МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Фізико-математичний факультет
Кафедра математики та методики її навчання

«Допущено до захисту»
Завідувач кафедри
_________ _________________ Реєстраційний № _______
(підпис) (прізвище, ініціали)
«___» _____________ 20___ р. «___» _____________ 20___ р.

МЕТОДИКА СТВОРЕННЯ ПОРТФОЛІО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ З ТЕМИ “МНОГОГРАННИКИ” ЗА ПРОГРАМОЮ БАЗОВОГО РІВНЯ

Кваліфікаційна робота студентки групи МІм-17
ступінь вищої освіти магістр
спеціальності
014.04 Середня освіта (Математика)
Гейдарової Есміри Заур Кизи
Керівник доктор педагогічних наук, професор Лов’янова І. В.

Оцінка:
Національна шкала ___________________
Шкала ECTS _____ Кількість балів _____
Голова ЕК __________ _________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
Члени ЕК __________ _________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
__________ _________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
__________ _________________
(підпис) (прізвище, ініціали)
__________ _________________
(підпис) (прізвище, ініціали)

Кривий Ріг – 2022

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність дослідження: У сучасному світі для того, щоб влаштуватись на роботу потрібно написати резюме, в якому вказати всі свої сильні сторони. Коли вчитель влаштовується на роботу, простого переліку досягнень недостатньо. Директор відразу дивиться чи є у вчителя характеристика з минулої роботи, власні наробки та яка динаміка розвитку професійної діяльності. Проаналізувавши відповіді, керівник закладу робить висновок про необхідність влаштовувати на роботу такого працівника. Зручно усі свої напрацювання зберігати в одній папці. Така систематизація робіт називається «портфоліо».

Папка індивідуальних досягнень дозволяє вчителю структурувати професійну діяльність. Портфоліо може використовуватись не тільки для працевлаштування, а й для самовдосконалення. Портфоліо є обличчям вчителя, по якому можна визначити наскільки відповідально, творчо та креативно він ставиться до своєї роботи.

На сьогоднішній день технологія портфоліо у педагогіці розглядається наукою як ресурсна освітня технологія. На практиці портфоліо широко застосовується для презентації професійних надбань педагога, як інструмент оцінювання його компетентності. Портфоліо набуває все більшої популярності в системі підготовки майбутнього педагога.

Тема актуальна з таких причин:

По-перше, допомагає вчителю систематизувати власну діяльність.

По-друге, в результаті структурування наробок вчитель може побудувати план дій для професійного розвитку.

По-третє, завчасне формування тематичного портфоліо, допомагає вчителю під час навчального процесу концентруватись саме на викладанні матеріалу та спостереженні за тим як учні сприймають навчальну інформацію.

По-четверте, портфоліо надає можливість майбутнім вчителям підготуватись до професійної діяльності.

Мета роботи: розкрити особливості створення тематичного портфоліо вчителем математики та його використання у практичній діяльності.

Мета роботи конкретизується у таких **завданнях**:

1. Проаналізувати підходи до створення тематичного портфоліо у науково-педагогічній літературі.
2. Проаналізувати методичну літературу з метою вивчення рекомендацій щодо навчання учнів теми "Многогранники" та розробки систем задач з теми.
3. Визначити структуру портфоліо з теми Многогранники».
4. Розробити змістовні компоненти портфоліо: аналіз змісту теми “Многогранники” за діючими програмами, підручниками; логіко математичний аналіз теми; планування теми: календарне, перспективно-тематичне, поурочне; системи вправ за різним призначенням; зразки розв’язання типових задач; наочності; тематика та завдання навчальних проектів.
5. Розробити технологічний компонент електронного портфоліо.

Об’єкт дослідження: створення тематичного портфоліо вчителя математики.

Предмет дослідження: методика створення портфоліо вчителя математики з теми «Многогранники» за програмою базового рівня.

Основні методи дослідження: *теоретичні*: аналіз, порівняння і узагальнення методичної та навчальної літератури з проблеми дослідження для систематизації теоретичного матеріалу; *емпіричні*: бесіди з вчителями і учнями, аналіз досвіду роботи вчителів з навчання многогранників та їх властивостей.

Практичне значення роботи полягає в тому, що матеріали дослідження можуть бути використані вчителями у практичній професійній діяльності, учнями старшої школи при вивченні теми «Многогранники» і підготовці до ЗНО, матеріалом можуть скористатися студенти під час опрацювання питань з методики навчання математики, у процесі виробничої педагогічної практики у закладах середньої освіти.

Апробація дослідження. Результати дослідження опубліковано в статті «Електронне портфоліо вчителя математики» у збірнику наукових праць «Актуальні проблеми природничо-математичної освіти».

Структура роботи. Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел. Повний обсяг роботи становить 115 сторінок друкованого тексту, з них 70 сторінок основного тексту. Список використаної літератури складається із 53 найменувань. Додатків в роботі 3 (додаток А, додаток Б, додаток В).

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ СТВОРЕННЯ ПОРТФОЛІО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

1.1 Методичні особливості теми “Многогранники”

У пояснювальній записці до навчальної програми з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів зазначено, що мета базової середньої освіти полягає у розвитку особистості, яка проявляє: творчий підхід до навчання; ініціативу до саморозвитку; патріотизм та здатність відстоювати національні цінності свого народу [34]. Продукування в учнів уміння застосовувати набуті знання в практичній діяльності є важливим фактором розвитку такої особистості. Для реалізації цієї мети запровадили компетентнісний підхід, тому завданням математики є здійсненням певного внеску в процес формування ключових компетентностей учнів.

У рекомендаціях Ради Європи від 22 травня 2018 року [53] виділяються такі ключові компетентності:

1) вільне володіння державною мовою;
2) здатність спілкуватися іноземною мовою;
3) математична компетентність і компетентність у науці, техніці та інженерії;
4) цифрова компетентність;
5) культурна обізнаність і компетентність самовираження;
6) навчання заради здобуття знань;
7) громадянська та соціальна компетентності;
8) ініціативність та підприємницька компетентність.

У процесі вивчення математики формується навичка, яка полягає в здатності учнів застосовувати набуті знання в реальних умовах, що є необхідним для комфортної участі в сучасному світі та подальшої професійної діяльності. Тому головним завданням вивчення математики є формування саме практичної компетентності. Як зазначено у навчальній програмі “Математика. Рівень стандарту” [34], суть практичної компетентності у тому, що учень, який закінчив загальноосвітній навчальний заклад вільно:

1) створює та досліджує найпростіші математичні моделі об’єктів, процесів і явищ реального світу;

2) знає як проєктувати і реалізовувати алгоритмічні та евристичні дії над математичним матеріалом;

3) читає, будує і досліджує графіки функціональних залежностей;

4) вміє оцінювати ймовірність настання певних подій;

5) володіє арифметикою та поєднує усні і письмові обчислення;

6) працює з формулами (розуміє значення кожної елемента формулами, знаходить числове значення, виражає одну змінну через інші);

7) переформульовує задачу; уточнює вхідні дані, знаходить додаткову інформацію та шляхи розв’язання задачі; розбиває задачу на частини, встановлює зв’язки між ними, складає план розв’язання задачі; перевіряє правильність розв’язання; аналізує та інтерпретує отриманий результат, оцінює його актуальність з різних сторін; узагальнює задачу, розглядає її з різних позицій; приймає рішення за отриманими результатами;

8) працює з геометричними величинами на площині та у просторі, визначає положення геометричних фігур, знаходить кількісні характеристики геометричних фігур;

9) класифікує, будує плоскі та просторові геометричні фігури, розпізнає їх властивості, зображує просторові фігури та їх елементи, виконує побудови за зображенням [34].

Математика сприяє розвитку вміння працювати з тривимірними об’єктами. Вивчення математики у школі будується за концентричним принципом, тобто відбувається кількаразове повернення до навчального матеріалу з його поступовим ускладненням [45]. Саме тому після ознайомлення в початковій та вивчення в основній школі геометричних фігур на площині, у старшій школі відбувається поглиблення знань учнів і вивчення нового розділу геометрії – стереометрія. У 10 класі вивчення стереометрії складається з тем: паралельність прямих і площин у просторі, перпендикулярність прямих і площин у просторі та координати і вектори у просторі. Вивчення стереометрії 11 класу поділяється на такі розділи: многогранники, тіла обертання, об’єми і площі поверхонь геометричних тіл. Поняття “многогранник” для учнів є новим, але з деякими видами многогранників – куб та прямокутний паралелепіпед – учні знайомились, вчились розрізняти і називати у 4 класі [35]. У п’ятому класі вивчались такі тіла: куб, прямокутний паралелепіпед, піраміда та їх елементів. Учні вчились називати елементи многогранників, розпізнавати ці тіла у просторі та співвідносити їх з об'єктами навколишнього середовища, записувати формули для обчислення об’єму прямокутного паралелепіпеда і куба [33]. Вже в 11 класі учні приступають до розв’язання більш складних задач.

Мета вивчення теми «Многогранники» полягає у:

- знайомстві з многогранником, його видами та їх властивостями;
- застосуванні властивостей до розв’язування задач, спираючись на уявлення і знання про многогранники, отримані під час вивчення математики та з життєвого досвіду [48].

Для того щоб учні вміли представляти предмети у трьох просторових вимірах, можна на етапі актуалізації опорних знань, одразу після вивчення одного з видів многогранників, запропонувати такі завдання [9]:

1.1. Якщо паралельні ребра прямокутного паралелепіпеда зафарбувати однаковим кольором, то скільки кольорів знадобиться?

1.2. Скільки граней у цеглини?

1.3. Ящірка знаходиться на вершині шестикутної піраміди. Їй потрібно спуститись до основи, але це вона може зробити лише по одному бічному ребру. Скільки є способів це зробити?

1.4. Павук сидить на вершині основи п’ятикутної піраміди і може рухатися вздовж ребра лише в одному напрямі. Він повзе по ребрам основи. Скільки ребер йому потрібно проповзти, щоб повернутися в початкове місце?

1.5. Олена купила подарунок, але грошей на пакування не вистачило. Вона вирішила зробити коробку з картону у формі куба. Кожне його ребро потрібно заклеїти смужкою, скільки таких смужок потрібно, щоб коробка міцно трималась?

1.6. Паралелепіпед розрізали по семи ребрах, які виділені кольором на рисунку. Знайти відповідну розгортку (див. рис. 1.1.).

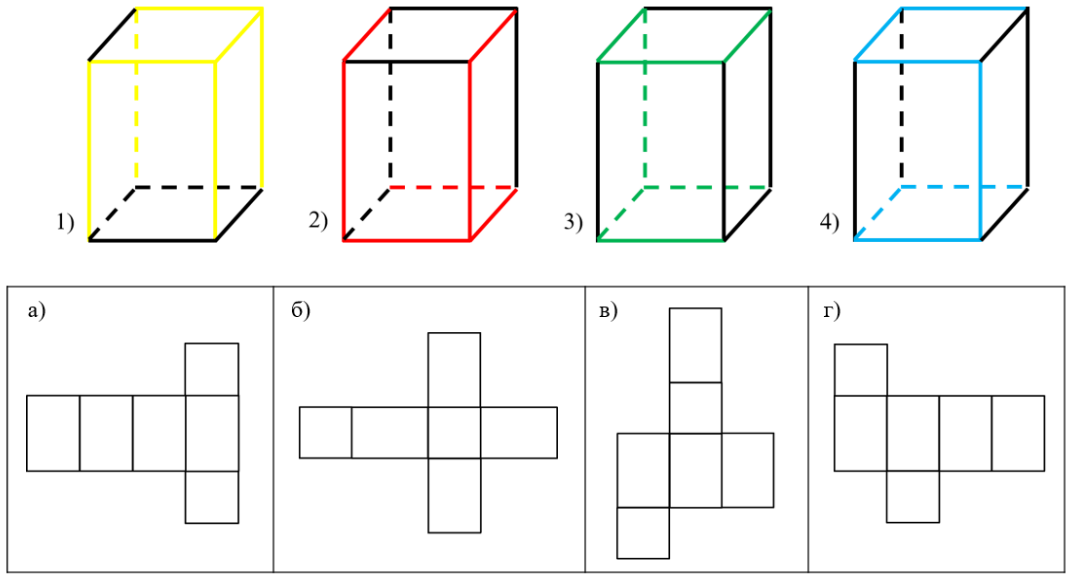


Рис. 1.1. Ілюстрація до задачі 1.6.

1.7. Фігури склеєні так, щоб співпали однакові мітки на їх гранях. Намалюйте фігуру, яка вийде (див. рис. 1.2.).

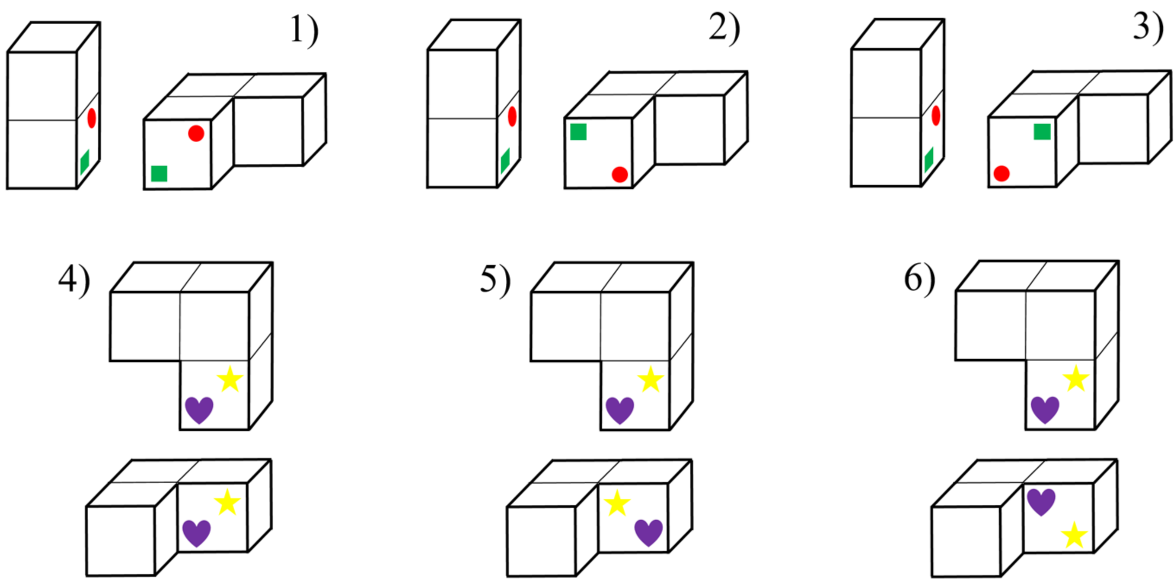


Рис 1.2. Ілюстрація до задачі 1.7.

1.8. Чотири грані куба зафарбовані (див. рис. 1.3.). Зобразіть який слід залишить куб, якщо його перевертати без ковзання вправо від положення зліва три рази?

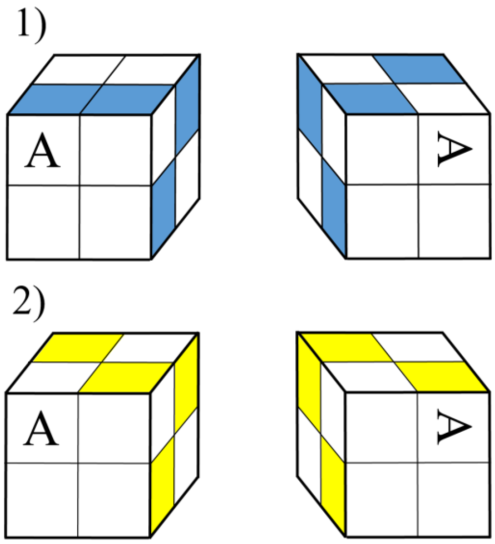


Рис. 1.3. Ілюстрація до задачі 1.8.

Для кращого запам'ятовування матеріалу уроку і активізації розумової діяльності учнів, перший урок можна розпочати з питання: "Що ви розумієте під поняттям "тіло"?" Після наданих відповідей вчитель може показати ілюстрації предметів, що є тілами, а що ні (див. рис. 1.4.).

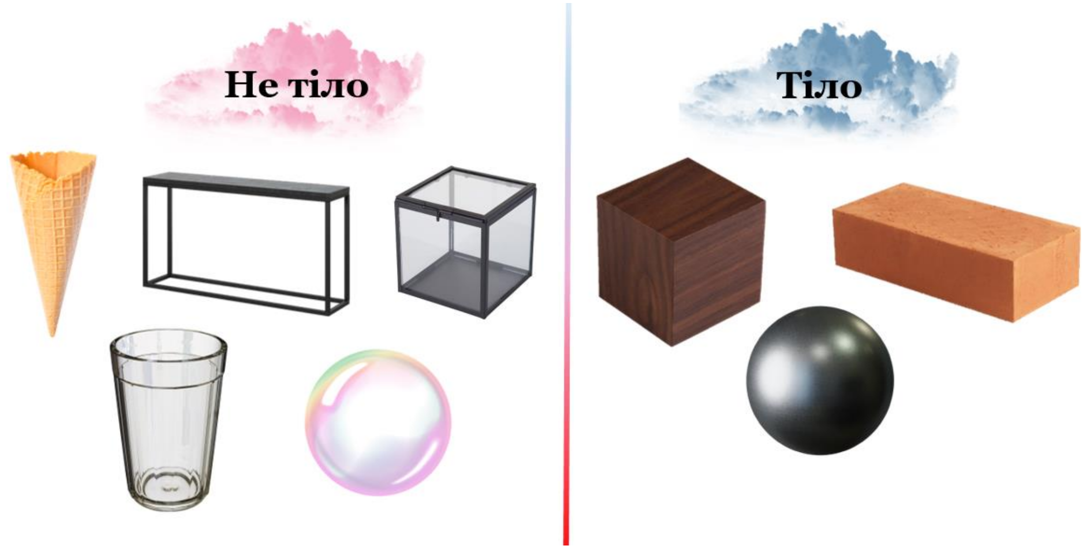


Рис. 1.4. Приклади предметів, що підпадають під поняття "тіло" та "не тіло"

Демонструючи прикладів предметів, що підпадають під поняття "тіло" та "не тіло" вчитель має звернути увагу на те, що поверхня тіла поділяє весь простір на дві області: внутрішню та зовнішню, а саме тіло є об'єднанням його поверхні і внутрішньої області. Також можна навести такий приклад, щоб учням було зрозуміліше: "Дерев'яний брусок є прикладом тіла, адже усі точки всередині бруска належать йому, а от вафельний ріжок – ні".

У підручнику Бевз Г. П. наведена класифікація геометричних фігур (див. рис. 1.5.), яку слід продемонструвати учням [6]:

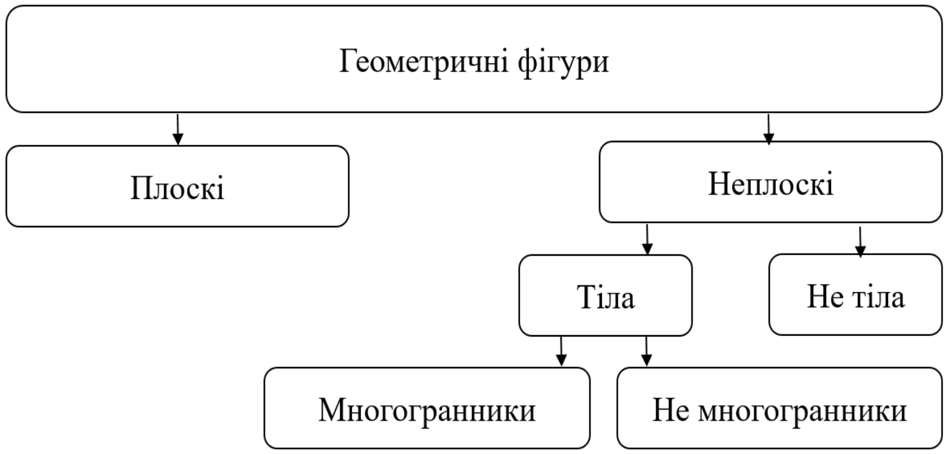


Рис. 1.5. Класифікація геометричних фігур

Формування понять теми має відбуватися спираючись на наявні в учнів знання, тому не зайвим буде провести аналогію між фігурами на площині – многокутниками, які вивчались у 8 класі та фігурами у просторі – многогранниками. Перш ніж вводити на уроці означення опуклого та неопуклого многогранника, потрібно повторити означення опуклого та неопуклого многокутника, оскільки аналогія сприяє кращому засвоєнню нових понять теми.

Вчитель може продемонструвати аналогію між означеннями опуклих многокутників та многогранників.

Многокутник називають опуклим, якщо він розміщений по один бік від прямої, яка містить його сторону. Многогранник називають опуклим, якщо він розміщений по один бік від площини кожної його грані.

Також звернути увагу на аналогію між тим як визначити неопуклі многокутники та многогранники (див. рис. 1.6.).

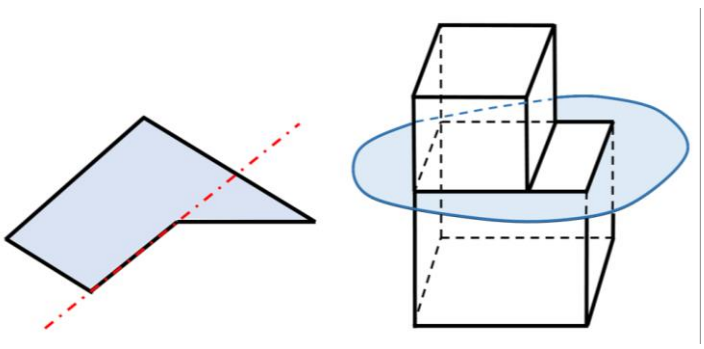


Рис. 1.6. Приклад неопуклого многокутника і неопуклого многогранника

Під час знайомлення учнів з кожним із видів многогранників необхідно звертати увагу на використання їх у навколишньому середовищі і всі нові поняття теми конкретизувати на моделях. Одразу після ознайомлення з означеннями і властивостями кожного виду многогранника потрібно запропонувати учням такі усні вправи [48]:

1.9. Чи може гранню шестигранника бути:

а) чотирикутник;

б) п’ятикутник;

в) шестикутник.

(Відповідь: а) може; б) може; в) не може.).

1.10. Яку мінімальну кількість граней може мати призма? Скільки вершин, ребер, бічних ребер у такої призми?

(Відповідь: п’ять граней; шість вершин, дев’ять ребер у такої призми.).

1.11. Чи існує призма, що має 17, 25, 27 ребер?

(Відповідь: в n-кутній призмі загальна кількість ребер становить 3n.).

1.12. Чи існує призма, в якій лише одне бічне ребро перпендикулярне до основи?

(Відповідь: ні.).

1.13. Чи існує призма, в якій лише одна бічна грань перпендикулярна до площини основи?

(Відповідь: ні.).

Схожі питання можна сформулювати і у темі “Піраміда” [7].

1.14. Чи існує піраміда, у якої кількість ребер дорівнює 25?

(Відповідь: ні).

1.15. Чи може грань піраміди бути:

а) трикутником;

б) квадратом?

(Відповідь: а) може; б) може).

1.16. Одна з граней піраміди – квадрат, тоді якою геометричною фігурою будуть інші грані?

(Відповідь: трикутники).

1.17. Піраміда має шість граней, п’ять з яких – трикутники. Яким многокутником є її шоста грань?

Даючи відповіді на вказані питання, учні краще усвідомлять означення і властивості кожного виду многогранника та у них розвиватиметься просторова уява.

При вивченні будь-якої теми математики невід’ємною частиною є використання теоретичних знань на практиці. У свою чергу, щоб розв’язувати задачі, необхідно вміти здійснити побудову многогранника, а для коректної побудови потрібна демонстрація такого тіла. На поміч можуть стати наочності. В 11 класі учні мають більший досвід у роботі з просторовими фігурами, тому макетом можуть слугувати наочності, в яких виділені всі елементи многогранників, а також можуть бути виділені перерізи многогранників (див. рис. 1.7.).

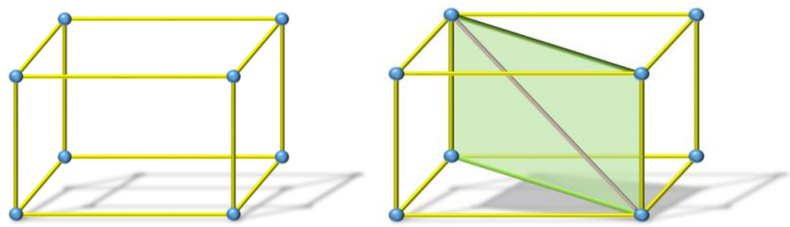


Рис. 1.7. Приклад макета прямокутного паралелепіпеда, який доцільно демонструвати учням 10-11 класів

Одних лише макетів для виконання побудови многогранників недостатньо. Не зайвим буде запропонувати учням послідовність дій для правильного зображення кожного виду многогранника. Будувати многогранник є доволі складним завданням, тому що зображення має бути таким, щоб максимальну кількість ребер та граней було видно, і в жодному разі ребра не збігались. Для побудови зручніше користуватися паралельним проектуванням, адже зберігається відношення довжин відповідних відрізків, що дасть можливість уявити форму даного многогранника, не порушивши відношення деяких його розмірів. Для побудови зображення фігури користуються двома видами ліній – “видимі” та “невидимі”. З назви зрозуміло, що “видимі” лінії – це ті, що розташовані перед іншими частинами фігури, а “невидимі” навпаки. При цьому їх по-різному зображують на площині, “видимі” лінії суцільною, “невидимі” – штриховою (див. рис. 1.8.).

Лінія	Назва
	Суцільна
	Штрихова

Рис. 1.8. Класифікація ліній для побудови фігур у стереометрії

Перед тим як надавати учням алгоритм побудови многогранників необхідно повторити правила зображення найпоширеніших плоских фігур. У підручнику Істер О. С. для 10 класу рівня стандарту [22] запропоновані такі правила побудови плоских фігур у стереометрії:

1) зображенням будь-якого трикутника (рівностороннього, рівнобедреного, різностороннього, гострокутного, тупокутного, прямокутного) є довільний трикутник;

2) зображенням будь-якого паралелограма (прямокутник, ромб, квадрат) є довільний паралелограм;

3) зображенням трапеції є будь-яка інша трапеція з таким самим відношенням довжин основ.

Побудову призми зручно розпочати із зображення її основ. Бічні ребра призми зображують похилими відрізками (для похилої призми) та вертикальними відрізками (для прямої призми) (див. рис. 1.9.).

