

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРИВОРІЗЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра математики та методики її навчання

«Допущено до захисту»

Завідувач кафедри

_____ Д. Є. Бобилєв

« ____ » _____ 2023 р.

Реєстраційний № _____

« ____ » _____ 2023 р.

Формування узагальненого поняття міри у шкільному курсі геометрії

Кваліфікаційна робота студентки
фізико-математичного факультету
групи МІм-22

ступінь вищої освіти *магістр*
спеціальності: 014.04 середня освіта
(Математика)

Абрамової Альони Вадимівни

Науковий керівник:

кандидат педагогічних наук, доцент

Бобилєв Дмитро Євгенович

Оцінка:

Національна шкала _____

Шкала ECTS _____ Кількість балів _____

Голова ЕК _____

(підпис) (прізвище, ініціали)

Члени ЕК _____

(підпис) (прізвище, ініціали)

_____ (підпис) (прізвище, ініціали)

_____ (підпис) (прізвище, ініціали)

_____ (підпис) (прізвище, ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1. НАУКОВО–МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ МІРИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ.....	7
1.1. Історія виникнення і розвитку геометричних величин.....	7
1.2. Роль і місце величин, їх вимірювань в процесі навчання.....	12
1.3. Етапи вивчення вимірювань геометричних величин в шкільному курсі математики.....	17
1.4. Порівняльний аналіз учбових підручників по геометрії.....	23
Висновки до розділу 1.....	43
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ МІР ГЕОМЕТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ.....	46
2.1. Methodика вивчення довжин.....	46
2.2. Methodика вивчення величин кутів.....	53
2.3. Methodика вивчення площ фігур.....	59
2.4. Methodика вивчення об’ємів фігур.....	67
Висновки до розділу 2.....	73
ВИСНОВКИ.....	75
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	78
ДОДАТКИ.....	82

ВСТУП

Актуальність дослідження. Матеріал, що стосується геометричних величин, таких як довжина, міра кута, площа та об'єм, можливо, є найстійкішою та традиційною частиною шкільного курсу геометрії. Ці величини допомагають учням освоювати ідеї метрики, яка, можливо, є однією з чотирьох основних концепцій всієї геометричної науки (метрика, аксіоматичний метод, геометричні перетворення, векторний простір). Слід відзначити, що з погляду завдань загальноосвітнього курсу, метрика найбільш тісно пов'язана з реальним життям та прикладними питаннями. Безперечно, що матеріал про геометричні величини відноситься до того обов'язкового мінімуму, який підлягає неодмінному засвоєнню всіма учнями середньої школи.

Аналіз теоретичних засад ідеї геометричних величин вказує на те, що при обґрунтованій методиці вивчення існує можливість більш повного використання цього матеріалу як для формування ключових світоглядних концепцій, так і для підвищення логічного розвитку учнів, зокрема для ознайомлення з аксіоматичним методом, дескриптивним визначенням понять, а також операціями узагальнення та конкретизації. Для більш повного розкриття світоглядного аспекту цього матеріалу важливим є введення елементів теорії вимірювання в навчання, що передбачає всебічний розгляд самого процесу вимірювання як об'єкта вивчення.

Методологічно важливо розвивати учнівський погляд на величини як на властивості реальних предметів, а процес їх виміру розглядати як один із найважливіших засобів пізнання навколишнього світу. Такий підхід дозволяє інтегрувати теоретичні знання про геометричні величини з практичним розумінням їх застосування у реальному житті та сприяє формуванню глибокого розуміння.

Актуальність посилення світоглядних тенденцій підтверджується помітним зростанням числа філософських досліджень, спрямованих на методологічний аналіз категорій, таких як «кількість», «величина», «вимір», а

також робіт, присвячених процесу математизації в науці. Важливим аспектом цього підходу є навчання учнів проводити класифікацію вимірів, що сприяє їхньому глибокому розумінню та усвідомленню ролі вимірювань у процесі пізнання навколишнього світу.

При вивченні матеріалу про геометричні величини в шкільному курсі є доцільним:

1. Розгляд історичних та наукових аспектів вимірювань та метрології, щоб дати учням змогу зрозуміти еволюцію цих концепцій і їх вплив на розвиток геометрії.
2. Створення в учнів вірних уявлень про процес вимірювання як найважливіший метод наукового пізнання, щоб поглибити їхнє розуміння природи вимірювань.
3. Порівняння різних видів величин і типів вимірювань для визначення закономірностей наукового пізнання, таких як абстрагування та ідеалізація, а також сходження від абстрактного до конкретного.

Таким чином, проблема дослідження полягає в необхідності надати формуванню узагальнених уявлень про геометричні величини та їх вимір у курсі геометрії більш цілеспрямований характер. Крім того, важливо посилити розвиваючі та освітні можливості даного матеріалу та підвищити його світоглядну цінність. Це дозволить створити більш ефективну освітню платформу для учнів, яка сприятиме їхньому глибокому розумінню геометричних теорій і поглибить їхні знання про методологію вимірювань та їхнє місце у науковому пізнанні.

Актуальність даної роботи обумовлена тим, що поняття міри величини використовується для опису реальних властивостей предметів і явищ, що сприяє пізнанню навколишньої дійсності. Знайомство з залежностями між величинами сприяє формуванню у дітей цілісних уявлень про навколишній світ. Вивчення процесу вимірювання величин сприяє набуттю практичних умінь і навичок, необхідних у повсякденній діяльності людини.

Об'єктом дослідження є процес вивчення геометричних величин в шкільному курсі геометрії.

Предметом дослідження є методика вивчення міри геометричних величин в шкільному курсі геометрії.

Мета роботи полягає в розкритті методичних особливостей вивчення міри геометричних величин під час вивчення тем змістової лінії «Геометричні величини та їх вимірювання».

Завдання роботи:

1. Розкрити сутність основних понять теми роботи в результаті аналізу наукових джерел.
2. Розглянути історію розвитку геометричних величин.
3. Встановити роль і місце величин, їх вимірювань в процесі навчання.
4. Охарактеризувати етапи вивчення міри геометричних величин в шкільному курсі геометрії.
5. Провести порівняльний аналіз навчальних підручників з геометрії за темою роботи.
6. Розглянути основні методичні особливості вивчення міри геометричних величин в шкільному курсі геометрії.

Методи дослідження. У ході дослідження використовувалися різні методи для отримання детального розуміння теми. На етапі теоретичного аналізу був проведений аналіз літературних джерел у галузі філософії, педагогіки, психології, математики та методики викладання математики.

При дослідженні стану практики викладання питань геометричних величин у школі використовувалися різні методи дослідження, зокрема спостереження, бесіди з учнями та вчителями, тестування та анкетні опитування. Ці методи дозволили провести детальний аналіз ефективності викладання, виявити проблеми та потенційні можливості для вдосконалення навчального процесу. Крім того, використання контрольних робіт сприяло збору об'єктивних даних щодо рівня розуміння та успішності учнів у даній темі.

В ході аналізу методики навчання використовувалися такі методи, як пошуковий та навчальний педагогічний експеримент, а також експертна оцінка дидактичних матеріалів. Ці підходи дозволили систематично дослідити ефективність різних методів викладання та їх вплив на розуміння та успішність учнів у вивченні геометричних величин.

Практична значущість роботи полягає у розгляді основних методичних особливостей вивчення геометричних величин на уроках геометрії. Застосування узагальнюючих матеріалів з величин та їх вимірів, а також відомостей з метрології та теорії вимірювань дозволяє зміцнити світоглядну та прикладну спрямованість шкільного курсу математики. Це також допомагає збагачувати виховні, розвиваючі та освітні можливості навчальної програми.

