

П. А. Миненко, Р. В. Миненко

Фильтрационные методы устойчивого решения обратных задач для конечных разностей поля*(Представлено членом-корреспондентом НАН Украины Н. А. Якимчуком)*

Основной недостаток известных методов состоит в том, что они сильно чувствительны к неправильному выбору постоянного фона. При больших отклонениях фона от реального решение обратной задачи (ОЗ) теряет геологическую содержательность, а физические параметры каждого блока интерпретационной модели имеют в пространстве нереально высокие осциллирующие значения. Обычно постоянный фон устраняется образованием конечных разностей поля между двумя точками профиля или с помощью трансформаций Саксова–Ниггарда, построенных по 8 точкам поля. Однако они приводят к непомерно большим затратам компьютерного времени и к очень малым значениям нового поля, что существенно снижает точность решения ОЗ и глубинность надежных исследований. Предложены трансформанты в виде несимметричных разностей поля, имеющие большой диапазон нового поля и обеспечивающие более высокую точность решения ОЗ. Для новых трансформант разработан новый более эффективный метод решения ОЗ на основе использования гибридных аналогов фильтров Винера и Калмана.

Известны фильтрационные методы устойчивого решения обратных задач (ОЗ) для измеренного с большими погрешностями гравитационного (g) или магнитного (Z) поля (соответственно ГП, МП) [1–4]. Основной недостаток известных методов состоит в том, что они сильно чувствительны к неправильному выбору постоянного фона: g_f для ГП и Z_f для МП. При больших отклонениях фона от его неизвестного реального значения решение ОЗ теряет геологическую содержательность, поскольку вычисленные физические параметры каждого блока интерпретационной модели (ИМ) имеют в пространстве геологической среды нереально высокие осциллирующие значения. Обычно постоянный фон устраняется образованием конечных разностей поля между двумя точками профиля X_{j+1} и X_j , расположенными на расстоянии $\Delta X = X_{j+1} - X_j$ (градиенты поля) или в 8 точках (трансформанта Саксова–Ниггарда (ТСН) [5]). Однако обе они приводят к очень малым значениям нового поля — трансформанты при сохранении (и даже превышении в некоторых точках) уровня помех измеренного поля. Это существенно снижает точность решения ОЗ и глубинность надежных исследований. Тем не менее с помощью методических приемов эти трансформанты можно использовать для изучения приповерхностной части геологического разреза [2, 6]. Например, повторением решения ОЗ для ТСН при перемещении всех блоков ИМ с шагом 20–50 м вдоль профиля можно получить переменное распределение физических свойств внутри блоков и глубин до них. Однако эти методики требуют в десятки раз больших затрат компьютерного времени, чем при интерпретации измеренного поля, что и является их существенным недостатком.

Целью настоящего сообщения является поиск такого ряда трансформант измеренного поля, которые позволяют исследовать зависимость ряда решений ОЗ от величины введенного в исходное поле постоянного фона и в этом процессе найти его оптимальное значение.

Поставленная цель достигается тем, что в известном фильтрационном методе решения ОЗ [2–4] используют трансформанты в виде несимметричных разностей поля (НРП) в двух точках:

$$G_{\alpha_i}(X_j) = g(X_j + \Delta X) - \alpha_i g(X_j); \quad Z_{\alpha_i}(X_j) = Z(X_j + \Delta X) - \alpha_i Z(X_j), \quad (1)$$

где α_i — константа.

Преимуществом этого метода является то, что любая погрешность поля в одной точке входит в соседние НРП не только с разным знаком, но и в соотношении $1 : \alpha_i$, что обеспечивает линейную независимость погрешностей, входящих во все точки трансформанты поля. Причем таких графиков НРП можно построить любое количество для выбранного ряда значений α_i , которые, подобно сейсмограмме, образуют гравитограмму или магнитограмму трансформант поля, вычисленных по формулам:

$$\begin{aligned} G_{\alpha_i}(X_j) &= g(X_j + \Delta X) + g_f - \alpha_i(g(X_j) + g_f); \\ Z_{\alpha_i}(X_j) &= Z(X_j + \Delta X) + Z_f - \alpha_i(Z(X_j) + Z_f). \end{aligned} \quad (2)$$

