Міністерство освіти і науки України
Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького
кафедра математики та методики навчання математики

МАТЕМАТИКА

ДОВІДНИК-ТРЕНАЖЕР

АРИФМЕТИКА АЛГЕБРА

Черкаси
2014

УДК 373.5.016:51(03)(076)

ББК 74.262 я2

Рецензенти

І. А. Акуленко – доктор педагогічних наук, доцент, Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького

А. М. Капіносов – кандидат педагогічних наук, доцент, Криворізький педагогічний інститут ДВНЗ «Криворізький національний університет»

Б. Й. Окунєв – вчитель математики СШ № 15, м. Черкаси

Рекомендовано до друку вченою радою Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького

(протокол № 6 від 27 березня2014)

М 33 Математика: довідник-тренажер. Частина 1. Арифметика. Алгебра / Укладачі Лов'янова І. В., Шиперко С. Г.: Під заг. редакцією проф. Тарасенкової Н. А. – Черкаси: Видавець Ю.Чабаненко. – 2014. – 164 с.

Довідник-тренажер містить означення, правила, алгоритми дій, приклади виконання вправ та завдання для тренування з тем шкільного курсу математики, які розкривають змістові лінії «Числа» і «Тотожності». Довідник буде корисний для учнів основної і старшої школи, абітурієнтів, студентів-першокурсників, які вивчають курси «Елементарна математика», «Вища математика», вчителів математики.

ISBN

Зміст

Передмова

Пропонований посібник є першою частиною довідника-тренажера, який містить два розділи: «Числа» і «Тотожні перетворення виразів». В першому розділі «Числа» дібрано і систематизовано матеріал, який ілюструє розгортання змістової лінії «Числа» в шкільному курсі математики з 5 по 11 клас. Зміст цього розділу розкритий в таких п'яти параграфах: «Числові множини. Дії з числами», «Теорія подільності. Метод математичної індукції», «Проценти і пропорції», «Прогресії», «Елементи комбінаторики. Біном Ньютона». Другий розділ «Тотожні перетворення виразів» має на меті систематизувати способи дій учнів, щодо перетворення раціональних виразів, степенів з різними показниками від натурального до дійсного, ірраціональних та логарифмічних виразів. Зміст розділу представлено в двох параграфах: «Раціональні вирази», «Степені і корені. Логарифми».

Всі параграфи посібника структуровано однаково, в зручній для сприйняття формі для учнів із різними нахилами до оперування знаково-символічними засобами, а саме: формули, правила, алгоритми і способі дій представлено у табличній формі у вигляді символічних записів та текстової інформації. Кожне правило і алгоритм супроводжуються прикладами. Підпункт «Тренувальні вправи» входить до складу кожного параграфу і містить достатню кількість вправ для тренування, які супроводжуються відповідями для самоконтролю учнів. Також дібрані і систематизовані вправи з відповідних тем за специфікацією завдань ЗНО 2010-2013 років, які включено у підпункт з однойменною назвою «Вправи рівня ЗНО». В додатках дібрано довідковий матеріал для виконання раціональних обчислень, а саме: «Таблиця додавання», «Таблиця множення», «Таблиця квадратів цілих чисел», «Таблиця степенів деяких чисел».

Серія довідників-тренажерів складатиметься із шести частин. Продовження серії планується у виданні таких частин: «Планіметрія. Геометричні фігури та їх властивості на площині, геометричні величини», «Функції. Рівняння, нерівності, системи рівнянь та нерівностей. Текстові задачі», «Тригонометрія», «Стереометрія», «Початки математичного аналізу. Метод математичного моделювання»

РОЗДІЛ 1

ЧИСЛА

§1. Числові множини. Дії з числами

1.1. Види числових множин.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \Re \subset \mathbb{C}$

Позначення	**Описання**	**Приклади**
$\mathbb{N}$ натуральні числа	Використовуються при лічбі предметів	1, 2, 3, …, 17, …
$\mathbb{Z}$ цілі числа	Всі натуральні числа, їм протилежні числа і нуль	$0, \pm 1, \pm 2, \ldots$
$\mathbb{Q}$ раціональні числа	Числа виду $\frac{m}{n}$, де m – ціле число, n – натуральне число	$0, 1, -2, \frac{5}{2}, -\frac{7}{3}$, $\frac{1}{3} = 0,(3) \ldots$
$\mathbb{R}$ дійсні числа	Всі раціональні та ірраціональні числа (ірраціональним числом є нескінченний неперіодичний десятковий дріб)	$0; 1; -3; -\frac{1}{3}; \frac{7}{5}$; $\sqrt{2} \approx 1{,}4142 \ldots$, $\pi = 3{,}141592 \ldots$
$\mathbb{C}$ комплексні числа	Числа виду $a + bi$, де a, b – дійсні числа, i – уявна одиниця, $i^2 = -1$	$7 + 2i, 3 - 4{,}5i$ $\frac{3}{5} + \frac{1}{3}i, 2i, -i$

Властивості дій над числами

$a + b = b + a$ переставна властивість додавання.

$(a + b) + c = a + (b + c)$ сполучна властивість додавання.

$a + 0 = 0 + a = a.$

$a \cdot b = b \cdot a$ переставна властивість множення.

$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$

$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ сполучна властивість множення.

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ розподільна властивість множення відносно додавання.

1.2. Правила дій з числами.

Додавання дробів з однаковими знаменниками		
$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$	Щоб додати дроби з однаковими знаменниками, треба додати їх чисельники і суму записати у чисельник, а знаменник залишити без змін.	$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7}$
Віднімання дробів з однаковими знаменниками		
$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$	Щоб відняти дроби з однаковими знаменниками, треба від чисельника зменшуваного відняти чисельник від'ємника й різницю записати в чисельник, а знаменник залишити без змін.	$\frac{17}{23} - \frac{3}{23} = \frac{17-3}{23} = \frac{14}{23}$
Додавання і віднімання мішаних дробів		
Щоб додати (відняти) мішані дроби з однаковими знаменниками треба додати (відняти) їх цілі і дробові частини окремо, результат спростити.	$2\frac{3}{7} + 1\frac{1}{7} = 3\frac{3+1}{7} = 3\frac{4}{7}$; $5\frac{7}{9} - 3\frac{8}{9} = 4\frac{16}{9} - 3\frac{8}{9} = 1\frac{16-8}{9} = 1\frac{8}{9}$	
Звичайні дроби із знаменником 10 або чисельником кратним десяти (десяткові дроби)		
Якщо дріб має знаменник виду 10, 100, 1000 тощо, його можна записати у вигляді десяткового дробу таким чином: записують цілу частину (якщо дріб звичайний, на місці цілої частини записують 0), ставлять кому, а потім записують чисельник дробу, кількість цифр після коми має дорівнювати кількості нулів у знаменнику.	$2\frac{3}{10} = 2{,}3$; $7\frac{5}{1000} = 7{,}005$ $15\frac{23}{100} = 15{,}23$; $\frac{17}{100} = 0{,}17$ $\frac{137}{10000} = 0{,}0137$	
Алгоритм додавання (віднімання) десяткових дробів		
1) зрівняти в дробах кількість знаків після коми; 2) записати дроби один під одним так, щоб кому було записано під комою;	а) $13{,}72 + 23{,}318 = 13{,}720 + +24{,}318 = 38{,}038$ $\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 13{,}720 \\ \underline{24{,}318} \end{array} \\ 38{,}038 \end{array}$	

<table>
<tr>
<td>

3) виконати додавання (віднімання), не звертаючи уваги на кому;

4) у відповіді поставити кому під комами даних чисел.

</td>
<td>

б) $8{,}3 - 4{,}678 = 8{,}300 - 4{,}678 = 3{,}622$

$$\begin{array}{r} _{-}8{,}300 \\ \underline{4{,}678} \\ 3{,}622 \end{array}$$

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Для додавання, віднімання десяткових дробів мають місце ті ж властивості дій, що і для дій з натуральними числами.

Наприклад:

а) $(4{,}12 + 0{,}116) - 1{,}12 = (0{,}116 + 4{,}12) - 1{,}12 = 0{,}116 + (4{,}12 - 1{,}12) =$
$= 0{,}116 + 3 = 3{,}116;$

б) $0{,}844 - (0{,}244 + 0{,}018) = 0{,}844 + (-0{,}244) + (-0{,}018) =$
$= \left(0{,}844 + (-0{,}244)\right) - 0{,}018 = (0{,}844 - 0{,}244) - 0{,}018 =$
$= 0{,}600 - 0{,}018 = 0{,}582.$

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Алгоритм множення двох десяткових дробів

</td>
</tr>
<tr>
<td>

1) виконати множення цих чисел як натуральних, незважаючи на коми;
2) у добутку відокремити справа комою стільки десяткових знаків, скільки їх мають обидва множники разом.

Примітка: якщо в добутку менше цифр, ніж треба відокремити комою, то спереду дописують потрібну кількість нулів.

</td>
<td>

а)

$$\begin{array}{r} 3.46 \\ * \quad 0.14 \\ \hline 1384 \\ +\ 346 \\ \hline 0.4844 \end{array}$$

б)

$$\begin{array}{r} 0{,}65 \\ * \ 0{,}008 \\ \hline 0{,}00520 \end{array}$$

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Правила ділення числа на десятковий дріб

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Щоб поділити число на десятковий дріб, потрібно в діленому і дільнику перенести кому вправо на стільки десяткових знаків, скільки їх є в дільнику, а потім виконати ділення на натуральне число.

</td>
<td>

$29{,}88 : 8{,}3 = 298{,}8 : 83 = 3{,}6$

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Правила ділення десяткового дробу на натуральне число

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Ділення десяткового дробу на натуральне число виконується як ділення натуральних чисел, але після закінчення ділення цілої частини числа треба в частці поставити кому.

</td>
<td>

$$\begin{array}{rr|l} - & 118{,}03 & 29 \\ & 116 & \overline{4{,}07} \\ \hline & 203 & \\ & -203 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Основна властивість дробу

</td>
</tr>
</table>

$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot b}{b\cdot c};\ \frac{a\cdot d}{b\cdot d}=\frac{a}{b}$	Якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на одне й те саме натуральне число, дістанемо дріб, що дорівнює даному.	$\frac{1}{3}=\frac{1\cdot 3}{3\cdot 2}=\frac{2}{6}$ $\frac{14}{21}=\frac{2\cdot 7}{3\cdot 7}=\frac{2}{3}$

Додавання і віднімання дробів із різними знаменниками	
Щоб виконати додавання (віднімання) дробів із різними знаменниками, треба звести їх до найменшого спільного знаменника, а потім виконати потрібну дію за аналогічним правилом для дробів з однаковими знаменниками.	$\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{2\cdot 2}{3\cdot 2}+\frac{5}{6}=\frac{4}{6}+\frac{5}{6}=$ $=\frac{9}{6}=\frac{3\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$
Алгоритм зведення дробів до найменшого спільного знаменника	
1) знайти найменше спільне кратне знаменників; 2) знайти додаткові множники для кожного дробу; 3) чисельник і знаменник кожного дробу помножити на відповідні додаткові множники.	$\frac{11}{36}$ і $\frac{13}{60}$ НСК (36;60)=360 360 : 36 = 10 360 : 60 = 6 $\frac{11}{36}=\frac{11\cdot 10}{36\cdot 10}=\frac{110}{360}$ $\frac{13}{60}=\frac{13\cdot 6}{60\cdot 6}=\frac{78}{360}.$

Множення звичайних дробів		
$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$	Добутком звичайних дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників цих дробів, а знаменник дорівнює добутку їхніх знаменників.	$\frac{7}{13}\cdot\frac{5}{9}=\frac{35}{117}$ $\frac{5}{6}\cdot\frac{8}{3}=\frac{5\cdot \cancel{8}^4}{\cancel{6}^3\cdot 3}=\frac{20}{9}=2\frac{2}{9}$
Ділення звичайних дробів		
$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$	Щоб поділити один дріб на інший, необхідно ділене помножити на число, обернене дільнику.	$\frac{7}{9}:\frac{14}{27}=\frac{7}{3}\cdot\frac{27}{14}=$ $=\frac{\cancel{7}^1\cdot \cancel{27}^3}{\cancel{9}^1\cdot \cancel{14}^2}=\frac{3}{2}$
Періодичні десяткові дроби		

$0{,}666\ldots = 0,(6)$ $0{,}6363\ldots = 0,(63)$ чистий періодичний дріб	Щоб перетворити чистий періодичний дріб в звичайний достатньо в чисельник записати всі цифри, що стоять в періоді, а в знаменник записати стільки «9», скільки цифр в періоді.	$0,(6) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ $0,(63) = \frac{63}{99} = \frac{21}{33}$
$0.8333\ldots = 0{,}8(3)$ $0{,}41351351\ldots =$ $= 0{,}41(351)$ мішаний періодичний дріб	Щоб перетворити мішаний періодичний дріб в звичайний достатньо в чисельник записати число зі всіх цифр, що стоять до періода і в періоді в відняти число, яке складається із цифр, що стоять між комою і періодом, а в знаменник треба записати стільки дев'яток, скільки цифр у періоді і дописати стільки нулів, скільки цифр є від коми до періода.	$0{,}8(3) = \frac{83-8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$ $0{,}41(351) = \frac{41351-41}{99900} =$ $= \frac{41310}{99900} = \frac{4131}{9990} = \frac{153}{370}$
Правила дій із числами з різними знаками		
$(-m) + (-n) =$ $= -(m+n)$	Щоб додати два від'ємних числа, треба додати їхні модулі й поставити перед одержаним числом знак «–».	$-12{,}1 + (-5{,}6) =$ $= -(12{,}1 + 5{,}6) =$ $= -17{,}7$
$(-m) + n = -(m-n)$, якщо $m > n$. $(-m) + n = n - m$, якщо $m < n$. $(-m) + n = 0$, якщо $m = n$.	Щоб додати два числа з різними знаками, треба від більшого модуля відняти менший і поставити перед одержаним числом знак того доданка, модуль якого більший.	$-13{,}1 + 7 =$ $= -(13{,}1 - 7) = -6{,}1;$ $(-7) + 10 = 10 - 7 = 3;$ $(-3{,}2) + 3{,}2=0$
$(-m) \cdot n = -m \cdot n$	Щоб знайти добуток двох чисел із різними знаками, треба перемножити їхні модулі й поставити перед одержаним числом знак «–».	$(-7) \cdot 3{,}1 = -21{,}7$
$(-m) \cdot (-n) = m \cdot n$	Щоб перемножити два від'ємних числа, треба перемножити їхні модулі (тобто добуток двох від'ємних чисел є додатнє число).	$(-5) \cdot (-2{,}5) = 12{,}5$
Властивості дій із від'ємними числами		

$\pm m + 0 = \pm m$	$n - m = n + (-m)$	$a(b-c) = ab - ac$
$\pm m \cdot 0 = 0;$	$-(-n) = n$	$\pm m \cdot 1 = \pm m$
	$a(-1) = (-1) \cdot a = -a$	

Властивості додавання і множення дають змогу виконувати дії у зручному порядку.

Наприклад:

а) $-1{,}2 + (4{,}9 + 5{,}2) = -1{,}2 + (5{,}2 + 4{,}9) = (-1{,}2 + 5{,}2) + 4{,}9 =$
$= (5{,}2 - 1{,}2) + 4{,}9 = 4 + 4{,}9 = 8{,}9;$

б) $-\frac{2}{5} \cdot 8 \cdot \left(-2\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{5} \cdot 8 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) \cdot 8 = \frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 2} \cdot 8 = 8;$

в) $634 + 458 - 134 = 634 + (-134) + 458 = (634 - 134) + 458 =$
$= 500 + 458 = 958.$

1.3. Тренувальні вправи

№ 1. Виконайте дії, використовуючи властивості додавання натуральних чисел:

1) $(42 + 37) + 58;$
2) $29 + (98 + 71);$
3) $(215 + 818) + 785;$
4) 634+(458+166);
5) $(146 + 322) + 178;$
6) $784 + (179 + 116);$
7) $35 + 18 + 25;$
8) $47 + 24 + 13;$
9) $26 + 44 + 19;$
10) $24 + 16 + 27;$
11) $6 + 52 + 28;$
12) $64 + 17 + 6;$
16) $490 + 510 + 10;$
17) $358 + 1645 + 2042;$
18) $519 + 291 + 181;$
19) $183 + 732 + 268 + 317;$
20) $439 + 584 + 416 + 661;$
21) $625 + 481 + 75 + 219;$
22) $427 + 88 + 203 + 102;$
23) $234+147+563+156;$
24) $6840 + 2970 + 300 + 30 + 160;$
25) $5410 + 1020 + 80 + 900 + 2390;$
26) $7081 + 13600 + 919 + 1400 + 2000;$
27) $(15083 + 1458) + (4917 + 6542);$

13) $520 + 340 + 80$;
14) $1500 + 700 + 500$;
15) $3700 + 300 + 1580$;
28) $(1654 + 18139) + (7346 + 11861)$;
29) $(219 + 134) + (6521 + 3126)$;
30) $(4525 + 1984) + (1145 + 2346)$.

№ 2. Обчислити значення виразу найзручнішим способом:

1) $318 \cdot 78 + 318 \cdot 22$;
2) $856 \cdot 92 - 853 \cdot 92$;
3) $943 \cdot 268 + 943 \cdot 232$;
4) $47 \cdot 632 + 632 \cdot 53$;
5) $598 \cdot 49 - 597 \cdot 49$;
6) $754 \cdot 324 - 754 \cdot 314$;
7) $69 \cdot 99 + 69 \cdot 1$;
8) $88 \cdot 15 - 15 \cdot 38$;
9) $65 \cdot 246 - 65 \cdot 229 - 65 \cdot 17$;
10) $37 \cdot 46 - 18 \cdot 37 + 37 \cdot 72$;
11) $53 \cdot 48 + 36 \cdot 48 + 11 \cdot 48$;
12) $16 \cdot 32 - 20 \cdot 16 + 38 \cdot 16$;
13) $27 \cdot 15 - 27 \cdot 13 + 19 \cdot 27$;
14) $11 \cdot 18 + 18 \cdot 23 - 34 \cdot 18$;
15) $76 \cdot 43 - 54 \cdot 43 + 22 \cdot 17$;

№ 3. Виконайте дії множення чисел із різними знаками:

1) $7 \cdot (-8)$;
2) $-7 \cdot 8$;
3) $(-7) \cdot (-8)$;
4) $8 \cdot (-5)$;
5) $0 \cdot (-3)$;
6) $0{,}3 \cdot (-0{,}2)$;
7) $-4 \cdot 0{,}5$;
8) $1{,}2 \cdot (-100)$;
9) $-0{,}01 \cdot 8{,}5$;
10) $0{,}7 \cdot (-3)$;
11) $-6 \cdot (-0{,}4)$;
12) $27 \cdot (-6)$;
16) $-1{,}69 \cdot 24{,}3$;
17) $16{,}9 \cdot (-3{,}02)$;
18) $42 \cdot (-10)$;
19) $32{,}5 \cdot (-4{,}3)$;
20) $-1{,}01 \cdot (-0{,}02)$;
21) $-\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}$;
22) $\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)$;
23) $-\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}$;
24) $-\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{5}$;
25) $\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$;
26) $-\frac{4}{9} \cdot (-2)$;
27) $-3 \cdot \frac{1}{5}$;

13) $-67 \cdot (-15)$;

14) $-15 \cdot 0{,}87$;

15) $-5 \cdot (-62)$;

28) $1\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)$;

29) $-3\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)$;

30) $-1\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}$.

№ 4. Виконайте дії додавання чисел із різними знаками:

1) $-32{,}7 + (-11{,}4)$;
2) $-100{,}01 + (-238{,}1)$;
3) $-3005 + (-2937)$;
4) $-675 + (-67{,}5)$
5) $-98{,}7 + (-56{,}09)$;
6) $-12{,}32 + (-29{,}8)$;
7) $-400 + (-57{,}9)$;
8) $-82 + (-99)$;
9) $-0{,}78 + (-1{,}96)$;
10) $-5{,}9 + (-6{,}7)$;
11) $-0{,}08 + (-0{,}28)$;
12) $-7{,}42 + (-0{,}88)$;
13) $-3{,}07 + (-1{,}03)$;
14) $-11{,}1 + (-11{,}1)$;
15) $-3{,}49 + (-0{,}51)$;
16) $-37{,}5 + 28{,}1$;
17) $427{,}5 + (-11{,}9)$;
18) $-32{,}9 + 100{,}1$;
19) $0{,}07 + (-1{,}23)$;
20) $5{,}64 + (-12{,}8)$;
21) $-2{,}19 + 7{,}06$;
22) $15067 + (-11069)$;
23) $-11{,}3 + 111{,}49$;
24) $19{,}2 + (-3{,}3)$;
25) $3{,}92 + (-1{,}92)$;
26) $-1{,}47 + 1{,}48$;
27) $0{,}75 + (-1{,}87)$;
28) $6{,}78 + (-19{,}2)$;
29) $-3{,}95 + 1{,}25$;
30) $-19 + 19$.

№ 5. Обчисліть:

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$;
2) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{1}{2}$;
3) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} - \frac{1}{12}$;
4) $\frac{4}{5} - \frac{4}{15} + \frac{3}{10}$;
5) $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} - \frac{1}{15}$;

11) $3\frac{1}{3} + 6\frac{5}{6}$;
12) $4\frac{3}{4} + 5\frac{4}{5}$;
13) $5\frac{7}{12} + 3\frac{1}{4}$;
14) $9\frac{1}{6} + 12\frac{1}{2}$;
15) $8\frac{8}{15} + 14\frac{3}{10}$;

21) $3 + 1\frac{1}{2}$;
22) $5 + 2\frac{2}{3}$;
23) $7\frac{2}{3} + 4$;
24) $1\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$;
25) $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$;

6) $\frac{5}{6}-\frac{1}{2}-\frac{1}{8}$;

7) $\frac{3}{8}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}$;

8) $\frac{13}{14}-\frac{1}{4}-\frac{3}{7}$;

9) $\frac{9}{11}+\frac{4}{33}+\frac{1}{3}$;

10) $3\frac{3}{5}+3\frac{11}{15}$;

16) $2\frac{7}{18}+5\frac{5}{12}$;

17) $3\frac{7}{15}+8\frac{3}{4}$;

18) $3\frac{1}{5}+1\frac{1}{2}$;

19) $4\frac{1}{2}+\frac{1}{9}$;

20) $1\frac{13}{36}+6\frac{3}{8}$;

26) $5\frac{2}{5}+\frac{3}{10}$;

27) $\frac{5}{12}+6\frac{1}{2}$;

28) $\frac{2}{9}+4\frac{1}{3}$;

29) $10\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$;

30) $1\frac{1}{8}+2\frac{1}{2}$.

№ 6. Обчисліть:

1) $9\frac{4}{5}-3\frac{3}{10}$;

2) $7\frac{5}{12}-6\frac{1}{6}$;

3) $25\frac{3}{11}-4\frac{5}{22}$;

4) $8\frac{5}{6}-8\frac{7}{12}$;

5) $27\frac{9}{10}-17\frac{4}{15}$;

6) $15\frac{23}{24}-10\frac{7}{12}$;

7) $17\frac{6}{7}-13\frac{1}{21}$;

8) $11\frac{2}{3}-7\frac{1}{6}$;

9) $9\frac{5}{8}-9\frac{5}{12}$;

10) $4\frac{8}{9}-2$;

11) $3\frac{4}{3}-1$;

12) $7\frac{1}{12}-6$;

13) $7\frac{2}{3}-3\frac{1}{3}$;

14) $5\frac{8}{11}-5\frac{6}{11}$;

15) $4\frac{13}{15}-3\frac{11}{15}$;

16) $2\frac{7}{10}-\frac{4}{5}$;

17) $6\frac{7}{15}-\frac{1}{3}$;

18) $8\frac{11}{12}-\frac{1}{2}$;

19) $5\frac{1}{2}-2\frac{1}{4}$;

20) $3\frac{5}{6}-2\frac{2}{3}$;

21) $1\frac{4}{5}-1\frac{1}{10}$;

22) $4\frac{5}{7}-2\frac{6}{7}$;

23) $6\frac{1}{9}-5\frac{4}{9}$;

24) $8\frac{13}{24}-3\frac{17}{24}$;

25) $10-3\frac{1}{4}$;

26) $12\frac{1}{3}-7\frac{3}{4}$;

27) $24\frac{3}{10}-4\frac{3}{5}$;

28) $8\frac{5}{6}-2\frac{7}{8}$;

29) $9\frac{11}{42}-5\frac{11}{14}$;

30) $2\frac{1}{15}-\frac{8}{45}$.

№ 7. Виконати дії:

1) $\left(5+2\frac{3}{58}\right)\cdot\left(4\frac{1}{6}+10\right)$;

2) $\left(5-2\frac{3}{8}\right)\cdot\left(4\frac{1}{6}-3\right)$;

3) $3)\ \frac{9}{10}\cdot\frac{5}{6}$;

4) $4)\ \frac{40}{7}\cdot\frac{14}{5}$;

5) $\frac{9}{10}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{40}{7}\cdot\frac{14}{5}$;

6) $\left(\frac{5}{12}+\frac{3}{8}\right)\cdot\frac{12}{19}$;

7) $\frac{6}{7}\cdot\left(\frac{11}{18}-\frac{5}{12}\right)$;

8) $\frac{5}{22}\cdot\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{22}+\frac{3}{11}$;

9) $\left(3\frac{1}{14}-2\frac{5}{7}\right)\cdot\left(7-6\frac{3}{5}\right)$;

10) $1\frac{2}{7}\cdot1\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{9}\cdot2\frac{3}{4}$;

11) $\frac{9}{56}-\left(\frac{7}{15}-\frac{5}{12}\right)\cdot\left(\frac{3}{14}+\frac{1}{2}\right)$;

12) $\left(\frac{2}{3}+\frac{7}{8}-\frac{5}{6}\right)\cdot\left(1-5\frac{5}{17}\right)$;

13) $\frac{7}{11}\cdot\left(\frac{40}{49}+\frac{5}{7}\right)$;

14) $\left(1\frac{4}{9}+2\frac{5}{6}-2\frac{3}{4}\right)\left(2\frac{1}{2}-\frac{11}{14}\right)$;

15) $\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{5}{3}-\frac{10}{6}\right)\cdot13$;

16) $\left(\frac{51}{60}\cdot\frac{12}{17}\right):\frac{3}{10}$;

17) $\left(\frac{12}{95}:\frac{9}{38}\right)\cdot\frac{15}{16}$;

18) $\left(3\frac{1}{12}+1\frac{5}{12}\right):1\frac{1}{2}$;

19) $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}+2\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}-1:1\frac{1}{9}$;

20) $7\frac{1}{8}:4\frac{3}{4}\cdot8$.

№ 8. Перевести дані періодичні дроби у звичайні:

1) $0,(3)$;

2) $0{,}2(1)$;

3) $0{,}2(19)$;

4) $3,(73)$;

5) $2{,}2(41)$;

6) $0,(4)$;

7) $0,(44)$;

8) $2,(44)$;

9) $3{,}1(44)$;

10) $2,(123)$.

№ 9. Виконайте дії:

1) $(87{,}05\cdot2{,}7-55{,}8:32)\cdot0{,}8:0{,}02$;

2) $522{,}348:87+2{,}7\cdot(0{,}84-0{,}128:0{,}16)$;

3) $6400\cdot0{,}0145-(1272{,}6:0{,}42-3000)+67{,}2$;

4) $(0{,}7:1{,}4-0{,}02):0{,}012+1{,}6\cdot(0{,}548-0{,}023)$;

5) $(646:19+77):(52\cdot47-2407)$;

6) $22{,}5:3{,}75+208{,}45+2{,}5:0{,}004$;

7) $\left(0{,}39 + 19{,}52 : 32 + (12{,}51 + 0{,}99) \cdot \frac{2}{3}\right) : 15;$

8) $\left(\left(7{,}3 - 5\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{5} + 1\frac{1}{3} : 0{,}5\right) \cdot \left(2\frac{1}{4} - 0{,}75\right);$

9) $6{,}6 \cdot 23{,}5 + 1{,}1 \cdot 237;$

10) $22{,}22 : 55 - 0{,}06 \cdot 0{,}335;$

11) $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right);$

12) $5 \cdot \left(4\frac{1}{2} - 3{,}6\right) : 2\frac{1}{4};$

13) $\dfrac{0{,}75 \cdot \left(\frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{10}\right)}{\frac{2}{3} - \frac{7}{12}};$

14) $\dfrac{3 \cdot \frac{2}{7} + 0{,}25}{\frac{19}{28} \cdot 2 - 0{,}25};$

15) $\dfrac{\left(152\frac{3}{4} - 148\frac{3}{8}\right) \cdot 0{,}3}{0{,}2};$

16) $\dfrac{172\frac{5}{6} - 170\frac{1}{3} + 3\frac{5}{12}}{0{,}8 \cdot 0{,}25};$

17) $\dfrac{215\frac{9}{16} - 208\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{0{,}0001 : 0{,}005};$

18) $\left(\frac{0{,}012}{5} + \frac{0{,}04104}{5{,}4}\right) \cdot 4560 - 42\frac{1}{3};$

19) $\dfrac{\left(85\frac{7}{30} - 8\frac{5}{18}\right) : 2\frac{2}{3}}{0{,}04};$

20) $\dfrac{\left(140\frac{7}{30} - 138\frac{5}{12}\right) : 18\frac{1}{6}}{0{,}002};$

21) $\dfrac{\left(95\frac{7}{30} - 93\frac{5}{18}\right) \cdot 2\frac{1}{4} + 0{,}373}{0{,}2};$

22) $\dfrac{\left(49\frac{5}{24} - 46\frac{7}{20}\right) \cdot 2\frac{1}{3} + 0{,}6}{0{,}2};$

23) $\dfrac{\left(12\frac{1}{6}-6\frac{1}{27}-5\frac{1}{4}\right)\cdot 13{,}5+0{,}111}{0{,}02}$;

24) $\dfrac{\left(1\frac{1}{12}+2\frac{5}{32}+\frac{1}{24}\right)\cdot 9\frac{3}{5}+2{,}13}{0{,}4}$;

25) $1\frac{7}{20} : 2{,}7 + 2{,}7 : 1{,}35 + \left(0{,}4 : 2\frac{1}{2}\right)\left(4{,}2 - 1\frac{3}{40}\right)$;

26) $\dfrac{0{,}8333\ldots-0{,}4(6)}{1\frac{5}{6}} \cdot \dfrac{1{,}125\quad ,75-0{,}41(6)}{0{,}59}$;

27) $\dfrac{\left(\frac{5}{8}+2{,}708333\ldots\right):2{,}5}{\left(1{,}3+0{,}7(6)+0{,}(36)\right)\cdot\frac{110}{401}} \cdot \dfrac{1}{2}$;

28) $\dfrac{\left(2\frac{38}{45}-\frac{1}{15}\right):13\frac{8}{9}+3\frac{3}{65}\cdot 0{,}(26)}{(18{,}5-13{,}777\ldots)\cdot\frac{1}{85}}$;

29) $\dfrac{0{,}8(5)+0{,}17(1)}{0{,}8(5)-0{,}17(1)} + \dfrac{0{,}8(3)+0{,}1(6)}{0{,}8(3)-0{,}1(6)}$;

30) $\dfrac{2{,}8(3)-2{,}4(6)}{\frac{55}{36}} \cdot \dfrac{3{,}125-\quad ,41(6)}{0{,}59}$.

1.4. Вправи рівня ЗНО

№ 1. Обчислити:

1) $\dfrac{\left(13{,}75+\quad\frac{1}{6}\right)\cdot 1{,}2}{\left(10{,}3-8\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{5}{9}} + \dfrac{\left(6{,}8-3\frac{3}{5}\right)\cdot 5\frac{5}{6}}{\left(3\frac{2}{3}-3\frac{1}{6}\right)\cdot 56} - 27\frac{1}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
4	1	3	2	5

2) $\dfrac{(4{,}6+5:6{,}25)\cdot 14}{4\cdot 0{,}125+2{,}3} : \dfrac{27\cdot 9\frac{3}{5}\cdot 7}{6\cdot\left(12{,}4+4\frac{2}{5}\right)} + \dfrac{4\frac{5}{8}-\frac{13}{6}:8\frac{2}{3}}{3{,}25-2\frac{1}{4}}$.

А	Б	В	Г	Д
4,5	3,7	$5\frac{7}{8}$	3,2	3,3

3) $22\frac{7}{18} : \left[41\frac{29}{72} - \left(18\frac{7}{8} - 5\frac{1}{4}\right)\cdot\left(10\frac{1}{2} - 7\frac{2}{3}\right)\right]$.

А	Б	В	Г	Д
8	6	4	2	5

4) $\frac{\left(13\frac{1}{4}-2\frac{5}{27}-10\frac{5}{6}\right)\cdot230\frac{1}{25}+4\ \ \frac{3}{4}}{\left(1\frac{3}{7}+\frac{10}{3}\right):\left(12\frac{1}{3}-14\frac{2}{7}\right)}.$

А	Б	В	Г	Д
-21	-31	-41	-51	-61

№ 2. Знайти χ, якщо:

1) $\left(10 : 2\frac{2}{3} + 7{,}5 : 10\right)\left(\frac{\chi}{40} - \frac{7}{30}\cdot 0{,}25 + \frac{157}{360}\right) = 2\frac{3}{80}$;

2) $\frac{(2{,}1-1{,}965):(1{,}2\cdot0{,}045)}{0{,}00325:0{,}013} = \chi\cdot\frac{0{,}745}{1{,}49} + \frac{1:0{,}25}{1{,}6\cdot0{,}625}$;

3) $\frac{(2{,}7-0{,}8)\cdot2\frac{1}{3}}{(5{,}2-1{,}4):\frac{3}{7}} + \chi + 8\frac{9}{11} - \frac{(1{,}6+154{,}66:70{,}3):1{,}9}{\left(2\frac{2}{5}-1{,}3\right):4{,}3} = 2{,}625$;

4) $\frac{(27{,}04+\ \ ,1\cdot2{,}6)+2222{,}39}{2{,}6\chi} : \left(\frac{60{,}192}{2{,}4} + 550{,}92 - 0{,}24\cdot1400\right) = 50.$

Відповіді до завдань §1

Тренувальні вправи

№ 7.

1) $104\frac{23}{48}$; 2) $3\frac{1}{16}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) 16; 5) 12; 6) $\frac{1}{2}$; 7) $\frac{1}{3}$; 8) $\frac{17}{55}$; 9) $\frac{1}{7}$; 10) $1\frac{27}{28}$; 11) $\frac{1}{8}$; 12) $\frac{1}{2}$; 13) $\frac{75}{76}$; 14) $1\frac{5}{7}$; 15) 0; 16) 2; 17) $\frac{1}{2}$; 18) 3; 19) $1\frac{2}{3}$; 20) $1\frac{1}{3}$.

№ 8.

1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{19}{90}$; 3) $\frac{217}{990}$; 4) $3\frac{73}{99}$; 5) $2\frac{239}{990}$; 6) $\frac{4}{9}$; 7) $\frac{4}{9}$; 8) $2\frac{4}{9}$; 9) $3\frac{143}{990}$; 10) $2\frac{41}{333}$.

№ 9.

1) 9331,8; 2) 6,112; 3)130; 4) 40,84; 5) 3; 6) 839,5; 7) $\frac{2}{3}$; 8) 6,25; 9) 415,8; 10) 0,3839; 11) $2\frac{5}{6}$; 12) 2; 13) 4,8; 14) 1; 15) 6,5625; 16) $29\frac{7}{12}$; 17) $365\frac{5}{8}$; 18) $3\frac{4}{15}$; 19) $18\frac{1}{3}$; 20) 50; 21) 23,865; 22) $36\frac{25}{72}$; 23) 599,3; 24) 84,075; 25) 3; 26) $\frac{5}{6}$; 27) 1; 28) 9; 29) 3; 30) $\frac{65}{59}$.

Вправи рівня ЗНО

№ 1. 1) Б; 2) В; 3) А; 4) В.

№ 2. 1) 3; 2) 12; 3) 1,125; 4) 0,07.

§2. Теорія подільності натуральних чисел. Метод математичної індукції

2.1. Прості і складені числа. Ознаки подільності. НСД і НСК двох чисел

Якщо натуральне число m ділиться на натуральне число n, то m називається кратним числу n, а n, у свою чергу – дільником числа m.

Якщо m кратне числу n, то існує таке натуральне число k, що $m = n \cdot k$, де m - ділене, n - дільник, k - частка.

Якщо не існує такого числа k, що $k \cdot n = m$, то говорять, що m не ділиться націло на число n, тобто розглядають ділення з остачею, при якому $m = p \cdot n + r$, де m – ділене, n – дільник, p - неповна частка, r - остача.

Наприклад: $21 = 3 \cdot 7$, де 21 – ділене, 7 дільник, 3 частка;

$22 = 3 \cdot 7 + 1$, де 22 – ділене, 7 – дільник, 3 неповна частка, 1 – остача.

Ознаки подільності числа m	
на 2	остання цифра числа m ділиться на 2;
на 5	остання цифра числа m – 0 або 5;
на 10^k	число m закінчується на k нулів;
на 4	число, виражене двома останніми цифрами даного числа m, ділиться на 4;
на 8	число, виражене трьома останніми цифрами даного числа m, ділиться на 8;
на 3	сума цифр числа m ділиться на 3;
на 9	сума цифр числа m ділиться на 9;
на 11	різниця між сумою цифр, що стоять на непарних місцях числа m

(рахуючи справа наліво), і сумою цифр, що стоять на парних місцях, ділиться на 11.	
Подільність суми та добутку чисел	
Якщо кожен доданок ділиться на деяке число, то і сума ділиться на це число.	48+64+96 ділиться на 16, оскільки $48 = 3 \cdot 16$, $64 = 4 \cdot 16$, $96 = 6 \cdot 16$.
Якщо в добутку хоча б один із співмножників ділиться на деяке число, то і весь добуток ділиться на це число.	$105 \cdot 49 \cdot 93 \cdot 54$ ділиться на 5, оскільки $105 = 5 \cdot 21$.

Натуральне число p називається простим, якщо в нього тільки два дільники – 1 і саме число p.

Простих чисел нескінченно багато. Найменше просте число – 2.

Якщо число має більше двох дільників, воно називається складеним.

Число 1 не відноситься ні до простих, ні до складених чисел.

Будь-яке складене натуральне число можна розкласти на прості множними і до того ж єдиним способом.

Наприклад:

$$\begin{array}{l|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5.$

Алгоритм знаходження НСД двох натуральних чисел	
1) розкласти дані числа на прості множники; 2) скласти добуток зі спільних простих множників, взятих із найменшим показником степеня; 3) знайти значення одержаного добутку.	$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$ $34 = 2 \cdot 17$ НСД(18;34)=2. $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$ $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ $= 2^5 \cdot 3$ НСД $(72; 96) = 2^3 \cdot 3 = 24$.
Якщо НСД двох чисел a і b дорівнює 1, то такі числа називають взаємно простими.	

<table>
<tr><th colspan="2">Алгоритм знаходження НСК двох натуральних чисел</th></tr>
<tr><td>1) розкласти дані числа на прості множники;
2) скласти добуток з усіх одержаних простих множників, взявши кожний із них із найбільшим показником степеня;
3) знайти значення одержаного добутку.</td><td>$28 = 7 \cdot 2^2$
$63 = 7 \cdot 3^2$
НСК$(28; 63) = 7 \cdot 2^2 \cdot 3^2 =$
$= 7 \cdot 4 \cdot 9 = 252$</td></tr>
<tr><td colspan="2">НСД $(a; b) \cdot$ НСК$(a; b) = a \cdot b$, з цього слідує, що НСК двох взаємно простих чисел дорівнює добутку цих чисел.</td></tr>
</table>

2.2. Аксіоматика Пеано. Метод математичної індукції

Неозначені поняття: «натуральне число», «одиниця», «слідувати за».

Аксіома 1. Одиниця є натуральним числом, до того ж вона не слідує ні за одним натуральним числом. Позначено її символом 1.

Аксіома 2. Для кожного натурального числа n існує єдине наступне за ними натуральне число. Позначимо його n'.

Аксіома 3. Жодне натуральне число не може слідувати за двома різними натуральними числами.

Аксіома 4. (Аксіома математичної індукції). Якщо множина A містить 1 і разом із кожним числом k містить наступне за ним число k', то множина A містить усі натуральні числа, тобто співпадає з множиною натуральних чисел.

Принцип математичної індукції:

Якщо деяке твердження, сформульоване для $n \in \mathbb{N}$, перевірено при $n = 1$ і з припущення його істинності при $n = k$ випливає істинність твердження при $n' = k + 1$, то таке твердження справедливе для будь-якого $n \in \mathbb{N}$.

Етапи методу математичної індукції:

I. Виконуємо перевірку математичного твердження при $n = 1$.

II. Припускаємо, що твердження вірне при $n = k$.

III. Доводимо істинність математичного твердження при $n = k + 1$.

На основі етапів I, II, III робимо висновок істинності математичного твердження при будь-якому $n \in \mathbb{N}$.

Приклад.

Довести подільність $4^n + 15n - 1$ на 9 при кожному натуральному n.

I. Перевіримо при $n = 1$. $4 + 15 - 1 = 18 \vdots 9$. Вірно.

II. Припускаємо при $n = k$. $4^k + 15k - 1$. Справедливо.

III. Доводимо при $n = k + 1$. $4^{k+1} + 15(k + 1) - 1 = 4^k \cdot 4 + 15k +$ $+15 - 1 = 4\left(4^k + 15k - 1\right) - 45k + 18$. Перший доданок кратний 9 за припущенням $45k \vdots 9$ і $18 \vdots 9$ - очевидно, отже $\left(4^{k+1} + 15(k + 1) - 1\right) \vdots 9$.

Із кроків I, II, III і принципу математичної індукції слідує, що даний вираз кратний 9 при кожному натуральному n.