Структура роботи. Дипломна робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до розділів та загальних висновків, списку використаних джерел.

РОЗДІЛ 1

НАУКОВО–МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ МІРИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ

1.1. Історія виникнення і розвитку геометричних величин

Вивчення геометричних величин (довжин, площ, об'ємів) – одна з найважливіших тем шкільного курсу геометрії, що має прикладний характер.

Величина – одне з основних понять математики, що виникло в давнину і зазнало у процесі розвитку ряду узагальнень. Поняття величини – безпосереднє узагальнення конкретних величин (довжини, площі, об'єму, маси тощо), властивості яких сформульовані ще в «Початках» Евкліда. Згодом ця величина отримала назву позитивної скалярної величини, щоб відрізнити її від загальніших понять величини (векторної та ін.).

Інтуїтивно можна уявити, що величина буває більшою або меншою, дві однорідні величини можна складати. Величину можна ділити на будь–яке натуральне число, її можна виміряти [26, с. 43].

Проте сформулювати у математичних термінах у відповідь запитання, що ж саме величина, дуже непросто. Тому і питання про вимірювання геометричних величин є одним із найважчих як у теоретичному, так і методичному плані.

Процес виміру величин полягає в наступному. Насамперед, з даної множини величин вибирають певний елемент, який називають одиницею виміру. Далі здійснюють операцію вимірювання, що дозволяє при обраній одиниці віднести до кожного елемента даної множини дійсне число – міру цієї величини. Знайдений шляхом вимірювання величина має задовольняти двом умовам:

1. Рівним елементам множини відповідають і рівні величини.
2. Сумі двох елементів відповідає сума їх величин.

І в навчальній літературі, і в практиці викладання поняття «величина» та «вимірювання» («міра») цієї величини часто поєднуються між собою. Хоча з

погляду логіки поняття «величина» та її «вимірювання» («міра») (як пишуть у підручниках «число, що виражає цю величину») – зовсім різні.

Наприклад, такий вираз як «Площа трикутника дорівнює половині добутку основи на висоту» потрібно було б сформулювати так: «Міра площі трикутника дорівнює половині добутку міри середини його основи на міру довжини його висоти» (рис. 1.1). Однак домагатися того, щоб учні користувалися такими довгими формулюваннями недоцільно. Для правильного засвоєння ідеї виміру достатньо, щоб вони усвідомили сутність понять «величина» і «міра величини» і щоб, висловлюючи скорочене формулювання правила виміру, вони розуміли, що це формулювання означає [37, с. 10].

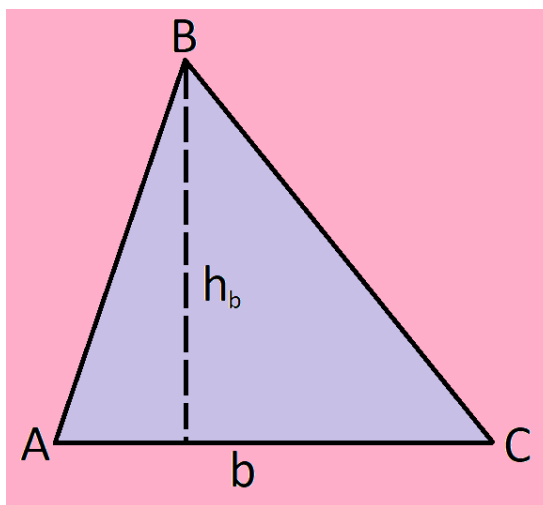


Рис. 1.1 Зображення довільного трикутника

У шкільній програмі з математики вивчаються конкретні величини – довжина, площа та об’єм, які є скалярними, адитивними та безперервними позитивними величинами. Програма визначає зміст теми за класами, допомагаючи учням розкрити різноманітні аспекти цих математичних концепцій.

У I – IV класах:

- Приклади величин та їх одиниці виміру:

Учні вивчають приклади величин, таких як довжина, шлях, швидкість, час, площа, та їхні одиниці виміру.

- Залежності між величинами:

Вивчення залежностей, наприклад, між шляхом, швидкістю та часом, або площею та довжинами сторін прямокутника.

У V – VI класах:

- Приклади величин та їх одиниці виміру.

- Площа та об'єм:

Ознайомлення з обчисленням площі прямокутника, прямокутного трикутника, а також об'єму прямокутного паралелепіпеда.

- Формули довжини кола та площі кола:

Вивчення формул для обчислення довжини кола та площі кола.

У VII–IX класах:

- Поняття площі:

Розширення поняття площі на прямокутник, трикутник, паралелограм, трапецію, а також вивчення відношень площ подібних фігур.

- Площа кола:

Вивчення площі кола та його частин, властивостей цього геометричного об'єкта.

У X – XI класах:

- Поняття об'єму:

Введення поняття об'єму та формул об'ємів для прямокутного паралелепіпеда, призми та піраміди.

- Формули об'ємів:

Ознайомлення з формулами об'ємів циліндра, конуса та кулі.

- Формули площ:

Вивчення формул для бічної поверхні циліндра та конуса, а також поверхні кулі.

Ця прогресія в математичному вивченні дозволяє учням поступово розширювати свої знання та навички в галузі геометрії, готуючи їх до подальшого вивчення більш складних математичних концепцій.

Таким чином, у математиці певні класи величин (клас скалярних величин, клас векторних величин та інших.) мають цілком чітке, найчастіше аксіоматичне, визначення.

Система скалярних величин задається аксіоматично наступними властивостями: порівнянністю, адитивністю, впорядкованістю, комутативністю та асоціативністю щодо додавання, монотонністю, існуванням різниці, можливістю вимірювання. Ці характеристики у загальному вигляді не формулюються у шкільництві, але виявляються під час вирішення практичних завдань безпосередньо під час роботи з моделями чи з числовими значеннями величин.

Властивості величин, які виявляються в процесі вимірювання, описуються за допомогою так званих аксіом міри. Одиницями виміру є:

- нормованість: існування фігури з мірою, що дорівнює одиниці;
- невід'ємність: кожній фігурі ставиться у відповідність невід'ємне число;
- інваріантність: рівні фігури мають рівні міри;
- адитивність: міра фігури, складеної з кінцевого числа фігур, що не перетинаються, дорівнює сумі заходів цих фігур.

Умови запровадження тієї чи іншої величини дозрівають у розвитку даної галузі знання, створюються поступова робота з уточнення і диференціації понять дослідної науки.

Кожен об'єкт має багато різних властивостей, які відображені у відповідних величинах. Наприклад, властивості інертності відповідає величина, звана масою, властивості просторової протяжності – довжина, властивості провідника перешкоджати проходженню електричного струму – опір і т.д.

Практика показує, що величини чітко відбивають властивості оточуючої реальності. У самій природі немає сил, швидкостей, імпульсів тощо; величини вводяться у ході пізнання описи явищ природи [36, с. 46].

Поняття величини відіграє фундаментальну роль в фізиці. Предметом фізичного дослідження є фізичні об'єкти, явища, що мають безліч різних властивостей. Для кількісного опису цих властивостей використовуються різні величини. Мова фізики – це мова фізичних величин, на основі використання яких формулюються і закони, і принципи, і теорії.

Різні величини між собою тісно взаємопов'язані. Діалектичний матеріалізм виходить із того, що жоден об'єкт, жодне явище не існують власними силами. Спільність властивостей та взаємовідносин об'єктів, явищ виявляється у філософській категорії загального.