Кроме того, исследованием решений ОЗ для НРП по формулам (1), (2) установлено, что при одном α_i и разных значениях постоянного фона $g_{f,i}$ мы имеем различные решения ОЗ по формуле (2) относительно физического параметра — плотности σ_i для ГП (и аналогично для МП относительно интенсивности намагничивания горных пород $J_{z,i}$). Однако все графики НРП, построенные для различных α_i , в системе координат $(g_{f,i}, \sigma_i, \alpha_i = \text{const})$ или $(Z_{f,i}, J_{z,i}, \alpha_i = \text{const})$ пересекаются в одной точке $(g_{f,k}, \sigma_k)$ или $(Z_{f,k}, J_{z,k})$, соответствующей значению оптимального постоянного фона $(g_{f,k}$ или $Z_{f,k})$, при котором мы получаем геологически содержательное и наиболее близкое к реальному значению решение ОЗ (σ_k или $J_{z,k}$), не зависящее от параметра трансформации α_i :

$$\begin{aligned} \sigma_k(\alpha_1, g_{f,k}) &= \sigma_k(\alpha_2, g_{f,k}) = \dots = \sigma_k(\alpha_i, g_{f,k}) = \dots = \sigma_k(\alpha_m, g_{f,k}); \\ J_{z,k}(\alpha_1, Z_{f,k}) &= J_{z,k}(\alpha_2, Z_{f,k}) = \dots = J_{z,k}(\alpha_i, Z_{f,k}) = \dots = J_{z,k}(\alpha_m, Z_{f,k}). \end{aligned} \quad (3)$$

Дополнительно установлено, что для магнитного поля постоянный фон вычисляется точно, а для гравитационного поля мы получаем равенства (3) только для ограниченного ряда значений $0 < \alpha_1 < \alpha_i < \alpha_m < 1$. Карта одной из трансформант поля, по которым выполнено решение ОЗ с целью вычисления по ним постоянного фона, приведена на рис. 1; карта остаточных аномалий (остатков поля после решения ОЗ), которые не превышают нескольких нанотесла, — на рис. 2, что свидетельствует о достаточной точности подбора разреза по магнитным свойствам ГП.

Теперь перейдем к построению фильтрационного метода решения линейной ОЗ с использованием двух трансформант поля (2) для двух близких с конечным смещением моделей при разных начальных условиях итерационного процесса [4], что значительно (в несколько раз) снижает затраты компьютерного времени на вычисления.

Создадим метод для вычисления итерационных коэффициентов $W_{1,1}, W_{1,2}, W_{1,3}$ и $W_{2,1}, W_{2,2}, W_{2,3}$ по трансформанте равенств (2) для вертикальной проекции магнитного поля Z . По формуле (1) вычислим две трансформанты для массива измеренного магнитного поля: $Z_{\alpha_{1,j}}$ и $Z_{\alpha_{2,j}}$. Матрицы решения прямых задач будут иметь вид $b_{i,j,k} = a_{i,j+1,k} - \alpha_k a_{i,j,k}$; $k = 1, 2$. Введем два вектора начальных условий $J_{1,0,i}$ и $J_{2,0,i}$ для интенсивности намагничивания (ИН) горных пород (ГП) в блоках ИМ и два вектора их текущих значений $J_{1,n,i}$ и $J_{2,n,i}$ на каждой итерации с номером n .