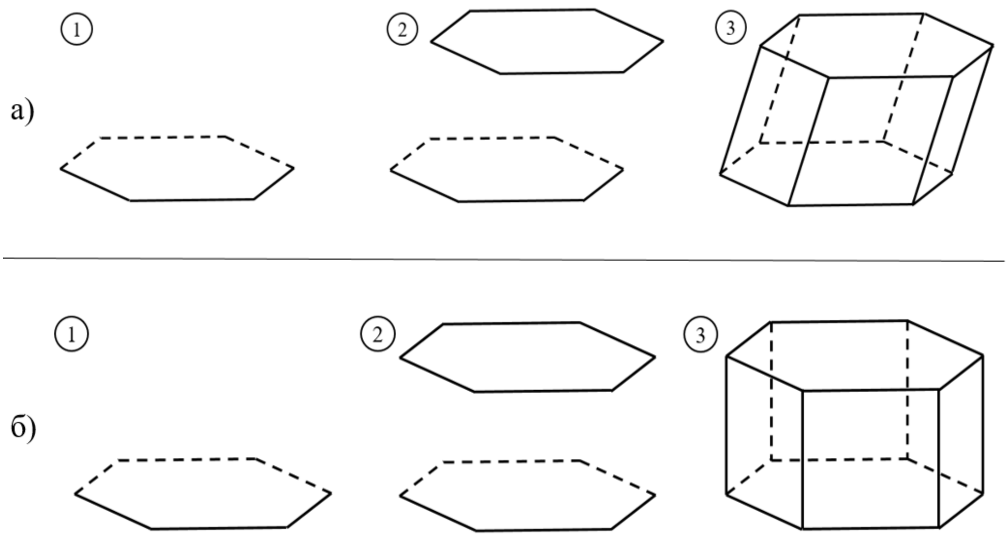


Рис. 1.9. Алгоритм-схема побудови похилої та прямої призми

Щоб зобразити піраміду потрібно (див. рис. 1.10.):

1) побудувати многокутник, що лежить в основі піраміди;

2) за умовою задачі визначити положення основи висоти піраміди;

3) з основи висоти піраміди вертикально вгору провести промінь на якому вибрати точку (вершину піраміди);

4) сполучити вершину піраміди з вершинами основи [5].

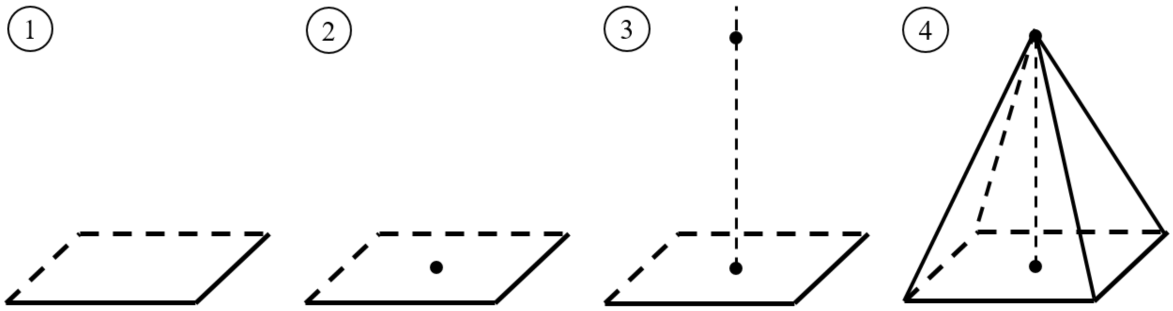


Рис. 1.10. Алгоритм-схема побудови правильної піраміди

Також у підручниках з математики 11 класу рівня стандарту зустрічаються задачі на переріз многогранників, тому існує необхідність у тому, щоб навчити учнів зображувати їх на площині.

Спочатку треба зазначити для учнів, що таке діагональний переріз. Діагональним перерізом називають переріз, який проходить через два бічних ребра, що не належать одній грані [19]. Також потрібно звернути увагу учнів на те, що для довільної призми цей переріз є одним із видів паралелограма.

Побудова діагонального перерізу призми зазвичай не викликає труднощів в учнів, за умови, що вони усвідомили саме поняття так само і переріз піраміди, що зводиться до побудови прямих перетину січної площини з площинами граней піраміди.

Проаналізувавши підручник Істер О.С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) [19] було з'ясовано, що у темі "Многогранники" пропонуються такі типи задач:

І тип – задачі на пошук певного виду многогранника в навколишньому середовищі (учні мають навести приклади об'єктів, що мають форму одного із видів многогранника, що допоможе їм співвідносити предмети навколишньої дійсності з назвою цього форми цього предмету).

Наприклад: Наведіть приклади тіл, з оточуючого світу, що мають форму призми [19, с. 180, №1.2].

II тип – задачі на визначення елементів многогранника за поданим рисунком (виконуючи таке завдання учні краще запам'ятовують елементи многогранника та формується уява, адже їм потрібно виобразити які лінії на представленому малюнку є видимими, а які ні).

Наприклад: Укажіть вершини, ребра та грані многогранника, зображеного на малюнку нижче (див. рис. 1.11.) [19, с. 180, №1.3].

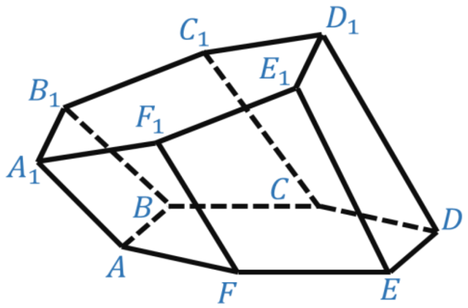


Рис. 1.11. Ілюстрація до задачі 2

III тип – задачі на уявлення геометричного тіла за наявною характеристикою (за допомогою цього завдання в учнів формується просторова уява, адже перед ними немає малюнка цього виду многогранника, тому спочатку потрібно побудувати собі тривимірний образ, а потім давати відповідь на питання, поставлене у завданні).

Наприклад:

№1: Скільки ребер і граней має чотирикутна призма [19, с. 180, №1.5]?

№2: Чи існує многогранник, у якого кількість вершин дорівнює кількості граней? У разі позитивної відповіді намалюйте його [19, с. 180, №1.12].

№3: Скільки граней і скільки ребер має шестикутна піраміда? [19, с. 201, №3.4].

IV тип – задачі на визначення площ повної та бічної поверхонь многогранників (виконуючи даний тип завдань учні краще розуміють та запам'ятовують формули для обчислення площі повної та площі бічної поверхонь даного в задачі виду многогранника).

Наприклад:

№1: Площа бічної поверхні призми дорівнює 12 $см^2$, а площа основи дорівнює 5 $см^2$. Яка площа повної поверхні призми? [19, с. 180, №1.7].

№2: Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда, висота і сторона основи якого по 2 дм, а діагональ - 3 дм [19, с. 190, №2.10].

№3: Апофема правильної піраміди дорівнює 5 см, знайти площу бічної поверхні цієї піраміди, якщо периметр її основи дорівнює 20 см [19, с. 201, №3.8].

V тип – задачі на вираження змінних з формул площ повної та бічної поверхонь (при розв'язуванні цих завдань учні закріплюють знання формул).

Наприклад:

№1: Знайдіть висоту прямої призми площею 126 $см^2$, якщо основа є прямокутником зі сторонами 6 см і 5 см [19, с. 181, №1.21].

№2: Площа бічної поверхні прямої призми, в основі якої лежить прямокутник дорівнює 90 $см^2$, а повної поверхні – 126 $см^2$. Знайдіть висоту призми, якщо сторони основи співвідносяться як 1:2 [19, с. 182, №1.35].

№3: Знайти площу основи піраміди, якщо площа її повної поверхні дорівнює 250 $см^2$, а площа бічної поверхні - 200 $см^2$ [19, с. 201, №3.9].

VI тип – задачі на кут між прямою та площиною (цей тип задач необхідний для того, щоб учні мали змогу розглядати не тільки зовнішню область многогранника, а й внутрішню, таким чином 11-класники розвивають просторову уяву).

Наприклад:

№1: Знайдіть висоту похилої призми, якщо бічне ребро дорівнює 8 см і утворює з площиною кут 30° [19, с. 181, №1.23].

№2: Знайти висоту прямого паралелепіпеда, основа якого - паралелограм зі сторонами 3 см і 5 см та тупим кутом 120°, а більша діагональ нахилена до площини основи під кутом 45° [19, с. 190, №2.12].

№3: Знайти площу основи та апофему правильної трикутної піраміди з бічним ребром довжиною $4\sqrt{3}$ см, який утворює з площиною основи кут 60° [19, с. 203, №3.29].

VII тип – задачі на знаходження кута між площинами (має аналогічну мету з попереднім типом).

Наприклад:

№1. У основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з бічною стороною 5 см і основою 6 см. Через основу цього трикутника проведено переріз, який утворює кут 45° з площиною основи і перетинає бічне ребро. Знайти площу утвореного перерізу [19, с. 182, №1.31].

№2: Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює $4\sqrt{2}$ см і утворює з площиною основи кут 45°. Знайдіть висоту піраміди та сторону її основи [19, с. 202, №3.23].

№3: Знайдіть площу повної поверхні правильної чотирикутної піраміди з апофемою довжиною $2\sqrt{3}$ см, бічні грані якої утворюють з площиною основи кут 30° [19, с. 203, №3.31].

VIII тип – задачі на знаходження площі діагонального перерізу (виконуючи такі завдання учні працюють з внутрішньою областю многогранника, формуючи у себе вміння будувати тривимірні образи).

Наприклад: Знайдіть площу діагонального перерізу правильної чотирикутної призми зі стороною основи 6 см і бічним ребром 3 см [19, с. 181, №1.25].

IX тип – задачі практичного змісту (даний тип задач допомагає учням зрозуміти необхідність математики в їх житті, що мотивує та зацікавлює учнів вивчати цей предмет).

Наприклад:

№1: На 1 $дм^2$ поверхні витрачають 3 г фарби. Скільки потрібно використати фарби, щоб пофарбувати трубу, яка має форму правильної трикутної призми зі стороною основи 60 см та висотою – 50 см [19, с. 181, №1.17].

№2: Для того щоб зберігати картоплю необхідно виготовити короб у формі призми, основа якого є рівнобічна трапеція. Висота короба 0,7 м, основи рівнобічної трапеції відповідно дорівнюють 0,4 м, 0,6 м і бічні сторони рівнобічної трапеції дорівнюють 0,5 м. Скільки потрібно фанери щоб виготовити короб? Відповідь потрібно округлити до десятих квадратних метрів [19, с. 182, №1.30].

№3: Туристичний намет має форму правильної чотирикутної піраміди, усі ребра якої мають довжину – 2 м. Скільки квадратних метрів тканини треба, щоб пошити такий намет? Відповідь округлити до десятих квадратних метрів [19, с. 202, №3.17].

Задачі, запропоновані у підручнику Істера О. С. [19], створені для відпрацювання навчального матеріалу тем. Тоді як задачі, на використання набутих знань в ситуаціях наближених до життєвих, пропонуються у невеликій кількості.

Наприклад:

1.18. В цирку використовують тумбу для тварин, що має форму правильної трикутної призми, сторона основи якої дорівнює 60 см, а висота – 50 см. Потрібно пофарбувати бічну поверхню цієї призми. Скільки фарби буде використано, якщо на 1 дм^2 поверхні витрачають 3 г фарби [19, с. 181, №1.17]?

1.19. Одним з елементів дитячого майданчика є правильна шестикутна призма, сторона основи якої дорівнює 50 см, а висота – 40 см. Потрібно пофарбувати бічну поверхню цієї призми. Скільки фарби буде використано, якщо на 1 дм^2 поверхні витрачають 3 г фарби [19, с. 181, №1.18]?

1.20. Мале підприємство випускає подарункові коробки у вигляді призми, основою якої є ромб з діагоналями 24 см і 10 см. Площа повної поверхні призми дорівнює 760 см^2. Знайдіть висоту цієї коробки [19, с. 182, №1.29].

1.21. Для зберігання картоплі потрібно виготовити короб із кришкою у формі призми заввишки 0,7 м. Основою призми є рівнобічна трапеція з основами 0,4 м, 0,6 м і бічною стороною 0,5 м. Скільки фанери знадобиться для виготовлення короба? Відповідь округліть до десятих квадратних метрів [19, с. 182, №1.30].

1.22. На заводі випускають набори кубиків. До набору входить по 10 кубиків червоного, зеленого, синього і жовтого кольорів. Скільки пластмаси кожного кольору знадобиться для одного такого набору, якщо ребро кубика дорівнює 8 см [19, с. 190, №2.6]?

1.23. Відома в усьому світі іграшка кубик Рубіка має ребро завдовжки 5,5 см. Знайдіть площу поверхні кубика Рубіка [19, с. 190, №2.7].

1.24. Деталь (див. рис. 1.12.) треба пофарбувати (усі двогранні кути деталі - прямі). Скільки для цього потрібно фарби, якщо на 1 дм^2 поверхні витрачають 3 г фарби [19, с. 192, №2.26]?

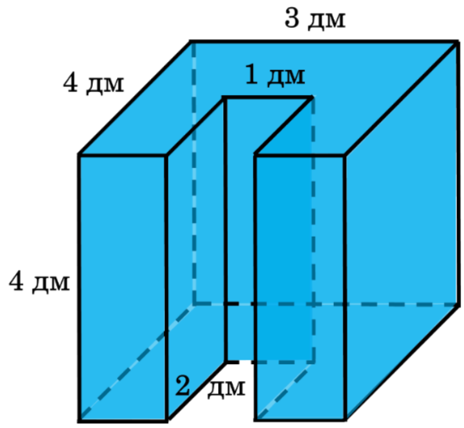


Рис. 1.12. Ілюстрація до задачі 1.24

1.25. Деталь (див. рис. 1.13.) треба пофарбувати (усі двогранні кути деталі - прямі). Скільки для цього потрібно фарби, якщо на 1 дм^2 поверхні витрачають 3,5 г фарби [19, с. 192, №2.27]?

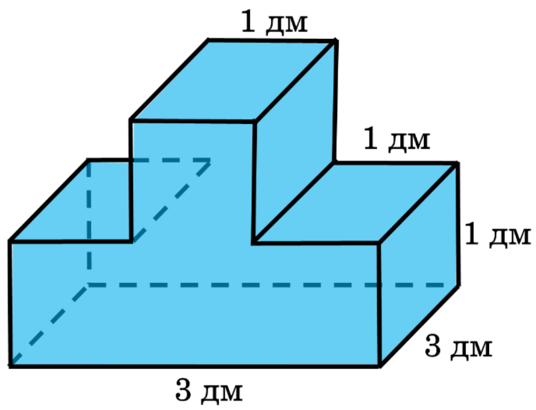


Рис. 1.13. Ілюстрація до задачі 1.25

1.26. Намет являє собою правильну чотирикутну піраміду, усі вісім ребер якої дорівнюють по 2 м. Скільки квадратних метрів тканини треба для пошиття такого намету? (Відповідь округліть до десятих квадратних метрів.) [19, с. 202, №3.17].

1.27. Піраміда Мефферта - іграшка, що являє собою тетраедр, усі ребра якого дорівнюють по 9 см. Обчисліть площу повної поверхні цієї іграшки. (Відповідь округліть до десятих квадратних сантиметрів.) [19, с. 202, №3.18].

1.28. Піраміда Хеопса у Єгипті зараз являє собою правильну чотирикутну піраміду, сторона основи якої приблизно дорівнює 300 м, а бічне ребро - 225 м. Знайдіть висоту піраміди Хеопса з точністю до десятих метра [19, с. 203, №3.27].

1.29. Піраміда Хефрена в Єгипті зараз являє собою правильну чотирикутну піраміду, сторона основи якої приблизно дорівнює 210,5 м, а висота – 136,4 м. Знайдіть довжину бічного ребра піраміди Хефрена з точністю до десятих метра [19, с. 203, №3.28].

У формуванні математичної компетентності велику роль відіграють задачі практичного змісту. Вони демонструють учням обставини їхнього життя, в яких використовується математика, що дає змогу зацікавити учнів вивчати цей предмет та дає змогу учням, при зіткненні з такими ситуаціями у реальності, не злякатися і змогти їх вирішити. У підручнику Бевз Г. П. [6] пропонується більше задач практичного змісту, у порівнянні з підручником автора Істер О. С.

Наприклад:

1.30. Волонтери підготували подарунки у вигляді цукерок дітям (див. рис. 1.14.), які тривалий час перебувають у лікарні. Побудуйте розгортку такого многогранника. За бажанням зробіть такий подарунок людині, яка потребує цього [6, с. 147, №596].

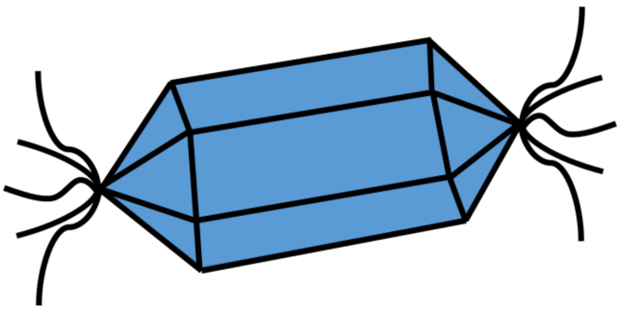


Рис. 1.14. Ілюстрація до задачі 1.30

1.31. Розміри контейнера для роздільного збору сміття, який розміщено біля технічної будівлі становлять 170 × 80 × 120 см. Передню, бокові та верхню частини контейнера фарбують відповідними кольорами, а задню – чорна фарба (див. рис. 1.15.). Скільки витратиться фарби кожного кольору, якщо на 1 м^2 поверхні йде 120 г фарби? Порахуйте, незважаючи на отвори [6, с. 147, №597].

Рис. 1.15. Ілюстрація до задачі 1.31

1.32. Знайдіть відстань між найвіддаленішими точками цеглини, якщо її розміри 250 × 120 × 65 мм [6, с. 155, №623].

1.33. (ЗНО, 2010) У таборі відпочинку вирішили дерев’яний стіл, з метою проведення змагань з настільних ігор (див. рис. 1.16.). Скільки лаку знадобиться для покриття 5 дошок, розміри яких подано нижче, якщо на 1 м^2 витрачається 100 г лаку [6, с. 156, №626]?

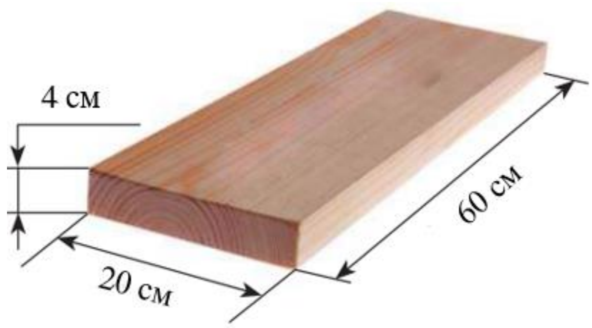


Рис. 1.16. Ілюстрація до задачі 1.33

1.34. Скільки лаку потрібно для покриття поверхні бруска розмірами 10 × 20 × 80 см. Якщо на 1 м^2 витрачається 100 г лаку [6, с. 156, №627].

1.35. Підставка для олівців має форму правильної трикутної призми без верхньої основи (див. рис. 1.17.). Периметр бічної грані підставки дорівнює 40 см, а сторона основи дорівнює 10 см. Знайти площу бічної поверхні підставки [6, с. 156, №628].

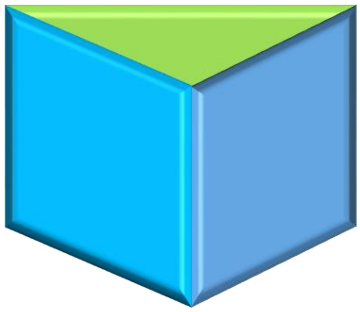


Рис. 1.17. Ілюстрація до задачі 1.35

1.36. Яка з гумок має більшу площу (див. рис. 1.18.), якщо вони мають форму похилого та прямого паралелепіпедів з однаковими лінійними розмірами (довжина, ширина і висота) [6, с. 157, №641]?

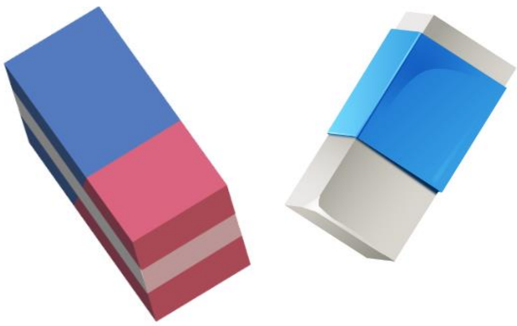


Рис. 1.18. Ілюстрація до задачі 1.36

1.37. Визначте вартість плівки на теплицю, розміри якої зазначено нижче (див. рис. 1.19.). Плівка продається погонними метрами у формі рукава, ширина якого 120 м. Врахуйте, що плівку потрібно склеювати, тому 5% піде у відходи. Ціна одного погонного метра становить 21 грн [6, с. 156, №641].

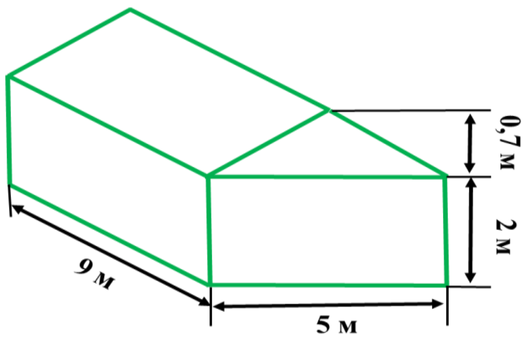


Рис. 1.19. Ілюстрація до задачі 1.37

1.38. Скільки рулонів однотонних шпалер потрібно придбати, щоб обклеїти стіни кімнати, що має форму прямокутного паралелепіпеда з розмірами: 4 м, 5 м та 2,7 м, вікно має розмір 1,2 × 1,8 м, двері – 0,8 × 2,2 м? Відходи становлять 5%, а розміри рулона 0,5 × 15 [6, с. 156, №644].

1.39. Піраміда Хеопса в Єгипті має форму правильної чотирикутної призми. Знайдіть кут нахилу бічного ребра до площини основи піраміди, якщо висота піраміди дорівнює 147 м, а площа основи 530 а [6, с. 163, №664].

1.40. Для виготовлення заспокійливого чаю підприємець пакує ромашку, м'яту та лаванду в одноразовий пакетик, що має форму тетраедра, ребро якого 4 см. В одній упаковці має міститися: 10 пакетиків ромашки, 8 – м'яти та 7 – лаванди (див. рис. 1.20.). Скільки упаковок заспокійливого чаю підприємець може підготувати, якщо у нього є 7 $м^2$ матеріалу для одноразових пакетиків [6, с. 164, №678].

Рис. 1.20. Ілюстрація до задачі 1.40

Вивчення стереометрії є складним і трудомістким процесом, що вимагає від учнів знати всі означення, властивості, теореми, формули планіметрії та розуміти як їх застосовувати, а головне – вміти уявляти тривимірні об'єкти та працювати з ними. Для того щоб полегшити учням вивчення тем геометрії профільної школи і зробити навчання більш цікавим та таким, що добре запам'ятовується, вчителю потрібно обладувати набором доробок. Такою підготовкою до викладання певної теми шкільного курсу стереометрії може стати портфоліо вчителя математики.

1.2 Електронне портфоліо вчителя математики

Портфоліо відоме ще з епохи Відродження як ідея колекціонування творів, а досвід його використання в школах з'явився в США наприкінці 20 століття і поширився в Європі та Японії. Художники та архітектори приносили з собою «портфоліо», коли вступали до художньої школи чи проєкту будівництва. За документами, зібраними в портфоліо, можна було скласти уявлення про якість їх роботи та оцінити професійний рівень кандидатів. Портфоліо, як спосіб самопропозиції, досі використовують сучасні художники, модельєри та фотографи [23, с. 6].

Якщо переводити з англійської мови слово “portfolio”, то можна побачити такий переклад – “папка з документами” або “портфель”, що означає певний комплект матеріалів. У підручнику з інформатики 10(11) класу можна зустріти таке означення: портфоліо – збірка напрацювань певної особи [41].

Можна виділити такі визначення поняття «портфоліо» [10]:

- засіб фіксації, узагальнення й оцінювання індивідуальних досягнень учня за певний період навчання;
- збірка робіт і досягнень учня, що демонструє його старання, прогрес і досягнення в різних сферах;
- робоча папка з файлами, що містить різноманітну інформацію про досвід і досягнення учня;
- інструмент для саморегуляції, самопізнання, самооцінки, розвитку особистості та самовираження;
- звіт про процес, який показує, як людина думає, запитує, аналізує, синтезує, створює та взаємодіє з іншими людьми інтелектуально, емоційно та соціально.

Технологія “портфоліо” – це спосіб фіксування, нагромадження і автентичного оцінювання індивідуальних освітніх результатів особистості за певний період її навчання або професійної діяльності [23, с. 12].

Розроблення портфоліо базується на основі сучасних наукових підходів:

- компетентнісний (полягає в оцінці ефективності діяльності вчителя за результатами реалізації основних професійних функцій та умінь;
- діяльнісний (полягає в оцінці результатів і професійної компетентності вчителя відповідно до виконання основних видів діяльності);
- системний (полягає в оцінці рівня професійної діяльності вчителя за результатами проведення низки процедур: визначення взаємозв’язків компонентів портфоліо та функції цих компонентів) [23, с. 13].

Вимоги до створення портфоліо та принципи роботи:

1. Систематичність і регулярність самоконтролю.

2. Достовірність.

3. Об'єктивність.

4. Авторський акцент на самовдосконаленні.

5. Структурність, логічність і стислість усіх письмових пояснень.

6. Акуратність і естетичність оформлення.

7. Повнота, тематична завершеність поданих матеріалів.

8. Наочність продуктів праці.

9. Технологічність [23, с. 14].

Портфоліо може бути паперовим та електронним. Перший вид портфоліо містить інформацію про свого власника та його досягнення. Відповідно до назви виду, паперове портфоліо – це тека з аркушами-вкладишами. У вік загальної комп’ютеризації та інтеграції у всесвітню інтернет-павутину, електронний варіант є більш актуальним. У цьому випадку портфоліо – це сукупність документів, які збираються та зберігаються в електронному вигляді. Однак зберігання файлів у папці на комп’ютері недостатньо. Адже в цьому випадку їх ними користуватись можна тільки вам. В результаті популярності, онлайн-варіанти найчастіше публікуються в інтернеті у вигляді особистого сайту. В свою чергу електронне портфоліо може бути доступним обмеженому колу людей, таке портфоліо називається локальним, та доступним усім людям – глобальним [52].