2.3. Тренувальні вправи

№ 1. Знайти НСД чисел:

1) 15 і 60;	10) 72 і 128;
2) 36 і 78;	11) 96 і 36;
3) 18 і 48;	12) 135 і 105;
4) 84 і 112;	13) 360 і 840;
5) 54 і 90;	14) 120 і 720;
6) $2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$ і $3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 17$;	15) 1028 і 1152;
7) $3 \cdot 13 \cdot 23 \cdot 29$ і $3 \cdot 23 \cdot 31$;	16) 18, 24 і 36;
8) 16 і 24;	17) 15, 45 і 165;
9) 100 і 40;	18) 12, 24, 36 і 42.

№ 2. Знайти НСК чисел:

1) 2 і 4;	12) 23 і 69;
2) 3 і 5;	13) 28 і 21;
3) 4 і 6;	14) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ і $2 \cdot 3 \cdot 3$;
4) 5 і 10;	15) 50 і 180;
5) 20 і 50;	16) 270 і 360;
6) 6 і 10;	17) 220 і 231;
7) 9 і 24;	18) 3, 4 і 6;
8) 6 і 35;	19) 4, 6 і 18;
9) 15 і 18;	20) 10, 25, і 30;
10) 16 і 24;	21) 8 15 і 23.
11) 36 і 60;	

№ 3. Розв'язати задачі:

1) У двох шостих класах 36 хлопців і 48 дівчаток. Скільки існує можливостей створити групи учнів так, щоб в усіх групах було по однаковій кількості дівчаток і по однаковій кількості хлопчиків?
2) Яка найменша кількість метрів тканини має бути в рулоні, щоб його можна було продати без остачі по 3 м або по 4 м?

3) На змаганнях із настільного тенісу брали участь рівні за складом команди, всього 145 хлопців і 87 дівчат. В усіх командах була однакова кількість хлопців і дівчат. Скільки команд брало участь у змаганнях?
4) У малій коробці міститься 24 олівця, а у великій – 30 олівців. Знайти найменшу кількість олівців, яку можна розкласти як у малі, так і у великі коробки?

№ 4. Методом математичної індукції доведіть подільність при всіх цілих невід'ємних n:

1) $(6^{2n}-1) \vdots 35$.
2) $(7^{n+2}+8^{2n+1}) \vdots 57$.
3) $(4^{n}+15n-) \vdots 9$.
4) $(2^{n+5}\cdot 3^{4n}+5^{3n+1}) \vdots 37$.
5) $(9^{n}-8n-1) \vdots 16$.
6) $(7\cdot 5^{2n-1}+2^{3n+1}) \vdots 17$.
7) $(6^{2n+1}+20\cdot 3^{n+1}) \vdots 11$.
8) $(2^{41}+1) \vdots 83$.
9) $(20^{15}-1) \vdots 20801$.
10) $n(n^2+5) \vdots 6$
11) $(n^5-5n^2+4n) \vdots 120$.
12) $(n^3-n) \vdots 3$.
13) $(n^5-n) \vdots 5$.
14) $(11^{10}-1) \vdots 100$.
15) $(3^{105}+4^{105}) \vdots 13$.
16) $(11^6+14^6-13^2) \vdots 10$.
17) $(96^7-22^5-48^6) \vdots 10$.
18) $(4^{n}-1) \vdots 3$.
19) $(4^{n}+15n-1) \vdots 9$.
20) $(7^{n+2}+8^{2n+1}) \vdots 57$.
21) $(4^{2n}-3^{2n}-7) \vdots 84$.
22) $(5^{n}+2\cdot 3^{n}-3) \vdots 8$.
23) $(7^{n}-3\cdot 5^{n}+3\cdot 3^{n}-1) \vdots 16$.
24) $\left(5\cdot 7^{2(n+1)}+2^{3n}\right) \vdots 41$.
25) $(5^{2n}-3^{n}\cdot 2^{2n}) \vdots 13$.
26) $(3^{n+3}-26n-27) \vdots 169$.
27) $(7^{n}+3^{n}-2) \vdots 8$.
28) $(2^{3n+3}-7n+41) \vdots 49$.
29) $(5^{2n+1}+9\cdot 2^{n+1}) \vdots 23$.
30) $(2^{5n+1}+5^{n+2}) \vdots 27$.
31) $((k+1)^{2n+1}+k^{n+2}) \vdots (k^2+k+1)$.

№ 5. Довести рівність:

1) $1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

2) $1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

3) $1\cdot 4+2\cdot 7+3\cdot 10+\ldots+n(3n+1)=n(n+1)^2$.

4) $\frac{1}{4\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 6}+\ldots+\frac{1}{(n+3)(n+4)}=\frac{n}{4(n+4)}$.

5) $\frac{1\cdot 8}{4\cdot 7}+\frac{2\cdot 11}{7\cdot 10}+\ldots+\frac{n(3n+5)}{(3n+1)(3n+4)}=\frac{n(n+1)}{3n+4}$.

6) $\frac{1^2}{1\cdot 3}+\frac{2^2}{3\cdot 5}+\ldots+\frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$.

7) $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+n(n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.

8) $1^2-2^2+3^2-4^2+\ldots+(-1)^{n+1}\cdot n^2=(-1)^{n+1}\cdot\frac{n(n+1)}{2}$.

9) $1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$.

10) $2+4+6+\ldots+(2n-2)+2n=n^2+n$.

11) $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{2}{2n+1}$.

2.4. Вправи рівня ЗНО

№ 1. Розв’язати задачі:

1) У магазині придбали 6 однакових зошитів і кілька ручок по 3 грн. за кожну з них. Яке з наведених чисел може виражати загальну вартість покупки (у грн.)?

А	Б	В	Г	Д
29	26	25	24	23

2) Скількома нулями закінчується запис числа, яке дорівнює добутку двадцяти шести послідовних натуральних чисел $1\cdot 2\cdot 3\cdot ...\cdot 25\cdot 26$?

А	Б	В	Г	Д
3	4	5	6	Інша відповідь

3) Довжина кроку героя мультфільму Чебурашки дорівнює 15 см, а крокодила Гени – 50 см. Яку найменшу однакову відстань має пройти кожен із них, щоб вони обидва зробили по цілому числу кроків?

А	Б	В	Г	Д
75 см	90 см	120 см	150 см	300 см

4) Будівельна компанія закупила для нового будинку металопластикові вікна та двері у відношенні 5:1. Укажіть число, яке може виражати загальну кількість вікон і дверей у цьому будинку.

А	Б	В	Г	Д
41	45	54	68	81

5) Яку з наведених цифр потрібно поставити замість зірочки в записі числа 5*62, щоб отримане число ділилось націло на 9?

А	Б	В	Г	Д
0	2	9	5	4

6) Яку з наведених цифр потрібно поставити замість зірочки в записи числа 47*, щоб отримане число ділилося націло на 3?

А	Б	В	Г	Д
1	2	9	5	6

7) Яку з наведених цифр потрібно поставити замість зірочки в записи числа 627*, щоб отримане число ділилося націло на 3 і на 5?

А	Б	В	Г	Д
0	3	6	2	4

8) Яку з наведених цифр потрібно поставити замість зірочки в записи числа 347*, щоб отримане число ділилося націло на 3 і на 2?

А	Б	В	Г	Д
0	2	9	5	4

№ 2. Розв'язати задачі:

1) Петро, Микола та Василь уранці відвідали кафе і кожен із них замовив собі на сніданок бутерброд та гарячий напій. Відомо, що Василь не п'є чорного чаю, а Микола замовив собі бутерброд із шинкою. Скориставшись таблицею, визначте, скільки грошей (у грн.) буде коштувати Миколі, Василю і Петру разом найдешевше замовлення в цьому кафе.

а)

Страви	Ціна (грн.)
Бутерброд із сиром	7,00
Бутерброд із шинкою	15,00
Бутерброд із рибою	17,00
Кава з молоком	13,00
Кава	12,00
Чай чорний	8,00
Чай зелений	9,00

б)

Страви	Ціна (грн.)
Бутерброд із сиром	7,00
Бутерброд із шинкою	15,00
Бутерброд із рибою	17,00
Кава з молоком	13,00
Кава	12,00
Чай чорний	10,00
Чай зелений	8,00

2) Батьки разом із двома дітьми: Марійкою (4 роки) та Богданом (7 років) – збираються провести вихідний день у парку атракціонів. Батьки дозволяють кожній дитині відвідати не більше трьох атракціонів і кожний атракціон – лише по одному разу. Відому, що на атракціони «Електричні машинки» і «Веселі гірки» допускають лише дітей старше 6 років. На «Паровозик» Богдан не піде. Для відвідування будь-якого атракціону необхідно купити квиток для кожної дитини. Скориставшись таблицею,

визначте максимальну суму коштів (у грн..), що витратять батьки на придбання квитків для дітей.

Назва атракціону	Вартість 1 квитка для 1 дитини (грн.)
Веселі гірки	17
Паровозик	16
Електричні машинки	20
Карусель	12
Батут	15
Дитяча рибалка	8
Лебеді	13

3) Через один кран вода наливається в бак за 3 години, через другий – за 5 годин. За який час (у год.) вода наповнить бак, якщо відкрити обидва крани?
4) Після ділення деякого двоцифрового числа на суму його цифр одержали в частці 7 і в остачі 6. Після ділення цього самого числа на добуток його цифр одержали в частці 3 і в остачі 11. Знайдіть це число.

Відповіді до завдань § 2

Тренувальні вправи

№ 3.

1) 12; 2) 12; 3) 29; 4) 120.

Вправи рівня ЗНО

№ 1.

1) Г; 2) Г; 3) Г; 4) В; 5) Г; 6) А; 7) А; 8) Д.

№ 2.

1) а) 53 грн.; б) 54 грн.; 2) 93 грн.; 3) $1\frac{7}{8}$ год.; 4) 83.

§3. Проценти і пропорції
3.1. Проценти. Основні задачі на проценти

Процент		
означення	позначення	приклад
Процентом називають соту частину числа, або десятковий дріб 0,01.	1% = 0,01. $1\% = \frac{1}{100}$ частина	$0{,}02 = 2\%$ $\frac{75}{100} = 75\%$
Основні задачі на проценти		
Вид задачі	Спосіб розв’язання	Приклад
Задача 1. Знаходження $p\%$ від числа a.	I спосіб 1) $p\%$ перевести у звичайний дріб $\frac{p}{100}$ 2) виконати дію множення $\frac{p}{100}\cdot a$. II спосіб Скористатися формулою $\frac{a\cdot p}{100}$	5% від 38 1) $5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$. 2) $\frac{1}{20}\cdot 38 = 1{,}9$. 30% від 60 $\frac{30\cdot 60}{100} = 18$.
Задача 2. Знаходження числа b за його процентом $p\%$	I спосіб 1) виразити $p\%$ звичайним або десятковим дробом $\frac{p}{100}$ 2) розділити число b на отриманий дріб $b:\frac{p}{100}$ II спосіб Скористатися формулою $\frac{b}{p\%}\cdot 100\%$	Знайти число, якщо 36% його дорівнює 9. 1) $36\% = \frac{36}{100}$. 2) $9:\frac{36}{100} = 9\cdot\frac{100}{36} =$ $= \frac{100}{4} = 25$. Знайти число, якщо його 70% дорівнює 21. $\frac{21}{7\cancel{0}\%}\cdot 10\cancel{0}\% = 30$.
Задача 3. Знаходження процентного відношення двох чисел a і b.	I спосіб 1) Знайти відношення даних чисел $\frac{a}{b}$. 2) Знайдене відношення помножити на 100%. II спосіб Скористатися формулою $\frac{a\cdot 100\%}{b}$.	Знайти процентне відношення чисел 3 і 5. 1) $\frac{3}{5} = 0{,}6$. 2) $0{,}6\cdot 100 = 60\%$. Знайти процентне відношення чисел 7 і 4. $\frac{7\cdot 100\%}{4} = 175\%$.

Формула складних відсотків
$$A = a\left(1+\frac{p}{100}\right)^n$$ a - початкова сума $p\%$ – річний процент n – кількість років A – сума через n років

Наслідки з формули складних відсотків	
Якщо $b > a$ на $p\%$, то $b = a + \frac{p}{100} \cdot a.$	Приклад. b на 5% більше за 18, тоді $b = 18 + \frac{5}{100} \cdot 18 = 18 + 0{,}9 = 18{,}9.$
Якщо $b < a$ на $p\%$, то $b = a - \frac{p}{100} \cdot a.$	Приклад. b на 7% менше за 15, тоді $b = 15 - \frac{7}{100} \cdot 15 = 15 - 1{,}05 = 13{,}95.$

Текстові задачі на проценти

зводяться до побудови схеми за умовою задачі і використання основних задач на проценти для знаходження вимоги задачі.

Приклад: Є 200 г п'ятипроцентного розчину солі. Скільки треба додати солі, щоб одержати 20% розчин солі?

Розв'язання:

Побудуємо схему до даної задачі.

	розчин	сіль	вода
було	100% / 200 г	5%	95% / 190 г
стало	100% / ?		80% / 190 г

1) $\frac{95}{100} \cdot 200 = 190$ г – маса води в розчині (задача знаходження процента від числа).
2) $\frac{190 \cdot 100}{80} = \frac{19 \cdot 25}{2} = 237{,}5$ г – маса нового розчину.
3) $237{,}5 - 200 = 37{,}5$ г – додали солі у розчин.

Відповідь: 37,5 г.

3.2. Пропорція. Властивості пропорції

Відношення називаються частку від ділення одного числа на інше. Позначають: $\frac{a}{b}$ або $a\colon b$.

Пропорцією називають рівність двох відношень. Позначають: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ або $a\colon b = c\colon d$.

a, b, c, d – відмінні від нуля члени пропорції;

a, d – крайні члени пропорції;

b, c – середні члени пропорції.

Властивості пропорції $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$		
1. Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.	$a \cdot d = b \cdot c$	$\frac{3}{5} = \frac{1,2}{2}$ $3 \cdot 2 = 5 \cdot 1,2$ $6 = 6.$
2. У кожній пропорції можна поміняти місцями: або середні члени; або крайні члени; або і середні і крайні члени одночасно.	$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$	$a = 3;\ b = 7; c = 0,6;$ $d = 1,4.$ $\frac{3}{0,6} = \frac{7}{1,4}$ $\frac{1,4}{7} = \frac{0,6}{3}$ $\frac{1,4}{0,6} = \frac{7}{3}$
3. Кожний крайній член пропорції дорівнює добутку її середніх, поділеному на інший крайній.	$a = \frac{b \cdot c}{d}$ $d = \frac{b \cdot c}{a}$	$3 = \frac{5 \cdot 1,2}{2}$ $2 = \frac{5 \cdot 1,2}{3}$
4. Кожний середній член пропорції дорівнює добутку її крайніх, поділеному на інший середній.	$b = \frac{a \cdot d}{c}$ $c = \frac{a \cdot d}{b}$	$5 = \frac{3 \cdot 2}{1,2}$ $1,2 = \frac{3 \cdot 2}{5}$

Найчастіше вживані похідні пропорції

Якщо $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то

1) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$; 2) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; 3) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$; 4) $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$;

5) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$; 6) $\frac{a-b}{a+b} = \frac{c+d}{c-d}$; 7) $\frac{ma+n}{pa+qb} = \frac{mc+nd}{pc}$,

де m, n, p, q – будь-які числа; $ma + mb, mc + nd, pa + qb, pc + dq$ – числа, відмінні від 0.

Задачі на відсотки – це задачі на пряму пропорційність.

Приклад. Зі свіжих слив виходить 21% сушених. Скільки сушених слив можна отримати із 75 кг свіжих?

Розв’язання:

Запишемо умову $\begin{matrix} 75 \text{ кг} & 100\% \\ x \text{ кг} & 21\% \end{matrix}$.

Складемо пропорцію $\frac{75}{x} = \frac{100}{21}$.

Звідси $x = \frac{75 \cdot 21}{100} = 15{,}75$. Відповідь: 15,75 кг.

3.3. Тренувальні вправи

№ 1. Знайди:

1) $\frac{1}{10}$ від 20.
2) 30% від 40.
3) 20% від 100.
4) $\frac{5}{100}$ від 600.
5) 5% від 300.
6) 40% від 90.
7) 0,4 від 50.
8) 80% від 20.
9) 150% від 200.
10) $\frac{19}{100}$ від 70.
11) 15% від 420.
12) 9,8% від 500.
13) $\frac{16}{100}$ від 8,5.
14) 38% від 95.
15) 11,2% від 5,5.
16) $\frac{121}{100}$ від 75.
17) 137% від 0,8.
18) 3,7% від 1,2.
19) 0,78 від 135.
20) 94% від 5,6.
21) 23,5% від 78.

№ 2. Знайди число, якщо:

1) $\frac{3}{10}$ його дорівнює 6.
2) $\frac{8}{10}$ його дорівнює 24.
3) $\frac{3}{100}$ його дорівнює 12.
4) 2% його дорівнює 4.
5) 8% його дорівнює 32.
6) 20% його дорівнює 80.
7) 120% його дорівнює 240.
8) 24% його дорівнює 72.
9) 42% його дорівнює 6,3.
10) 375% його дорівнює 525.
11) 3,8% його дорівнює 28,5.
12) 52,1% його дорівнює 10,42.
13) 100,7% його дорівнює 4,028.
14) 99% його дорівнює 990.
15) 210% його дорівнює 6,3.
16) 12,5% його дорівнює 7,5.
17) 123% його дорівнює 2,46.
18) 0,3% його дорівнює 0,27.
19) 2500% його дорівнює 500.

№ 3. Скільки процентів складає:

1) 3 від 5.
2) 12 від 8.
3) 100 від 50.
4) 75 від 18,75.
5) 39 від 195.
6) 14,7 від 19,6.
7) 76 від 47,5.
8) 681 від 180.
9) 1,6 від 2,5.
10) $\frac{1}{4}$ від $\frac{1}{2}$.
11) $1\frac{5}{8}$ від $\frac{13}{15}$.
12) $\frac{3}{5}$ від 1,5.

№ 4. Розв’язати задачі:

1) У 6б класі 35 учнів, в 6а – 80% цієї кількості. Скільки учнів у 6а класі?
2) У школі 425 учнів, 56% із них дівчата. Скільки дівчат у школі?
3) Тіло людини містить 64% води. Скільки кілограмів води у людському тілі, якщо його маса 40 кг?
4) При висушувані яблук, вони втрачають 91% своєї маси. Скільки кілограмів сухих яблук отримують із 160 кг свіжих?
5) Із 750 учнів школи 80% займаються в різних гуртках, із них 5% – у радіо гуртку. Скільки учнів займаються у радіо гуртку?
6) Довжина дистанції триденної велогонки 480 км. У перший день спортсмени проїхали 25% всього шляху, а в другий – 55% дистанції, що залишилося після першого дня. Скільки кілометрів залишається проїхати велосипедистам у третій день?

7) Кров дорослої людини складає приблизно 7,5% його загальної ваги. Скільки крові у людини вагою 72 кг? 100 кг?
8) Товар разом з упаковкою складає 40,8 грн. Вартість упаковки – 2% від вартості товару. Скільки коштує товар без упаковки?
9) При обробці деталі її маса зменшилося з 270 кг до 216 кг. На скільки відсотків зменшилося маса деталі?
10) Ціну на товар знизили з 450 грн. до 369 грн. На скільки відсотків знизили ціну на товар?
11) Маршрут автобуса збільшили на 18%. Яка довжина нового маршруту, якщо довжина попереднього була 20 км?
12) Замість запланованих 128 деталей робітник зробив – 160 деталей. На скільки процентів він перевиконав план?
13) До зниження ціни товар коштував 120 грн. Якою буде ціна після двох знижень, якщо перше було на 10%, а друге – на 5%? На скільки відсотків відбулося зниження початкової ціни загалом?
14) Сторону квадрата збільшили на 20%. На скільки відсотків збільшилась площа квадрата? Периметр квадрата?
15) На змаганнях із легкої атлетики у штовханні ядра брали участь 24 спортсмени, що становить 15% усіх учасників. Скільки спортсменів брали учать у змаганнях?

3.4. Вправи рівня ЗНО

№ 1. Розв'язати задачі. Вказати вірну відповідь.

1) У результаті інфляції у державі N ціни зросли на 300%. Знайдіть, на скільки відсотків потрібно знизити ціни, щоб повернути їх до попереднього рівня.

А	Б	В	Г	Д
на 300%	на 200%	на 100%	на 75%	на 50%

2) Товар подешевшав на 20%. На скільки відсотків більше можна купити товару за ту ж саму суму грошей?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{5}\%$	$\frac{1}{4}\%$	10%	20%	25%

3) Із квадрата утворили новий квадрат, площа якого більша від площі початкового на 44%. На скільки відсотків збільшилась сторона квадрата?

А	Б	В	Г	Д
на 11%	на 12%	на 20%	на 22%	на $\sqrt{44}\%$

4) У класі було 25 учнів, із яких англійську мову вивчало 40%. Після канікул клас поповнило 5 новачків, причому всі вони вивчали англійську мову. Скільки відсотків учнів вивчає англійську мову після приходу новачків?

А	Б	В	Г	Д
40%	45%	50%	55%	60%

5) За кулінарним рецептом маринад має містити 1%-й розчин оцтової кислоти. У домогосподарки є 2 л 3%-го розчину цієї кислоти. Скільки літрів води потрібно долити до цих двох літрів, щоб отримати розчин потрібної концентрації?

А	Б	В	Г	Д
1,5	2	2,5	4	6

6) Ціну товару, який коштував 5 у.о., збільшили на 5%. Якою стала ціна товару?

А	Б	В	Г	Д
5,1 у.о.	5,25 у.о.	5,05 у.о.	5,5 у.о.	10 у.о.

7) Відсотковий вміст олова у припої становить 80%, а свинцю – 20%. Скільки кілограмів свинцю містить припій масою 5 кг?

А	Б	В	Г	Д
1 кг	2 кг	3 кг	4 кг	5 кг

8) Вкладник поклав до банку 1000 грн. під 10% річних. Яку суму грошей він має одержати наприкінці третього року?

А	Б	В	Г	Д
1300 грн.	1310 грн.	1330 грн.	1331 грн.	Інша відповідь

9) Як зміниться площа прямокутника, якщо його довжину зменшити на 5%, а ширину збільшити в 2 рази?

А	Б	В	Г	Д
Зменшиться в 1,5 рази	Збільшиться в 1,5 рази	Зменшиться в 3 рази	Збільшиться в 3 рази	Не зміниться

10) Банк виплачує 15% річних. Яку суму треба покласти до банку, щоб через рік одержати від відсотків 480 грн.?

А	Б	В	Г	Д
12000 грн.	8000 грн.	6000 грн.	4800 грн.	3200 грн.

11) Ціну товару спочатку підвищили на 10%, а потім знизили на 10%. Як змінилась ціна товару?

А	Б	В	Г	Д
Не змінилася	Збільшилася на 5%	Зменшилася на 5%	Збільшилася на 1%	Зменшилася на 1%

№ 2. Розв’язати задачі на відсотки.

1) До супермаркету завезли 1600 кг апельсинів. Протягом першого дня було продано 30% цих апельсинів. Другого дня – 40% від тієї кількості, що залишилась. Третього дня продано 25% кількості апельсинів, що залишилась після двох днів торгівлі. Скільки кілограмів апельсинів залишилось після трьох днів торгівлі?
2) Морська вода вміщує 5% солі за масою. Скільки прісної води треба додати до 30 кг морської води, щоб концентрація солі зменшилась на 3%?
3) Змішали 30%-ний розчин соляної кислоти з 10%-ним її розчином і дістали 300 г. 15%-ного розчину. Скільки грамів 10%-ного розчину було взято?
4) Перше число складає 50% другого. Скільки відсотків від першого числа складає друге?
5) Є злиток міді з оловом загальною масою 12 т, що містить 45% міді. Скільки чистого олова треба додати до цього злитку сплаву, щоб новий сплав, що утворився, містив 40% міді?
6) Як зміниться величина дробу, якщо чисельник збільшити на 200%, а знаменник зменшити на 50%.
7) Ціну товару спочатку знизили на 25%, потім нову ціну знизили ще на 15%, а після перерахунку зробили підвищення на 35%. На скільки відсотків зменшилася початкова ціна товару?
8) Кількість бактерій у колбі збільшується щогодини на 4%. Скільки відсотків бактерій від загальної кількості повинна мати порція, яку взяли із колби через 3 години, щоб у колбі залишилося початкове число бактерій?
9) Ціну товару спочатку знизили на 20%, потім одержану ціну знизили ще на 10%. На скільки відсотків всього знизили ціну товару?
10) Вкладник поклав до банку 1500 грн. на два різні рахунки. По першому з них банк сплачує 7% річних, по другому – 10% річних. Через рік вкладник отримав 120 грн. відсоткових грошей. Скільки гривень він поклав на кожен рахунок?
11) З одного поля зібрали на 40 ц. ячменю з гектару, а з другого – по 35 ц. Усього зібрано 2600 ц. На наступний рік урожайність першого поля збільшилася на 10%, а другого – на 20%, тому всього зібрали на 400 ц ячменю більше. Знайти площу кожного поля.
12) Дехто одержав у банку позику на 10000 гривень. Банк назвав ставку на прибуток 8% при квартальному нарахуванні складних процентів. Через 10 років боржник повинен сплачувати банку борг одноразово. Знайти суму одноразового платежу й обчислити прибуток банку.
13) Яку суму треба інвестувати на умовах 10% річних, щоб одержати капітал у 12000 гривень за три роки?
14) В одному комерційному банку щорічний прибуток обраховують за формулою $A_n = A_0\left(1 - \frac{p}{100}\right)^n$, а в другому - $A_n = A_0^{\frac{p}{100}n}$. В який банк

доцільно вкласти 1000 грн. на десять років, якщо відсоткова ставка в обох банках 20%?

15) За скільки часу початкова сума подвоїться, якщо відсоткова ставка складає 12% при щомісячних складних процентах?

№ 3. Знайти x із пропорції:

1) $1:\frac{\left(68\frac{7}{30}-66\frac{5}{18}\right):6\frac{1}{9}+\left(\frac{7}{40}+\frac{3}{32}\right)\cdot 4.5}{0.04}=x:38\frac{15}{64}$.

2) $\frac{\left(4-3.5\left(2\frac{1}{7}-1\frac{1}{5}\right)\right):0.16}{x}=\frac{3\frac{2}{7}-\frac{3}{14}:\frac{1}{6}}{41\frac{23}{84}-40\frac{49}{60}}$.

3) $\frac{1.2:0,375-0,2}{6\frac{4}{25}:15\frac{2}{5}+0,8}=\frac{0,016:0,12+0,7}{x}$.

4) $\frac{0,125x}{\left(\frac{19}{24}-\frac{21}{40}\right)\cdot 8\frac{7}{16}}=\frac{\left(1\frac{28}{63}-\frac{17}{21}\right)\cdot 0,7}{0.675\cdot 2,4-0,02}$.

5) $\frac{3,(3)-0,08\cdot 8\frac{1}{2}}{17\frac{1}{3}-1\frac{3}{11}\cdot 7,(3)}=\frac{0,25}{0,(27)+3\frac{1}{2}:1,75}$.

6) $\frac{2\frac{5}{7}+0,09\cdot 1\frac{4}{7}}{0,75+0,(22)\cdot 5\frac{5}{8}}=\frac{3\frac{1}{6}-0,25+0,(3)\cdot\frac{1}{4}}{0,7x}$.

7) $\frac{5-0,(12)\cdot\left(0,(9):\frac{4}{23}+\frac{5}{2}\right)}{x}=\frac{2\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\left(0,(36)\cdot\frac{15}{2}-1,75\right)}{1,75+2,2\cdot 0,2(27)}$.

8) $\frac{x}{3\frac{1}{4}-0,25\left(0,2(6)\cdot 22\frac{1}{2}-1\right)}=\frac{2,1(6):\frac{1}{3}+1,5}{2\frac{1}{7}+3\frac{1}{2}:3,0625}$.

Відповіді до завдань § 3

Тренувальні вправи

№ 4.

1) 36; 2) 238; 3) 25,6 кг; 4) 14,4 кг; 5) 30; 6) 96; 7) 5,4; 7,5; 8) 40 грн.; 9) 20%; 10) 18%; 11) 23,6 км; 12) 25%; 13) 14,5%; 14) 44%; 20%; 15) 160.

Вправи рівня ЗНО

№ 1.

1) Г; 2) Д; 3) В; 4) В; 5) Г; 6) Б; 7) А; 8) Г; 9) Д; 10) Д; 11) Д.

№ 2.

1) 504; 2) 45 кг; 3) 225 г; 4) 200%; 5) 1,5 кг; 6) збільшили в 6 разів; 7) на 14%; 8) 11%; 9) 28%; 10) 1-й рахунок – 1000 грн., 2-й рахунок – 500 грн.; 11) 30 га, 40 га; 12) 42000, 32000; 13) 90158 грн.; 14) в перший банк; 15) 9 місяців.

№ 3.

1) 8; 2) 1; 3) 1/3; 4) 5; 5) 1; 6) 2; 7) 3; 8) 4.

§4. Прогресії

4.1. Арифметична прогресія

Означення	
Арифметичною прогресією називається така послідовність чисел, при якій кожен член, починаючи із другого, дорівнює попередньому, доданому до одного й того самого, постійного для цього ряду чисел.	$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots$ $a_2 = a_1 + d,$ $a_3 = a_2 + d,$ … $a_n = a_{n-1} + d,$ $a_{n+1} = a_n + d,$ …
Число, яке потрібно додати до попереднього члена, щоб одержати наступний, називається різницею прогресії.	$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots =$ $= a_n - a_{n-1}$
Якщо різниця прогресії додатне число, то прогресія є зростаючою.	2, 5, 8, 11, … $d = -3 > 0.$
Якщо різниця арифметичної прогресії – від'ємне число, то така прогресія є спадною.	2, -1,-4,-7, … $d = -3 < 0.$
Формули n-го члена прогресії	
За означенням арифметичної прогресії (рекурентна формула)	$a_n = a_{n-1} + d.$
Загальний член арифметичної прогресії a_n дорівнює першому її члену a_1, складеному з добутком різниці прогресії d на число членів $(n-1)$, які передують обумовленому.	$a_n = a_1 + d(n-1).$
Характеристичні властивості членів арифметичної прогресії	
Будь-який член арифметичної прогресії, починаючи з другого, дорівнює середньому арифметичному попереднього і наступного.	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}.$

Кожен середній член арифметичної прогресії дорівнює середньому арифметичному рівновіддалених від нього членів.	$a_n = \dfrac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$ $(r < n)$
У скінченій арифметичній прогресії суми двох членів, рівновіддалених від її кінців, рівні між собою й дорівнюють сумі крайніх членів.	$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \cdots =$ $= a_1 + a_1 + d(n-1).$
Формули суми n перших членів арифметичної прогресії	
Сума n членів арифметичної прогресії дорівнює половині добутку суми крайніх членів на кількість членів.	$S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n.$ $S_n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n.$

4.2. Геометрична прогресія

Означення	
Геометричною прогресією називається така послідовність чисел, при якій кожен член, починаючи із другого, дорівнює попередньому, помноженому на одне й те саме число, постійне для даної послідовності й відмінне від нуля.	$b_1, b_2, b_3, \ldots, b_{n-1}, b_n, b_{n+1}, \ldots$ $b_2 = b_1 \cdot q,$ $b_3 = b_2 \cdot q,$ $\vdots$ $b_n = b_{n-1} \cdot q,$ $\vdots$
Частка від ділення наступного члена на попередній називається знаменником прогресії $q (q \neq 0)$.	$q = \dfrac{b_2}{b_1} = \dfrac{b_3}{b_2} = \ldots = \dfrac{b_n}{b_{n-1}}.$
Формули n-го члена геометричної прогресії	
за означенням прогресії (рекурентна формула)	$b_n = b_{n-1} \cdot q.$
Будь-який член геометричної прогресії b_n, знаменник якої q, визначається так.	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$
Характеристичні властивості членів геометричної прогресії	
Квадрат будь-якого члена геометричної прогресії (починаючи з другого члена) дорівнює добуткові попереднього й наступного членів.	$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}.$
Квадрат кожного середнього члена геометричної прогресії дорівнює добутку рівновіддалених від нього членів.	$b_n^2 = b_{n-k} \cdot b_{n+k}.$ $(k < n)$
У скінченій геометричній прогресії добутки двох членів, рівновіддалених від її кінців, рівні між собою й дорівнюють добутку крайніх членів.	$b_1 \cdot b_n = b_2 \cdot b_{n-1} = \cdots =$ $= b_1 \cdot b_1 \cdot q^{n-1}.$

Формули суми n перших членів геометричної прогресії	
Сума n членів геометричної прогресії обчислюється за формулою.	$S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q-1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$. $(q \neq 1)$
Нескінченно спадна геометричної прогресії	
Нескінчена геометрична прогресія, знаменник якої за модулем менший за одиницю ($|q| < 1$) називається нескінченно спадною геометричною прогресією.	Сума нескінченно спадної геометричної прогресії $S = \frac{b_1}{1-q}$.

4.3. Тренувальні вправи

№ 1. Які з послідовностей є арифметичними, а які геометричними прогресіями?

1) 1, 4, 7, 10, 13, …;
2) 3, 0, -3, -6, -9, …;
3) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$;
4) $1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \dots$;
5) 4, 9, 16, 25, …;
6) 1, 8, 27, 64, …;
7) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \dots$;
8) -2, 2,-2, 2, …;
9) 1, 2, 3, 5, 8, …;
10) 1, 5, 9, 13;
11) 1,4, 9, 16, 25, …;
12) 5, 10, 20, 40, …;
13) 17, 27, 37, …;
14) 8,4, 2, 1, ½, …;
15) 35, 40, 45, 50, …;
16) 50, 40, 30, 20, …;
17) 3, 6, 9, 12, …;
18) 2, 4, 6, 8, …;
19) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4,}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$;
20) 3, 6, 12, 24, ….

№ 2. У кожному рядку таблиці за трьома даними обчислити невідомі значення величин, якщо (a_n) – арифметична прогресія.

	a_1	d	n	a_n	S_n
1)	110	-10	11		
2)	5		26	105	
3)		3	12		210
4)		2	15	-10	
5)	-9	0,5			-75
6)	-28			9	-76
7)	0,2			5,2	137,7
8)			30	15,75	146,25

9)	7	4	13		
10)	2	2	40		
11)	56	-3	11		
12)	2			87	801
13)			7	21	105
14)	1,5			54	999
15)	0,2			5,2	137,7
16)	-28		9		0
17)	0,7		30		108
18)			14	140	1050
19)			10	-37	-55

№ 3. У кожному рядку таблиці за трьома даними обчислити невідомі значення величин, якщо (b_n) – геометрична прогресія.

	b_1	d	n	b_n	S_n
1)	1	3	10		
2)	2		7	1458	
3)		½	8	2	
4)		3		567	847
5)	½			$\frac{1}{128}$	$\frac{127}{128}$
6)	1/3	1/3		$\frac{1}{6561}$	
7)		-3	4		30
8)	5	$-\frac{1}{5}$	6		
9)		2	7	128	
10)	3	2		96	
11)	81		6	$-10\frac{2}{3}$	

№ 4. Знайти суму нескінченно спадної геометричної прогресії:

1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots;$

2) 16,4,1, …;

3) $6\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, \frac{4}{15}, \dots;$

4) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \dots;$

5) $1\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots;$

6) $13\sqrt{2}, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \dots;$

7) $\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}, \dots;$

8) $\sqrt{5}, \sqrt{\frac{1}{5}}, \frac{1}{25}\sqrt{5}, \dots;$

9) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}, 1, \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}, \dots;$

10) $1, x, x^2, \dots;\ |x| < 1.$

№ 5. Розв’язати задачі:

1) Число 99 є членом арифметичної прогресії 3, 5, 7, 9, … Знайти номер цього члену.
2) Перший член геометричної прогресії дорівнює 2, а знаменник прогресії $q = 3$. Знайдіть четвертий член прогресії.
3) Перший член арифметичної прогресії $a_1 = -4$, а різниця прогресії $d = 2$. Знайдіть суму перших семи членів прогресії.
4) Перший член арифметичної прогресії $a_1 = -3, a_2 = 1$. Знайдіть сьомий член прогресії.
5) Знайдіть п’ятий член геометричної прогресії (b_n), якщо $b_1 = \frac{1}{9}, b_2 = -\frac{1}{3}$.
6) Скільки додатних членів має арифметична прогресія 40, 37, 34, …?
7) Знайдіть суму всіх від’ємних членів арифметичної прогресії -6,2; -5,9; -5,6; … .
8) Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії 40; 20; 10; … .
9) Знайдіть дев’ятий член геометричної прогресії, якщо $b_1 = -7, b_2 = 7$.
10) Знайдіть суму шести перших членів геометричної прогресії, якщо $b_4 = 24, q = 2$.
11) В арифметичній прогресії перший член $a_1 = 1$, а різниця $d = 2$. Знайти суму дванадцяти перших членів прогресії.
12) Знайдіть суму додатних членів арифметичної прогресії 4,6; 4,2; 3,8; … .
13) В арифметичній прогресії: $a_1 = -4, d = 9$. Запишіть формулу загального члена прогресії та знайдіть a_9.
14) Перший член арифметичної прогресії дорівнює -5, різниця дорівнює 6. Скільки треба взяти перших членів прогресії, щоб їх сума дорівнювала 1040?
15) Знайдіть п’ятнадцятий член арифметичної прогресії 1,6; 2,2; 2,8, … .
16) Знайдіть суму нескінченої геометричної прогресії 16; 4; 1; … .
17) Знайдіть восьмий член арифметичної прогресії 15; 11; 7; … .
18) Скільки від’ємних членів має арифметична прогресія -28; -25; -22; … .
19) Знайдіть шостий член геометричної прогресії $b^2, 3b^2, 5b^2$.
20) Знайти суму перших шістнадцяти членів арифметичної прогресії $a, 2a, 3a, \ldots$.
21) Знайти номер члена арифметичної прогресії, який дорівнює 46. Якщо $a_1 = 32, d = 0{,}4$.
22) Знайти суму всіх натуральних чисел від 20 до 90 включно.
23) Знайти a_{17} арифметичної прогресії, в якій
    а) $a_1 = 3, d = 5$; б) $a_1 = -11, d = 2$.
24) Знайти номер члена арифметичної прогресії, який дорівнює 23,72 , якщо $a_1 = -2{,}6, d = 0{,}56$.
25) Знайти номер члена арифметичної прогресії, який дорівнює 33,8 , якщо $a_1 = -2{,}6, d = 0{,}56$.
26) Знайти суму членів геометричної прогресії, в якій $b_1 = 1, q = \frac{2}{3}, n = 4$.

27) Визначити перший і останній члени геометричної прогресії, в якій $S_{11} = 2047, q = 2, n = 11$.

4.4. Вправи рівня ЗНО

№ 1. Розв'язати задачі. Вибрати вірну відповідь.

1) Знайти суму 10 членів арифметичної прогресії, якщо її перший член дорівнює 2, а останній 38.

А	Б	В	Г	Д
100	150	200	250	260

2) Три числа x, x^a, x^3 – три члени геометричної прогресії. Знайти a.

А	Б	В	Г	Д
1.5	2	0,5	0,75	1

3) Знайти x, якщо 100, x, та 200 – три послідовні члени арифметичної прогресії.

А	Б	В	Г	Д
30	40	145	150	160

4) Сума третього та дев'ятого членів арифметичної прогресії дорівнює 8. Знайти суму 11 перших членів цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
40	44	48	52	60

5) Визначте суму перших двадцяти членів арифметичної прогресії -8, -4, 0, … .

А	Б	В	Г	Д
640	960	1200	920	600

6) В арифметичній прогресії третій член дорівнює 25, а шостий – 10. Знайдіть різницю прогресії.

А	Б	В	Г	Д
15	5	-5	-15	7,5

7) Знайдіть п'ятий член геометричної прогресії $2, \sqrt{2}, 1, \dots$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2\sqrt{2}}$	$2\sqrt{2}$	2	$\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$	$\frac{1}{2}$

8) Другий член геометричної прогресії із додатнім знаменником дорівнює 3, а восьмий дорівнює $\frac{1}{48}$. Знайдіть п'ятий член прогресії.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$

№ 2. Розв'язати задачу. Відповідь записати десятковим дробом.

1) Перший член геометричної прогресії дорівнює 150, а четвертий – 1,2. Знайти п'ятий член.
2) Три додатні числа утворюють арифметичну прогресію. Третє число більше від першого на 14. Якщо до третього числа додати перше, а інші два залишити без змін, то одержимо геометричну прогресію. Знайти добуток цих чисел. Дати розширену відповідь.
3) Сума трьох чисел, що утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 111. Друге більше ніж перше, в 5 разів. Знайти перше число.
4) Сума чотирьох перших членів арифметичної прогресії дорівнює 56. Сума чотирьох останніх дорівнює 112. Знайти число членів прогресії, якщо перший її член дорівнює 11. Дати розширену відповідь.
5) Знайти найбільше з чотирьох чисел, що утворюють геометричну прогресію, якщо сума першого і третього чисел дорівнює 35, а сума другого та четвертого дорівнює (-70).
6) Знайти третій член нескінченно спадної геометричної прогресії, сума якої дорівнює 1,6, а другий член (-0,5). Дати розширену відповідь.
7) Обчислити суму нескінченної геометричної прогресії: $1+\frac{a}{3}+\frac{a^2}{3^2}+\ldots$ за найбільш можливого цілого a.
8) Сума першого й останнього членів зростаючої геометричної прогресії дорівнює 66, а добуток другого і передостаннього членів – 128. Сума всіх членів дорівнює 126. Скільки членів має прогресія? Дати розширену відповідь.
9) Обчислити суму перших 20 членів арифметичної прогресії, якщо її перший член дорівнює 2 а сьомий – 20.
10) Знайдіть знаменник нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо кожний її член учетверо більший за суму всіх наступних членів.
11) Знайти знаменник геометричної прогресії (b_n), якщо $b_1 - b_4 = 9$, $b_2 + b_3 + b_4 = -6$.
12) Обчислити суму перших 23 членів арифметичної прогресії, якщо її дванадцятий член дорівнює 2.
13) Знайти різницю арифметичної прогресії, якщо сума перших трьох її членів із непарними номерами дорівнює 17, а сума перших трьох членів із парними номерами дорівнює 26.

