ВІСНИК
МІЖНАРОДНОГО ДОСЛІДНОГО ЦЕНТРУ
“ЛЮДИНА: МОВА, КУЛЬТУРА, ПІЗНАННЯ”

Том 15

КОСМОЛОГІЯ

П.И. УЛЬШИН, А.М. ДРОЗДОВ
г. Кривой Рог, Украина

ЧЕТЫРЕХМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО МИНКОВСКОГО В КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

В данній статті розглянута можливість використовування геометрії Мінковського для побудови космологічних моделей.

Possibility of use of Mincovscogo geometry for construction of cosmological models is considered in the given article.

Пространство Минковского представляет собой аффинное пространство, в котором введена некоторая метрика при помощи которой можно определять расстояние между точками и рассматривать конгруэнтность фигур, движение и т.д.

Рассмотрим в четырехмерной системе координат Oxyzt двуполостной гиперболоид вращения, уравнение которого:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = -1 \qquad (1)$$

и однополостной гиперболоид вращения, уравнение которого:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 1 \qquad (2)$$

Построим сечение этих поверхностей второго порядка координатной плоскостью Oyt. В этом сечении точки поверхностей лежащие вне плоскости Oyt, будут иметь нулевые координаты для *x* и *z*, и поэтому сечение поверхностей (1) и (2) будут иметь уравнения соответственно

$$\gamma_1\colon y^2 - c^2t^2 = -1 \qquad (3)$$

$$\gamma_2\colon y^2 - c^2t^2 = 1 \qquad (4)$$

Построение графиков сечения показано на рисунке 1. Вершины двуполостного гиперболоида $T_1(0; 0; 0; 1/c)$ и $T_2(0; 0; 0; -1/c)$, а вершины однополостного гиперболоида: $B_1(0; 1; 0; 0)$ и $B_2(0; -1; 0; 0)$.

Построим прямоугольник $K_1K_2K_3K_4$, стороны которого проходят через вершины построенных гиперболоидов T_1, T_2, B_1, B_2 параллельно осям координат Oy и Or.

Прямые l_1 и l_2, проходящие через диагонали четырехугольника $K_1K_2K_3K_4$, образуют асимптоты к кривым $\gamma_1\,\gamma_2$. Угол между асимптотами l_1 и l_2 обозначим $\alpha = \angle(l_1, l_2)$ можно определить из $\Delta\ OK_1T_1$: $\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2} = \frac{K_1T_1}{OT_1} = C$, поэтому $\alpha = 2\mathrm{arctg}\ C$. (5)

Из рассмотренного следует, что двуполостной и однополостной гиперболоиды вращения разделяются в четырехмерном пространстве асимптотическим конусом, уравнение которого имеет вид:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0 \qquad (6)$$

В теории относительности движения этот конус называется световым конусом. В уравнении (6) коэффициент С равен скорости света в мировом пространстве, а угол его сечения при вершине определяется формулой (5).

Рассмотрим теперь в системе координат Oxyzt сферу с центром в точке O и радиусом R. Уравнение такой сферы имеет вид:

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = R^2. \qquad (7)$$

Построим сечение этой сферы координатной плоскостью Oyt

$$\gamma_3\colon y^2 + t^2 = R^2. \qquad (8)$$

это окружность с центром в точке O и радиусом R (смотри рисунок 1).

Вычислим координаты точек пересечения гиперболы γ_1 с окружностью γ_3. Обозначим их так:

$$\gamma_1 \cap \gamma_3 = N_1, N_2, N_3, N_4$$

Для этого решим системы уравнений:

$$\begin{cases} y^2 - c^2t^2 = -1 \\ y^2 + t^2 = R^2 \end{cases} \Rightarrow \quad y^2 = \frac{R^2c^2 - 1}{c^2 + 1}, \quad t^2 = \frac{R^2 + 1}{c^2 + 1}.$$

Отсюда следует:

$$N_1\left(0; \sqrt{\frac{R^2c^2 - 1}{c^2 + 1}}; 0; \sqrt{\frac{R^2 + 1}{c^2 + 1}}\right), \qquad N_2\left(0; -\sqrt{\frac{R^2c^2 - 1}{c^2 + 1}}; 0; \sqrt{\frac{R^2 + 1}{c^2 + 1}}\right),$$

$$N_3\left(0; -\sqrt{\frac{R^2c^2 - 1}{c^2 + 1}}; 0; -\sqrt{\frac{R^2 + 1}{c^2 + 1}}\right), \qquad N_4\left(0; \sqrt{\frac{R^2c^2 - 1}{c^2 + 1}}; 0; -\sqrt{\frac{R^2 + 1}{c^2 + 1}}\right),$$

$\gamma_3 \cap Ot = P\,(0; 0; 0; R)$

Координаты точек N_1, N_2, N_3, N_4 определены через числовые величины R и c.