В умовах модернізації освіти педагог постійно розвивається. Однією із форм оцінки педагогічної і навчально-методичної діяльності вчителя визначають його портфоліо.

Від 27 грудня 2018 року е-портфоліо стало частиною сертифікації педагогів [43]. Метою створення портфоліо для сертифікації вчителів було:

- самооцінювання власної педагогічної майстерності з формування в учнів ключових компетентностей і вмінь;
- динаміка професійного зросту та індивідуального розвитку;

- виявлення сильних та слабких сторін власної педагогічної діяльності.

Учасник сертифікації повинен представити результати самооцінювання у портфоліо, яке включає в собі анкету самооцінки, опис навчального заняття з відеозаписом, заходи, що демонструють педагогічну активність (сайт, блог, сторінка тощо) та інші матеріали, які свідчать про професійний розвиток вчителя [43].

Мета створення портфоліо полягає у накопиченні досягнень та слідкуванні за професійним прогресом протягом деякого терміну [41].

Завданням портфоліо є – демонстрація досвіду роботи найбільш повно та ефективно, відображення динаміки професійного розвитку, аналіз та узагальнення власної роботи [41].

Портфоліо реалізує:

1) діагностичну функцію – фіксація змін за певний проміжок часу;

2) змістовну функцію – розкриття спектру здійснених робіт;

3) розвиваючу функцію – забезпечення безперервного процесу освіти і самоосвіти;

4) мотиваційну функцію – відзначення результатів діяльності;

5) рейтингову функцію – виявлення кількісних та якісних індивідуальних досягнень [41].

В залежності від мети створення, портфоліо бувають різних типів. Наприклад [16]:

- “папка досягнень” або особисте портфоліо, спрямоване на відображення власних успіхів;
- рефлексивне портфоліо, в якому фіксується динаміка розвитку особистості та дозволяє кількісно та якісно відслідковувати ефективність діяльності;
- проблемно-дослідницьке, пов’язане з відображенням наукової діяльності;
- тематичне портфоліо, створене під час вивчення певної теми.

У педагогічній діяльності найчастіше використовуються особисте та тематичне портфоліо [30]. Перше пов'язане з професійною діяльністю особи, яке виконують у форматі резюме. Особисте портфоліо є професійним портретом працівника, в якому акцент робиться на досвіді роботі [41]. Строгих правил і форма ведення портфоліо немає їх обирає автор [4].

Тематичне портфоліо може мати такі складники:

1) план;

2) пояснювальну записку;

3) обґрунтування теми, своє бачення теми, очікувані результати;

4) власні роботи, що стосуються даної теми;

5) самоаналіз проведеної роботи;

6) підведення підсумків та визначення перспектив [41].

Вказані вище компоненти і складають портфоліо. Після того як підготували збірку матеріалів з даної теми необхідно відібрати головне та систематизувати її. Для створення якісного портфоліо потрібно виділити:

1) мету створення портфоліо;

2) структуру портфоліо;

3) складники портфоліо;

4) місцезнаходження та способи доступу до портфоліо [41].

На основі аналізу джерел [23, 3, 42] при роботі над формуванням портфоліо автори виділяють такі помилки:

- неправильне трактування мети створення портфоліо. Помилково сприймають портфоліо як засіб перевірки знань вчителя, а насправді мета полягає у зборі результатів роботи та розвитку особистості вчителя, демонстрації його майстерності та професійного рівня;

- перебільшена важливість дипломів, наявність яких не гарантує хорошого спеціаліста. Дипломи та сертифікати обов'язково мають бути у портфоліо, але достатньо лише переліку;

- прагнення зробити вигляд участі в конкурсах, конференціях, без деталізації своєї ролі у цих засіданнях. Участь є процесом, а не результатом.

Якщо участь не принесла результат, але зафіксована на відео, то вчитель може покласти в портфоліо власний виступ як відео-фрагмент, який демонструє майстерність;

- вдавання за професійний рівень справи, які є щоденними обов’язками вчителя, як-от проведення відкритого уроку. Без виконання цього завдання вчитель не буде відповідати своїй посаді;
- відсутність відгуків. Зворотній зв’язок є корисним, адже допомагає вчителю самовдосконалюватись та краще розуміти, що необхідно слухачеві;
- учитель підходить до складання портфоліо як до зовнішньої вимоги, а не як до самоконтролю.

Мета створення портфоліо вчителя математики з певної теми, зокрема теми “Многогранники” полягає у накопиченні, систематизації і презентації матеріалу теми у вигляді портфоліо, яке може містити наступні складники:

- фрагмент навчальної програми;
- логіко-математичний аналіз теми;
- календарно-тематичне планування;
- перспективно-тематичне планування;
- поурочне планування;
- системи вправ за різним призначенням (вправи для повторення і актуалізації опорних знань; тренувальні вправи на відпрацювання понять теми; вправи на засвоєння основних способів діяльності; задачі прикладного змісту; завдання для самостійних і контрольних робіт; задачі рівня ЗНО);
- зразки розв’язання типових задач;
- наочності;
- тематика та завдання навчальних проектів.

Процес розроблення компонентів портфоліо дозволить вчителю здійснити повний аналіз теми, побудувати стратегію якісного опрацювання навчального матеріалу з учнями задля реалізації очікуваних результатів, зазначених у навчальній програмі. Наступний розділ буде присвячений розробці змісту компонентів портфоліо з теми “Многогранники” і технології його презентації.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РОЗРОБКИ ПОРТФОЛІО З ТЕМИ “МНОГОГРАННИКИ”

2.1 Розробка змістовних компонентів портфоліо

2.1.1. Аналіз змісту теми “Многогранники” за діючими програмами, підручниками

Одним із етапів роботи вчителя щодо створення портфоліо з навчальної теми є опрацювання програми. В результаті педагог окреслює для себе стратегію вивчення матеріалу, здійснює планування теми перспективно-тематичне та поурочне, підбирає систему вправ та завдань, які дозволяють реалізувати очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів, визначені у навчальній програмі, затвердженій МОН.

У Таблиці 2.1. представлено фрагмент навчальної програми з математики, рівень стандарту, для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів для вивчення теми “Многогранники” [34].

Також вчитель має підібрати дидактичні засоби навчання, з яким будуть працювати учні.

У сучасній школі для вивчення математики рівня стандарт за рекомендаціями МОН були обрані підручники математики видані під керівництвом таких авторів: Істер О. С. [19], Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. [32], Бевз Г. П., Бевз В. Г. [6], Нелін Є. П. і Долгова О. Є. [36].

Розглянемо виклад теми «Многогранник» у підручниках математики 11 клас авторів зазначених вище. Тема «Многогранник» у підручнику Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. [32] розбита на три параграфи: призма, паралелепіпед, піраміда. У підручниках Істер О. С. - на чотири, які мають назви “Многогранники. Призма”, “Паралелепіпед”, “Піраміда” і “Правильні многогранники”. Автори Бевз Г. П. та Бевз В. Г. [6] пропонують вивчення многогранників, розбивши на такі чотири параграфи: многогранник та його елементи, призми, піраміди та правильні многогранники.

Таблиця 2.1.

Витяг з навчальної програми з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів рівень стандарту

Геометрія 11 клас І семестр 2 год на тиждень Тема 1. МНОГОГРАННИКИ 14 годин		
Зміст навчального матеріалу	Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Коментар
Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники. Призма. Пряма і правильна призми. Паралелепіпед. Піраміда. Правильна піраміда. Перерізи многогранників. Площі бічної та повної поверхонь призми, піраміди.	Учень/учениця: **розпізнає** основні види многогранників та їх елементи; **зображує** основні види многогранників та їх елементи; **має уявлення** про перерізи многогранника площиною; **формулює** означення вказаних у змісті многогранників; **записує** формули для обчислення площі бічної та повної поверхонь призми та піраміди **обчислює** величини основних елементів многогранників; **застосовує** вивчені формули і властивості до розв’язування задач, зокрема прикладного змісту.	На вивчення навчального матеріалу виділяється 14 годин. Основні питання, що розглядаються - це многогранник, його елементи та види многогранників, побудова перерізів многогранників; виводяться формули для обчислення площ бічної та повної поверхонь окремих видів многогранників (призма, піраміда).

Нелін Є. П. і Долгова О. Є. [36] у своєму підручнику вивчення теми “Многогранник” розбивають на 6 параграфів: многогранник і його елементи, призма, паралелепіпед, прямокутний паралелепіпед, побудова перерізів призми й задачі, пов’язані з перерізами, піраміда, розташування висоти в деяких видах пірамід, правильні многогранники.

Загалом схема вивчення теми “Многогранник” у всіх підручниках однакова:

1) Многогранник. Призма;

2) Паралелепіпед;

3) Піраміда.

За підручниками, вказаними вище, вивчення теми розпочинається з ознайомлення з терміном “геометричне тіло” і одразу ж наводяться приклади з навколишнього середовища. Потім учні мають освоїти основні поняття теми, такі як: многогранник, грані, ребра, вершини і діагоналі многогранника, плоский кут при вершині многогранника, сусідні і протилежні грані многогранника, сусідні і протилежні ребра многогранника, двогранний кут многогранника при ребрі, опуклий і неопуклий многогранник, площа поверхні многогранника і розгортка многогранника. У підручнику Бевз Г.П. та ін. [6] вказується ще і теорема Ейлера для многогранників, яка не є обов’язковою за програмою стандартного рівня.

Після вивчення поняття “многогранник” учні знайомляться з новим геометричним тілом – призмою. Розглядають її елементи, види призм, площу поверхні призми, а також знайомляться з поняттям перерізу многогранника і виконують задачі на побудову перерізів. Необхідно наголосити на тому, що для побудови перерізів многогранників можна використовувати властивості паралельності прямих і площин (за підручниками Мерзляк А.Г. [32] та ін. і Істер О. С. [19]) або метод слідів (за підручниками Бевз Г.П. та ін. [6] і Нелін Є. П. та ін. [36]). Останній метод можна пройти оглядово, адже не є обов’язковим за стандартною програмою.

Вивчення поняття “паралелепіпед” за підручником Мерзляк. А. Г. та ін. [32] починається з означення у новому параграфі, в кінці якого запропонована схема, яка ілюструє зв’язок між паралелепіпедами та їхніми окремими видами (див. рис. 2.1.).

Рис. 2.1 Класифікація паралелепіпедів [32]

Тоді як за підручником Бевз Г.П. [6] та ін. теоретичний матеріал про паралелепіпед входить до параграфу “Призми”, що є більш логічним, адже за означенням паралелепіпед є призмою з певними властивостями.

Нелін Є. П. пропонує додатково ознайомитися з симетрією прямокутного паралелепіпеда, що дає змогу краще уявити це геометричне тіло, правильно будувати уявні лінії паралелепіпеда і виконувати задачі на побудову.

Вивчення піраміди та її елементів за підручниками, які зазначені вище розпочинається з означення і переліку елементів піраміди, який підкріпляється відповідними ілюстраціями. У параграфі також зазначаються властивості піраміди і теореми про площу бічної поверхні правильної піраміди з доведенням. Найкраще подано навчальний матеріал у підручнику Нелін Є. П. [36], адже тема “Піраміда” розбита на два параграфи. У першому учні знайомляться з пірамідою, її елементами, правильною пірамідою та формулою площі бічної поверхні. Другий параграф присвячений розташуванню висоти в деяких видах пірамід. У підручнику на окремих задачах ілюструються види пірамід за положенням висоти. Це є надзвичайно корисним для усвідомлення інформації, адже матеріал подається окремим блоком, що сприяє кращому запам’ятовуванню.

Авторський колектив Бевз Г.П. та ін. [6] акцентує увагу на розвитку вмінь і навичок учнів, на доступності викладу, на підкріпленні теоретичного матеріалу малюнками, вважаючи, що кожний елемент курсу геометрії повинен спиратися на більш просте і зрозуміле наочне подання. Тому в підручнику авторів Бевз Г.

П. та ін. [6] міститься багато ілюстрацій і креслень. Також у цьому підручнику найбільше задач прикладного змісту.

У підручнику авторів Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. [32], пропонується найменша кількість задач практичного змісту, а всі задачі цього підручника поділені на рівні: задачі початкового, середнього, достатнього та високого рівнів та задачі підвищеної складності. У кінці кожного розділу наявні завдання для перевірки знань та домашні самостійні роботи.

Підручник Істер О. С. [19] містить багато яскравих рисунків, які супроводжують пояснення та доведення, що привертає увагу учнів до вивчення. Загалом всі задачі підручника поділені на рівні: задачі початкового, середнього, достатнього та високого рівнів, задачі для підготовки до вивчення нового матеріалу та задачі, які відображають ситуації, пов’язані економічною грамотністю і громадянською відповідальністю. У кінці кожного розділу розміщені тести для перевірки знань учнів, а також домашньої самостійної роботи. З метою зацікавлення учнів до навчання автори запропонували після теоретичного матеріалу рубрику “А ще раніше …”, яка знайомить учнів з історичними відомостями, пов’язаними з темою.

Останнім зі списку підручників, а не за якістю, є підручник з математики для 11 класу авторського колективу Нелін Є. П. і Долгова О. Є. [36]. На початку кожної теми збирається основні теоретичні відомості і формули, що дозволяє звертатися туди за потребою. Для кращого уявлення термінів стереометрії у підручнику подані ілюстрації. Також перед списком задач пропонується приклади оформлення розв’язання задач. Задачі підручника орієнтовані на використання отриманих знань на практиці, тобто більшість задач є прикладного змісту, що є надзвичайно важливим для мотивації учнів навчатися. Підручник наповнений ілюстраціями різних видів многогранників, які зустрічаються у житті.

2.1.2. Логіко-математичний аналіз теми

Логіко-математичний аналіз теми за підручником передбачає наступні етапи:

1. логіко-математичний аналіз формулювання означень нових понять теми;
2. орієнтована побудова системи вправ введення нового поняття;
3. схема-орієнтир проведення логіко-математичного аналізу структури формулювання математичного твердження;
4. аналіз форми, виду, способу доведення математичного факту;
5. факти, сформульовані в задачах.

Для подальшої роботи над проблемою було обрано підручник Істер О. С. [19] Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) та виділено такі його переваги:

1) теоретичний матеріал супроводжується ілюстраціями;
2) виділення курсивом та напівжирним шрифтом інформації, на яку потрібно звернути увагу;
3) теореми наведені з доведенням;
4) запропоновані типові завдання з теми разом із розв'язанням;
5) параграфи розділені на окремі пункти;
6) наведено історичні факти, пов’язані з матеріалом теми;
7) в кінці параграфу запропоновані питання до теоретичного матеріалу;
8) наявна рівнева диференціація завдань;
9) запропоновано розділення завдань на класні та домашні, письмові та усні, ключові та на відпрацювання навчальної інформації;
10) наявність розділів “Життєва математика”; “Підготуйтесь до вивчення нового матеріалу”; “Перевірте свою компетентність”;
11) запропоновані задачі практичного змісту;
12) в кінці кожної теми наведено вправи для перевірки якості набутих знань.

На першому етапі вчитель опрацьовує поняття наведені в підручнику. Наприклад, за підручником Істер О. С. [19] сформульовано означення, які зазначені в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2.

Основні поняття, факти і способи діяльності теми

	Поняття	Факти	Способи діяльності
Нові	Многогранник, його елементи Опуклий многогранник; Розгортка многогранника; Площа поверхні многогранника; Призма, елементи призми, види призм. N-кутна призма; Висота призми; Діагональ призми; Площа повної поверхні призми; Площа бічної поверхні призми; Переріз многогранника; Січна площина; Діагональний переріз призми; Паралелепіпед; його види. Протилежні грані паралелепіпеда; Прямокутний паралелепіпед; Виміри прямокутного паралелепіпеда; Піраміда її елементи Висота піраміди; Площа повної поверхні піраміди; Площа бічної поверхні піраміди; Правильна піраміда; Вісь піраміди; Апофема; Діагональний переріз піраміди.	Властивість призми; Властивість бічних граней прямої призми; Властивість висоти прямої призми; Теорема (про площу бічної поверхні прямої призми); Теорема (властивість протилежних граней паралелепіпеда); Теорема (властивість діагоналей паралелепіпеда); Теорема (формула для обчислення довжини діагоналі прямокутного паралелепіпеда); Наслідок з теореми-формули для обчислення довжини діагоналі прямокутного паралелепіпеда; Теорема (про площу бічної поверхні правильної піраміди); Властивість бічних ребер правильної піраміди; Властивість бічних граней правильної піраміди.	Зображення та знаходження на малюнках усіх видів многогранників та їх елементів; Побудова усіх видів многогранників та їх елементів.
Базові	Прямокутний паралелепіпед; Куб; Піраміда; Площа повної поверхні прямокутного паралелепіпеда; Площа бічної поверхні прямокутного паралелепіпеда.		Побудова зображень основних плоских геометричних фігур.

Після цього вчитель виписує формулювання означення, визначає його вид та характеристичну властивість. Такий детальний аналіз дозволяє краще запам'ятовувати вчителю дослівне формулювання означення, а також – виявити моменти на які учні мають звернути свою увагу при їх вивченні.

Для того щоб вчитель запланував, які вправи будуть виконувати учні протягом вивчення теми, на другому етапі, вчитель розподіляє вправи підручника на введення нових понять за такою типологією:

- вправи для створення мотивації та введення нового поняття;
- вправи, що забезпечують актуалізацію та повторення базових знань та умінь;
- вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об'єктів, які мають ці властивості;
- вправи, на базі яких відбувається ілюстрація поняття, що вводяться;
- вправи для забезпечення розпізнавання об'єктів, що входять до обсягу нового поняття;
- вправи, що спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння текстового значення.

На третьому етапі вчитель розбирає формулювання математичних тверджень, наведених у підручнику за такою схемою:

1) формулювання твердження;
2) вид твердження;
3) виділення роз'яснювальної частини;
4) виділення умови;
5) виділення вимоги;
6) формулювання твердження рівносильного даному.

Мета цього етапу полягає в тому, що вчитель має можливість виділяти головне, навчитись переформовувати твердження, і, як наслідок, розуміти умови задач, які пропонуються в підручнику.

Формулювання математичних тверджень повинне супроводжуватись ґрунтовним доведенням, тому на четвертому етапі логіко-математичного аналізу проводиться аналіз форми, виду, способу доведення математичного факту. Спочатку вчитель визначає форму, вид, метод та основну ідею доведення. Після цього вчитель наводить етапи доведення математичного факту. Проведена робота дозволяє вчителю краще розуміти та запам'ятовувати теореми, виділяти те, що краще запам'ятається учням. Таким чином вчитель закріпляє свої знання та формує вміння співставляти метод з основними етапами доведення, що дає можливість доводити інші теореми.

Навчальна інформація може бути сформульована не тільки в теоретичній частині параграфу, а й в задачах. Тому на шостому етапі логіко-математичного аналізу вчитель зазначає собі ключові задачі, в результаті розв'язання яких визначаються математичні факти.

Повний ЛМА теми за підручником О. Істера поданий у додатку А.

2.1.3. Планування теми: календарне, перспективно-тематичне, поурочне

Опрацювання навчальної програми дозволяє вчителю розподілити кількість часу на вивчення тем з розрахунком 1 тема – 1 урок, тобто – скласти календарно-тематичний план [28]. Календарний план є основним робочим документом, який визначає педагогічну діяльність учителя та забезпечує досягнення очікуваних результатів навчання, зазначених у навчальній програмі. Календарно-тематичний план розробляє вчитель самостійно або разом з іншими вчителями навчального закладу, які входять до складу шкільної методичної комісії [18]. Календарне планування з теми «Многогранники» наведено у табл. 2.3.

Важливою складовою підготовки вчителя до вивчення теми також є перспективно-тематичне планування. Воно допомагає розумно розподілити навчальний матеріал на уроки, зазначені у календарно-тематичному плануванні, реалізувати міжпредметні зв'язки, передчасно підготувати навчальне та матеріальне обладнання. Таким чином вчитель створює умови для підвищення ефективності навчання. Добре продумана система уроків різних типів є основою перспективно-тематичного плану. Перспективно тематичне планування теми “Многогранники”, подане у додатку Б.

Таблиця 2.3.

Календарне планування з теми “Многогранники” за підручником: Істер О. С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту)

№ п/п	Зміст уроку	Дата	Примітки
1	Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники		
2	Призма. Пряма і правильна призми		
3	Площі бічної та повної поверхонь призми		
4	Площі бічної та повної поверхонь призми.		
5	Площі бічної та повної поверхонь призми. С. р.№1		
6	Паралелепіпед		
7	Паралелепіпед		
8	Піраміда. Правильна піраміда		
9	Піраміда. Правильна піраміда.		
10	Піраміда. Правильна піраміда. С. р. №2		
11	Площі бічної та повної поверхонь піраміди		
12	Площі бічної та повної поверхонь піраміди		
13	Узагальнення та систематизація з теми: «Многогранники»		
14	Контрольна робота з теми: “Многогранники”		

Використовуючи перспективно-тематичне планування, вчитель може складати конспекти уроків. Спочатку педагог визначає тему уроку. У перпективно-тематичному плані вчитель вже поділив завдання на усні та письмові, на ті що будуть виконуватись у класі та вдома, тому вчителю залишається лише підготувати хід роботи на уроці, теоретичний матеріал, мотивацію навчальної діяльності учнів, вправи для актуалізації опорних знань та для підведення підсумків.

Приклад поурочного плану:

Тема уроку: Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники.

Мета уроку:

- навчальна: сформулювати поняття геометричне тіло, многогранник, ребра, грані, вершини многогранників, опуклий многогранник, розгортка многогранника, площа поверхні многогранника; вчити застосовувати знання для формування умінь розрізняти опуклі і неопуклі многогранники, називати грані, ребра і вершини многогранника;
- розвивальна: розвинути просторове мислення;
- виховна: виховати інтерес до математики, охайність ведення записів, доводити розпочату роботу до кінця, уміння аналізувати і робити висновок.

Компетенції: Математична (виявлення простих математичних залежностей у навколишньому світі), спілкування державною мовою.

Дидактичне забезпечення:

Підручник Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія) рівень стандарту Істер О. С. [19]

Підручник Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія) рівень стандарту Бевз Г. П. [5]

Інформаційні джерела:

Конспект і презентація уроку «Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники» [24].

Гейдарова Е. З. Презентація до уроку «Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники» [13].

Тип уроку: комбінований (урок вивчення нових знань, засвоєння навичок та умінь) [28, 29, 50, 49].

Структура уроку

1. Організація учнів до роботи на уроці (1 хв).

2. Повідомлення теми, мети і завдань уроку, мотивація навчання учнів (2 хв).

3. Сприйняття й усвідомлення учнями нового навчального матеріалу (15 хв).

4. Первинне застосування набутих знань (21 хв).

5. Підбиття підсумків уроку (3 хв).

6. Повідомлення домашнього завдання (3 хв).

Хід уроку

І. Організація учнів до роботи на уроці.

ІІ. Повідомлення теми, мети і завдань уроку, мотивація навчання учнів.

Слайд №1

ІІІ. Сприйняття й усвідомлення учнями нового навчального матеріалу.

Слайд №2. Ви вже знаєте, що геометрична фігура – будь-яка множина точок: скінченна або нескінченна, на площині або в просторі. Надалі вивчатимемо властивості фігур, які називають геометричними тілами (див. рис. 1.4.).

Скажіть, будь ласка, що ви розумієте під поняттям “тіло”?

Слайд №3. 1. Чи є дана фігура тілом (див. рис. 2.2.)?

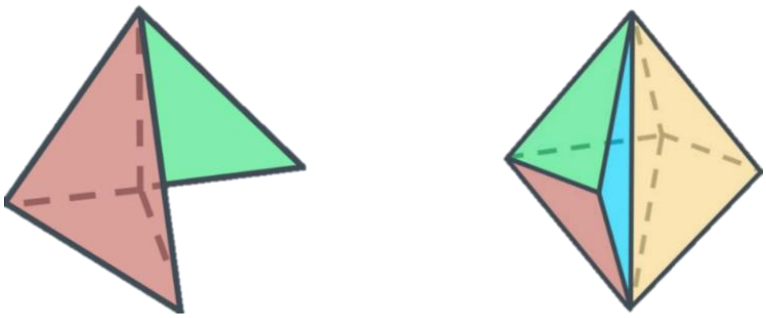


Рис. 2.2. Ілюстрація до питання 1

Відповідь: 1) так; 2) так.

Слайд №4. 2. Чи є дана фігура тілом (див. рис. 2.3.)?

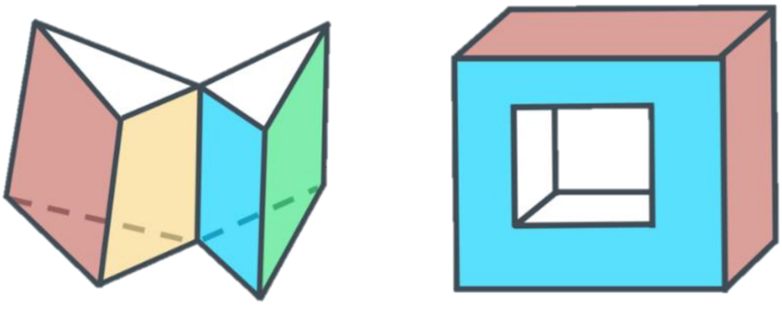


Рис. 2.3. Ілюстрація до питання 2

Відповідь: 1) ні, оскільки фігура складається з двох просторових областей, які є роз’єднаними між собою; 2) так.

Слайд №5. Прикладом геометричного тіла є куб. Його поверхня складається з шести рівних квадратів. Поверхня куба поділяє весь простір на дві просторові області: внутрішню (обмежену) та зовнішню (необмежену). Куб є об’єднанням його поверхні й обмежуваної нею внутрішньої просторової області. Кожне геометричне тіло має деяку поверхню та обмежену нею внутрішню просторову область. Вважається, що просторова область геометричного тіла складається з одного «шматка», а кожна точка геометричного тіла належить його просторовій області або поверхні.

Кожна призма, піраміда, циліндр, конус, куля — це геометричні тіла. А плоска фігура, лінія, поверхня — не тіла, бо вони не мають просторових областей. Не вважають геометричним тілом також об’єднання двох кубів зі спільним ребром, бо ця фігура містить дві роз’єднані просторові області, а не одну.

Оскільки в геометрії не розглядають інших тіл, крім геометричних, то їх часто називають просто тілами.