Відповіді до завдань § 4

Тренувальні вправи

№ 2.

	a_1	d	n	a_n	S_n
1)				10	660
2)		4			220
3)	1			34	
4)	-38				-360
5)		25 12		3 -3,5	
6)		$-\frac{37}{7}$	8		
7)		$\frac{1}{10}$	51		
8)	-6	0,75			
9)				55	403
10)				80	1640
11)				26	451
12)		5	18		
13)	9	2			
14)		1,5	36		
15)		$\frac{1}{10}$	51		
16)		7		28	
17)		$\frac{1}{5}$		6,5	
18)	160	$-\frac{20}{13}$			
19)	26	-7			

№ 3.

	b_1	d	n	b_n	S_n
1)				19683	29524
2)		3 -3			2186 1094
3)	256				510
4)	7		5		
5)		0,5	7		
6)			8		$\frac{3280}{6561}$
7)	-1,5			40,5	

8)				$-\frac{1}{625}$	$4\frac{104}{625}$
9)	2				254
10)			6		189
11)		$-\frac{2}{3}$			$\frac{133}{3}$

№ 4.

1) 2; 2) $21\frac{1}{3}$; 3) $8\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{2}{3}$; 5) 3; 6) $4{,}5\sqrt{2}$; 7) $3\sqrt{\frac{3}{2}}$; 8) $\frac{5\sqrt{5}}{4}$; 9) $\frac{4+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2}$; 10) $\frac{1}{1-x}$.

№ 5.

1) $n = 96$; 2) $b_4 = 54$; 3) $S_7 = 14$; 4) $a_7 = 21$; 5) $b_5 = 9$; 6) $n = 14$; 7) $n = 21$; 8) $S = 80$; 9) $b_9 = -7$; 10) $S_6 = 189$; 11) $S_{12} = 144$; 12) $n = 12$; 13) $a_9 = 68$; 14) $n = 20$; 15) $a_{15} = 10$; 16) $S = 21\frac{1}{3}$; 17) $a_8 = -13$ 18) $n = 10$; 19) $b_6 = 243b^2$; 20) $S_{16} = 127\frac{1}{2}a$; 21) $n = 38$; 22) 3905; 23) а) -83, б) -21; 24) $n = 48$; 25) $n = 66$; 26) $S = 2\frac{11}{27}$; 27) $b_1 = 1, b_{11} = 1024$.

Вправи рівня ЗНО

№ 1.

1) В; 2) Б; 3) Г; 4) Б; 5) Д; 6) В; 7) Д; 8) Д.

№ 2.

1) 0,24; 2) 2058; 3) 7,4; 4) 11; 5) 28; 6) 11; 7) 3; 8) 6; 9) 610; 10) 0,2; 11) -2; 12) 46; 13) 3.

§5. Елементи комбінаторики. Біном Ньютона

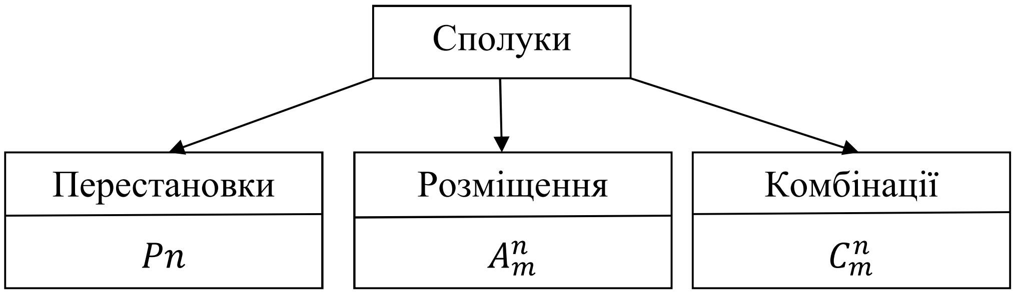
5.1. Сполучники

Множина	
Первісне, не означуване поняття математики	
Приклади множин	
множина натуральних чисел, $\mathbb{N}$,	1,2, 3, ….
множина дійсних чисел, $\mathbb{R}$,	-7; 3; …; -1; 0,5;…
множина розв'язків нерівності $\lvert x \rvert < 2$	(-2;2)
множина розв'язків рівняння $x^2 + 5x + 6 = 0$	$M = \{-2; -3\}$
множина всіх натуральних парних чисел	2, 4, 6, 8, …
множина всіх натуральних чисел кратних 4	4, 8, 12, 16, …

Скінченні множини, для яких установлено порядок елементів називають упорядкованими.

Указати порядок розташування елементів у скінченній множині з n елементів означає поставити у відповідність кожному елементу множини певне натуральне число від 1 до n. A_m^n

Вибрані групи елементів упорядкованих множин називають сполуками.

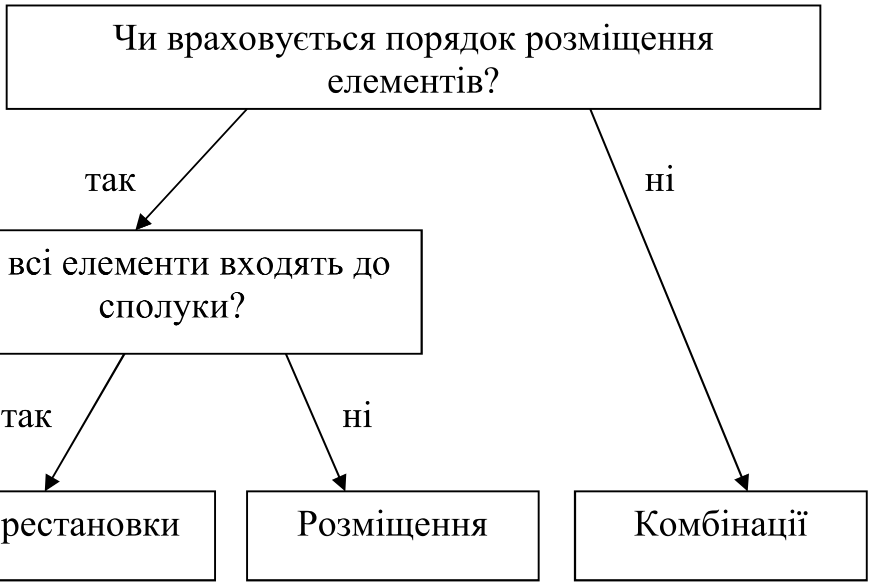


Означення	**Формула**
Перестановкою з n елементів називається будь-яка впорядкована множина, яка складається з n елементів.	$Dn = n!$ $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$
Розміщенням з m елементів по n називається будь-яка впорядкована підмножина з n елементів даної множини M, яка містить m елементів, де $n \leq m$.	$A_m^n = m(m-1) \cdot \ldots \cdot (m-n+1)$ $A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$
Комбінацією з m елементів по n називається будь-яка підмножина з n елементів даної множини M, яка містить m елементів, де $n \leq m$.	$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n}$ $C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!\,n!}$

Приклади

1) Кількість різних тризначних чисел, які можна скласти з цифр 3; 5; 9, не повторюючи цифри, обчислюється за формулою $P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.
2) Кількість різних двозначних чисел, які можна скласти з цифр 1; 3, 4; 5; 9, якщо цифри не можуть повторюватися, обчислюється за формулою $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3!} = 20$.
3) Із групи учнів, що складається з 5 чоловік, треба вибрати пари чергових. Кількість способів утворення груп чергових обчислюється за формулою $C_5^2 = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3! \cdot 1 \cdot 2}$=10.

Схема розв'язування комбінаторних задач
Вибір формули



Властивості числа комбінацій
$C_m^n = C_m^{m-n}$
$C_m^{n+1} = \frac{m-n}{n+1} C_m^n$
$C_m^n + C_m^{n+1} = C_{m+1}^{n+1}$
$C_m^0 + C_m^1 + \ldots + C_m^n = 2^m$

5.2. Біном Ньютона. Трикутник Паскаля

Біном (двочлен) – вираз вигляду $x + a$.

Формула бінома Ньютона
$(x+a)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 a x^{n-1} + \ldots + C_n^{n-1} a^{n-1} x + C_n^n a^n$

Розклад бінома – права частина формули бінома Ньютона.

$C_n^0, C_n^1, \ldots, C_n^n$ – біноміальні коефіцієнти.

$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} x^k$ – загальний член розкладу бінома, де $k = 0, 1, 2, \ldots, n$.

Властивості біноміальних коефіцієнтів
1. Кількість членів розкладу бінома на одиницю більша, ніж показник степеня бінома. 2. Усі члени розкладу мають один і той самий степінь n як суму показників степенів x і a. 3. Коефіцієнти членів, рівновіддалених від початку і кінця розкладу, рівні між собою, тобто $C_n^k = C_n^{n-k}$, причому $C_n^n = C_n^0 = 1$. 4. Сума всіх біноміальних коефіцієнтів дорівнює 2^m. 5. Сума біноміальних коефіцієнтів, які стоять на парних місцях, дорівнює сумі біноміальних коефіцієнтів, які стоять на непарних місцях, і дорівнює 2^{n-1}. 6. Для обчислення біноміальних коефіцієнтів можна скористатися трикутником Паскаля.

Трикутник Паскаля

C_0^0	$(x+a)^0$	1
$C_1^0 \quad C_1^1$	$(x+a)^1$	1 1
$C_2^0 \quad C_2^1 \quad C_2^2$	$(x+a)^2$	1 2 1
$C_3^0 \quad C_3^1 \quad C_3^2 \quad C_3^3$	$(x+a)^3$	1 3 3 1
$C_4^0 \quad C_4^1 \quad C_4^2 \quad C_4^3 \quad C_4^4$	$(x+a)^4$	1 4 6 4 1
і т.п.		і т.п.

5.3. Тренувальні вправи

№ 1. Обчисліть:

1) $6!$;

2) $\frac{10!}{7!}$;

3) C_7^5;

4) $C_{10}^8 : C_8^6$;

5) $C_4^1 + C_4^1 + C_4^3 + 2$;

6) A_5^2;

7) A_7^3;

8) $A_8^4 - A_8^3$;

9) $\frac{A_6^5 - A_6^4}{A_5^4 - A_5^3}$;

10) $0{,}2 \cdot \frac{A_5^4 + A_5^3 + A_5^2}{A_4^3 + A_4^2 + A_4^1}$;

11) $\frac{5! + 4!}{6!}$;

12) $\frac{7! - 5!}{4!41}$;

13) $\frac{n!}{(n+1)!}$;

14) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$;

15) $\frac{(n+2)!}{(n-2)!}$;

16) $\frac{(2n)!}{n!}$;

17) $\frac{(3n-1)!}{(2n+1)!}$;

18) $\frac{(n+k)!}{(n+k-2)!}$;

19) P_5;

20) $P_6 - P_4$;

21) $\frac{P_6 + P_4}{P_5}$;

22) $\frac{P_7 - P_5}{P_6}$;

23) $\frac{P_5 + P_6}{P_7}$;

24) $\frac{A_7^3 + P_4}{6!}$;

25) $\frac{P_8 + A_7^6}{P_7}$;

26) $\frac{7! A_{12}^5}{P_{13}}$;

27) C_7^3;

28) C_4^3;

29) C_8^6;

30) C_{10}^7;

31) $\frac{C_6^3 P_3}{A_6^3}$;

32) $C_8^3 + \frac{A_9^4}{P_4}$;

33) $\frac{A_{10}^6 + P_{10}}{C_9^6 7!}$;

34) $\frac{A_n^3 + A_n^5}{A_n^4}$;

35) $\frac{A_n^{n-1} - P_n}{C_m^{m-2}}$;

36) $\frac{A_{n-1}^{k-1} \cdot P_{n-k}}{P_{n-1}}$;

37) $C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8$.

№ 2. Розв’яжіть рівняння:

1) $\frac{(n+2)!}{n!} = 72$;

2) $\frac{(2n)!}{(2n-3)!} = \frac{20n!}{(n-2)!}$;

3) $C_n^7 = C_n^5$;

4) $C_{n+1}^{n-1} = 36$;

5) $7 \cdot C_{2n+1}^{n-1} = 13 \cdot C_{2n}^{n+1}$;

6) $C_{x+2}^4 = x^2 - 1$;

7) $30P_x = P_{x+2}$;

8) $12C_x^1 + C_{x+4}^2 = 162,\ x \in N$;

9) $3C_{x+1}^2 - 2A_x^2 = x,\ x \in N$;

10) $C_x^3 = 2C_x^4,\ x \in N$;

11) $A_x^2 = 12$;

12) $P_x = 24$;

13) a) $A_{x+2}^3 = 42x$; $b)$ $C_x^3 = 2x$;

14) $5C_{x+1}^2 = 4C_x^3,\ x \epsilon N$;

15) $A_{x+1}^3 + C_{x+1}^{x-1} = 14(x+1), x \epsilon N$;

16) $A_x^3 + 2C_x^{x-2} = 25x, x \epsilon N$.

№ 3. Розв'язати задачі:

1) Скільки прямих можна провести через 6 точок, із яких жодні три не лежать на одній прямій?
2) Визначити найбільшу можливу кількість точок перетину п'яти прямих.
3) Скільки трикутників можна побудувати, з'єднуючи по три вершини восьмикутника?
4) Визначити кількість всіх діагоналей правильного
   а) п'ятикутника;
   б) восьмикутника;
   в) дванадцятикутника.
5) Скільки чисел а) тризначних, б) чотиризначних можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5?
6) Скільки п'ятизначних чисел можна скласти з цифр 2, 3, 4, 5, 6 і чому дорівнює сума всіх цифр в усіх цих числах?
7) Скільки чисел а) п'ятизначних, б) шестизначних можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5?
8) Скільки п'ятизначних парних чисел можна скласти з цифр 2, 3, 4, 5 і 9?
9) Скільки п'ятизначних чисел, кратних п'яти, можна зобразити цифрами 0, 1, 2, 3 і 5?

№ 4. Розкладіть за формулою бінома Ньютона:

1) $(a+b)^7$;

2) $(x-y)^6$;

3) $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^4$;

4) $(2a-3b)^5$;

5) $\left(\frac{x}{y}+\frac{z}{2}\right)^4$;

6) $(x^2+x^{-2})^6$;

7) $(x+m)^5$;

8) $(x+1)^6$;

9) $(x-2)^8$;

10) $(2a+3b)^5$;

11) $(1-3x)^6$;

12) $\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}\right)^4$;

13) $\left(\sqrt[3]{m}-\sqrt[3]{n}\right)^7$;

14) $\left(\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}\right)^6$;

15) $(2m-3n)^6$;

16) $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a}}-\frac{1}{\sqrt[3]{b}}\right)^5$;

17) $\left(\frac{m}{\sqrt{n}}+\frac{n}{\sqrt{m}}\right)^6$;

18)) $\left(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}\right)^4$;

19) $(1+i)^6$;

20) $(1-i)^6$;

21) $\left(\sqrt{3}-3i\right)^4$;

22) $(x+iy)^4+(x-iy)^4$; 23) $\left(2-\sqrt{2i}\right)^6+\left(2+\sqrt{2i}\right)$.

№ 5. Розв'язати задачі:

1) Знайдіть п'ятий член розкладу бінома $\left(2x\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}\right)^8$.
2) Знайдіть член розкладу бінома $\left(\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}\right)^9$, який містить x^4.
3) Знайдіть член розкладу бінома $\left(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[5]{x^8}\right)^{12}$, який містить $\sqrt[3]{x^{38}}$.
4) У розкладі бінома $(x^5+x^{-20})^{1000}$ знайдіть член, який не залежить від x.
5) Знайдіть восьмий член розкладу бінома $(x+2)^{12}$.
6) Знайдіть четвертий член розкладу бінома $\left(x+\sqrt{2}\right)^9$.
7) Знайдіть середній член розкладу бінома $\left(\frac{1}{x}-\sqrt{x}\right)^{16}$.
8) Два середніх члена в розкладу бінома

   а) $\left(\sqrt{x}-\sqrt[4]{y}\right)^{15}$; б) $\left(m^{\frac{1}{3}}-2n^{\frac{3}{2}}\right)^{17}$.
9) Знайти член розкладу бінома, який не містить a:

   а) $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}+\sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$; б) $\left(\sqrt[3]{a}-\frac{1}{\sqrt[3]{a^4}}\right)^{15}$.

№ 6. Доведіть тотожність:

1) $C_n^{k-1}+C_n^{k+1}-2C_n^k=C_{n+2}^{k+1}$;

2) $1+C_n^2+C_n^4+\ldots+C_n^n$, якщо n – парне;

3) $C_n^k\cdot C_{n-k}^{m-k}=C_m^k\cdot C_n^m$;

4) $1+C_n^2+C_n^4+\ldots+C_n^{n-1}=2^{n-1}$, якщо n – непарне;

5) $C_9^9+C_{10}^9+\ldots+C_{20}^9=C_{21}^{10}$;

6) $\frac{A_n^6+A_2^5}{4}=(n-4)^2$;

7) $\frac{A_{n+k}^{n+2}+A_{n+k}^{n+1}}{A_{n+k}^n}=k^2$;

8) $A_n^k=\frac{P_n}{P_{n-k}}$;

9) $A_n^{n-1}=P_n$;

10 $A_n^k\cdot P_{n-k}=n!$;

11) $\frac{\mathrm{A}_{\mathrm{n-1}}^{\mathrm{k-1}}\cdot \mathrm{P}_{\mathrm{n-k}}}{\mathrm{P}_{\mathrm{n-1}}}=n$;

12) $A_{10}^n\cdot P_{10-n}=10\cdot P_9$;

13) $\frac{P_{2x+1}}{A_{2x-1}^{n-1}\cdot P_{2x-n}}=2x(2x+1)$;

5.4. Вправи рівня ЗНО

№ 1. Розв'язати задачі. Вибрати вірну відповідь.

1) Скількома способами можна розподілити шість різних предметів між трьома особами так, щоб кожна з них одержала два предмета?

А	Б	В	Г	Д
24	90	72	120	240

2) Скільки всього різних двоцифрових чисел можна утворити з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

А	Б	В	Г	Д
17	18	36	72	81

3) Із цифр 1, 3, 5, 7, 9 складено всі можливі п'ятицифрові числа без повторення цифр. Скільки всього серед них чисел, що діляться на 5?

А	Б	В	Г	Д
6	24	96	118	625

4) На сторінці альбому 6 вільних місць для фотографій. Скількома способами можна вкласти у вільні місця 4 фотографії?

А	Б	В	Г	Д
24	48	180	360	720

5) У правління акціонерного товариства входить сім чоловік. Для участі в конференції потрібно обрати делегацію х трьох осіб. Скількома способами це можна зробити?

А	Б	В	Г	Д
20	21	28	30	35

6) Скільки непарних чотирицифрових чисел можна скласти з цифр 4, 5, 6, 7, використовуючи кожну з них один раз?

А	Б	В	Г	Д
24	12	20	22	18

7) Знайдіть третій член розкладу бінома $(x-2)^5$.

А	Б	В	Г	Д
$80x^3$	$-80x^3$	$40x^3$	$-40x^3$	Інша відповідь

8) Після вступної кампанії п'ятеро щасливих студентів здійснили подорож до чорного моря, замовивши для цього автомобіль із водієм на п'ять пасажирських місць. Директор фірми, до якої звернулись друзі, запропонував їм такий відпочинок щороку і кожного разу сідати у той самий автомобіль іншим способом. Після того як усі способи будуть вичерпані, їх возитимуть до казкового куточка кримської природи безкоштовно. Коли настане цей день?

А	Б	В	Г	Д
через 120 років	через 100 років	через 75 років	через 50 років	через 24 роки

9) Задано цифри 0,1, 2, 3, 4. Знайдіть кількість п'ятицифрових чисел, кратних 10, які можна утворити з цих цифр, використовуючи кожну лише один раз.

А	Б	В	Г	Д
256	24	40	64	120

10) В абітурієнта є чотири різних підручника з математики і три різних підручника з хімії. Скількома способами їх можна розставити на полиці так, щоб усі підручники з математики й усі підручники з хімії стояли поруч (тобто жоден підручник із математики не може стояти між двома підручниками з хімії і жоден підручник із хімії не може стояти між двома підручниками з математики)?

А	Б	В	Г	Д
12	64	81	144	12!

11) У студентському буфеті продають чотири види соків та п'ять видів пиріжків. Першокурсник Василь на сніданок завжди купує склянку соку і два пиріжка різних видів. Скільки існує різних варіантів сніданку Василя?

А	Б	В	Г	Д
9	10	20	40	50

№ 2. Розв'яжіть задачі.

1) Знайдіть коефіцієнт члена розкладу $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$, що містить x, якщо коефіцієнт п'ятого члена розкладу відноситься до коефіцієнта третього як 7:2.
2) Сім книжок різних авторів і трьохтомник одного автора розташовані на одній полиці. Скількома способами можна розставити ці 10 книжок так,щоб книжки автора трьохтомника стояли поруч?
3) Скільки існує відрізків, кінцями яких є десять даних точок?
4) Скільки різних площин можна провести через десять точок простору, із яких жодні чотири не лежать в одній площині, якщо кожна площина проходить через три з даних точок?

Відповіді до завдань § 5

Тренувальні вправи

№ 1.

1) 720; 2) 720; 3) 21; 4) 45/28; 5) 16; 6) 20; 7) 210; 8) 1344; 9) 6; 10) 1; 11) 1/5; 12) 2; 13) $\frac{1}{n+1}$; 14) $n(n+1)$; 15) $(n-1)n\cdot(n+1)(n+2)$; 16) …; 17) $(2n+2)(2n+3)\ldots(3n-1)$; 18) $(n+k-1)(n+k)$; 19) 120; 20) 696; 21) 6,2; 22) $6\frac{5}{6}$; 23) $\frac{1}{6}$; 24) 7; 25) 9; 26) $\frac{1}{13}$; 27) 35; 28) 4; 29) 28; 30) 120; 31) 4; 32) 182; 33) $8\frac{13}{14}$; 34) $\frac{n^2-7n+13}{n-3}$; 35) 0; 36) 1; 37) 220.

№ 2.

1) 7; 2) 3; 3) 12; 4) 8; 5) 19; 6) 4; 7) 4; 8) $a)-5, b)-5$; 9) 4; 10) 4; 11) $x=8$; 12) $x=5$; 13) $x=5$; 14) $x=7$; 15) $x=4$; 16) $x=6$.

№ 3.

1) 15; 2) 24; 3) 56; 4) а) 5, б) 120, в) 54; 5) а) 60, б) 120; 6) 120, 2400; 7) а) 600, б) 600; 8) 48; 9) 42.

№ 4.

1) $a^7+7a^6b+21a^5b^2+35a^4b^3+35a^3b^4+21a^2b^5+7ab^6+b^7$;

2) $x^6-6x^5y+15x^4y^2-20x^3y^3+15x^2y^4-6xy^5+y^6$;

3) $x^2+4x\sqrt{xy}+6xy+4y\sqrt{yx}+y^2$;

4) $32a^5-240a^4b+720a^3b^2-1080a^2b^3+810ab^4-243b^5$;

5) $\frac{x^4}{y^4}+2\cdot\frac{x^3z}{y^3}+\frac{3}{2}\cdot\frac{x^2z^2}{y^2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{x\cdot z^3}{y}+\frac{z^4}{16}$;

6) $x^{12}+6x^8+15x^4+20+15x^{-4}+6x^{-4}+6x^{-8}+x^{-12}$;

7) $x^5+5x^4m+10x^3m^2+10x^2m^3+5xm^4+m^5$;

8) $x^6+6x^5+15x^4+20x^3+15x^2+6x+1$;

9) $x^8-16x^7+112x^6-448x^5+1120x^4-1792x^3-1792x^2-1024x+256$;

10) $32a^5+240a^4b+720a^3b^3+1080a^2b^3+810ab^4+243b^5$;

11) $1 - 18x + 135x^2 - 540x^3 + 1215x^4 - 1458x^5 + 729x^6$;

12) $x\sqrt[3]{3} - 4x\sqrt{x} + 6x\sqrt[3]{x^2} - 4x\sqrt[6]{x^5} + x^2$;

13) $m^2 \cdot \sqrt[3]{m} - 7m^2 \cdot \sqrt[3]{n} + 21m\sqrt[3]{m^2n^2} - 35mn\sqrt[3]{m} + 35mn\sqrt[3]{n} -$

$21n\sqrt[3]{m^2n^2} + +7n^2\sqrt[3]{m} - n^2\sqrt[3]{m}$;

14) $x^3 - 6x^2 \cdot \sqrt[4]{x^3} + 15x^2\sqrt{x} - 20x \cdot \sqrt[4]{x^5} + 15x^2 - 6x \cdot \sqrt[4]{x^3} + x\sqrt{x}$;

15) $64m^6 - 576m^5n + 2160m^4n^2 - 4320m^3n^3 + 4860m^2n^4 - 2916mn^5 +$

$+729n^6$;

16) $\frac{b\sqrt[3]{b^2} - 5b\sqrt[3]{ab} + 10b\sqrt[3]{a^2} - 10a\sqrt[3]{b^2} + 5a^3\sqrt{ab} - a\sqrt[3]{a^2}}{ab\sqrt[3]{a^2b^2}}$;

17) $\frac{m^9 + 6m^7n\sqrt{mn} + 15m^6n^3 + 20m^4n\sqrt[4]{mn} + 15m^3n^6 + 6mn\sqrt[7]{mn} + n^9}{m^3n^3}$;

18) $8a^2 - 4b^2 - 8a\sqrt{a^2 - b^2}$;

19) $-8i$; 20) $8i$; 21) $-72 + 72i\sqrt{3}$; 22) $2x^4 - 12x^2y^2 + 2y^4$; 23) $-352 + 944i$.

№ 5.

1) $T_5 = -448x^6\sqrt[6]{x}$; 2) $T_3 = 84x^4$; 3) $T_5 = 792\sqrt[3]{x^{38}}$; 4) $T_{200} = C_{1000}^{200}$; 5) $101376x^7$; 6) $168\sqrt{2}x^6$; 7) $\frac{C_{16}^{8}}{x^4}$; 8) а) $-6435x^4y\sqrt[4]{y^3}$; $6435x^3y^2\sqrt{x}$; б) $256C_{17}^{8}m^3n^2$; $-512C_{17}^{8}m^{\frac{8}{3}}n^{\frac{27}{2}}$; 9) а) $T_9 = 1430$; б) $T_4 = 455$.

Вправи рівня ЗНО

№ 1.

1) Б; 2) Д; 3) Б; 4) Г; 5) Д; 6) Б; 7) В; 8) А; 9) Б; 10) Г; 11) Г.

№ 2.

1) 84; 2) 241920; 3) 45; 4) 120.

РОЗДІЛ 2
ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ

§6. Раціональні вирази

6.1. Степінь з натуральним показником

Степенем числа aз натуральним показником $n(n > 1)$називається добуток n множників, кожен з яких дорівнює a, тобто $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n}$.

Властивості степеня з натуральним показником		
$a^m \cdot a^n = a^{n+m}$	При множені степенів з однаковими основами показники додаються, а основа залишається тою самою	а) $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$; б) $(-5)^2 \cdot (-5)^3 = (-5)^5$; в) $a^3 \cdot a = a^4$.
$a^m : a^n = a^{m-n}$	При ділені степенів з однаковими основами показники степенів віднімаються, а основа залишається тою самою	а) $3^5 : 3^4 = 3$; б) $(-5)^6 : (-5)^3 = (-5)^3$; в) $a^7 : a^5 = a^2$.
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	При піднесені степеня до степеня показники степенів перемножуються, а основа залишається тою самою	а)$(3^2)^3 = 3^6$; б) $((-5)^3)^4 = (-5)^{12}$; в) $(a^5)^2 = a^{10}$.
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	Степінь добутку дорівнює добутку степенів множників	а) $(5 \cdot 4)^3 = 5^3 \cdot 4^3$; б) $(a \cdot b)^5 = a^5 \cdot b^5$.
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	Степінь частки дорівнює частці степенів діленого й	а) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$;

	дільника	б) $\left(\frac{a}{b}\right)^7 = \frac{a^7}{b^7}$.

6.2. Дії з одночленами і многочленами

Одночлени	
Одночленом називається добуток чисел, змінних та їх натуральних степенів. Самі числа, змінні та натуральні степені змінних також називаються одночленами	$4x^2b^3$; $-\frac{1}{2}axa$; $0{,}3x^2(-2)y^4$.
Одночлен стандартного вигляду – одночлен, який містить тільки один числовий множник (коефіцієнт), що стоїть на першому місці, і степені різних змінних	$3a^2x^2$; $\frac{2}{3}x^2y^4$; $-0{,}5y^3$.
Степенем одночлена стандартного вигляду називається сума показників степенів змінних	$5x^2yx^4$ – одночлен сьомого степеня: $2+1+4=7$.
Подібними називаються одночлени, що відрізняються тільки коефіцієнтами або рівні між собою	$4x^2a$; $-\frac{1}{3}x^2a$; $0{,}34x^2a$.
Зведення одночлена до стандартного вигляду	
1) перемножити всі числові множники й одержане число поставити на перше місце; 2) добутки однакових змінних записати у вигляді степенів	$-2xy^2 \cdot \frac{1}{3}x \cdot x^2y = \left(-2 \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot x^4y^3 = -\frac{2}{3}x^4y^4$.
Дії над одночленами	
Множення одночлена на одночлен	
Щоб помножити одночлен а одночлен, треба перемножити коефіцієнти й перемножити степені з однаковими основами	$-5{,}3xay^2x \cdot 2x^2y = -10{,}6x^3ay^3$.
Піднесення одночлена до степеня	
Щоб піднести одночлен до степеня, треба піднести його коефіцієнт до даного степеня й помножити показник степеня кожної змінної на показник степеня, до якого підносять одночлен	$(-3a^2bc^3)^4 = 81a^8b^4c^{12}$.
Многочлени	
Многочленом називається алгебраїчна сума одночленів	$5x^2y - 0{,}3xa + \frac{2}{3}ya^2$.

Многочленом стандартного вигляду називається многочлен, всі одночлени якого записані в стандартному вигляді та зведені подібні члени	$5a - 4b + \frac{1}{2}c$; $-0{,}3x^2 + x - 1$; $\frac{3}{4}a^2x + x^2 + \frac{1}{3}a^2$.
Степенем многочлена стандартного вигляду називається найбільший степінь одно члена, що входить у цей многочлен	$8x^4 - 2x^2 + x + 3$степінь 4. $4x^3a^2 - 3x^3 + a^4$степінь 5.
Щоб звести подібні члени, треба додати їх коефіцієнти і залишити ту саму буквену частину	$3xy - \frac{1}{2}xy + 4xy = \left(3 - \frac{1}{2} + 4\right)xy = 6\frac{1}{2}xy$.

Сума і різниця многочленів	
Для того, щоб перетворити суму або різницю многочленів у многочлен стандартного вигляду, треба: 1) розкрити дужки; звести подібні члени (доданки).	
Правило розкриття дужок	
Якщо перед дужками стоїть знак «+» (плюс), то, розкриваючи дужки, потрібно зберегти знак кожного доданка суми, взятої в дужки	$(a^2+ab)+(b^2+ac)$ $=a^2+ab$ $+b^2+ac.$
Якщо перед дужками стоїть знак «–» (мінус), то, розкриваючи дужки, треба знаки доданків поміняти на протилежні	$(a^2+ab)-(b^2+ac)$ $=a^2+ab$ $-b^2-ac.$
Правило заключення в дужки	
Щоб заключити многочлен в дужки зі знаком «+» (плюс)перед ними, треба записати в дужках усі його члени	a^2+ab-b^2+ac $=(a^2+ab)$ $+(-b^2+ac).$
Щоб заключити многочлен в дужки зі знаком «–» (мінус)перед ними, треба записати в дужках усі його члени з протилежними знаками	a^2+ab-b^2+ac $=(a^2+ab)$ $-(b^2-ac).$
Множення многочлена на одночлен	
Щоб помножити многочлен на одночлен, достатньо кожен член многочлена помножити на одночлен і отримані добутки додати	$3x(x-y)=3x^2-3xy.$
Винесення за дужки спільного множника многочлена	
Перетворення многочлена в добуток одночлена на многочлен називається винесенням за дужки спільного множника многочлена	$a^4b-a^2b^3=a^2b(a^2$ $-b^2).$
Ділення многочлена на одночлен	
Щоб поділити многочлен на одночлен, достатньо кожний член многочлена поділити на одночлен і отримані частки додати	$(a^4b-a^2b^3):ab$ $=\frac{a^4b}{ab}-\frac{a^2b^3}{ab}$ $=a^3-ab^2.$
Множення многочленів	
Щоб помножити многочлен на многочлен, треба кожен член першого многочлена помножити на кожен член другого й отримані добутки додати	$(a-b)(2a+b)$ $=a\cdot 2a-b$ $\cdot 2a+a\cdot b$ $-b\cdot b$ $=2a^2-2ab$ $+ab-b^2$ $=2a^2-ab$ $-b^2.$

6.3. Формули скороченого множення

Запис, назва формули	Читання формули
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ квадрат суми двох чисел	Квадрат суми двох чисел дорівнює квадрату першого числа плюс подвоєний добуток першого числа на друге й плюс квадрат другого числа
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ квадрат різниці двох чисел	Квадрат різниці двох чисел дорівнює квадрату першого числа мінус подвоєний добуток першого числа на друге й плюс квадрат другого числа
$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ добуток різниці двох виразів та їхньої суми	Добуток різниці двох виразів та їхньої суми дорівнює різниці квадратів цих виразів
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ різниця квадратів двох чисел	Різниця квадратів двох чисел дорівнює добутку суми цих чисел на їх різницю
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ куб суми двох чисел	Куб суми двох чисел дорівнює кубові першого числа плюс потроєний добуток квадрата першого числа на друге, плюс потроєний добуток першого числа на квадрат другого, плюс куб другого числа
$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ куб різниці двох чисел	Куб різниці двох чисел дорівнює кубові першого числа мінус потроєний добуток квадрата першого числа на друге, плюс потроєний добуток першого числа на квадрат другого і мінус куб другого числа
$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ добуток суми двох виразів та неповного квадрата різниці	Добуток суми двох виразів та неповного квадрата різниці дорівнює сумі кубів цих виразів
$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ сума кубів двох чисел	Сума кубів двох чисел дорівнює добуткові суми цих чисел на неповний квадрат різниці цих чисел
$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ добуток різниці двох виразів та неповного квадрата їхньої суми	Добуток різниці двох виразів та неповного квадрата їхньої суми дорівнює різниці кубів цих виразів
$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ різниця кубів двох чисел	Різниця кубів двох чисел дорівнює добуткові різниці цих чисел на неповний квадрат суми цих чисел

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab + 2ac + 2bc$ квадрат суми кількох чисел	Квадрат суми кількох чисел дорівнює сумі квадратів усіх доданків плюс усі подвоєні добутки кожного виразу на кожний наступний

Приклади

Квадрат суми двох чисел $$115^2 = (100+15)^2 = 100^2 + 2\cdot 100\cdot 15 + 15^2 = 10000 + 3000 + 225 = 13225.$$ $$(8x+3)^2 = (8x)^2 + 2\cdot 8x\cdot 3 + 3^2 = 64x^2 + 48x + 9.$$ $$(x^2+y)^2 = (x^2)^2 + 2x^2y + y^2 = x^4 + 2x^2y + y^2.$$
Квадрат різниці двох чисел $$195^2 = (200-5)^2 = 200^2 - 2\cdot 200\cdot 5 + 5^2 = 40000 - 2000 + 25 = 38025.$$ $$(10x-7y)^2 = (10x)^2 - 2\cdot 10x\cdot 7y + (7y)^2 = 100x^2 - 140xy + 49y^2.$$ $$(x^2-y)^2 = (x^2)^2 - 2x^2y + y^2 = x^4 - 2x^2y + y^2.$$
Добуток різниці двох виразів та їхньої суми $$(x-3)(x+3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9.$$ $$115\cdot 85 = (100+15)(100-15) = 100^2 - 15^2 = 10000 - 225 = 9775.$$
Різниця квадратів двох чисел $$49x^2 - 16y^6 = (7x)^2 - (4y^3)^2 = (7x-4y^3)(7x+4y^3).$$
Куб суми двох чисел $$93^3 = (90+3)^3 = 90^3 + 3\cdot 90^2\cdot 3 + 3\cdot 90\cdot 3^2 + 3^3 = 729000 + 72900 + 2430 + 97 = 804357.$$ $$(x^2+y)^3 = (x^2)^3 + 3(x^2)^2y + 3x^2y^2 + y^3 = x^6 + 3x^4y + 3x^2y^2 + y^3.$$
Куб різниці двох чисел $$93^3 = (100-7)^3 = 100^3 - 3\cdot 100^2\cdot 7 + 3\cdot 100\cdot 7^2 - 7^3 = 1000000 - 210000 + 14700 - 343 = 790000 + 14357 + 804357.$$ $$(x^2-y)^3 = x^6 - 3x^4y + 3x^2y^2 - y^3.$$
Добуток суми двох виразів та неповного квадрата різниці $$(m^2+2)(m^4-2m^2+4) = (m^2)^3 + 2^3 = m^6 + 8.$$
Сума кубів двох чисел $$15^3 + 20^3 = (15+20)\cdot(15^2 - 15\cdot 20 + 20^2) = 35\cdot(225 - 300 + 400) = 35\cdot 325 = 11375.$$ $$m^6 + 8 = (m^2+2)(m^4 - 2m^2 + 4).$$

Добуток різниці двох виразів та неповного квадрата їхньої суми $(3p-10n)\cdot\left(9p^2+30pn+100n^2\right)=27p^3-1000n^3.$
Різниця кубів двох чисел $30^3-25^3=(30-25)\cdot(30^2+30\cdot 25+25^2)=5(900+750+625)$ $=5\cdot 25(36+30+25)=125\cdot 91=125(100-9)$ $=12500-125(10-1)=12500-1250+125=12625-1250$ $=11375.$ $m^6-8=(m^2-2)\cdot(m^4+2m^2+4).$
Квадрат суми кількох чисел $117^2=(100+10+7)^2$ $=100^2+10^2+7^2+2\cdot 100\cdot 10+2\cdot 10\cdot 7+2\cdot 100\cdot 7$ $=10000+100+49+2000+140+1400=13689.$

6.4. Раціональні дроби та їх властивості

Алгебраїчний вираз	
Алгебраїчним виразом називається вираз, що складається з чисел і букв за допомогою дій додавання, віднімання, множення, ділення, піднесення до натурального степеня й добування арифметичного кореня	$3a^2b+ab^2-4ab;$ $x+y+\frac{x}{9};$ $\frac{5x^2-x+1}{x+1};\ \sqrt{0,3x^2+y}.$
Цілий вираз	
Цілим виразом називається алгебраїчний вираз, що не містить ділення на букву й добування кореня з букви	$x^4+x^2+1;$ $(7n-0,5)^2-(4n+0,5)^2;$ $a^4-6a^3+54a-81;$ $\frac{2x(x^3+27)}{27}.$
Дробовий вираз	
Дробовим називається алгебраїчний вираз, що містить ділення на букву й не містить добування кореня з букви	$\frac{a-b}{a+b};\ \frac{x^2-49}{x^2-25};$ $a+b+\frac{1}{a}.$

Раціональні вирази (цілі й дробові вирази)	
Дробовим виразом називають частку від ділення двох виразів, записану за допомогою дробової риски. Як і інші вирази, дроби бувають числові та зі змінними	$4a-\frac{b}{2a+1}$; $\frac{x+y}{x^2-3xy+y^2}$; $\frac{n}{2}-\frac{5}{n^2+1}$; $2r:q$.
Вираз, складений із чисел і змінних за допомогою дій додавання, віднімання, множення, ділення й піднесення до степеня, називається раціональним	$\frac{5}{a}$; $\frac{b-2}{10}$; $\frac{x+y}{x^2-xy+y^2}$; $\frac{3}{m^2-n^2}$.
Два вирази, відповідні числові значення яких рівні при всіх допустимих значеннях змінних, називаються тотожно рівними або тотожними	$\frac{21y}{3y^2}=\frac{7}{y}$; $\frac{a^2-9}{ab+3b}=\frac{a-3}{b}$.
Основна властивість дробу. Скорочення дробів	
Якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на один і той самий вираз, то дістанемо дріб, який тотожно дорівнює даному. Це дозволяє скорочувати дроби й приводити їх до нового знаменника $\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}$	Скоротити дріб. $\frac{a^2-9}{ab+3b}=\frac{(a+3)(a-3)}{b(a+3)}=\frac{a-3}{b}$. Привести дріб $\frac{2x}{7y}$ до знаменника $35y^3$ $\frac{2x}{7y}=\frac{2x\cdot 5y^2}{7y\cdot 5y^2}=\frac{10xy^2}{35y^2}$
$\frac{P}{Q}=-\frac{-P}{Q}=-\frac{P}{-Q}$; $\frac{-P}{Q}=\frac{P}{-Q}=-\frac{P}{Q}$	Наприклад: а) $\frac{2x-3}{3x+1}=-\frac{-(2x-3)}{3x+1}=-\frac{2x-3}{-(3x+1)}$; б) $\frac{x^2+1}{2y-1}=-\frac{-(x^2+1)}{2y-1}=-\frac{x^2+1}{-(2y-1)}$.
Скорочення дробів	
$\frac{P\cdot Q}{P\cdot R}=\frac{Q}{R}, P\neq 0$ і $R\neq 0$ 1) розкладемо чисельник і знаменник дробу на множники; 2) якщо чисельник і знаменник дробу мають спільний множник, то дріб можна скоротити	$\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}=\frac{(x-3)(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\frac{x-3}{x+3}$

Додавання та віднімання дробів	
Щоб додати (відняти) дроби з однаковими знаменниками, треба додати (відняти) їхні чисельники, а знаменник залишити той самий	$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}.$ $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}.$
Якщо треба знайти суму або різницю дробів із різними знаменниками. То спочатку дроби зводять до спільного знаменника	$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}.$ $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{bc}{bd}=\frac{ad-bc}{bd}$
Додавання і віднімання дробів із різними знаменниками	
Щоб додати (відняти) дроби з різними знаменниками треба: 1) розкласти на множники чисельник і знаменник кожного дробу; 2) знайти спільний знаменник дробів; 3) знайти додаткові множники до дробів; 4) помножити чисельник і знаменник кожного дробу на додатковий множник; 5) скористайтеся правилом додавання (віднімання) дробів з однаковими знаменниками	
$\frac{3x-4y}{x^2-2xy}+\frac{x-3y}{xy-2y^2}=\frac{3x-4y}{x(x-2y)}+\frac{x-3y}{y(x-2y)}=\frac{y(3x-4y)+x(x-3y)}{xy(x-2y)}$ $=\frac{3xy-4y^2+x^2-3xy}{xy(x-2y)}=\frac{x^2-4y^2}{xy(x-2y)}=\frac{\cancel{(x-2y)}(x+2y)}{xy\cancel{(x-2y)}}$ $=\frac{x+2y}{xy}.$	
Приклади додавання та віднімання дробів	

1) $\frac{3a-7b}{15ab}+\frac{2a+2b}{15ab}=\frac{3a-7b+2a+2b}{15ab}=\frac{5a-5b}{15ab}=\frac{5(a-b)}{15ab}=\frac{a-b}{3ab}.$

2) $\frac{a^2+9}{5a-15}-\frac{6a}{5a-15}=\frac{a^2+9-6a}{5a-15}=\frac{(a+3)^2}{5(a-3)}=\frac{a-3}{5}.$

3) $\frac{x}{4a^3b}+\frac{5}{6ab^4}=\frac{x\cdot 3b^3+5\cdot 2a^2}{12\ \ {}^3b^4}=\frac{3b^3x+10a^2}{12a^3b^4}.$

4) $\frac{a+3}{a^2+ab}-\frac{b-3}{ab+b^2}=\frac{a+3}{a(a+b)}-\frac{b-3}{b(a+b)}=\frac{(a+3)b-(b-3)a}{ab(a+b)}=$

$\frac{ab+3b-ab+}{ab(a+b)}==\frac{3(a+b)}{ab(a+b)}=\frac{3}{ab}.$

Множення, ділення й піднесення до степеня дробів

Щоб помножити дріб на дріб, треба перемножити окремо їхні чисельники й окремо знаменники і перший добуток записати чисельником, а другий – знаменником дробу	$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$
Щоб піднести дріб до степеня, треба піднести до цього степеня чисельник та знаменник і перший результат записати чисельником, другий – знаменником дробу	$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}}_{n\text{разів}}=\frac{\overbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}^{n\text{разів}}}{\underbrace{b\cdot b\cdot b\cdot\ldots\cdot b}_{n\text{разів}}}=\frac{a^n}{b^n}.$
Щоб розділити один дріб на інший, треба перший дріб помножити на дріб, зворотний до другого дробу.	$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}.$

Приклади множення, ділення, піднесення до степеня дробів

1) $\frac{rm+2r}{m}\cdot\frac{rm^2}{m^2-4}=\frac{r(m+2)\cdot rm^2}{m(m-2)(m+2)}=\frac{r^2m}{m-2}.$

2) $\left(\frac{2a^2}{b^4}\right)^3=\frac{\left(2a^2\right)^3}{(b^4)^3}=\frac{8a^6}{b^{12}}.$

3) $\frac{7a^2}{b^3}:\frac{14}{b}=\frac{7a^2}{b^3}\cdot\frac{b}{14a}=\frac{a}{2b^2}.$

4) $\frac{x^3+8}{x^4-16}:\frac{x^2-2x+4}{x^2+4}=\frac{x^3+8}{x^4-16}\cdot\frac{x^2+4}{x^2-2x+4}=\frac{(x+2)(x^2-2x+4)(x^2+4)}{(x^2-4)(x^2+4)(x^2-2x+4)}=$

$\frac{x+2}{(x+2)(x-2)}=\frac{1}{x-2}$.