Між різними властивостями об'єктів та явищ навколишньої дійсності існують певні зв'язки, частина з яких відображається у залежностях між відповідними величинами. Зв'язки величин, їх взаємозалежність виражаються за допомогою формул. Тлумачення формул у фізиці відрізняється від їхнього тлумачення в математиці. Математична формула виражається від залежності між символами, що входять до неї. Самі символи можуть не мати конкретного сенсу. У фізичній формулі відображено зв'язок між величинами реального світу.

У процесі вивчення різних величин учні повинні знати як їх числові характеристики, так і властивості об'єктів, які характеризуються даними величинами. Наприклад, коли говорять про масу тіла, то важливо мати на увазі не лише число кілограмів, а й ті властивості тіл, які відображає ця величина. Часто маса безпосередньо не асоціюється в учнів із властивістю інертності чи гравітації, а існує як самостійне поняття. Маси, як фізична величина, окремо від матерії немає [42, с. 48].

Вивчення залежностей між величинами дозволяє учням бачити як якісні зв'язки різних сторін об'єктивної реальності, тобто на описовому рівні, так і оцінювати їх кількісно. Приклади використання величин в різних науках ознайомлюють учнів з одним із шляхів математизації знань, з тією роллю, яку відіграють математичні методи у дослідженні природи.

Все це має значення для формування у учнів вірних уявлень про взаємодію математики з іншими природничими науками. Таке навчання допомагає учням розуміти, як математика використовується для аналізу та розв'язання проблем в різних галузях науки.

1.2. Роль і місце величин, їх вимірювань в процесі навчання

Для побудови методики вивчення величин як основа доцільно віяти інтуїтивний опис цього поняття, що відповідає кожному із суворих визначень, де так чи інакше йдеться про властивість деякого класу об'єктів, за яким певним чином відбувається порівняння об'єктів.

Цей факт є перехідним містком до інтуїтивного опису поняття адитивно–скалярної величини, яке відображає процес переходу від явищ та об'єктів реальності до абстрактних моделей, заданих строгими математичними визначеннями. Саме на здійснення такого переходу і має бути спрямоване вивчення величин у школі (у старших класах середньої школи) [38, с. 74].

Вивчення величин надзвичайно важливе в курсі математики початкової, середньої та старшої школи. Вчителю необхідно обов'язково подати визначення величини, викладаючи всю інформацію в логічній послідовності [38, с. 162].

Величину можна охарактеризувати як властивість, якою можуть мати певні об'єкти або явища.

Наприклад, довжина – це властивість, які мають відрізки, олівці, інші навколишні предмети; площа – це властивість, якою володіють багатокутники, криволінійні плоскі фігури, поверхні фізичних тіл. Причому величина – це властивість, яку можна охарактеризувати такими положеннями:

1. Є можливість порівняння об'єктів з володіння ними даною властивістю рівною, більшою або меншою мірою безпосередньо, наприклад, порівняння моделей відрізків по довжині шляхом накладання, або опосередковано, через порівняння чисел.

2. Рівні у певному сенсі об'єкти мають дану властивість у рівній мірі. Наприклад, геометричні фігури, що збігаються при накладенні, мають рівні площі.
3. Будь-яка частина об'єкта, що володіє даною властивістю, сама має цю властивість. Наприклад, якщо розділити відрізок на кілька частин, то кожна частина сама має довжину. Якщо багатокутник розбити на кілька частин, то кожна його частина також має площу.
4. Кожному об'єкту може бути поставлене у відповідність число, єдине для даного способу встановлення відповідності (при даному виборі одиничного об'єкта), що характеризує ступінь володіння об'єктом даною властивістю.

Іншими словами, кожен об'єкт можна виміряти за цією властивістю, а результат виміру висловити дійсним позитивним числом. Результат виміру залежить від вибору одиничного об'єкта. При обраній одиниці кожному об'єкту відповідає точно одне позитивне дійсне число.

Таким чином, для кожної величини існує єдине, з точністю до одиниці вимірювання, що ставить кожному об'єкту у відповідність єдине позитивне дійсне число.

5. При вибраній одиниці виміру рівним об'єктам відповідають рівні числа. Якщо об'єкт складається з кількох частин, то число, що відповідає цілому об'єкту, дорівнює сумі чисел, що відповідають частинам (за умови, що ці частини не перетинаються).

За допомогою вимірювання всі об'єкти можуть бути розбиті на класи об'єктів, що володіють цією властивістю в рівній мірі [25, с. 382].

Для кожної величини існує кілька способів порівняння об'єктів. Причому оволодіння певним способом відображає рівень сформованості поняття величини. Наприклад, відрізки по довжині можна порівнювати:

- шляхом накладання одного відрізка на інший (накладення може бути зроблено практично з моделями відрізків або подумки);

- шляхом введення довільної мірки та порівняння даних відрізків через порівняння їх із міркою;
- шляхом вибору одиниці виміру та порівняння будь-яких двох відрізків опосередковано,
- через порівняння чисел, що виходять в результаті вимірювання довжин відрізків однією і тією самою одиницею.

Для вимірювання величин винайдені різні вимірювальні прилади і необхідно навчити школярів користуватися найбільш найпоширенішими з них.

З усього сказаного випливає, що при формуванні в учнів поняття про деяку величину доцільно дотримуватися такого плану її вивчення:

1. Ознайомлення з об'єктом. Формування уявлень про відносини рівності та нерівності об'єктів, про «суму» об'єктів.

Для геометричних величин – знайомство про відрізки, багатокутники; рівність відрізків, багатокутників; нерівність відрізків, багатокутників; розбиття фігур на частини, подання фігури як об'єднання її частин.

2. Знайомство з властивістю (величиною), що проявляється при порівнянні об'єктів, через безпосереднє порівняння об'єктів; введення терміна – назви величини.

Порівняння відрізків шляхом накладання одного відрізка (моделі відрізка) на інший. Який відрізок більший? Який відрізок менший? Введення терміна «довжина». Який відрізок довший? Коротше? Довжина якого відрізка більше? Менше?

Порівняння плоских геометричних фігур (моделей фігур) шляхом накладання однієї фігури в іншу. Введення терміну «площа». Яка фігура має велику площу? Площа якої фігура більша? Менше?

3. Створення ситуації, у якій безпосереднє порівняння об'єктів неможливо чи значно утруднено. Введення довільної одиниці виміру, знайомство з процесом виміру величини.

Відрізки накреслені на дошці таким чином, що навіть їх уявне накладення один на одного не дозволяє з упевненістю визначити, який відрізок

довший. Відкладання відрізка (моделі відрізка), прийнятого як одиничного, у кожному з порівнюваних відрізків. Порівняння отриманих чисел [12, с. 170].

Фігури не можуть бути поєднані так, щоб одна фігура повністю лежала всередині іншої. Покриття цієї фігури моделями іншої фігури, прийнятої як одинична, або розбиття першої фігури на частини, кожна з яких є фігурою, яка обрана як одиниця виміру. Порівняння чисел.

4. Знайомство із загальноприйнятою одиницею вимірювання величини (система СІ).

а) Безпосередній вимір об'єктів за допомогою цієї одиниці виміру.

Знайомство із сантиметром. Вимірювання довжин відрізків за допомогою моделі сантиметрів.

Знайомство із квадратним сантиметром. Вимірювання площі фігури за допомогою покриття її моделями квадратних сантиметрів або розбиття фігури на квадратні сантиметри та подальшого підрахунку їх числа.

б) Ознайомлення з виміром величини при введених одиницях за допомогою вимірювальних інструментів.

