої знання з тригонометрії та краще розуміють, для чого саме вона потрібна.

В своєму проєкті учні розглянули, де вперше виникла тригонометрія та в яких країнах розвивалась. Також дізналися, що і який вчений зробили для того, щоб тригонометрія стала такою, якою ми знаємо її зараз.

Щоб слухачам, для яких виступали «Історики» було зрозуміло матеріал, вони підготували невеличку сценку на тему «Як зародилася тригонометрія». Сценка виявилася цікавою та дуже пізнавальною.

Група 2 «Кути». Сама назва групи вже говорить нам багато про що. А саме про те, що учні готують цікавий матеріал про вимірювання кутів. Для цього вони використовують як інтернет ресурси так і друкований матеріал. Ця група відповідально поставилася до своєї задачі, тому підбрала факти про те як і де вимірюють кути (Рис. 2.10.).



Рис. 2.10. Презентація проєкту «Вимірювання кутів»

Учням вдалося знайти інформацію про те, де вперше почали вимірювати кути за допомогою градусів. Також вони дізналися, як кути вимірювали моряки та картографи, та як вони їх називали.

Щоб іншим учням було цікаво слухати, група вирішила зняти невеличкий фільм про кути та як і де їх вимірювали.

Група 3 «Дослідники». Ця група відповідала за те, де ж в природі зустрічається тригонометрична функція. Протягом тижня, учні спостерігали за деякими явищами, а потім описували їх (Рис. 2.11).



Рис. 2.11. Презентація проекту «Гармоніки в природі»

Учні дізналися, що хвилі утворені на воді за допомогою вітру, атмосферного тиску чи землетрусу нагадують синусоїду. Також вони дізналися, що летючі риби роблячи 70 махів хвостом на поверхні води утворюють синусоїду. Риби що плавають у воді також плавають за траєкторією синусоїди, а вигинаючи своє тіло при плаванні утворюють тангенсоїду. Політ птахів, а точніше махи їх крил також утворюють синусоїду.

Цей матеріал настільки зацікавив учнів, що вони навіть розробили невеличку модель траєкторії руху риби (Рис. 2.12).

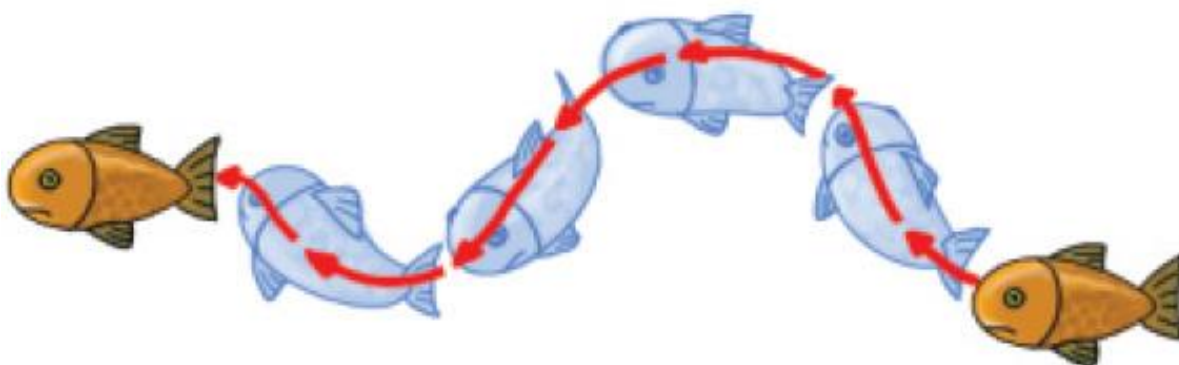


Рис. 2.12. Модель траєкторії руху риб

Учням настільки сподобалося працювати над цими дослідженнями, що після захистів своїх проєктів вони об'єдналися в одну велику групу та створили сайт своїх досліджень (Рис. 2.13.).



*Ми поринемо в загадковий світ
різноманітних процесів і явищ, які
відбуваються навколо нас та спробуємо
показати, що ми всі живемо за
властивостями тригонометричних
функцій*

Рис. 2.13. Сайт «Тригонометрія у нашому житті»

Урок STEM-підхід з використанням кейс-технологій «Найбільше та найменше значення функції в житті людини»

Мета: повторення та систематизація знань з теми «Похідна»; удосконалення засвоєння алгоритму знаходження найбільшого та найменшого значень функцій.

Оскільки урок максимально незвичайний, то перше з чого пропоную почати, так це з того, щоб учні дізналися ключове слово уроку, використовуючи підказки вчителя. Самі підказки з'являються на дошці на презентації.

Після того як учні дізналися ключове слово уроку, вчитель оголошує тему уроку. Переходить до мотивації учнів.

Майже всі свої зусилля люди витрачають на те, щоб знайти найкраще розв'язання оставленого завдання. Оскільки вони мають у своєму розпорядженні деякі ресурси, то прагнуть досягти вищого життєвого рівня, продуктивності праці, найменших витрат.

В житті часто відбуваються ситуації, в яких потрібно вирішити питання, витративши на це мінімум часу, знайти оптимальне рішення. Саме питання про оптимальний розв'язок завжди цілявило людей. Тому їм на допомогу частіше за все приходила саме похідна.

Запитання

1. Як ви вибираєте маршрут поїздки у випадку, коли їх існує кілька?

2. Як ви вибираєте, який саме вид молока (або іншого продукту) купити, якщо є кілька його видів?

3. Як ви розумієте терміни «оптимальний», «оптимізація»? Наведіть приклади.

