

Міністерство освіти та науки України
Криворізький державний педагогічний університет
Запорізький інститут економіки та інформаційних
технологій

Комп'ютерне моделювання
та інформаційні технології
в науці, економіці та освіті

Збірник наукових праць

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ КДПУ
2001

ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСТИННОСТНЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Я.В. Шрамко

г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

"- Зачем же ты, бродяга, на базаре смущал народ, рассказывая про истину, о которой ты не имеешь представления? Что есть истина?"

(М. Булгаков, "Мастер и Маргарита")

1. Готлоб Фреге: истинностные значения как абстрактные объекты

Понятие *истинностного значения* ввел в логику выдающийся логик и философ конца XIX – начала XX ст. Готлоб Фреге (см. [14], [15]). При этом Фреге отказался от традиционной трактовки понятия истинности как *свойства* высказываний. Хотя такая трактовка во многом опирается на повседневную языковую интуицию, которая «подсказывает» нам, что, например, в утверждении «Высказывание '3 больше 2' истинно» речь идет о наличии у высказывания определенного свойства – «быть истинным», Фреге отмечает, что в данном случае обыденная языковая интуиция не проясняет существо дела, а наоборот, вводит нас в заблуждение. В самом деле, в утверждениях, подобных приведенному выше, предикат «истинный», вообще говоря, излишен и – будучи легко элиминируемым из дискурса – не репрезентирует никакого реального свойства (см. [15], с. 138-139).

Вывод, к которому приходит Фреге, состоит в том, что истинность и ложность вовсе не являются свойствами высказываний, а представляют два *абстрактных предмета* – «Истину» (das Wahre) и «Ложь» (das Falsche), призванных служить в качестве *значений* высказываний (а именно – их истинностных значений). Напомним, что в философии языка Фреге в качестве особой категории языковых выражений выделяются *имена*, причем значением имени является тот самый предмет, который данное имя обозначает. Так, например, значение имени «Луна» – это определенное небесное тело (естественный спутник Земли), зна-

чение имени «Киев» – определенный город (столица Украины) и т.д. Высказывания же трактуются как специальный вид имен, обозначающих истину или ложь: «Предложение по существу есть некоторое собственное имя, значением которого, если таковое имеется, является истинностное значение: истина или ложь» ([15], с. 89).

Истолкование истинностных значений как особого рода предметов влечет за собой важные *онтологические* следствия. При таком истолковании, истинностные значения выступают в роли особых *онтологических сущностей*, занимающих определенное место в общей картине мира и обуславливающих (наряду с другими онтологическими сущностями) его структуру и свойства. Таким образом, возникает задача включения истинностных значений в нашу онтологию. В настоящей статье эта задача решается посредством построения абстрактной онтологической модели (т.е., модели мира), включающей истинностные значения в качестве необходимого структурообразующего компонента.

2. Логический мир и логическое пространство

Отметим, что истинностные значения относятся к разряду *абстрактных* предметов, то есть, они в определенном отношении сходны с такими объектами как числа, геометрические фигуры, понятия и т.п. Как известно, отличительной особенностью абстрактных объектов является отсутствие у них пространственно-временных характеристик (см. [18], с. 513). В онтологическом плане эти объекты принадлежат «третьему миру» в смысле методологии Карла Поппера, который предложил – в качестве полезной методологической абстракции – различать между миром физических объектов или физических состояний («первый мир»), миром состояний сознания («второй мир») и миром *объективного содержания мышления* («третий мир») (см. [4], с. 439-440).

Следуя далее в этом направлении, имеем возможность выделить из общего мира абстрактных объектов различные «*подмиры*», объединяющие предметы одного типа. Так, можно утверждать, что совокупность математических объектов (чисел, геометрических фигур, доказательств, математических построений

и т.п.) образует особый «математический мир». Аналогичным образом вводится понятие *логического мира* – это есть «мир» истинностных значений.

Обозначим истинностное значение «истина» посредством символа «Т», а истинностное значение ложь – посредством «F». Тогда логический мир Готлоба Фреге представляет собой в точности множество $\{T, F\}$.