Перетворення раціональних виразів. Приклади

Будь-який раціональний вираз можна подати у вигляді дробу або цілого виразу. Це можна зробити на основі правил дій над дробами та цілими виразами. Треба розуміти, що для раціональних виразів мають місце відомі властивості дій (переставна та сполучна властивість додавання і множення та ін.) Запис можна вести у різних формах: або виконуючи перетворення окремих частин, або ланцюжком.

Перетворимо в раціональний дріб вираз:

1) $x+1-\frac{1}{x+2}\cdot\frac{x^2-4}{x}$.

Виконаємо перетворення по діях:

1) $\frac{1}{x+2}\cdot\frac{x^2-4}{x}=\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)x}=\frac{x-2}{x}$;

2) $x+1-\frac{x-2}{x}=\frac{x(x+1)-(x-2)}{x}=\frac{x^2+x-x+2}{x}=\frac{x^2+2}{x}$.

Представимо вираз у вигляді раціонального дробу:

1) $\left(\frac{b}{a^2-ab}+\frac{a}{ab-b^2}\right)\cdot\frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2}+1$.

Перший спосіб. Виконаємо перетворення по діях:

1) $\frac{b}{a^2-ab}+\frac{a}{ab-b^2}=\frac{b}{a(a-b)}+\frac{a}{b(a-b)}=\frac{b^2+a^2}{ab(a-b)}$;

2) $\frac{b^2+a^2}{ab(a-b)}\cdot\frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2}=\frac{(a^2+b^2)\cdot ab(a+b)}{ab(a-b)\cdot(a^2+b^2)}=\frac{a+b}{a-b}$;

3) $\frac{a+b}{a-b}+1=\frac{a+b+a-b}{a-b}=\frac{2a}{a-b}$.

Другий спосіб. Запис можна вести ланцюжком, послідовно перетворюючи компоненти дії.

$$\left(\frac{b}{a^2-ab}+\frac{a}{ab-b^2}\right)\cdot\frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2}+1=\left(\frac{b}{a(a-b)}+\frac{a}{b(a-b)}\right)\cdot\frac{ab(a+b)}{a^2+b^2}+1$$
$$=\frac{(b^2+a^2)ab(a+b)}{ab(a-b)(a^2+b^2)}+1=\frac{a+b}{a-b}+1=\frac{a+b+a-b}{a-b}=\frac{2a}{a-b}.$$

Розкладання многочленів на множники

Розкладанням многочлена на множники називається перетворення многочлена в добуток декількох многочленів.

Способи розкладання многочлена на множники:
Винесення за дужки спільного множника многочлена
1) всі члени многочлена мають спільний множник xy; 2) кожен член многочлена можна замінити добутком двох множників, один з яких xy; 3) на основі розподільної властивості $ac+bc=c(a+b)$множення відносно додавання запишемо добуток.
$3x^2y^3-4xy^2+5x^3y=xy\cdot 3xy^2-xy\cdot 4y+xy\cdot 5x^2$ $=xy(3xy^2-4y+5x^2)$. $(a-b)^2+ab(a-b)-3a^2(a-b)=(a-b)(a-b+ab-3a^2)$.
Використання формул скороченого множення $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ $(a+b)^2=(a^2+2ab+b^2)$ $(a-b)^2=(a^2-2ab+b^2)$ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$ $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ Запропоновані формули, прочитані «з права на ліво), є корисними для розкладання многочленів на множники.
Наприклад: а) $x^4-y^4=(x^2)^2-(y^2)^2=(x^2-y^2)(x^2+y^2)=(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$. б) $x^6+y^6=(x^2)^3-(y^2)^3=(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)=(x^2+y^2)(x^4+$ $+2x^2y^2+y^4-3x^2y^2)=(x^2+y^2)\left((x^2+y^2)^2-\left(\sqrt{3}xy\right)^2\right)=(x^2+$ $+y^2)\left(x^2++y^2-\sqrt{3}xy\right)\left(x^2+y^2+\sqrt{3}xy\right)$.
Групування членів многочлена Даний спосіб використовується в поєднанні зі способом винесенням спільного множника за дужки.
Наприклад: а)$2xy+2xz+3my+3mz=(2xy+2xz)+(3my+3mz)=2x(y+z)+$ $+3m(y+z)=(y+z)(2x+3m)$.

б)$5x^3-2x^2+5x-2=(5x^3-2x^2)+(5x-2)=x^2(5x-2)+(5x-2)=$ $=(5x-2)(x^2+1)$.
Спосіб групування часто використовують в поєднанні з формулами скороченого множення.
Наприклад: а) $x^3+x^2-y^3-y^2=(x^3-y^3)+(x^2-y^2)=(x-y)(x^2+xy+y^2)+$ $+(x-y)(x+y)=(x-y)(x^2+xy+y^2+x+y)$. б)$a^4+a^2b+ab^3+2ab^2+b^3=(a^4+ab^3)+(a^2b+2ab^2+b^3)=$ $=a(a^3+b^3)+b(a^2+2ab+b^2)=a(a+b)(a^2-ab+b^2)+b(a+b)^2=$ $=(a+b)\big(a(a^2-ab+b^2)+b(a+b)\big)$ $=(a+b)(a^3-a^2b+ab^2+ab+b^2)$.
Метод виділення повного квадрату Многочлен можна розкласти на множники, якщо спочатку виділити повний квадрат, а потім за формулою різниці квадратів.
Наприклад: а) $a^2+2a-8=a^2+2\cdot a\cdot 1+1^2-1^2-8=(a+1)^2-9=(a+1)^2-3^2=(a+1+3)(a+1-3)=(a+4)(a-2)$. б) $y^4-10y^2+9=y^4-2\cdot y^2\cdot 5+5^2-5^2+9=(y^2-5)^2-16=$ $=(y^2-5)^2-4^2=(y^2-5+4)(y^2-5-4)=(y^2-1)(y^2-9)$ $=(y-1)(y+1)(y-3)(y+3)$.

6.5. Тренувальні вправи

№ 1.Обчисліть:

1) $7\cdot 5^2$.

2) $(7\cdot 5)^2$.

3) $(-0{,}4)^3$.

4) $-0{,}4^3$.

5) $-3\cdot 2^5$.

14) $\left(9\cdot\frac{5}{6}\right)^2$.

15) $(-10)^6$.

16) -10^6.

17) $4\cdot 5^3$.

18) $-5\cdot 2^5$.

27) $11-3^4$.

28) $(6-8)^5$.

29) 4^3-2^2.

30) $-1^3+(-2)^3$.

31) $-6^2-(-1)^4$.

6) $-6^2 \cdot (-12)$.

7) $34^2 - 175$.

8) $605 + 78^2$.

9) $42^2 \cdot 9$.

10) $18^2 : 27$.

11) $75^2 + 25^2$.

12) $59^2 - 36^2$.

13) $9 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$.

19) $-2^4 \cdot 15$.

20) $2700 \cdot (-0{,}1)^3$.

21) $7^2 + 3^2$.

22) $6^2 + 8^2$.

23) $(6 + 8)^2$.

24) $10^2 - 3^2$.

25) $(10 - 3)^2$.

26) $2^4 - 3^2$.

32) $-8^3 + (-3)^3$.

33) $10 - 5 \cdot 2^4$.

34) $2 \cdot 3^4 - 3 \cdot 2^4$.

35) $2 \cdot 5^3 + 5 \cdot 2^3$.

36) $3^4 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 6\frac{1}{4}$.

37) $0{,}2 \cdot 3^3 - 0{,}4 \cdot 2^4$.

38) $8 \cdot 0{,}5^3 + 25 \cdot 0{,}2^2$.

39) $5^6 : 5^4$.

40) $10^{15} : 10^{12}$.

41) $0{,}5^{10} : 0{,}5^7$.

42) $\left(1\frac{1}{3}\right)^8 : \left(1\frac{1}{3}\right)^6$.

43) $2{,}73^{13} : 2{,}73^{12}$.

44) $\left(-\frac{2}{3}\right)^7 : \left(-\frac{2}{3}\right)^4$.

45) $\frac{7^5}{7^3}$.

46) $\frac{8^6}{8^4}$.

47) $\frac{0{,}8^7}{0{,}8^4}$.

48) $\frac{(-0{,}3)^5}{(-0{,}3)^3}$.

58) $(5 \cdot 7 \cdot 20)^2$.

59) $2^4 \cdot 5^4$.

60) $4^3 \cdot 25^3$.

61) $0{,}25^{15} \cdot 0{,}4^{15}$.

62) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 1{,}5^7$.

63) $\left(\frac{5}{7}\right)^{10} \cdot 1{,}4^9$.

64) $0{,}2^6 \cdot 50^7$.

65) $(100 + 1)^2$.

66) $(100 - 1)^2$.

76) $74 \cdot 66$.

77) $1002 \cdot 998$.

78) $1{,}05 \cdot 0{,}95$.

79) $52 \cdot 48$.

80) $73 \cdot 43$.

81) $6{,}01 \cdot 5{,}99$.

82) $2{,}03 \cdot 1{,}97$.

83) $1{,}73 \cdot 16{,}7$.

84) $29{,}8 \cdot 30{,}2$.

49) $\frac{\left(1\frac{1}{2}\right)^4}{\left(1\frac{1}{2}\right)^2}$.

50) $\frac{\left(-2\frac{1}{3}\right)^6}{\left(-2\frac{1}{3}\right)^3}$.

51) $\frac{7^9 \cdot 7^5}{7^{12}}$.

52) $\frac{3^{15}}{3^5 \cdot 3^6}$.

53) $\frac{5^{10} \cdot 5^4}{5^{18}}$.

54) $\frac{0{,}6^{12}}{0{,}6^4 \cdot 0{,}6^5}$.

55) $(2 \cdot 10)^3$.

56) $(2 \cdot 5)^4$.

57) $(3 \cdot 100)^4$.

67) 61^2.

68) 199^2.

69) 999^2.

70) 702^2.

71) $9{,}9^2$.

72) $10{,}2^2$.

73) $(100 - 1)(100 + 1)$.

74) $(80 + 3)(80 - 3)$.

75) $201 \cdot 199$.

85) $47^2 - 37^2$.

86) $53^2 - 63^2$.

87) $126^2 - 74^2$.

88) $21{,}3^2 - 21{,}2^2$.

89) $0{,}849^2 - 0{,}151^2$.

90) $\left(5\frac{2}{3}\right)^2 - \left(4\frac{1}{3}\right)^2$.

91) $\frac{36}{13^2 - 11^2}$.

92) $\frac{79^2 - 62^2}{420}$.

93) $\frac{53^2 - 27^2}{79^2 - 51^2}$.

94) $\frac{53^2 - 32^2}{61^2 - 44^2}$.

95) $41^2 - 31^2$.

96) $76^2 - 24^2$.

97) $256^2 - 156^2$.

98) $0{,}783^2 - 0{,}217^2$.

99) $\frac{26^2 - 12^2}{54^2 - 16^2}$.

100) $\frac{63^2 - 27^2}{83^2 - 79^2}$.

№ 2. Обчисліть значення виразу при заданих значеннях змінних:

1) $8x^3, x = -2; x = 0; x = 3.$
2) $70 - a^2, a = -25; a = 1; a = 10.$
3) $0.01y^4, y = -2; y = 3; y = 10.$
4) $3x^0, x = 2.6.$
5) $-2.5y^0, y = -1\frac{2}{3}.$
6) $10a^2b^0, a = -3, b = -8.$
7) $27a^0 \cdot c^3, a = \frac{2}{3}, c = -\frac{1}{3}.$
8) $(5.7a^2b - 3.1ab + 8b^3) - (6.9ab - 2.3a^2b + 8b^3).$
   а) $a = 2, b = 5;$ б) $a = -2, b = 3.$
9) $5x^2 - (3xy - 7x^2) + (5xy - 12x^2).$

$а)\ x = -0.25, y = 4;$ б) $x = -5, y = 0.1.$

10) $6(2a - b), a = \frac{2}{3}, b = \frac{5}{6}.$
11) $15\left(\frac{a}{5} + \frac{b}{3}\right), a = \frac{1}{3}, b = 0.2.$
12) $3.28x - x^2, x = 2.28.$
13) $a^2y + a^3, a = -1.5, y = -8.5.$
14) $ay^2 - y^3, a = 8.8, y = -1.2.$
15) $-mb - m^2, m = 3.48, = 96.52.$
16) $a^2 + ab - 7a - 7b, a = 6.6, b = 0.4.$
17) $x^2 - xy - 4x + 4y, x = 0.5, y = 2.5.$
18) $5a^2 - 5ax - 7a + 7x, a = 4, x = -3.$
19) $xb - xc + 3c - 3b, x = 2, b = -12.5, c = 8.3.$
20) $ay - ax - 2x + 2y, a = -2, x = 9.1, y = -6.4.$
21) $3ax - 4by - 4ay + 3bx, a = 3, b = -13, x = -1, y = -2.$
22) $y^2 - 2y + 1, y = 101; y = -11; y = 0.6.$
23) $4x^2 - 20x + 25, x = 12.5;\ y = 0;\ y = -2.$
24) $25a^2 + 49 + 70a, a = 0.4; a = -2; a = -1.6.$
25) $-60b - 100b^2 - 9, b = 1.7; b = -1.1; b = 0.3.$

№ 3.Доведіть, що значення виразу ділиться без остачі на задане число.

1) $16^5 + 16^4$ на 17;
2) $38^9 - 38^8$ на 37;
5) $7^8 - 7^7 + 7^6$ на 43;
6) $2^{13} - 2^{10} - 2^9$ на 13;
7) $27^4 - 9^5 + 3^9$ на 25;
8) $16^4 - 2^{13} - 4^5$ на 11;
9) $7^{16} + 7^{14}$ на 50;
10) $5^{31} - 5^{29}$ на 100;
11) $25^9 + 5^{17}$ на 30;
3) $36^5 - 6^9$ на 30;
4) $5^{18} - 25^8$ на 120;
12) $27^{10} - 9^{14}$ на 24;
13) $12^{13} - 12^{12} + 12^{11}$ на 7; на 19;
14) $11^9 - 11^8 + 11^7$ на 3; на 37;
15) $327^3 + 173^3$ на 500;
16) $731^3 - 631^3$ на 100;
17) $38^3 + 37^3$ на 75;
18) $99^3 - 74^3$ на 25.

№ 4.Знайдіть значення виразу при заданих значеннях змінної

1) $\frac{y-1}{y}$при $y = 3; y = 1; y = -5; y = \frac{1}{2}; y = 1.6; y = 100.$

2) $\frac{a-8}{2a+5}$при $a = -2.$

3) $\frac{b^2+6}{2b}$при $b = 3.$

4) $x+\frac{8}{x-1}$ при $x=\frac{1}{2}$.

5) $\frac{y+3}{y}-\frac{y}{y-3}$ при $y=1{,}5$.

6) $\frac{(a+b)^2-1}{a^2+1}$ при $a=-3, b=1$; при $a=1\frac{1}{2}, b=0{,}5^7$.

7) $\frac{15a^2-10ab}{3ab-2\ {}^2}$ при $a=-2, b=-0{,}1$.

8) $\frac{19c^2-4d^2}{18c^2d-12cd^2}$ при $c=\frac{2}{3}, d=\frac{1}{2}$.

9) $\frac{6x^2+12xy}{5xy+1\ {}^2}$ при $x=\frac{2}{3}, y=-0{,}4$.

10) $\frac{x^2+6xy+9y^2}{4x^2+12}$ при $x=-0{,}2, y=-0{,}6$.

11) $\frac{a^8+a^5}{a^5+a^2}$ при $a=-\frac{1}{2}$.

12) $\frac{b^{10}-b^8}{b^8-b^6}$ при $b=-0{,}1$.

13) $\frac{x^2+1}{x-3}-\frac{10}{x-3}$ при $x=97$.

14) $\frac{y+7}{y^2-25}-\frac{2y+2}{y^2+25}$ при $y=-5{,}1$.

15) $\frac{a^2-4}{a-6}+\frac{7}{a-6}$ при $a=10{,}25$.

16) $\frac{9b-1}{b^2-9}-\frac{6b-10}{b^2-9}$ при $b=3{,}5$.

17) $\frac{5mn-m}{4m+n}\cdot\frac{16m^2-n^2}{5n-1}$ при $m=\frac{1}{4}, n=-3$.

18) $\frac{(x+2)^2}{3x+9}\cdot\frac{2x+6}{x^2-4}$ при $x=0{,}5;\ x=-1{,}5$.

19) $\frac{4x^2-4x}{x+3}:(2x-2)$ при $x=2{,}5;\ x=-1$.

20) $(3a+6b):\frac{2a^2-8b^2}{a+b}$ при $a=26;\ b=-12$.

21) $\frac{\frac{a^2}{4}-\frac{b^2}{9}}{\frac{a}{12}+\frac{b}{18}}$ при $a=\frac{2}{3};\ b=-\frac{1}{2}$.

22) $\frac{0{,}2a-b}{\frac{a}{25}-b^2}$при $a=-8;\ b=0{,}6.$

23) $\frac{36}{(a-b)^2}$при $a-b=9.$

24) $\frac{1086}{(b-a)^2}$при $a-b=9.$

25) $\frac{(5a-5b)^2}{45}$при $a-b=9.$

26) $\frac{a^2+ab+b^2}{a^3-b^3}$при $a-b=9.$

27) $\frac{x+y}{y}$при $\frac{x}{y}=5.$

28) $\frac{x-y}{y}$при $\frac{x}{y}=5.$

29) $\frac{y}{x}$при $\frac{x}{y}=5.$

30) $\frac{x+2y}{x}$при $\frac{x}{y}=5.$

31) $\frac{x}{y}$при $\frac{x+y}{y}=3.$

32) $\frac{x}{x+y}$при $\frac{x+y}{y}=3.$ 33) $\frac{x-y}{y}$при $\frac{x+y}{y}=3.$ 34) $\frac{y}{x}$ при $\frac{x+y}{y}=3.$

№ 5.Виконати дії:

1) $x^2\cdot x^5$;

2) $a^n\cdot a^{n-1}$;

3) $a^{m+1}\cdot a^{1-m}$;

4) $y^{2m}\cdot y^{m-1}$;

5) $y^{2n-1}\cdot(-y)$;

6) $(-x^2)\cdot x^4\cdot x^3$;

7) $x^{2n}\cdot x^n\cdot x^2$;

8) $\cdot\, x$;

9) $a^{2n}\cdot a^2\cdot a^n$;

10) $a^{n-4}\cdot a^{n+5}\cdot(-a)$;

16) $x^m : x^{m-1}$;

17)$-x^{2m} : x^m$;

18) $x^{2n+1} : x^{n+1}$;

19) $a^{2n-3} : a^{2n-4}$;

20) $y^{mn-1} : y^{mn-6}$;

21) $(x^4)^2$;

22) $x^3\cdot(x^2)^5$;

23) $a^n \cdot\cdot\, a^2$;

24) $(a^2\cdot a^3)^4$;

25) $(a^3)^2\cdot(a^2)^3$;

11) $x^5 : (-x^3)$;

12) $x^6 : x^4$;

13) $m^7 : m^4$;

14) $m^6 : m^2$;

15) $p^8 : (-p^4)$;

26) $(y^{n-1} \cdot y^{-n+2})^n$;

27) $(x^{n+1} : x^{n-1})^3$;

28) $(y^{2n+2} : y^{n+2})^4$;

29) $(y^{n+1} \cdot y^n)^m$;

30) $(a^{mn-1} \cdot a^{2-mn})^n$.

№6. Подати одночлени в стандартному вигляді.

1) $(-2)bb^2 4$;

2) $(-3)b^3c^2b^4c(-4)$;

3) $5a^2a^3 8$;

4) $16x^4y^3 3x^2y$;

5) $4a^2b^2 \cdot \frac{2}{3}b^4 \cdot (-3b^3c^2)$;

6) $2xy^2 \cdot (-3x^2y)$;

7) $4{,}4x^{n-2} \cdot 5ax^2$;

8) $\frac{2}{3}c^3d^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}c^2d\right)$;

9) $(-0{,}6x^2y^3) \cdot (0{,}5x^3y^3)$;

10) $2{,}4n^2k^4 \cdot (-0{,}5n^3)$;

11) $(-8a^3b^2c) \cdot (-2ab^2c^3)$;

12) $1\frac{1}{2}x^2y^2z \cdot \left(-1\frac{1}{3}xy^2z^3\right)$;

13) $1\frac{1}{4}a^2b^2c^2d \cdot \left(-\frac{2}{5}a^3bc^2\right)$;

14) $(-5x^{n+1}) \cdot (-2x^2)$;

15) $(4m^2n) \cdot \left(-6m^{k-1} \cdot n^{k+1}\right)$.

№ 7. Звести подібні члени:

1) $18a^2b - 4a^2b + 6a^2b$;
2) $6a^8b^2 + 7a^8b^2 - 2a^8b^2$;
3) $4b^3c^4 + 8b^3c^4 - 14b^3c^4$;
4) $0c^2e^5 + 4c^2e^5 - 16c^2e^5$;
5) $2{,}13a^2e - 1{,}63a^2e + 1{,}5a^2e$;
6) $6{,}46a^4k + 2{,}14a^4k - 8{,}6a^4k$;
7) $5{,}18a^2p^2 + 3{,}22a^2p^2 - 2{,}4a^2p^2$;
8) $7{,}14ax^2 + 4{,}36ax^2 - 12{,}8ax^2$;
9) $-\frac{3}{4}ab + \frac{2}{3}a^2b + ab - \frac{5}{6}a^2b - \frac{1}{2}ab$;
10) $-0{,}3ab + 1{,}4b - 0{,}2a^2 - 5a^2 - 2{,}3ab$;

11) $-9{,}387m - 3{,}89n + 8{,}197m - 1{,}11n - 0{,}002m$;

12) $5ab - 4a^2b^2 - 8ab^2 + 3ab - ab^2 + 4a^2b^2$;

13) $23a^2bc + 10abc^2 - 15a^2bc - abc^2 + 2a^2bc + ab\ \ ^2$;

14) $-1\frac{2}{3}ab^3 + 2a^3b - 4\frac{1}{2}a^2b - ab^3 - \frac{1}{2}a^2b - a^3b$;

15) $-\frac{1}{2}xy^2 - \frac{3}{8}x^2y + \frac{3}{4}x^2y - \frac{7}{8}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2$.

№ 8. Спростіть вираз:

1) $2a^2b - 10b^3 - (4a^2b - 12b^3)$;

2) $3xy^2 + 7x^2y - (2xy^2 - 6x^2y)$;

3) $12ab - 30bc - 3cx + (15bc + 9cx)$;

4) $(10abc - 8bcx - 21cxy) - (-6abc + bcx - cxy)$;

5) $(0{,}6ab - 0{,}5bc - cx) - (2{,}5bc - 0{,}5ab - cx)$;

6) $\left(\frac{1}{2}x^2y^2 - \frac{2}{3}ab - \frac{5}{6}a^2b - 1\right) - \left(a^2b - \frac{1}{3}x^2y^2 + \frac{1}{12}ab - \frac{1}{4}\right)$;

7) $5m^2 - 5m + 3 - (-4m^2 - 5m - 3)$;

8) $2y^2 - 4y - 1 + (-1 + 4y - 2y^2)$;

9) $10a - 6b + 5c - 4d + (9a - 2b - 4c + 2d)$;

10) $2a^4 + 5a^3b + 2a^2b^2 - 6ab^3 - (3a^4 - 8a^3b + 2a^2b^2 - ab^3)$;

11) $12{,}5x^2 + y^2 - \left(8x^2 - 5y^2 - \left(-10x^2 + (5{,}5x^2 - 6y^2)\right)\right)$;

12) $1{,}7a^2 - 10b^2 - \left(a^2 - 3b^2 - \left(4{,}3a^2 - (2a^2 - 7b^2)\right)\right)$;

13) $0{,}6ab^2 + \left(2a^3 + b^3 - \left(3ab^2 - (a^3 + 2{,}4ab^2 + b^3)\right)\right)$;

14) $a^2 - b^2 - \left(3ab - 2b^2 - \left(a^2 + 2ab - (b^2 - ab)\right)\right)$;

15) $a - \left(2b + \left(c - (d - a)\right)\right) + d - \left((a - b) - c\right)$.

№ 9. Виконайте множення:

1) $(2a+b)(a+2b)$;

2) $(5m+7n)(2n+4m)$;

3) $(-a-b)(2a-3b)$;

4) $(12a+b)(3a+5b)$;

5) $(5m-2n)(3n-5m)$;

6) $(7+3a^2-3a)(-2a+5-a^2)$;

7) $\left(\frac{1}{3}-m\right)\left(\frac{1}{2}m-3\right)$;

8) $\left(\frac{1}{5}a-\frac{3}{7}b\right)(14a+b)$;

9) $(0{,}05y-2{,}3x)(y-0{,}2x)$;

10) $(2{,}5a+3b)(0{,}1b-4a)$.

№ 10. Запишіть вираз у вигляді многочлена:

10.1

1) $(x+10)^2$;

2) $(y^2+1)^2$;

3) $(x+y^3)^2$;

4) $(2x+1)^2$;

5) $(3m+n^2)^2$

6) $(2p+3q^2)^2$;

7) $(3ab^2+2c^2)^2$;

8)$(5x^3+4y^2z)^2$;

9)$\left(\frac{a}{4}+\frac{b}{3}\right)^2$;

10)$\left(2\frac{1}{3}m+1\frac{1}{2}n\right)^2$;

11)$\left(1\frac{3}{4}p^4+1\frac{2}{3}n^3\right)^2$;

12)$(0{,}3a^2+4b)^2$;

13)$(0{,}1x^4+0{,}3)^2$;

14) $(a^m+b^n)^2$;

15) $(2x^m+3y^n)^2$.

10.2

1) $(x-10)^2$;

2) $(y^2-1)^2$;

3) $(x-y^3)^2$;

4) $(2x-1)^2$;

5) $(3m-n^2)^2$

6) $(2p-3q^2)^2$;

7) $(3ab^2-2c^2)^2$;

8)$(5x^3-4y^2z)^2$;

9)$\left(\frac{a}{4}-\frac{b}{3}\right)^2$;

10)$\left(2\frac{1}{3}m-1\frac{1}{2}n\right)^2$;

11)$\left(1\frac{3}{4}p^4-1\frac{2}{3}n^3\right)^2$;

12)$(0{,}3a^2-4b)^2$;

13)$(0{,}1x^4-0{,}3)^2$;

14) $(a^m-b^n)^2$;

15) $(2x^m-3y^n)^2$.

№ 11. Представити многочлен у вигляді квадрата двочлена:

1) $x^2 + 2xy + y^2$;

2) $c^2 - 2cd + d^2$;

3) $a^2 + 6ab + 9b^2$;

4) $4a^2 - 28ab + 49b^2$;

5) $25b^2 + 20b + 4$;

6) $\frac{1}{4}c^2 - cy + y^2$;

7) $9m^2 + 6mn + n^2$;

8) $16 - 8p + p^2$;

9) $x^4 + 2x^2y^3 + y^6$;

10) $x^4 - 6x^2y^3 + 9y^6$;

11) $a^2 + \frac{2}{3}a + \frac{1}{9}$;

12) $\frac{1}{36}x^2 - \frac{1}{9}xy + \frac{1}{9}y^2$;

13) $\frac{1}{4}a^2 + a + 1$;

14) $\frac{1}{100}a^2 - 0{,}2ab + b^2$;

15) $0{,}36x^2 + 0{,}72x + 1$;

16) $0{,}64x^2 - 8xy + 25y^2$;

17) $0{,}16x^2 + 0{,}24xy + 0{,}09y^2$;

18) $0{,}49a^2 - 7ab + 25b^2$;

19) $0{,}81a^2 + 10{,}8ab + 36b^2$;

20) $2{,}25a^2 - 21ab + 49b^2$.

№ 12. Представитидобуток у вигляді різниці квадратів двох виразів:

1) $(x + 2y)(x - 2y)$;

2) $(2a + b)(2a - b)$;

3) $(3m - n)(3m + n)$;

4) $(p - 7q)(7q + p)$;

5) $(2a + 3b)(2a + 3b)$;

6) $(5x + 4y)(4y - 5x)$;

7) $(4p - 1)(1 + 4p)$;

8) $(5m + 8n)(8n - 5m)$;

9) $(4y - 7x)(7x + 4y)$;

10) $(11a - 13b)(11a + 13b)$;

11) $(8a^3 + 3b^3)(3b^3 - 8a^3)$;

12) $\left(a + \frac{b}{3}\right)\left(\frac{b}{3} - a\right)$;

13) $\left(\frac{x}{10} + \frac{xy}{3}\right)\left(\frac{x}{10} - \frac{xy}{3}\right)$;

14) $(0{,}5a^2 - b^4)(0{,}5a^2 + b^4)$;

15) $\left(1{,}5a^3 - \frac{b^3}{4}\right)\left(1{,}5a^3 + \frac{b^3}{4}\right)$;

№ 13. Представити вираз у вигляді многочлена:

1) $(x + y)^3$;

2) $(x^2 + 5)^3$;

3) $(x^2 + y^2)^3$;

4) $\left(\frac{1}{3}ab^2 + a^2\right)^3$;

11) $(2z - 3)^3$;

12) $\left(3a^2 - \frac{1}{3}x\right)^3$;

13) $\left(\frac{2}{3}a - 1\frac{1}{3}b\right)^3$;

14) $\left(0{,}6ab^2 - \frac{2}{3}a^5\right)^3$;

5) $\left(b^3+\frac{2}{3}c^2\right)^3$;

6) $\left(\frac{4}{3}ab^4+a^2\right)^3$;

7) $(4x^3+5y^2)^3$;

8) $(0{,}5x+0{,}1y)^3$;

9) $(0{,}2a+0{,}5b)^3$;

10) $\left(10x^3+\frac{1}{3}b^2\right)^3$;

15) $(n^2-0{,}4m^3)^3$;

16) $\left(\frac{3}{4}a^2-\frac{2}{3}b^2\right)^3$;

17) $\left(\frac{2}{3}x-3y\right)^3$;

18) $(10a^4-6b^2)^3$;

19) $\left(\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b^2\right)^3$;

20) $(0{,}2m-0{,}1n)^3$.

№ 14. Представити вираз у вигляді куба двочлена:

1) $m^3+n^3+3m^2n+3mn^2$;

2) $x^3+6x^2y^4+12xy^8+8y^{12}$;

3) $1000+300a+30a^2+a^3$;

4) $x^6+15x^4+75x^2+125$;

5) x^3+3x^2+3x+1;

6) $-b^3-12b^2-48b-64$;

7) $\frac{1}{8}a^3+\frac{1}{4}a^2b+\frac{1}{6}ab^2+\frac{1}{27}b^3$;

8) $0{,}008x^8+0{,}12x^{2y}+0{,}006xy^2+$
$+0{,}001y^3$;

9) $p^3-3p^2q+3pq^2-q^3$;

10) $a^3-12a^2+48a-64$;

11) $x^3-6x^2y^4+12xy^8-8y^{12}$;

12) $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3$;

13) $27a^3-27a^2b+9ab^2-b^3$;

14) $125x^3-300x^2y+240xy^2-$
$-64y^3$;

15)$27a^3-13{,}5a^2b+2{,}25ab^2-$
$-0{,}125b^3$.

№ 15. Записати вираз у вигляді многочлена:

1) $(m+n)(m^2-mn+n^2)$;
2) $(q+p)(p^2-pq+q^2)$;
3) $(a+1)(a^2-a+1)$;
4) $(2+x)(4-2x+x^2)$;
5) $(p^2-4p+16)(p+4)$;

6) $(25-5m+m^2)(5+m)$;

7) $(a^3+1)(a^6-a^3+1)$;

8) $(2+n^2)(m^4-2n^2+4)$;

9) $(x+y^2)(x^2-xy^2+y^4)$;

10) $(p^3+q^2)(p^6-p^3q^2+q^4)$;

11) $\left(a^{4b^2}-2a^2b+4\right)(2+a^2b)$;

12) $(9n^2-3nm+m^2)(m+3n)$;

13) $(4x^4y^2-6x^2ya+9a^2)(3a+2x^2y)$;

14) $(5p^3+2q^2)(4q^4-10p^3q^2+25p^6)$;

15) $\left(3a^2+\frac{1}{3}b\right)\left(9a^4-a^2b+\frac{1}{9}b^2\right)$;

16) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$;

17) $(5-a)(a^2+5a+25)$;

18) $(2m-5n)(4m^2+10mn+25n^2)$;

19) $(7p-q)(49p^2+7pq+q^2)$;

20) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{12}xy+\frac{1}{9}y^2\right)$;

21) $(0{,}1a-0{,}2b)(0{,}04b^2+0{,}02ab+0{,}01a^2)$;

22) $(3p-10q)(100q^2+30pq+9p^2)$;

23) $(7m-2n)(4n^2+14mn+49m^2)$;

24) $(ab-3)(a^2b^2+3ab+9)$;

25) $(km-n^2)(k^2m^2+mnk+n^4)$;

26) $\left(4y^2+xy+\frac{1}{4}x^2\right)\left(\frac{1}{2}x-2y\right)$;

27) $(0{,}21q^2+0{,}22pq+0{,}04p^2)(0{,}2p-1{,}1q)$;

28) $\left(\frac{1}{9}m^4+m^2nk+9n^2k^2\right)\left(\frac{1}{3}m^2-3nk\right)$;

29) $\left(1\frac{1}{2}a^3-0{,}5b^2\right)\left(2\frac{1}{4}a^6+\frac{3}{4}a^3b^2+0{,}25b^4\right)$;

30) $(a^3-0{,}2)(a^6+0{,}2a^3+0{,}04)$.

№ 16. Скоротити дріб:

1) $\frac{10x^4y^3}{15xy^2}$;

2) $\frac{15a^4b^{3n}}{10b^n}$;

3) $\frac{6a^{2n}b^m}{2a^nb}$;

4) $\frac{18x^4y^3z}{12xy^4z}$;

5) $\frac{225a^{n+1}b^{2n}}{45a^{n-2}b^{2n-1}}$;

6) $\frac{135\mathrm{a}^{5-\mathrm{n}}\mathrm{b}^{\mathrm{m}-4}}{27\mathrm{a}^{3-\mathrm{n}}\mathrm{b}^{\mathrm{m}-5}}$;

7) $\frac{a^2-ab+bc-c^2}{b^2-a^2-2ac-c^2}$;

8) $\frac{25-a^2-2ab-b^2}{a^2+ab+5b-25}$;

9) $\frac{b^2-18b-c^2+81}{b^2+2bc+c^2-9b-9c}$;

10) $\frac{\mathrm{x}^4+7\mathrm{x}^2+16}{\mathrm{x}^2+\mathrm{x}+4}$;

11) $\frac{36x^2+6xy+yz-z^2}{36x^2-y^2-2yz-z^2}$;

12) $\frac{(2a+b)(3m+1)}{(b^2-4a^2)(1-9m^2)}$;

13) $\frac{(a-b)(c-d)}{(b^2-a^2)(c^2-d^2)}$;

14) $\frac{x^{2n}-y^{2n}}{x^n-y^n}$;

15) $\frac{16p^3q^3-24p^2q^4}{12p^2q^3-8p^3q^2}$;

16) $\frac{a^2+b^3+c^3-3abc}{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}$;

17) $\frac{\left(a^2-b^2\right)^3+\left(b^2-c^2\right)^3+\left(c^2-a^2\right)^3}{(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3}$;

18) $\frac{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}{a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)}$;

19) $\frac{(2a+b)(3m+1)}{(b^2-4a^2)(1-9m^2)}$;

20) $\frac{(a-b)(c-d)}{(b^2-a^2)(c^2-d^2)}$.