Люди дуже часто розв'язують задачі вибору найкращого в певному сенсі варіанта поведінки серед набору можливих варіантів.

Ці задачі люди розв'язують:

- у побуті
- на виробництві
- в економіці
- на транспорті
- у військовій справі тощо

Рис. 2.14

Робота з кейсом

Є проблема, а є кейс, у якому запропонована інформація, за допомогою якої учні повинні вибрати найвигідніше вирішення проблеми та звісно ж обґрунтувати його.

Учнів заздалегідь попередили про тему заняття та наголосили про те, що урок буде проводитися в режимі кейс-методу.

Безпосередньо на уроці учні ознайомлюються з кейсом витрачаючи не більше 15 хвилин. Далі учні починають працювати у групах вирішуючи поставлені проблеми. Вони також отримують консультації від вчителя, обговорюють різні варіанти та пояснюють один одному незрозумілі моменти. На цей етап відводиться 20 хвилин. Наступні 20 хвилин витрачаються на обговорення рішень. І останні 25 хвилин ідуть на те, щоб підбити підсумки, узагальнити отримані результати.

Робота в групах

Щоб зробити урок максимально цікавим та веселим, учням пропонується назву своєї команди не придумати, а відгадати за допомогою гри «Хто я?».

Група 1. Математика

Група 2. Інформатика

Група 3. Фізика

Для початку повторимо теоретичні знання по кожній частині. Щоб це зробити, учні мають із кейсу вибрати саме ті завдання, які стосуються їх теми. Питання для обговорення представлені на слайді для більшої зручності учнів.

Далі учні розв'язують завдання із життєвим навантаженням за схемою:

- 1) Аналіз задачі та створення математичної моделі;
- 2) Одну з невідомих величин позначають за x ;
- 3) Виражають одну змінну через іншу, записують за допомогою функції;
- 4) Розв'язують отриману математичну задачу;
- 5) Пристосовують розв'язок до основної задачі.

Підводимо підсумки уроку за допомогою мобільного голосування та опитування використовуючи картки Plickers.

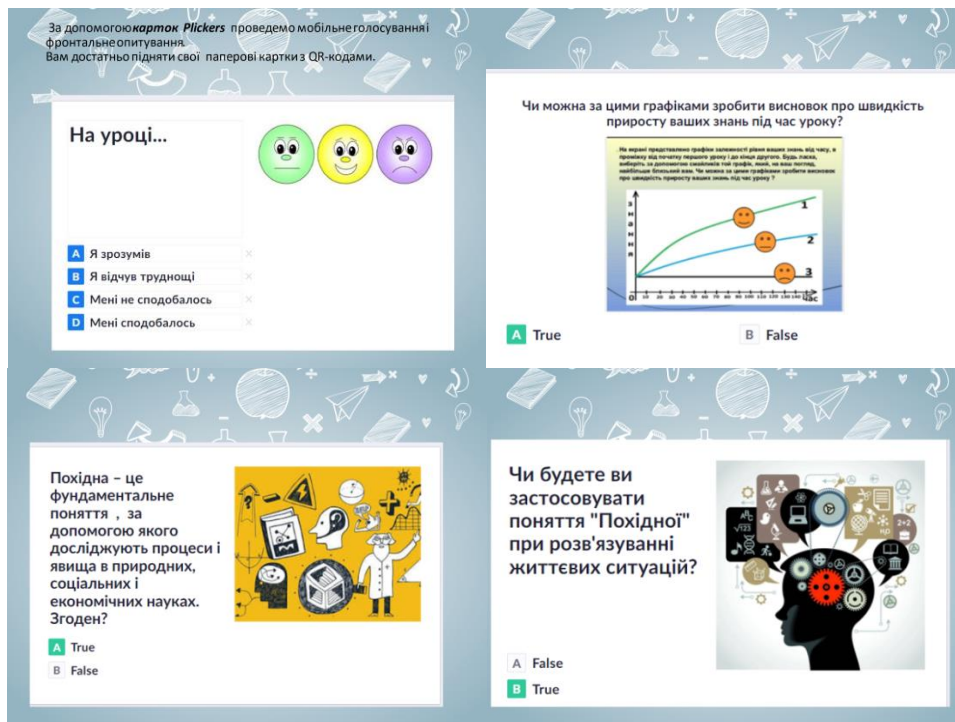


Рис. 2.15. Картки Plickers

11 клас

Урок-гра «Логарифмічна функція».

Запропонувала учням для повторення та узагальнення знань замість стандартного уроку пограти у гру, а саме у «Морський бій», але не стандартний. На цьому уроці учні мають поділитися на 2 команди. Для цього я обрала 2х капітанів (найсильніші учні класу) та підготувала 2 капелюхи з іменами інших учнів. Перший капелюх – це слабкі учні, а другий – середні. Капітани кожної команди по черзі тягнуть по одному імені з кожного капелюха і таким чином набирають собі команди.

Методом обговорення кожна команда обирає комірку, яку потім називає капітан команди. Після того як команди обрали свої комірки в них відкриваються завдання, які учні мають виконати. Якщо команда розв'язала завдання правильно, то обирає наступну комірку, якщо ж не правильно, то розв'язують доти, доки не прийдуть до правильної відповіді. Перемагає та команда, яка відкриє більше комірок.

Пропоную переглянути, як же виглядає наше поле для гри (Рис. 2.16).