Иногда некоторое фиксированное множество называют *пространством*, если оно рассматривается вместе с множеством своих подмножеств (см. [5], с. 17). В соответствии с таким пониманием, множество истинностных значений (логический мир) будем называть *логическим пространством*, если на нем выделяются определенные подмножества. Точнее, логическим пространством называется пара $\langle L, PL \rangle$, где L есть некоторое множество истинностных значений (*носитель* логического пространства²), а PL – некоторая система подмножеств множества L .

Очевидно, что логический мир Фреге, определенный как описано выше, не представляет собой логического пространства. Ниже будет показано, каким образом этот мир может быть задан в виде логического пространства (существенную роль при этом играет некоторое важное обобщение самого понятия истинностного значения).

3. Функция истинностной оценки

Кратко остановимся на вопросе, каким образом логический мир взаимосвязан с другими мирами, в частности с миром высказываний. Эту взаимосвязь обеспечивает *функция истинностной оценки* (истинностная функция), которая представляет собой функцию из множества высказываний во множество истинностных значений.

Если в качестве последнего выступает логический мир Фреге, то функция истинностной оценки представляет собой *классическую* функцию истинности, приписывающую каждому высказыванию либо значение Т («истина»), либо значение F («ложь»). Классическая функция истинности обеспечивает соблюдение

² Заметим, что данное определение никак не ограничивает количество элементов, могущих составлять носитель логического пространства.

метапринципов бивалентности и однозначности – всякое высказывание является истинным или ложным и при этом исключается ситуация, когда высказывание является истинным и ложным одновременно.

4. Пресыщенные оценки и истинностно-значные провалы

Как известно, принципы бивалентности и однозначности восходят еще к Аристотелю. Тем не менее, общезначимость этих принципов неоднократно подвергалась сомнению. По-видимому, сам Аристотель был первый, кто подверг критике принцип бивалентности (в связи с проблемой так называемых «будущих случайных событий» – см. его трактат «*Об истолковании*»). Лукасевич, рассмотрев эту проблему, пришел к идее трехзначной логики, в которой наряду с обычными (классическими) истинностными значениями вводится новое истинностное значение «возможность» (см. [19]). Другой известный пример – трехзначная логика Клини [3], в которой в качестве *третьего* истинностного значения принимается значение «неопределенно» («неизвестно», «неразрешимо»).

В отличие от принципа бивалентности, принцип однозначности гораздо реже подвергался сомнению. Тем не менее, некоторые авторы выдвигали и выдвигают довольно веские аргументы в пользу той точки зрения, что в некоторых случаях от этого принципа необходимо отказаться. Так возникают дискуссионная логика Яськовского [17], паранепротиворечивая логика Да Косты [11], логика парадокса Приста [20] и др.

Дж.М. Данн в ряде работ (см., напр. [12], [13]) обосновал и развил новаторскую стратегию построения логической семантики, в которой высказывания не только могут быть истинными или ложными, но также допускаются случаи, когда некоторые высказывания *не* являются *ни* истинными, *ни* ложными, или же одновременно принимают *оба* эти значения. Первый из таких нестандартных случаев иногда называют «истинностно-значным провалом», а второй – «пресыщенной оценкой» (см. [6], гл. IV). Истинностные провалы и пресыщенные оценки возможны (и необходимы) тогда, когда имеющаяся в наличии информация неполна или противоречива. Ситуации неполноты и противоречи-

ности информации довольно часто встречаются в познавательной практике, так что истинностные провалы и пресыщенные оценки получают естественное интуитивное обоснование.

5. Обобщенная функция истинности и обобщенные истинностные значения

Ясно, что классическая функция истинности (будучи к тому же *всюду определенной*) не позволяет смоделировать вышеописанные нестандартные ситуации. Поэтому Данн [12] предлагает рассматривать функцию истинностной оценки не как функцию из множества высказываний во множество классических истинностных значений (логический мир Фреге), а как функцию из множества высказываний во множество всех *подмножеств* этого множества. Тогда, наряду с «обычными» (классическими) приписываниями $\{T\}$, $\{F\}$, получаем два новых приписывания: $\{\}$ (истинностно-значный провал) и $\{T, F\}$ (пресыщенная оценка). Будем называть эту функцию *обобщенной функцией истинности*.³ Использование обобщенной функции истинности позволяет отказаться от принципов бивалентности и однозначности.

