

Міністерство освіти та науки України
Національна металургійна академія України

Теорія та методика
навчання математики,
фізики, інформатики

Збірник наукових праць
Випуск V

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ НМетАУ
2005

ПРО ПОБУДОВУ ПЕРЕРІЗІВ ПРОСТОРОВИХ ФІГУР НА ПРОЕКЦІЙНИХ МАЛЮНКАХ

П.І. Ульшин, Г.С. Єчкало

м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

При вивченні геометрії важливим елементом є побудова зображень просторових фігур на площині. Використання учнями малюнків розвиває в них просторову уяву і графічну культуру. Правильно побудований малюнок наочно демонструє властивості геометричної фігури і стимулює розумову діяльність на виконання поставленої задачі.

Часто на уроках стереометрії недостатньо приділяється уваги побудові малюнків. При цьому учні як на дошці, так і в зошитах малюють як хто вміє, не дотримуючись ніяких правил. Доходить до того, що навіть прямі лінії будують від руки кривими. При такому навчанні в учнів виникає нерозуміння геометричних задач і небажання їх розв'язувати.

Розглянемо, як слід вчити будувати зображення геометричної фігури. Проекційний малюнок утворюється проектуванням фігури на площину. Є три види проектувань: центральне, паралельне і ортогональне. Ще в стародавні часи було помічено, що фігура менше спотворюється (змінюється) при паралельному проектуванні. Тому Евклід у своїй праці "Начала" користувався таким видом зображень.

В наш час до проекційного малюнка просторової фігури ставляться такі три вимоги: правильність, наочність і простота. Щоб малюнок був правильним, його потрібно будувати за законами паралельного проектування; щоб малюнок був наочним, на ньому не повинно бути співпадаючих ліній; простий малюнок не повинен містити зайвих ліній.

При побудові малюнка слід дотримуватись правил і вимог встановлених у кресленні. Зокрема, використовувати такі лінії: суцільну основну – для побудови видимого контуру фігури, суцільну потовщену – для виділення певних частин фігури; суцільну тонку – для штрихування перерізів; штрихову – для зображення невидимого контуру фігури; штрих-пунктирну – для осевих і центральних ліній і ін.

При побудові за допомогою паралельного проектування малюнків просторових фігур потрібно враховувати, що будь-який трикутник проектується у довільний трикутник; чотирикутники з протилежними паралельними сторонами (квадрат, прямокутник, ромб) зображаються паралелограмом; коло проектується в еліпс і т.д.

Особливо великі утруднення в учнів викликають задачі на побудову перерізів просторових фігур. Перерізом називають плоску фігуру, яка утворюється в перетині площиною даної просторової фігури. Так перерізом многогранника є многокутник з вершинами на його ребрах; перерізом кулі є круг, який зображається еліпсом; перерізом конуса можуть бути еліпс, або

гіпербола, або парабола, або дві прямі (перетинні, паралельні чи співпадаючі) і т. д.

Перерізи просторових фігур на їх проєкційних малюнках будуються за допомогою теоретично обґрунтованих способів. Найчастіше використовують 1) спосіб сліду і 2) спосіб внутрішніх перерізів (його ще називають способом відповідності).

Суть способу сліду полягає в тому, що за елементами, які задають січну площину і площину основи просторової фігури, будується слід, тобто лінія перетину цих площин. Далі розглядаються випадки: 1) якщо точка січної площини лежить у грані многогранника не паралельній до сліду, то пряма перерізу цієї грані пройде через дану точку і перетнеться із своєю проєкцією на основу в точці, яка належить сліду; 2) якщо точка січної площини лежить у площині на фігурі паралельній до сліду, то в цій площині пряма, яка належить перерізу, пройде паралельно сліду.

Розглянемо приклади.

№ 1. Побудувати переріз чотирикутної піраміди $SABCD$ січною площиною, заданою трьома точками M , N і P , розташованих відповідно на ребрах SA , SB і SC .

Розв'язання:

Точки M і N лежать у грані SAB даної піраміди, тому відрізок MN є перерізом цієї грані січною площиною.