Вимірювання дійного відрізка в сантиметрах за допомогою саморобної масштабної лінійки з неоцифрованою шкалою, вимірювання довжини відрізка за допомогою масштабної лінійки з оцифрованою шкалою, за допомогою циркуля та масштабної лінійки. Вимірювання площі фігури у квадратних сантиметрах за допомогою палетки [33, с. 5].

Пункти 2, 3, 4 визначають зміст етапу ознайомлення з конкретною величиною. Інші – етапи закріплення та поглиблення уявлень про величину та її вимір.

5. Знайомство з непрямими методами виміру величини. Набуття навичок вимірювання.

Формування навичок вимірювання довжини відрізків за допомогою масштабної лінійки, циркуля та масштабної лінійки.

Вимірювання площі прямокутника через вимірювання довжин сторін у сантиметрах та виконання дії множення над відповідними числами.

Формування вміння обчислювати площу прямокутника у квадратних сантиметрах.

6. Створення ситуації, в якій вимір величини за допомогою відомої одиниці виміру утруднено. Знайомство з новою одиницею виміру та з різними способами виміру (п.4 та 5) у нових одиницях. Переклад результатів вимірювання величини з одних одиниць виміру до інших. Вироблення відповідних вимірювальних навичок.

Завдання учням: виміряти довжину відрізка в сантиметрах (відрізок пропонується «великий» – понад сто сантиметрів). Дециметр.

Вимірювання довжини відрізка за допомогою моделі дециметра.

Вимір довжини відрізка за допомогою стрічки, розділеної на дециметри.

Вимірювання довжини відрізка в дециметрах за допомогою масштабної лінійки та мірної стрічки. Запровадження метра. Вимірювання довжин за допомогою моделі метра і т.д.

Ознайомлення із квадратним дециметром, а потім із квадратним метром.

Вимірювання площ фігур за допомогою моделей нових одиниць вимірювання. Обчислення площ прямокутників у квадратних дециметрах та квадратних метрах через вимірювання довжин сторін відповідно у дециметрах або метрах та виконання дії множення над отриманими числами [17, с. 224].

7. Навчання арифметичних дій із значеннями величин (з величинами), переклад значень величин з одних одиниць виміру до інших.

Складання значень довжини, виражених в одних одиницях виміру, в кількох одиницях виміру. Складання аналізів площі, виражених в одних одиницях, в декількох одиницях виміру. Множення та розподіл значення довжини (площі) на число.

8. Застосування знань про величини та дії зі значеннями величин до вирішення різних математичних та практичних завдань.

Вчитель математики повинен направляти свої думки і розуміння ніби всередину математики, замість того, щоб встановлювати зв'язки між алгеброю та філософією. Досвідчений педагог повинен обмежувати область своєї діяльності предметно [27, с. 203].

Спираючись на наведений вище план формування поняття про будь-яку адитивно-скалярну величину, неважко розробити методичну систему вивчення конкретних величин, в тому числі і геометричних.

1.3. Етапи вивчення вимірювань геометричних величин в шкільному курсі математики

Однією з важливих ланок процесу навчання у школі є набуття учнями знань, умінь та навичок у вимірі геометричних величин.

Державний стандарт загальної середньої освіти з математики надає велике значення вивченню понять, пов'язаних із вимірюванням геометричних величин. Серед цих понять включені: довжина відрізка, довжина ламаної, периметр багатокутника, відстань від точки до прямої, відстань між паралельними прямими, довжина кола, число π , довжина дуги та величина кута. Також вивчаються градусна міра кута, відповідність між величиною кута і довжиною дуги кола, поняття про площу плоских фігур, такі як площа паралелограма, трикутника і трапеції, разом із основними формулами для їх обчислення. У стандарті також враховані формули, що виражають площу трикутника через дві сторони і кут між ними, через периметр і радіус вписаного кола, а також формула Герона для обчислення площі трикутника. Додатково, вивчаються поняття про площу чотирикутника, площу кола та площу сектора, а також зв'язок між площами подібних фігур. На окремому етапі вивчення математики розглядаються об'єми тіл, включаючи формули для об'єму прямокутного паралелепіпеда, куба, кулі, циліндра та конуса [7, с. 2].

Відповідно до державних освітніх стандартів основної та середньої (повної) загальної освіти (Стандарт) України щодо вимог до предметним результатам освоєння учнями освітньої програми відноситься формування наукового типу мислення, наукових уявлень про ключові теорії досліджуваної галузі знань.

Геометрія – «землемірство» – як наука далеко відійшла від тих завдань, які дали їй цю назву. У ході її розвитку, що йде від Евкліда, з'явилися проектна та афінна геометрії, топологія, де немає мови про звичних для учнів геометричних величин. Ці ідеї мало відображені у навчальному змісті шкільного курсу геометрії. Реалізація вимог, вказаного в Стандарті сприятиме діяльність вчителя, яка спрямована на актуалізацію наукових засад у процесі навчання геометрії, які усвідомлюються суб'єктами процесу навчання геометрії [11, с. 69].

Ідейними науковими засадами шкільного курсу геометрії є:

- вчення про геометричні величини; теорія геометричні побудови;
- теорія геометричних перетворень;
- аналітична геометрія; аксіоматичний метод;
- методи зображень.

Ці фундаментальні теорії та методи відображаються у шкільному курсі геометрії в різних змістовних лініях, які включають:

1. Геометричні фігури, їх властивості та зображення (у стереометрії):

В цій лінії навчання ретельно розглядаються різноманітні геометричні фігури, їх характеристики та способи їх зображення. У процесі вивчення велика увага приділяється роботі з точками, лініями, площинами, тілами, а також їхніми характеристиками та властивостями.

2. Геометричні величини:

У цьому розділі учні здобувають знання та навички вимірювання різних геометричних параметрів, таких як довжина, площа, об'єм, кутові міри та

інші. Вони оволодівають навичками вимірювання, навчаються точно визначати та розуміти геометричні величини, що допомагає їм легше аналізувати та працювати з геометричними об'єктами.

3. Геометричні побудови:

В цьому розділі розглядаються методи геометричних побудов, такі як побудова прямих, відрізків, кола та інших геометричних об'єктів за допомогою лінійки та циркуля.

4. Геометричні перетворення:

У цій лінії вивчаються різні геометричні перетворення, включаючи відображення, повороти, трансляції та віддзеркалення. Учні розуміють, як ці перетворення змінюють геометричні об'єкти.

5. Методи аналітичної геометрії:

В цьому розділі учні вивчають використання координат та аналітичних методів для вивчення геометричних об'єктів та вирішення геометричних задач.

6. Аксиоматичний метод у геометрії:

В цій лінії надається огляд аксиоматичного методу та аксіом, на яких базується геометрія. Учні детально ознайомлюються з аксіомами, які були сформульовані Евклідом, а також засвоюють основні принципи аксиоматичного підходу у геометрії. Це включає в себе розуміння того, як визначаються та взаємодіють між собою аксіоми, що є важливим для поглиблення знань.

Шкільний курс геометрії за змістом та за викладом представлений, більшою частиною, метричною геометрією. Я.С. Дубнов зазначав, що вчитель «має з особливою ретельністю вивчити наукову теорію вимірювання, щоб бути в змозі викласти основне методичне завдання: знайти рівнодію між вимогами науки та інтелектуальними ресурсами учня» [11, с. 70].

Це особливо важливо, оскільки геометрія є ключовою складовою математичної освіти та розвиває критичне мислення та абстрактну розуміння. Навчання геометрії дозволяє учням навчитися вимірювати та розуміти різні

геометричні об'єкти, а також розвиває їхні аналітичні навички та спроможність застосовувати їх в різних математичних та наукових контекстах.