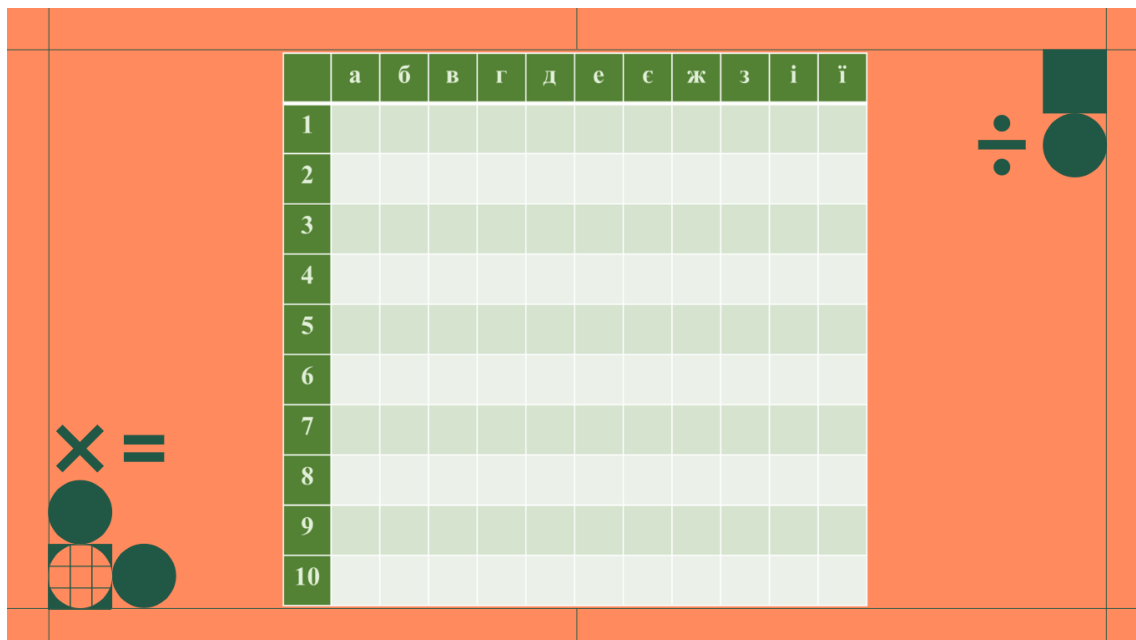


Рис. 2.16. Поле для гри у «Морський бій»

Ось завдання які будуть у деяких комірках:

1. Яке рівняння називають логарифмічним? Наведіть 3 приклади таких рівнянь.
2. Назвіть властивості функції $y = \log_a x, a > 1$
3. Назвіть властивості функції $y = \log_a x, 0 < a < 1$
4. Знайдіть значення виразу.
 - a) $\log_3 \log_7 \sqrt[18]{49}$
 - b) $\log_{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$
 - c) $10^{2+\log_6 5}$
5. Знайдіть x , якщо $\lg x = \frac{2}{5} \lg 32 - \frac{1}{3} \lg 64 + 1$
6. Розв'яжіть графічно рівняння
 - a) У зошиті $\log_2 x + 2 = 7 - x^2$
 - b) За допомогою онлайн платформи GeoGebra $|\log_2 x| = 4x - x^2 - 3$
7. Вкажіть графік, що є графіком функції $y = \log_{0,4} x$ (Рис. 2.17)

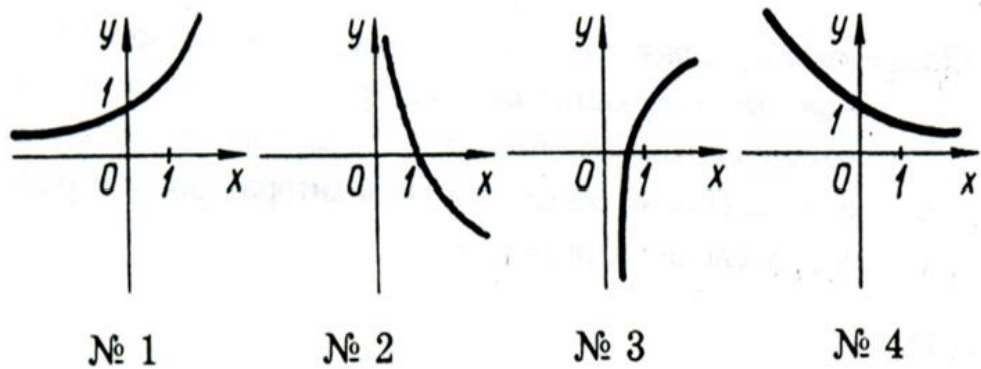


Рис. 2.17. Графіки функцій до завдання з комірки 7

8. Розв'яжіть нерівність

a) $\log_9(5x + 6) \leq 0,5$

b) $\log_{0,2}(2x - 1) > \log_{0,2}(3x - 4)$

9. Побудуйте графік функції на онлайн платформі GeoGebra, де кожен етап буде виділений іншим кольором $y = \log_2(x - 3) + 1$