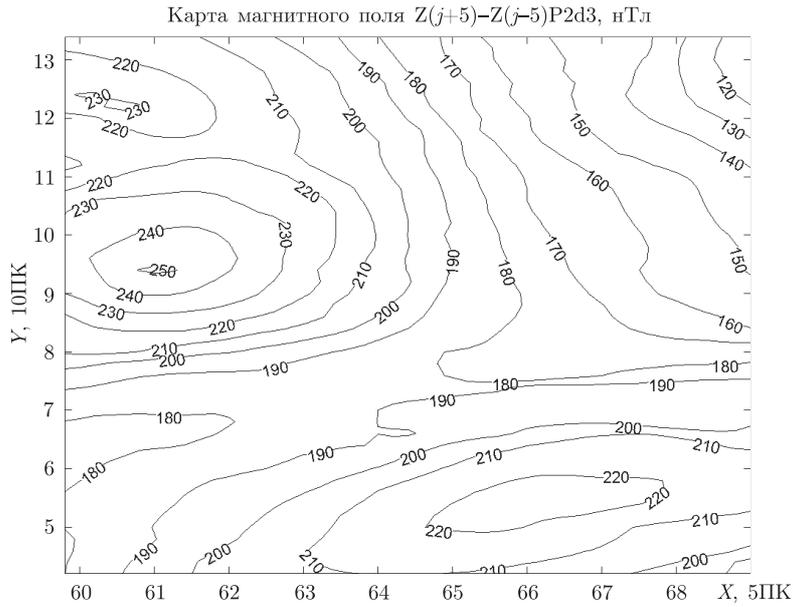


Рис. 1. Карта трансформанты измеренного магнитного поля (в нТл) с параметром $\alpha_{i+2} = 2/3$

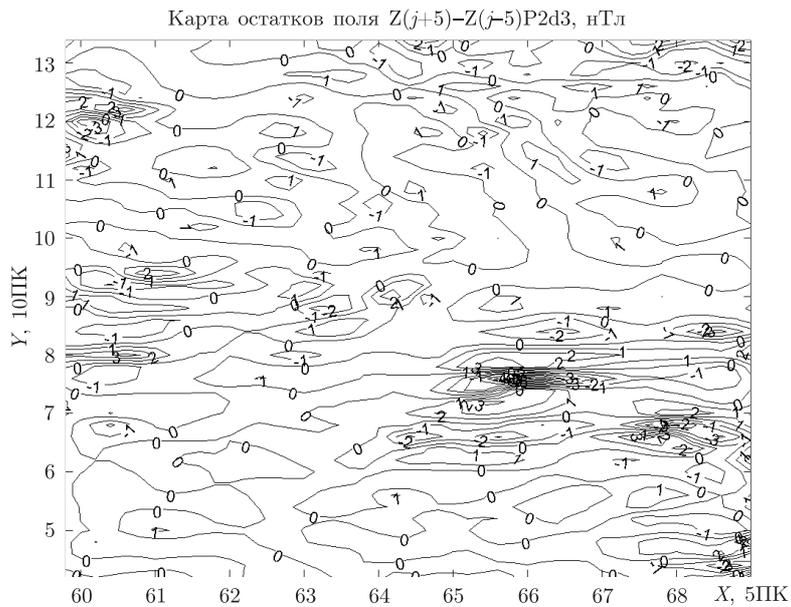


Рис. 2. Карта остатков поля (в нТл) трансформанты с параметром $\alpha_{i+2} = 2/3$

Запишем формулы гибридного аналога фильтров Винера-Калмана [3] для первой и второй трансформант по равенствам (2) в виде

$$J_{k,n+1,i} = J_{1,i,n} W_{k,1} + J_{2,i,n} W_{k,2} + W_{k,3}, \quad k = 1, 2; \quad (4)$$

Образует уравнения невязок поля по формулам (2)

$$r_{k,j,n} = (b_{ij,k}, J_{k,i,n}) - Z_{\alpha_k,j}; \quad r_{k,j,n+1} = (b_{ij,k}, J_{1,i,n} W_{k,1} + J_{2,i,n} W_{k,2} + W_{k,3}) - Z_{\alpha_k,j}. \quad (5)$$

Введем обозначения

$$R_{k,j,n,k_1} = (b_{ij,k}, J_{k_1,i,n}), \quad k_1 = 1, 2; \quad \lambda_{i,k} = \sum_j b_{ij,k}; \quad \lambda_{j,k} = \sum_i b_{ij,k}.$$