Слайд №6. Розглянемо класифікацію геометричних фігур (див. Рис. 1.5.)

Слайд №7. Многогранником називають тіло, поверхня якого складається зі скінченної кількості плоских многокутників.

Слайд №8. Многокутники, які обмежують многогранник, називаються гранями, їх сторони – ребрами, а вершини – вершинами многогранника.

Відрізок, який сполучає дві вершини, що не належать одній грані, називається діагоналлю многогранника.

Слайд №9-13. 3. Назвіть грані многогранника (див. рис. 2.4). Відповідь: OMHN; $NHTA_1$; A_1TAV; VAMO; MHTA; ONA_1V.

4. Назвіть ребра многогранника (див. рис. 2.4). Відповідь: ON; NA_1; A_1V; VO; MH; HT; TA; AM; OM; NH; A_1T; VA.

5. Назвіть вершини многогранника (див. рис. 2.4). Відповідь: O: N; A_1; V; M; H; T; A.

6. Наведіть приклад сусідніх граней многогранника (див. рис. 2.4). Відповідь: OMHN і A_1TAV; $NHTA_1$ і VAMO; MHTA і ONA_1V.

7. Наведіть приклад діагоналі многогранника (див. рис. 2.4.). Відповідь: OT; MA_1; NA; HV.

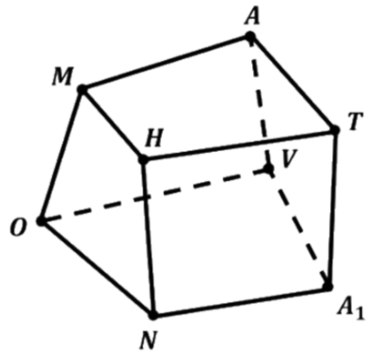


Рис. 2.4. Ілюстрація до питань 3-7

Слайд №14. Розрізняють многогранники опуклі і неопуклі.

Слайд №15. Многогранник називають опуклим, якщо він розміщений по один бік від площини кожної його грані.

Слайд №16. Приклади неопуклих многогранників.

Слайд №17. Наприклад, розглянемо неопуклий многогранник. Площина β (MATH ∈ β) розбиває цей неопуклий многогранник на дві частини.

Слайд №18. Площею поверхні многогранника називають суму площ усіх його граней; вона дорівнює площі розгортки даного многогранника.

Слайд №19. Якщо поверхню многогранника розрізати по кількох його ребрах і розгорнути на площині, то матимемо розгортку многогранника. Поверхню одного й того самого многогранника можна розгорнути по-різному.

IV. Первинне застосування набутих знань.

Слайд №20. Усно

№1.1. Наведіть приклади многогранників з навколишнього середовища. Які з них опуклі, а які – неопуклі? Чи завжди об'єднання опуклих фігур є фігурою опуклою?

Слайд №21. Усно

№ 1.3. Укажіть грані, ребра та вершини многогранника, зображеного на малюнку 1.13 (див. рис. 2.5.).

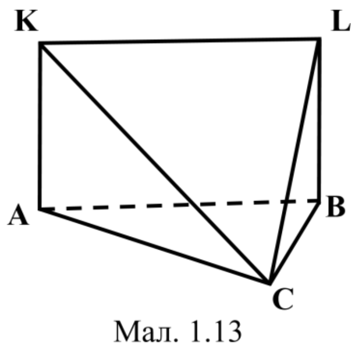
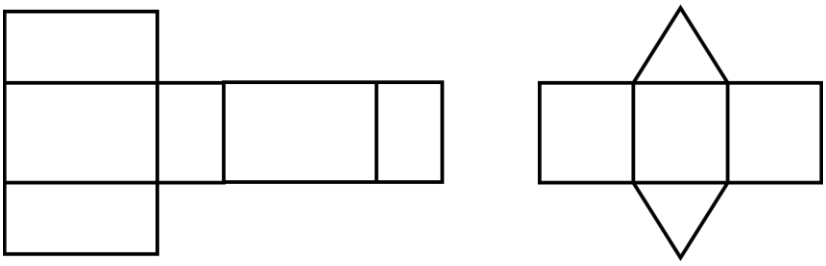


Рис. 2.5. Ілюстрація до №1.3

Слайд №22. Усно

№1.11. Яку найменшу кількість: 1) ребер може мати многогранник; 2) граней може мати многогранник?

№3. На малюнку зображено розгортку многогранника (див. рис. 2.6.). Визначте кількість його ребер.



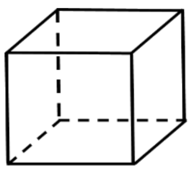
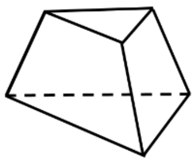
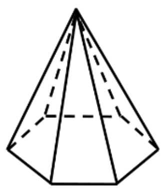
а) б)

Рис. 2.6. Ілюстрація до №3

Слайд №23. Письмово

№1. Укажіть кількість граней, ребер і вершин для відповідних многогранників (див. табл. 2.4.).

Таблиця 2.4.

Завдання №1 Фігура			
Вершини			
Грані			
Ребра			

Слайд №24. Письмово

№2. Намалюйте многогранник, який має 4 грані. Скільки ребер і вершин він має? Як називають такий многогранник?

№3. Намалюйте многогранник, який має 5 граней і 6 вершин. Скільки ребер він має?

V. Підсумки уроку.

Слайд №25. Сьогодні ви ознайомились з темою «Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники». Скажіть, будь ласка:

1) Що ми називаємо многогранником?

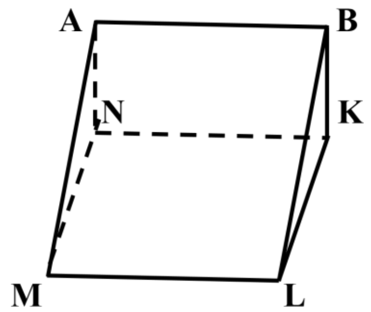
2) Які многогранники називаються опуклими, а які неопуклими?

3) Чи може кількість сторін утвореного многокутника, внаслідок перерізу многогранника січною площиною, перевищувати кількість граней даного многогранника?

VI. Повідомлення домашнього завдання.

Слайд №26. Усно

№1.4. Укажіть грані, ребра та вершини многогранника (див. рис. 2.7.), зображеного на малюнку 1.14.



Мал. 1.14

Рис. 2.7. Ілюстрація до №1.4

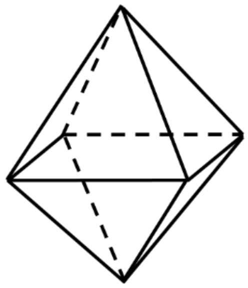
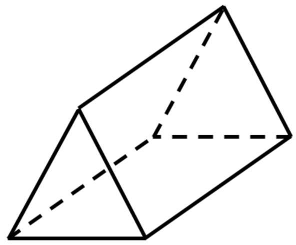
№1.12. Чи існує многогранник, у якого кількість вершин дорівнює кількості граней? У разі позитивної відповіді намалюйте його.

Слайд №27. Письмово

№1. Перемалюйте в зошит таблицю (див. табл. 2.5.). Укажіть кількість граней, ребер і вершин для відповідних многогранників.

Таблиця 2.5.

Домашнє завдання №1

Фігура		
Вершини		
Грані		
Ребра		

№2. Намалюйте многогранник, який має 5 граней і 5 вершин. Скільки ребер він має?

Слайд №28. Дякую за урок!

2.1.4. Системи вправ за різним призначенням

Як уже визначалося раніше до портфоліо мають входити наступні групи вправ: 1) вправи для повторення і актуалізації опорних знань; 2) тренувальні вправи на відпрацювання понять теми; 3) вправи на засвоєння основних способів діяльності; 4) задачі прикладного змісту; 5) завдання для самостійних і контрольних робіт; 6) задачі рівня ЗНО.

Задачі груп 1)-4) наведені в першому розділі, тому наведемо приклади задач груп 5) і 6). На основі джерел [27, 20] були складені наступні завдання для самостійних робіт:

2.1. Укажіть можливе значення вершин для призми [27, с. 46].

А	Б	В	Г	Д
17	19	22	27	29

2.2. Семикутна призма має … діагоналей [27, с. 46].

А	Б	В	Г	Д
10	13	18	23	28

2.3. Знайдіть висоту похилої призми, якщо її бічне ребро дорівнює b і утворює з площиною кут α [27, с. 46].

А	Б	В	Г	Д
$b\ tg\alpha$	$b \sin \alpha$	$b\ ctg\alpha$	$b \cos \alpha$	$\frac{b}{\cos \alpha}$

2.4. Знайдіть площу бічної поверхні правильної шестикутної призми, якщо бічне ребро дорівнює h, ребро основи – а [27, с. 46].

А	Б	В	Г	Д
3ah	4ah	5ah	6ah	7ah

2.5. Діагональ бічної грані правильної чотирикутної призми дорівнює 7 см, а діагональ основи – 8 см. Знайдіть діагональ правильної чотирикутної піраміди [27, с. 46].

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{15}$ см	$2\sqrt{7}$ см	9 см	10 см	11 м

2.6. Лінійні виміри прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см, 3 см, $\sqrt{3}$ см. Знайдіть довжину діагоналі [27, с. 47].

А	Б	В	Г	Д
$(5 + \sqrt{3})$ см	8 см	5 см	4 см	3. см

2.7. Діагональ бічної грані правильної чотирикутної призми дорівнює 7 см, а діагональ основи – 8 см. Знайдіть діагональ правильної чотирикутної піраміди [27, с. 46].

2.8. Довжина діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює 6 см, а виміри – 2 см і 4 см. Знайдіть площу найбільшої грані [27, с. 47].

А	Б	В	Г	Д
4 см^2	8 см^2	16 см^2	36 см^2	42 м^2

2.9. Скільки ребер має піраміда, в основі якої лежить восьмикутник? [27, с. 46].

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
14	15	16	17	18

2.10. Бічне ребро піраміди довжиною 10 см утворює з основою кут 60°. Знайдіть висоту призми [27, с. 48].

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$\frac{10}{\sqrt{3}}$ см	5 см	$5\sqrt{2}$ см	$5\sqrt{3}$ см	6 см

2.11. Знайдіть найбільшу сторону основи піраміди, якщо в основі лежить прямокутний трикутник. Усі бічні ребра піраміди дорівнюють 10 см, а висота 8 см [27, с. 48].

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
6 см	$2\sqrt{11}$ см	8 см	9 см	12 м

2.12. Знайдіть площу повної поверхні прямої призми, в основі якої лежить: прямокутник зі стороною 8 см і діагоналлю 10 см, якщо бічне ребро призми дорівнює 5 см [27, с. 46].

2.13. Через сторону основи правильної трикутної призми довжиною 4 см проведено переріз, який перетинає бічне ребро і нахилений до площини основи під кутом 30°. Знайдіть площу цього перерізу [20, с. 37].

2.14. В основі прямого паралелепіпеда є ромб з тупим кутом 135°. Площа повної поверхні дорівнює $36\sqrt{2}$ см^2. Знайти площу бічної поверхні паралелепіпеда, якщо його бічне ребро дорівнює $4\sqrt{2}$ см [20, с. 37].

2.15. Обчисліть площу бічної поверхні прямого паралелепіпеда, якщо його основою є ромб із діагоналями 4 см і $2\sqrt{5}$ см, а менша діагональ паралелепіпеда нахилена до площини його основи під кутом 45° [27, с. 47].

2.16. Знайдіть площу поверхні прямокутного паралелепіпеда, якщо сторони основи дорівнюють 6 см і 9 см, а діагональ – 11 см [20, с. 36].

2.17. Знайти площу поверхні многогранника (див. рис. 2.8.). [27, с. 46].

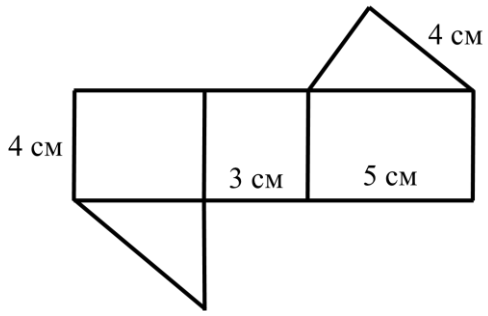


Рис. 2.8. Ілюстрація до завдання 2.17.

2.18. Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює $\sqrt{3}$ см, а висота $\sqrt{2}$ см. Знайдіть площу основи правильної чотирикутної піраміди [27, с. 49].

2.19. Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює b і утворює з площиною основи кут α. Знайдіть площу основи [27, с. 49].

2.20. Знайдіть площу бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди, якщо бічне ребро дорівнює b, а плоский кут при вершині – α [27, с. 49].

2.21. Знайдіть апофему правильної трикутної піраміди з бічним ребром $4\sqrt{3}$ см, яке утворює з висотою кут 30° [20, с. 38].

2.22. В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник з бічною стороною 10 см і основою 12 см. Знайдіть висоту піраміди, якщо всі двогранні кути при основі піраміди 45° [27, с. 48].

Опрацювавши джерела [20, 2, 51, 39], можна навести приклади завдань для контрольної роботи з теми «Многогранники»:

Початковий та середній рівні:

2.23. Трикутна призма є правильною, якщо:

А) усі бічні грані є прямокутниками;

Б) усі бічні ребра перпендикулярними до основи;

В) усі грані – прямокутники;

Г) у її основі лежить рівносторонній трикутник [39].

2.24. Вкажіть на якому малюнку (див. рис. 2.9.) зображена трикутна призма [46].

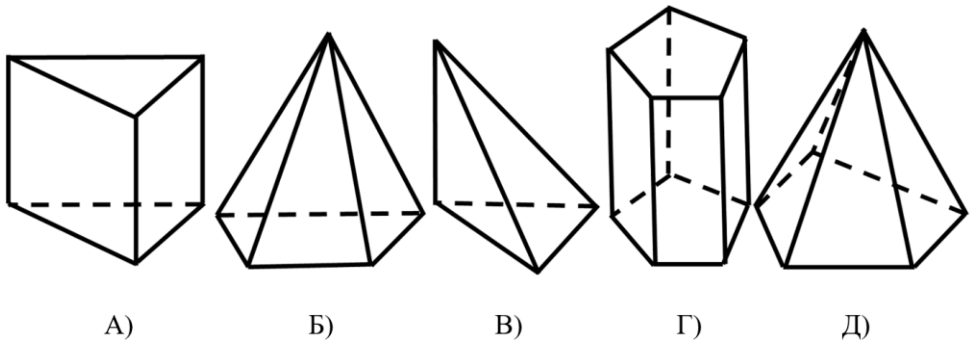


Рис. 2.9. Ілюстрація до завдання 2.24.

2.25. Кількість … куба дорівнює дванадцяти.

А) вершин;

Б) ребер;

В) діагоналей;

Г) граней [39].

2.26. Знайдіть площу основи піраміди, якщо площа повної поверхні дорівнює 28 см^2, а площа бічної поверхні – 15 см^2 [20, с. 40].

2.27. Знайдіть висоту похилої призми, якщо бічне ребро, довжиною $4\sqrt{3}$ см, утворює з основою кут 60° [20, с. 40].

2.28. Висота похилої призми дорівнює 4 см. Знайдіть довжину бічного ребра, якщо воно нахилене до площини основи під кутом 30° [20, с. 41].

Достатній рівень:

2.29. По ребрах, виділених жирною лінією, розрізано прямокутний паралелепіпед (див. рис. 2.10.). Зобразіть її розгортку [2, с. 297-298].

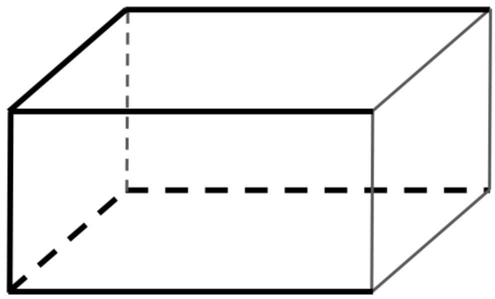


Рис. 2.10. Ілюстрація до завдання 2.29.

2.30. Діагональ бічної грані правильної трикутної призми утворює з площиною основи кут $45°$. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми, якщо висота її основи дорівнює $4\sqrt{3}$ см [51].

Високий рівень:

2.31. В основі піраміди лежить правильний чотирикутник. Висота піраміди дорівнює h. Дві суміжні бічні грані перпендикулярні до основи, а інші – нахилені під кутом α. Знайдіть площу повної поверхні [39].

Математика є одним з обов'язкових предметів складання ЗНО. Програма ЗНО з математики [44] охоплює всі теми з алгебри й геометрії, які вивчаються у шкільному курсі, а саме:

- «Числа і вирази»;
- «Рівняння, нерівності і їх системи»;
- «Функції»;
- «Ймовірність випадкової події, вибіркові характеристики (середнє значення), аналіз діаграм та графіків»;
- «Планіметрія»;
- «Стереометрія».

У ЗНО [38] тема "Многогранники" з розділу "Стереометрія" зустрічається у таких формах тестових завдань:

- завдання з вибором однієї правильної відповіді;

Приклад завдання №1: Знайдіть площу повної поверхні куба, діагональ якого дорівнює $2\sqrt{3}$ см.

А	Б	В	Г	Д
8 см^2	16 см^2	20 см^2	24 см^2	$36\sqrt{3}$ см^2

- завдання на встановлення відповідності;

Приклад завдання №2: На рисунку (див. рис. 2.11.) зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

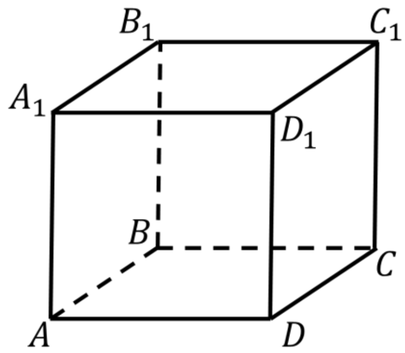


Рис. 2.11. Ілюстрація до прикладу завдання №2

Початок речення		Закінчення речення	
1	Пряма CB	А	паралельна площині AA_1B_1B
2	Пряма CD_1	Б	перпендикулярна площині AA_1B_1B
3	Пряма AC	В	належить площині AA_1B_1B
4	Пряма A_1B	Г	має з площиною AA_1B_1B лише дві спільні точки
		Д	утворює з площиною AA_1B_1B кут 45°

- неструктуроване завдання відкритої форми з короткою відповіддю;

Приклад завдання №3: Основою прямої трикутної призми $ABCA_1B_1C_1$ є рівнобедрений трикутник ABC, де $AB = BC = 25$ см, $AC = 30$ см. Через бічне ребро AA_1 призми проведено площину, перпендикулярну до ребра BC. Визначте об'єм призми (у см^2), якщо площа утвореного перерізу дорівнює 72 см^2.

- завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю [5].

Приклад завдання №4: У правильній піраміді SABCD плоский кут при вершині S піраміди дорівнює β. Довжина апофеми піраміди дорівнює 6.

1) Зобразіть на рисунку задану піраміду й укажіть лінійний кут γ двогранного кута при її бічному ребрі. Обґрунтуйте його положення.

2) Визначте кут γ.

З початку введення обов'язкового ЗНО (з 2008) завдань з теми “Многогранник” на тестуванні було близько 100 завдань. Більшість завдань з вибором однієї правильної відповіді. На відміну від теми “Піраміда” “Призма” частіше використовується у завданнях на встановлення відповідності, а от завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю найчастіше пропонують на тему “Піраміда”.

У параграфі 1.1 зазначалось, що по закінченню школи учень має володіти певними компетентностями, однією з яких є математична, тому на незалежному тестуванні часто зустрічаються задачі прикладного змісту, що дозволяють перевірити як учні вміють використовувати набуті знання у життєвих ситуаціях.

2.32. ЗНО 2009. Кімната має форму прямокутного паралелепіпеда (ширина кімнати – 4 м, довжина – 5 м, висота – 2,5 м). Площа стін кімнати дорівнює 0,8 площі бічної поверхні цього паралелепіпеда. Скільки фарби (у кг) потрібно для того, щоб повністю пофарбувати СТІНИ і СТЕЛЮ цієї кімнати, якщо на $м^2$ витрачається 0,25 кг фарби?

2.33. ЗНО 2010. Цеглина має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 25 см, 12 см, 6,5 см. Знайдіть масу m цеглини. (Для знаходження маси цеглини скористайтеся формулою m=ρV, де V – об’єм, ρ=1,8 $г/см^3$ – густина цегли).

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
5,31 кг	3,51 кг	3,5 кг	3,41 кг	3 кг

2.34. ЗНО 2020. Дерев’яний брусок має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 10 см, 20 см, 80 см. Скільки лаку потрібно для того, щоб один раз покрити ним всю поверхню цього бруска, якщо на 1 $м^2$ витрачається 100 г лаку?

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
0,52 г	26 г	52 г	160 г	520 г

2.35. ЗНО 2014. На площі міста встановили однакові бетонні ємності для квітів, виготовлені у формі прямокутних паралелепіпедів, виміри яких дорівнюють 40 см, 40 см і 50 см (див. рис. 2.12.). Товщина кожної з чотирьох бічних стінок становить 5 см, а товщина днища – 10 см. Який об’єм бетону (у $м^3$) було використано для виготовлення 10 таких ємностей? Утратою бетону під час виготовлення знехтуйте.

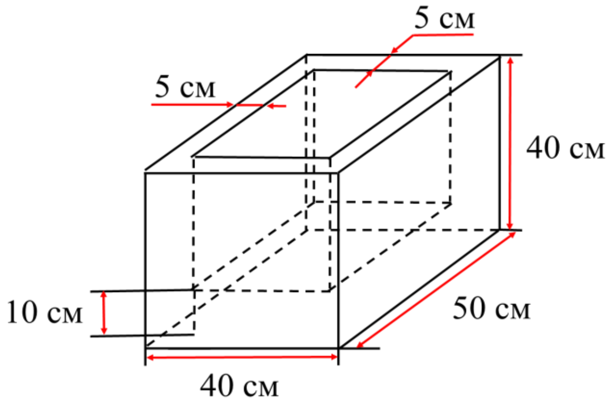


Рис. 2.12. Ілюстрація до завдання 2.35.

А	Б	В	Г	Д
0,32 $м^3$	0,33 $м^3$	0,36 $м^3$	0,44 $м^3$	0,8 $м^3$

2.36. ЗНО 2019. У коробку у формі прямокутного паралелепіпеда щільно укладено у 2 ряди 10 шматочків крейди (див. рис. 2.13.). Кожний шматочок має форму циліндра висотою 10 см і діаметром основи 15 мм. Визначте площу плівки, якою в один шар щільно з усіх боків без накладань обгорнуто цю коробку. Місцями з’єднання плівки та товщиною стінок коробки знехтуйте.

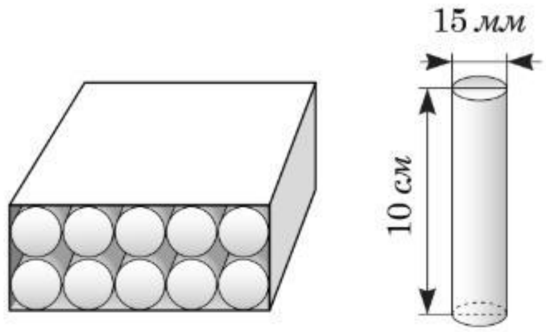


Рис. 2.13. Ілюстрація до завдання 2.36.

А	Б	В	Г	Д
225 $см^2$	255 $см^2$	450 $см^2$	600 $см^2$	75 $см^2$

2.37. ЗНО 2021. Цукерку циліндричної форми висотою 10 см і радіусом основи 1 см запаковано в коробку, що має форму правильної трикутної призми (див. рис. 2.14.). Основи циліндра вписано у відповідні основи призми. Основи коробки (призми) виготовлено з поліетилену, а всі її бічні грані – з паперу. Визначте площу паперу, витраченого на виготовлення такої коробки. Укажіть відповідь, найближчу до точної. Витратами паперу на з’єднання граней коробки знехтуйте.

Рис. 2.14. Ілюстрація до завдання 2.37.

А	Б	В	Г	Д
55 $см^2$	75 $см^2$	105 $см^2$	115 $см^2$	135 $см^2$

2.38. ЗНО 2021. Пластикові кульки радіуса 6 см зберігають у висувній шухлядці, що має форму прямокутного паралелепіпеда (див. рис. 2.15.). Якою з наведених може бути висота h цієї шухлядки?

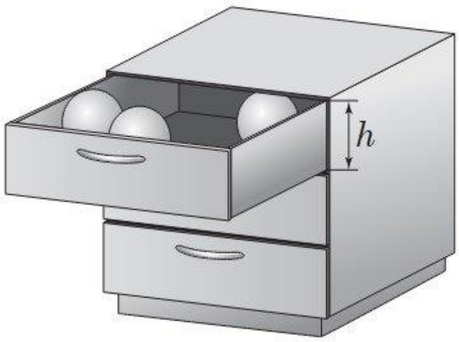


Рис. 2.15. Ілюстрація до завдання 2.38.

А	Б	В	Г	Д
3 см	6 см	10 см	13 см	15 см

Для демонстрації розуміння означень многогранників та їх елементів автори завдань ЗНО пропонують задачі на знаходження сусідніх або протилежних ребер, сусідніх або протилежних граней, паралельних і мимобіжних прямих в многограннику.

2.39. ЗНО 2015. На рисунку (див. рис. 2.16.) зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Перерізом куба площиною, що проходить через точки A, C, C_1, є:

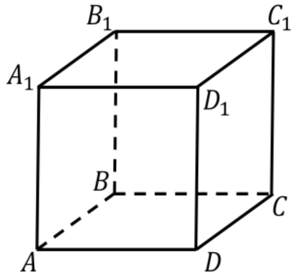


Рис. 2.16. Ілюстрація до завдання 2.39.

А	Б	В	Г	Д
прямокутний трикутник	рівносторонній трикутник	прямокутник	ромб	трапеція

2.40. ЗНО 2019. На рисунку (див. рис. 2.17.) зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Установіть відповідність між парою прямих (1 – 4) та їх взаємним розташуванням (А – Д).

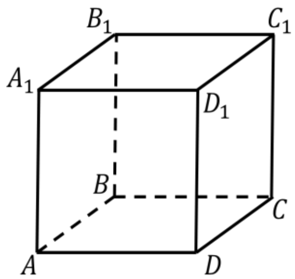


Рис. 2.17. Ілюстрація до завдання 2.40.