Аналогично можно найти координаты точек L_1, L_2, L_3, L_4 сечения гиперболы γ_2 с окружностью γ_3, т.е.

$$\gamma_2 \cap \gamma_3 = L_1, L_2, L_3, L_4$$

Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - c^2t^2 = 1 \\ y^2 + t^2 = R^2 \end{cases} \Rightarrow \quad y^2 = \frac{R^2c^2 + 1}{c^2 + 1}, \quad t^2 = \frac{R^2 - 1}{c^2 + 1}.$$

Отсюда следует:

$$L_1\left(0; \sqrt{\frac{R^2c^2 + 1}{c^2 + 1}}; 0; \sqrt{\frac{R^2 - 1}{c^2 + 1}}\right), \quad L_2\left(0; -\sqrt{\frac{R^2c^2 + 1}{c^2 + 1}}; 0; \sqrt{\frac{R^2 - 1}{c^2 + 1}}\right),$$

$$L_3\left(0;-\sqrt{\frac{R^2c^2+1}{c^2+1}};0;-\sqrt{\frac{R^2-1}{c^2+1}}\right),\ L_4\left(0;\sqrt{\frac{R^2c^2+1}{c^2+1}};0;-\sqrt{\frac{R^2-1}{c^2+1}}\right).$$

Упрощенно теорию строения Вселенной можно представить так. Массы абсолютного мира (Вселенной) располагаются вдоль оси Ot в виде симметричной диады двояковыпуклых линз, ограниченных поверхностью сферы (7) и поверхностью двуполостного гиперболоида вращения (1). В сечении координатной плоскостью Oyt (рисунок 1) они заштрихованы.

Обладая определенной энергией, эти диады (мир-антимир) могут расширяться или сжиматься, разбегаясь в разные стороны или сближаясь.

Рассматривая однополостной гиперболоид (2) в сечении с той же сферой (7) имеем интерпретацию (изображение) другого мира, который торообразно охватывает абсолютный мир и находится относительно его на определенном расстоянии. Этот тороподобный мир является идеальным и потусторонним.

Связь между двумя мирами: абсолютным (реальным) и идеальным (потусторонним) проявляется через узкий слой в виде «тоннеля». Границей перехода в этом «тоннеле» является световой конус, который в системе координат Oxyzt описывается уравнением (6).

Расчет площади и объема диад

Рассмотрим диады в двумерном пространстве. Если взять систему координат Oyt, то диадами будут плоские фигуры, ограниченные дугами окружностей и гиперболы, это криволинейные фигуры: $N_1N_2T_1$ и $N_3N_4T_2$. На рисунке 1 они заштрихованы клеточками.

Из уравнения (3) находим: $t^2 = (y^2+1)/c^2$, а из уравнения (8) имеем $t^2 = R^2 - y^2$.

Площадь фигуры: $N_1N_2T_1$ определим по формуле:

$$S_1 = \int_{N_2}^{N_1}\left(\sqrt{R^2-y^2} - \frac{1}{c}\sqrt{y^2+1}\right)dy$$

Используя табличные интегралы и зная координаты точек N_1 и N_2 определяем записанный интеграл таким способом:

$$S_1 = \left(\frac{y}{2}\sqrt{R^2-y^2} + \frac{R^2}{2}\arcsin\frac{y}{R}\right)\Bigg|_{-\sqrt{\frac{R^2c^2-1}{c^2+1}}}^{\sqrt{\frac{R^2c^2-1}{c^2+1}}} - \frac{1}{c}\left(\frac{y}{2}\sqrt{e^2+1} + \frac{1}{2}\ln\left|y+\sqrt{y^2+1}\right|\right)\Bigg|_{-\sqrt{\frac{R^2c^2-1}{c^2+1}}}^{\sqrt{\frac{R^2c^2-1}{c^2+1}}}$$

После подстановки границ интегрирования и элементарных превращений получим, что площадь одной верхней диады имеет величину:

$$S_1 = R^2 \arcsin\left[\frac{1}{R}\sqrt{\frac{R^2c^2-1}{c^2+1}}\right] - \frac{1}{c}\ln\left[c\sqrt{\frac{R^2+1}{c^2+1}} + \sqrt{\frac{R^2c^2-1}{c^2+1}}\right]$$

Другая (нижняя) диада (рисунок 1) симметрична к верхней диаде относительно точки O и потому имеет такую же самую площадь: $S_2=S_1$.