Применим к формулам (5) критерий оптимизации (КО) по минимуму суммы поправок (МСК) к ИН ГП, разрешив для удобства записи перестановку индексов:

$$\begin{aligned} B_{k,i,n} &= (b_{i,j,k}/\lambda_{i,k}/\lambda_{j,k}, r_{k,j,n}); \\ D_{k,i,n,k_1} &= (b_{i,j,k}/\lambda_{i,k}/\lambda_{j,k}, R_{k,j,n,k_1}); \\ G_{k,i} &= (b_{i,j,k}/\lambda_{i,k}/\lambda_{j,k}, g_{k,j}); \\ B_{k,i,n+1} &= (b_{i,j,k}/\lambda_{i,k}/\lambda_{j,k}, r_{k,j,n+1}); \\ F_{k,n+1,B} &= \sum_i (B_{k,i,n+1})^2 = \min_{(W_{k,l})}; \\ F_{k,n+1,B} &= \sum_i (b_{i,j,k}/\lambda_{i,k}/\lambda_{j,k}, (b_{ij,k}, J_{k,i,n+1}) - Z_{\alpha_{k,j}})^2; \\ F_{k,n+1,B} &= \sum_i (D_{k,i,n,1}W_{k,1} + D_{k,i,n,2}W_{k,2} + W_{k,3} - G_{k,i})^2 = \min. \end{aligned}$$

Дифференцируя критерий $F_{k,n+1,B}$ отдельно по всем $W_{k,l}$ и приравнивая все первые производные нулю, после преобразования формул и введения приведенных выше обозначений в окончательном виде получим систему уравнений для первой и второй трансформант по формулам (2):

$$\begin{aligned} \sum_i (D_{k,1,i,n}W_{k,1} + D_{k,2,i,n}W_{k,2} + W_{k,3} - G_{k,j})D_{k,1,i,n} &= 0; \\ \sum_i (D_{k,1,i,n}W_{k,1} + D_{k,2,i,n}W_{k,2} + W_{k,3} - G_{k,j})D_{k,2,i,n} &= 0; \\ \sum_i (D_{k,1,i,n}W_{k,1} + D_{k,2,i,n}W_{k,2} + W_{k,3} - G_{k,j}) &= 0. \end{aligned} \tag{6}$$

Введем новые обозначения:

$$\begin{aligned} B_{11,k} &= (D_{k,1,i,n}, D_{k,1,i,n}); & B_{12,k} &= (D_{k,1,i,n}, D_{k,2,i,n}); \\ B_{13,k} &= (D_{k,1,i,n}, 1); & B_{23,k} &= (D_{k,2,i,n}, 1), & D_{k,3,i,n} &= 1; \\ B_{22,k} &= (D_{k,2,i,n}, D_{k,2,i,n}); & B_{33,k} &= (D_{k,3,i,n}, D_{k,3,i,n})i; \\ B_{t,4,k} &= (G_{k,i}, D_{k,t,i,n}), & t &= 1, 3. \end{aligned}$$

Подставляя эти обозначения в систему уравнений (6), для первой и второй трансформант по формулам (2) получим две системы, из трех уравнений каждая, для вычисления итерационных коэффициентов $W_{k,1}$, $W_{k,2}$, $W_{k,3}$:

$$B_{t,1,k}W_{k,1} + B_{t,2,k}W_{k,2} + B_{t,3,k}W_{k,3} = B_{t,4,k}, \quad t = 1, 3.$$