Н. Белнап (см. [9], [10]) в явном виде представил нестандартные приписывания как новые *истинностные значения*. При этом он предложил интересную интерпретацию истинностных значений как определенную информацию, которая была сообщена компьютеру. Тогда наряду с «нормальными» ситуациями, когда компьютеру было сообщено, что некоторое высказывание является истинным или ложным, нам необходимо рассмотреть две другие возможности, а именно, когда в компьютер относительно высказывания была введена противоречивая информация, а также когда никакой информации сообщено не было. Итак, имеем следующие четыре истинностных значения:

$T = \{T\}$ – «компьютеру была сообщена *только* истина»;

$F = \{F\}$ – «компьютеру была сообщена *только* ложь»;

³ Обобщая (да простит нам читатель этот невольный каламбур), будем понимать под обобщенной функцией истинности такую функцию, которая приписывает высказываниям подмножества *некоторого* заданного множества (базисных) истинностных значений.

$\mathbf{B} = \{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$ – «компьютеру была сообщена *как* истина, *так* и ложь»;

$\mathbf{N} = \{\}$ – «компьютеру *не* была сообщена *ни* истина, *ни* ложь».

Заметим, что ссылку на компьютер вполне можно опустить. Получившиеся четыре истинностных значения (и вообще значения, генерируемые на основе обобщенной функции истинности) будем называть *обобщенными истинностными значениями*.

6. Возможность иных логических миров: множество обобщенных истинностных значений как логическое пространство

Введение обобщенной функции истинности и обобщенных истинностных значений позволяет показать, что логический мир Фреге не является единственно возможным. Более того, становится ясным, что принципы бивалентности и однозначности вообще не являются логическими принципами (в строгом смысле), а представляют собой определенные *онтологические* допущения, имеющие силу только для некоторого частного логического мира (мира классической логики).

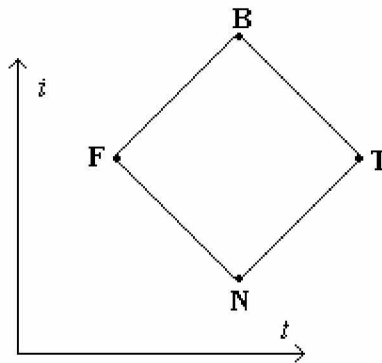
Можно отметить, что применение обобщенной функции истинности преобразовывает каждый логический мир в действительное логическое пространство. Так, имея в качестве носителя двухэлементное множество $\{\mathbf{T}, \mathbf{F}\}$, получаем логическое пространство, состоящее из четырех обобщенных истинностных значений, о которых шла речь выше. Назовем это логическое пространство «миром Белнапа».

Это пространство может быть определенным образом *упорядочено*. Более того, оказывается, что на нем естественным образом могут быть определены *два* отношения частичного порядка. Первое из этих отношений упорядочивает элементы из мира Белнапа в соответствии со степенью их *истинности*. Наименее истинным элементом является, конечно, \mathbf{F} , наиболее истинным – \mathbf{T} . Значения \mathbf{N} и \mathbf{B} занимают промежуточное положение, имея одну и ту же степень истинности (являясь равноистинными). Другое отношение упорядочивает обобщенные истинностные

значения Белнапа в соответствии с их *информативностью*. Наименее информативным является значение **N**, а больше всего информации (хотя и противоречивой) заключает в себе значение **V**. Классические **T** и **F** являются равноинформативными, неся в себе большее количество информации, чем **N**, но меньшее, чем **V**.

Каждое из этих отношений организует логическое пространство Белнапа *решеточным* образом. Напомним, что частично упорядоченное множество называется решеткой, если для любых двух элементов из этого множества существуют точная верхняя и точная нижняя граница. Таким образом, мы имеем здесь две решетки: истинностную и информационную. Комбинируя эти две структуры мы получаем *двойную решетку* обобщенных истинностных значений (см. [16]).