Вимір геометричних величин – найбільш складна теорія для трансформації в шкільний курс геометрії, є однією з найважливіших його частин і має чітко виражену прикладну спрямованість. У шкільному курсі геометрії поняттям геометричної величини користуються без визначення, проте до кінця дев'ятого класу, коли в учнів накопичено відомий обсяг навчальної інформації, з метою організації знань у систему, корисно узагальнити все те, що до цього часу відомо про геометричні величини (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

Систематизаційна таблиця визначень та властивостей
геометричних величин

	Довжина відрізка	Величина кута	Площа фігури	Об'єм тіла
Міра	Одиничний відрізок	Кут в 1^0	Одиничний квадрат	Одиничний куб
Визначення	Позитивне число, що показує скільки разів одиничний відрізок та його частини укладається в даному відрізку	Градусна величина кута показує, скільки разів кут у 1^0 та його частини укладаються в цьому куті	Позитивне число, що показує скільки разів одиничний квадрат та його частини укладаються в цій фігурі	Позитивне число, що показує, скільки разів одиниця виміру об'єму укладається в цій фігурі

	Довжина відрізка	Величина кута	Площа фігури	Об'єм тіла
1. нормованість	Відрізок, що має довжину, рівну одній одиниці – одиничний відрізок, приймається за одиницю виміру відрізків (1м, 1см, 1мм)	Кут, що має величину рівну одиниці виміру кутів (1^0), приймається за одиницю вимірювання кутів	Квадрат зі стороною рівною одиниці виміру довжини – одиничний квадрат, приймається за одиницю виміру площі	Куб, ребро якого дорівнює одиниці вимірювання довжини, приймається за одиницю об'єму
2. інваріантність	Довжина відрізка не залежить від його положення (рівним відрізкам відповідають рівні довжини)	Градусні величини рівних кутів – рівні	Рівні фігури мають рівні площі	Рівні фігури мають рівні об'єми
3. адитивність	Якщо відрізок розбитий на частини, то його довжина дорівнює сумі довжин цих частин	Градусна величина суми кутів дорівнює сумі їх градусних величин	Якщо фігура складається з двох неперекриваючих фігур, то її площа дорівнює сумі площ цих фігур	Якщо фігура складається із двох фігур, то її об'єм дорівнює сумі об'ємів цих фігур

З учнями корисно обговорити, що якщо кожен конкретний рід геометричної величини пов'язаний з певним способом порівняння геометричних об'єктів, тому розгляд загального поняття геометричної величини дозволяє відволіктися від процесу вимірювання та зосередитися на процесі узагальнення [13, с. 20].

Розгортання лінії геометричних величин здійснюється за наступними напрямками [13, с. 15]:

- 1) Звернення уваги учнів на спільні властивостей геометричних величин щодо кожної конкретної величини, складання узагальнюючої таблиці (7 – 9 класи) та показ процесу аксіоматизації при їх вивченні (11–й клас).
- 2) Використання аналогії під час вирішення та складання завдань на обчислення геометричних величин.
- 3) Виділення груп завдань та знаходження окремих методів їх вирішення при вивченні площ багатокутників:
 - рівновеликі та рівноскладені багатокутники, теорема Бойяї–Гервіна;
 - розрізання багатокутників (без використання формул для обчислення площ),
 - використання формул площ багатокутників (метричні завдання);
 - використання тільки відношення площ та інших властивостей.
- 4) Виділення груп завдань та окремих методів їх вирішення при вивченні об'єму багатогранників та площі їх поверхні:
 - завдання на конструювання багатогранників та обчислення значень геометричних величин;
 - обчислення значень геометричних величин даних багатогранників різними способами.
- 5) Створення учнями міжпредметних навчальних проектів, що пов'язані з геометричними величинами.

Геометричні величини є представниками класу адитивно–скалярних величин. Існує кілька підходів до визначення адитивно–скалярної величини.

Етапи вивчення вимірювань геометричних величин в шкільному курсі математики [2, с. 74]:

- Пропедевтичний курс (1–6 класи)

Учні знайомляться з різними геометричними фігурами, набувають початкових навичок зображення цих фігур за допомогою лінійки, циркуля, косинця. З процесом виміру учні знайомляться на наочно–інтуїтивному рівні. Школярі набувають досвіду безпосереднього вимірювання, знаходження та порівняння довжини відрізка, площ плоских фігур, а також

знайомляться з різними одиницями виміру та перекладом з одних одиниць виміру в інші. На цьому етапі учням наводяться формули для непрямого виміру периметра багатокутника, площ плоских фігур (квадрата, прямокутника).

- Основна школа (7–9 класи)

Вивчається велика кількість теоретичних фактів, за допомогою яких проводиться непрямий вимір геометричних величин. Переходячи до цей етап необхідно мотивувати перехід від безпосереднього до непрямого виміру. Для цього корисно згадати про інструменти, за допомогою яких вимірюються довжини відрізків (лінійка), кути (транспортир) та ін. Також на цьому етапі вивчається більшість теорем, що дозволяють проводити непрямі вимірювання геометричних величин (довжин відрізків, кутів, площ).

- Старша школа (10–11 класи).

У старшій школі від вимірів довжин відрізків, кутів, площ переходять до вимірювання об'ємів геометричних тіл, застосовуючи знання початків математичного аналізу.

Таким чином, геометричні величини у шкільному курсі геометрії мають важливе науково–дидактичне значення. Під час їх вивчення учні отримують теоретичні знання та навички, які є необхідними для вимірювання геометричних величин, а також розвивають конструктивно–практичні навички, які є важливими для їх практичного застосування.

1.4. Порівняльний аналіз учбових посібників по геометрії

Досвідчений вчитель так організує роботу учнів, що вони самі висувають гіпотезу про властивості аналізованого чотирикутника, беруть активну участь у пошуку шляхів доказу цієї гіпотези. І якщо сильні учні, які виявляють підвищений інтерес до математики, творчо активні вже на перших уроках на тему, то особливої уваги вимагають учні іншої категорії. Їх повільність, невміння

подумки побудувати аналізований чотирикутник, виділити необхідну постать з безлічі зображених на кресленні, проаналізувати різні логічні побудови неможливо цим учням працювати у високому темпі, виявляти творчість на перших порах входження у тему. Під час підготовки до уроку вчитель повинен враховувати особливості мисленнєвої діяльності учнів різних груп. Особливо відмінність у рівнях засвоєння матеріалу відзначають на початковому етапі вивчення тем [1, с. 49].

Серйозної уваги вимагає підбір різних засобів наочності щодо теми «Чотирикутники». Вчитель продумує, коли і як він використовує той чи інший засіб. Поширена помилка учнів—недостатня увага до визначальних тих чи інших видів властивостей чотирикутників.

На цей випадок вчитель повинен вміти своєчасно навести контр приклад — показати чотирикутник (модель), що відповідає сформульованому учнем визначенню. «Живе споглядання» моделей чотирикутників (створення цих моделей учнями своїми руками) має бути поштовхом до виявлення їх властивостей.

Отже, в курсі геометрії для учнів 7–9 класів проводиться послідовне дослідження геометричних фігур на площині, і особливий акцент робиться на вивченні багатокутників, їх властивостей та інших аспектів. У процесі навчання учні систематично розглядають ці поняття та їх взаємозв'язки, розвиваючи розуміння геометричних об'єктів та їх властивостей.

У 7 класі, курс геометрії фактично зосереджений на вивченні геометрії трикутника. Тому важливим аспектом під час вивчення цієї теми є розвиток навичок доведення рівності трикутників. Введення понять медіан, бісектрис та висот трикутника, а також вивчення властивостей рівнобічного трикутника розширює клас завдань на доказ.