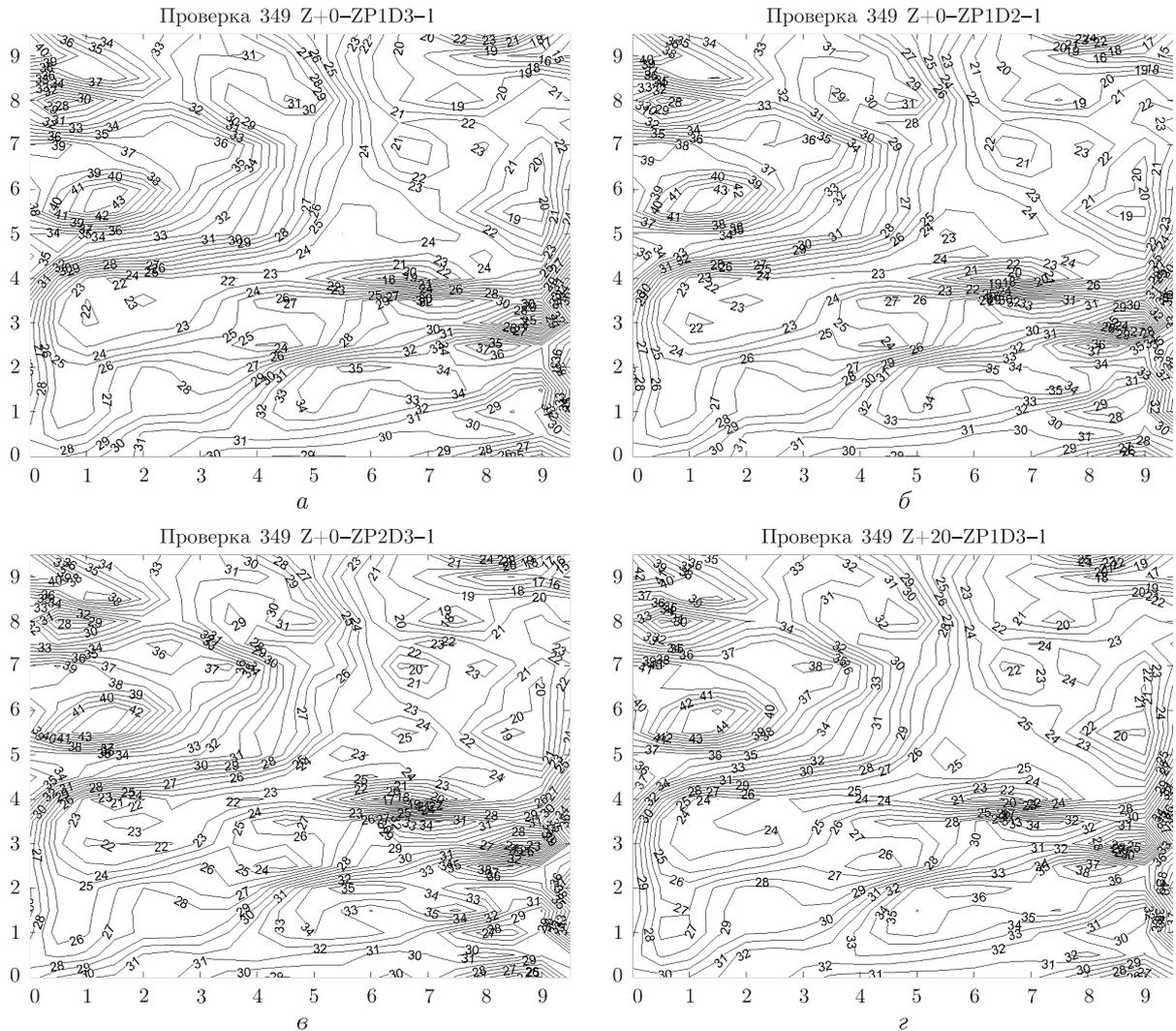


Рис. 3. Результаты решения обратной задачи магнитометрии для 2-го наклонного слоя интерпретационной модели (глубина: до кровли 0,9–0,5 км, до подошвы 1,4–0,8 км) при различных параметрах α_i трансформант измеренного поля Z и различном постоянном фоне Z_f :
 а... в – карты интенсивности намагничивания горных пород J_z (в о. е.) при $Z_f = 0$ и $\alpha_i = 1/3$, $\alpha_i = 1/2$, $\alpha_i = 2/3$; г – карта J_z при $Z_f = +20$ нТл и $\alpha_i = 1/3$

На рис. 3, а, в приведены решения ОЗ с использованием предложенного фильтрационного метода для трансформант по формулам (2) измеренного магнитного поля Z с параметрами трансформации: $\alpha_i = 1/3$; $\alpha_{i+1} = 1/2$ и $\alpha_{i+2} = 2/3$ при нулевом постоянном фоне, вычисленном, согласно приведенному выше методу. Как видим, все три решения ОЗ имеют практически одинаковое распределение значений интенсивности намагничивания ГП на всей площади карты магнитного поля при разных параметрах трансформации, лишь в нескольких точках имеют различия не более 1 о. е.

На рис. 3, г приведено решения ОЗ для трансформанты по формулам (2) с параметром трансформации $\alpha_i = 1/3$ при добавленном в измеренное поле постоянном фоне $Z_f = +20$ нТл. Полученное решение ОЗ больше приведенного на рис. 3, а–в почти на 2 о. е. за счет влияния добавленного постоянного фона.

Из этого следует однозначный вывод, что поле во всех точках карты необходимо начинать уменьшать на одну и ту же величину.