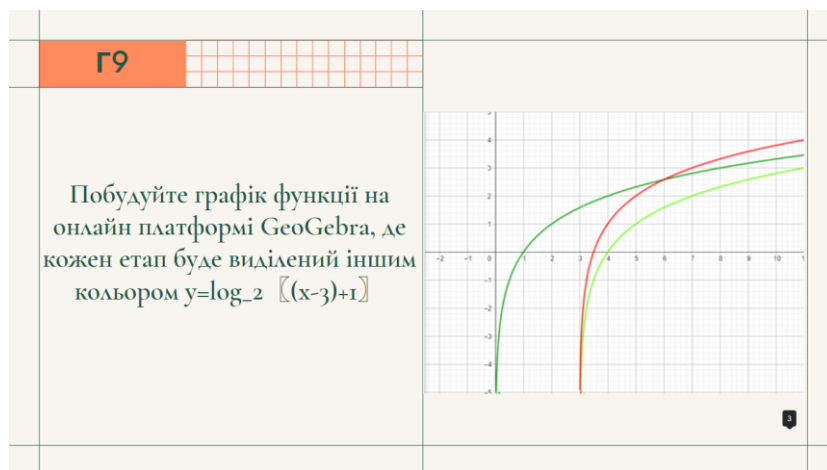


Рис. 2.18. Приклад оформлення завдання з комірки 9

10. Обчисліть значення виразу $\log_3 45 + \log_3 900 + \log_3 500$

11. Обчисліть $(\sqrt{20})^{2+\log_{20} 16}$

12. Розв'яжіть нерівність $\lg(12 - 5x) < 0$

13. Розв'яжіть графічно нерівність $\ln x < x^3 + 1$

14. Розв'яжіть рівняння $\lg(2x + 4) = 1 - \lg(x - 2)$

Та багато іншого.

Та все ж, деякі комірки цього поля дуже не прості. В деяких з них заховані теми проєктів для наступного уроку. Тобто замість контрольної роботи

в учнів буде Урок-проект в якому вони будуть захищати свої проекти, які отримають на цьому уроці. Всього тем буде 3.

Тема 1. Логарифми в музиці.

Тема 2. Історія виникнення логарифмів.

Тема 3. Логарифмічна спіраль.

Під час роботи над проектами учні відчують себе справжніми науковцями та дослідниками. Попрацюють з інтернет джерелами та друкованим матеріалом. Підготують презентації своїх проектів та спробують себе у ролі доповідачів.

STEM-урок «обчислення площ плоских фігур. Застосування інтеграла до розв'язування прикладних задач» [12]. Метою є поглиблення знань знаходження інтегралів та застосування їх до знаходження площ.

Після привітання, учням пропонується повторити матеріал який вони проходили на минулому уроці за допомогою вправи на онлайн платформі LearningApps (Рис. 2.19)



Рис. 2.19. Вправа на онлайн платформі LearningApps

Після того як учні виконали вправу, вони переходять до засвоєння нового матеріалу. Щоб краще зрозуміти новий матеріал учням пропонують знайти площу лекала, тобто розбити на елементарні математичні фігури.

Площа лекала це основний показник витрати матеріалу на один виріб.

Вона визначається вимірюванням повного комплексу лекал деталей. Щоб знайти площу застосовують «палетки» і геометричні способи розрахунку.

Щоб визначити площу за допомогою «палетки» необхідно заготовити палетку, розташувати лекала на ній таким чином щоб один або два зрізи зрівнялися з обмежувальними лініями, порахувати площу залишків та визначити площу, як різницю площі прямокутника з площею залишків [47].

11	22	33	44	55	66	77	88	99	100	111	122	133	144	155	166	177	188	199	200	211	222	233	244	255	266	277	288	299	300	311	322
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300	310	320
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180	189	198	207	216	225	234	243	252	261	270	279	288
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160	168	176	184	192	200	208	216	224	232	240	248	256
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140	147	154	161	168	175	182	189	196	203	210	217	224
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120	126	132	138	144	150	156	162	168	174	180	186	192
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100	104	108	112	116	120	124	128
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90	93	96
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32

Рис. 2.20. Визначення площі лекала палеткою

Якщо ж площу визначати геометричним способом, то необхідно спочатку розбити наше лекало на прості геометричні фігури та визначити площу кожної з них. Ті ділянки, що обмежені криволінійними лініями апроксимують прямими і визначають їх площу з невеликою похибкою. Знаходять суму площ всіх отриманих фігур.

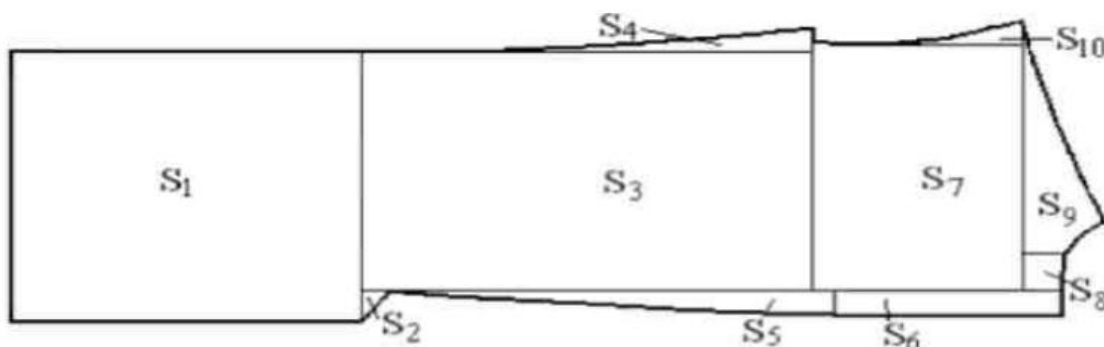


Рис. 2.21. Визначення площі геометричним способом

Алгоритм дій при використанні програми GeoGebra [12]:

- Виконати розкладку комплектуючих лекал.
- Провести найоптимальнішим способом ділення кожного лекала на елементарні фігури.
- Знайти площі простих лекал деталей одягу.
- Ідентифікувати криволінійні лекала деталей одягу з стандартним

набором математичних фігур.