№ 17. Подати вираз у вигляді дробу:

1) $\frac{x^2}{x-1}-\frac{1}{x-1}$;

2) $\frac{5x+2}{x^2-4}-\frac{2x+8}{x^2-4}$;

3) $\frac{2a+3}{a+1}+\frac{2-a}{a+1}$;

7) $\frac{a+b}{c}+\frac{c-2b}{c}$;

8) $\frac{m+n}{a+b}+\frac{m-n}{a+b}$;

9) $\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a+b}$;

4) $\frac{2-3k}{2a+1}-\frac{1-2k}{2a+1}$;

5) $\frac{2x+1}{(x-5)^2}-\frac{x-6}{(5-x)^2}$;

6) $\frac{5x+2}{(x-3)^4}-\frac{4x+5}{(3-x)^4}$;

16) $\frac{m}{3xy^2}+\frac{n}{6x^2y}$;

17) $\frac{x}{15m^2n^4}-\frac{y}{10m^3n^7}$;

18) $\frac{2x}{ax+bx}+\frac{3y}{ay+by}$;

10) $\dfrac{a-b}{b+c}-\dfrac{a}{b+c}$;

11) $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a+b}$;

12) $\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{a-b}$;

13) $\dfrac{1}{x-y}-\dfrac{1}{x+y}$;

14) $\dfrac{1}{a^5b^3}+\dfrac{1}{ab^7}$;

15) $\dfrac{m^7n}{a^4b^3c^9}+\dfrac{3mn^2}{a^3b^6c^4}$;

19) $\dfrac{y}{ax-bx}-\dfrac{x}{ay-by}$;

20) $\dfrac{1}{2x^2y-xy}+\dfrac{2}{y-2xy}$;

21) $\dfrac{3}{3m^2n-6mn^2}-\dfrac{2}{4mn-2m^2}$;

22) $\dfrac{2a}{a^2-9}+\dfrac{3}{a-3}$;

23) $\dfrac{x}{4-9x^2}+\dfrac{1}{3x-2}$;

24) $\dfrac{1}{a^2+ab+b^2}+\dfrac{b}{a^3-b^3}$;

25) $\dfrac{x^2+y^2}{x^3+y^3}-\dfrac{1}{2(x+y)}$

№ 18. Виконайте множення і ділення дробів:

1) $\dfrac{x+1}{7x}\cdot\dfrac{2x}{x+1}$;

2) $\dfrac{2m}{m-n}:\dfrac{3mn}{m-n}$;

3) $\dfrac{4p}{p-3}\cdot\dfrac{p-3}{2p^2}$;

4) $\dfrac{x+y}{8a}:\dfrac{x+y}{16a^2b}$;

5) $\dfrac{2x+2y}{3}\cdot\dfrac{6}{x+y}$;

6) $\dfrac{4x}{x^2b(x-y)}:\dfrac{3xb}{3x-3b}$;

7) $\dfrac{m-3n}{6m}\cdot\dfrac{3mn}{4m-12n}$;

15) $\dfrac{p^2-q^2}{p^2}\cdot\dfrac{pq+q^2}{(p+q)^2}$;

16) $\dfrac{a^2-9b^2}{a^2-ab}:\dfrac{a^2+3ab}{a-b}$;

17) $\dfrac{3x^2-3y^2}{x^2+xy}\cdot\dfrac{x+y}{6x-6y}$;

8) $\dfrac{2p-4q}{3p^2}:\dfrac{3p-6q}{4pq}$;

9) $\dfrac{ax-ay}{cd}\cdot\dfrac{cx+cy}{x-y}$;

10) $\dfrac{mk}{am-an}:\dfrac{ka-k}{2m-2n}$;

11) $\dfrac{(x-y)^2}{3x^2y^3}:\dfrac{x-y}{6xy^2}$;

12) $\dfrac{2a-4}{b+1}:\dfrac{a^2-4}{(b+1)^2}$;

13) $\dfrac{x+y}{x-y}\cdot\dfrac{x^2-xy}{2x^2-2y^2}$;

14) $\dfrac{16-m^2}{m^2-3m}:\dfrac{m^2+4m}{m^2-9}$;

21) $\dfrac{m^3-n^3}{m^3+n^3}:\dfrac{(m-n)^2}{m^2-n^2}$;

22) $\dfrac{x^2+xy}{6x^2-6y^2}\cdot\dfrac{3x^3-3y^3}{x^2-xy}$;

23) $\dfrac{p^2-4q^2}{(p+2q)^2}:\dfrac{p^3-8q^3}{4p^2-2pq+q^2}$;

18) $\dfrac{m^2-n^2}{(m+n)^2}:\dfrac{4m-4n}{3m+3n}$;

19) $\dfrac{m^3+n^3}{2m}\cdot\dfrac{4mn}{m^2-mn+n^2}$;

20) $\dfrac{2a}{a^3-b^3}:\dfrac{6ab}{a^2-b^2}$;

24) $\dfrac{12a^2+6ab}{8a^3-b^3}\cdot\dfrac{4a^2+2ab+b^2}{3a^2-6ab}$;

25) $\dfrac{a^2+2ab+b^2}{a^2-b^2}+\dfrac{a^3-b^3}{a^2+b^2+ab}$.

№ 19. Спростити вираз:

1) $\left(\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{x-y}{x+y}\right):\left(\dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}-\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\right)$;

2) $\dfrac{\dfrac{x^2-y^2}{x^2y^2}}{\left(1+\dfrac{y^2}{x^2}\right)(1-\dfrac{2x}{y}+\dfrac{x^2}{y^2})}$;

3) $\dfrac{x^2+2x}{16x^2-1}\left(\dfrac{1}{x+2}\cdot\dfrac{1}{x}-\left(\dfrac{x^2}{x+2}-(x-2)\right)\right)$;

4) $\dfrac{\dfrac{x+y}{x-y}-\dfrac{x-y}{x+y}}{\dfrac{x+y}{x-y}+\dfrac{x-y}{x+y}}:\dfrac{x^2y^2}{(x+y)^2+(x-y)^2}$;

5) $\dfrac{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b+c}}{\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b+c}}\left(1+\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)$;

6) $\left(\dfrac{3(x+2)}{2(x^3+x^2+x+1)}+\dfrac{2x^2-x-10}{2(x^3-x^3+x-1)}\right):\left(\dfrac{5}{x^2+1}+\dfrac{3}{2(x+1)}-\dfrac{3}{2(x-1)}\right)$;

7) $\left(\dfrac{x-1}{3x+(x-1)^2}-\dfrac{1-3x+x^2}{x^3-1}-\dfrac{1}{x-1}\right):\dfrac{1-2x+x^2-2x^3}{1+2x+2x^2+x^3}$;

8) $\dfrac{x^2-(x-1)^2}{(x^2+1)^2-x^2}+\dfrac{x^2-(x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2-1}+\dfrac{x^2(x-1)^2-1}{x^4-(x+1)^2}$;

$$9)\ \left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{a+b}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\right)\cdot\frac{ab}{(a+b)^2};$$

$$10)\ \left(\frac{1+n}{n^2-mn}-\frac{1-m}{m^2-mn}\right)\left(\frac{m^2n-n^2m}{m+n}\right);$$

$$11)\ \left(\frac{y^2-x^2}{m^2-n^2}\cdot\frac{m+n}{x-y}-\frac{x}{n-m}\right)\frac{m-n}{2y};$$

$$12)\ \frac{x^3-9y^2x}{9y^2+x^2}\left(\frac{x+3y}{x^2-3xy}+\frac{x-3y}{3xy+x^2}\right);$$

$$13)\ \left(\frac{1}{a-b}+\frac{a^2+b^2}{b^2-a^2}+\frac{a}{a+b}\right)\frac{a^2-b^2}{5}\cdot\frac{15}{a+b}\cdot\frac{1}{a-b};$$

$$14)\ \frac{(a-b)^2}{a}\left(\frac{a}{(a-b)^2}+\frac{a}{b^2-a^2}\right)+\frac{3a+b}{a+b};$$

$$15)\ \left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}+\frac{2ab}{b^2-a^2}\right)\frac{a}{a-b}+\left(\frac{b}{b-a}+\frac{2ab}{a^2-b^2}\right).$$

№ 20. Винести спільний множник за дужки:

1) $a^2bc+ab^2c+ab\ \ ^2$;

2) $2mn^2-4m^2n-6m^2n^3$;

3) $a^2-4a^4+5a^5$;

4) $\frac{1}{3}x^2y^3+\frac{1}{4}x^3y^2+\frac{1}{12}x^3y^3$;

5) $-0{,}12m^2n-1{,}02m^2-0{,}04m^2n^2$;

6) $x^2y^2z^3-xy^3z^2+x^4y^3z^5$;

7) $6p^4q^3+8p^2q^3-10p^3q^2$;

8) $\frac{1}{3}pq^2+\frac{1}{6}pq-p^2q$;

9) $0{,}2a^5b^3-1{,}2a^3b^4+0{,}7ab^3$;

10) $\frac{1}{3}p^6q^7+0{,}5p^5q^8+1{,}1p^4q^9$;

11) $5a^{6n}+a^{18n-1}$;

12) $a^{2n-1}b^3+a^{n+3}b^{12}$;

13) $x^{2n+1}y^3+x^{n-1}y^{15}$;

14) $8^{3n+1} - 8^{2n-1}$;

15) $9^{2n+1} - 9^{n-1}$;

16) $5a(2b-3) - 3b(2b-3) + (3-2b)$;

17) $12a(b-a) + 18b(a-b) + 24(b-a)^2$;

18) $x(y-1) - 3(y-1) - (y-1)^2$;

19) $12(c-y) + 6y(y-c) - 2y^2(c-y)$;

20) $-35p(p+8) - 42(p+8) + 14p(-p-8)$.

№ 21. Розкласти на множники:

1) $2a + 2b + ax + bx$;

2) $ax - ay + 3x - 3y$;

3) $m^2 - mn + am - an$;

4) $5a + 5b - ax - bx$;

5) $ax - ya + x - y$;

6) $m^2 - mn - 2n + 2m$;

7) $a^3 + 5a^2 + 5a + 25$;

8) $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 9x$;

9) $10by - 25bx - 6ay + 15ax$;

10) $x^2 + xy - xz - yz$;

11) $m^4 + 2 - m - 2m^3$;

12) $5a^2 - 5ab + 5b^2 - 5ab$;

13) $y - y^2 - y^3 + y^4$;

14) $b^3 + b^2c - b^2d - bcd$;

15) $x^2y - z^2x + y^2x - yz^2$;

16) $a^3 + a^2b - a^2c - abc$;

17) $14a^2c + 25b^2d - 10abd - 35abc$; 18) $21a^2b - 4b - 12a + 7ab^2$;

19) $20a^2c + 9c - 15a - 12ac^2$; 20) $5a^3c + 10a^2 - 6bc - 3ab^{\ 2}$.

№ 22. Розкласти на множники, використовуючи формули скороченого множення:

1) $9a^2 - 4$;

2) $\frac{1}{4}m^2 - 16n^2$;

3) $100a^2 - 0{,}25b^2$;

4) $121a^4 - 49b^4$;

5) $81a^2b^2 - 100c^4$;

6) $x^{12} - y^2$;

7) $0{,}25x^4 - 0{,}64a^6$;

8) $2\frac{1}{4} - c^4$;

9) $1\frac{9}{16}a^{10} - 0{,}01b^2$;

10) $2{,}25a^{12} - 0{,}16b^8$;

11) $a^{2n} - b^{4n}$;

12) $4(a+b)^2 - 9(a-b)^2$;

13) $(2x-y)^2 - (3x-2y)^2$;

14) $(m^2-4n)^2 - (m^2-2n)^2$;

15) $(n-3m)^2 - (2n+m)^2$;

16) $n^3 - 1000m^3$;

17) $27x^3 + 125$;

18) $\frac{1}{27}a^9 + 216$;

19) $343a^6 + 216b^6$;

20) $a^{3n} + b^{3n}$;

21) $8a^9 + b^3$;

22) $125a^3 - b^{3n}$;

23) $(2a-3)^3 + 1000$;

24) $(a-2)^3 + 27$;

25) $(a+b)^3 + (a-b)^3$;

26) $(2a+1)^3 - (2a-1)^3$;

27) $(a-3)^3 - (a+3)^3$;

28) $(a+b)^3 + 8c^3$;

29) $x^{6n} - y^{6n}$;

30) $a^{6m} + b^{9n}$.

6.6 Вправи рівня ЗНО

1) Спростити вираз:

$$\left[\frac{a^2-ba}{b^2+ab}-\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2+ab}\right]\cdot\left[\frac{b^2}{a^3-ab^2}+\frac{1}{a+b}\right]^{-1}\cdot\frac{b}{(a-b)^2}.$$

А	Б	В	Г	Д
4	1	3	2	5

2) Спростити вираз:

$$\frac{a^2b^2}{a^2-b^2}\cdot\frac{\left(\frac{(a+b)^2}{4ab}-1\right)\cdot\left(\frac{(a-b)^2}{4ab}+1\right)}{(a+b)^3-3ab(a+b)}\cdot\frac{\left(ab\quad(a-b)^2\right)\left((a+b)^2-ab\right)}{(a-b)^3+3ab(a-b)}.$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$

3) Спростити вираз:

$$4\cdot\left[\frac{m+1}{m}-\frac{1}{m-m^2}\right]\cdot\left[m-\frac{m^2}{m-1}\right]^{-1}.$$

А	Б	В	Г	Д
-3	-4	-2	-1	0

4) Спростити вираз:

$$\frac{(a^2-b^2)\cdot(a^2+ab+b^2)}{b^3-\frac{a^3+b^3}{2}}\cdot\frac{1}{a+b}.$$

А	Б	В	Г	Д
-0,05	-1	-3	-4	-2

5) Вираз, який дорівнює $(x+2)^2-(x-3)(x+3)$, має вигляд:

А	Б	В	Г	Д
13	-1	$1-4x$	$4x-1$	$4x+13$

6) Скоротити дріб $\frac{x^2-12x+}{x^2-3}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{x+6}{x-6}$	$\frac{x-3}{x+6}$	$\frac{x-6}{x+6}$	$\frac{x+3}{x-6}$

7) Знайдіть значення виразу

$(a-3)^2 \cdot \left(\frac{1}{9-a^2} + \frac{2}{a^2-6a+9}\right) + \frac{2a}{a+3}$при $a = \sqrt[4]{2}$.

8) Знайдіть значення виразу

$\frac{x^2-x}{2x+2} \cdot \left(\frac{2x+6}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+x}\right)$при$x = 0{,}125$.

А	Б	В	Г	Д
1	-0,5	0,25	0,125	-0,25

9) Обчисліть значення виразу

$\frac{ab}{3a^2+2b^2}$, якщо$3\frac{a}{b} + 2\frac{b}{a} = -7$.

А	Б	В	Г	Д
-7^{-1}	7^{-1}	-7	7	49

10) Обчисліть$(400-1^2)\cdot(400-2^2)\cdot(400-3^2)\cdot\ldots\cdot(400-40^2)$.

А	Б	В	Г	Д
0	-20^{40}	10^{40}	1	-40^{10}

Відповіді до завдань §6.

Тренувальні вправи

№ 1.

30) -9; 31) -37; 32) -539; 40) 1000; 42) $1\frac{7}{9}$; 44) $-\frac{8}{27}$; 49) $2\frac{1}{4}$; 50) $-12\frac{19}{27}$; 51) 49; 52) 81; 53) 25; 54) 0,216; 61) 1; 62) 1; 63) $\frac{5}{7}$; 64) 50000000; 91) $\frac{3}{4}$; 92) $4\frac{4}{5}$; 93) $\frac{4}{7}$; 94) 1; 99) $\frac{1}{5}$; 100) 5.

№ 2.

3) 0,16; 0,81; 100; 4) 3; 5) -2,5; 6) 90; 7) -1; 8) а) 60; б) 156; 9) а) -2; б) -1; 10) 3; 11) 2; 12) 2,28; 13) -22,5; 14) 14,4; 15) -348; 16) -2,8; 17) 7; 18) 91; 19) -4,2; 20) 0; 21) -50; 22) 1000; 144; 0,16; 23) 400; 25; 81; 24) 81; 9; 1; 25) -400; -64;-36.

№ 4.

2) -10; 3) 2,5; 4) -15,5; 5) 4; 7) 100; 8) 1,5; 11) $-\frac{1}{8}$; 12) 0,01; 13) 100; 14) 10; 15) 16,25; 16) 6; 17) 1; 18) $-1\frac{1}{9}$; $-\frac{2}{21}$; 19) $\frac{10}{11}$4 -1; 20) 0,42; 21) 3; 22) -1; 23) $\frac{4}{9}$; 24) $1\frac{1}{3}$; 25) 45; 26) $\frac{1}{9}$; 27) 6; 28) 4; 29) 0,2; 30) 1,4; 31) 2; 32) $\frac{1}{3}$; 33) 1; 34) 0,5.

№ 5.

1) x^7; 2) a^{2n-1}; 3) a^2; 4) y^{3m-1}; 5) $-y^{2n}$; 6) $-x^9$; 7) x^{3n+2}; 8) x^{11}; 9) a^{3n+2}; 10) $-a^{2n+2}$; 11) $-x^2$; 12) x^2; 13) m^3; 14) m^4; 15) $-p^4$; 16) x; 17) $-x^m$; 18) x^n; 19) a; 20) y^5; 21) x^6; 22) x^{13}; 23) a^{3n+2}; 24) a^{20}; 25) a^{12}; 26) y^n; 27) x^6; 28) y^{4n}; 29) $y^{m(2n+1)}$; 30) a^n.

№ 6.

1) $-8b^3$; 2) $12b^7c^3$; 3) $40a^5$; 4) $48x^6y^4$; 5) $-8a^2b^9c^2$; 6) $-6x^3y^3$; 7) $22ax^n$; 8) $-\frac{1}{2}c^5d^3$; 9) $-0{,}3x^5y^6$; 10) $-1{,}2n^5k^4$; 11) $16a^4b^4c^4$; 12) $-2x^3y^4z^4$; 13) $-\frac{1}{2}a^5b^3c^4d$; 14) $10x^{n+3}$; 15) $-24m^{k+1}n^{k+2}$.

№ 7.

1) $20a^2b$; 2) $11a^8b^2$; 3) $-2b^3c^4$; 4) $-12c^2e^5$; 5) $2a^2e$; 6) $-0{,}06a^4k$; 7) $6a^2p^2$; 8) $-1{,}3ax^2$; 9) $-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{6}a^2b$; 10) $-2{,}6ab-5{,}2a^2+1{,}4b$; 11) $-1{,}192m-5n$; 12) $8ab-9ab^2$; 13) $10a^2bc+10abc^2$; 14) $-2\frac{2}{3}ab^3+a^3b-5a^2b$.

№ 8.

1) $2b^3-2a^2b$; 2) xy^2+13x^2y; 3) $12ab-15bc+6cx$; 4) $16abc-9bcx-20cxy$; 5) $1{,}1ab-3bc$; 6) $\frac{5}{6}x^2y^2-\frac{3}{4}ab-\frac{11}{6}a^2b-\frac{3}{4}$; 7) $9m^2+6$; 8) -2; 9) $19a-8b+c-2d$; 10) $-a^4+13a^3b-5ab^3$; 11) 0; 12) $3a^2$; 13) $3a^3+2b^3$; 14) $2a^2+2b^2$; 15) $a-b$.

№ 9.

1) $2a^2+5ab+2b^2$; 2) $14n^2+38mn+20m^2$; 3) $-2a^2+ab+3b^2$; 4) $36a^2+63ab+5b^2$; 5) $25mn-6n^2-25m^2$; 6) $-3a^3+11a^2-29a+35$; 7) $-\frac{1}{2}m^2+3\frac{1}{6}m-1$; 8) $2\frac{4}{5}a^2-5\frac{4}{5}ab-\frac{3}{7}b^2$;

9) $0{,}05y^2 - 2{,}31xy + 0{,}46x^2$; 10) $0{,}3b^2 - 11{,}75ab - 10a^2$.

№ 10.1.

1) $x^2 + 20x + 100$; 2) $y^4 + 2y^2 + 1$; 3) $x^2 + 2xy^3 + y^6$; 4) $4x^2 + 4x + 1$;

5) $9m^2 + 6mn^2 + n^4$; 6) $4p^2 + 12pq^2 + 9q^4$; 7) $9a^2b^4 + 12ab^2c^2 + 4c^4$;

8) $25x^6 + 40x^3y^2z + 16y^4z^2$; 9) $\frac{a^2}{16} + \frac{ab}{6} + \frac{b^2}{9}$; 10) $\frac{49}{9}m^2 + 7mn + \frac{9}{4}n^2$;

11) $\frac{49}{16}p^8 + \frac{35}{6}p^4n^3 + \frac{25}{9}n^6$; 12) $0{,}09a^4 + 2{,}4a^2b + 16b^2$;

13) $0{,}01x^8 + 0{,}06x^4 + 0{,}09$; 14) $a^{2m} + 2a^mb^n + b^{2n}$; 15) $4x^{2m} + 12x^my^n + 9y^{2n}$.

№ 11.

1) $(x + y)^2$; 2) $(c - d)^2$; 3) $(a + 3b)^2$; 4) $(2a - 7b)^2$; 5) $(5b + 2)^2$;

6) $\left(\frac{1}{2}c - y\right)^2$; 7) $(3m + n)^2$; 8) $(4 - p)^2$; 9) $(x^2 + y^3)^2$; 10) $(x^2 - 3y^3)^2$;

11) $\left(a + \frac{1}{3}\right)^2$; 12) $\left(\frac{1}{6}a - \frac{1}{3}y\right)^2$; 13) $\left(\frac{1}{2}a + 1\right)^2$; 14) $\left(\frac{1}{10}a - b\right)^2$;

15) $(0{,}6x + 1)^2$; 16) $(0{,}8x - 5y)^2$; 17) $(0{,}4x + 0{,}3y)^2$; 18) $(0{,}7a - 5b)^2$;

19) $(0{,}9a + 6b)^2$; 20) $(1{,}5a - 7b)^2$.

№ 12.

1) $x^2 - 4y^2$; 2) $4a^2 - b^2$; 3) $9m^2 - n^2$; 4) $p^2 - 49q^2$; 5) $4a^2 - 9b^2$;

6) $16y^2 - 25x^2$; 7) $16p^2 - 1$; 8) $64n^2 - 25m^2$; 9) $16y^2 - 49x^2$;

10) $121a^2 - 169b^2$; 11) $9b^6 - 64a^6$; 12) $\frac{b^2}{9} - a^2$; 13) $\frac{x^2}{100} - \frac{x^2y^2}{9}$;

14) $0{,}25a^4 - b^8$; 15) $2{,}25a^6 - \frac{b^6}{16}$.

№ 13.

1) $x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$; 2) $x^4+15x^4+75x^2+125$;

3) $x^6+3x^4y^2+3x^2y^4+y^6$; 4) $\frac{1}{27}a^3b^6+\frac{1}{3}a^2b^4+a^5b^2+a^6$;

5) $b^9+2b^6c^2+\frac{4}{3}b^3c^4+\frac{8}{27}c^4$; 6) $\frac{64}{27}a^3b^{12}+\frac{16}{3}a^4b^8+4a^5b^4+a^6$;

7) $16x^9+240x^6y^2+300x^3y^4+125y^6$;

8) $0{,}125x^3+0{,}075x^2y+0{,}015xy^2+0{,}001y^3$;

9) $0{,}008a^3+0{,}06a^2b+0{,}15ab^2+0{,}125b^3$;

10) $1000x^9+100x^6b^2+\frac{10}{3}x^3b^4+\frac{1}{27}b^6$; 11) $8z^3-36z^2+54z-27$;

12) $27a^6-9a^4x+a^2x^2-\frac{1}{27}x^3$; 13) $\frac{8}{27}a^3-\frac{16}{9}a^2b+\frac{32}{9}ab^2-\frac{64}{27}b^3$;

14) $0{,}21a^3b^6-\frac{6}{5}a^7b^4+\frac{4}{5}a^{11}b^2-\frac{8}{27}a^{15}$;

15) $n^6-1{,}2n^4m^3+0{,}48n^2m^6-0{,}064m^9$;

16) $\frac{27}{64}a^6-\frac{9}{8}a^4b^2+a^2b^4-\frac{8}{27}b^6$; 17) $\frac{8}{27}x^3-4x^2y+18xy^2-27y^3$;

18) $1000a^{12}-1800x^8b^2+1080a^4b^4-216b^6$;

19) $\frac{1}{8}a^3-\frac{1}{4}a^2b^2+\frac{1}{6}ab^4-\frac{1}{27}b^6$; 20) $0{,}008m^3-0{,}12m^2n+0{,}006mn^2-0{,}001m^3$.

№ 14.

1) $(m+n)^3$; 2) $(x^3+2y^4)^3$; 3) $(10+a)^3$; 4) $(x^2+5)^3$; 5) $(x+1)^3$;

6) $-(b+4)^3$; 7) $\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b\right)^3$; 8) $(0{,}2x+0{,}1y)^3$; 9) $(p-q)^3$; 10) $(a-4)^3$;

11) $(x-2y^4)^3$; 12) $(2a-3b)^3$; 13) $(3a-b)^3$; 14) $(5x-4y)^3$;

15) $(3a-0{,}5b)^3$.

№ 15.

1) m^3+n^3; 2) q^3+p^3; 3) a^3+1; 4) $8+x^3$; 5) p^3+64; 6) $125+m^3$; 7) a^6+1;

8) $8+n^6$; 9) x^3+y^6; 10) p^9+q^9; 11) $8+a^6b^3$; 12) m^3+27n^3;

13) $27a^3+8x^6y^3$; 14) $125p^9+8q^6$; 15) $27a^6+\frac{1}{27}b^3$; 16) x^3-y^3;

17) $125-a^3$; 18) $8m^3-125n^3$; 19) $343p^3-q^3$; 20) $\frac{1}{8}x^3-\frac{1}{27}y^3$;

21) $0{,}001a^3-0{,}008b^3$; 22) $27p^3-1000q^3$; 23) $343-8n^3$; 24) a^3b^3-27;

25) $k^3m^3-n^6$; 26) $\frac{1}{8}x^3-8y^3$; 27) $0{,}008p^3-1{,}331q^3$; 28) $\frac{1}{27}m^6-27n^3k^3$;

29) $\frac{9}{4}a^9-\frac{1}{8}b^6$; 30) $a^9-0{,}008$.

№ 16.

1) $\frac{2x^3y}{3}$; 2) $\frac{a^4b^{2n}}{2}$; 3) $3a^nb^{m-1}$; 4) $\frac{3x^3}{2y}$; 5) $5a^3b$; 6) $5a^2m$; 7) $-\frac{a-c}{b+a+c}$;
8) $-\frac{a+b+5}{a+5}$; 9) $\frac{b-9-c}{b+c}$; 10) x^2-x+4; 11) $\frac{6x-z}{6x-y-z}$;
12) $\frac{1}{(b-2a)(1-3m)}$; 13) $\frac{-1}{(a+b)(c+d)}$; 14) x^n+y^n; 15) $-2q$;
16) $\frac{1}{2}(a+b+c)$; 17) $(a+b)(b+c)(c+a)$; 18) $a+b+c$;
19) $\frac{1}{(b-2a)(1-3m)}$; 20) $-\frac{1}{(b+a)(c+d)}$.

№ 17.

1) $x+1$; 2) $\frac{3}{x+2}$; 3) $\frac{a+5}{a+1}$; 4) $\frac{1-k}{2a+1}$; 5) $\frac{x+7}{(x-5)^2}$; 6) $\frac{1}{(x+3)^3}$; 7) $\frac{a-b+c}{c}$;

8) $\frac{2m}{a+b}$; 9) 1; 10) $\frac{b}{b+c}$; 11) $\frac{2a+b}{a(a+b)}$; 12) $\frac{2a}{a^2-b^2}$; 13) $\frac{2y}{x^2-y^2}$; 14) $\frac{b^4+a^4}{a^5b^7}$;

15) $\frac{b^3m^7n+3ac^5mn^2}{a^4b^6c^9}$; 16) $\frac{2xm+yn}{6x^2y^2}$; 17) $\frac{2xm^3-3y}{30m^3n^7}$; 18) $\frac{5}{a+b}$;

19) $\frac{y^2-x^2}{yx(a-b)}$; 20) $\frac{1-2x}{xy(2x-1)}$; 21) $\frac{1+n}{mn(m-2n)}$; 22) $\frac{5a+9}{a^2-9}$; 23) $\frac{-2-2x}{4-9x^2}$;

24) $\frac{a}{a^3-b^3}$; 25) $\frac{x^2+xy+y^2}{2(x^3+y^3)}$.

№ 18.

1) $\frac{z}{7}$; 2) $\frac{2}{3n}$; 3) $\frac{2}{p}$; 4) $2ab$; 5) 4; 6) $\frac{4}{x^2b^2}$; 7) $\frac{n}{8}$; 8) $\frac{8q}{3}$; 9) $\frac{a(x+y)}{d}$; 10) $\frac{2m}{a(a+1)}$;

11) $\frac{2(x-y)}{xy}$; 12) $\frac{2(b+1)}{a+2}$; 13) $\frac{x}{2(x-y)}$; 14) $\frac{(4-m)(m+3)}{m^2}$; 15) $\frac{q(p-q)}{p^2}$;

16) $\frac{a-3b}{a^2}$; 17) $\frac{x+y}{2x}$; 18) $\frac{3}{4}$; 19) $2n(m+n)$; 20) $\frac{a+b}{3b(a^2+ab+b^2)}$;

21) $\frac{m^2+mn+n^2}{m^2-mn+n^2}$; 22) $\frac{x^2+xy+y^2}{2(x-y)}$; 23) $\frac{4p^2-2pq+q^2}{(p+q)(p^2+2pq+q^2)}$;

24) $\frac{2}{(2a-b)(a-2b)}$; 25) $a+b$.

№ 19.

1) $\frac{x^2+y^2}{xy}$; 2) $\frac{x+y}{x-y}$; 3) $\frac{-1}{4x+1}$; 4) $\frac{4}{xy}$; 5) $\frac{(a+b+c)^2}{2bc}$; 6) $\frac{x+2}{2}$;

7) $\frac{1+x}{(1-x)(1-2x)}$; 8) 1; 9) $\frac{1}{ab}$; 10) -1; 11) $-\frac{1}{2}$; 12) 2; 13) 3; 14) 3; 15) 1.

№ 20.

1) $abc(a+b+c)$; 2) $2mn(n^2-2m-3mn^2)$; 3) $a^2(1-4a^2+5a^3)$;

4) $\frac{1}{12}x^2y^2(4y+3x+xy)$; 5) $m^2(-0{,}12n-1{,}02-0{,}04n^2)$;

6) $xy^2z^2(xz-y+x^3yz^3)$; 7) $2p^2q^2(3p^2q+4q-5p)$; 8) $pq\left(\frac{1}{3}q+\frac{1}{6}-p\right)$;

9) $ab^3(0{,}2a^4-1{,}2a^2b+0{,}7)$; 10) $p^4q^7\left(\frac{1}{3}p^2+0{,}5pq+1{,}1q^2\right)$;

11) $a^{6n}(5+a^{12n-1})$; 12) $a^{n+3}b^3(a^{n-4}+b^9)$; 13) $x^{n-1}y^3(x^{n+2}+y^{12})$;

14) $8^{2n-1}(8^{n+2}-1)$; 15) $9^{n-1}(9^{n+2}-1)$; 16) $(2b-3)(5a-3b-1)$;

17) $6(b-a)(b-2a)$; 18) $(y-1)(x-y-2)$; 19) $2(c-y)(6-3y-y^2)$;

20) $-7(p+8)(7p+6)$.

№ 21.

1) $(a+b)(2+x)$; 2) $(x-y)(a+3)$; 3) $(m-n)(m+a)$; 4) $(a+b)(5-x)$;

5) $(x-y)(a+1)$; 6) $(m-n)(m-2)$; 7) $(a+5)(a^2+5)$;

$8)\ (x-3)(x^2+3)x;\ 9)\ (5b-3a)(2y-5x);\ 10)\ (x+y)(x-7);$

$11)\ (m-2)(m-1)(m^2+m+1);\ 12)\ 5(a-b)^2;$

$13)\ y(1-y)^2(1+y);\ 14)\ (b+c)b(b-d);\ 15)\ (x+y)(xy-z^2);$

$16)\ (a+b)a(a-c);\ 17)\ (2a-5b)(7ac-5bd);\ 18)\ (3a+b)(7ab-4);$
$19)\ (5a-3c)(4ac-3);\ 20)\ (ac+2)(5a^2-3bc).$

№ 22.

$1)\ (3a-2)(3a+2);\ 2)\ \left(\frac{1}{2}m-4n\right)\left(\frac{1}{2}m+4n\right);\ 3)\ (10a-0{,}5b)(10a+0{,}5b);$
$4)\ (11a^2-7b^2)(11a^2+7b^2);\ 5)\ (9ab-10c^2)(9ab+10c^2);$
$6)\ (x^6-y)(x^6+y);\ 7)\ (0{,}5x^2-0{,}8a^3)(0{,}5x^2+0{,}8a^3);\ 8)\ \left(\frac{3}{2}-c^2\right)\left(\frac{3}{2}+c^2\right);$
$9)\ \left(\frac{5}{4}a^5-0{,}1b\right)\left(\frac{5}{4}a^5+0{,}16\right);\ 10)\ (1{,}5a^6-0{,}4b^4)(1{,}5a^6+0{,}4b^4);$
$11)\ (a^n-b^{2n})(a^n+b^{2n});\ 12)\ (5b-a)(5a-b);\ 13)\ (y-x)(5x-3y);$
$14)-4n(m^2-3n);\ 15)\ (3n-2m)(-3n-4m);$
$16)\ (n-10m)(n^2+10nm+100m^2);\ 17)\ (3x+5)(9x^2-15x+25);$
$18)\ \left(\frac{a^3}{3}+6\right)\left(\frac{a^6}{9}-2a^3+36\right);\ 19)\ (7a^2+6b^2)(49a^4-42a^2b^2+36b^4);$
$20)\ (a^n+b^n)(a^{2n}-a^nb^n+b^{2n});\ 21)\ (2a^3+b)(4a^6-2a^3b+b^2);$
$22)\ (5a-b^n)(25a^2+5ab^n+b^{2n});\ 23)\ (2a+7)(4a^2-32a+139);$
$24)\ (a+1)(a^2-a-7);\ 25)\ 2a(3a^2+b^2);\ 26)\ 2(a^2+1);\ 27)-18(a^2+3);$
$28)\ (a+b+2c)(a^2+2ab+b^2+2ac+2cb+4c^2);$
$29)\ (x^{2n}-y^{2n})(x^{4n}+x^{2n}y^{2n}+y^{4n});\ 30)\ (a^{2n}+b^{3n})(a^{4n}-a^{2n}b^{3n}+b^{6n}).$

Вправи рівня ЗНО

1) Б; 2) Б; 3) Б; 4) Д; 5)Д; 6)Г; 7) З; 8) А; 9) А; 10) А.

§7. Степені і корені

7.1. Арифметичний квадратний корінь

Означення. Приклади
Квадратним коренем із числа aназивається число, квадрат кореня якого дорівнює a.
Квадратний корінь із числа 0 дорівнює 0. Квадратного кореня з від'ємного числа не існує.
Квадратний корінь із додатного числа має два протилежних значення – додатне і від'ємне. Наприклад: $3^2 = 9, (-3)^2 = 9$, тобто числа 3 і -3 є квадратними коренями з числа 9.
Невід'ємне значення квадратного кореня називають арифметичним коренем.

Властивості арифметичного квадратного кореня		
$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a,$ де $a \geq 0$		$\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5, 5 > 0.$
$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b},$ де $a \geq 0, b \geq 0$	Корінь із добутку двох невід'ємних чисел дорівнює добутку коренів із цих чисел	$\sqrt{81 \cdot 4} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{4}$ $= 9 \cdot 2$ $= 18.$
$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}},$ де $a \geq 0, b > 0$	Корінь із дробу, чисельник якого невід'ємний, а знаменник додатний, дорівнює кореню з чисельника, поділеному на корінь із знаменника	$\sqrt{\frac{36}{169}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{169}} = \frac{6}{13}.$ $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16}$ $= 4.$
$\sqrt{a^{2k}} = a^k, a \geq 0$ $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert,$ a – довільне	Корінь із степеня a^{2k}, у якому число a – невід'ємне, k – натуральне, дорівнює a^k	$\sqrt{a^{16}} = \sqrt{(a^8)^2} = a^8.$ $\sqrt{9x^2} = \lvert 3x \rvert$

7.2. Степінь із цілим показником

Означення. Приклади	
Якщо $a \neq 0$, n – ціле від'ємне число, то $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$; $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$.	
Властивості степеня з цілим показником	
Властивості степеня з натуральним показником справедливі і для степеня з цілим показником при умові, що $a \neq 0$,mіn – цілі.	
$a^0 = 1$	$2^0 = 1; (-5)^0 = 1$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^{-17} \cdot a^{21} = a^{-17+2} = a^4$
$a^m : a^n = a^{m-n}$	$a^{-5} : a^{-3} = a^{-5-(-3)} = a^{-2}$
$(a^m)^n = a^{mn}$	$(a^2)^{-6} = a^{-12}$

$(ab)^n = a^n \cdot b^n, b \neq 0$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, b \neq 0$	$(ab)^{-3} = a^{-3} \cdot b^{-3}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-6} = \frac{a^{-6}}{b^{-6}}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}.$

7.3. Корінь n-го степеня і його властивості

Означення. Приклади (n – натуральнее число, $n \geq 2$)	
Коренем n-го степеня з дійсного числа a називається таке число, n-й степінь якого дорівнює a. Приклад: $\sqrt[5]{-243} = -3$, $\sqrt[4]{81} = 3$.	
Арифметичним коренем n-го степеня з невід’ємного числа a, називається таке невід'ємне число, n-й степінь якого дорівнює a. Приклад: $\sqrt[3]{27} = 3$, $\sqrt[6]{64} = 2$.	
Корінь непарного степеня існує при будь-яких значеннях a.	
Корінь парного степеня існує лише при невід'ємних значеннях a.	
$\sqrt[n]{0} = 0, \sqrt[n]{1} = 1.$	
Властивості коренів n-го степеня	
$n = 2k + 1$	$n = 2k$
$\left(\sqrt[2k+1]{a}\right)^{2k+1} = a$	$\left(\sqrt[2k]{a}\right)^{2k} = a$при $a \geq 0$
$\sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a$	$\sqrt[2k]{a^{2k}} = \lvert a \rvert = \begin{cases} a, a \geq 0 \\ -a, a < 0 \end{cases}$
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$, для всіх a з області визначення виразу $\sqrt[n]{a}$	

Властивості дій над коренями

Добування кореня із кореня	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$для всіх a з області визначення виразу $\sqrt[n \cdot m]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt[5]{7}} = \sqrt[15]{7}$
Добування кореня із степеня	$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ при $a > 0$	$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{8^6} = \left(\sqrt[3]{8}\right)^6 = 2^6 = 64.$
Корінь із добутку.	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[4]{16 \cdot 625} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{625} = 2 \cdot 5 = 10.$

Добуток коренів	$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$ для всіх a і bз області визначення виразів $\sqrt[n]{a},\sqrt[n]{b},\sqrt[n]{ab}$.	$\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{-3}=\sqrt[3]{-27}=-3.$
Корінь із частки. Частка коренів	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b\neq 0$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}, b\neq 0$ для всіх a і bз області визначення виразів$\sqrt[n]{a},\sqrt[n]{b},\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	$\sqrt[4]{\frac{81}{16}}=\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}}=\frac{3}{2}$ $\frac{\sqrt[3]{-625}}{\sqrt[3]{5}}=\sqrt[3]{-\frac{625}{5}}$ $=\sqrt[3]{-125}$ $=-5.$
Основна властивість коренів	при $a\geq 0$ $\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[nk]{a^{mk}}$ і навпаки $\sqrt[nk]{a^{mk}}=\sqrt[n]{a^m}$	$\sqrt[3]{2^7}=\sqrt[6]{2^{14}}$ $\sqrt[25]{3^{15}}=\sqrt[5]{3^3}$

Правила винесення множника з-під знаку кореня

для невід'ємних a і $b(a\geq 0, b\geq 0)$	$\sqrt[n]{a^n b}=a\sqrt[n]{b}$	$\sqrt[5]{32\cdot 3}=\sqrt[5]{2^5\cdot 3}=2\sqrt[5]{3}.$
корінь непарного степеня для довільного a	$\sqrt[2k+1]{a^{2k+1}\cdot b}=a\cdot\sqrt[2k+1]{b}$	$\sqrt[3]{-27\cdot 5}=\sqrt[3]{(-3)^3\cdot 5}$ $=-3\cdot\sqrt[3]{5}.$
корінь парного степеня для довільного a	$\sqrt[2k]{a^{2k}\cdot b}=\lvert a\rvert\sqrt[2k]{b}$ при $b\geq 0$	$\sqrt[4]{16\cdot 7}=\sqrt[4]{2^4\cdot 7}=\lvert 2\rvert\sqrt[4]{7}$ $=2\sqrt[4]{7}.$

Правила внесення множника під знак кореня

для невід'ємних a і $b(a\geq 0, b\geq 0)$	$a\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a^n b}$	$2\sqrt[3]{7}=\sqrt[3]{2^3\cdot 7}=\sqrt[3]{56}.$
корінь непарного степеня для довільного a	$a^{2k+1}\sqrt{b}=\sqrt[2k+1]{a^{2k+1}\cdot b}$	$-7\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{(-7)^3 5}$ $=\sqrt[3]{-343\cdot 5}$ $=\sqrt[3]{-1715}.$
корінь парного степеня для довільного a	$a\geq 0, b\geq 0$ $a^{2k}\sqrt{b}=\sqrt[2k]{a^{2k}\cdot b}$ $a<0, b\geq 0$ $a^{2k}\sqrt{b}=-\sqrt[2k]{(-a)^{2k}\cdot b}$	$2\sqrt[6]{5}=\sqrt[6]{2^6\cdot 5}=\sqrt[6]{64\cdot 5}$ $=\sqrt[6]{320};$

		$-3\sqrt[4]{2} = -\sqrt[4]{3^4 \cdot 2}$ $= -\sqrt[4]{81 \cdot 2}$ $= -\sqrt[4]{162}.$

7.4. Степінь із раціональним показником

Означення	**Формула**
Степенем числа $a > 0$ з раціональним показником $r = \frac{m}{n}$, де m – ціле число , а n – натуральне $(n > 1)$ називається число $\sqrt[n]{a^m}$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
$0^r = 0$ для будь-якого $r > 0$	
Для будь-якого додатного a і будь-якого раціонального r, число a^r додатне	$a > 0, r > 0$ $a^r > 0$
Властивості степеня з раціональним показником	
Для будь-яких додатних a і b, та будь-яких раціональних r і s справедливі рівності: 1) $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ 2) $a^r : a^s = a^{r-s}$ 3) $(a^r)^s = a^{rs}$ 4) $(ab)^r = a^r b^r$ 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$	
Якщо $r > 0$ і $0 < a < b$, то $a^r < b^r$ Якщо $r < 0$ і $0 < a < b$, то $a^r > b^r$	
Якщо $r > s$ і $a > 1$, то $a^r > a^s$ Якщо $r > s$ і $0 < a < 1$, то $a^r < a^s$	

7.5. Логарифми

Означення. Приклади
Логарифмом додатного числа $b (b > 0)$ за основою $a (a > 0, a \neq 1)$ називається показник степеня, до якого треба піднести a, щоб одержати b. $\log_a b = c \quad b = a^c$ Приклад: $\log_2 16 = 4$, оскільки $2^4 = 16$; $\log_7 \frac{1}{7} = -1$, оскільки $7^{-1} = \frac{1}{7}$; $\log_5 \sqrt[3]{5} = \frac{1}{3}$, оскільки $5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$.