Таким образом, предложенный метод поиска постоянного фона гравитационных и магнитных аномалий существенно повышает точность решения ОЗ.

Использование фильтрационного метода для двух сближенных интерпретационных моделей при решении некорректных ОЗ повышает геологическую содержательность результатов интерпретации аномалий и существенно уменьшает затраты машинного времени на вычисления.

Перспектива дальнейших исследований. Предполагается разработать аналогичный метод для вычисления глубин до блоков, сближенных интерпретационных моделей.

1. *Страхов В. Н., Страхов А. В.* Аппроксимационный подход к решению задач гравиметрии и магнитометрии. 1. Основная вычислительная проблема – регуляризация систем линейных алгебраических уравнений // Рос. журн. наук о Земле. – 1999. – 1, № 4. – С. 271–299.
2. *Миненко П. А.* Обратная линейная задача гравиметрии и магнитометрии с аппроксимацией итерационных поправок фильтрующими функциями моментов невязок поля // Наук. вісн. Нац. гірн. ун-ту. – 2009. – № 8. – С. 50–53.
3. *Миненко П. А.* Фильтры Винера и Калмана в обратной линейной задаче гравиметрии: Зб. наук. праць. Всеукр. асоц. геоінформатики “Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики”. – Київ: Центр менеджменту та маркетингу в галузі наук про Землю ІГН НАН України, 2007. – С. 326–331.
4. *Миненко П. А.* Обратная линейная задача гравиметрии на основе композиции нескольких векторов начальных условий // Доп. НАН України. – 2006. – № 9. – С. 126–130.
5. *Миненко Р. В., Миненко П. А., Мечников Ю. П.* Исследование глубинного строения южной части Криворожского синклинали методами гравиметрии // Наук. вісн. Нац. гірн. ун-ту. – 2009. – № 2. – С. 60–64.
6. *Миненко П. А.* Проблемы обратной трехкомпонентной магнитометрии при исследованиях на украинском кристаллическом щите // Там само. – 2006. – № 12. – С. 23–27.

Государственное высшее учебное заведение
“Криворожский национальный университет”

Поступило в редакцию 22.08.2012

П. О. Міненко, Р. В. Міненко

Фільтраційні методи стійкого розв’язання обернених задач для кінцевих різниць поля

Основний недолік відомих методів полягає в тому, що вони сильно чутливі до неправильного вибору постійного фону. При великих відхиленнях фону від реального розв’язання оберненої задачі (ОЗ) втрачає геологічну змістовність, а фізичні параметри кожного блока інтерпретаційної моделі мають у просторі нереально високі осцилюючі значення. Зазвичай постійний фон усувається утворенням кінцевих різниць поля між двома точками профілю або за допомогою трансформацій Саксова–Ніггарда, побудованих по 8 точках поля. Однак вони приводять до непомірно великих витрат комп’ютерного часу й до дуже малих значень нового поля, що істотно знижує точність розв’язку ОЗ і глибинність надійних досліджень. Запропоновані трансформанти у вигляді несиметричних різниць поля, які мають великий діапазон нового поля й забезпечують більш високу точність розв’язку ОЗ. Для нових трансформант розроблено новий більш ефективний метод розв’язання ОЗ на основі використання гібридних аналогів фільтрів Винера й Калмана.

P. A. Minenko, R. V. Minenko

Filtrational methods of steady solution of inverse problems for finite differences of the field

The basic shortcoming of the known methods consists in that they are strongly sensitive to a wrong choice of a constant background. At big deviations of the background from the real one, the solution of inverse problems loses geological pithiness, and the physical parameters of each block of the interpretative model have unreally high oscillating values in space. Usually, the constant background is eliminated by formation of final differences of a field between two points of a profile or by means of transformations of Saksov–Niggard constructed at 8 points of a field. However, they lead to unreasonably big expenses of computer time and to very small values of a new field that essentially reduces the accuracy of a solution of inverse problems and the reliability of researches. Transformations of the field are offered in the form of asymmetric differences. They have the big range of a new field and give a higher accuracy of the solution of inverse problems. The new more effective method of solution of inverse problems is offered for new transformations. The new method is developed on the basis of the use of hybrid analogs of the filtration by Wiener and Kalman.