Графически эта решетка может быть представлена посредством двойной диаграммы Хассе, расположенной в координатной плоскости, где ось абсцисс (t) представляет упорядочивание по истинности, а ось ординат (i) – упорядочивание по информативности:



Данная решетка определяет как логические операции (если исходить из упорядочивания элементов по истинности), так и операции с «кусками» информации (информационное упорядочивание). Например, обращение истинностного порядка представляет операцию логического отрицания, которая обращает **T** в **F** и обратно, оставляя **N** и **V** без изменения.

7. Иерархия логических миров

В онтологическом плане обобщенная функция истинности интересна тем, что она имеет *креативный* характер. В качестве таковой, она не просто приписывает высказываниям истинностные значения, но создает *новые* сущности, а именно – обобщенные значения истинности. Заметим, что здесь мы имеем дело с креативностью *второго порядка*: новые онтологические сущности возникают на базе уже имеющегося логического мира, выступающего в качестве носителя задаваемого логического пространства.

Интересно проследить, как последовательное применение обобщенной функции истинности к различным «базисным» множествам создает все более разветвленные логические пространства со все более сложной структурой. Если допустить, что исходной точкой развития является то, что Гегель называл «чистым бытием», которое одновременно есть «чистое ничто» (см [1], с. 140), то приходим к выводу, что базис первичного логического мира не содержит никаких элементов. Тем не менее, применение обобщенной функции истинности тут же производит обобщенное истинностное значение – {}, являющееся, к тому же, единственным для данного логического пространства. Этот исходный логический мир может быть назван «миром Гегеля», он является максимально бедным и состоит из одного-единственного обобщенного истинностного значения. Отметим, что в рамках мира Гегеля никакая логика по существу невозможна, поскольку истина и ложь в нем фактически неразличимы, сливаясь в *одно* истинностное значение.

Следующий логический мир получается, если базисное множество, к которому применяется обобщенная функция истинности, содержит ровно один элемент. В качестве такового естественно принять (классическое) истинностное значение Т. Генерируемое на этой основе логическое пространство будет содержать в точности *два* обобщенных истинностных значения – [{Т}, {}]. Это есть логическое пространство классической логики, иными словами, имеем новое («пространственное») представление логического мира Фреге (ср. §2). Интересно отметить, что это представление больше соответствует «духу» классиче-

ской логики (по сравнению с представлением §2). В самом деле, для классической логики характерным является то, что может быть обозначено как *монизм истины*. То есть, классическая ложность не имеет самостоятельного статуса, будучи по существу простым сокращением для «не-истины». Все важные семантические понятия классической логики могут быть сформулированы с использованием только понятия истины (и связок метаязыка, в частности, отрицания), ложь же оказывается, в некотором смысле, излишним понятием. Единственным существенным признаком для классической лжи является признак «не быть истинным», и именно этот признак как нельзя лучше воплощается (в рамках рассматриваемого двухэлементного логического пространства) в обобщенном истинностном значении {}.

Следующий шаг состоит в том, чтобы рассмотреть ложь как *самостоятельное* (независимое от истины и имеющее равный с ней статус) истинностное значение. При этом фактически происходит отказ от монизма истины и осуществляется переход к *дуализму истины и лжи*. Базисное множество логического пространства состоит тогда из двух равноправных элементов – **T** и **F**, а само логическое пространство есть не что иное, как рассмотренный в §6 логический мир Белнапа. Логика, которая соответствует данному миру, есть *релевантная логика*, более точно – система тавтологических следований первого порядка из [8], §15.2.

Заметим, что в общем случае носитель логического пространства (к которому применяется обобщенная функция истинности) вовсе не обязательно ограничивается двумя элементами. В [22] рассматривается результат применения обобщенной функции истинности (называемой там «функцией мультиоценки», см. также [7]) к более богатым базисным множествам, в частности к множествам истинностных значений конструктивных логик. Карпенко ([2], с. 46) также высказывает идею принятия в качестве истинностных значений подмножеств более богатого множества, чем {**T**, **F**}. Здесь мы, однако, не будем рассматривать получающиеся логические пространства, а отошлем любопытного читателя к статье [22], где эти пространства анализируются достаточно подробно и на основе этого анализа вводится понятие *тройной решетки*.