<table>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Основна логарифмічна тотожність
$a^{\log_a b} = b, a > 0, a \neq 1, b > 0$</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Властивості логарифмів</td></tr>
<tr><td>$\log_a 1 = 0 a > 0, a \neq 1$</td><td>логарифм одиниці за будь-якою основою дорівнює нулю</td></tr>
<tr><td>$\log_a a = 1 a > 0, a \neq 1$</td><td></td></tr>
<tr><td>$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \; a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$</td><td>логарифм добутку додатних чисел дорівнює сумі логарифмів множників</td></tr>
<tr><td>$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \; a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$</td><td>логарифм частки додатних чисел дорівнює різниці логарифмів діленого і дільника</td></tr>
<tr><td>$\log_a x^p = p \log_a x$
$a > 0, a \neq 1, x > 0$</td><td>логарифм степеня додатного числа дорівнює добуткові показника степеня на логарифм основи цього степеня</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Формула переходу від однієї основи логарифма до іншої</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, c \neq 1$$</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Наслідки:
$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$$
$$\log_a b = \log_{a^k} b^k, a > 0, a \neq 1, b > 0$$
$$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b, a > 0, a \neq 1, b > 0$$
$$\log_{a^n} a^m = \frac{m}{n}, a > 0, a \neq 1$$</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Властивості логарифмів використовуються до виконання дій логарифмування і потенціювання.</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Дія логарифмування</td></tr>
<tr><td>Якщо деякий вираз A, складений із додатних чисел за допомогою операцій множення, ділення, піднесення до степеня, то використовуючи властивості логарифмів, можна виразити $\log_a A$через логарифми чисел, що входять у</td><td>Про логарифмувати за основою 5 вираз$A = \frac{125a^3b^2}{\sqrt{c}}$, де a, b, c – додатні числа.</td></tr>
</table>

вираз A. Така дія називається логарифмуванням	$\log_5 A = \log_5 \frac{125a^3b^2}{\sqrt{c}}$ $= \log_5(125a^3b^2) - \log_5 \sqrt{c}$ $= \log_5 125 + \log_5 a^3 + \log_5 b^2 - \log_5 c^{\frac{1}{2}}$ $= 3 + 3\log_5 a + 2\log_5 b - \frac{1}{2}\log_5 c.$
Дія потенціювання	
Дія обернена до дії логарифмування, яка полягає у знаходженні виразу x, логарифм якого представлено через логарифми деяких чисел називається потенціюванням	Знайти x, якщо $\log_3 x = 2\log_3 5 + \frac{1}{2}\log_3 8 - -3\log_3 10$. $\log_3 x = \log_3 5^2 + \log_3 8^{\frac{1}{2}} - \log_3 10^3$ $\log_3 x = \log_3 25\sqrt{8} - \log_3 1000$ $\log_3 x = \log_3 \frac{25\cdot 2\sqrt{2}}{1000}$, $x = \frac{50\sqrt{2}}{1000} = \frac{\sqrt{2}}{20}$.

7.6. Тренувальні вправи

№1. Обчисліть усно: а) застосовуючи формули $(a \pm b)^2$; $a^2 - b^2$

1) 52^2;
2) 1001^2;
3) $198 \cdot 202$;
4) $84^2 - 16^2$;
5) $\left(2\frac{3}{4}\right)^2 - \left(1\frac{1}{4}\right)^2$;
6) $\sqrt{313^2 - 312^2}$;
7) 195^2;
8) 31^2;
9) 51^2;
10) 81^2;
11) 42^2;
12) 72^2;
13) 19^2;
14) 29^2;
15) 39^2;
16) 89^2;
17) 98^2;
18) $47^2 - 23^2$;
19) $36^2 - 9^2$;
20) $84^2 - 46^2$;
21) $\left(5\frac{1}{6}\right)^2 - \left(1\frac{1}{6}\right)^2$.

б) за допомогою тотожності $(10a + 5)^2 = 100a(a + 1) + 25$

1) 105^2;
2) 145^2;
3) 35^2;
4) 95^2;
5) 45^2;
6) 55^2;
7) 65^2;
8) 75^2;
9) 85^2;
10) 15^2;
11) 135^2;
12) 165^2.

в) за допомогою тотожності $\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 = a(a + 1) + \frac{1}{4}$

1) $\left(6\frac{1}{2}\right)^2$;
2) $\left(7\frac{1}{2}\right)^2$;
3) $\left(8\frac{1}{2}\right)^2$;
4) $\left(10\frac{1}{2}\right)^2$;
5) $\left(20\frac{1}{2}\right)^2$;
6) $\left(50\frac{1}{2}\right)^2$;
7) $\left(60\frac{1}{2}\right)^2$;
8) $\left(90\frac{1}{2}\right)^2$;
9) $\left(100\frac{1}{2}\right)^2$.

№2. Виконайте дії: 1)-10) усно; 11)-14) письмово

1) $(-2)^3; (-2)^4;\ (-1)^6;\ (-1)^3.$

2) $(-5)^3+4^2-(-7)^3;\ (-1)^{12}-(-2)^5-(-3)^4.$

3) $\left(\frac{1}{2}\right)^3;\ \left(-\frac{1}{3}\right)^3+\left(-\frac{1}{3}\right)^4;\ \left(\frac{3}{5}\right)^2-\left(-\frac{2}{5}\right)^3.$

4) $(0{,}1)^2;\ (0{,}2)^2;\ (-0{,}1)^3;\ (-0{,}2)^3.$

5) $2^{-2};\ 3^{-2};\ 2^{-3};\ 8^{-1}.$

6) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2};\ \left(\frac{2}{3}\right)^{-1};\ \left(\frac{5}{6}\right)^{-4};\ (0{,}3)^{-3}.$

7) $(-8)^{-2};\ \left(-\frac{1}{12}\right)^{-1};\ \left(-1\frac{1}{3}\right)^{-3};\ (-1)^{-6}.$

8) $(-156)^0;\ \left(\frac{4}{9}\right)^0;\ (-0{,}15)^0;\ (1{,}5)^0.$

9) $-5^{-1};\ -10^{-2};\ -5^{-3};\ \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}.$

10) $-0{,}25^{-1}; 8\cdot4^{-2}; 25\cdot5^{-3}; 32\cdot4^{-4}.$

11) $4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-2};\ 4^{-2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-3};\ 5^{-5}\cdot(0{,}1)^{-4};\ \left(5-3\cdot\left(\frac{4}{15}\right)^0\right)^{-2}.$

12) $\left(\frac{3}{4}-\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right)^{-1};\ \frac{5^2\cdot5^{-1}-8^0}{2^{-2}};\ \frac{4^{-1}-3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{5-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}.$

13) $\frac{2^{-3}-\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2}{10^{-1}+\left(-\frac{1}{8}\right)^0};\ \frac{3\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}+4^{-1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+5}.$

14) $\frac{(0{,}6)^0-(0{,}1)^{-1}}{\left(\frac{3}{2^3}\right)^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)^3+\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}};\ \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-5(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{2^{-2}+1^0}.$

№3. Виконайте дії:

1) $\sqrt[3]{27}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[5]{32}$; $\sqrt[5]{-32}$.

2) $\sqrt{4}$; $\sqrt[4]{16}$; $\sqrt{\frac{9}{25}}$.

3) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}$; $\sqrt[3]{0{,}008}$; $\sqrt[3]{-0{,}064}$; $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}$.

4) $\sqrt[4]{0{,}0016}$; $\sqrt{0{,}25}$; $\sqrt[6]{64}$; $\sqrt[4]{36^2}$; $\sqrt[6]{49^3}$; $\sqrt[6]{125^2}$; $\sqrt[8]{1{,}44^4}$.

5) $\sqrt{-9}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[5]{-32}$.

6) $\sqrt{4\cdot 9}$; $\sqrt{25\cdot 64}$; $\sqrt{100\cdot 4}$; $\sqrt{81\cdot 36}$.

7) $\sqrt{16\cdot 25\cdot 9}$; $\sqrt{49\cdot 36\cdot 100}$; $\sqrt{64\cdot 81\cdot 25}$; $\sqrt{144\cdot 100\cdot 4}$.

8) $\sqrt[3]{8\cdot 27}$; $\sqrt[3]{64\cdot 125}$; $\sqrt[3]{216\cdot 512}$; $\sqrt[3]{27\cdot 125\cdot 8}$.

9) $\sqrt[3]{64\cdot 27\cdot 125}$; $\sqrt[3]{343\cdot 512\cdot 8}$; $\sqrt[3]{16\cdot 81}$; $\sqrt[3]{32\cdot 243}$.

№4. Винести з-під знака радикала множники:

1) $\sqrt{98}$; $\sqrt{54}$; $\sqrt{27}$; $\sqrt{280}$; $\sqrt{8}$; $\sqrt{48}$; $\sqrt{175}$; $\sqrt{128}$; $\sqrt{288}$.

2) $\sqrt[3]{16}$; $\sqrt[3]{54}$; $\sqrt[3]{250}$; $\sqrt[3]{72}$; $\sqrt[3]{375}$; $\sqrt[3]{24}$; $\sqrt[3]{135}$; $\sqrt[3]{-686}$.

3) $\sqrt[4]{48}$; $\sqrt[4]{243}$; $\sqrt[5]{96}$; $\sqrt[5]{1215}$; $\sqrt[5]{-96}$; $\sqrt[4]{6250}$; $\sqrt[5]{300000}$.

№5. Внести множник під радикал:

1) $2\sqrt{2}$; $5\sqrt{3}$; $4\sqrt{5}$; $2\sqrt{7}$; $2\sqrt{5}$; $\frac{2}{3}\sqrt{6}$; $-4\sqrt{3}$.

2) $2\sqrt[3]{2}$; $3\sqrt[3]{2}$; $2\sqrt[3]{3}$; $5\sqrt[3]{2}$; $2\sqrt[4]{6}$; $6\sqrt[3]{5}$; $8\sqrt[3]{2}$; $2\sqrt[3]{130}$.

3) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$; $\frac{2}{3}\sqrt{3}$; $\frac{1}{2}\sqrt{24}$; $\frac{2}{3}\sqrt{45}$; $3\sqrt{\frac{1}{3}}$; $2\sqrt{\frac{3}{4}}$; $\frac{1}{3}\sqrt{18}$; $10\sqrt{0{,}02}$.

4) $-\frac{1}{7}\sqrt{147}$; $-\frac{1}{5}\sqrt{275}$; $-0{,}05\sqrt{28800}$; $-0{,}125\sqrt{192}$; $-\frac{1}{3}\sqrt{450}$; $-2\sqrt{3}$; $-3\sqrt{5}$; $-10\sqrt{0{,}02}$; $-\frac{1}{2}\sqrt{12}$.

№6. Обчисліть:

1) $\sqrt{13^2-12^2}$;
2) $\sqrt{8^2+6^2}$;
3) $\sqrt{313^2-312^2}$;
4) $\sqrt{122^2-22^2}$;
5) $\sqrt{45{,}8^2-44{,}2^2}$;
6) $\sqrt{21{,}8^2-18{,}2^2}$;
7) $\sqrt{17^2-8^2}$;
8) $\sqrt{3^2+4^2}$;
9) $\sqrt{82^2-18^2}$;
10) $\sqrt{117^2-108^2}$;
11) $\sqrt{6{,}8^2-3{,}2^2}$;
12) $\sqrt{\left(1\frac{1}{16}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}$;
13) $\sqrt{2^4}$;
14) $\sqrt{3^4}$;
15) $\sqrt{2^6}$;
16) $\sqrt{10^8}$;
17) $\sqrt{(-5)^4}$;
18) $\sqrt{(-2)^4}$;
19) $\sqrt{3^4\cdot 5^2}$;
20) $\sqrt{2^6\cdot 7^4}$;
21) $\sqrt{11^4}$;
22) $\sqrt{4^6}$;
23) $\sqrt{(-3)^8}$;
24) $\sqrt{(-6)^4}$;
25) $\sqrt{2^8\cdot 3^2}$;
26) $\sqrt{3^4\cdot 5^6}$;
27) $\sqrt{7^2\cdot 2^8}$;
28) $\sqrt{3^6\cdot 5^4}$;
29) $\sqrt{20736}$;
30) $\sqrt{50625}$;
31) $\sqrt{28224}$;
32) $\sqrt{680625}$;
33) $\sqrt{2304}$;
34) $\sqrt{18225}$;
35) $\sqrt{254016}$.

№7. Виконайте дії:

1) $(\sqrt{12}+\sqrt{15})\cdot\sqrt{3}$;
2) $5(3\sqrt{5}+5\sqrt{8})$;
3) $(4\sqrt{3}-2\sqrt{6})\cdot 2\sqrt{3}$;
4) $(3\sqrt{5}-2\sqrt{3})\cdot\sqrt{5}+\sqrt{60}$;
5) $(\sqrt{28}-2\sqrt{3}+\sqrt{7})\cdot\sqrt{7}+\sqrt{84}$;
6) $(\sqrt{12}+2\sqrt{18})\cdot\sqrt{2}-\sqrt{96}$;
10) $\sqrt{48}-2\sqrt{3}\cdot(2-5\sqrt{12})$;
11) $(1+3\sqrt{2})(1-2\sqrt{2})$;
12) $(3+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})$;
13) $(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\cdot(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})$;
14) $(\sqrt{5}-\sqrt{8})(\sqrt{5}-3\sqrt{2})$;
15) $(2\sqrt{5}+\sqrt{12})(\sqrt{12}-\sqrt{5})-\sqrt{135}$;

7) $\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{12}-2\sqrt{27}\right)$;

8) $\left(5\sqrt{2}-7\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{6}$;

9) $\sqrt{8}-\left(\sqrt{10}-\sqrt{5}\right)\cdot\sqrt{5}$;

16) $\left(3\sqrt{2}-\sqrt{27}\right)\left(\sqrt{27}-\sqrt{2}\right)-\sqrt{54}$;

17) $\left(2\sqrt{5}+1\right)\left(2\sqrt{5}-1\right)$;

18) $(5\sqrt{7}-\sqrt{13})(\sqrt{13}+5\sqrt{7})$;

19) $\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)$;

31) $\sqrt{196\cdot 0{,}81\cdot 0{,}36}$;

20) $\left(0{,}5\sqrt{14}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}-0{,}5\sqrt{14}\right)$;

32) $\sqrt{1\frac{9}{16}\cdot 5\frac{4}{9}\cdot 0{,}01}$;

21) $\left(1+3\sqrt{5}\right)^2$;

33) $\sqrt{0{,}87\cdot 49+0{,}82\cdot 49}$;

22) $\left(2\sqrt{3}-7\right)^2$;

34) $\sqrt{1{,}44\cdot 1{,}21-1{,}44\cdot 0{,}4}$

23) $\left(2\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)^2$;

35) $\sqrt{\frac{165^2-124^2}{164}}$;

24) $\left(3\sqrt{6}-2\sqrt{3}\right)^2$;

36) $\sqrt{\frac{98}{176^2-112^2}}$;

25) $\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{120}$;

37) $\sqrt{\frac{149^2-76^2}{457^2-384^2}}$;

26) $\sqrt{60}+\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2$;

38) $\sqrt{\frac{145{,}5^2-96{,}5^2}{193{,}5^2-31{,}5^2}}$;

27) $\left(\sqrt{14}-3\sqrt{2}\right)^2+6\sqrt{28}$;

39) $15\sqrt{20}\cdot 0{,}1\sqrt{45}$;

28) $\left(3\sqrt{5}+\sqrt{15}\right)^2-10\sqrt{27}$;

40) $0{,}3\sqrt{10}\cdot 0{,}2\sqrt{15}\cdot 0{,}5\sqrt{6}$;

29) $\left(\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}\right)^2$;

41) $\frac{8\sqrt{5}}{0{,}4\sqrt{0{,}2}}$;

30) $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}-\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^2$;

42) $\frac{\sqrt{0{,}48}}{5\sqrt{12}}$.

№8. Виконайте дії:

1) $\left(2\sqrt{18}+3\sqrt{8}\right)+\left(3\sqrt{32}-\sqrt{50}\right)$;

2) $\left(2\sqrt{20}-\sqrt{45}+3\sqrt{18}\right)+\left(\sqrt{72}-\sqrt{80}\right)$;

3) $\left(0{,}5\sqrt{24}-3\sqrt{40}\right)-\left(\sqrt{150}+\sqrt{54}-\sqrt{1000}\right)$;

4) $\left(\sqrt{32}+\sqrt{0{,}5}-2\sqrt{\frac{1}{3}}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{48}\right)$;

5) $\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{4{,}5}-\sqrt{12{,}5}-0{,}5\sqrt{200}+\sqrt{242}+6\sqrt{1\frac{1}{8}}-\sqrt{24{,}5}$;

6) $\frac{1}{2}\sqrt{48}-2\sqrt{75}-\sqrt{54}+5\sqrt{1\frac{1}{3}}-\sqrt{5\frac{1}{3}}+4{,}5\sqrt{2\frac{2}{3}}+2\sqrt{27}$;

7) $\sqrt[3]{40}+\left(\frac{3}{2}\sqrt[3]{-5}-2\sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}}\right)$;

8) $\left(3\sqrt[3]{32}+\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{108}\right)-\left(16\sqrt[3]{\frac{1}{16}}-4\sqrt[3]{\frac{1}{72}}\right)$;

9) $4\sqrt[3]{-3}-\sqrt[3]{\frac{8}{9}}+\sqrt[3]{\frac{3}{8}}-\sqrt[3]{7\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{-0{,}375}+\sqrt[3]{46\frac{7}{8}}$;

10) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{49}}+0{,}8\sqrt{\frac{8}{3}}-\frac{1}{15}\sqrt{96}+1{,}5\sqrt{\frac{3}{2}}+3\sqrt{\frac{1}{6}}-\frac{3}{14}\sqrt[3]{14}$;

11) $\left(\sqrt{12}-3\sqrt{75}\right)\sqrt{3}$;

12) $\left(\sqrt{6}-3\sqrt{3}+5\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{8}\right)\cdot 2\sqrt{6}$;

13) $\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)$;

14) $\left(3+2\sqrt{6}-\sqrt{33}\right)\left(\sqrt{22}+\sqrt{6}+4\right)$;

15) $\left(10\sqrt{48}-6\sqrt{27}+4\sqrt{12}\right):\sqrt{3}$;

16) $\left(15\sqrt{50}+5\sqrt{200}-3\sqrt{450}\right):\sqrt{10}$;

17) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}+\frac{4}{5}\sqrt{\frac{4}{5}}\right):\frac{8}{15}\sqrt{\frac{1}{8}}$;

18) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+3\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right):2\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$.

№9. Звільнитися від ірраціональності в знаменнику:

1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$;
2) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$;
3) $\frac{5}{4\sqrt{15}}$;
4) $\frac{4}{\sqrt{3}+1}$;
5) $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$;
6) $\frac{33}{7-3\sqrt{3}}$;
7) $\frac{15}{2\sqrt{5}+5}$;
8) $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$;
9) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$;
10) $\frac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}$;
11) $\frac{5+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}$;
12) $\frac{x}{x+\sqrt{y}}$;
13) $\frac{b}{a-\sqrt{b}}$;
14) $\frac{4}{\sqrt{10}-\sqrt{2}}$;
15) $\frac{12}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}$;
16) $\frac{9}{3-2\sqrt{2}}$;
17) $\frac{14}{1+5\sqrt{2}}$;
18) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}$;
19) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}+2}$.

№10. Подайте у вигляді кореня з числа і обчисліть вираз:

1) $3^{1,2}$;
2) $5^{-\frac{2}{3}}$;
3) $4^{1,25}$;
4) $6^{-1\frac{1}{2}}$;
5) $243^{0,4}$;
6) $16^{\frac{5}{4}}$;
7) $\left(\frac{64^4}{3^8}\right)^{-\frac{1}{8}}$;
8) $\left(\frac{27^3}{125^6}\right)^{\frac{2}{9}}$;
9) $8^{\frac{1}{2}} : \left(8^{\frac{1}{6}} \cdot 9^{\frac{3}{2}}\right)$;
10) $\sqrt[3]{100} \cdot (\sqrt{2})^{\frac{8}{3}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{5}{3}}$;
11) $8^{2\frac{1}{3}} : 81^{0,75}$;
12) $\left(1\frac{11}{25}\right)^{-0,5} \cdot \left(4\frac{17}{21}\right)^{-\frac{1}{3}}$;
13) $81^{-075} + \left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{3}{5}}$;
14) $0,001^{-\frac{1}{3}} - (-2)^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-1\frac{1}{3}} + +(9^0)^2$;
15) $27^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} - 25^{0,5}$;
16) $(-0,5)^{-4} - 625^{0,25} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}} + +19 \cdot (-3)^{-3}$.

№11. Обчисліть:

1) $\log_5 625$;
2) $\log_6 216$;
3) $\log_4 \frac{1}{16}$;
17) $\lg 0,01$;
18) $\lg \frac{1}{1000}$;
19) $\lg 10\sqrt[3]{100}$;
33) $8^{\log_2 5}$;
34) $9^{\log_3 12}$;
35) $16^{\log_4 7}$;

4) $\log_5 \frac{1}{125}$;

5) $\log_{\frac{1}{5}} 125$;

6) $\log_{\frac{1}{3}} 27$;

7) $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64}$;

8) $\log_{\frac{1}{6}} 36$;

9) $\log_{32} 64$;

10) $\log_{27} 243$;

11) $\log_{81} 27$;

12) $\log_{128} 8$;

13) $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3\sqrt[3]{3}}$;

14) $\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{25\sqrt[4]{5}}$;

15) $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 25\sqrt[3]{5}$;

16) $\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}} 6\sqrt[5]{36}$;

20) $\lg 100\sqrt[5]{10}$;

21) $3^{\log_3 18}$;

22) $5^{\log_5 16}$;

23) $10^{\lg 2}$;

24) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{4}} 6}$;

25) $3^{5\log_3 2}$;

26) $\left(\frac{1}{2}\right)^{6\log_{\frac{1}{2}} 2}$;

27) $5^{-\log_5 3}$;

28) $7^{\frac{1}{2}\log_7 9}$;

29) $(0,1)^{-\lg 0,3}$;

30) $10^{-\lg 4}$;

31) $5^{-\log_5 3}$;

32) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-\log_6 4}$;

36) $0,125^{\log_{0,5} 1}$;

37) $9^{2\log_3 5}$;

38) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}\log_3 4}$;

39) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-5\log_2 3}$;

40) $27^{-4\log_{\frac{1}{3}} 5}$;

41) $10^{3-2\lg 5}$;

42) $\left(\frac{1}{7}\right)^{1+2\log_{\frac{1}{7}} 3}$;

43) $\log_2 \log_3 81$;

44) $\log_3 \log_2 8$;

45) $2\log_{27} \log 1000$;

46) $\frac{1}{3}\log_9 \log_2 8$;

47) $\log_4 \log_{16} 256 + \log_4 \sqrt{2}$;

48) $3\log_2 \log_4 16 + \log_{\frac{1}{2}} 2$.

№12. Обчисліть, використовуючи властивості логарифмів:

1) $\lg 5 + \lg 2$;

2) $\lg 8 + \lg 125$;

3) $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$;

4) $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$;

5) $\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16}$;

6) $\log_5 75 - \log_5 3$;

7) $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$;

8) $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$;

9) $\log_{13} \sqrt[5]{169}$;

10) $\log_{11} \sqrt[3]{121}$;

11) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[4]{243}$;

12) $\log_2 \frac{1}{\sqrt[6]{128}}$;

13) $\log_8 12 - \log_8 15 + \log_8 20$;

14) $\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10$;

15) $\frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 14 - 3\log_7 \sqrt[3]{21}$;

16) $2\log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 400 + 3\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45}$;

17) $4\log_{\frac{1}{2}} 3 - \frac{2}{3}\log_{\frac{1}{2}} 27 - 2\log_{\frac{1}{2}} 6$;

18) $\frac{2}{3}\lg 0,001 + \lg \sqrt[3]{1000} -$

21) $\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9}$;

22) $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$;

23) $\frac{\log_2 24 - \frac{1}{2}\log_2 72}{\log_3 18 - \frac{1}{3}\log_3 72}$;

24) $\frac{\log_7 14 - \frac{1}{3}\log_7 56}{\log_6 30 - \frac{1}{2}\log_6 150}$;

$-\frac{3}{5}\lg\sqrt{10000}$;

19) $\frac{\log_3 8}{\log_3 16}$;

20) $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$;

25) $\frac{\log_2 4+\log_2\sqrt{10}}{\log_2 20+3\log_2 2}$;

26) $\frac{3\log_7 2-\frac{1}{2}\log_7 64}{4\log_5 2+\frac{1}{3}\log_5 27}$.

№13. Виконайте дію логарифмування (всі буквені вирази позначають додатні числа, основу логарифму оберіть самостійно):

1) $x = abc$;

2) $x = 3cd$;

3) $x = 2(a-b)$;

4) $x = 5(a^2-b^2)$;

5) $x = \frac{3mn}{5}$;

6) $x = \frac{4cd}{3a}$;

7) $x = \frac{5(a+b)}{a(a-b)}$;

8) $x = \frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{4abc}$;

9) $x = 5a^2$;

10) $x = 3c^2d$;

11) $x = 13c^4d^3kl^2$;

12) $x = \frac{2r^2}{3(r^2-1)}$;

13) $x = \frac{p^3\operatorname{tg}\alpha}{abc}$

14) $x = \frac{10(a^2-b^2)}{3c^3d^4}$;

15) $x = a\sqrt{b}$;

16) $x = m\sqrt[3]{n}$;

17) $x = 3a\sqrt[3]{3b^2}$;

18) $x = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$;

19) $x = \sqrt[4]{\frac{a^3}{b}}$;

20) $x = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$;

21) $x = 3a\sqrt[5]{a^3(a+b)^2}$;

22) $x = 15p^2\sqrt[4]{2p^2(p-q)^3}$;

23) $x = \frac{3mn^2}{4\sqrt{5mn}}$;

24) $x = \frac{6a\sqrt{2(a-b)c}}{5(a-b)^2}$;

25) $x = \left(\sqrt[5]{\frac{a}{2b}}\right)^3$;

26) $x = \left(\frac{\sqrt[4]{ab}}{\sqrt{3b}}\right)^3$;

27) $x = \frac{a^2\sqrt{\sin\alpha}}{b^3\sqrt[4]{c}}$;

28) $x = m^{-2}n^{-3}$;

29) $x = 5p^{-2}\sqrt{\cos 2\alpha}$;

30) $x = 3a^{-1}b^{-2}c$;

34) $x = 5p^{-\frac{3}{4}}q^{-\frac{1}{3}}\sqrt[3]{\frac{2\cos^2\alpha}{3}}$;

35) $x = \frac{m^{-1}\sqrt{5\operatorname{tg}^3\alpha}}{2a^2b}$;

36) $x = \frac{n^{-2}\sqrt[3]{2\sin^2\alpha}}{5m^3n^2}$;

37) $x = \sqrt[4]{\frac{1}{a^3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{b^2}}$;

38) $x = \frac{1}{3}\sqrt{a\sqrt{b}}$;

39) $x = \frac{2}{3}\sqrt[3]{m\sqrt{n}}$;

40) $x = \frac{\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}{\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}}$;

41) $x = \frac{a\sqrt{b\sqrt{a\sqrt{b}}}}{b\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{a}}}}$;

42) $x = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{a^3b^3\sqrt[4]{c^3}}\right)^3}$;

43) $x = \sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{ab}}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}}$;

47) $x = \sqrt[-2]{\frac{\sqrt{ab}}{a^{-1}}\cdot\sqrt[-3]{a^{-1}b^{-2}}}$;

48) $x = \sqrt[-3]{\frac{\sqrt{a^{-1}}}{b^{-2}}\cdot\sqrt[-2]{a^{-1}b^{-3}}}$;

49) $x = \sqrt[n+1]{a^n\sqrt[m]{b^{-1}}}$;

50) $x = \sqrt{a}^{-\sqrt{a}}$;

51) $x = 3^{\sqrt[5]{4}}$;

52) $x = 0{,}5^{\sqrt[3]{0{,}4}}$;

53) $x = 0{,}8^{\sqrt[4]{0{,}5}}$;

54) $x = \log(a^2)$;

55) $x = \log\left(5^{\sqrt[3]{4}}\right)$;

56) $x = \log\left(\sqrt[3]{3^{\sqrt[3]{3}}}\right)$;

31) $x = \frac{1}{2} m^{-4} \sqrt{2 \operatorname{tg} \alpha}$;

32) $x = a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{2}{3}}$;

33) $x = \frac{5}{6} S^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\sin \alpha}{2}}$;

44) $x = \sqrt[5]{\frac{3a^2}{\sqrt[3]{\left(\frac{a^2}{b}\right)^2}}}$;

45) $x = \sqrt[6]{\frac{5m^3}{\sqrt[3]{\left(\frac{m}{n^2}\right)^2}}}$;

46) $x = \sqrt[n]{a^{12} \sqrt[m]{a^3}}$;

57) $x = \log\left(1{,}6^{\sqrt[3]{1{,}2}}\right)$;

58) $x = \frac{5 \log m}{\log(m^3)}$;

59) $x = \log \sqrt{\log 3}$;

60) $x = \log \sqrt{(a+b)^{\log(a+b)}}$.

№14. Знайдіть x, якщо задано його логарифм:

1) $\log x = \log b + \log c$;

2) $\log x = \log m - \log n$;

3) $\log x = 5 \log a$;

4) $\log x = 2 \log a + 3 \log b$;

5) $\log x = 3 \log m - 4 \log n$;

6) $\log x = \frac{1}{2} \log a$;

7) $\log x = \frac{1}{2} (\log m + \log n)$;

8) $\log x = 2 \log a + 3 \log b - 5 \log c$;

9) $\log x = 3 \log(a+b) - 2 \log(a-b)$;

10) $\log x = \frac{1}{2} \log(m-n) - \frac{1}{3} \log(m+n)$;

11) $\log x = \frac{2}{3} \log a + \frac{8}{5} \log b$;

12) $\log x = \frac{3\log a}{2} - \frac{4\log b}{3}$;

13) $\log x = \frac{2\log m}{5} - \frac{3\log n}{4}$;

14) $\log x = 2\log(a+b) - \frac{2}{3}\log(a-b) + \frac{1}{2}\log a$;

15) $\log x = \frac{1}{2}\log(a-b) - \frac{2}{5}\log(a+b) - \frac{2}{3}\log a$;

16) $\log x = \frac{2}{3}(\log a + \log b)$;

17) $\log x = \frac{3}{4}(\log m - \log n)$;

18) $\log x = \log(a-b) + \frac{1}{3}\log(2\log a + 3\log b)$;

19) $\log x = \log(c+d) - \frac{3}{4}\log(3\log c - 2\log d)$;

20) $\log x = \log a + n\log(a+b) - \frac{1}{n}\log(a-b)$;

21) $\log x = \log b - \frac{1}{m}\log(b-c) + m\log(b+c)$;

22) $\log x = 5\log m + \frac{1}{2}\left[\log(m+n) + \frac{1}{3}\log(m-n) - \log m - \log n\right]$;

23) $\log x = \frac{2}{3}\left[\log k + \frac{4}{3}\log(k+l) - 2\log(k-l)\right] - \frac{1}{2}\log l$;

24) $\log x = -\frac{1}{2}\log a + \frac{1}{4}\left[\log b - \frac{2}{3}\log a + \frac{2}{3}\log(a-b) - \frac{1}{2}\log(a+b)\right]$;

25) $\log x = -\log(a+b) + \frac{2}{5}\left[2\log a + \frac{1}{2}\log b - \frac{1}{3}(\log a - \log b) - \log a\right]$.

№ 15. Обчислити**:**

1) $\lg 1250$, якщо $\lg 2=0{,}3010$;
2) $\log_{100}40$, якщо $\log_2 5=a$;
3) $\log_3 5$, якщо $\log_6 2=a$, $\log_6 5=b$;
4) $\log_6 16$, якщо $\log_{12}27=a$;
5) $\log_{35}28$, якщо $\log_{14}7=a$, $\log_{14}5=b$;
6) $\log_3 a$, якщо $\log_a 27=b$, $a>0$, $a\neq 1$;
7) $\log_5 3{,}38$, якщо $\lg 2=a$, $\lg 13=b$;
8) $\log_2 360$, якщо $\log_3 20=a$, $\log_3 15=b$;
9) $\log_{275}60$, якщо $\log_{12}5=a$, $\log_{12}11=b$;
10) $\log_{30}8$, якщо $\lg 5=a$, $\lg 3=b$;
11) $\lg 56$, якщо $\lg 2=a$, $\log_2 7=b$;
12) $\log_b(a^2b)$, якщо $\log_a b=7$;
13) $A=5^b+6^c$, якщо $b=3(\log_2 5)^{-1}$, $c=(\log_5 6)^{-1}$;
14) $A=10^b+6^c$, якщо $b=(½\log_2 100)^{-1}$, $c=(\log_7 6)^{-1}$;
15) $A=3^b$, якщо $b=\log_c 0{,}25+3\log_u 4$, $u=27$, $c=9^{-1}$.

№16.

Відомо, що:	Обчислити
1) $\log_a b=2$	$3\log_{\frac{a^3}{b}}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{b}}+\log_{\frac{a^3}{b}}b$
2) $\log_a b=14$	$\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{b}}+\frac{1}{4}\log_{\frac{\sqrt{b}}{a^2}}b\sqrt{a}$
3) $\log_a b=3$	$\log_{\sqrt[4]{ab}}\frac{b}{\sqrt{a}}+\log_{\sqrt[4]{ab}}\sqrt[4]{\frac{a}{b}}$

4) $\log_b a=2$	$\log_{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}} \frac{\sqrt[5]{b}}{\sqrt{a}} + 3\log_{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}} \sqrt{ab}$
5) $\log_a b=2$	$\log_{ab} \frac{\sqrt{b}}{a} + \log_{\sqrt{ab}} b + \log_a \sqrt{ab}$
6) $\log_a b=2$	$\log_a \sqrt{ab} + \log_{\sqrt{b}} a + \log_{\sqrt{a}} b\sqrt[4]{a}$
7) $\log_b a=2$	$\log_{\sqrt[3]{b}} \frac{b}{\sqrt[3]{a}} - \frac{3}{\log_{\sqrt[3]{ab}}(a\sqrt{b})} + 2\log_2 \sqrt{b}$
8) $\log_a b=0{,}5$	$\log_{a\sqrt{b}} \frac{\sqrt{b}}{a^2} + \log_{b\sqrt{a}}(a\sqrt{b}) + \frac{1}{4}\log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt[5]{a}$
9) $\log_b a=9$	$\log_{\sqrt[3]{a}} \frac{b}{a} + \log_{\sqrt{b}} a\sqrt[3]{b}$
10) $\log_a b=2$	$3\log_{\sqrt[3]{ab}} \frac{\sqrt{b}}{a} + 2\log_{\sqrt[3]{ab}} a^3$

№ 17. Спростити вираз:

1) $\sqrt{x^2}, \quad x \geq 0;$

2) $\sqrt{y^2}, \ y < 0;$

3) $\sqrt{a^2}, \ \ a = 0;$

4) $\sqrt{n^2}, \quad n \leq 0;$

5) $\sqrt{(x+1)^2}$, x+1$\geq 0;$

6) $\sqrt{(3x+2)^2}, \ 3x+2 \geq 0;$

7) $\sqrt{(m-2)^2}, \ m < 2;$

8) $\sqrt{(x-\frac{1}{4})^2}, \quad x \geq \frac{1}{4};$

9) $\sqrt{(2x+3)^2}, \quad 2x < -3;$

10) $\sqrt{(3-x)^2}, \quad x \geq 3;$

11) $\sqrt{x^2+2x+1};$

12) $\sqrt{1-2x+x^2};$

13) $\sqrt{a^2+2a+1};$

14) $\sqrt{y^4+2y^2+1};$

15) $\sqrt{4x^2-12x+9};$

16) $\sqrt{9y^2-30x+25};$

17) $\sqrt{4-4p+p^2};$

18) $\sqrt{n^4-6n^2+9};$

19) $\sqrt{\frac{1}{4}x^2-2x+4;}$

20) $\sqrt{\frac{1}{9}y^4-y+2{,}25;}$

№18. Винести множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{x^2};$ 2) $\sqrt{x^4};$ 3) $\sqrt{y^3};$ 4) $\sqrt{y^7};$

5) $\sqrt{x^4y^2};$ 6) $\sqrt{16xy^3};$ 7) $\sqrt{x^2y^2};$ 8) $\sqrt{9y^2x^4}$;

9) $\sqrt{49ab^2c^3};$ 10) $\sqrt{\frac{16x^5}{25}};$ 11) $\sqrt{\frac{121x^6y^2}{1444}};$ 12) $\sqrt{169x^4y^3z^2};$

13) $\sqrt{\frac{25x^2}{2}};$ 14) $\sqrt{3\frac{2}{3}x^2y^2};$ 15) $\sqrt{\frac{m^3}{0{,}01}};$ 16) $\sqrt{\frac{0{,}04}{x^2}};$

17) $\sqrt{\frac{2{,}25x^4z}{1{,}96y^2}};$ 18) $\sqrt{\frac{5m^3}{0{,}5n}};$ 19) $\sqrt{\frac{0{,}1x}{10y^2}};$ 20) $\sqrt{\frac{900x^4}{52}}.$

№19. Внести множник під знак кореня

1) $a\sqrt{2}$; 2) $x\sqrt{x}$; 3) $2x\sqrt{3}$; 4) $x^2\sqrt{3}$;

5) $m^2n\sqrt{5}$; 6) $mn\sqrt{5}$; 7) $3xy\sqrt{2}$; 8) $a^3\sqrt{6}$;

9) $2c^2d^3\sqrt{3}$; 10) $c^3\sqrt{5c}$; 11) $x\sqrt{2}, x < 0$;

12) $a\sqrt{3}, a \geq 0$; 13) $3x\sqrt{5}, x \geq 0$; 14) $x^2y\sqrt{3}, y < 0$;

15) $0{,}1xy\sqrt{2},\ x < 0, y < 0$; 16) $\frac{1}{3}x^3\sqrt{7}, x > 0$;

17) $\frac{2}{5}c^2\sqrt{2x}, c < 0$; 18) $2\frac{1}{2}x^2y^3\sqrt{3}, y \geq 0$; 19) $c\sqrt{-c}$;

20) $5x\sqrt{-x}$.

№**20.** Розкладіть на множники:

1) $\sqrt{x} + x$; 2) $y - \sqrt{y}$; 3) $x\sqrt{y} - y\sqrt{x}$; 4) $a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$;

5) $\sqrt{a^3} + 2a$; 6) $3mn - \sqrt{m^3n^2}$; 7) $a - b$; 8) $b - 2$;

9) $25a - 16b$; 10) $x + 2\sqrt{x} + 1$.

№21. Скоротити дріб:

1) $\dfrac{a-16}{\sqrt{a}+4}$; 2) $\dfrac{5+\sqrt{x}}{x-25}$; 3) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{x}}{5-x}$;

4) $\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$; 5) $\frac{x-y}{\sqrt{y}+\sqrt{x}}$; 6) $\frac{x-y}{-\sqrt{y}+\sqrt{x}}$;

7) $\dfrac{16x-9y}{3\sqrt{y}+4\sqrt{x}}$; 8) $\dfrac{121x^2-5y}{11x+\sqrt{5y}}$;

9) $-\dfrac{\sqrt{y}-\sqrt{x}}{x+y-2\sqrt{xy}}$; 10) $\dfrac{y+25+10\sqrt{y}}{5+\sqrt{y}}$.

№22. Звільнитися від ірраціональності у знаменнику дробу:

1) $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; 3) $\frac{1}{1+\sqrt{x}}$;

4) $\frac{1}{-1+\sqrt{x}}$; 5) $\frac{1}{3+2\sqrt{y}}$; 6) $\frac{1}{3\sqrt{y}-2}$;

7) $\frac{3x}{\sqrt{x}}$; 8) $\frac{10}{\sqrt{x}+2}$; 9) $\frac{13}{3-\sqrt{y}}$;

10) $\frac{x}{7+2\sqrt{a}}$; 11) $\frac{a+b}{\sqrt{a+b}}$; 12) $-\frac{x+3}{\sqrt{9-x^2}}$;

13) $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$; 14) $\frac{\sqrt{x-3}+\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}-\sqrt{x+3}}$; 15) $\frac{\sqrt{a-b}-\sqrt{a+b}}{\sqrt{a-b}+\sqrt{a+b}}$.

№23. Спростити вираз:

1) $\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+1\right)\left(1-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)$;

2) $\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+1\right):\left(1-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)$;

3) $\left(\sqrt{a}-\frac{1}{1+\sqrt{a}}\right)\frac{\sqrt{a}+1}{1-a-\sqrt{a}}$;

4) $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\frac{x\sqrt{x}-y\sqrt{y}}{x-y}$;

5) $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}-6}-\frac{3}{\sqrt{m}+6}+\frac{m}{36-m}$;

6) $\left(\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}+\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}\right):\left(1+\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}\right)$;

7) $\left(\frac{1}{\sqrt{a(1-a)}}+\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{1-a}}\right):\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}+\frac{\sqrt{a}}{1-a}\right)$;

$$8)\ \left((a-b)\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}+a-b\right)\left((a-b)\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}-a+b\right);$$

$$9)\ \left(\frac{y+\sqrt{y^2-a^2}}{y-\sqrt{y^2-a^2}}+\frac{y-\sqrt{y^2-a^2}}{y+\sqrt{y^2-a^2}}\right):\frac{y\sqrt{2}-a}{a^3};$$

$$10)\ \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^3+y\sqrt{y}+\frac{2x^2}{\sqrt{x}}}{y\sqrt{y}+x\sqrt{x}}+\frac{3\sqrt{xy}-3y}{x-y}.$$

№24. Спростити вираз:

1) $\sqrt{\sqrt[3]{x}}$; 2) $\sqrt{\sqrt[3]{y}}$; 3) $\sqrt{\sqrt[4]{a}}$;

4) $\sqrt[4]{x\sqrt{x}}$; 5) $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}$; 6) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{b^3}}$;

7) $\sqrt[7]{a^2\sqrt[3]{a^2}}$; 8) $\sqrt[3]{y\sqrt{y\sqrt{y}}}$; 9) $\sqrt[5]{x^2\sqrt[4]{x^3}}$;

10) $\sqrt[6]{y^6\sqrt{y}\sqrt{y}}$.