- Для лекал деталей одягу, що описуються криволінійними трапеціями, визначити границі інтегрування.
- Знайти площі криволінійних трапецій.
- Визначити загальну площу комплекту лекал S_p .
- Розрахувати площу розкладки тканини S .
- Розрахувати площу б0іж лекальних випадів S_m .

10. Порівняти площу б0іж лекальних випадів з нормою б0іж лекальних випадів S_n ($S_m \leq S_n$).

11. Зробити висновки.

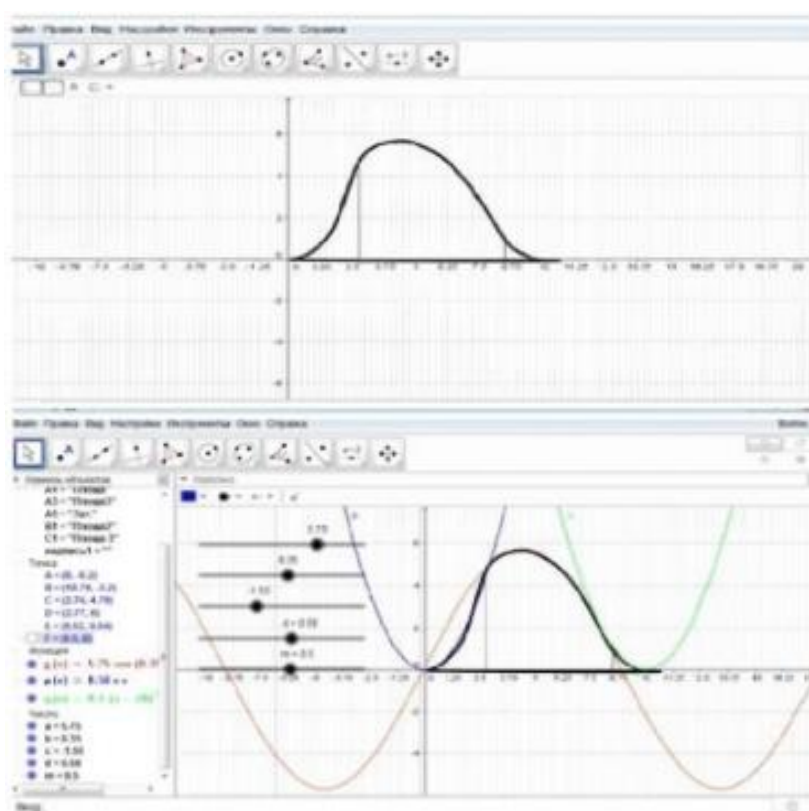


Рис. 2.22

Далі учні працюють над закріпленням теоретичного матеріалу. Клас ділиться на команди, кожна команда отримує лекало для обчислення площі двома способами, традиційним та за допомогою програми GeoGebra. аналіз процесу фіксується в таблицях 2.2 і 2.3. Після виконання завдань учні обговорюють свої помилки та підводять підсумки того, що дізналися на цьому уроці.

Аналіз часу виконання робіт

Вид діяльності	Час, хв		Відхилення		
	Традиційний	GeoGebra	абсолютне, хв	Відносне, %	Темпи приросту, %

Аналіз точності розразунку

операції	Традиційний	GeoGebra	Відхилення		
			абсолютне, см ²	Відносне, %	Темпи приросту, %
Площі розкладки					
1					
2					
...					
Уся площа					
Площа полотна					
Площа міжлекальних					
Процент іжлекальних випадів					
Кількість помилок					

2.3 STEM - освіта в позакласній роботі вчителя математики

Позакласна робота — різноманітна освітня і виховна робота, спрямована на задоволення інтересів і запитів дітей, організована в позаурочний час педагогічним колективом школи для розвитку індивідуальних особливостей учнів, їх схильності, освітні потреби, мотивації, рівень домагань, пізнавальні інтереси, створення позитивної мотивації до творчої активності.

Педагогічною наукою доведено і шкільною практикою перевірено, що інтенсивний розвиток школяра відбувається не тільки на уроці, а й у позаурочний час в атмосфері вільного спілкування, праці, дозвілля.

Форми позакласної роботи з учнями поділяють на колективні, групові (гурткові) й індивідуальні:

- До колективних форм позакласної виховної роботи належать конкурси, олімпіади, конференції, турніри, наукові пікніки, фестивалі та інше;
- Групові (гурткові) форми позакласної виховної роботи, це гуртки художньої самодіяльності, години класного керівника з залученням до вирішення учнів до реальних проблем та ситуацій, обговоренням новин, книг, виставок, проведення екскурсій на виставки, в музеї, походи, конкурси та інше;
- Вибір методу індивідуальної форми позакласної виховної години і її ефективність залежить від вікових та індивідуальних особливостей учнів, рівня розвитку, психічного стану, звичок, темпераменту. В індивідуальній виховній роботі використовують, гру на музичних інструментах, колекціонування, читання, малювання та інше.

Невід'ємною частиною добре організованого навчання учнів математики є задоволення інтересів і запитів дітей, не лише тих які добре знають математику, а й тих, які на уроках пасивні, але мають артистичні та інші

здібності, наприклад проектування, смартфони та iPhone, малювання, завдання на логіку, використання конструкторів, роботехнічних систем, та інших видів.

Є різні види залучень дітей до проектування при проведенні колективних форм позакласної роботи, наприклад при вивченні теми координат, прямих, відрізків – можна додатково на позакласній роботі провести конкурси, що закріпить вивчений матеріал та зацікавить школярів.