Пара прямих		Взаємне розташування	
1	AC й CC_1	А	прямі паралельні
2	AB_1 і CD_1	Б	прямі мимобіжні
3	AC й CD_1	В	прямі перетинаються й утворюють прямий кут
4	AB і C_1D	Г	прямі перетинаються й утворюють кут 45°
		Д	прямі перетинаються й утворюють кут 60°

2.41. ЗНО. 2019. Скільки всього граней у піраміди, яка має 12 ребер?

А	Б	В	Г	Д
4	6	7	12	13

Також пропонують задачі на розгортку многогранників для знаходження кількості ребер і вершин многогранника, підпадання розгортки під означення певного виду многогранника, знаходження об’єму, бічної і повної площ поверхон тіла, розгортку якого пропонують у завданні.

2.42. ЗНО 2010. На рисунку (див. рис. 2.18.) зображено розгортку многогранника. Визначте кількість його вершин.

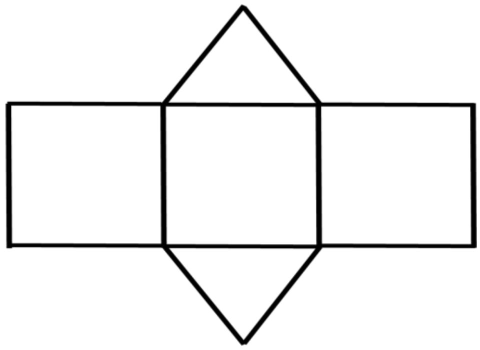


Рис. 2.18. Ілюстрація до завдання 2.42.

А	Б	В	Г	Д
10	9	8	6	5

2.43. ЗНО 2010. На рисунку (див. рис. 2.19.) зображено розгортку многогранника. Визначте кількість його ребер.

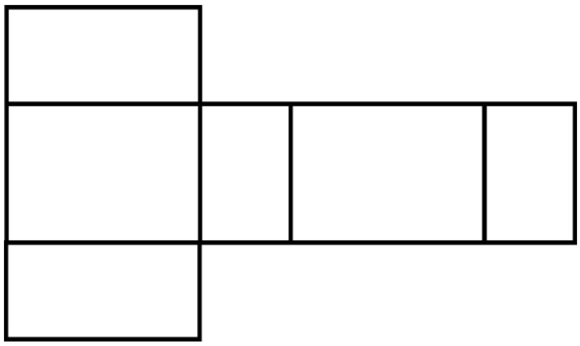


Рис. 2.19. Ілюстрація до завдання 2.43.

А	Б	В	Г	Д
6	8	12	16	19

2.44. ЗНО 2014. На рисунку (див. рис. 2.20.) зображено розгортку піраміди, що складається з квадрата, сторона якого дорівнює 10 см, і чотирьох правильних трикутників. Визначте площу бічної поверхні цієї піраміди (у см^2).

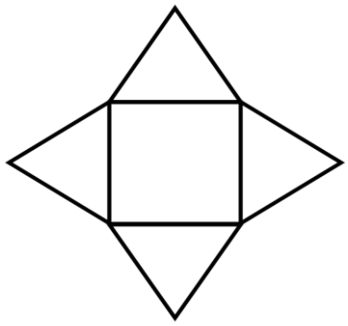


Рис. 2.20. Ілюстрація до завдання 2.44.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$100\sqrt{3}$	100	$400\sqrt{3}$	$100 \cdot (1+\sqrt{3})$	200

Крім вищеназваних задач часто зустрічаються задачі на знання формул обчислення об'єму, площі повної і бічної поверхонь многогранників, задачі на знання означень многогранників та їх перерізів.

2.45. ЗНО 2013. Знайдіть площу поверхні куба, діагональ якого дорівнює $2\sqrt{3}$ см.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
8 см^2	16 см^2	20 см^2	24 см^2	$36\sqrt{2}$ см^2

2.46. ЗНО 2013. Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 3 см, а периметр її бічної грані – 22 см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
66 см^2	72 см^2	96 см^2	114 см^2	264 см^2

2.47. ЗНО 2019. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а об'єм – 64 см^3. Знайдіть висоту піраміди.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$\frac{4}{3}$ см	4 см	8 см	12 см	16 см

До системи задач рівня ЗНО в портфоліо окремо можна додати ще їх розв'язання, що забезпечить кращому усвідомленню ходу роботи над задачею.

2.1.5. Зразки розв'язання типових задач; наочності; тематика та завдання навчальних проектів

В курсі стереометрії задачі на обчислення посідають важливе місце, адже без розв'язання достатньої кількості цих задач учень не зможе засвоїти матеріал програми на належному рівні. Проте є суттєва різниця між вимогами до розв'язування задач з геометрії в початковій та старшій школі. Комбіновані завдання, тобто завдання у яких поєднуються декілька типів задач (на обчислення, доведення, побудову, дослідження), у старших класах зустрічаються частіше. Окрім ускладнення завдань, ще підвищуються вимоги до логічної обґрунтованості кожного кроку розв'язання. Також використання алгебри, зокрема коефіцієнтів і тригонометричних формул, зростає в процесі розв'язування задач. Насамкінець, зростають вимоги до побудови рисунків до задач.

Як уже зазначалось в пункті 1.1, для розв'язання стереометричних задач необхідно навчитись будувати фігури. Малюнок відіграє роль ілюстрації тіла, про яке йдеться в умові задачі. Їх зображують як плоску фігуру, тобто деякі кутові та лінійні розміри в ньому спотворюються і малюнок можна вважати більш умовним [26]. Через це зображення стереометричних фігур викликають в багатьох учнів нерозуміння і труднощі при їх побудові. При цьому вчитель має на меті зробити його більш наочним, ніж правильним, тому що зображення має викликати в учнів просторову уяву. Для того щоб учні могли уявляти фігуру, їм потрібна модель побудови, а цю роль виконують наочності.

Принцип наочності походить від принципа доступності, тобто чим наочнішим буде урок, тим простіше учням зрозуміти виклад нового навчального матеріалу. Основоположником цього принципу є Я. А. Коменський, який стверджував, що мудрість необхідно черпати не з книжок, а з неба, землі, дуба і бука, і що, якщо ми хочемо дати учням точні та достовірні знання, ми повинні це здійснювати шляхом особистого спостереження і чуттєвого сприйняття [8].

Наочні посібники – це речі, моделі, малюнки, схеми, діаграми, які демонструються в процесі навчання, щоб учні могли успішно засвоїти навчальний матеріал [8]. Найпоширеніші наочні посібники, які використовуються під час вивчення математики:

1. натуральна наочність – реальні об'єкти природи, побуту і техніки;
2. моделі, прилади та інструменти;
3. схематичні малюнки, графіки, таблиці, діаграми [8].

На онлайн-уроках подача навчального матеріалу може супроводжуватись презентацією (див. рис. 2.21.), в якій зазначається найважливіше з теми, щоб учні мали змогу швидко і легко повторювати навчальний матеріал.

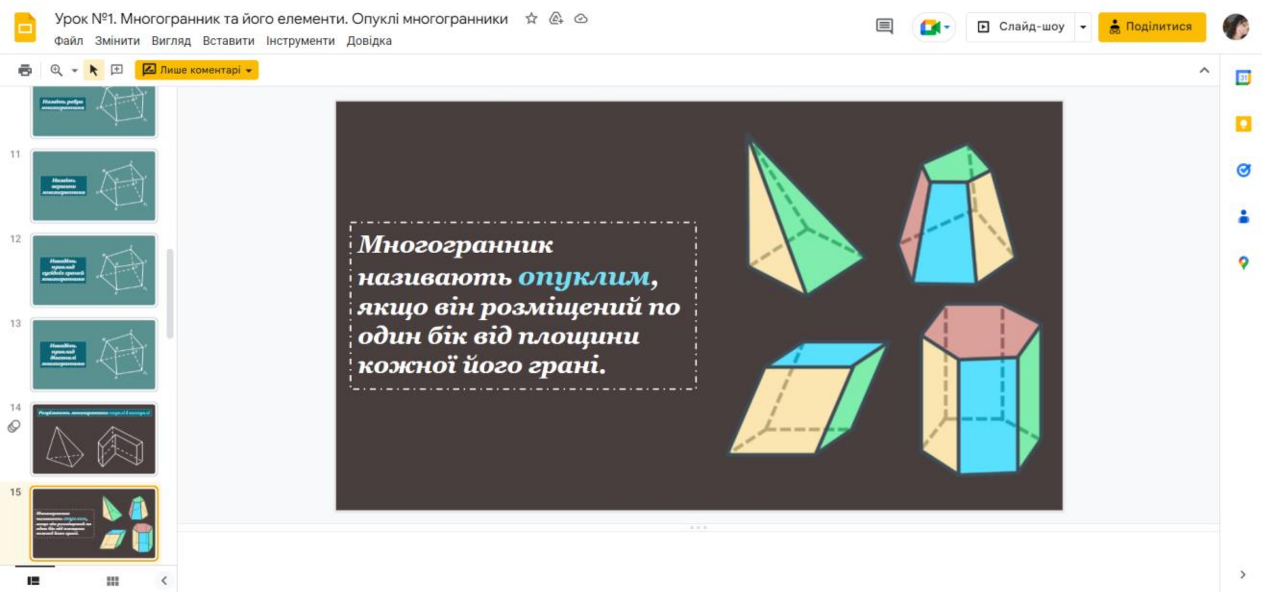


Рис. 2.21. Фрагмент презентації до уроку з теми «Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники» [13]

Деякі тривимірні об’єкти та їх елементи складно уявити навіть якщо будуть вони представлені на презентації, тому постає необхідність в інтерактивних моделях, в яких можна змінювати параметри розмірів та кута нахилу. Таким сервісом є GeoGebra (див. рис. 2.22.). Він дає можливість організовувати цілеспрямоване спостереження за геометричною фігурою, перевіряти гіпотези, що виникають при цьому спостереженні та перевірити їх в експерименті [37].

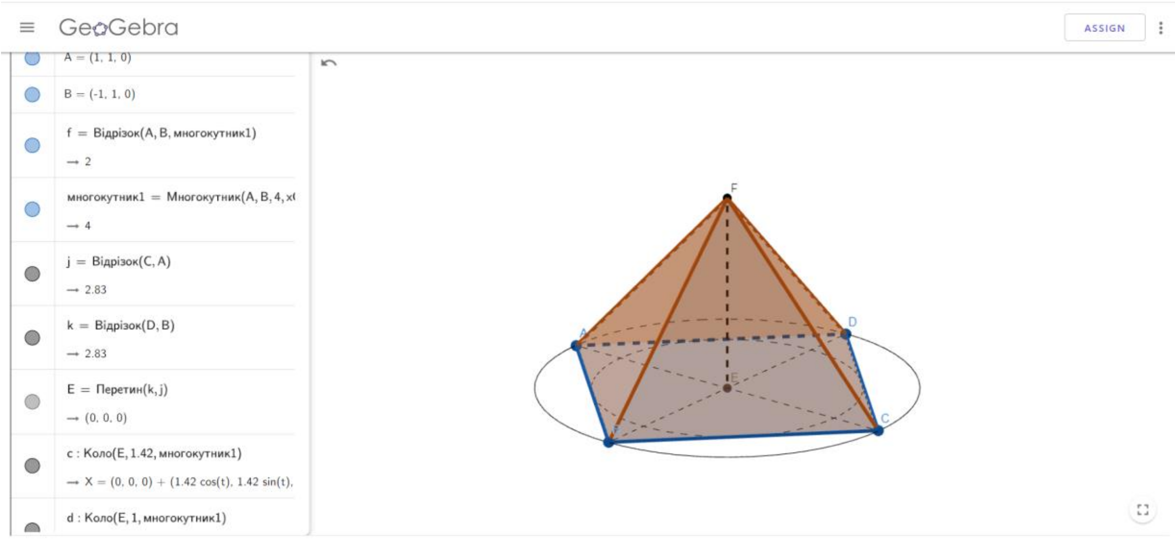


Рис. 2.22. Динамічна модель до означення поняття «правильна піраміда», виконана в GeoGebra [12]

Окрім презентації учні можуть ще користуватись надрукованими інформаційними картками, які вчитель попередньо їм надсилає. Основна інформація з кожної теми буде зазначена на окремій карточці (див. рис. 2.23.).

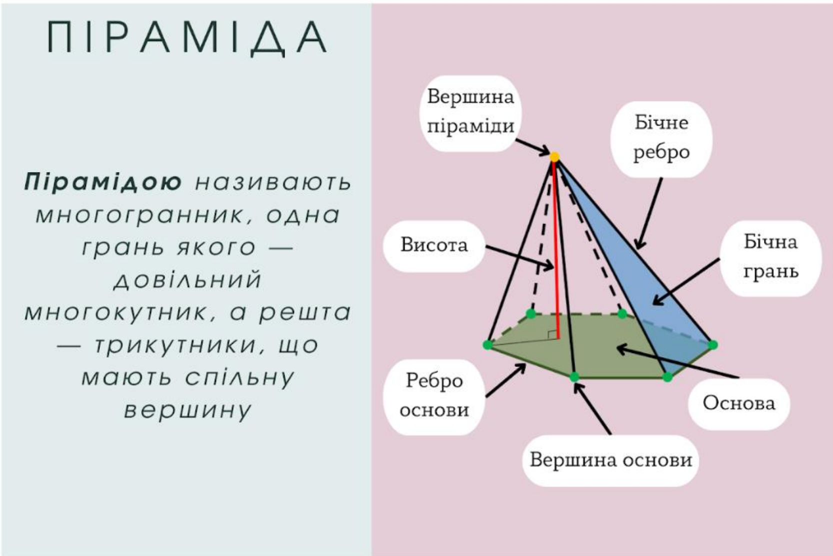


Рис. 2.23. Приклад інформаційної картки до теми «Піраміда» [14]

В результаті вивчення розділу в учнів збережеться колекція інформаційних карток, з якою їм буде дуже легко готуватись як до тематичної контрольної роботи так і до здачі ЗНО.

Велика кількість факторів впливає на рівень засвоєння учнями навчального матеріалу – самопочуття, ставлення до вчителя, підготовка вчителя до уроку, який це урок за рахунком тощо. Тобто одного разу почути і використати може бути недостатньо для розуміння, а тим паче для запам’ятовування. У зв’язку з цим постає необхідність у повторному опрацюванні теми, на яке може не бути часу згідно з календарно-тематичним планом. Роль такої дистанційної підтримки можуть відігравати відеозаписи (див. рис. 2.24.).

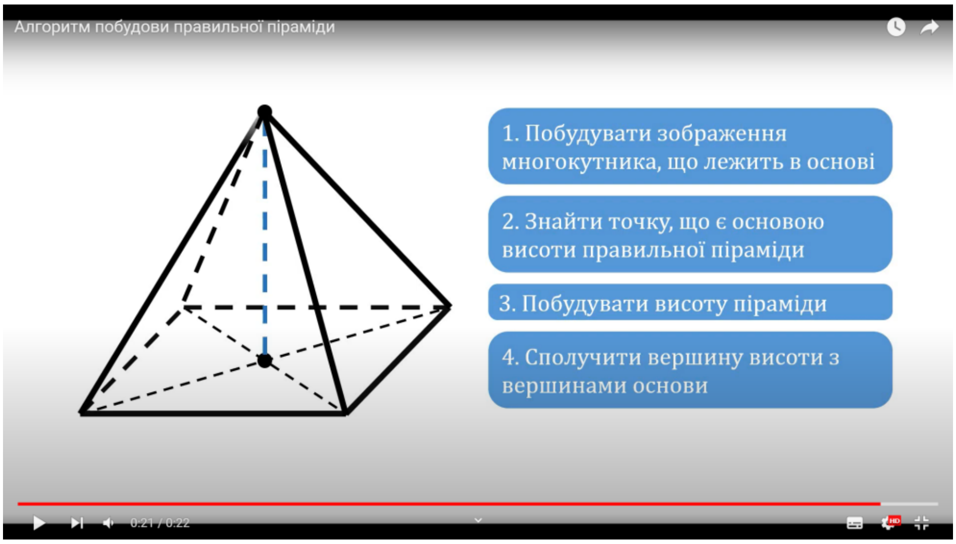


Рис. 2.24. Фрагмент відеозапису «Алгоритм побудови правильної піраміди» [11]

Більше прикладів наочностей подано у додатку Б.

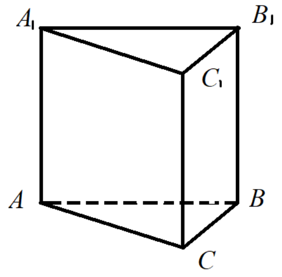
Вищеописане приводить до висновку, що спираючись лише на досвід, неможливо розв’язувати задачі з розділу стереометрія. Тоді перед вчителем стоїть завдання ознайомити учнів з прийомами розв’язування стереометричних задач, а перед учнями – навчитись глибше аналізувати умову задачі та обґрунтовувати кроки їх розв’язання.

Готуючись до уроків, учитель має обов’язково розв’язувати вправи, які будуть виконувати учні на уроці та вправи з домашнього завдання. При цьому розв’язання задач мають мати приблизно однакову структуру, щоб учні запам’ятовували хід роботи над задачею. Розв’язок задачі не допоможе вчителю краще пояснити дітям тему, тому потрібно попередньо проаналізувати задачі. Розглянемо на прикладах методику роботи вчителя з стереометричною задачею.

Задача 2.1. Площа бічної поверхні правильної трикутної призми дорівнює $\sqrt{3}$ см^2, а бічне ребро цієї призми – 1 см. Знайдіть ребро основи даної призми (див. табл. 2.6.) [25].

Таблиця 2.6.

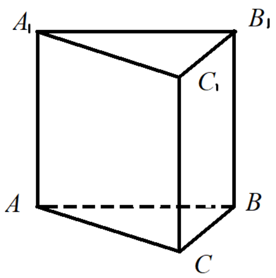
Первинний аналіз умови задачі та виведення можливих наслідків з неї

Твердження	Математичний зміст	Рисунок до задачі
Задана правильна трикутна призма	$ABCA_1B_1C_1$ – пряма призма, $\triangle ABC$ – основа призми, $\triangle ABC$ – рівносторонній, AA_1 – бічне ребро призми, $AA_1 \perp (ABC)$.	

У табл. 2.7. зафіксовано схему аналітико-синтетичних міркувань, де встановлюється зв’язок між відомими та невідомими елементами задачі. Якщо слідувати за таблицею зліва направо і вниз, то визначається один із способів розв’язання цієї задачі.

Таблиця 2.7.

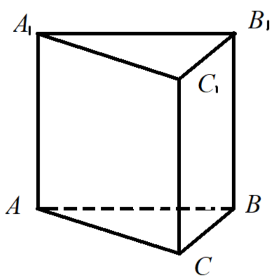
Схема аналітико-синтетичних міркувань, що приводять до розв’язання задачі

Рисунок до задачі	Для того, щоб знайти:	Треба знати:
	Ребро основи призми $ABCA_1B_1C_1$	P_{ABC} (невідомо)
	P_{ABC}	$S_{б.п.}$ (відомо) AA_1 (відомо)

Тоді розв’язання задачі 2.1 можна оформити наступним чином (див. табл. 2.8.).

Таблиця 2.8.

Оформлення задачі у зошиті

	Дано: $ABCA_1B_1C_1$ – правильна трикутна призма; $S_{б.п.}=\sqrt{3}$ см^2 AA_1=1 см Знайти: AB

Розв'язання
$S_{б.п.} = P_{ABC} \cdot AA_1$ $P_{ABC} = S_{б.п.} : AA_1$ $P_{ABC} = \sqrt{3} : 1$ $P_{ABC} = \sqrt{3}$ $\triangle ABC$ – рівносторонній за умовою $P_{ABC} = 3 \cdot AB$ $AB = P_{ABC} : 3$ $AB = \sqrt{3} : 3$ $AB = \frac{\sqrt{3}}{3}$ см. Відповідь: $\frac{\sqrt{3}}{3}$ см.

Більше зразків розв'язання типових задач подано у додатку В.

Вважаємо, що якщо вчитель так організує роботу над умовою стереометричної задачі, то забезпечить учнів свідомим розумінням способу її розв'язування.

Необхідно звернути увагу, що забезпечення зв'язку математики з життям – одна із основних задач вчителя, адже якщо учень бачить де використовуються отримані знання, то у нього підвищується мотивація більше вивчати предмет. Проєктна діяльність на уроках математики дозволяє не тільки використовувати знання на практиці, але й здобувати їх самостійно.

Приклад навчального проєкту:

Тема: Площа бічної та повної поверхні призми.

Мета: вивести формулу обчислення площі бічної поверхні прямої призми.

Задача: Подарунки до Дня вчителя випускники планують покласти в коробки, але з індивідуальним дизайном. Кожну готову коробку потрібно покрити клеєм і посипати блискітками. Учні знайшли шаблони коробок в інтернеті. В одного з учнів був клей для шпалер. Скільки приблизно потрібно клею для того, щоб покрити готові коробки, якщо в інструкції на коробці написано, що 300 г сухого клею і 6 л холодної води розраховано на 48 м^2? Вчителів, які читають у цьому класі – 12.

Завдання:

1) Виміряти довжини ребер (див. рис. 2.25.) призми, враховуючи відношення довжин на шаблоні і довжин готової коробки як 1:4 (враховуючи шви);

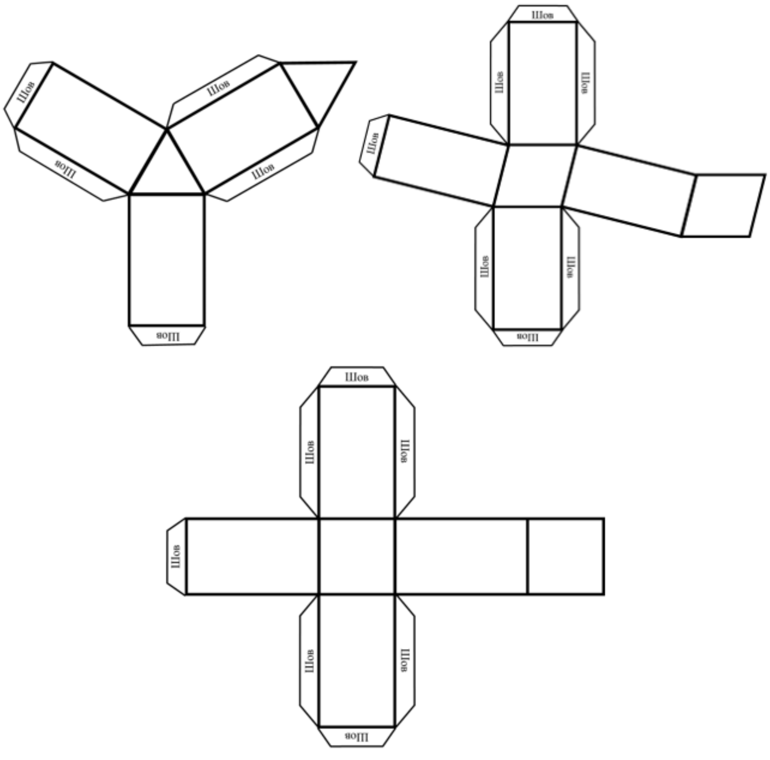


Рис. 2.25. Шаблони коробок

2) обчислити площу повної поверхні;

3) обчислити скільки грамів сухого клею потрібно на 1 см^2;

4) обчислити скільки грамів сухого клею потрібно на одну коробку;

5) обчислити скільки грамів сухого клею потрібно на всі коробки;

6) обчислити скільки грамів вже розведеного клею потрібно на всі коробки;

7) зробити висновок щодо формули знаходження площ бічної та повної поверхонь прямої призми.

Також можна учням запропонувати такі теми навчальних проектів з теми «Многогранники»:

1. Многогранники навколо нас.
2. Співвідношення між числом вершин, граней і ребер многогранника.
3. Види пірамід в залежності від положення висоти.
4. Метод слідів.
5. Теорема про площу бічної поверхні правильної зрізаної піраміди.

Вважаємо, що використання на уроках проєктного методу дає змогу ефективно формувати в учнів ключові компетентності: вміння вчитися, інформаційно-комунікативну, загальнокультурну; дає можливість залучати до науково-дослідної та пошукової діяльності, створювати додаткову мотивацію до навчання, а також розвивати інтелектуальні та творчі здібності учнів, що є, як зазначалось у пункті 1.1, метою повної середньої освіти.

2.2 Технологічний компонент електронного портфоліо

У зв'язку з переходом шкіл на дистанційну форму, серед вчителів набуло поширення використання веб-ресурсів, а саме створення сайтів. Завдяки сайту навчальна інформація стає прозорою та відкритою для всіх [1]. Одним із найпоширеніших і найдоступніших засобів для створення сайтів є Google Sites.

Під час уроків учням надається велика кількість навчального матеріалу з декількох предметів, тому учні часом губляться у потоці інформації, а якщо вся теорія зібрана в одному місці, то учні можуть освіжити знання і сконцентруватись на ключових етапах уроку [47].

Робота з матеріалами на сайті вчителя зацікавлює сучасного учня дисципліною, що вивчається; дозволяє ефективніше засвоювати навчальний матеріал; дає можливість перевірити свій рівень знань; розвиває навички дистанційного навчання. Таке використання особистого сайту вчителя покращує якість навчального процесу.

Для створення безкоштовного сайту використовують онлайн-конструктори, наприклад: Wix, Jimdo, uCoz, Google Sites та інші. Однак робота з більшістю цих конструкторів вимагає базових знань програмування та мови розмітки HTML. З цієї причини більшість веб-сайтів, які можна знайти в Інтернеті, належать учителям інформатики, фізики та математики.

Розглянемо приклад сайту, створеного за допомогою онлайн-конструктора Wix. На домашній сторінці сайту вчителя математики Малець І. В. додано презентацію, яка автоматично перемикає зображення із висловами відомих вчених про математику, що мотивує користувача сайту з інтересом підходити до вивчення математики [31]. Найголовніше на сайті виділено в меню зліва, де представлено розділи: до уроку (нормативні документи, планування, література), на урок (рекомендації вчителю як ставитись до підготовки уроку та цікаві факти про математику, лайфхаки та пальчикова арифметика для учнів), після уроку (сторінка олімпіади, в якій зазначені завдання олімпіад та як можна підготуватись до них), ЗНО/ДПА (представлені поради як легко готуватись до ЗНО/ДПА, електронний збірник для комплексної підготовки до ЗНО/ДПА, поради вчителям, поради учням, поради при підготовці та завдання минулих років) та поради батькам. Також вчитель додала сторінку з короткою інформацією про себе та її досягнення. На сайті ще можна подивись фотогалерею, в якій додано фрагменти уроків, конкурсів та позакласних заходів. З правого верхнього кутка сайту є гостьова книга, де користувач може написати поради, відгуки та пропозиції по наповненню сайту.