№ 25. Спростити вираз:

1) $\sqrt[3]{8x^6}$; 2) $\sqrt[28]{x^{14}y^7}$; 3) $\sqrt[4]{c}\sqrt[3]{c}$;

4) $\sqrt[5]{y^{20}}$; 5) $\sqrt[4]{81a^8b^4}, a \le 0, b \ge 0$;

6) $\frac{\sqrt[5]{x^4y^3}}{\sqrt[5]{xy}}$; 7) $\frac{\sqrt[6]{x^2y^2}}{\sqrt[6]{xy}}$;

8) $\sqrt[5]{x^2y}\sqrt[5]{xy^2}$; 9) $\sqrt[4]{m^8n^4}, m \le 0$;

10) $\frac{\sqrt[6]{a^{12}b^{16}c^{20}}}{a^2bc^3}$ $, a > 0, b < 0;$

№ 26. Винесіть множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{125x^4}$;
2) $\sqrt[4]{64y^6}, y \geq 0$;
3) $\sqrt{192x^2}$, $x \leq 0$;
4) $\sqrt[3]{-81x^5y^7}$;
5) $\sqrt[4]{2436^4}, b \geq 0$;
6) $\sqrt{45x^6}, x \leq 0$;
7) $\sqrt{80x^2y^4}, x \leq 0$;
8) $\sqrt[3]{500a^6b^8}$;
9) $\sqrt{147a^6b^8}$, $a \geq 0$;
10) $\sqrt[3]{-108a^4b^{12}}$;
11) $\sqrt{18a^2b}$, $a \geq 0$;
12) $\sqrt[4]{32x^6y^4}, x \geq 0$;
13) $\sqrt[4]{48a^4b^8c^{12}}, c \leq 0$;
14) $\sqrt[4]{32a^6b^4}, a \leq 0$;
15) $\sqrt{27a^3b^2c^6}$, $b \geq 0$;

№ 27. Внесіть множник під знак кореня:

1) $a) x^4\sqrt{3}, x \geq 0,$ b) $-y^8\sqrt{5}, y \geq 0;$
2) $a) - xy^4\sqrt{2}, x \geq 0, y \leq 0,$ b) $b^4\sqrt{6}, b \leq 0;$
3) $a) xy\sqrt{2}, x \geq 0, y \geq 0,$ $b)\ ab\sqrt[4]{7}, a \geq 0, b \leq 0;$

4) $a)\ x\sqrt[4]{x},$ $b)\ -ab\sqrt[4]{a};$

5) $a)\ b\sqrt[4]{-b^3},$ $b)\ -b\sqrt[4]{2},$ $c)\ ab\sqrt{b};$

6) $a)\ xy\sqrt[4]{\frac{2}{x^3y}}, x>0, y>0,$ $b)\ (2-a)\sqrt{\frac{2a}{a-2}}, a>2;$

7) $a)\ (x-5)\sqrt{\frac{x}{25-x^2}}, 0<x<5,$ $b)\ (a-b)\sqrt{\frac{3a^2}{b^2-a^2}}, 0<a<b.$

№ 28. Скоротити дріб:

1) $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}};$ 2) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}};$ 3) $\frac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}};$

4) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b};$ 5) $\frac{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}}{\sqrt[2n]{a}+\sqrt[2n]{b}};$ 6) $\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}};;$

7) $\frac{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}};$ 8) $\frac{\sqrt[2n]{a}-\sqrt[2n]{b}}{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}};$ 9) $\frac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a-b};$

10) $\frac{a+b}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}};$ 11) $\frac{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}}{\sqrt[3n]{a^2}+\sqrt[3n]{ab}+\sqrt[3n]{b^2}};$

12) $\frac{\sqrt[3n]{a}-\sqrt[3n]{b}}{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}};$ 13) $\frac{a-\sqrt[4]{b^3}}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[4]{b}};$

14) $\frac{\sqrt[3n]{a}+\sqrt[3n]{b}}{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}};$ 15) $\frac{a\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt[6]{b}};$

16) $\frac{\sqrt[3n]{a^2}-\sqrt[3n]{ab}+\sqrt[3n]{b^2}}{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}};$ 17) $\frac{b-a}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}};$

18) $\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt{y}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{y}};$ 19) $\frac{a^2+b\sqrt[4]{6}}{\sqrt[3]{a^2}+b\sqrt{6}};$

20) $\frac{\sqrt{x}-y^3}{y\sqrt{y}-\sqrt[4]{x}};$

№29. Звільнитися від ірраціональності в знаменнику дробу:

А) за формулою:

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a^k}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-k}}}{\sqrt[n]{a^k} * \sqrt[n]{a^{n-k}}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-k}}}{a}.$$

1) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x} * \sqrt[3]{x^2}} = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x}$;

2) $\frac{1}{\sqrt[8]{x^5}}$;

3) $\frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}$;

4) $\frac{1}{\sqrt[8]{(x+y)^2}}$;

5) $\frac{1}{\sqrt[6]{x^2 y}}$;

Б) за формулами:

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}, a \neq b, \qquad a \geq 0, \qquad b \geq 0;$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b};$$

1) $\frac{1}{x-\sqrt{y}} = \frac{x+\sqrt{y}}{(x-\sqrt{y})(x+\sqrt{y})} = \frac{x+\sqrt{y}}{x^2-y}$;

2) $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$;

3) $\frac{1}{2a-3\sqrt{b}}$;

4) $\frac{3}{4\sqrt{b}+\sqrt{a}}$;

5) $\frac{-2}{0{,}1\sqrt{x}-\frac{1}{2}\sqrt{y}}$;

В) за формулами:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}=\frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}=\frac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a+b}, a+b$$

$$\neq 0;$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}=\frac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}=\frac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a-b}, a\neq b;$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}=\frac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}=\frac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{a-b}, a\neq b;$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}=\frac{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}{(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}=\frac{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}{a+b}, a+b$$

$$\neq 0;$$

1) $\frac{1}{\sqrt[3]{2x}+\sqrt[3]{y}}$;

2) $\frac{1}{\sqrt[3]{3x}-\sqrt[3]{2y}}$;

3) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{2x\ }+\sqrt[3]{4y^2}}$;

4) $\frac{1}{\sqrt[3]{9c^2}-\sqrt[3]{6c\ }+\sqrt[3]{4d^2}}$;

5) $\frac{1}{1+\sqrt[3]{5x}+\sqrt[3]{25\ ^{2}}}$.

Г) за формулами:

$$\left(\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}\right)\left(\sqrt[n]{a^{n-1}}+\sqrt[n]{a^{n-2}b}+\cdots+\sqrt[n]{ab^{n-2}}+\sqrt[n]{b^{n-1}}\right)=a-b;$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{b}}=\frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}+\sqrt[n]{a^{n-2}b}+\cdots+\sqrt[n]{ab^{n-2}}+\sqrt[n]{b^{n-1}}}{a-b};$$

1) $\frac{1}{\sqrt[4]{5x}-\sqrt[4]{3y}}$; 2) $\frac{7}{\sqrt[4]{c}-\sqrt[4]{d}}$; 3) $\frac{1}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}$.

№30. Звільнитися від ірраціональності в знаменнику дробу:

1) $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$;

2) $\dfrac{1}{\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{y}}}$;

3) $\dfrac{1}{\sqrt{x} - 3}$;

4) $\dfrac{1}{2 - \sqrt{x}}$;

5) $\dfrac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$;

6) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1}$;

7) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}^2 + y}$;

8) $\dfrac{a}{\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}$;

9) $\dfrac{a + b}{1 + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x}}$;

10) $\dfrac{3}{\sqrt{x} - \sqrt[4]{x \cdot y} + \sqrt{y}}$;

11) $\dfrac{a - 1}{\sqrt{a - 1} - \sqrt{a + 2}}$;

12) $\dfrac{3a(b + \frac{1}{2})}{\sqrt{b + 2} + \sqrt{1 - b}}$;

13) $\dfrac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{c \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt[4]{a \cdot b})}}$;

14) $\dfrac{4(a^2 - x^2)}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{x}}$;

15 $\dfrac{3(a + \frac{b}{2})}{\sqrt[3]{2 \cdot a} + \sqrt[3]{b}}$;

16) $\dfrac{1 - x}{\sqrt{1 - \sqrt{x}}}, 0 \le x < 1$;

17) $\dfrac{1 - x}{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}, x \ge 0$;

№31. Спростити:

1) $(\sqrt{x^3}y+\sqrt{y^3x-}\sqrt{\frac{x}{y}})\sqrt{\frac{y}{x}}, a>0, в>0$

2) $(a\sqrt{\frac{a}{в}}+в\sqrt{\frac{в}{a}}-2\sqrt{aв})\sqrt{aв}, a>0, в>0$

3) $\frac{x-y}{\sqrt{x+\sqrt{y}}}+\sqrt{y}, x>0, y>0$

4) $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{a}}-\frac{\sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[3]{y}}, x\neq 0$

5) $\frac{x-y}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}\sqrt[3]{xy}, x\neq y$

6) $\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{y^3}}{\sqrt{y}}+\sqrt{xy}, x>0, y>0$

7) $\frac{y\sqrt[2]{x}\cdot x\sqrt{y}}{\sqrt{xy}}, x>0, y>0$

8) $\frac{y^3\sqrt{x^2-x\sqrt[3]{y}}}{\sqrt[3]{yx}}, x>0, y>0$

9) $\frac{\sqrt{a+1}}{1+a+\sqrt{a}}:\frac{1}{1-\sqrt{a^3}}, a\geq 0, a\neq 1$

10) $((a-в)\sqrt{\frac{a+в}{a-в}}+a-в)(\sqrt{\frac{a+в}{a-в}}-1)(a-в), a>в>0$

11) $\frac{x+\sqrt{x^2}-\sqrt{4x}}{x-\sqrt{x^2}-\sqrt{4x}}+\frac{x-\sqrt{x^2}-\sqrt{4x}}{x+\sqrt{x^2}-\sqrt{4x}}, x\neq 0$

12) $\frac{y+2+\sqrt{y^2}-\sqrt{4}}{y+2-\sqrt{y^2}-\sqrt{4}}-\frac{y+2-\sqrt{y^2}-\sqrt{4}}{y+2+\sqrt{y^2}-\sqrt{4}}$

13) $\sqrt{\frac{x}{x-a^2}}:(\frac{\sqrt{x-\sqrt{}x-a^2}}{\sqrt{x+\sqrt{}x-a^2}}-\frac{\sqrt{x+\sqrt{}x-a^2}}{\sqrt{x-\sqrt{}x-a^2}}$

14) $(\sqrt{a(1-a)}+\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{1-a}}):(\frac{1}{1+\sqrt{a}}+\frac{\sqrt{a}}{1-a}), a>1$

$$15)\left((a-b)\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}\right)\cdot\left((a-b)\cdot\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}-a+b;\right)$$

$$16)\left(\frac{y+\sqrt{y^2-a^2}}{y-\sqrt{y^2-a^2}}+\frac{y-\sqrt{y^2-a^2}}{y+\sqrt{y^2-a^2}}\right):\frac{y\sqrt{2}-a}{a^3};$$

$$17)\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^3+\dfrac{2x^2}{\sqrt{x}}+y\sqrt{y}}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}+\frac{3\sqrt{xy}-3y}{x-y};$$

$$18)\frac{a-x}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}-\left(\frac{a+\sqrt[4]{ax^3}}{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ax}}-\sqrt[4]{ax}\right);$$

$$19)\left(\sqrt{x}-\frac{\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+\frac{2\sqrt{xy}}{x-y}\right);$$

$$20)\left(\frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a}+\sqrt{x-a}}+\frac{x-a}{\sqrt{x^2-a^2}-x+a}\right):\sqrt{\frac{x^2}{a^2}-1};$$

$$21)\frac{\sqrt[4]{x^5}+\sqrt[4]{xy^4}-\sqrt[4]{x^4y}-\sqrt[4]{y^5}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\cdot\left(\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}\right);$$

$$22)\left(\frac{\sqrt{2+a}}{\sqrt{2+a}-\sqrt{2-a}}+\frac{2-a}{\sqrt{4-a^2}-2+a}\right):\frac{\sqrt{\dfrac{4}{a^2}-1}+\dfrac{2-a}{a}}{\sqrt{2-a}};$$

$$23)\frac{8-m}{\sqrt[3]{m}+2}:\left(2+\frac{\sqrt[3]{m^2}}{\sqrt[3]{m}+2}\right)+\left(\sqrt[3]{m}+\frac{2\sqrt[3]{m}}{\sqrt[3]{m}-2}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt[3]{m^2}-4}{\sqrt[3]{m^2}+2\sqrt[3]{m}}\right);$$

$$24)\left(\frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{ab}}{1-\sqrt{ab}}+\frac{1-\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab}}\right):\frac{\sqrt[4]{ab}}{1+\sqrt[4]{a^3b^3}}-\frac{1-\sqrt[4]{ab}-\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}};$$

$$25)\frac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}:\left(\frac{a+b}{\sqrt{ab}}+\frac{b}{a-\sqrt{ab}}-\frac{a}{\sqrt{ab}+b}\right);$$

$$26)a\ \sqrt[3]{a\sqrt{3ab}-2a\sqrt{ab}}\cdot\sqrt[6]{a^3b(7+4\sqrt{3})};$$

$$27)\frac{2a+(a+2b+\sqrt{a^3+4ab}}{(a+\sqrt{a^2+4ab})\cdot(a+4b+\sqrt{a^2+4ab})};a>0$$

№ 32. Спростити:

1) $\dfrac{\left(\log_{\frac{1}{a}}\sqrt{a^2-1}\right)^2\log_a\sqrt{a^2-1}}{\log_{\sqrt[3]{a}}\sqrt[6]{a^2-1}\,\log_{a^2}(a^2-1)}$;

2) $a^{\frac{2}{\log_b a}+1}b-2a^{\log_a b+1}b^{\log_b a+1}+ab^{\frac{2}{\log_a b}+1}$;

3) $(\log_a b+\log_b a+2)(\log_a b-\log_{ab} b)\log_b a-1$;

4) $\dfrac{1-(\log_a b)^3}{(\log_a b+\log_b a+1)\log_a\frac{a}{b}}$;

5) $\left(b^{\frac{\log_{100}a}{\lg a}}a^{\frac{\log_{100}b}{\lg b}}\right)^{2\log_{ab}(a+b)}$;

6) $0{,}2\left(2a^{\log_2 b}+3b^{\log_{\sqrt{2}}\sqrt{a}}\right)$;

7) $\sqrt{1-a^{1+\frac{1}{\log_4 a^2}}+2^{\frac{\lg a}{\lg\sqrt{2}}}-1}$;

8) $\log_2 2x^2+x^{\log_x(\log_2 x+1)}\log_2 x+\dfrac{1}{2}(\log_4 x^4)^2+2^{-3\log_{\frac{1}{2}}\log_2 x}$;

9) $\sqrt{x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}}+8^{\frac{1}{3\log_{x^2}2}}+1}$;

10) $\dfrac{\log_a b-\log_{\frac{\sqrt{a}}{b^3}}\sqrt{b}}{\log_{\frac{a}{b^4}}b-\log_{\frac{a}{b^6}}b}:\log_b(a^3b^{-12})$;

11) $\left(6(\log_b a\log_{a^2}b+1)+\log_a b^{-6}+(\log_a b)^2\right)^{\frac{1}{2}}-\log_a b,\ \ a>1$;

$$12)\ \frac{\log_a b+\log_a\left(b^{\frac{\log_b a^2}{2}}\right)}{\log_a b-\log_{ab} b}\frac{\log_{ab} b\log_a b}{b^{2\log_b\log_a b}-1};$$

$$13)\ \sqrt{2+\log_a b+\log_b a}\log_{ab} a\sqrt{(\log_a b)^3};$$

$$14)\ \sqrt{\sqrt{(\log_b a)^4+(\log_a b)^4+2}+2}-\log_b a-\log_a b;$$

$$15)\ 2(\log_a b)^{\frac{1}{2}}\left(\left(\log_b \sqrt[4]{ab}+\log_a \sqrt[4]{ab}\right)^{\frac{1}{2}}\right.$$

$$\left.-\left(\log_b \sqrt[4]{\frac{a}{b}}+\log_a \sqrt[4]{\frac{b}{a}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)$$

$a>1, b>1.$

7.7. Вправи рівня ЗНО

№ 1. Виконайте завдання тесту.

1) Обчислити $\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$.

А	Б	В	Г	Д
−4	0	−3	−1	−0,5

2) Спростити вираз $\frac{4a^{\frac{1}{4}}-bc^{\frac{3}{2}}}{\left(4+c^{\frac{3}{2}}\right)\cdot\left(a^{\frac{1}{4}}-b\right)}+\frac{a^{\frac{1}{4}}c^{\frac{3}{2}}-4b}{\left(4+c^{\frac{3}{2}}\right)\cdot\left(a^{\frac{1}{4}}-b\right)}$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

3) Обчислити: $3^{\log_3 14 - \log_3 7}$.

А	Б	В	Г	Д
7	2	21	9	Інша відповідь

4) Знайдіть значення виразу $\left(\frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^0 \cdot a^{\frac{1}{2}}}\right)^{12}$, якщо $a = 0,5$.

А	Б	В	Г	Д
0,5	0,25	0,125	$0,5^{-0,75}$	Інша відповідь

5) Обчисліть значення виразу $x^2 - 2x + 1$, якщо $x = 1 - \sqrt{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$4 - 2\sqrt{3}$	$1 - \sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	3	Інша відповідь

6) Для $b < 0, a > 0$вираз $3b\sqrt{5a^2}$дорівнює:

А	Б	В	Г	Д
$3a\sqrt{5b}$	$-3a\sqrt{5b^2}$	$3\|a\|\sqrt{5b^2}$	$3\|a\|\sqrt{5b}$	$-3a\sqrt{5b}$

7) Обчисліть $\log_{\frac{1}{3}}(27 \log_2(\log_4 16))$.

А	Б	В	Г	Д
-1	1	3	-3	Інша відповідь

8) Знайдіть значення виразу $\sqrt{\left(\sqrt{3}-5\right)^2}+\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}$.

А	Б	В	Г	Д
4	6	$-2\sqrt{3}$	-4	Інша відповідь

9) Обчисліть $\left(\frac{7^{\frac{3}{4}}\cdot 2^{\frac{3}{4}}}{2^{\frac{1}{4}}\cdot 14}\right)^4$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{7}{2}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	7	Інша відповідь

10) Обчисліть $\left(\sqrt{6-\sqrt{11}}-\sqrt{6+\sqrt{11}}\right)^2$.

А	Б	В	Г	Д
22	$-2\sqrt{11}$	0	12	2

11) Обчисліть $3\log_2 5-\log_2\frac{125}{8}$.

А	Б	В	Г	Д
2	-3	3	1	Інша відповідь

12) Подайте у вигляді степеня вираз$\frac{7}{\sqrt[5]{\sqrt{7}}}$.

А	Б	В	Г	Д
$7^{\frac{2}{5}}$	$7^{\frac{6}{7}}$	$7^{\frac{1}{10}}$	$7^{\frac{4}{5}}$	$7^{\frac{9}{10}}$

13) Обчисліть $\sqrt{125\sqrt[5]{32}}-5^{\frac{1}{2}}$.

А	Б	В	Г	Д
$11\sqrt{5}$	$10\sqrt{2} - \sqrt{5}$	9	$9\sqrt{5}$	$\sqrt[10]{4000} - \sqrt{5}$

14) Обчисліть значення виразу $\log_5 49 + 2\log_5 \frac{5}{7}$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	4	25

15) Виберіть правильне співвідношення, якщо $a = \sqrt{2\sqrt[5]{3}},\ b = \sqrt[5]{2\sqrt{3}}$.

А	Б	В	Г	Д
$a < b$	$a > b$	$a = b$	$a + b = 1$	$a \cdot b = 1$

16) Обчисліть $\frac{3}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$.

А	Б	В	Г	Д
0	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{13}{6}$	3

17) Якщо $\log_6 5 = a$, то $\log_{36} 25 =\ldots$

А	Б	В	Г	Д
a	a^2	$\frac{a}{4}$	$4a$	$\frac{5}{6}a$

18) Укажіть інтервал, якому належить число $\sqrt[4]{64}$.

А	Б	В	Г	Д
$(1; 2]$	$(2; 3]$	$(3; 4]$	$(4; 5]$	$(5; 6]$

19) Спростіть вираз $\left(1-\sqrt{8}\right)^2+4\sqrt{2}$.

А	Б	В	Г	Д
9	$9+8\sqrt{2}$	-7	$-7+4\sqrt{2}$	$-7+8\sqrt{2}$

20) Обчисліть значення виразу $\frac{\log_8 3}{\log_2 3}$.

А	Б	В	Г	Д
3	$\frac{1}{3}$	9	$\sqrt{3}$	-3

21) Обчисліть $\sqrt{2\sqrt{8}}-\sqrt{4\sqrt{2}}$.

А	Б	В	Г	Д
0	$4-2\sqrt{2}$	$4-2\sqrt[4]{2}$	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt[4]{2}-2\sqrt{2}$

22) Якщо $\log_c a=x$, а $\log_c b=y$, то $\frac{x+y}{2}=\dots$

А	Б	В	Г	Д
$\log_c\left(\frac{a+b}{2}\right)$	$\log_c\left(\frac{ab}{2}\right)$	$\log_c\sqrt{a+b}$	$\log_c\sqrt{ab}$	$\sqrt{\log_c ab}$

23) Відомо,що $\sqrt{a\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}=a^n$. Знайдіть n.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{11}{12}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$

24) Обчисліть $10^{3-\lg 5}-36^{\log_6 15}$.

А	Б	В	Г	Д
-25	425	-205	245	-26

25) Обчисліть $\sqrt{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2}\cdot\sqrt{\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2}$.

А	Б	В	Г	Д
-1	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$	1	0

26) Укажіть інтервал, якому належить число $\log_{0,1}\frac{1}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-2;-1)$	$(-1;0)$	$(0;1)$	$(1;2)$	$(2;3)$

27) Якщо $x=\log_2 a+1$, $y=\log_a 2+1$,то $y=\ldots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x}{x-1}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x-1}$	$-x$	$\frac{1}{x}$

28) Обчисліть $\sqrt{10^2-\sqrt[4]{(-25)^2}}$.

А	Б	В	Г	Д
15	10	5	-5	-15

29) Обчисліть значення виразу $\lg 0{,}01+\lg 100$.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1	0	1	2

30) Запишіть вираз $\sqrt[n]{\sqrt{a}}$у вигляді степеня із раціональним показником.

А	Б	В	Г	Д
a^{2n}	$a^{\frac{2}{n}}$	$a^{\frac{1}{2n}}$	$a^{\frac{1}{n^2}}$	$a^{\frac{n+2}{2n}}$

31) Обчисліть $\log_{(\sqrt{2}+1)}(3+2\sqrt{2})$.

А	Б	В	Г	Д
2	1	0	-1	-2

№ 2. Виконайте завдання. Відповідь обґрунтуйте.

1) Спростити вираз $\left(\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}-\frac{x+2}{3x^2+7x+2}\right)\cdot\left(\frac{3x+1}{x}\right)^{-1}$.

2) Спростити вираз $ab\left[\left(\frac{a\cdot\sqrt[3]{b}}{b\cdot\sqrt[8]{a^{12}}}\right)^{\frac{2}{3}}+\left(\sqrt{\frac{\sqrt{a}}{a\sqrt[8]{b^3}}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]:\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}$.

3) Спростити вираз $\log_9\left(2^{\log_8 27}\right)\cdot\lg\left[\log_2 32\cdot\log_2 4\sqrt{2}\cdot\lg 10^2\right]$.

4) Спростити вираз та обчислити

$$\left\{5^{\log_{\frac{1}{5}}7+1}+\frac{1}{\sqrt{7}}\cdot 2^{\log_4\frac{1}{7}+1}\right\}\cdot\left\{7^{\log_{49}25}-\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{27}0{,}125}\right\}.$$

5)Спростити вираз та обчислити $\left\{5^{2\log_{12}2+\frac{1}{\log_3 12}}\right\}\cdot\left\{\log_{\frac{1}{7}}49\right\}\cdot$

$3^{2\log_9\frac{1}{27}}$.

6) Спростити вираз $\left(\sqrt{x}+1\right)^{-2}\cdot\left[\left(\frac{\sqrt[6]{a^2x}+\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{a}}+\sqrt[6]{x}\right)^3+4(x+1)+\right.$

$\left.\left(\sqrt[3]{x\sqrt{x}}+1\right)^2\right]$.

7) Обчисліть значення виразу $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+2}$.

8) Обчисліть $5^{\log_{\sqrt{5}}4-\log_5 2+2\,\mathrm{lo}\ \ {}_{25}2}$.

9) Обчисліть значення виразу $\frac{\sqrt{\frac{abc+4}{a}+4\sqrt{\frac{bc}{a}}}}{\sqrt{abc}+2}$, якщо $a=0{,}04; b>0$і $c>0$.

10) Обчисліть значення виразу $\frac{53}{8-\sqrt{11}}+\frac{2}{\sqrt{13}+\sqrt{11}}-\frac{9}{\sqrt{13}+2}$.

11) Обчисліть $\log^3_{\frac{1}{3}} 9\sqrt{3}$.

12) Обчисліть значення виразу $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{23}+\sqrt{25}}$.

13) Знайдіть значення виразу $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\left(\frac{a+2\sqrt{ab}+b}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}+b}\right):\frac{2\sqrt{ab}}{a+\sqrt{ab}+b}$, якщо $a=16,\ b=0{,}7$.

14) Обчисліть $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$.

15) Обчисліть $\frac{1+\log^3{}_a b}{\log_a ab(\log_b a-1+\mathrm{l}\ \ {}_a b)}$при $a=\sqrt[3]{4}, b=\sqrt{2}$.

16) Обчисліть $\frac{5x^{\frac{1}{6}}+x}{x^{\frac{5}{6}}+5}-\frac{x^{\frac{1}{3}}-y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{6}}+y^{\frac{1}{6}}}$при $x=10, y=64$.

17) Обчисліть $\left(1-\sqrt{3}\right)\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+4\sqrt{3}}}}$.

18) Обчисліть $\log_3\left(\frac{1}{4}\right)\cdot\log_4\left(\frac{1}{5}\right)\cdot\log_5\left(\frac{1}{6}\right)\cdot\ldots\cdot\log_{26}\left(\frac{1}{27}\right)$.

19) Обчисліть $\log_{bc} a^{22}$,якщо $\log_b a = 5$ і $\log_c a^2 = 12$.

20) Обчисліть $\frac{3}{\sqrt{4}+\sqrt{7}} + \frac{3}{\sqrt{7}+\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{13}} + \frac{3}{\sqrt{13}+\sqrt{16}}$.

21) Обчисліть $\left(\sqrt[4]{17-\sqrt{288}} - \sqrt{2}\right)^2$.

Відповіді до завдань §7.

Тренувальні вправи

№ 6.

5) 12; 6) 12; 11) 6; 12) $\frac{15}{16}$; 20) 392; 25) 48; 26) 1125; 27) 112; 28) 675; 29) 144; 30) 225; 31) 168; 32) 825; 33) 48; 34) 135; 35) 504.

№ 7.

4) 15; 5) 21; 6) $12-6\sqrt{6}$; 9) $5-3\sqrt{2}$; 10) 60; 13) $18-7\sqrt{6}$; 14) $17-5\sqrt{10}$; 15) $2-\sqrt{15}$;16) $9\sqrt{6}-33$; 19) 6; 20) $-0{,}5$;

23) $42-8\sqrt{5}$; 24) $66-36\sqrt{2}$; 25) 11; 26) 8; 27) 32; 28) 60; 29) 14; 30) 8; 33) 9,1; 34) 1,08; 35) 8,5; 36) $\frac{7}{96}$; 37) $\frac{15}{29}$; 38) $\frac{77}{135}$; 39) 45; 40) 99; 41) 100; 42) 0,04.

№ 8.

1) $19\sqrt{2}$; 2) $15\sqrt{2}-3$; 3) $4\sqrt{10}-7\sqrt{6}$; 4) $4\frac{1}{4}\sqrt{2}+3\frac{1}{3}\sqrt{3}$; 5) $6\frac{1}{2}\sqrt{2}$; 6) 0; 7) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{5}-\frac{2}{5}\sqrt[3]{25}$; 8) $\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{4}$; 9) $-2\frac{1}{2}\sqrt[3]{3}$; 10) $1\frac{31}{60}\sqrt{6}$.

№ 9.

18) $\frac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$; 19) $\frac{\sqrt{5}-3\sqrt{3}+2\sqrt{15}+4}{22}$.

№ 10.

4) $\sqrt{6^{-3}}$; 7) 32; 11) $\frac{128}{27}$; 16) 10.

№ 11.

2)3; 4) -3; 6) -3; 8) -2; 10) $\frac{5}{3}$; 11) $\frac{3}{7}$; 14) $-4{,}5$; 16) $-2{,}8$; 18) -3; 20) 2,2; 22) 16; 24) 6; 26) 64; 28) 3; 30) $\frac{1}{4}$; 32) 4; 34) 144; 36) 1; 38) $\frac{1}{4}$; 40) 5^{12}; 42) $\frac{9}{7}$; 44) 1; 46) $\frac{1}{6}$; 48) 2.

№ 12.

2) 3; 4) 2; 6) 2; 8) -3; 10) $\frac{2}{3}$; 12) $-\frac{7}{6}$; 14) $\frac{3}{2}$; 16) -4; 18) $-2{,}5$; 20) $\frac{3}{2}$;

22) -3.

№ 13.

40) $\frac{31}{72}\log a$; 41) $\frac{5}{8}(\log a - \log b)$; 43) $\frac{1}{3}(\log a - \log b)$; 45) $\frac{1}{18}(3\log 5 + 7\log m + 4\log n)$; 49) $\frac{n\log a}{n+1} - \frac{\log b}{m(n+1)}$; 51) $\sqrt[5]{4}\log 3$; 53) $\sqrt[4]{0{,}5}\log 0{,}8$; 57) $\log x = \frac{1}{3}\log 1{,}2 + \log\log 1{,}6$.

№ 14.

16) $\sqrt[3]{(ab)^2}$; 17) $\sqrt[4]{\left(\frac{m}{n}\right)^3}$; 20) $\frac{a(a+b)^n}{\sqrt[n]{a-b}}$.

№15.

1) 3,0970; 2) $\frac{a+3}{2(a+1)}$;3) $\frac{b}{1-a}$; 4) $\frac{4(3-a)}{3+a}$; 5) $\frac{2-a}{a+b}$; 6) $\frac{1}{b}$; 7) $\frac{a+2b-2}{1-a}$;
8) $\frac{3a-b+5}{a-b+1}$; 9) $\frac{a+1}{2a+b}$; 10) $\frac{3(1-a)}{b+1}$; 11) $a(b+3)$; 12) $\frac{9}{7}$;
13) 13; 14) 9; 15) 8.

№16.

1) $\frac{3}{2}$; 2) $\frac{1}{8}$; 3) 2; 4) 11,1; 5) 2; 6) 7; 7) $\frac{1}{2}$; 8) 0; 9) 16; 10) 6.

№17.

1) x; 2) –y; 3) a; 4) –n; 5) x+1; 6) 3x+2; 7) –(m-2); 8) x–$\frac{1}{4}$; 9) – (2x+3);

10) x-3; $|x+1|$; 12) $|1-x|$; 13) $|a+1|$; 14) y^2+1;
11) 15) $|2x-3|$; 16) $|3y-5|$;
17) $|2-p|$; 18) $|3-n^2|$; 19) $\left|\frac{1}{2}x-2\right|$; 20) $\left|\frac{1}{3}y-\frac{3}{2}\right|$.

№18.

1) $|x|$; 2) x^2; 3) $y\sqrt{y}$; 4) $y^3\sqrt{y}$; 5) $|y|x^2$; 6) $4|y|\sqrt{xy}$;
7) $|xy|$; 8) $3|y|x^2$; 9) $7|b||c|\sqrt{ac}$; 10) $\frac{4}{5}x^2\sqrt{x}$;
11) $\frac{11}{12}|x^3||y|$; 12) $13x^2|y||z|\sqrt{y}$; 13) $5|x|\frac{1}{\sqrt{2}}$;
14) $\frac{|xy|}{3}\sqrt{11}$; 15) $\frac{|m|}{0{,}1}\sqrt{\frac{m}{n}}$; 16) $\frac{0{,}2}{|x|}$; 17) $\frac{1{,}5}{1{,}4}\frac{x^2}{|y|}\sqrt{z}$;
18) $|m|\sqrt{\frac{10}{n}}$; 19) $\frac{\sqrt{x}}{10|y|}$; 20) $\frac{15}{\sqrt{13}}x^2$.

№19.

1) $\sqrt{2a^2}, a \geq 0, -\sqrt{2a^2}, a < 0$; 2) $\sqrt{x^3}$;
3) $\sqrt{12x^2}, x \geq 0, -\sqrt{12x^2}, x < 0$; 4) $\sqrt{3x^4}$;
5) $\sqrt{5m^4n^2}, n \geq 0, -\sqrt{5m^4n^2}, n < 0$;
6) $\sqrt{5m^2n^2}, mn \geq 0, -\sqrt{5m^2n^2}, mn < 0$;
7) $\sqrt{18x^2y^2}, xy \geq 0, -\sqrt{18x^2y^2}, xy < 0$;
8) $\sqrt{6a^6}, a \geq 0, -\sqrt{6a^6}, a < 0$; 9) $\sqrt{12c^4d^6}, d \geq 0, -\sqrt{12c^4d^6}, d < 0$;
10) $\sqrt[3]{5c^7}$; 11) $-\sqrt{2x^2}$; 12) $\sqrt{3a^2}$; 13) $\sqrt{45x^2}$; 14) $-\sqrt{3y^2x^4}$;
15) $\sqrt{0{,}02y^2x^2}$; 16) $\sqrt{\frac{7}{9}x^6}$; 17) $\sqrt{\frac{8}{25}xc^4}$; 18) $\sqrt{\frac{75}{4}y^6x^4}$;
19) $-\sqrt{-c^3}$; 20) $-\sqrt{-25x^3}$.

№20.

1) $\sqrt{x}(1+\sqrt{x})$; 2) $\sqrt{y}(\sqrt{y}-1)$; 3) $\sqrt{xy}(\sqrt{x}-\sqrt{y})$;
4) $\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})$; 5) $a(\sqrt{a}+2)$; 6) $mn(3-\sqrt{m})$;
7) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})$; 8) $(\sqrt{b}-\sqrt{2})(\sqrt{b}+\sqrt{2})$;
9) $(5\sqrt{a}-4\sqrt{b})(5\sqrt{a}+4\sqrt{b})$; 10) $(\sqrt{x}+1)^2$.

№21.

1) $\sqrt{a}-4$; 2) $\dfrac{1}{\sqrt{x}-5}$; 3) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{x}}$; 4) $\sqrt{x}+2$; 5) $(\sqrt{x}-\sqrt{y})$;

6) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})$; 7) $4\sqrt{x}-3y$; 8) $11x-\sqrt{5y}$; 9) $\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$;

10) $5+\sqrt{y}$.

№22.

1) $\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y}$; 2) $\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y}$; 3) $\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$; 4) $\frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$; 5) $\frac{2\sqrt{y}-3}{4y-9}$;

6) $\dfrac{3\sqrt{y}+2}{9y-4}$; 7) $3\sqrt{x}$; 8) $\dfrac{10(7-2\sqrt{a})}{x-4}$; 9) $\dfrac{13\,(3+\sqrt{y})}{9-y}$;

10) $\frac{x(7-2\sqrt{a})}{49-4a}$; 11) $\sqrt{a+b}$; 12) $\frac{\sqrt{x^2-9}}{x-3}$; 13) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$;

14) $\frac{x+\sqrt{x^2-9}}{-3}$; 15) $\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{-b}$.

№23.

1) $\frac{1+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2}$; 2) $\frac{2\sqrt{x}+1}{-\sqrt{x}}$; 3) -1; 4) $\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; 5) $\frac{3}{6+\sqrt{n}}$; 6) $\sqrt{x-1}$;

7) $\sqrt{a(1-a)}$; 8) $2b(a-b)$; 9) $2a(y\sqrt{2+a})$; 10) 3.

№ 24.

1) $\sqrt[6]{x}$, 2) $\sqrt[6]{y}$, 3) $\sqrt[8]{a}$, 4) $\sqrt[8]{x^3}$, 5) $\sqrt[9]{a^4}$, 6) $\sqrt[12]{b^7}$, 7) $\sqrt[21]{a^8}$, 8) $\sqrt[12]{y^7}$,

9) $\sqrt[20]{x^{11}}$, 10) $\sqrt[24]{y^5}$.

№ 25.

1) $2x^2$, 2) $\sqrt[4]{x^2y}$, 3) $\sqrt[12]{c^7}$, 4) y^4, 5) $3a^2b$, 6) $\sqrt[5]{x^3y^2}$, 7) $\sqrt[6]{xy}$,

8) $\sqrt[5]{x^3y^3}$, 9) $m^2|n|$, 10) $bc\sqrt[3]{b^2c}$.

№26.

1) $5x^2\sqrt{5}$; 2) $2y\sqrt{2y}$; 3) $-8x\sqrt{3}$; 4) $-3xy^2\sqrt[3]{3x^2y}$; 5) $3b^4\sqrt{3}$; 6) $-3x^3\sqrt{5}$; 7) $-4xy^2\sqrt{5}$; 8) $5a^2b^2\sqrt[3]{3b^2}$; 9) $7a^3b^4\sqrt{3}$; 10) $-3ab^4\sqrt[3]{4a}$; 11) $3a\sqrt{2b}$; 12) $2x|y|\sqrt[4]{2}\times\sqrt{x}$; 13) $-2|a|b^2c^3\sqrt[4]{3}$; 14) $2a|b|\sqrt[4]{2}\sqrt{-a}$; 15) $3ab|c^3|\sqrt{3a}$.

№ 27.

1) $a.\ \sqrt[4]{3x^4}$; b.$-\sqrt[8]{5y^8}$; 2) a.$\sqrt[4]{2x^4y^4}$; b.$-\sqrt[4]{66^4}$;

3) a.$\sqrt{2x^2y^2}$; b. $-\sqrt[4]{7a^4b^4}$;

4) $a.\ \sqrt[4]{x^5}$; b. $-\sqrt[4]{a^5b^4}$, якщо $b \geq 0$; $\sqrt[4]{a^5b^4}$, якщо $b < 0$;

5)$a.-\sqrt[4]{-b^7}$; b.$-\sqrt[4]{2b^4}$, якщо $b \geq 0$; $\sqrt[4]{2b^4}$, якщо $b < 0$;
c. $\sqrt{a^2b^3}$, якщо $a \geq 0$; $-\sqrt{a^2b^3}$, якщо $a < 0$;

6) a.$\sqrt[4]{2xy^3}$; b. $-\sqrt{2a(a-2)}$; 7) $a.-\sqrt{\frac{x(5-x)}{5+x}}$; b. $-\sqrt{\frac{3a^{2(b-a)}}{b+a}}$.

№28.

1) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$; 2) $\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}$; 3) $\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$; 4) $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$;

5) $\sqrt[2n]{a}-\sqrt[2n]{b}$; 6) $\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$; 7) $\frac{1}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}$; 8) $\frac{1}{\sqrt[2n]{a}+\sqrt[2n]{b}}$;

9) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}$; 10)$\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$; 11) $\sqrt[3n]{a}-\sqrt[3n]{b}$; 12) $\frac{1}{\sqrt[3n]{a^2}+\sqrt[3n]{ab}+\sqrt[3n]{b^2}}$;

13)$\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[12]{a^4b^3}+\sqrt{b}$; 14) $\frac{1}{\sqrt[3n]{a^2}-\sqrt[3n]{ab}+\sqrt[3n]{b^2}}$; 15) $a-\sqrt[6]{a^3b}+\sqrt[3]{b}$;

16) $\frac{1}{\sqrt[3n]{a}+\sqrt[3n]{b}}$; 17) $\left(\sqrt{b}+\sqrt{a}\right)\left(\sqrt[4]{b}-\sqrt[4]{a}\right)$; 18) $\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}$;

19) $a\sqrt[3]{a}-b\sqrt[6]{a^4b^3}+b^3$; 20) $-y\sqrt{y}-\sqrt[4]{x}$;

№29.

А. 2) $\frac{\sqrt[8]{x^3}}{x},\ x > 0$; 3) $\frac{\sqrt[5]{x}}{x},\ x \neq 0$; 4) $\frac{\sqrt[3]{x+y}}{x+y},\ x + y \neq 0$; 5) $\frac{\sqrt[6]{x^4y^5}}{|x|y},\ x \neq 0,\ y > 0$.

Б. 2) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y}$; 3) $\frac{2a+3\sqrt{b}}{4a^2-9b}$; 4) $\frac{3(4\sqrt{b}-\sqrt{a})}{16b-a}$; 5) $\frac{-2(0{,}1\sqrt{x}+\frac{1}{2}\sqrt{y})}{0{,}01-\frac{1}{4}y}$.

В. 1) $\frac{\sqrt[3]{4x^2}-\sqrt[3]{2xy}+\sqrt[3]{y^2}}{2x+y}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{9x^2}+\sqrt[3]{6x\ \ }+\sqrt[3]{4y^2}}{3x+2y}$; 3) $\frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{2y}}{x-2y}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{3c}+\sqrt[3]{2d}}{3c+2d}$;

5) $\frac{1-\sqrt[3]{5x}}{1-5x}$.