Особливої уваги потребує аналіз системи завдань у підручнику. Неоднакова дидактична цінність завдань переконує, що вчителю не потрібно прагнути вирішити з учнями якнайбільше завдань на тему. Слід проаналізувати всі завдання з метою виявлення «опорних», завдань, розв'язуваних різними

методами, завдань, у вирішенні яких використовуються результат «опорного» завдання, завдань, метод розв'язання яких чи результат служать реалізації внутрішньо-предметних і міжпредметних зв'язків. Ретельний попередній аналіз задачного матеріалу дозволить вчителю правильно спланувати роботу, досягти необхідних результатів із меншими витратами праці та часу. Щоб результати такого аналізу були переконливішими, слід взяти доступну для огляду систему, що містить порівняно невелику кількість вправ (наприклад, за темою «Трапеція») [32, с. 99].

Організація самостійної роботи школярів щодо вивчення міри – одне з найважливіших частин планіметрії, потребує постійної уваги вчителя. Практикуються виготовлення моделей, дослідницькі проекти, рішення та проектне оформлення завдань підвищеної проблеми на тему та ін. Особливості класу, інтереси вчителя, оснащеність кабінету та багато іншого визначають характер цих робіт, ефективність їх використання у навчальному процесі [6, с. 47].

У навчально–методичній літературі відображено різні підходи до викладу теорії вивчення вимірювання величин геометричних фігур, розглянемо їх на прикладі многокутника:

- I підхід.

Дається загальне поняття многокутника, потім розглядаються його окремі види. Введення поняття многокутника передуює вивчення поняття ламаної.

Зазвичай реалізація цієї системи пов'язана із запровадженням поняття області та розглядом того факту, що проста замкнута ламана розбиває безліч точок, що не належать площині на дві області – зовнішню та внутрішню. Многокутник визначається як об'єднання простої замкнutoї ламаної та її внутрішньої області. Такий підхід реалізується, зокрема, в навчальному підручнику з геометрії автора Є. П. Нелін та ін. Це визначення многокутника звужує його обсяг. До многокутників не відноситься, наприклад, фігура, зображена на рис. 1.2.

Науковці пропонують розглядати многокутник як замкнуту область кінцевих розмірів, межа якої складається з кінцевого числа відрізків. Многокутник називається простим, якщо його межа є однією простою замкненою лінією.

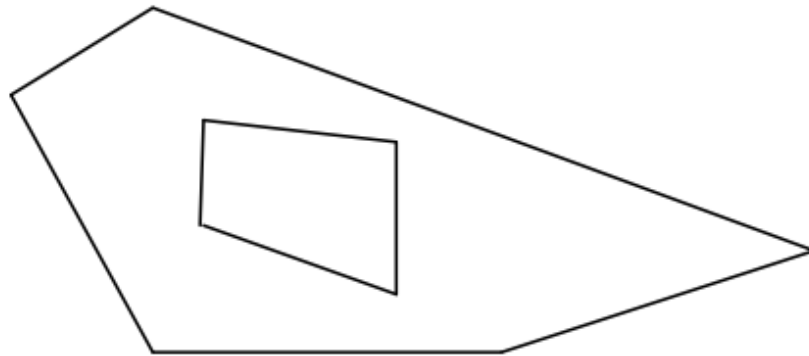


Рис. 1.2. Геометрична фігура

В рамках цього підходу існує і концепція многокутника як фігури, утвореної замкненою ламаною лінією.

- II підхід.

Розглядаються окремі види многокутників, такі як трикутники та чотирикутники, після чого вводиться поняття многокутника.

Реалізація цього підходу пов'язана з різними визначеннями многокутника. У підручниках геометрії, таких як ті, що написані А. Г. Мерзляком та ін.[29] та А. В. Погорєловим та ін. [4], многокутник трактується як геометрична фігура, яка утворена замкненою ламаною лінією. Цей підхід враховує різні визначення многокутника та допомагає учням краще розуміти його структуру та властивості.

Перший підхід, який базується на вивченні понять, таких як область та межа тощо, супроводжується значними труднощами. Ці труднощі виникають внаслідок процесу освоєння складних понять. У додаток до цього, у курсі геометрії 7 класу акцент здійснюється лише на вивченні трикутника. Перший підхід часто вимагає значно більше часу на передвступний етап перед тим, як переходити до вивчення теорем.

Всі підручники з геометрії мають значні відмінності. У підручнику за редакцією А.Г. Мерзляка [30] на вивчення у 8 класі теми «Чотирикутники» приділяється 20 годин, і поняття многокутника не розглядається. У підручнику А. В. Погорелова [2] на вивчення у 8 класі цієї теми відводиться всього 14 годин, причому поняття многокутників вивчається у цьому параграфі. У підручнику О.С. Істер [22] також відводиться як у А.В. Погорелова [2] 14 годин.

Підручник геометрії 7 – 11 класи (автор Погорелов А. В. та ін.)

У початкових розділах підручника авторами, включаючи Погорелова А. В. та інших, розглядається вивчення найпростіших геометричних фігур, таких як точка, пряма, відрізок і кут, разом з розглядом їх характерних властивостей.

У підручнику розглядається ілюстрація, що пояснює спосіб вимірювання відрізка певної довжини, застосовуючи лінійку на півпрямій a з відомою початковою точкою A .

Ця ілюстрація служить чіткою інструкцією для визначення довжини відрізка на площині та надає читачеві розуміння процесу вимірювання. (рис. 1.3)

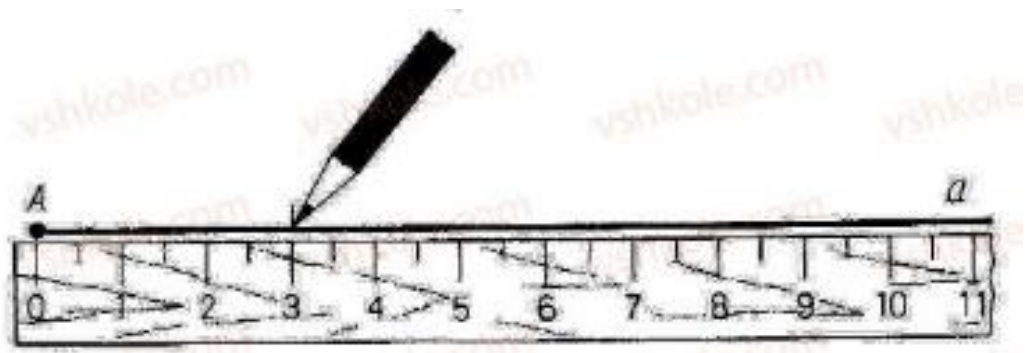


Рис. 1.3 Відкладання відрізка даної довжини в курсі геометрії 7 класу
(автор підручника Погорелов А. В. та ін.)

У тексті автор вказує на важливість вимірювання кутів у градусах з використанням транспортира. Описуються основні властивості вимірювання кутів.

У підручнику наведено ілюстрацію того, як використовуючи транспортир, можна побудувати кут з вказаною градусною мірою в верхній півплощині від півпрямної a .

Ця ілюстрація інформативно показує процес вимірювання та конструювання кута, забезпечуючи правильність визначення градусної міри кута на площині за допомогою транспортира. (рис 1.4).