Вчитель математики Жижченко І. Я. створила сайт за допомогою сервісу WordPress [17]. На головній сторінки коротко зазначила інформацію про себе, свою школу та додала анкету для відвідувачів. Меню сторінок запропоновано згори сайту, що є зручним для користувачів сайту. Вкладинки та їх наповнення майже не відрізняються від попереднього сайту. Відрізняються лише наявністю сторінки «Дистанційне навчання» у сайті Жижченко І. Я., в якому вчитель зібрала підбірку наочностей, інтелект-карт, теоретичного матеріалу та відео-уроків для кожного класу окремо.

Ми рекомендуємо використовувати Google Sites для створення веб-сайту без навичок веб-дизайну та програмування. Ця послуга гарантує надійність найбільшої міжнародної компанії; інтеграція з сервісами Google (документи, календар, презентації тощо); сайт автоматично адаптується під мобільні пристрої [47].

Для створення Google сайту достатньо мати поштову скриньку @gmail.com. Для цього в пошуковому рядку потрібно написати Google сайти і обрати перший результат пошуку (див. рис. 2.26.).

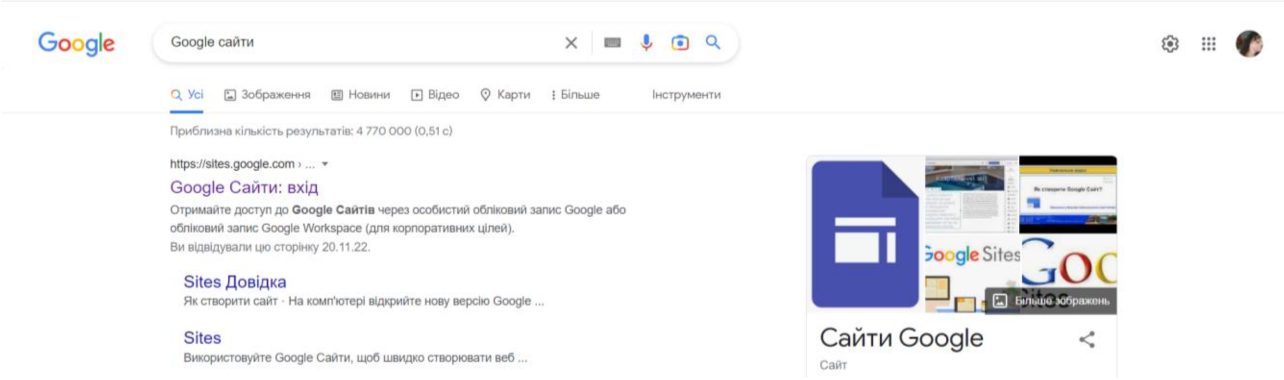


Рис. 2.26. Результати пошуку сервісу Google Sites

Для того щоб створити новий сайт потрібно натиснути на Для створення сайту в новій версії Google Sites необхідно натиснути на знак «+» у лівому верхньому кутку сторінки, після чого відкриється шаблон нового сайту (див. рис. 2.27.).

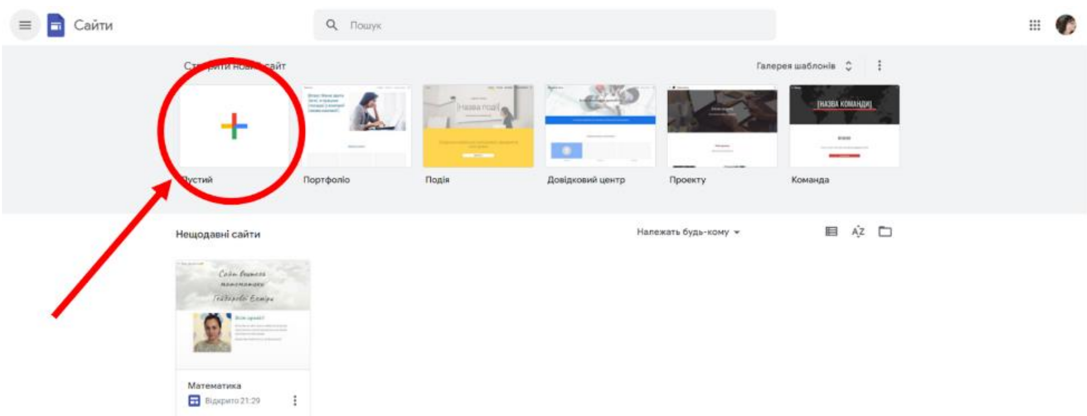


Рис. 2.27. Кнопка створення нового сайту

На панелі справа зазначені опції, які дозволяють додавати на сайт потрібну інформацію: тексти, зображення, відео, презентації, таблиці, посилання та ін. В центрі розміщена головна сторінка сайту (див. рис. 2.28.).

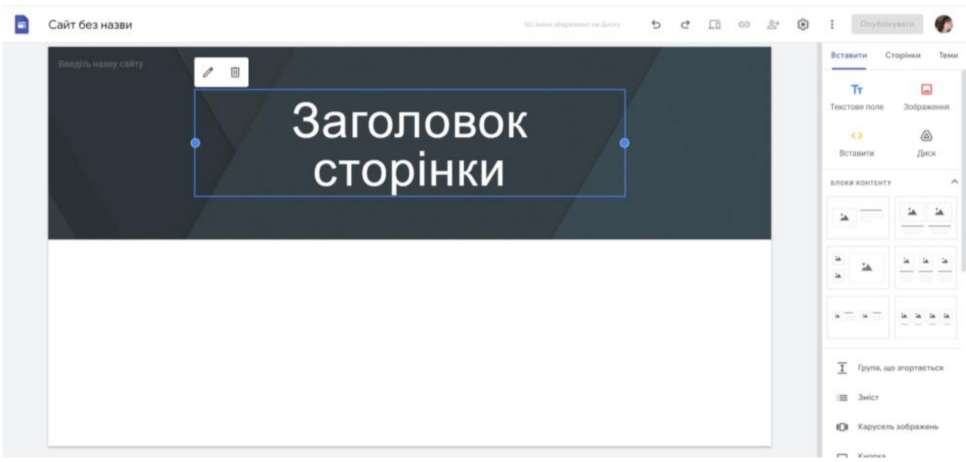


Рис. 2.28. Шаблон сторінки сайту

Перед тим як наповнювати сайт інформацією потрібно дати йому назву та опублікувати в інтернеті (див. рис. 2.29.).

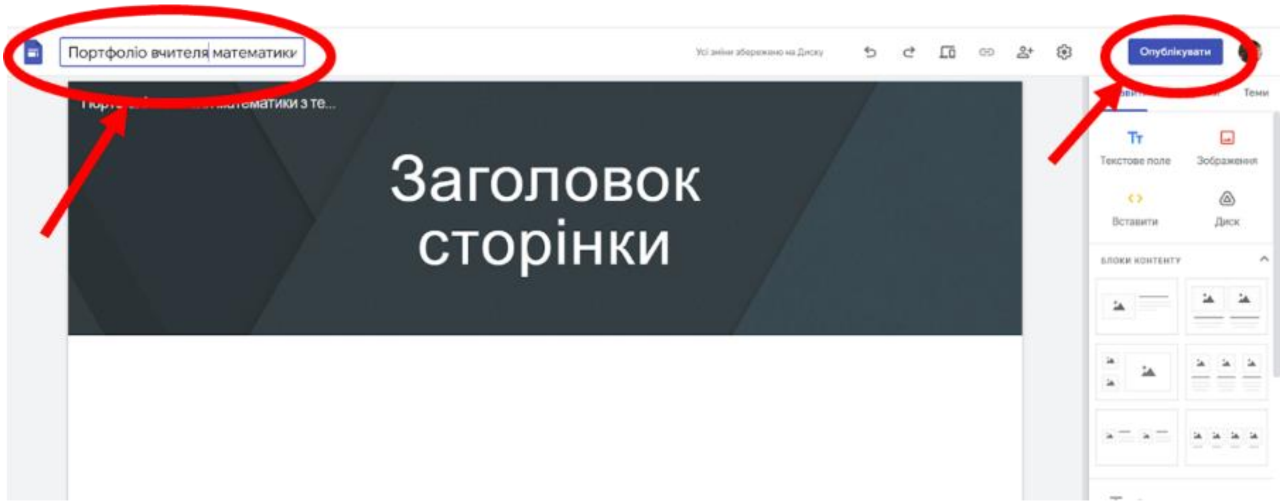


Рис. 2.29. Присвоєння назви сайту та його публікація в інтернет

Після натиснення на кнопку «Опублікувати» висвічується діалогове вікно, яке дозволяє надати сайту веб-адресу.

Назви та заповнення сайту можна постійно змінювати, але після цього треба постійно натискати на кнопку «Опублікувати».

За потреби, можна обмежити користувачів, які можуть переглядати сайт. Для цього потрібно натиснути на кнопку доступу і змінити налаштування (див. рис. 2.30.).

Рис. 2.30. Налаштування доступу

Також в налаштуваннях можна змінити макет сайту, логотип (зображення бренду), переглядати аналітику сайту (для цього потрібно зв’язати свій сайт з обліковим записом Google Analytics, щоб отримувати статистику й показники використання) та створювати банер сайту (показується над контентом сайту).

Сайт Google надає можливість обирати тему оформлення сайту, встановлювати фонове зображення, обирати гарнітуру заголовку (див. рис. 2.31.).

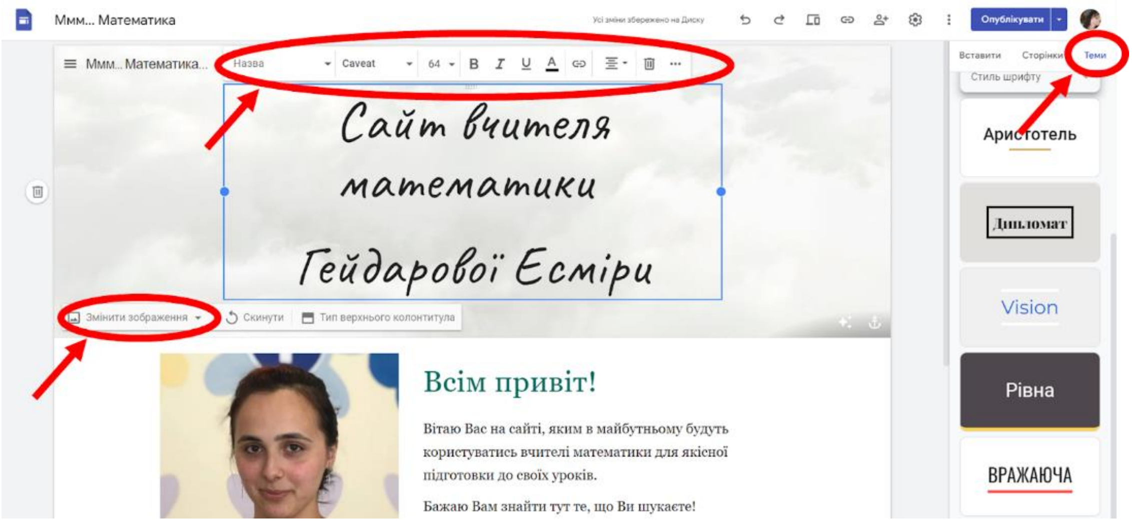


Рис. 2.31. Налаштування інтерфейсу сайту

У сайт можна додавати сторінки та підсторінки, робити одну із сторінок домашньою (та, яка буде завантажуватись при відкритті сайту), копіювати сторінки, вилучати з панелі навігації та видаляти сторінки. Для того, щоб створити сторінку треба в панелі інструментів справа обрати вкладинку «Сторінки» та натиснути на знак «+». Інші операції над сторінкою можна здійснювати натиснувши біля назви відповідної сторінки на три крапочки і обрати потрібну опцію.

Як вже зазначалось вище, сервіс Google Sites є зручним і у тому, що сайтом можна користуватись з будь-якого пристрою: з персонального, портативного або кишенькового комп'ютера.

Наявність власного сайту відкриває для вчителя такі можливості:

1) Збереження всіх матеріалів, необхідних для викладання навчальної дисципліни в одному місці (презентації до уроків, інформаційні картки, корисні посилання на інші сайти);

2) Перевіряти рівень засвоєння учнями навчального матеріалу з мінімальними затратами часу (можна додати тести для визначення рівня знань учнів з теми);

3) Учні мають змогу в будь-який час опрацьовувати матеріал та готуватись до поточного або семестрового контролю знань.

Описані можливості приводять до висновку, що портфоліо вчителя математики можна опублікувати у форматі сайту.

Місцем розташування компонентів портфоліо з теми “Многогранники” був обраний сайт, створений у сервісі Google Sites (див. рис. 2.32.).

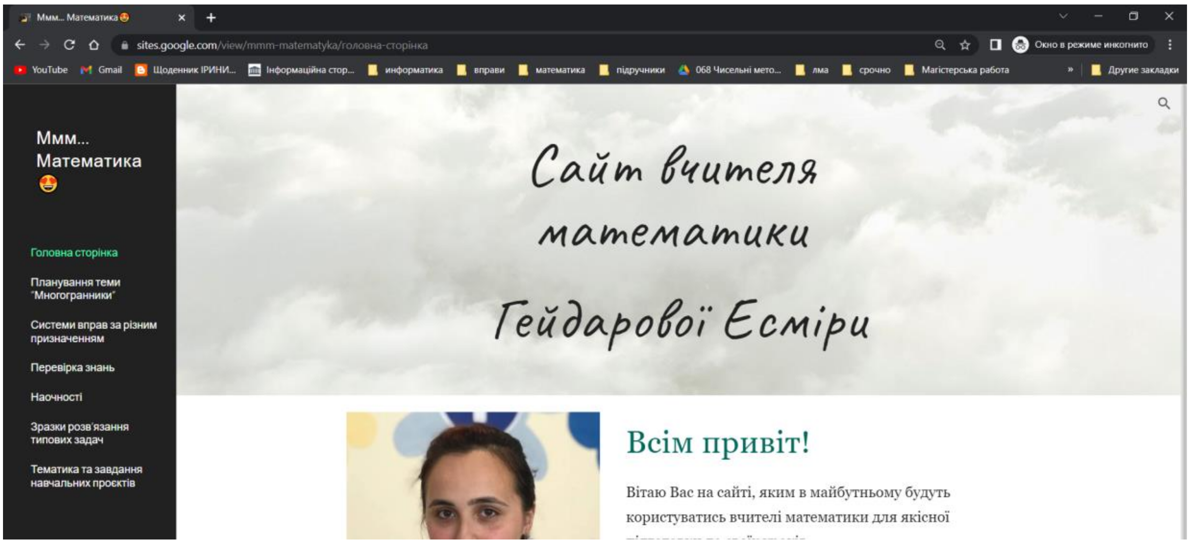


Рис. 2.32. Домашня сторінка сайту-портфоліо вчителя математики з теми «Многогранники» [15]

Вкладинки мають назви відповідно до структури портфоліо:

1) Планування теми “Многогранники”;

2) Системи вправ за різним призначенням;

3) Перевірка знань;

4) Наочності;

5) Зразки розв’язання типових задач;

6) Тематика та завдання навчальних проєктів.

Особливість сайту як презентації портфоліо полягає в тому, що можна:

- кожну інформацію додавати на окрему сторінку;
- вбудовувати в сторінку Google Форму, Google Документ, Google Таблицю, тощо;
- додавати корисні посилання;
- вбудовувати відео з You Tube, а поруч розташовувати опис та алгоритм роботи з відео;
- створювати карусель зображень;

- додавати файли з Google Диску;
- зробити його як загальнодоступним так і обмеженим конкретним колом користувачів;
- мати до нього постійний доступ;
- отримувати зворотній зв’язок від користувачів сайту.

Сайт повинен бути доступним для учнів та батьків, щоб вони мали змогу слідкувати за процесом вивчення певної теми, аналізувати свою діяльність (діяльність дитини) та робити висновки стосовно якості та швидкості виконуваної роботи.

При очному навчанні сайт можна запропонувати як один із основних джерел навчальної інформації та надати доступ одному із членів учнівського колективу, який має потім розповсюдити серед однокласників. Під час дистанційного навчання можна надати посилання на ту платформу, якою користуватиметься школа, що є надзвичайно зручним, адже в одному місці будуть знаходитись всі матеріали з теми.

За допомогою таких засобів відбувається продуктивна взаємодія між учасниками освітнього процесу та підвищення якості освіти. Учні активно працюють, що дає можливість ефективного навчання, а також самоосвіти.

ВИСНОВКИ

У цій кваліфікаційній роботі ми дійшли до висновку, що портфоліо є способом фіксації, накопичення та однозначної оцінки результатів індивідуальної підготовки за певний період професійної діяльності людини.

Створення портфоліо вчителя означає:

- систематизація професійної діяльності;
- визначення напряму розвитку, що сприяє полегшенню самоосвіти;
- об'єктивна оцінка професійної майстерності;
- демонстрація навчальних матеріалів;
- спостереження за професійно-творчим розвитком педагога;
- презентація колегам можливостей використання новітніх технологій;
- сприяння отримання вищої категорії або кар'єрного зросту.

Тобто в цій кваліфікаційній роботі ми поглиблено ознайомилися з новим для нас поняттям – портфоліо, описали його види, типи та функції, визначили вимоги для створення, структуру та помилки, які виникають під час створення портфоліо.

У роботі наведені системи вправ за різним призначенням:

- вправи для повторення і актуалізації опорних знань;
- тренувальні вправи на відпрацювання понять теми;
- вправи на засвоєння основних способів діяльності;
- задачі прикладного змісту;
- задачі рівня ЗНО.

Після ознайомлення з підручниками, рекомендованими МОН, для подальшої роботи над проблемою було обрано підручник Істер О. С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) та зауважено, що у підручнику теорія супроводжується ілюстраціями, виділяється найважливіше, теореми пропонуються з доведенням, наведено зразки розв'язання типових задач, зустрічається мотивація навчальної діяльності учнів, завдання розподілені по рівнях, наявні задачі прикладної спрямованості та домашні самостійні роботи.

Запропоновано зразки наочностей, розроблених з використанням системи динамічної математики GeoGebra та популярний відеохостинг, що надає послуги розміщення відеоматеріалів You Tube. Представлено комп’ютерні презентації Google Презентація та Canva, рекомендовано використовувати вчителем на уроці разом із конспектами, які також додають у портфоліо. Використання наочностей забезпечить ефективне фіксування учнями набутих знань та вмінь.

Розкриті методичні особливості вивчення теми «Многогранники», визначені типи завдань ЗНО з цієї теми та наведені приклади. З початку введення ЗНО, завдання з теми «Многогранники» зустрічається у таких формах тестових завдань:

- завдання з вибором однієї правильної відповіді;
- завдання на встановлення відповідності;
- завдання на встановлення відповідності;
- завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю.

У роботі також наведено перелік задач рівня ЗНО прикладного спрямування.

Визначено місце розташування компонентів портфоліо з теми “Многогранники”, а саме – сайт з вкладинками:

1) Планування теми "Многогранники";
2) Системи вправ за різним призначенням;
3) Перевірка знань;
4) Наочності;
5) Зразки розв'язання типових задач;
6) Тематика та завдання навчальних проєктів.

В кваліфікаційній роботі розроблені матеріали, що входитимуть в склад портфоліо. А саме, опорні конспекти, системи вправ різного призначення, задачі рівня ЗНО та тематика навчальних проектів. Конспекти уроків можуть бути використані у реальному навчальному процесі ЗСО. Таким чином, поставлені завдання виконані в повному обсязі, мета дослідження досягнута.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андрухів Р. М. Використання засобу Google Sites для створення сайту професійно-технічного навчального закладу. *Освітній портал «На Урок»*. 2018. URL: https://naurok.com.ua/vikoristannya-zasobu-google-sites-dlya-stvorennya-saytu-profesiyno-tehnichnogo-navchalnogo-zakladu-14504.html (дата звернення: 22.11.2022).

2. Афанасьєва О. М., Бродський Я. С., Павлов О. Л., Сліпенко А. К. Математика. Рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів заг. серед. освіти. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2011. 480 с.

3. Бабченко Л. М. Портфоліо учителя, як форма аналізу та оцінки результатів його діяльності: методичні рекомендації. Дніпро: Середняк Т. К., 2019, 21 с.

4. Бахмат Н. В. Моделювання портфоліо педагога : навчально-методичний посібник. Кам’янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка. Вид.: 2-ге, переробл. і доповн. Кам’янець-Подільський : ПП Буйницький О.А., 2014. 72 с.

5. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів заг. серед. освіти. К. : Видавничий дім «Освіта», 2019. 272 с.

6. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту : підруч. для 10 кл. закладів заг. серед. освіти. К. : Видавничий дім «Освіта», 2018. 288 с.

7. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Васильєва Д. В., Владімірова Н. І. Математика : підруч. для 5-го кл. закладів заг. серед. освіти. Київ : Видавничий дім «Освіта», 2022. 252 с.

8. Беседін Б. Б., Смоляков О. В. Використання наочності на уроках математики. *Методика викладання математики в ЗОШ та ВНЗ*. 2017. №7. С. 103–109.

9. Вдовиченко С. А. Методика формування просторового мислення старшокласників у процесі вивчення систематичного курсу стереометрії. *Освітній портал «На Урок».* 2020. URL: https://naurok.com.ua/metodika-formuvannyaprostorovogo-mislennya-starshoklasnikivu-procesi-vivchennya-sistematichnogo-kursu-stereometri-sinergetichniy-pidhid-169592.html (дата звернення: 09.11.2022).

10. Вишпольська В. Ф. Розвиток у студентів здатності до рефлексивної діяльності. 2010. URL: http://www.rusnauka.com/36_PWMN_2010/Pedagogica/77136.doc.htm (дата звернення: 09.11.2022).

11. Гейдарова Е. З. Алгоритм побудови правильної піраміди: *You Tube*. URL: https://www.youtube.com/watch?v=s1AmziKC3YY (дата звернення: 20.11.2022).

12. Гейдарова Е. З. Динамічна модель-супровід до означення поняття “правильна піраміда”: *GeoGebra*. URL: https://www.geogebra.org/m/epvpnkmz (дата звернення: 20.11.2022).

13. Гейдарова Е. З. Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники: *Google Presentation*. URL: https://docs.google.com/presentation/d/1nadJKinQX4S80mzm2DB9mP8A_gjbHuZyg2Y5zdHZYFw/edit?usp=share_link (дата звернення: 18.11.2022).

14. Гейдарова Е. З. Означення піраміди та її елементи: *Canva*. URL: https://drive.google.com/file/d/1JopTOL4GUvaL5p30uPHrRV7gllyhyK0W/view?usp=sharing (дата звернення: 20.11.2022).

15. Гейдарова Е. З. Сайт-портфоліо вчителя математики: *Google Sites*. URL: https://sites.google.com/view/mmm-matematyka/ (дата звернення: 20.11.2022).

16. Грицай Н. Б. Використання портфоліо у методичній підготовці майбутніх учителів біології. *Вища школа*. 2011. №7. С. 100–113.

17. Жижченко І. Я. Сайт вчителя математики Жижченко І. Я.: *Wordpress*. URL: https://examplewordpresscom81607.wordpress.com/ (дата звернення: 21.11.2022).

18. Інструктивно-методичні рекомендації щодо викладання навчальних предметів у закладах загальної середньої освіти у 2020/2021 навчальному році. URL: https://mon.gov.ua/storage/app/uploads/public/5f4/cae/d10/5f4caed10f675968632995.pdf (дата звернення: 20.11.2022).

19. Істер О. С. Математика : (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 11-го кл. закл. заг. серед. освіти. Київ : Генеза, 2019. 304 с.

20. Істер О. С. Самостійні та тематичні контрольні роботи з алгебри та геометрії для 11 кл. Рівень стандарту : навч. посібн. Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2019. 64 с.

21. Істер О. С., Єргіна О. В. Геометрія : (профіл. рівень) : підруч. для 11-го кл. закладів заг. серед. освіти. Київ : Генеза, 2019. 288 с.

22. Істер О. С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 10 кл. закл. заг. серед. освіти. Київ : Генеза, 2018. 384 с.

23. Кендюхова А. А. Професійне портфоліо: територія успіху сучасного педагога: навчально-методичний посібник. Кропивницький: КЗ «КОІППО імені Василя Сухомлинського», 2016. 36 с.

24. Конспект уроку «Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники». URL: https://www.matnova.com.ua/%D1%80%D0%BE%D0%B7%D1%80%D0%BE%D0%B1%D0%BA%D0%B8-%D1%83%D1%80%D0%BE%D0%BA%D1%96%D0%B2/geometry_11/I_semestr/urok_01_Mnogogrannik_ta_yogo_elementi_Opukli_mnogogranniki (дата звернення: 18.11.2022).

25. Контрольна робота № 1. Призма. *Інтерактивне навчання – Видавництво Ранок*. URL: http://interactive.ranok.com.ua/theme/contentview/serednya-ta-starsha-shkola/matematika-11-klas/kontrolna-robota-1-prizma/kontrolna-robota-1-prizma (дата звернення: 19.11.2022).

26. Коробчук Ю, Ленчук І. Як навчати учнів побудовам стререометричних фігур. *Математика в рідній школі*. 2018. №12. С.16–21.

27. Кравчук В. Р. Зошит для контролю навчальних досягнень з математики. Геометрія. 11 клас. Рівень стандарту. Тернопіль: Підручники і посібники, 2020. 48 с.

28. Лов'янова І. В. Дидактичні основи навчання математики. Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. Кривий Ріг: КДПУ, 2009. 237 с.

29. Лов'янова І. В. Методика сучасного уроку математики. Документація вчителя математики: поради студенту-практиканту. Навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. 2-ге видання, доп. і пер. Кривий Ріг: КДПУ, 2015. 24 с.

30. Лук'янова С. М. Тематичне портфоліо як засіб підготовки майбутніх вчителів математики до реалізації принципу наступності у навчанні математики. *Реалізація наступності в математичній освіті: реалії та перспективи : матеріали всеукраїнської науково-практичної конференції (15-16 вересня 2016 р., м. Одеса)*. Одеса: Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського, 2016. С. 261–264.

31. Малець І. В. Сайт вчителя математики Малець І. В.: *Wix*. URL: https://ivmalets.wixsite.com/maths (дата звернення: 21.11.2022).

32. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Х. : Гімназія, 2019. 208 с.

33. Міністерство освіти і науки України. Освітні програми. Навчальна програма для 5-9 класів. URL: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-5-9-klas/onovlennya-12-2017/5-programa-z-matematiki.docx (дата звернення: 21.11.2022).