Використовуючи смартфони та iPhone, те що зараз найбільш цікавить дітей, проводить групову позакласну виховну роботу:

- з пошуку найбільш цікавих фактів в тому числі з математики;
- проведення розвиваючих ігор, батлів, челенджів;
- з пошуку цікавих цитат видатних людей.

Малювання в математиці можна використовувати для індивідуальних форм позакласної роботи:

- домалюй відсутні частини на картині (фігури);
- розфарбуй малюнок по кольорам - знайди формулу.



Рис. 2.23

Використовуючи елементи STEM – освіти проводяться різні напрями та форми позакласної роботи, наприклад, математична година для учнів 5-6 класів «Капітал думок і відсотки» дала можливість розширити знання учнів про відсотки, їх застосування у банківській сфері та побувати у ролі вкладника або працівника банку.

Також учні можуть взяти участь у таких заходах як: міжнародний математичний конкурс «Кенгуру», Всеукраїнські інтерактивні конкурси «МАН – Юніор Дослідник» і «МАН – Юніор Ерудит», конкурс науково-дослідних робіт школярів МАН .

Участь у міжнародному математичному конкурсі «Кенгуру» не тільки сприяє розвитку математичних здібностей школярів, логічного мислення, зацікавленості математикою, але й має велике соціальне значення, діти зайняті важливою цікавою справою, що сприяє становленню їх особистості.

Одним із елементів переходу в рамки STEM-освіти є участь у Всеукраїнському конкурсі-захисті науково-дослідницьких робіт учнів Малої академії наук України. Цей конкурс проводиться з метою виявлення, підтримки обдарованої молоді, залучення її до наукових досліджень та створення умов для самореалізації творчої особистості в сучасному суспільстві. Підготовка до захисту робіт МАН – справжній тренінг комунікативних здібностей: як підготувати виступ, на які запитання звернути першочергову увагу, як коректно поставити запитання опонентів, як подолати хвилювання під час виступу, як у презентацію виконати – ці та інші питання учні розв’язують [37].

Для поглибленого вивчення фізико-математичних, технічних і природничих дисциплін, а також історії розвитку науки та історії людства проводиться Всеукраїнський інтерактивний конкурс «МАН - Юніор Ерудит» та «МАН - Юніор Дослідник» .

Позакласні заняття мають вплив на урок. Відомості, здобуті під час цих занять, дають учневі змогу доповнювати в класі відповіді товаришів, наводити цікаві приклади чи виконувати складні досліди.

ВИСНОВКИ

Розглядаючи питання «Застосування STEM-підходів при вивченні змістової лінії функції» прийшли до висновку, що STEM-освіта – це напрям освіти, що сприяє розвитку науково-технічних компетенцій учнів і розв’язання проблеми браку інженерних кадрів; один із головних трендів у світовій освіті; інтеграція чотирьох дисциплін (природничі науки, технологія, інжиніринг, математика) в єдину схему навчання, проектне та інтегроване навчання; освіта, яка закладає інтерес до дослідницької діяльності та готує дітей до життя у технологічно розвиненому житті; урок, побудований на реалізації конкретного проекту, застосуванні науково-технічних знань у реальному житті; набуття знань через гру та конструювання пристроїв і механізмів; не запам’ятовування фактів, а розуміння і формування практичних навичок і умінь; підготовка майбутніх фахівців у галузі високих технологій і комунікацій; основа економічного та інноваційного розвитку країни.

За STEM-навчання в центрі уваги знаходиться практичне завдання чи проблема. Учні вчаться знаходити шляхи вирішення не в теорії, а прямо зараз шляхом спроб та помилок. Структура уроку повинна включати основні предметні знання, узагальнені (наскрізні) поняття, наукові та інженерні навички.

Використання STEM-освіти на практиці це прекрасна можливість навчити учнів мислити та знаходити необхідну інформацію, вирішувати складні завдання, приймати рішення, організувати співпрацю з іншими учнями та вчителем. Учень вчиться створювати ідеї та втілювати їх в життя, презентувати результати власних досліджень.

Запровадження STEM- навчання має відбуватися поступово.

З метою залучення учнів до практичної діяльності бажано розширити діапазон форм і методів навчання, способів навчальної взаємодії. Практика роботи показала плідність інтеграції, виявила перспективи подальшого розвитку та удосконалення такого підходу до навчання. Для формування

предметних компетентностей учнів учитель має спиратися на систему інтегрованих завдань, спрямованих на застосування знань для розв'язування задач у змодельованих життєвих ситуаціях.

Впровадження в освітній процес STEM дозволить сформувати в учнів найважливіші характеристики, які визначають компетентного фахівця та дає принципово нову модель природничо-математичної освіти з новими можливостями і результатами, як для вчителів, так і для учнів.

На сьогоднішній день існує нагальна потреба в підготовці та перепідготовці вчителів, які б могли працювати в даному напрямі і перевести процес впровадження STEM-освіти з поодинокого на масовий рівень. Потрібно забезпечити навчальні заклади необхідними матеріальними ресурсами (конструкторами, комп'ютерами тощо). Переглянути підходи до оцінювання і стимулювання всіх учасників STEM-навчання.

Відповідно до мети дослідження нами проаналізовано стан дослідженості проблеми STEM-навчання у закладах середньої освіти у психолого-педагогічній, методичній та навчальній літературі; визначено сутність та напрямки розвитку STEM-освіти, особливості впровадження елементів STEM-освіти у вивченні теми функції, проаналізовано можливості використання існуючих STEM-технологій у навчанні функції в шкільному курсі математики; розроблено систему заходів для запровадження STEM-навчання при вивченні змістової лінії функції; розроблено науково-методичні рекомендації вчителям математики щодо впровадження STEM-освіти.