Изложение данного параграфа подытожим посредством следующей таблицы:

	Носитель логического пространства (базисное множество)	Элементы логического пространства	Алгебраическая структура	Логика
<i>Мир Гегеля</i>	$\langle \rangle$	$\{\}$	нет	нет
<i>Мир Фреге</i>	$\langle T \rangle$	$\{\{T\}, \{\}\}$	булева решетка	классическая
<i>Мир Белнапа</i>	$\langle T, F \rangle$	$\{\{T\}, \{F\}, \{\}, \{T, F\}\}$	двойная решетка	релевантная

Эта таблица представляет некоторую иерархию логических миров. Особо подчеркнем, что построение таблицы может быть продолжено, иными словами, здесь представлены лишь начальные миры иерархии.

Литература

- [1] Гегель, Г.В.Ф. Наука логики. Т. 1, М.: «Мысль», 1970
- [2] Карпенко, А.С. Истинностные значения. Что это такое? // Исследования по неклассическим логикам. М.: «Наука», 1989, с. 38-53
- [3] Клини, С.К. Введение в метаматематику. М., 1957
- [4] Поппер, К. Логика и рост научного знания. М.: «Прогресс», 1983
- [5] Расева, Е., Сикорский, Р. Математика метаматематики. М.: «Наука», 1972
- [6] Смирнова Е.Д. Логическая семантика и философские основания логики. М.: Издательство МГУ, 1986
- [7] Шрамко, Я.В. Американский план для интуиционистской логики 2: обобщенные интуиционистские модели // *Online Journal Logical Studies*, No. 5; 2000, ISBN 5-85593-141-2 (<http://www.logic.ru>)
- [8] Anderson A.R. and N.D. Belnap, Jr., *Entailment The Logic of Relevance and Necessity*, v. I, Princeton University Press, 1975
- [9] Belnap, N.D., Jr. A useful four-valued logic, in: J.M. Dunn and G.

- Epstein (eds.), *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1977, pp. 8-37.
- [10] Belnap, N.D., Jr. How a computer should think, in: G. Ryle (ed.), *Contemporary Aspects of Philosophy*, Oriel Press Ltd., Stocksfield, 1977, pp. 30-55.
- [11] Costa, N. C. A. da. Calculus propositionnels pour les systemes formels inconsistants, *Comptes Rendus Acad. Sci.* Vol. 257, 1963, pp. 3790-3792
- [12] Dunn, J.M. Intuitive semantics for first-degree entailment and 'coupled trees', *Philosophical Studies*, 29, 1976, pp. 149-168.
- [13] Dunn, J.M. A Comparative study of various model-theoretic treatments of negation: a history of formal negation, in: D. M. Gabbay and H. Wansing (eds.), *What is Negation?*, Applied Logic Series, 13, Kluwer Academic Publishers, 1999, pp. 23-51.
- [14] Frege, G. *Funktion, Begriff Bedeutung. Fünf logische Studien.* Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1986
- [15] Frege, G. *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie.* Felix Meiner, Hamburg, 1990
- [16] Ginsberg, M. Multi-valued logics, in: *Proceedings of AAAI-86*, Fifth National Conference on Artificial Intelligence, Morgan Kaufman Publishers, Los Altos, 1986, pp. 243-247
- [17] Jaskowski, S. Three contributions to the two-valued propositional calculus, *Studia Logica*, 34, 1975, pp. 121-132
- [18] Lowe, E.J. The metaphysics of abstract objects, *The Journal of Philosophy*, XCII, 1995, pp. 509-524
- [19] Lukasiewicz, J. On three-valued logic, in: *Selected Works.* Oxford, 1970, pp. 87-88
- [20] Priest, G. The logic of paradox, *Journal of Philosophical Logic*, 8, 1979, pp. 219-241
- [21] Shramko, Y. *Intuitionismus und Relevanz*, Logos-Verlag, Berlin, 1999
- [22] Shramko, Y., Dunn, J.M., Takenaka, T. The trilattice of constructive truth values, 2000 (to appear in: *Journal of Logic and Computation*)