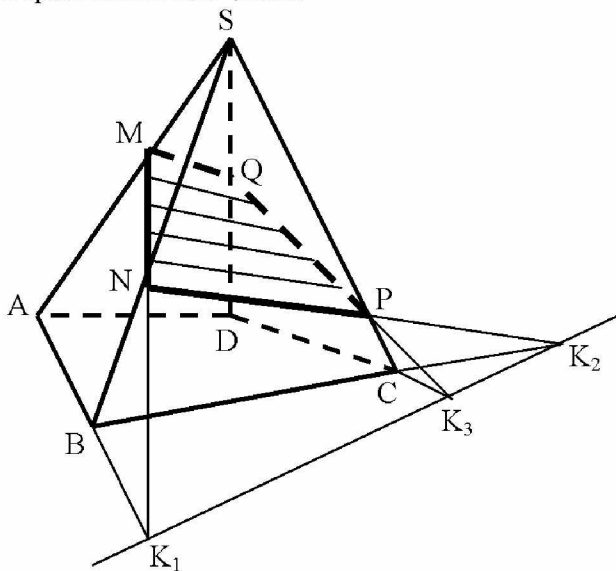


Рис. 1.

Відрізок AB є проєкцією відрізка MN на площину основи піраміди при центральному проєктуванні з точки S . Прямі (MN) і (AB) не паралельні,

лежать в одній площині і тому перетинаються в точці K_1 , яка належить сліду. Аналогічно знаходяться переріз NP грані SBC і точка K_2 , яка належить сліду. Будуємо пряму (K_1K_2) – слід. Знаходимо точку $K_3 = (K_1K_2) \cap (DC)$. Будуємо пряму (K_3P) у січній площині і визначаємо точку $Q = (K_3P) \cap (SD)$. Відрізки PQ і QM є перетином січної площини з невидимими гранями SCD і SDA даної піраміди, тому малюються штриховими лініями. Чотирикутник $MNPQ$ є шуканим перерізом (рис. 1).

№ 2. Побудувати переріз прямого кругового циліндра, з центрами основ O_1 і O_2 , січною площиною, заданою слідом ℓ , розташованим у площині нижньої основи циліндра, і точкою M , яка належить верхній основі циліндра.

Розв'язання:

Через точку M проведемо пряму $\ell' \parallel \ell$ і знайдемо точки A і B перетину прямої ℓ' з контуром верхньої основи циліндра. Відрізок AB є перерізом січною площиною верхньої основи циліндра.

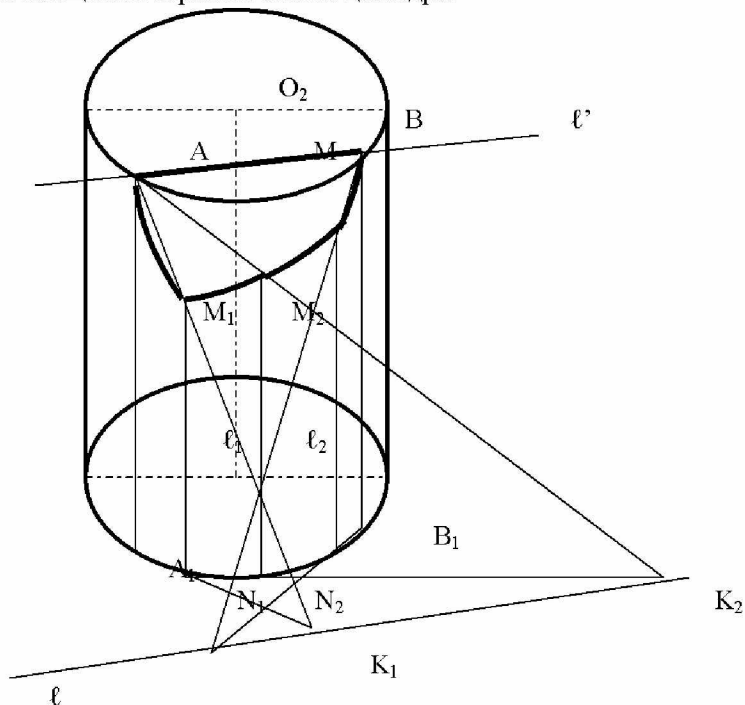


Рис. 2.