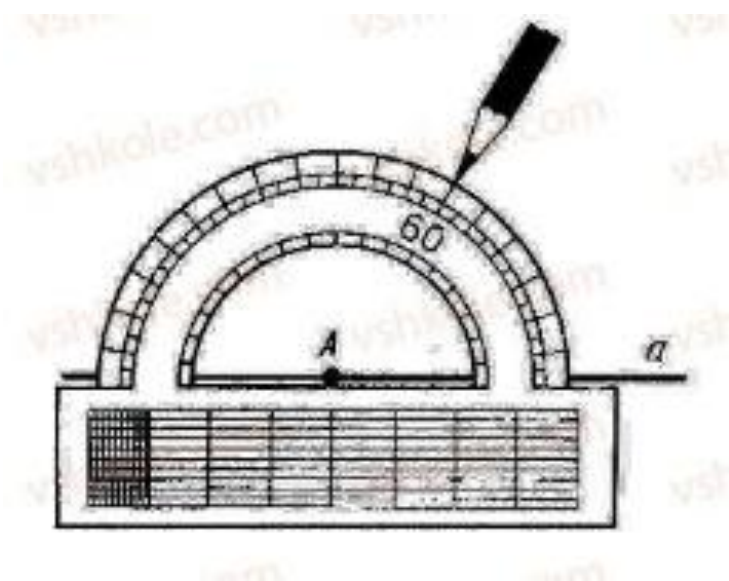


Рис 1.4 Відкладання кута за допомогою транспортира в курсі геометрії 7 класу (автор підручника Погорелов А. В. та ін.)

У 8 класі під час вивчення геометрії, учні досліджують різноманітні геометричні концепції та теми. Це включає вивчення чотирикутників та їх характеристик, вивчення подібності трикутників та методів розв'язання прямокутних трикутників. Крім того, учні аналізують багатокутники та розраховують їхні площі. В усіх цих темах надається детальний огляд процесу вимірювання геометричних фігур, що допомагає учням краще розуміти їх властивості та важливість вимірювань у геометрії.

Автор Погорелов А. В. та ін. визначення поняття площі запроваджується аксіоматично, тобто поняття задається через виконання певних властивостей. Метричні властивості кола традиційно пов'язуються з вивченням правильних багатокутників, вписаних у коло або описаних у ньому [3, с. 65].

Вивчення теми «Площі многокутників» дані підручники вивчають у різний час: у підручниках А.В. Погорелова [2] та О.С. Істер [22] дана тема вивчається у 8 класі, і на неї відводиться 14 годин, а в підручнику А.Г. Мерзляка [30] тема вивчається у 9 класі, і на неї відводиться 12 годин. Так само у цьому параграфі діти знайомляться з поняттям многокутника.

Практичні завдання з теми «Площі многокутників», запропоновані у підручнику А. В. Погорелова [2], на відміну від підручників за редакцією А.Г. Мерзляка [30] та О.С. Істер [22], диференційовані, тобто наприкінці кожного пункту слідує перелік практичних завдань з вивченого матеріалу. Наприкінці розділу «Площі многокутників» є список завдань, які пропонуються з метою узагальнення теми. Він включає завдання підвищеної складності, а також цікаві завдання для дітей, яким подобається вивчення математики. У підручниках за редакцією А.Г. Мерзляка [30] та О.С. Істер [22] спочатку вивчається весь теоретичний матеріал на тему «Площі многокутників», і лише наприкінці розділу представлений список практичних завдань з вивченої теми.

9 клас розпочинається із вивчення методу координат та площин, де детально розглядається процес вимірювання відстані між точками на площині та складання рівнянь для кола та прямої. У розділі "Правильні многокутники" визначається довжина кола та дуги кола, розглядається площа круга та його частин. Кожна тема супроводжується розділом для допитливих, де представлена цікава інформація, запитання для самоконтролю, завдання, задачі та вправи, що допомагають учням краще засвоїти матеріал та поглибити свої знання.

У 10–11 класах вивчається курс стереометрії, в якому автори, зокрема Погорелов А. В. та інші, пропонують вивчення важливих аспектів геометричних об'єктів у просторі. Цей курс включає в себе визначення відстаней між фігурами

в просторі, розгляд кутів та їх властивостей в контексті стереометрії та інші важливі аспекти геометричних об'єктів у просторі.

Підручники з геометрії авторів Погорелов А. В. та інші, відзначаються своєю цікавістю та насиченістю. Їх зміст легко сприймається учнями, оскільки матеріал викладено зрозуміло та просто. Ці підручники надають чіткі пояснення, що сприяє зрозумінню геометричних концепцій та полегшує процес навчання для учнів.

Підручник геометрії 7 – 11 класи (автор Бевз Г. П. та ін.)

Підручник Бевз Г. П. та ін. починається з вивчення найпростіших геометричних фігур: точка, пряма, відрізок, кут та їх властивостей.

В підручнику подано ілюстрацію, яка наочно демонструє процес вимірювання відрізка MN на промені MP з використанням лінійки.

Читачеві просто розуміти, як користуватися лінійкою для точного визначення довжини відрізка, який розташований на промені MP . Ця ілюстрація сприяє легкому засвоєнню навчального матеріалу та робить процес вимірювання більш доступним для учнів. (рис. 1.5).

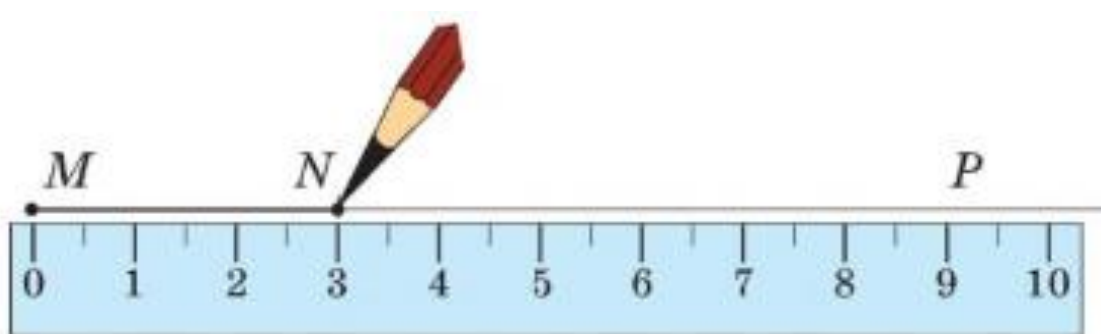


Рис 1.5 Вимірювання відрізка на промені в курсі геометрії 7 класу
(автор підручника Бевз Г. П. та ін.)

Також подано приклади галузей, в яких вимірювання довжини відрізків використовується та інструменти, якими це робиться: креслярі використовують

масштабні лінійки, столяри користуються складними метрами, кравці використовують клейончасті сантиметри, а будівельники вимірюють розміри за допомогою рулеток (рис. 1.6).



Рис. 1.6 Приклади вимірювальних пристроїв
(автор підручника Бевз Г. П. та ін.)

Автор наголошує, що вимірювання кутів у градусах відбувається за допомогою транспортира, інструмента, який дозволяє точно визначити градусну міру кутів. В підручнику також докладно описані основні властивості виміру кутів, що дозволяють учням зрозуміти, як правильно визначати градусну міру кутів. Такий підхід спрямований на полегшення процесу вивчення геометрії та надання учням чіткого розуміння вимірювання кутів у градусах.

У 8-ому класі, в рамках курсу геометрії, учні вивчають різноманітні геометричні поняття та теми. Це включає в себе вивчення чотирикутників, включаючи їх властивості та класифікацію, подібність трикутників, а також багатокутники та їх площі. В усіх вивчених темах докладно розглянуто та досліджено процес вимірювання геометричних фігур, що сприяє кращому розумінню їхніх властивостей та важливість вимірювання в геометрії.

Автор Бевз Г. П. та ін. визначення поняття площі запроваджується аксіоматично, тобто поняття задається через виконання певних властивостей. Метричні властивості кола традиційно пов'язуються з вивченням правильних багатокутників, вписаних у коло або описаних у ньому [3, с. 65].