У ході роботи на магістерською підтверджено, що обрана для дослідження тема застосування STEM-підходів при вивченні змістової лінії функції є актуальною. Всі поставлені завдання виконані, мета роботи досягнута.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Kramarenko, T.H., Pylypenko, O.S., Zaselskiy, V.I.: Prospects of using the augmented reality application in STEM-based Mathematics teaching. In: Kiv, A.E., Shyshkina, M.P. (eds.) Proceedings of the 2nd International Workshop on Augmented Reality in Education (AREdu 2019), Kryvyi Rih, Ukraine, March 22, 2019, CEUR-WS.org, pp. 130–144, online (2020, in press).
2. STEM-освіта: стан впровадження та перспективи розвитку: матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції, 9–10 листопада 2017 року, м. Київ. Київ: ДНУ «Інститут модернізації змісту освіти», 2017. 160 с.
3. STEM-освіта: шляхи впровадження та перспективи / за заг. ред. О. І. Данилової, В. В. Сургаєвої. Херсон : КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти», 2016. 120 с.
4. Барна О. В., Балик Н. Р. Впровадження STEM-освіти у навчальних закладах: етапи та моделі. –
URL:<http://elar.ippo.edu.te.ua:8080/bitstream/123456789/4559/1/Barna.pdf>
(дата звернення: 19.09.2022).
5. Барна О. В. STEM-освіта: реальні кроки до успіху.
URL:<https://www.youtube.com/watch?v=oAigBUCILzo> (дата звернення: 19.09.2022).
6. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів заг. серед. освіти. К. : Видавничий дім «Освіта», 2019. 272 с
7. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту : підруч. для 10 кл. закладів заг. серед. освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 288 с.

8. Бондаренко С. Ю. Формування в учнів ключових компетенцій у процесі науково-дослідної та проектної діяльності. Педагогічна майстерня. 2012. №9(21). С.2-7.
9. Ботузова Ю.В. Динамічні моделі GeoGebra на уроках математики як основа STEM-підходу. Фізико-математична освіта. 2018. Випуск 3(17). С. 31–35.
10. Бохан М. Мініпроекти в процесі викладання математики. Математика. 2005. №29-39 (329-330). С.1-3.
11. Василяшко І. П., Горбенко С. Л., Лозова О. В., Патрикеева О. О. Методичні рекомендації щодо впровадження STEM-освіти у загальноосвітніх та позашкільних навчальних закладах України на 2017/2018 н.р., Методист. Київ : Видавництво «Шкільний світ», 2017. № 8 (68). С. 37–43.
12. Використання елементів STEM-освіти на уроках математики. Збірник матеріалів роботи творчої групи викладачів математики. Рівне: НМЦ ПТО, 2019. 95 с.
13. Віняр Л. Інновації на уроках. Математика в школах України : науково-методичний журнал. 2006. №2. С.23-27
14. Возняк Г.М., Маленюк К.П. Прикладна спрямованість шкільного курсу математики. Розв'язування екстремальних задач. Київ: Рад. шк., 1984. 80 с.
15. Вольянська С.Є. STEM-освіта. Довідник сучасного педагога. Харків: Вид.група «Основа», 2016 С.124-125.
16. Гриб'юк О.О., Юнчик В.Л. Розв'язування евристичних задач в контексті STEM-освіти з використанням системи динамічної математики GeoGebra. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми. Зб. наук. пр. Випуск 43. Редкол. Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2015. С. 206-216

17. Губанова О. Формуємо пошуково-дослідницькі компетенції учнів. Математика. 2005-. №35(335) С.1-4.
18. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти: від теорії до практики у запитаннях та відповідях. Уклад. І. С. Маркова, В.І. Садкіна. Математика в школах України. 2016. №27(507). С.4-7.
19. Доценко С. О., Лебедева В. В. STEM-освіта як засіб активізації творчого потенціалу особистості
URL: <http://www.dgma.donetsk.ua/docs/konf/2017/mkonf2017/dopovidy/it/Доценко-Лебедева.pdf> (дата звернення: 19.09.2022).
20. Желтуха Т.В. Застосування проблемно-пошукової технології для формування критичного мислення на уроках математики. Математика в школах України. 2014. №34-36. С.28-35.
21. Засипко А. В. Інноваційні форми і методи позакласної роботи Математика в школах України. Позакласна робота. 2015. №1. С.2-5.
22. Збірник програм з математики для допрофільної підготовки та профільного навчання (у двох частинах). Ч. II. Профільне навчання. Упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єргіна. Харків: Вид-во «Ранок», 2011. 384 с. (Факультативи та курси за вибором).
23. Інститут модернізації змісту освіти. STEM-освіта
URL: <https://imzo.gov.ua/stem-osvita/> (дата звернення: 19.09.2022).
24. Інтерактивні технології навчання: теорія, досвід: Методичний посібник. Авт.-уклад. О. Пометун, Л. Пироженко. 2007. 217 с.
25. Корнієнко О. Р. Про актуальність запровадження STEM-навчання в Україні
URL: <http://elenakornienko.blogspot.com/2016/02/stem.html> (дата звернення: 19.09.2022).
26. Крамаренко Т. Г., Корольський В. В., Семеріков С. О., Шокалюк С. В., наук. ред. Жалдак М. І. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики : навч. посіб. Вид. 2, перероб. і доп. Кривий Ріг : Криворізький держ. пед. ун т, 2019. 444 с. URL:

<http://elibrary.kdpu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/3315> (дата звернення: 19.09.2022).