Г. 1) $\frac{\sqrt[4]{125x^3}+\sqrt[4]{75\ \ ^2y}+\sqrt[4]{45xy^2}+\sqrt[4]{27\ \ ^3}}{5x-3y}$; 2) $\frac{7(\sqrt[4]{c^3}+\sqrt[4]{c^2d}+\sqrt[4]{cd^2}+\sqrt[4]{d^3}}{c-d}$;

3) $\frac{\sqrt[6]{a^5}+\sqrt[6]{a^4b}+\sqrt[6]{a^3b^2}+\sqrt[6]{a^2b^3}+\sqrt[6]{ab^4}+\sqrt[6]{b^5}}{a-b}$.

№30.

1) $\frac{\sqrt{xy}}{y}$; 2) $\frac{\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{y^2}}{xy}$; 3) $\frac{\sqrt{x}+3}{x-9}$; 4) $\frac{2+\sqrt{x}}{4-x}$; 5) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y}$; 6) $\frac{\sqrt[3]{x}+1}{x+1}$;

7) $\frac{x^3\cdot\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^2y}+y^2}{x^2+y^3}$; 8) $\frac{a(\sqrt{x}+2\sqrt{y})}{x-4y}$; 9) $\frac{(a+b)(\sqrt[3]{x}-1)}{x-1}$;

10) $\frac{3\left(\sqrt{x}+\sqrt[4]{xy}\sqrt{y}\right)\cdot(x+y-\sqrt{xy})}{x^2+y^2+x}$; 11) $\frac{1}{3}(1-a)\left(\sqrt{a+2}+\sqrt{a-1}\right)$;

12) $\frac{3}{2}a\left(\sqrt{2+b}-\sqrt{1-b}\right)$; 13) $\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt[4]{ab}\right)(a+b-\sqrt{ab})\cdot\sqrt{c}}{(a^2+b^2+ab)c}$;

14) $4(a+x)\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ax}+\sqrt[3]{x^2}\right)$;

15) $\frac{3}{2}\left(\sqrt[3]{b^2}-\sqrt[3]{2ab}+\sqrt[3]{4a^2}\right)$; 16) $\left(1+\sqrt{x}\right)\cdot\sqrt{1-\sqrt{x}}$;

17) $\left(1+\sqrt{x}\right)\cdot\sqrt{1+\sqrt{x}}$; 18) $\frac{1+\sqrt{1-a^2}}{a}$; 19) $\sqrt{a^2+b^4+1}$;

20) $a + \sqrt{a^2 - 1},\ a \neq -1$; 21) $\frac{1}{2}\left(a - \sqrt{a^2 - 4a}\right)$.

№31.

1) $xy + y^2 - 1$; 2) $(a-b)^2$; 3) $\sqrt{x}$; 4) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}$; 5) $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2}$;

6) $x + y$; 7) $y\sqrt{y - \sqrt[3]{x^2}}$; 8) $\sqrt[3]{y^2}x - \sqrt[3]{x^2}$; 9) $1 - a$; 10) $2b(a-b)$;

11) $\sqrt{x^2} - \sqrt{4x}$; 12) y; 13) $-\frac{a^2}{4(x-a^2)}$; 14) $\sqrt{a(1-a)}$; 15) $2b(a-b)$;

16) $2ay\sqrt{2+a}$; 17) 3; 18) $2\sqrt[4]{ax}$; 19) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$; 20) 1; 21) $x + y$;

22) $\frac{1}{2}\left(\sqrt{2+a} + \sqrt{2-a}\right)$; 23) 2; 24) 2; 25) $\sqrt{a} - \sqrt{6}$; 26) $-a^2\sqrt[3]{6}$;

27) $\sqrt{\frac{a}{a+4b}}$; 28) $a + b$; 29) $4a$; 30) 1.

№ 32.

1) $\log_a \sqrt{a^2 - 1}$; 2) $ab(a-b)^2$; 3) $\log_a b$; 4) $\log_a b$; 5) $\frac{1}{2}$;
6) $b^{\log_2 a}$; 7) $-a$, якщо $0 < a < 1$, $a - 2$, якщо $a > 1$;
8) $(\log_2 x + 1)^3$; 9) $x + 1, x > 0, x \neq 1$; 10) $\log_a b$;
11) $3 - 2\log_a b$, якщо $0 < b < a^3$, -3, якщо $b > a^3 > 0$;
12) $\frac{1}{\log_a b - 1}$; 13) $\log_a b$; 14) 0; 15) 2, якщо $1 < a \leq b$,
$2\log_a b$, якщо $1 < b < a$.

Вправи рівня ЗНО

№ 1.

1) Б; 2) А; 3) Б; 4) Б; 5) 3; 6) Б; 7) Г; 8) А; 9) Б; 10) Д, 11) В, 12) Д, 13) Г, 14) В, 15) Б, 16) Д, 17) А, 18) Б, 19) А, 20) Б, 21) А, 22) Г, 23) Д, 24) А, 25) Г, 26) В, 27) А, 28) В, 29) В, 30) В, 31) А.

№ 2.

1) 2; 2) 1; 3) 12; 4) 3; 5) -270; 6) 5; 7) 1; 8) 16; 9) $\frac{0,1\sqrt{bc}+1}{0,02}$; 10) 10; 11) $-15,625$; 12) 2; 13) 0,25; 14) 3,6; 15) 0,75; 16) 2; 17) -2; 18) 3; 19) 60; 20) 2; 21) 1.

§8. Алгебра многочленів від однієї змінної

8.1. Поняття многочлена від однієї змінної x

Многочленом від однієї змінної x називається вираз виду

$$Pn(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 + \ + a_0 \,,$$

$n \epsilon N$, $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ – дійсні числа, $a_n \neq 0$,

$a_i x^i$ - члени многочлена,

a_i – коефіцієнти членів многочлена $a_i x^i$,

i – степінь числа,

$a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0$ – коефіцієнти многочлена.

Найбільший зі степенів тих членів, коефіцієнти яких відмінні від нуля, називається **степенем многочлена**.

$a_n x^n$ – старший член многочлена

a_n – старший коефіцієнт многочлена

a_0 – вільний член многочлена

n – степінь многочлена

Будь – який многочлен n-го степеня

$$Pn(x) = a_n x^2 + a_{n-1} x^{n-1} + + \cdots + a_1 + \ + a_0,$$

де $a_n \neq 0,$ а з решти коефіцієнтів частина або всі можуть дорівнювати нулю, вважається записаним в **канонічній формі**. Вживають також назву «многочлен стандартного виду»

Будь – яке дійсне число відмінне від нуля, можна розглядати як **многочлен нульового степеня**.

Два многочлени записані в канонічній формі, **тотожно рівні**, якщо рівні їх степені і рівні коефіцієнти при однакових степенях x.

Наприклад, многочлен $x^3 - 2x^2 + 3x + 7$ тотожно рівний многочлену $ax^3 + bx^2 + cx + d$, якщо а $= 1, b = -2, c = 3, d = 7$.

Якщо многочлени $P_n(x), Q_m(x)$ та $K_l(x)$ такі, що справедлива рівність $P_n(x) = Q_m(x) \cdot K_l(x)$, то кажуть, що кожен з многочленів $Q_m(x)$ і $K_l(x)$ є дільником многочлена $P_n(x)$. Многочлен $P_n(x)$ ділиться націло на многочлени $Q_m(x)$(або $K_l(x)$). Тоді многочлен $K_l(x)$ (відповідно $Q_m(x)$) називається часткою від ділення многочлена $P_n(x)$ на многочлен $Q_m(x)$ (відповідно $K_l(x)$).

Якщо многочлен степеня n ділиться на многочлен степеня m, то часткою від ділення буде многочлен степеня n – m і цей многочлен єдиний.

Властивості подільності многочленів

Якщо многочлен $P_n(x)$ ділиться націло на многочлен $K_l(x)$, а многочлен $K_l(x)$ ділиться націло на многочлен $Q_m(x)$, то многочлен $P_n(x)$ ділиться націло на многочлен $Q_m(x)$.

Якщо многочлен $P_n(x)$ і $Q_m(x)$ ділиться на многочлен $K_l(x)$, то многочлен $P_n(x) + Q_m(x)$ і $P_n(x) - Q_m(x)$ ділиться на многочлен $K_l(x)$, а многочлен $P_n(x) \cdot Q_m(x)$ ділиться на многочлен $(K_l(x))^2$.

Якщо многочлен $P_n(x)$ ділиться на многочлен $Q_m(x)$, то добуток многочлена $P_n(x)$ на довільний многочлен $K_l(x)$ також ділиться на многочлен $Q_m(x)$.

Многочлени $P_n(x)$ і $K_l(x)$ тоді і тільки тоді діляться один на одного, коли $P_n(x) = AK_l(x)$, де А $\neq 0$.

Якщо многочлен $P_n(x) = Q_m(x) \cdot K_l(x)$ ділиться на двочлен $x - b$, то хоча б один з многочленів $Q_m(x)$ або $K_l(x)$ ділиться на $x - b$.

Поділити з остачею многочлен $P_n(x)$ на многочлен $T_m(x)$

$(m \leq n)$ означає знайти многочлен $Q_l(x)$ і $R_k(x)$, де $0 \leq k < m$.

Многочлен $Q_l(x)$ називається часткою, многочлен $R_k(x)$– остачею.

Якщо многочлен $P_n(x)$ ділиться з остачею на многочлен $T_m(x)$, то існує єдина пара многочленів $Q_l(x)$ і $R_k(x)$таких, що $P_n(x) = T_m(x) \cdot Q_l(x) + R_k(x)$, де $l = n - m, 0 \leq k < m$.

Довільний многочлен $P_n(x)$ ділиться на многочлен $T_m(x)$ $(m \leq n)$ або націло, або з остачею.

8.2. Способи ділення многочлена на многочлен

1 спосіб. Ділення многочлена на многочлен «кутом».

Ділення многочлена на многочлен «кутом» розглянемо на прикладі.

Нехай дано многочлени:
$P_4(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - x - 2$
$T_2(x) = x^2 - x - 1$
Знайдемо такі многочлени $Q_l(x)$ і $R_k(x)$, що виконуватиметься рівність:

$$P_4(x) = T_2(x) \cdot Q_l(x) + R_k(x).$$

Виконаємо ділення кутом многочлена $P_4(x)$ на многочлен $T_2(x)$ за правилами діленя кутом натуральних чисел.

$$\begin{array}{rl}
x^4 - 2x^3 + 3x^2 - x - 2 & |\underline{x^2 - x - 1} \\
- \quad & |\, x^2 - x + 3 \\
\underline{x^4 - x^3 - x^2} \quad\quad\quad\quad & \\
-x^3 + 4x^2 - x \quad\; & \\
- \quad & \\
\underline{-x^3 + x^2 + x} \quad\; & \\
3x^2 - 2x - 2 & \\
- \quad & \\
\underline{3x^2 - 3x - 3} & \\
x + 1 &
\end{array}$$

Отже, $Q_l(x) = x^2 - x + 3,$ а $R_k(x) = \ x + 1,$
В результаті, маємо:
$x^4 - 2x^3 + 3x^2 - x - 2 = (x^2 - x - 1)(x^2 - x + 3) + x + 1.$

2 спосіб. Метод невизначених коефіцієнтів.

За правилом ділення многочленів з остачею

$$P_n(x) = T_m(x) \cdot Q_{n-m}(x) + R_{m-1}(x).$$

Перемножимо многочлени $T_m(x)$ і $Q_{n-m}(x)$ та зведемо подібні в правій частині рівності, отримаємо многочлен n-го степеня записаний в канонічній формі. Прирівняємо коефіцієнти при однакових степенях x даного многочлена та многочлена $P_n(x)$. Запишемо систему n рівнянь. Розв'язком системи є коефіцієнти многочленів $Q_{n-m}(x)$ і $R_{m-1}(x)$. Якщо всі коефіцієнти $R_{m-1}(x)$ дорівнюють нулю, тоді це означає, що многочлен $P_n(x)$ ділиться на многочлен $T_m(x)$ націло.

В іншому випадку, многочлен $P_n(x)$ ділиться на $T_m(x)$ з остачею.

Наприклад:

$P_3(x) = 2x^3 - 3x + 2, T_1(x) = 2x - 1$

Запишемо многочлен-частку з відомим старшим коефіцієнтом:

$Q_2(x) = x^2 + px + g.$

Запишемо остачу – R_0.

Запишемо тотожну рівність:

$P_3(x) = T_1(x) \cdot Q_2(x) + R_0,$

$2x^3 - 3x + 2 = (2x - 1)(x^2 + px + g) + R_0.$

Зведемо подібні члени в правій частині рівності:

$$2x^3 - 3x + 2 = 2x^3 + (2p - 1)x^2 + (2g - p)x - g + R_0.$$

Прирівняємо коефіцієнти при однакових степенях x у лівій і правій частинах рівності і розвяжемо систему:

$$\begin{cases} 2p - 1 = 0 \\ 2g - p = -3 \\ -g + R_0 = 2 \end{cases} \qquad p = \frac{1}{2},\ \ g = -\frac{5}{4},\ \ R_0 = \frac{3}{4}$$

Запишемо відповідь: $P_3(x) = (2x - 1)(x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{4}) + \frac{3}{4}.$

При діленні многочлена

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + + \cdots + a_1 + \ +a_0$, на двочлен (х-с) застосовують **метод скороченного ділення**, що має назву **схема Горнера** – за ім'ям англійського математики Горнера (1786-1837). Цей метод є наслідком метода невизначених коефіцієнтів. Розглянемо його.

$$P_n(x) = (x - c)T_{n-1}(x) + R;$$

$$T_{n-1}(x) = b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \cdots + b_1 x + b_0;$$

$$P_n(x) = (x - c)(b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \cdots + b_1 x + b_0) + R.$$

У правій частині рівності розкриваємо дужки і зведемо подібні.

$$P_n(x) = b_{n-1}x^n - b_{n-1}cx^{n-1} + b_{n-2}x^{n-1} - b_{n-2}cx^{n-2} + b_{n-3}x^{n-2} - b_{n-3}cx^{n-3} + \cdots + b_1 x^2 - b_1 cx + b_0 x - b_0 c + R = b_{n-1}x^2 + (b_{n-2} - b_{n-1}c)x^{n-1} + (b_{n-3} - b_{n-2}c)x^{n-2} + \cdots + (b_0 - b_1 c)x + (R - b_0 c);$$

Прирівняємо коефіцієнти при однакових степенях змінної х:

$a_n = b_{n-1}$,

$a_{n-1} = b_{n-2} - b_{n-1}c$,

$a_{n-2} = b_{n-3} - b_{n-2}c$,

… … …

$a_1 = b_0 - b_0 c$,

$a_0 = R - b_0 c$,

Звідки дістаємо рекурентні співвідношення для знаходження коефіцієнтів $b_1, b_2, \ldots, b_{n-1}$ і остачі R

$b_{n-1} = a_n$

$b_{n-2} = a_{n-1} + b_{n-1}c$

$b_{n-3} = a_{n-2} + b_{n-2}c$

… … …

$b_0 = a_1 + b_1 c$

$R = a_0 + b_0 c$

	a_n	a_{n-1}	...	a_1	a_0
c	$b_{n-1} = a_n$	$b_{n-2} = a_{n-1} + cb_{n-1}$	...	$b_0 = a_1 + cb_1$	$R = a_0 + cb_0$

Наприклад. Поділимо за схемою Горнера многочлен $P(x) = x^4 - 3x^2 + x + 5$ на (x-1).

	1	*0*	*-3*	*1*	*5*
1	*1*	*1*	*-2*	*-1*	*4*

Частка: $x^3 + x^2 - 2x - 1$.

Остача: 4.

$P(x) = x^4 - 3x^2 + x + 5 = (x-1)(x^3 + x^2 - 2x - 1) + 4$.

8.3. Теорема Безу

При діленні многочлена $P_n(x)$ на (*x-c*) маємо рівність

$$P_n = (x - c)Q_{n-1}(x) + R,$$

при $x = c, P_n(c) = R$.

Теорема Безу. Остача від ділення многочлена $P_n(x)$ на двочлен *x-c* дорівнює значенню многочлена $P_n(x)$ при $x = c,$ тобто $P_n(c) = R$.

Наприклад, теорема Безу дозволяє знайти остачу від ділення многочлена $P_n(x) = 2x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 1$ на многочлен $(x + 1)$.

За теоремою Безу

$R = P_4(-1) = 2(-1)^4 - (-1)^3 + 3(-1)^2 - (-1) + 1 = 8.$

При діленні многочлена $P_n(x)$ на двочлен $ax + b$, остача дорівнює значенню данного многочлена $P_n(x)$ при $x = -\frac{b}{a}$, тобто $R = P_n\left(-\frac{b}{a}\right)$.

Наприклад. Знайти остачу від ділення многочлена

$P_3(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 7$ на $(2x + 1)$.

$$R = P_3\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 5\left(-\frac{1}{2}\right) + 7 = \frac{29}{8}.$$

Число a називається коренем многочлена $P_n(x)$, якщо при $x = a$, числове значення многочлена дорівнює нулю, тобто $P_n(a) = 0$.

Наслідки теореми Безу

1. Многочлен $P_n(x)$, ділиться на $x - a$ тоді і тільки тоді, коли число a є коренем многочлена $P_n(x)$.
2. Многочлен $x^n - a^n$ ділиться на $x - a$ при довільному натуральному n

$$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + x^{n-2}a + x^{n-3}a^2 + \cdots + xa^{n-2} + a^{n-1})$$

3. Многочлен $x^{2n+1} - a^{2n+1}$ ділиться на $(x + a)$ при довільному натуральному n.

$$x^{2n+1} - a^{2n+1} =$$

$$= (x + a)(x^{2n} + x^{2n-1}a + x^{2n-2}a^2 + \cdots + x^2a^{n-2} + xa^{n-1} + a^{2n})$$

Наприклад. Доведіть, що многочлен

$P_5(x) = 4x^5 - 5x^4 - 11x^3 + 23x^2 - 13x + 2$ ділиться на $(x - 1)$.

Перевіримо $P_5(1) = 4 - 5 - 11 + 23 - 13 + 2 = 0$.

За наслідком 1 многочлен $P_5(x)$ ділиться на $(x - 1)$.

Властивості подільності многочленів застосувуються при розкладі многочленів на множники. Розкласти многочлен на множники означає подати його у вигляді добутку кількох многочленів.

Не розкладаються на множники многочлени першого степеня $P_1(x) = ax + b$ і другого $P_2(x) = ax^2 + bx + c$, для яких

$b^2 - 4ac < 0$.

Якщо a–корінь многочлена $P_n(x)$, то $P_n(x) = (x - a)Q_{n-1}(x)$.

Теорема Вієта (узагальнена). Якщо $x_1, x_2, \dots x_n$– корені многочлена $P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$, то мають місце такі рівності:

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = -\frac{a_1}{a_0};$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n = \frac{a_2}{a_0};$$

$$x_1x_2x_3 + \cdots + x_{n-2}x_{n-1}x_n = -\frac{a_3}{a_0};$$

$$x_1x_{2\ \dots}\ x_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}.$$

Практичні висновки з останньої рівності теореми Вієта

Для того, щоб нескоротний дріб $\frac{p}{q}$ (p –ціле, q–натуральне) був коренем многочлена $P_n(x) = a_nx \quad + a_{n-1}x^{n-1} + + \cdots + a_1 + \ +a_0$ з цілими коефіцієнтами, необхідно, щоб число p було дільником вільного члена a_0, а число q – дільником старшого коефіцієнта a_n.

Якщо многочлен $P_n(x)$ має цілі коефіцієнти і $a_n = 0$, то раціональними коренями такого многочлена можуть бути тільки цілі числа, які є дільником вільного члена a_0.

Наприклад. Розкласти на множники многочлен

$P_4(x) = 2x^4 + 7x^3 - 2x^2 - 13x + 6.$

p: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$ дільники $a_0 = 6$

q: $1; 2$ дільники $a_4 = 2$

$\frac{p}{q}$: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\ ; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{3}{2}$

$P_4(1) = 2 + 7 - 1 - 13 + 6 = 0, x = 1 -$ корінь

$P_4(-1) \neq 0,$

$P_4(2) \neq 0,$

$P_4(-2) = 0,\ x = -2 -$ корінь

$P_4(3) \neq 0,$

$P_4(-3) = 0,\ x = -3 -$ корінь

	2	7	-2	-13	6
1	2	9	7	-6	0
-2	2	5	-3	0	
-3	2	-1	0		

$P_4(x) = (x-1)(x+2)(x+3)(2x-1)$

8.4. Тренувальні вправи

№ 1. А. Розділити «кутом» многочлен $P(x)$ на многочлен $Q(x)$:

1) $P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x + 4$,
$Q(x) = x - 3$;

2) $P(x) = 4x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 5x + 9,$
$Q(x) = x^2 - 2x - 1$;

3) $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + x + 3$,

$Q(x) = x - 4$;

4) $P(x) = 3x^4 - x^3 + 4x^2 - 5x - 5$,

$Q(x) = x^2 - 2x + 2$;

5) $P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$,

$Q(x) = x^2 + 1$;

6) $P(x) = x^5 - 3x^3 + x^2 + 2x - 1$,

$Q(x) = x^2 + x - 1$;

7) $P(x) = x^5 + 5x^3 + 6$,

$Q(x) = x^2 + 2x + 3$;

8) $P(x) = x^4 - x^2 + 3,$

$Q(x) = x^2 - 3$;

9) $P(x) = x^4 + 7x^3 + 18x^2 + 20x + 8$,

$Q(x) = x^2 + 2x + 1;$

10) $P(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1,$

$Q(x) = x^2 - x - 2;$

11) $P(x) = x^5 - x^3 + 2x^2 + x + 1,$

$Q(x) = x^2 + 2x + 3;$

12) $P(x) = x^6 - 3x^5 - 4x^3 + x - 1,$

$Q(x) = x^2 + x + 1;$

13) $P(x) = x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + 1,$

$Q(x) = x^2 + 1;$

14) $P(x) = x^7 - x^6 - 3x^3 + x + 1,$

$Q(x) = x^2 - x + 1;$

15) $P(x) = x^8 - x^6 + x^4 - x^2 + 2,$

$Q(x) = x^2 + 1;$

16) $P(x) = x^4 - 5x^3 - 6x^2 + x + 1\,,$

$Q(x) = x^2 + x + 2;$

17) $P(x) = x^6 - x + 1,$

$Q(x) = x^3 - x^2 + 1;$

18) $P(x) = 2x^6 - 3x^4 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - 5,$
$Q(x) = x^3 - 2x^2 - 3x - 4.$

Б. Методом невизначених коефіцієнтів знайдіть частку та остачу від ділення многочлена *P(x)* на многочлен *Q(x)*. Правильність відповіді перевірте, застосувавши ділення «кутом»:

19) $P(x) = x^3 - 19x - 3, Q(x) = x^2 + 1;$

20) $P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6, Q(x) = x^2 - 1;$

21) $P(x) = 2x^3 - 3x + 2, Q(x) = 2x - 1;$

22) $P(x) = 5x^4 - x^3 - x - 4\,, Q(x) = x^2 - 4;$

23) $P(x) = 2x^4 + 3x - 4$, $Q(x) = x^2 - 1$;

24) $P(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 7x - 6$, $Q(x) = x^2 + 2x - 3$;

25) $P(x) = x^5 - 4x^3 - 2x^2 - x + 5$, $Q(x) = x^2 - 9$.

№2. Застосовуючи схему Горнера знайти частку та остачу від ділення многочлена *P(x)* на многочлен *Q(x)*:

1) $P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x + 4,\ Q(x) = x - 3$;
2) $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + x + 3,\ Q(x) = x - 4$;
3) $P(x) = x^3 + 3x^2 - 18x - 40,\ Q(x) = x - 4$;
4) $P(x) = x^3 - 5x^2 - 26x + 120,\ Q(x) = x + 2$;
5) $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1,\ Q(x) = x + 1$;
6) $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3,\ Q(x) = x + 2$;
7) $P(x) = 6x^3 + x^2 - 20x - 12,\ Q(x) = x - 3$;
8) $P(x) = 5x^3 - 26x^2 + 25x - 12,\ Q(x) = x - 5$;
9) $P(x) = x^4 - 10x^2 + 9,\ Q(x) = x + 2$;
10) $P(x) = x^4 - x^3 - 10x^2 + 4x + 24,\ Q(x) = x - 1$;
11) $P(x) = x^4 - 15x^2 + 10x + 24,\ Q(x) = x + 3$;
12) $P(x) = 6x^4 + 7x^3 - 9x^2 - 7x + 3,\ Q(x) = x - 2$;
13) $P(x) = 2x^4 - x^3 - 9x^2 + 13x - 5,\ Q(x) = x - 2$;
14) $P(x) = 6x^4 - 5x^3 - 53x^2 + 45x - 9,\ Q(x) = x - 2$;
15) $P(x) = 30x^4 - 31x^3 - 180x^2 + 7x + 6,\ Q(x) = x + 1$;
16) $P(x) = x^5 + 3x^4 - 20x^3 - 48x^2 + 64x,\ Q(x) = x + 5$;
17) $P(x) = 2x^5 - 6x^4 - 3x^2 + 4x,\ Q(x) = x - 3$;
18) $P(x) = x^6 - 2x^5 + 3x^4 - 4x^3 + x^2 - x + 1$,
$Q(x) = x + 1$;
19) $P(x) = x^6 + 27,\ Q(x) = x - 1$;
20) $P(x) = x^6 - x^4 - x^2 + 1,\ Q(x) = x - 2$.

№3. Знайти корені многочлена:

1) $6x^4 - x^3 - 124x^2 - 101x - 20$;
2) $6x^4 + 7x^3 - 22x^2 - 28x - 8$;
3) $8x^3 + 42x^2 + 37x - 12$;
4) $5x^3 + 18x^2 - 10x - 8$;
5) $2x^3 - 5x^2 - 8x + 20$;
6) $3x^3 - x^2 - 27x + 9$;
7) $3x^4 + 5x^3 - 9x^2 - 9x + 10$;
8) $2x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x - 1$;
9) $x^4 + 14x^3 + 71x^2 + 154x + 120$;
10) $3x^4 - 4x^3 - 49x^2 + 64x + 16$;
11) $2x^5 - 9x^4 + 8x^3 + 15x^2 - 28x + 12$;
12) $4x^5 - 5x^4 - 11x^3 + 23x^2 - 13x + 2$;
13) $3x^5 - 19x^4 + 9x^3 + 71x^2 - 84x + 20$;
14) $x^6 - x^4 - x^2 + 1$;
15) $x^6 - 2x^5 - 28x^4 + 54x^3 + 79x^2 - 100x - 100$.

№4. Розкласти на множники многочлен:

1) $x^3 + 9x^2 + 23x + 15$;
2) $2x^3 - x^2 - 5x - 2$;
3) $x^3 + x^2 - 4x + 2$;
4) $x^3 - x^2 - x + 1$;
5) $8x^3 - 5x^2 + 5x + 3$;
6) $4x^3 - 12x^2 - 25x + 75$;
7) $8x^3 + 42x^2 + 37x - 12$;
8) $2x^3 + 5x^2 + 10x + 4$;
9) $2x^3 + 19x^2 + 56x + 48$;
10) $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$;
11) $3x^4 + 5x^3 - x^2 - 5x - 2$;
12) $x^4 - 9x^3 + 30x^2 - 44x + 24$;
13) $x^4 + 2x^3 + 2x - 1$;
14) $x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1$;
15) $12x^4 - 5x^3 - 51x^2 + 20x + 12$;

16) $6x^4 + 5x^3 - 12x^2 - 5x + 6$;
17) $14x^4 - 37x^3 - 72x^2 - 17x + 4$;
18) $3x^4 - x^3 + x^2 + x - 4$;
19) $x^4 - 2x^3 - 24x^2 + 50x - 25$;
20) $4x^4 - 24x^3 + 29x^2 + 42x - 63$;
21) $6x^4 + 5x^3 - 95x^2 - 80x - 16$;
22) $x^4 - 3x^2 + 2$;
23) $x^4 - x^3 - x + 1$;
24) $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$;
25) $x^4 + 3x^2 + 2$;
26) $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 16x + 16$;
27) $6x^4 + 5x^3 - 74x^2 + 11x + 12$;
28) $10x^4 + 21x^3 - 55x^2 - 72x + 36$;
29) $x^5 + 5x^4 + 3x^3 - 13x^2 - 8x + 12$;
30) $x^5 - 2x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 16x - 32$;
31) $6x^5 - 17x^4 + 5x^3 + 15x^2 - 11x + 2$;
32) $x^5 - 5x^4 + 6x^3 + x^2 - 5x + 6$;
33) $x^6 - 2x^5 - 28x^4 + 54x^3 + 79x^2 - 100x - 100$;
34) $x^6 + 27$;
35) $x^6 - x^4 - x^2 + 1$.

№5. Не розв'язуючи рівняння

$x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$, знайдіть:

1) $x_1 + x_2 + x_3$;
2) $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$;
3) $x_1x_2x_3$;
4) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$;
5) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$,

де $x_1,\ x_2,\ x_3$ – корені заданого рівняння.

Відповіді до завдань §8

№1.

1) $P(x) = (x - 3)(2x^2 + 5x + 10) + 34;$

2) $P(x) = (x^2 - 2x - 1)(4x^2 + 6x) + 11x + 9$;

3) $P(x) = (x - 4)(2x^2 + x + 5) + 23;$

4) $P(x) = (x^2 + 2x + 2)(3x^2 + 5x + 8) + x - 21;$

5) $P(x) = (x^2 + 1)(x^2 + x) + 1;$

6) $P(x) = (x^2 + x - 1)(x + 1)(x - 1)^2$;

7) $P(x) = (x^2 + 2x + 3)(x^3 - 2x^2 + 6x - 6) - 6x + 24;$

8) $P(x) = (x^2 - 3)(x^2 + 2) + 9;$

9) $P(x) = (x^2 + 2x + 1)(x^2 + 5x + 7) + x + 1$;

10) $P(x) = (x^2 - x - 2)(x^3 + 2x^2 + 5x + 10) + 20x + 21;$

11) $P(x) = (x^2 + 2x + 3)(x^3 - 2x^2 + 8) - 15x - 23;$

12) $P(x) = (x^2 + x + 1)(x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 3x) + 4x - 1;$

13) $P(x) = (x^2 + 1)(x^4 + x + 1) - x;$

14) $P(x) = (x^2 - x - 1)(x^5 - x^3 - x^2 - 3x - 2) + 2x + 3;$

15) $P(x) = (x^2 + 1)(x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 4) + 6;$

16) $P(x) = (x^2 + x + 2)(x^2 - 6x - 2) + 15x + 5;$

17) $P(x) = (x^3 - x^2 + 1)(x^3 + x^2 + x) + (-x^2 - 2x + 1);$

18) $P(x) = (x^3 - 2x^2 - 3x - 4)(2x^3 + 4x^2 + 11x + 41) +$

$+131\frac{1}{2}x^3 + 165x + 159.$

№2.

1) $P(x) = Q(x)(2x^3 - 3x - 5) - 15;$
2) $P(x) = (x - 4)(2x^2 + x + 5) + 23;$
3) $P(x) = (x + 2)(x^2 + x - 20);$
4) $P(x) = (x + 2)(x^2 - 7x - 12) + 144;$
5) $P(x) = (x + 1)(x^2 + 2x + 1);$
6) $P(x) = (x + 2)(2x^2 - x) - 3;$
7) $P(x) = (x - 3)(6x^2 + 18x + 37) + 99;$
8) $P(x) = (x - 5)(5x^2 - x + 20) + 96;$
9) $P(x) = (x + 2)(x^3 - 2x^2 - 6x + 12) - 15;$
10) $P(x) = (x - 1)(x^3 - 10x - 6) + 18;$
11) $P(x) = (x + 3)(x^3 - 3x^2 - 6x + 28) - 60;$
12) $P(x) = (x - 2)(6x^3 + 19x^2 + 29x + 51) + 105;$
13) $P(x) = (x - 2)(2x^3 + 3x^2 - 3x + 7) + 9;$
14) $P(x) = (x - 2)(6x^3 + 7x^2 - 39x - 33) - 75;$
15) $P(x) = (x + 1)(30x^3 - 61x^2 - 119x + 126) - 120;$
16) $P(x) = (x + 5)(x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 2x + 54) - 270;$
17) $P(x) = (x - 3)(2x^4 - 3x - 5) - 15;$
18) $P(x) = (x + 1)(x^5 - 3x^4 + 6x^3 - 10x^2 + 11x - 12) + 13;$
19) $P(x) = (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) + 28;$
20) $P(x) = (x - 2)(x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 11x + 22) + 45.$

№3.

1) $x_1 = -4;\ x_2 = -\frac{1}{2};\ x_3 = -\frac{1}{3};\ x_4 = 5;$
2) $x_1 = -2;\ x_2 = -\frac{2}{3};\ x_3 = -\frac{1}{2};\ x_4 = 2;$
3) $x_1 = -4;\ x_2 = -\frac{3}{2};\ x_3 = \frac{1}{4};$
4) $x_1 = -4;\ x_2 = \frac{1+\sqrt{11}}{5};\ x_3 = \frac{1-\sqrt{11}}{5};$
5) $x_1 = -2;\ x_2 = 2;\ x_3 = \frac{5}{2};$
6) $x_1 = -3;\ x_2 = \frac{1}{3};\ x_3 = 3;$
7) $x_1 = -2;\ x_2 = -\frac{5}{3};\ x_3 = x_4 = 1;$
8) $x_1 = -1;\ x_2 = \frac{1}{2};\ x_3 = x_4 = 1;$
9) $x_1 = -5;\ x_2 = -4;\ x_3 = -3;\ x_4 = -2;$
10) $x_1 = -4;\ x_2 = \frac{2-\sqrt{7}}{3};\ x_3 = \frac{2-\sqrt{7}}{3};\ x_4 = 4;$

11) $x_1 = -\frac{3}{2}$; $x_2 = x_3 = 1$; $x_4 = x_5 = 2$;
12) $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{1}{4}$; $x_3 = x_4 = x_5 = 1$;
13) $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{1}{3}$; $x_3 = 1$; $x_4 = 2$; $x_5 = 5$;
14) $x_1 = x_2 = -1$; $x_3 = x_4 = 1$;
15) $x_1 = -5$; $x_2 = x_3 = -1$; $x_4 = x_5 = 2$; $x_6 = 5$;

№4.

1) $(x+1)(x+3)(x+5)$;
2) $(x+1)(x-2)(2x+1)$;
3) $(x-1)\left(x+1-\sqrt{3}\right)\left(x+1+\sqrt{3}\right)$;
4) $(x+1)(x-1)^2$;
5) $(8x+8)(x^2-x+1)$;
6) $(2x-5)(2x+5)(x-3)$;
7) $(4x-1)(2x+3)(x+4)$;
8) $(2x+1)(x^2+2x+4)$;
9) $(2x+3)(x+4)^2$;
10) $(2x-3)^3$;
11) $(x-1)(3x+2)(x+1)^2$;
12) $(x-3)(x-2)^3$;
13) $(x+1)(x-1)^3$;
14) $(x^2-x+1)(x-\frac{-3+\sqrt{5}}{2})(x-\frac{-3-\sqrt{5}}{2})$;
15) $(4x-3)(3x+1)(x-2)(x+2)$;
16) $(x-1)(x+1)(3x-2)(2x+3)$;
17) $(7x-1)(2x+1)(x+1)(x-4)$;
18) $(x-1)(x+1)(3x^2-x+4)$;
19) $(x-1)^2(x-5)(x+5)$;
20) $(2x-\sqrt{7})(2x+\sqrt{7})(x-3)^2$;
21) $(3x+1)(2x+1)(x-4)(x+4)$;
22) $(x-1)(x+1)\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)$;
23) $(x-1)^2(x^2+x+1)$;
24) $(x-1)^2(x^2+1)$;
25) $(x^2+2)(x^2+1)$;
26) $(x-2)^2(x^2+4)$;
27) $6(x-3)(x+4)\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$;

28) $10\left(x-\frac{2}{5}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)(x-2)(x+3)$;
29) $(x-1)^2(x+2)^2(x+3)$;
30) $(x+2)^2(x-2)^3$;
31) $(x^2+3)\left(x^2-\sqrt{3}x+3\right)\left(x^2+\sqrt{3}x+3\right)$;
32) $(x-1)^2(x+1)^2(x^2+1)$;
33) $6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)(x-1)(x+1)(x-2)$;
34) $(x+1)(x-2)(x-3)(x^2-x+1)$;
35) $(x+5)(x-5)(x-2)^2(x+1)^2$.

№5.

1) 4; 2) 3; 3) -2; 4) $-\frac{2}{3}$;5) -10.

Список використаної та рекомендованої літератури

1. Будна О. С. Зовнішнє оцінювання (підготовка). Математика. Репетитор / О. С. Будна, С. М. Будна. – Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2007. – 224 с.
2. ГДІ. Тестування. Математика / автори: Ю. В. Човенок, О. М. Шутовський. – К.: Майстер-клас, 2007. – 96 с.
3. Генденштейн Л. Е. та ін. Наочний довідник з алгебри та початків аналізу з прикладами. Для учнів 7-11 класів / Л. Е. Генденштейн. – Х.: Гімназія Регіон-ІНФОРМ, 1997. – 96 с.
4. Горделадзе Ш. Г. Збірник конкурсних задач з математики / Ш. Г. Горделадзе, М. М. Кухарчук, Ф. П. Яремчук; За заг. ред. Ф. П. Яремчука. – 3-тє вид. перероб. і доп. – К.: Вища школа, 1988. – 328 с.
5. Гусев В. А. Математика: Справочные материалы: Книга для учащихся / В. А. Гусев, А. Г. Мордкович. – М.: Просвещение, 1988. – 416 с.
6. Забєлишинська М. Я. Зовнішнє оцінювання (підготовка). Математика. 5-11 класи: Довідник / М. Я. Забєлишинська. – Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2007. – 160 с.
7. Збірник тренувальних завдань з математики для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / О. Ю. Максименко, О. О. Тарасенко та ін. – Х.: Торсінг-Плюс, 2007. – 96 с.
8. Козира В. М. Дидактичні матеріали з алгебри для 10 класу шкіл, ліцеїв і гімназій фізико-математичного профілю: Посібник для вчителів та учнів / В. М. Козира. – Тернопіль: Підручники і посібники, 1997. – 24 с.
9. Крамор В. С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа / В. С. Крамор. – М.: Просвещение, 1990. – 416 с.
10. Кушнір І. А. Математика в задачах і прикладах: 101 порада абітурієнту І. А. Кушнір, Л. П. Фінкельштейн. – К.: Факт, 2001. – 304 с.
11. Ляпин С. Е. Сборник задач по элементарной математике: Арифметика и алгебра / С. Е. Ляпин, И. В. Баранова. – М.: Учпедгиз, 1960. – 294 с.

12. Мазур К. И. Решение основных конкурсных задач по математике сборника под редакцией М. И. Сканави / К. И. Мазур. – К., 1998. – 672 с.
13. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа: Учеб. пособие для подготовительных отделений вузов / А. Г. Мордкович. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1987. – 416 с.
14. Нелін Є. П. Алгебра в таблицях (з додатком): навчальний посібник для учнів 7-11 класів / Є. П. Нелін. – Х.: Світ дитинства, 1998. – 116 с. (Додаток 56 с.)
15. Роганін О. М. Алгебра і початкии аналізу: навч. посібник / О. М. Роганін. – К.: Український центр підготовки иабітурієнтів, 2013. – 256 с.
16. Савченко Л. В. Опорні конспекти (Алгебра 7-й клас) / Л. В. Савченко // Математика. – 2000. – №35. – Вкладка.
17. Савченко Л. В. Опорні конспекти (Алгебра 8-й клас) / Л. В. Савченко // Математика. – 2001. – №9. – Вкладка.
18. Савченко Л. В. Опорні конспекти (Алгебра 9-й клас) / Л. В. Савченко // Математика. – 2001. – №27-28. – Вкладка.
19. Савченко Л. В. Опорні конспекти (Математика 5-й клас) / Л. В. Савченко // Математика. – 2000. – №25-26. – Вкладка.
20. Савченко Л. В. Опорні конспекти (Математика 6-й клас) / Л. В. Савченко // Математика. – 2000. – №29-30. – Вкладка.
21. Усі формули та таблиці. Практичний довідник / Уклад. Дудінова О. В., Шабанова Г. В. та ін. – Х.:ФОП Співак Т. К., 2009. – 224 с.
22. Ясінський В. В. та ін. Вибрані конкурсні задачі з математики. Т.1. Арифметика. Алгебра: Навчальний посібник для вступників до вищих навч. закладів / Ясінський В. В., Мазук К. І., Мазур О. К.; За ред. В. В. Ясінського. – К.: Фенікс, 2002. – 368 с.

Додатки

Таблиця 1

Таблиця додавання

доданки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Таблиця 2

Таблиця множення

множники	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Таблиця 3

Таблиця кубів деяких чисел

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Таблиця 4

Степені деяких чисел

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2^n	1	4	8	16	32	64	128	512	1024
3^n	3	9	27	81	243	729			
5^n	5	25	125	625					

Таблиця 5

Таблиця простих чисел (до 997)

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47	53	59	61	67	71
73	79	83	89	97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223	227	229
233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389	397	401	419
421	431	433	439	443	449	457	461	463	467
479	487	491	499	503	509	521	523	541	547
557	563	569	571	577	587	593	599	601	607
613	617	619	631	641	643	647	653	659	661
673	677	683	691	701	709	719	727	733	739
743	751	757	761	769	773	787	797	809	811
821	823	827	829	839	853	857	859	863	877
881	907	911	919	929	937	941	947	953	967
971	977	983	991	997					

Таблиця 6

Таблиця квадратів натуральних чисел від 10 до 99

десятки	одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9606	9801

ДЛЯ НОТАТОК

УДК 373.5.016:51(03)(076)

ББК 74.262 я2

Навчальне видання

МАТЕМАТИКА

ДОВІДНИК-ТРЕНАЖЕР

АРИФМЕТИКА АЛГЕБРА

Укладачі Лов’янова І. В., Шиперко С. Г.

Комп’ютерний набір Кільдюшов В. М.

Комп’ютерна верстка Лов’янова І. В.