34. Міністерство освіти і науки України. Освітні програми. Навчальні програми для 10-11 класів. Рівень стандарту. URL:

https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika.-riven-standartu.docx (дата звернення: 09.11.2022).

35. Міністерство освіти і науки України. Типова освітня програма, розроблена під керівництвом Савченко О. Я. 3-4 клас. URL: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-1-4-klas/2020/11/20/Savchenko.pdf (дата звернення: 09.11.2022).

36. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 11 кл. закл. серед. освіти. Харків : Ранок, 2019. 304 с.

37. Ніколаєнко М. С., Синько Л. С. Використання програмного засобу GeoGebra на уроках математики. *Електронні інформаційні ресурси: створення, використання, доступ : зб. матеріалів Міжнародної наук.-практ. Інтернет конф. Вінниця*, 2016. С. 291–302.

38. Онлайн-тести зовнішнього оцінювання. URL: https://zno.osvita.ua/ (дата звернення: 09.11.2022).

39. Паламарчук І. М. Контрольна робота з геометрії 11 клас. Многогранники. *Освітній портал «На Урок»*. 2021. URL: https://naurok.com.ua/kontrolna-robota-z-geometri-dlya-11-klasu-po-temi-mnogogranniki-251208.html (дата звернення: 19.11.2022).

40. Паралелепіпед. Прямокутний паралелепіпед. *Інтерактивне навчання – Видавництво Ранок*. URL: http://interactive.ranok.com.ua/theme/presentationdownload/pdrychniki/geometrya-proflniyi-rven-pdrychnik-dlya-11-klasy-zakladv-zagalno-seredno-osvti-neln-p-dolgova-o/paralelepped-pryamokytniyi-paralelepped/paralelepped-pryamokytniyi-paralelepped (дата звернення: 21.11.2022).

41. Потієнко В. О. Інформатика. Графічний дизайн (вибірковий модуль для учнів 10–11 класів, рівень стандарту). Харків: Ранок, 2020. 160 с.

42. Приймак М. В. Методичні рекомендації «Електронне портфоліо вчителя». *Національна освітня платформа «Всеосвіта»*. 2018. URL:

https://vseosvita.ua/library/metodicni-rekomendacii-elektronne-portfolio-vcitela-72914.html (дата звернення: 18.11.2022).

43. Про затвердження Положення про сертифікацію педагогічних працівників : Постанова від 27 грудня 2018 р. № 1190. URL: https://zakononline.com.ua/documents/show/369137___369202 (дата звернення: 18.11.2022).

44. Програма зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання з математики, здобутих на основі повної загальної середньої освіти. *Український центр оцінювання якості освіти*. URL: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2019/12/nakaz-1513_04.12_programa_matematyka.pdf (дата звернення: 09.11.2022).

45. Рикова Л. Дидактичні умови використання навчальних моделей у процесі викладання природничо-математичних дисциплін. *Актуальні питання природничо-математичної освіти*. 2016. № 7-8. С. 73.

46. Свястин М. М. Контрольна робота з геометрії 11 клас. Призма. Піраміда. *Освітній портал «На Урок»*. 2022. URL: https://naurok.com.ua/kontrolna-robota-prizma-piramida-309231.html (дата звернення: 19.11.2022).

47. Сергієнко І. В. Використання та створення Google Sites в освітньому процесі з метою підвищення якості освіти. *Національна освітня платформа «Всеосвіта».* 2020. URL: https://vseosvita.ua/library/vikoristanna-ta-stvorenna-google-sites-v-osvitnomu-procesi-z-metou-pidvisenna-akosti-osviti-341052.html (дата звернення: 21.11.2022).

48. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підручник. Вид: 2ге , допов. і переробл. К.: Вища шк., 2006. 582 с.

49. Типи уроків та їх структура. URL: https://studfile.net/preview/16409943/page:7/ (дата звернення: 19.11.2022).

50. Типи уроків та їх структура. URL: https://pkvfp.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/pdf/typi_urokiv.pdf (дата звернення: 19.11.2022)

51. Шпак І. В. Контрольна робота з геометрії 11 клас. Многогранники. *Національна освітня платформа «Всеосвіта»*. 2021. URL: https://vseosvita.ua/library/kontrolna-robota-z-geometrii-11-klas-mnogogranniki-405251.html (дата звернення: 19.11.2022).

52. Components of a Teaching Portfolio. *University Center for Teaching and Learning*. URL: https://teaching.pitt.edu/wp-content/uploads/2018/12/GSTI-Components_Of_A_Teaching_Portfolio.pdf (дата звернення: 09.11.2022)

53. Council recommendation of 22 May 2018 on key competences for lifelong learning (Text with EEA relevance) (2018/C 189/01). URL: https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)&from=LT (дата звернення: 09.11.2022)

ДОДАТКИ

Додаток А

Логіко-математичний аналіз теми «Многогранники»

Таблиця А.1.

Логіко-математичний аналіз формулювання означень нових понять теми

Поняття	Формулювання означення	Вид означення, характеристична властивість
Геометричне тіло	Геометричне тіло можна уявити як об’єднання частини простору, зайнятої фізичним тілом, та поверхні, яка обмежує цю частину простору.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: фігура обмежує частину простору
Многогранник	Многогранником називають тіло, поверхня якого складається зі скінченної кількості плоских многокутників.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Тіло 2) Грані многогранника, які є многокутниками
Грані многогранника	Многокутники, які обмежують многогранник, називають гранями.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: многокутник, які обмежують многогранник
Ребра многогранника	Сторони граней многогранника називають ребрами многогранника.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: сторона многогранника
Вершини многогранника	Кінці ребер многогранника називають вершинами многогранника.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: кінці ребра многогранника
Опуклий многогранник	Многогранник називають опуклим, якщо він розміщений по один бік від площини кожної його грані.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: многогранник, який розміщений по один бік від площини кожної його грані.

Розгортка многогранника	Якщо поверхню многогранника розрізати по деяких його ребрах і розгорнути в площину однієї з його граней, то отримаємо розгортку даного многогранника.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: фігура утворена розрізанням поверхні многогранника по деяких його ребрах і розгорненням в площину однієї з його граней
Площа поверхні многогранника	Площа поверхні многогранника - це сума площ усіх його граней.	Вид: конструктивне означення Характеристичні властивості: сума площ граней многогранника
Призма	Призмою називають многогранник, у якого дві грані рівні (їх називають основами) та їх відповідні сторони паралельні, а інші грані (бічні) – паралелограми, у кожного з яких дві протилежні сторони є сторонами основ.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Многогранник 2) Грані многогранника, які лежать в паралельних площинах 3) Грані многогранника, що є паралелограмами, сторони яких є сторонами основ
Основи призми	Дві рівні грані призми, у яких відповідні сторони паралельні, називають основами.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: рівні многокутники, які лежать у паралельних площинах
Бічні грані призми	Грані призми, які не є гранями основ, називають бічними гранями призми.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: паралелограм, що не є основою призми
Бічні ребра призми	Сторони бічних граней, які не належать основам, - бічними ребрами призми.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: сторона бічної грані
N-кутна призма	Призму називають n-кутною, якщо її основою є n-кутник.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Призма 2) n-кутник, що лежить в основі призми
Висота призми	Перпендикуляр, проведений з деякої точки однієї основи до площини іншої основи, називають	Вид: конструктивне означення Характеристичні властивості:

	висотою призми.	1) Перпендикуляр 2) Відрізок, який проведений з деякої точки однієї основи до площини іншої основи
Діагональ призми	Відрізок, що сполучає дві вершини призми, які не належать одній грані, називають діагоналлю призми.	Вид: конструктивне означення Характеристичні властивості: відрізок, який сполучає дві вершини призми, які не належать одній грані
Пряма призма	Призму називають прямою, якщо її бічні ребра перпендикулярні до основ.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Призма 2) Ребра, перпендикулярні до основ
Похила призма	Призму називають похилою, якщо її бічні ребра не перпендикулярні до основ.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Призма 2) Ребра, довільно нахилені до основ
Правильна призма	Пряму призму називають правильною, якщо її основи – правильні многокутники.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Пряма призма 2) Правильні многокутники, що лежать в основах призми
Площа повної поверхні призми	Площею повної поверхні призми називають суму площ усіх її граней.	Вид: конструктивне означення Характеристичні властивості: сума площ усіх її граней
Площа бічної поверхні призми	Площею бічної поверхні призми називають суму площ її бічних граней.	Вид: конструктивне означення Характеристичні властивості: сума площ її бічних граней
Переріз многогранника	Многокутник, сторонами якого є відрізки січної площини, називають перерізом многогранника.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: многокутник, сторонами якого є відрізки січної площини
Січна площина	Січною площиною многогранника будемо називати	Вид: описове означення

	будь-яку площину, по обидва боки від якої є точки даного многогранника.	Характеристичні властивості: площина, по обидва боки від якої є точки даного многогранника
Діагональний переріз призми	Переріз призми, який проходить через два бічних ребра, що не належать одній грані, називають діагональним перерізом	Вид: конструктивне означення Характеристичні властивості: 1) Переріз призми 2) Діагональ призми, яка належить перерізу
Паралелепіпед	Паралелепіпедом називають призму, основою якої є паралелограм	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Призма 2) Паралелограм, який лежить в основі призми
Прямий паралелепіпед	Паралелепіпед, бічні ребра якого перпендикулярні до площини основи, називають прямим паралелепіпедом.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Паралелепіпед 2) Ребра паралелепіпеда, нахилено до основи під прямим кутом
Похилий паралелепіпед	Якщо бічні ребра паралелепіпеда не перпендикулярні до площини основи, то паралелепіпед називають похилим.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Паралелепіпед 2) Ребра паралелепіпеда, нахилено до основи під довільним кутом
Протилежні грані паралелепіпеда	Грані паралелепіпеда, які не мають спільних вершин, називають протилежними гранями.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: грані паралелепіпеда, які не мають спільних вершин
Прямокутний паралелепіпед	Прямокутним паралелепіпедом називають прямий паралелепіпед, основою якого є прямокутник.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Прямий паралелепіпед 2) Прямокутник, який лежить в основі паралелепіпеда
Виміри прямокутного	Довжини трьох ребер прямокутного	Вид: описове означення

паралелепіпеда	паралелепіпеда, які виходять з однієї вершини, називають вимірами (або лінійними вимірами) прямокутного паралелепіпеда	Характеристичні властивості: довжини трьох ребер прямокутного паралелепіпеда, які виходять з однієї вершини
Піраміда	Пірамідою називають многогранник, у якого одна з граней – довільний многокутник (її називають основою), а інші грані – трикутники зі спільною вершиною.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Многогранник 2) Довільний многокутник, що є основою піраміди 3) Трикутник, що є бічними гранями піраміди
Основа піраміди	Одна з граней піраміди є довільним многокутником, який називають основою.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: одна з граней піраміди є довільним многокутником
Бічні грані піраміди	Грані зі спільною вершиною, про які йдеться в означенні піраміди називають бічними гранями піраміди.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: грані зі спільною вершиною, про які йдеться в означенні піраміди називають
Вершина піраміди	Спільна точка для бічних граней – називається вершиною піраміди.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: спільна точка для бічних граней
Бічні ребра піраміди	Ребра піраміди, які сполучають вершину піраміди з вершинами основи піраміди, називають бічними ребрами піраміди.	Вид: описове означення Характеристичні властивості: ребра піраміди, які сполучають вершину піраміди з вершинами основи піраміди
N-кутна піраміда	Піраміду називають n-кутною, якщо її основою є n-кутник.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Піраміда 2) Довільний n-кутник, що лежить в основі піраміди
Висота піраміди	Перпендикуляр, проведений з вершини піраміди до площини основи, називають висотою піраміди.	Вид: конструктивне означення Характеристичні властивості:

		1) Перпендикуляр 2) Відрізок, проведений з вершини піраміди до площини основи
Площа повної поверхні піраміди	Площа повної поверхні піраміди дорівнює сумі площ усіх її граней.	Вид: конструктивне означення Характеристичні властивості: сума площ усіх її граней
Площа бічної поверхні піраміди	Площа бічної поверхні піраміди дорівнює сумі площ її бічних граней.	Вид: конструктивне означення Характеристичні властивості: сумі площ її бічних граней
Правильна піраміда	Піраміду називають правильною, якщо її основою є правильний многокутник, а основа висоти піраміди збігається із центром цього многокутника.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: 1) Піраміда 2) Правильний многокутник, що лежить в основі піраміди
Вісь піраміди	Віссю правильної піраміди називають пряму, яка містить її висоту.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: пряма, яка містить висоту піраміди
Апофема	Висоту бічної грані правильної піраміди, проведену з її вершини, називають апофемою піраміди.	Вид: через найближчій рід Характеристичні властивості: висота бічної грані правильної піраміди, яка проведена з її вершини
Діагональний переріз призми	Переріз піраміди, який проходить через два бічних ребра, що не належать одній грані, називають діагональним перерізом.	Вид: конструктивне означення Характеристичні властивості: переріз піраміди, який проходить через два бічних ребра, що не належать одній грані

Таблиця А.2.

Орієнтована побудова системи вправ введення нового поняття

Поняття	Вправи для створення мотивації та введення нового поняття	Вправи, що забезпечують актуалізацію та повторення базових знань та умінь	Вправи спрямовані на виділення суттєвих властивостей та на побудову об’єктів, які мають ці властивості	Вправи, на базі яких відбувається ілюстрація поняття, що вводяться	Вправи для забезпечення розпізнавання об’єктів, що входять до обсягу нового поняття	Вправи, що спрямовані на забезпечення розуміння і засвоєння текстового значення
Геометричне тіло	-	-	-	-	-	-
Многогранник	1.1	-	-	-	-	-
Грані многогранника	-	-	-	-	1.3, 1.4, 1.11, 1.12,	-
Ребра многогранника	-	-	-	-	1.3, 1.4, 1.11	-
Вершини многогранника	-	-	-	-	1.3, 1.4, 1.12	-
Опуклий многогранник	-	-	-	-	1.1	-
Розгортка многогранника	-	-	-	-	-	-
Площа поверхні многогранника	-	-	-	-	-	-
Призма	1.2, 1.27, 1.28	-	-	-	-	-

Основи призми	-	-	-	-	1.5, 1.6, 1.13, 1.14	-
Бічні грані призми	-	-	-	-	1.5, 1.6, 1.13, 1.14	-
Бічні ребра призми	-	-	-	-	1.5, 1.6, 1.15, 1.16	-
N-кутна призма	-	-	-	1.5, 1.6, 1.9, 1.10, 1.17, 1.18, 1.19, 1.20, 1.25, 1.41, 1.44, 1.45	-	-
Висота призми	-	-	-	-	-	-
Діагональ призми	-	-	-	-	-	-
Пряма призма	-	-	-	1.20, 1.21, 1.31, 1.32, 1.33, 1.34, 1.35, 1.36, 1.39, 1.40, 1.42, 1.43	-	1.29, 1.30
Похила призма	-	-	1.23, 1.24, 1.37, 1.38, 1.47, 1.48	1.46	-	-
Правильна призма	-	-	-	1.17, 1.18, 1.19, 1.22, 1.25	-	-
Площа повної поверхні призми	1.7, 1.8, 1.9, 1.10	-	1.29, 1.30, 1.35, 1.36, , 1.39, 1.40	1.21, 1.22	-	1.17, 1.18
Площа бічної поверхні призми	1.7, 1.8	-	1.29, 1.30, 1.33, 1.34, 1.35, 1.36, 1.44, 1.45, 1.47, 1.48	1.19, 1.20	-	1.17, 1.18
Переріз	-	-	1.31, 1.32	-	-	-

многогранника						
Січна площина	-	-	-	-	-	-
Діагональний переріз призми	-	-	1.25, 1.26, 1.41, 1.42	-	-	-
Паралелепіпед	2.1	-	-	-	2.2, 2.3, 2.4, 2.5	-
Прямий паралелепіпед	-	-	2.12, 2.13, 2.20, 2.21, 2.23, 2.24, 2.25, 2.28, 2.29, 2.30, 2.31, 2.32, 2.33	-	-	-
Похилий паралелепіпед	-	-	2.34, 2.35, 2.36	-	-	-
Протилежні грані паралелепіпеда	-	-	-	-	-	-
Прямокутний паралелепіпед	-	-	2.8, 2.9, 2.10, 2.11, 2.16, 2.17, 2.18, 2.19, 2.37	-	-	2.26, 2.27,
Виміри прямокутного паралелепіпеда	-	-	-	2.14, 2.15, 2.22	-	-
Піраміда	-	-	3.25, 3.26, 3.33, 3.34, 3.37, 3.38, 3.39, 3.40, 3.41, 3.42, 3.43, 3.44	-	-	-
Основа піраміди	-	-	-	-	3.1, 3.2, 3.3, 3.4	-
Бічні грані піраміди	-	-	-	-	3.1, 3.2, 3.3, 3.4	-

Вершина піраміди	-	-	-	-	-	-
Бічні ребра піраміди	-	-	-	-	3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.11, 3.12	-
N-кутна піраміда	-	-	3.19, 3.20	3.1, 3.2, 3.3, 3.4	-	-
Висота піраміди	-	-	-	-	-	-
Площа повної поверхні піраміди	-	-	3.9, 3.10, 3.15, 3.16, 3.31, 3.32	-	-	-
Площа бічної поверхні піраміди	-	-	3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.13, 3.14	-	-	-
Правильна піраміда	-	-	3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.21, 3.22, 3.23, 3.24, 3.29, 3.30, 3.35, 3.36, 3.45, 3.46, 3.48, 3.48	3.13, 3.14, 3.15, 3.16	-	3.17, 3.18, 3.27, 3.28
Вісь піраміди	-	-	-	-	-	-
Апофема	-	-	-	3.7, 3.8, 3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.31	-	-
Діагональний переріз піраміди	-	-	-	3.22	-	-

Таблиця А.3.

Схема-орієнтир проведення логіко-математичного аналізу структури формулювання математичного твердження

Формулювання математичного твердження: Властивість призми	
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Всі бічні ребра призми рівні та паралельні
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, складене, кон’юнктивне
3. Виділення роз’яснювальної частини	Яка б не була призма
4. Виділення умови	Ребра є бічними (проста)
5. Виділення вимоги	Ребра рівні та паралельні між собою (складена, кон’юнктивна)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яка б не була призма, якщо ребра є бічними, то вони рівні та паралельними між собою.

Формулювання математичного твердження: Властивість бічних граней прямої призми	
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Усі бічні грані прямої призми - прямокутники
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, просте
3. Виділення роз’яснювальної частини	Яка б не була призма
4. Виділення умови	Грані є бічними (проста)
5. Виділення вимоги	Грані мають форму прямокутника (проста)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яка б не була призма, якщо грані є бічними, то вони мають форму прямокутника

Формулювання математичного твердження: Властивість висоти прямої призми	
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Висота прямої призми дорівнює її бічному ребру
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, просте
3. Виділення роз’яснювальної частини	-

4. Виділення умови	Пряма призма (проста)
5. Виділення вимоги	Висота призми дорівнює бічному ребру (проста)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Якщо призма є прямою, то її висота дорівнює бічному ребру

Формулювання математичного твердження: Теорема (про площу бічної поверхні прямої призми)	
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Площа бічної поверхні прямої призми дорівнює добутку периметра основи на висоту призми
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, просте
3. Виділення роз'яснювальної частини	Який би не був многогранник
4. Виділення умови	Многогранник є прямою призмою (проста)
5. Виділення вимоги	Площа бічної поверхні многогранника дорівнює добутку периметра основи на його висоту (проста)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Який би не був многогранник, якщо многогранник є прямою призмою, то площа бічної поверхні многогранника дорівнює добутку периметра основи на його висоту

Формулювання математичного твердження: Теорема (властивість протилежних граней паралелепіпеда)	
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Протилежні грані паралелепіпеда паралельні та рівні
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, складене, кон'юнктивне
3. Виділення роз'яснювальної частини	Який би не був паралелепіпед
4. Виділення умови	Грані протилежні (проста)
5. Виділення вимоги	Грані рівні та паралельні (складена, кон'юнктивна)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Який би не був паралелепіпед, якщо грані є протилежними, то вони рівні та паралельні

Формулювання математичного твердження: Теорема (властивість діагоналей паралелепіпеда)

Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Діагоналі паралелепіпеда перетинаються і точкою перетину діляться навпіл
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, складене, кон’юнктивне
3. Виділення роз’яснювальної частини	Яка б не була призма
4. Виділення умови	Призма є паралелепіпедом (проста)
5. Виділення вимоги	Діагоналі призми перетинаються і точкою перетину діляться навпіл (складена, кон’юнктивна)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яка б не була призма, якщо призма є паралелепіпедом, то її діагоналі перетинаються і точкою перетину діляться навпіл

Формулювання математичного твердження: Теорема (формула для обчислення довжини діагоналі прямокутного паралелепіпеда)	
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Квадрат діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, просте
3. Виділення роз’яснювальної частини	Яка б не була призм
4. Виділення умови	Призма є паралелепіпедом (проста)
5. Виділення вимоги	Квадрат діагоналі призми дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів (проста)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яка б не була призма, якщо призма є паралелепіпедом, то квадрат діагоналі призми дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів

Формулювання математичного твердження: Наслідок з теореми-формули для обчислення довжини діагоналі прямокутного паралелепіпеда	
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Усі чотири діагоналі прямокутного паралелепіпеда рівні
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, просте
3. Виділення роз’яснювальної частини	Який би не був паралелепіпед
4. Виділення умови	Паралелепіпед є прямокутним (проста)

5. Виділення вимоги	Чотири діагоналі паралелепіпеда є рівними (проста)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Який би не був паралелепіпед, якщо паралелепіпед є прямокутним, то всі його чотири діагоналі є рівними

Формулювання математичного твердження: Теорема (про площу бічної поверхні правильної піраміди)	
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Площа бічної поверхні правильної піраміди дорівнює добутку півпериметра основи на апофему
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, просте
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яка б не була піраміда
4. Виділення умови	Піраміда є правильною (проста)
5. Виділення вимоги	Площа бічної поверхні піраміди дорівнює добутку півпериметра основи на апофему (проста)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яка б не була піраміда, якщо піраміда є правильною, то площа її бічної поверхні дорівнює добутку півпериметра основи на апофему

Формулювання математичного твердження: Властивість бічних ребер правильної піраміди	
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Усі бічні ребра правильної піраміди рівні
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, просте
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яка б не була піраміда
4. Виділення умови	Піраміда є правильною (проста)
5. Виділення вимоги	Бічні ребра піраміди є рівними (проста)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яка б не була піраміда, якщо піраміда правильна, то її бічні ребра рівні

Формулювання математичного твердження: Властивість бічних граней правильної піраміди

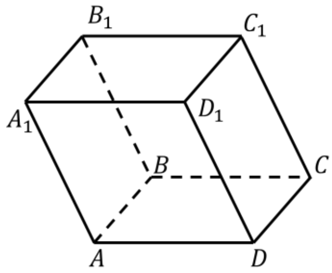
Етапи проведення аналізу	Результат
1. Формулювання твердження	Усі бічні грані правильної піраміди - рівні рівнобедрені трикутники
2. Встановлення виду твердження	Категоричне, просте
3. Виділення роз'яснювальної частини	Яка б не була піраміда
4. Виділення умови	Піраміда є правильною (проста)
5. Виділення вимоги	Бічні грані піраміди є рівнобедреними трикутниками (проста)
6. Формулювання твердження рівносильного даному	Яка б не була піраміда, якщо піраміда правильна, то її бічні грані є рівнобедреними трикутниками

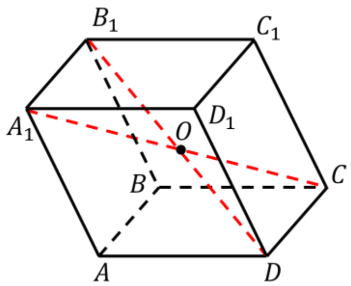
Таблиця А.4.

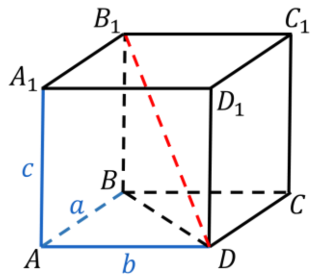
Аналіз форми, виду, способу доведення математичного факту

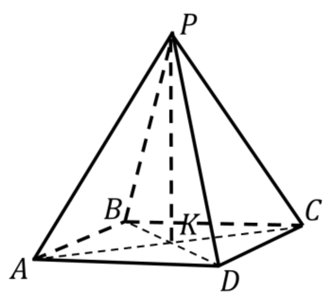
Теорема (про площу бічної поверхні прямої призми)	
Форма доведення	Дедуктивний умовивід
Вид доведення	Пряме доведення
Метод доведення	Аналітико-синтетичний метод
Основна ідея доведення	Використовуючи означення площі бічної поверхні призми
Етапи доведення	Нехай $a_1, a_2, \ldots, a_n$ – сторони основи, а l – довжина бічного ребра прямої призми. Враховуючи, що всі бічні грані прямокутники маємо: $S_{бічн} = a_1 l + a_2 l + \ldots + a_n l == (a_1 + a_2 + \ldots + a_n) l = Pl$, де $P = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ – периметр основи.