Розіб'ємо дугу A_1B_1 еліпса нижньої основи циліндра на n – частин точками N_1, N_2, \dots і проведемо через них твірні ℓ_1, ℓ_2, \dots циліндра. На слідові ℓ будуюмо точки: $K_1 = (A_1N_1) \cap \ell$, $K_2 = (A_1N_2) \cap \ell$, \dots . На бічній поверхні ци-

ліндра знаходимо точки: $M_1 = (A_1K_1) \cap \ell_1$, $M_2 = (A_1K_2) \cap \ell_2$, точки M_1 , M_2 , ... належать лінії перетину січної площини з бічною поверхнею циліндра. Цю лінію будують плавним з'єднанням одержаних точок за допомогою лекала. Чим більше буде число n , тим точніше буде побудована лінія. Одержаний переріз штрихується тонкими суцільними лініями (рис. 2).

Розглянутим способом сліду можна користуватися лише в тому випадку, коли можна побудувати слід у межах малюнка. У противному разі цей спосіб не підходить.

Спосіб внутрішніх перерізів є універсальним. Ним можна користуватися незалежно від нахилу січної площини до площини основи фігури. Суть його така: в середині просторової фігури проводяться допоміжні площини. Які перетинаючись з січною площиною утворюють точки шуканого перерізу. Розглянемо застосування цього способу на прикладі.

№ 3. Побудувати переріз п'ятикутної призми січною площиною, заданою трьома точками M , N і P на бічних ребрах призми.

Розв'язання:

Оскільки точки M і N у невидимій грані AA_1E_1E , то відрізок MN належить перерізу і будується штриховою лінією. Аналогічно, NP в грані EE_1D_1D будується штриховою лінією. Проведемо площину AA_1D_1D , яка перетинає січну площину по прямій (MP) , а площину основи по прямій (AD) .

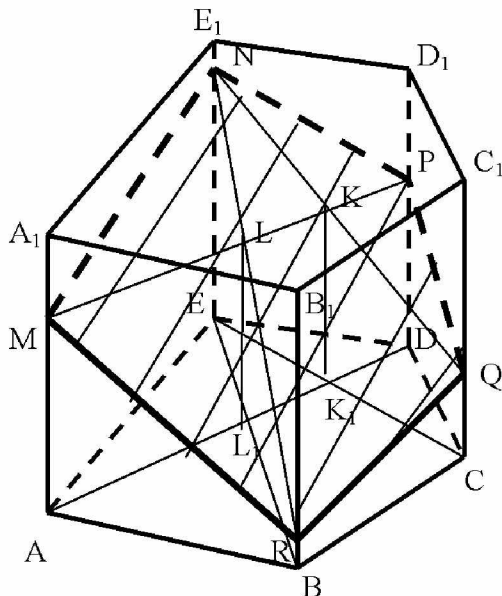


Рис. 3.

Побудуємо площину EE_1C_1C , яка перетинає площину основи по прямій

(EC), а січну площину по прямій (NK). Знаходимо точку $Q = (NK) \cap (C_1C)$. Відрізок PQ належить перерізу і лежить у невидимій грані, тому зображається штриховою лінією.

Будуємо площину EE_1V_1V , яка перетинає площину основи по прямій (EB), а січну площину по прямій (NL). Знаходимо точку $R = (NL) \cap (V_1V)$. Відрізки MR і RQ належать перерізу і будуються на видимих гранях суцільною потовщеною лінією. Побудований переріз MNPQR штрихується тонкою суцільною лінією (рис. 3).

Такий підхід до побудови перерізів просторових фігур на проєкційних малюнках буде сприяти розвитку просторової уяви, графічної культури, навичкам роботи з креслярськими інструментами, підвищенню розумової діяльності учнів.

Література:

1. Астряб О.М., Дубінчук О.С. Методика викладання стереометрії. – К.: Радянська школа, 1956. – 279 с.
2. Бевз Г.П. Методика розв'язування стереометричних задач. – К.: Радянська школа, 1988. – 192 с.
3. Посвянский А.Д. Краткий курс начертательной геометрии. – М.: Высшая школа, 1970. – 240 с.