Рассмотрим диады в трехмерном пространстве. Возьмем прямоугольную декартовую систему координат Oxyt. Каждая диада имеет форму фигуры, ограниченной сегментами сферы и двуполостного гиперболоида вращения. Объем верхней диады будем определять по формуле объема тела вращения:

$$V = \pi \int_{t_1}^{t_2} f^2(t)\, dt$$

Учитывая, что фигура образуется при вращении около оси Ot следующих линий γ_1: $y^2=c^2t^2-1$, в интервале $t \in \left[\frac{1}{c}; \sqrt{\frac{R^2+1}{c^2+1}}\right]$ и γ_1: $y^2=R^2-t^2$, в интервале $t \in \left[\sqrt{\frac{R^2+1}{c^2+1}}; R\right]$, запишем формулу объема в таком виде:

$$V_1 = \pi\left[\int_{t_1}^{t_2}\left(c^2t^2-1\right)dt + \int_{t_2}^{t_3}\left(R^2-t^2\right)dt\right], \text{ где } t_1 = \frac{1}{c},\ t_2 = \sqrt{\frac{R^2+1}{c^2+1}},\ t_3 = R.$$

Проведем интегрирование выражений

$$V_1 = \pi\left[\frac{c^2t^3}{3} - t\right]\Bigg|_{\frac{1}{c}}^{\sqrt{\frac{R^2+1}{c^2}}} + \pi\left[R^2t - \frac{t^3}{3}\right]\Bigg|_{\sqrt{\frac{R^2+1}{c^2+1}}}^{R}$$

После подстановки границ интегрирования и элементарных превращений выражений получаем:

$$V_1 = \frac{2\pi}{3}\left[\frac{R^3c+1}{c} - \sqrt{\frac{R^2+1}{c^2+1}}\cdot\frac{c^2\left(R^2+1\right)}{c^2+1}\right].$$

В связи с симметрией объем нижней диады будет таким же $V_2=V_1$.

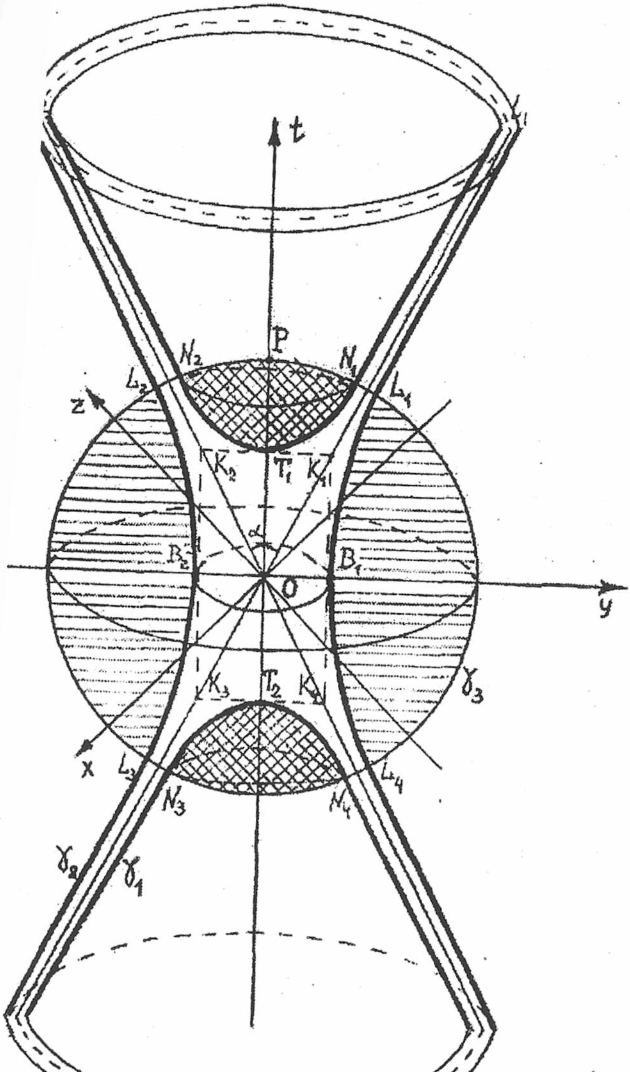

Рис. 1. Геометрия космологической модели
на основе четырехмерного мира Минковского