Теорема (властивість протилежних граней паралелепіпеда)	
Форма доведення	Дедуктивний умовивід
Вид доведення	Пряме доведення
Метод доведення	Аналітико-синтетичний метод
Основна ідея доведення	Використання означення паралелепіпеда

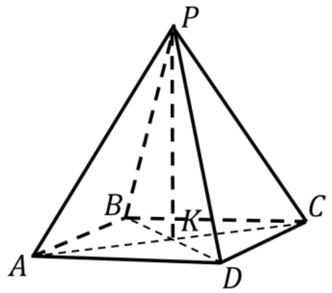
Етапи доведення	 1) Розглянемо паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Грані $ABCD$ і $A_1B_1C_1D_1$ цього паралелепіпеда паралельні та рівні, оскільки є основами паралелепіпеда. 2) Покладемо паралелепіпед, наприклад, на грань AA_1D_1D. Тоді грані AA_1D_1D і BB_1C_1C є основами паралелепіпеда. А тому вони паралельні та рівні. 3) Аналогічно доводимо, що паралельними і рівними є грані AA_1B_1B і DD_1C_1C

Теорема (властивість діагоналей паралелепіпеда)	
Форма доведення	Дедуктивний умовивід
Вид доведення	Пряме доведення
Метод доведення	Аналітико-синтетичний метод
Основна ідея доведення	Використання означення і властивостей паралелограма, аксіоми стереометрії, ознака паралелограма
Етапи доведення	 1) Розглянемо будь-які дві діагоналі паралелепіпеда, наприклад A_1C і B_1D. 2) Оскільки $AB \parallel CD$ і $AB \parallel A_1B_1$, то $CD \parallel A_1B_1$. Тому прямі CD і A_1B_1 лежать в одній площині. 3) Оскільки $AB = CD$ і $AB = A_1B_1$, то $\mathrm{A_1B_1} = \mathrm{CD}$. 4) $\mathrm{A_1B_1} \parallel \mathrm{CD}$ і $\mathrm{A_1B_1} = \mathrm{CD}$. За ознакою чотирикутник $\mathrm{A_1B_1CD}$ є паралелограмом. Його діагоналі $\mathrm{A_1C}$ і $\mathrm{B_1D}$ перетинаються в точці O і цією точкою діляться навпіл. 5) Аналогічно доводять, що діагоналі $\mathrm{A_1C}$ і $\mathrm{AC_1}$ перетинаються в точці O (яка є серединою $\mathrm{A_1C}$). Ця точка ділить навпіл і діагональ $\mathrm{AC_1}$. Так само міркуємо і щодо діагоналей $\mathrm{A_1C}$ і $\mathrm{AC_1}$ 6) Отже, усі чотири діагоналі паралелограма перетинаються в одній точці і цією точкою діляться навпіл.

Теорема (формула для обчислення довжини діагоналі прямокутного паралелепіпеда)	
Форма доведення	Дедуктивний умовивід
Вид доведення	Пряме доведення
Метод доведення	Аналітико-синтетичний метод
Основна ідея доведення	Використання теореми Піфагора
Етапи доведення	 1) Нехай $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямокутний паралелепіпед, $AB = a$, $AD = b$, $AA_1 = c$, $B_1D = d$. 2) У $\triangle ABD$ ($\angle A = 90°$): $BD^2 = a^2 + b^2$. 3) $BB_1 = AA_1 = c$ 4) У $\triangle BB_1D$ ($\angle B = 90°$): $B_1D^2 = BD^2 + {BB_1}^2 = a^2 + b^2 + c^2$. Отже, $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

Властивість бічних ребер правильної піраміди	
Форма доведення	Дедуктивний умовивід
Вид доведення	Пряме доведення
Метод доведення	Аналітико-синтетичний метод
Основна ідея доведення	Використання ознаки рівності прямокутних трикутників (за двома катетами)
Етапи доведення	 Оскільки AK = BK = CK = DK, то △PKA = △PKB = △PKC = △PKD (за двома катетами), тому PA = PB = PC = PD. Отже, усі бічні ребра правильної піраміди рівні.

Властивість бічних граней правильної піраміди

Форма доведення	Дедуктивний умовивід
Вид доведення	Пряме доведення
Метод доведення	Аналітико-синтетичний метод
Основна ідея доведення	Використання третьої ознаки рівності трикутників
Етапи доведення	 Оскільки AB = BC = CD = DA, то △PAB = △PBC = △PCD = △PDA (за трьома сторонами). Отже, усі бічні грані правильної піраміди - рівні рівнобедрені трикутники.

Теорема (про площу бічної поверхні правильної піраміди)	
Форма доведення	Дедуктивний умовивід
Вид доведення	Пряме доведення
Метод доведення	Аналітико-синтетичний метод
Основна ідея доведення	Використання формули площі трикутника через висоту і сторону, проведену до висоти
Етапи доведення	Нехай у правильній n-кутній піраміді сторона основи дорівнює a, а апофема – l. Тоді $S_{бічн} = n \cdot \frac{al}{2} = \frac{anl}{2} = \frac{an}{2} \cdot l$. Оскільки an = P – периметр основи, то $\frac{an}{2} = p$ – півпериметр основи. Отже, $S_{бічн} = p \cdot l$

Таблиця А.5.

Факти, сформульовані в задачах

Номери задачі, сторінка підручника	Факт
Ключова задача, с. 183	Площа бічної поверхні похилої призми $S_{бічн} = P_п \cdot l$, де $P_п$ – периметр перерізу, перпендикулярний до бічних ребер, l – довжина бічного ребра призми.
Ключова задача, с. 189	Площа повної поверхні прямокутного паралелепіпеда $S_{повн} = 2(ab + ac + bc)$, де a, b, c – виміри прямокутного паралелепіпеда.

Ключова задача, с. 193	Якщо бічне ребро похилого паралелепіпеда утворює з ребрами основи рівні гострі кути, то основа піраміди належить бісектрисі основи
Ключова задача, с. 196	Якщо в піраміді виконується одна з двох таких умов: усі бічні ребра утворюють з площиною основи рівні кути або довжини всіх бічних ребер рівні, то основою висоти піраміди є центр кола, описаного навколо основи піраміди.
Ключова задача, с. 204	Якщо в піраміді виконується одна з двох таких умов: усі бічні грані утворюють із площиною основи рівні кути або довжини висот усіх бічних граней рівні, то основою висоти піраміди є центр кола, вписаного в основу піраміди.

.

Додаток Б

Таблиця Б.1.

Перспективно-тематичний план теми “Многогранники” за підручником: Істер О. С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту

№ п/п	Зміст уроку	Дата	Дидактична мета уроку	Тип уроку	Задачі		ТЗН НЗН	Повторення
					в класі	вдома		
1	Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники		Сформулювати поняття геометричне тіло, многогранник, ребра, грані, вершини многогранників, опуклий многогранник, розгортка многогранника, площа поверхні многогранника; ознайомити з поняттям січна площина, переріз многогранника; вчити застосовувати знання для формування умінь розрізняти опуклі і неопуклі многогранники, називати грані, ребра і вершини многогранника.	Комбінований (урок вивчення нових знань, засвоєння навичок та умінь)	Усно: 1.1, 1.3, 1.11	Усно: 1.4. Письмово: 1.12.	ТЗН: комп’ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН: Google Презентація https://docs.google.com/presentation/d/1nadJKinQX4S80mzm2DB9mP8A_gjbHuZyg2Y5zdHZYFw/edit?usp=sharing	Опуклі чотирикутники; діагональ многокутника; двогранний кут.
2	Призма. Пряма і правильна призми		Сформувати поняття призма, пряма, похила і правильна призми; сформувати уявлення про основу, ребра основи, бічні грані, бічні ребра, висота і діагональ призми; вчити застосовувати знання для формування умінь розрізняти прямі,	Комбінований (урок вивчення нових знань, засвоєння навичок та умінь)	Усно: 1.2, 1.5, 1.13, 1.15, 1.27. Пись	Усно: 1.6, 1.14, 1.16, 1.28. Пись	ТЗН: комп’ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН: Google Презентація	Кут між прямою і площиною; означення синуса гострого кута прямокутного трикутника; формула радіуса

			похилі і правильні призми.		мово: 1.23, 1.37.	мово: 1.24, 1.38.	https://docs.google.com/presentation/d/1KJHW6FdIr0uReenE4Nq8ywnKYxubUILP4W5chsUPj-4/edit?usp=sharing	описаного кола навколо правильного трикутника; теорема Піфагора.
3	Площі бічної та повної поверхонь призми		Сформувати поняття площі повної і бічної поверхні призми; ознайомити з теоремою про площу бічної поверхні прямої призми та її доведенням; вчити застосовувати теорему про площу бічної поверхні прямої призми для формування умінь знаходити площу повної та бічної поверхні призми.	Комбінований (урок вивчення нових знань, засвоєння навичок та умінь)	Пись мово: 1.7, 1.9, 1.17, 1.19, 1.21, 1.29, 1.33.	Пись мово: 1.8, 1.10, 1.18, 1.20, 1.22, 1.30, 1.34.	ТЗН: комп’ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН: Google Презентація https://docs.google.com/presentation/d/15i05ndUzgANHmg1t7gjxTIVTaystX1jdThKgekZ2Ifs/edit?usp=sharing	Теорема Піфагора; означення тангенса гострого кута прямокутного трикутника; формула площі ромба (через діагоналі); формула площі трапеції; властивості рівнобедреного трикутника; кут між прямою і площиною; формула площі ромба (через сторони і кут між ними).
4	Площі бічної та повної поверхонь призми.		Забезпечити формування таких умінь та навичок, як застосування теореми про площу поверхні прямої призми у практичних ситуаціях; показати можливості їх,	Урок застосування знань, умінь, навичок.	Пись мово: 1.35, 1.39, 1.43,	Пись мово: 1.36, 1.40, 1.44,	ТЗН: комп’ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН:	Теорема Піфагора; формула площі трапеції; формула площі ромба; означення тангенса

			застосування у практичній діяльності.		1.45, 1.47.	1.48.	Google Презентація https://docs.google.com/presentation/d/1vKj5cBv0I9BMctEHYgiia4vZ3uiqvyQYsHLP2GmMAGA/edit?usp=sharing	гострого кута прямокутного трикутника; формула площі рівностороннього трикутника; теорема косинусів; означення кута між площинами; означення кута між прямою та площиною.
5	Площі бічної та повної поверхонь призми. С. р. №1		Ознайомити з поняттям діагональний переріз; забезпечити формування таких умінь та навичок, як навчити будувати переріз многогранника площиною.	Урок застосування знань, умінь, навичок.	Письмово: 1.25, 1.31, 1.41, 1.46, 1.51, 1.52.	Письмово: 1.26, 1.32, 1.42, 1.53.	ТЗН: комп’ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН: GeoGebra “П’ятикутна призма” https://www.geogebra.org/3d/qjjytjce	Формула діагоналі квадрата через сторону; формула площі прямокутника (через дві сторони); теорема Піфагора; означення кута між площинами; формула площі трикутника (через сторону і висоту, проведену до сторони); теорема про суму гострих кутів прямокутного трикутника; властивість катета що лежить проти кута 30 градусів;

								означення медіани; теорема косинусів; означення косинуса; формула площі паралелограма (через висоту і сторону); поняття площі поверхні куба; поняття площі повної поверхні прямокутного паралелепіпеда.
6	Паралелепіпед		Сформувати поняття паралелепіпед, прямий і похилий паралелепіпед; сформувати навички використання властивостей граней, діагоналей паралелепіпеда у практичній діяльності.	Комбінований (урок вивчення нових знань, засвоєння навичок та умінь)	Прямий паралелепіпед: Усно: 2.1 (1), 2.2, 2.4. Письмово: 2.12, 2.24, 2.28, 2.30, 3.32.	Прямий паралелепіпед: Усно: 2.3, 2.5. Письмово: 2.13, 2.25, 2.29, 2.31, 3.33. Похилий	ТЗН: комп’ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН: Canva “Співвідношення між видами паралелепіпеда” https://drive.google.com/file/d/1NyJ6MKmvP5pDr5mDTxcR48sIYSqACKGg/view?usp=sharing	Означення паралелограма; кут між прямою і площиною; теорема косинусів; означення тангенса гострого кута прямокутного трикутника; властивості діагоналей ромба; теорема Піфагора; формула площі ромба (через дві сторони і кут між ними; через діагоналі); формула площі прямокутника;

					Похилий паралелепіпед: Письмово: 2.34, 2.35.	паралелепіпед: Письмово: 2.36.		теорема про три перпендикуляри; ознака рівності прямокутних трикутників; означення косинусу гострого кута прямокутного трикутника; властивості діагоналей квадрата; властивості прямокутного трикутника.
7	Паралелепіпед		Сформувати поняття прямокутний паралелепіпед, виміри прямокутного паралелепіпеда; сформувати навички використання формули для обчислення довжини діагоналі прямокутного паралелепіпеда; забезпечити оволодіння використання властивостей граней, діагоналей паралелепіпеда.	Урок засвоєння навичок та умінь	Усно: 2.1 (2), Письмово: 2.6, 2.8, 2.10, 2.14, 2.16, 2.18, 2.20, 2.22, 2.26, 2.37.	Усно: Письмово: 2.7, 2.9, 2.11, 2.15, 2.17, 2.19, 2.21, 2.23, 2.27, 2.40, 2.41.	ТЗН: комп’ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН: GeoGebra “Прямокутний паралелепіпед” https://www.geogebra.org/3d/fybjezpc	Теорема Піфагора; площа прямокутника; площа квадрата; поняття перпендикуляра, похилої та площини; формула діагоналі квадрата (через сторону).

8	Піраміда. Правильна піраміда.		Сформувати поняття піраміда, основа піраміди, ребра основи піраміди, бічні грані піраміди, вершина піраміди, бічні ребра піраміди, висота піраміди; правильна піраміда, вісь правильної піраміди, апофема; навчити зображувати на рисунку, відповідно до властивостей паралельного проекціювання: піраміду; видимі та невидимі елементи.	Комбінований (урок вивчення нових знань, засвоєння навичок та умінь)	Усно: 3.11, Пись мово: 3.1, 3.3, 3.19, 3.23, 3.25, 3.27, 3.29.	Усно: 3.12, Пись мово: 3.2, 3.4, 3.20, 3.24, 3.26, 3.28, 3.30.	ТЗН: комп'ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН: Canva "Означення піраміди та її елементи" https://drive.google.com/file/d/1JopTOL4GUvaL5p30uPHrRV7gllyhyK0W/view?usp=sharing You Tube "Алгоритм побудови правильної піраміди" https://www.youtube.com/watch?v=s1AmziKC3YY	Теорема про суму кутів трикутника; кут між прямою і площиною; формула радіусу кола, описаного навколо правильного трикутника; означення синусу готрого кута прямокутного трикутника; властивість діагоналей квадрата; формула знаходження сторони квадрата через діагональ; властивості діагоналей прямокутника; ознаки рівності прямокутних трикутників; теорема Піфагора; формула площі рівностороннього трикутника; властивість медіани; формула площі квадрата.

9	Піраміда. Правильна піраміда.		Забезпечити формування таких умінь та навичок, як зображення піраміди та використання знань з планіметрії для розв’язання стереометричних задач.	Урок застосування знань, умінь, навичок.	Пись мово: 3.33, 3.37, 3.39, 3.42, 3.43, 3.47.	Пись мово: 3.34, 3.38, 3.44, 3.48.	ТЗН: комп’ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН: Canva “Положення висоти в піраміді” https://www.canva.com/design/DAFMbEO2Wxc/EWFYiLJH97xZEBvCGXGQ6g/view?utm_content=DAFMbEO2Wxc&utm_campaign=designshare&utm_medium=link&utm_source=publishpresent	Кут між площинами; теорема Піфагора; означення тангенса гострого кута прямокутного трикутника; формула обчислення радіуса кола описаного навколо трикутника (через площу); формула Герона для обчислення площі трикутника; ознаки рівності прямокутних трикутників; теорема про три перпендикуляри; формула радіуса вписаного кола в ромб; формула площі ромба через діагоналі; формула площі прямокутного трикутника; властивість медіани, проведеної в рівносторонньому трикутнику.
10	Піраміда.		Забезпечити формування таких	Комбінований	Пись	Пись	ТЗН: комп’ютер,	Теорема Піфагора;

	Правильна піраміда. С. р. №2		умінь та навичок, як зображення перерізів піраміди площинами (осьові, діагональні, паралельні до площини основи тощо); показати (встановити) можливості їх, застосування у практичній діяльності.	(урок вивчення нових знань, засвоєння навичок та умінь)	мово: 3.21, 3.45.	мово: 3.22, 3.46.	мультимедійна дошка, проектор. НЗН: GeoGebra "Правильна чотирикутна піраміда" https://www.geogebra.org/3d/cpsu3mnf	формула площі трикутника (через висоту і сторону); властивість бісектриси, медіани і висоти рівнобедреного трикутника; радіус вписаного кола в правильний трикутник; означення тангенса гострого кута прямокутного трикутника; формула периметра рівностороннього трикутника; означення кута між прямою та площиною.
11	Площі бічної та повної поверхонь піраміди		Сформувати уявлення про площу бічної та повної поверхні піраміди; ознайомлення з теоремою про про площу бічної поверхні правильної піраміди та її доведення; навчити застосовувати теорему про площу бічної поверхні правильної піраміди у практичній діяльності.	Комбінований (урок вивчення нових знань, засвоєння навичок та умінь)	Пись мово: 3.5, 3.7, 3.9, 3.13.	Пись мово: 3.6, 3.8, 3.10, 3.14.	ТЗН: комп'ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН: Google Презентація https://docs.google.com/presentation/d/1wTx98h2uJP	Формули знаходження площ трикутника, паралелограма, прямокутника, ромба, квадрата і трапеції.

							uzReXIRgeJlvdUFHu-mNvwfq6DOzoC9fc/edit?usp=sharing	
12	Площі бічної та повної поверхонь піраміди		Забезпечити формування таких умінь та навичок, як застосування теорему про площу бічної поверхні правильної піраміди на практичній діяльності.	Урок засвоєння навичок та умінь	Письмово: 3.15, 3.17, 3.31, 3.35, 3.40.	Письмово: 3.16, 3.18, 3.32, 3.36, 3.41.	ТЗН: комп’ютер, мультимедійна дошка, проектор. НЗН: GeoGebra “Правильна трикутна піраміда” https://www.geogebra.org/3d/thcmvxva	Формула площі рівностороннього трикутника; кут між площинами; властивість прямокутного трикутника; формула площі квадрата; формула радіусу кола, описаного навколо рівностороннього трикутника; означення косинусу гострого кута прямокутного трикутника; формула площі прямокутного трикутника.
13	Узагальнення та систематизація з теми: «Многогранн		Систематизувати і узагальнити знання про многогранники; продовжити розвивати вміння використовувати теореми про: площу бічної поверхні прямої	Урок узагальнення та систематизації знань.	“Перевірте свою компетентн	“Домашня самостійна робот		Поняття перпендикуляра, похилої та проекції; теорема Піфагора; площа

	ики»		призми, площу бічної поверхні правильної піраміди.		ість!” Пись мово: стр 184 (1, 3, 5) стр 194 (5,6) стр 205 (3)	а № 1” с. 112 1-8, 10-12		прямокутника; взаємне розташування елементів прямокутного паралелепіпеда; властивості правильних многокутників; формула Герона; формула площі трикутника (через сторону і висоту, проведену до цієї сторони); формула площі прямокутника; властивість бісектриси, медіани і висоти рівнобедреного трикутника; формула площі повної поверхні призми; властивість паралелограма; формула площі повної поверхні піраміди; площа бічної поверхні призми; формула

								площі бічної поверхні піраміди; формула площі повної поверхні призми; ознаки рівності трикутників; означення тангенса гострого кута прямокутного трикутника; поняття діагонального перерізу прямокутного паралелепіпеда.
14	Контрольна робота з теми: “Многогранники”		Перевірити рівень засвоєння матеріалу з теми “Многогранники”; рівень усвідомленості знань (пояснення змісту понять, тверджень, ілюстрування прикладами, встановлення взаємозв’язків); рівень умінь застосовувати вивчене в знайомих і змінених, нових ситуаціях.	Урок перевірки знань, навичок, умінь.	“Завдання для перевірки знань” (1-8, 10)			Поняття многогранника та його елементів, призма, прямої і правильної призми, паралелепіпеда, піраміда, правильна піраміда, перерізи многогранників; формули площі бічної та повної поверхонь призми, піраміди; означення синуса гострого кута прямокутного трикутника; теорема

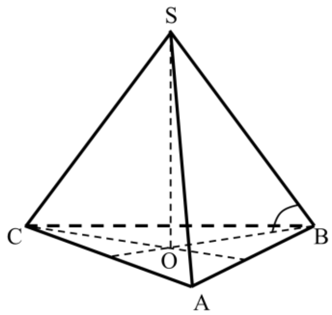
								Піфагора; формула площі трикутника (через сторону і висоту, проведену до цієї сторони); формула периметра квадрата; формула площі прямокутника.

Додаток В

Задача В.1. Знайдіть висоту правильної трикутної піраміди та сторону її основи, якщо бічне ребро дорівнює $4\sqrt{2}$ см і утворює з основою кут 45° (див. табл. 2.9.) [21, с. 59].

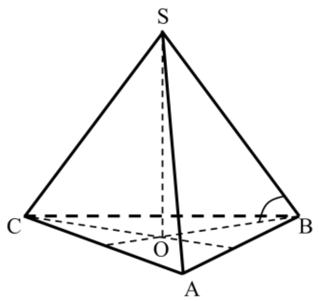
Таблиця В.1.

Первинний аналіз умови задачі та виведення можливих наслідків з неї

Твердження	Математичний зміст	Рисунок до задачі
Задана правильна трикутна піраміда	SABC – правильна піраміда, $\triangle ABC$ – основа призми, $\triangle ABC$ – рівносторонній, $SO \perp (ABC)$.	

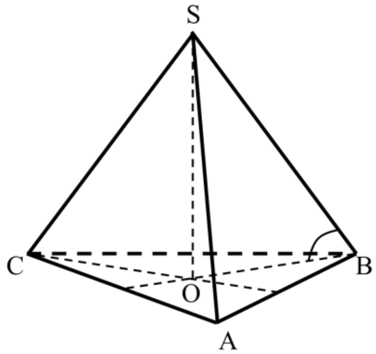
Таблиця В.2.

Схема аналітико-синтетичних міркувань, що приводять до розв’язання задачі

Рисунок до задачі	Для того, щоб знайти:	Треба знати:
	Висоту піраміди SO	BO (невідомо)
	BO	SB (відомо) $\angle SBO$ (відомо)

Таблиця В.3.

Оформлення задачі у зошиті

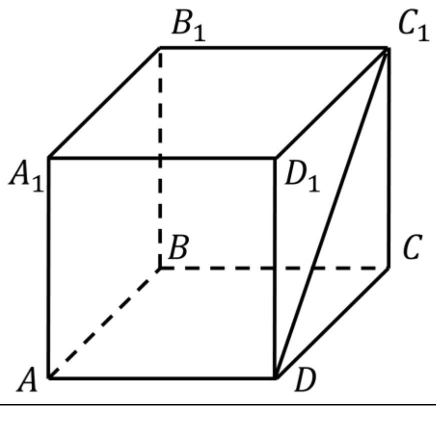
	Дано: SABC – правильна трикутна піраміда; $\triangle ABC$ – рівносторонній; SO – висота піраміди SABC; $SB = 4\sqrt{2}$ см Кут між SB і (ABC) = 45° Знайти: SO

Розв’язання
Так як BO – проекція похилої SB на (ABC), то за умовою задачі $\angle SBO=45°$ $\triangle SBO$ ($\angle SOB=90°$): $\angle OSB = 90° - 45° = 45°$ (за властивістю гострих кутів прямокутного трикутника) Отже, $\triangle SBO$ – рівнобедрений (OB=OS) За теоремою Піфагора $OB^2 + OS^2 = SB^2$ $\sin\angle OSB = \frac{SO}{SB}$ $\triangle ABC$: OB – радіус описаного кола $OB = \frac{AB}{\sqrt{3}}$ звідси $AB = \sqrt{3}OB$ $AB = \sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}$ см Відповідь: 4 см; $4\sqrt{3}$ см

Задача В.2. Основою прямого паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ є ромб, у якому $\angle A = \alpha$. Діагональ $DC_1 = d$ бічної грані нахилена до основи паралелепіпеда під кутом β. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда (див. табл. 2.12.).

Таблиця В.4.

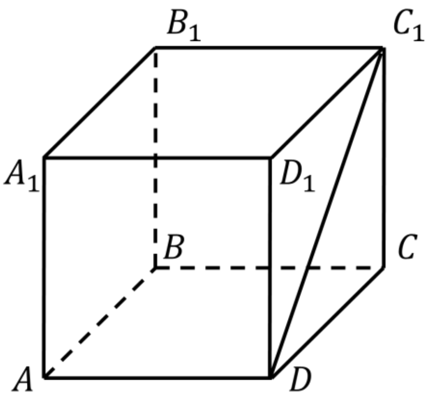
Первинний аналіз умови задачі та виведення можливих наслідків з неї

Твердження	Математичний зміст	Рисунок до задачі
Заданий прямий паралелепіпед, в основі якого є ромб	$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – паралелепіпед, ABCD – основа призми, ABCD – ромб, $A_1A \perp (ABC)$, $B_1B \perp (ABC)$, $C_1C \perp (ABC)$, $D_1D \perp (ABC)$.	

Таблиця В.5.

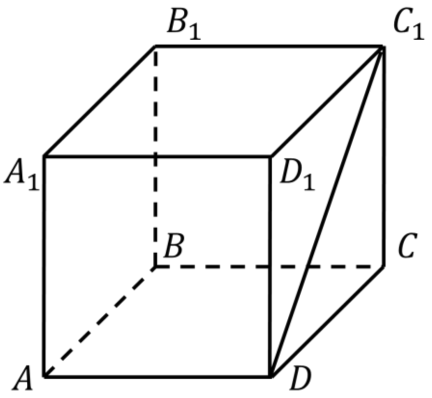
Схема аналітико-синтетичних міркувань, що приводять до розв’язання задачі

Рисунок до задачі	Для того, щоб знайти:	Треба знати:
	Площу повної поверхні	Площу бічної поверхні (невідомо) Площу основи (невідомо)
	Площу бічної поверхні (невідомо) Площу основи (невідомо)	C_1C (невідомо) CD (невідомо)

	C_1C CD	$\angle C_1DC$ (відомо) C_1D (відомо)

Таблиця В.6.

Оформлення задачі у зошиті

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Дано:
$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямий паралелепіпед;
ABCD – ромб;
$C_1D=d$;
$\angle A=\alpha$;
Кут між C_1D і (ABC) = β
Знайти:
$S_{\text{п.п.}}$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Розв’язання
Так як DC – проекція похилої C_1D на (ABC), то за умовою задачі $\angle C_1DC = \beta$.
$\triangle C_1DC$ ($\angle C_1CD=90°$): $\sin\beta = \frac{CC_1}{d}$, звідси $CC_1 = d\sin\beta$
$\cos\beta = \frac{CD}{d}$, звідси $CD = d\cos\beta$
$P_o = 4d\cos\beta$
$S_{\text{б.п.}} = P_o h = 4d\cos\beta \cdot d\sin\beta = 4d^2\sin\beta\cos\beta$
$S_o = AD^2 \sin\angle A = d^2\cos^2\beta\sin\alpha$
$S_{\text{п.п.}} = 4d^2\sin\beta\cos\beta + 2d^2\cos^2\beta\sin\alpha = 2d^2\cos\beta\,(2\sin\beta + \cos\beta\sin\alpha)$
Відповідь: $2d^2\cos\beta\,(2\sin\beta + \cos\beta\sin\alpha)$</td>
</tr>
</table>