27. Крамаренко Т. Г., Пилипенко О. С. Проблеми підготовки учителя до впровадження елементів STEM-навчання математики. Фізико-математична освіта : науковий журнал. Міністерство освіти і науки України, Сумський державний педагогічний університет імені А. С. Макаренка, Фізико-математичний факультет ; [редкол.: М. П. Вовк, М. Гр. Воскоглу, Т. Г. Дерека та ін. ; гол. ред. О. В. Семеніхіна]. Суми : [Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка], 2018. Вип. 4 (18). С. 90–95.
28. Кузьменко О. Сутність та напрямки розвитку STEM- освіти. Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Випуск 9 (III). С. 188-190.
29. Курносенко О. В. STEM-освіта: проблеми та напрямки впровадження URL:http://tsiurupynsk-school2.edukit.kherson.ua/distancijne_navchannya/mo_vchiteliv_fiziko-matematichnih_nauk/stem-osvita_problemi_ta_napryamki_vprovadzhennya/.
30. Лов'янова І. В. Дидактичні основи навчання математики : навч. посіб. для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. Кривий Ріг : КДПУ. 2009. 237 с.
31. Методичні рекомендації щодо впровадження STEM-освіти у загальноосвітніх та позашкільних навчальних закладах України на 2017/2018 навчальний рік. МОН України. Інститут модернізації змісту освіти. 2017. URL:http://osvita.ua/legislation/Ser_osv/56880/.
32. Методичні рекомендації щодо розвитку STEM-освіти в закладах загальної середньої та позашкільної освіти у 2022/2023 навчальному році МОН України : Інститут модернізації змісту освіти. URL: <https://www.schoollife.org.ua/metodychni-rekomendatsiyi-shhodo->

rozvytku-stem-osvity-v-zakladah-zagalnoyi-serednoyi-ta-pozashkilnoyi-osvity-u-2022-2023-navchalnomu-rotsi/

33. Олефіренко Т., Цветкова Г. Концептуальні засади розвитку STEM-освіти в Україні. Вища освіта України. 2020. № 1. С. 61–67.
34. Патрикеева О., Лозова О., Горбенко С. STEM-освіта : умови впровадження у навчальних закладах України. Управління освітою. 2017. № 1. С. 28–31.
35. Пилипенко О.С. STEM-компетентності: сутність та структура Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету. Серія : Педагогічні науки : зб. наук. пр. Вип. 3. Бердянськ : БДПУ, 2021. С. 142-149.
36. Проект концепції STEM-освіти в Україні URL:http://mk-kor.at.ua/STEM/STEM_2017.pdf.
37. Ростока М. STEM-підхід у контексті формування інтелектуального потенціалу України. Наук. зап. Малої акад. наук України. Серія: Педагогічні науки : зб. наук. пр. НАН України, Нац. центр «Мала акад. наук України». Київ, 2017. Вип. 10. С. 60–67. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/snjasu_2017_10_9 (дата звернення: 15.09.2022).
38. Савчук А., Крамаренко Т. Застосування STEM-підходів при вивченні змістової лінії функції» : Збірник матеріалів конференції молодих науковців Всеукраїнської науково-практичної конференції «Математичні, природничі та комп'ютерні науки, технології, навчання: науково-практичні рішення та підходи молодих науковців», Кропивницький, 2022.
39. Упровадження STEM-освіти в умовах інтеграції формальної і неформальної освіти обдарованих учнів: методичні рекомендації / Н.І.Поліхун, К. Г. Постова, І. А. Сліпухіна, Г. В. Онопченко, О.В.Онопченко. Київ : Інститут обдарованої дитини НАПН України, 2019. 80 с.

40. Шмигер Г. П., Василенко Я. П. Деякі аспекти впровадження STEM-освіти в навчальний процес. STEM-освіта та шляхи її впровадження в навчально-виховний процес: збірник матеріалів І регіональної науково-практичної веб-конференції, Тернопіль, 24 травня 2017 р. Тернопіль: ТОКІППО, 2017. С. 29 – 33.
41. Що таке STEM-освіта у навчальному закладі
URL:<https://www.pedrada.com.ua/article/1401-shcho-take-stemosvta-u-navchalnomu-zaklad>.
42. Програмний комплекс «GRAN», версія 1.0. Київ : Республіканський навчально-методичний центр «Дініт», 2003. 1 електрон. опт. диск (CD-ROM): 12 см. – Системні вимоги: Pentium, тактова частота – від 1100 MHz, 64 Mb RAM, CD-ROM Windows 98/XP.
43. Жалдак М.І., Горошко Ю. В. Програмний засіб GRAN1, версія 1.1. Київ, 2012. URL: <http://www.ktoi.npu.edu.ua/index.php/uk/zavantazhyty/category/1-gran1> (дата звернення: 30.06.2022).
44. Офіційний сайт розробників системи динамічної математики GeoGebra – Dynamic MathematicsforEveryone. – Режим доступу: <https://www.geogebra.org/>.
45. Математична освіта у Криворізькому педагогічному: особистісний вимір : біобібліографічні нариси / автор-упорядник Т. Г. Крамаренко. Кривий Ріг : КДПУ, 2020. 448 с.
46. Махній Т.М., Волошин Г.А. Чернівецький коледж дизайну та економіки. Економіко-математичний підхід о знаходження площ лекал деталей одягу. <http://designcollege.cv.ua/wp-content/uploads/2016/03/StattyaMahnij-T.M.-ta-Voloshyn-G.A..pdf>