Вивчення теми «Площі многокутників» дані підручники вивчають у різний час: у підручниках Г.П. Бевза [4] та О.С. Істер [22] дана тема вивчається у 8 класі, і на неї відводиться 14 годин, а в підручнику А.Г. Мерзляка [30] тема вивчається у 9 класі, і на неї відводиться 12 годин. Так само у цьому параграфі діти знайомляться з поняттям многокутника.

Практичні завдання з теми «Площі многокутників», запропоновані у підручнику Г.П. Бевза [4], на відміну від підручників за редакцією А.Г. Мерзляка [30] та О.С. Істер [22], диференційовані, тобто наприкінці кожного пункту слідує перелік практичних завдань з вивченого матеріалу.

Наприкінці розділу «Площі многокутників» є список завдань, які пропонуються з метою узагальнення теми. Він включає завдання підвищеної складності, а також цікаві завдання для дітей, яким подобається вивчення математики.

У підручниках за редакцією А.Г. Мерзляка [30] та О.С. Істер [22] спочатку вивчається весь теоретичний матеріал на тему «Площі многокутників», і лише наприкінці розділу представлений список практичних завдань з вивченої теми.

9 клас починається із вивчення методу координат та площин, де розглядають вимірювання відстані між точками на площині, складають рівняння кола та прямої. Під час вивчення розділу «Правильні многокутники» визначають довжину кола та дуги кола, площу круга та його частин. Після вивчення кожної теми йде розділ для допитливих, де міститься багато цікавої інформації, запитання та завдання для самоконтролю, задачі і вправи.

У 10–11 класах учні вивчають курс стереометрії, який представлений авторами Бевз Г. П. та інші. У цьому курсі розглядаються ключові аспекти геометричних об'єктів у просторі. Вивчаються питання визначення відстаней між фігурами у просторі, а також аналіз кутів і їх властивостей у стереометричному контексті, а також інші важливі аспекти стереометрії. Автори намагаються зробити матеріал цікавим та доступним для учнів, сприяючи зрозумінню складних концепцій.

Підручники з геометрії від авторів Бевз Г. П. та інші, приваблюють читачів своєю цікавістю та насиченістю. Учням легко засвоювати матеріал, оскільки він подається в доступній та легкій формі. Автори старанно розробили підручники, щоб зробити процес навчання геометрії захоплюючим та сприяти кращому розумінню геометричних концепцій.

Підручники геометрії 7–11 класи (автори Мерзляк А.Г. та інші)

У початкових розділах підручника з геометрії для учнів 7–х класів, які написані авторами, зокрема Мерзляком А.Г. та іншими, розглядається вивчення основних геометричних фігур та їх властивостей. Спочатку акцентується на розгляді точок та прямих, вивченні відрізків і їх довжин, променів та кутів. Особлива увага приділяється вимірюванню кутів, вивченню суміжних та вертикальних кутів, а також властивостям перпендикулярних прямих. Цей етап формує основні поняття геометрії та створює тверді фундаментальні знання для подальшого вивчення більш складних геометричних концепцій.

В підручнику детально та наочно пояснено, як вирішити завдання знаходження довжин відрізків AB та CD , використовуючи заданий одиничний відрізок MN . Це наведено на конкретному прикладі та ілюстрації, що допомагає учням краще зрозуміти процес (рис. 1.7).

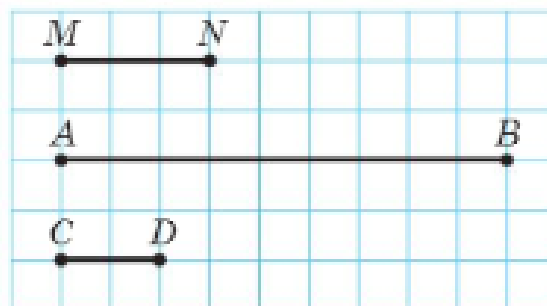


Рис. 1.7. Знаходження довжин відрізків за заданим одиничним відрізком MN
(автор підручника Мерзляк А. Г. та ін.)

У додаток до вивчення теоретичних аспектів геометрії, підручник також включає інформацію про практичне використання вимірювань відрізків в різних сферах життя. Особливий акцент робиться на використанні різноманітних інструментів для вимірювання, таких як лінійка з поділками, рулетка, циркуль, штангенциркуль, мікрометр і польовий циркуль (рис.1.8)



Рис. 1.8 Приклади вимірювальних пристроїв
(автор підручника Мерзляк А. Г. та ін.)

В наступному параграфі учні вивчають тему «Трикутники», яка розкривається в контексті різних аспектів цієї геометричної фігури. У цьому розділі учні поглиблюють своє розуміння властивостей та класифікації трикутників за їхніми сторонами та кутами. Поруч із тим, учні вивчають питання вимірювання трикутників за різними ознаками, включаючи визначення площі та периметра трикутника. Далі, у параграфі «Паралельні прямі. Сума кутів трикутника», вивчаються основні властивості паралельних прямих та їх взаємодія з кутами в трикутнику. Особлива увага приділяється розгляду суми кутів у трикутнику та його взаємозв'язку з паралельними прямими.

Під час вивчення теми «Коло та круг», учні знайомляться з основними характеристиками цих геометричних об'єктів. Особлива увага приділяється вимірюванню діаметра та радіуса кола. У процесі вивчення визначаються властивості цих лінійних розмірів та їх взаємозв'язок, а також розглядається роль

цих параметрів у визначенні інших характеристик круга, таких як площа та довжина кола.

У підручнику геометрії 8 класу авторів Мерзляк А.Г. та ін. розглядаються аспекти вимірювання площі різноманітних геометричних фігур, таких як чотирикутник, паралелограм, трапеція та інші. Важливим аспектом є те, що ці виміри є непрямыми, тобто вони не обмежуються простими лінійними вимірами, а вимагають використання геометричних та алгебраїчних підходів.

У процесі вивчення теми учні ознайомлюються з теоремами та формулами, які дозволяють визначити площу цих фігур. Також виводяться формули для знаходження градусної міри кутів, що відіграє ключову роль у розумінні та вимірюванні кутових величин. Це сприяє розвитку аналітичного мислення та математичних навичок учнів на більш високому рівні.

При вивченні геометрії у 9-му класі за підручником автора Мерзляк А. Г. та ін. особливий акцент приділяється формулам для визначення площі трикутника, розкриваючи їх теоретичні основи та практичне застосування. Паралельно з цим, розглядаються особливості побудови багатокутників, розширюючи знання учнів про геометричні фігури. Крім того, учні ознайомлюються із способами визначення довжини кола та площі круга. Також наводяться властивості площі, що аналогічні властивостям довжини відрізка та градусної міри кутів, що сприяє глибшому розумінню геометричних концепцій та їх взаємозв'язків. [28, с. 14].

У 10–11 класах, вивчення курсу стереометрії відкриває широкий аспект об'ємних геометричних фігур. У цьому розділі учні детально досліджують об'єм тіл обертання, таких як циліндри, конуси та піраміди, розкриваючи їх теоретичні основи та вивчаючи методи розрахунку їх об'ємів. Також вивчається поняття площі сфери та інших об'ємних фігур. Під час вивчення стереометрії учні також розглядають взаємозв'язки між об'ємом та площею геометричних об'єктів, що розширює їхнє розуміння просторових відношень та математичних концепцій.

Отже, у підручнику з геометрії автора Мерзляк А.Г. та ін., безпосередньому виміру геометричних об'єктів не приділяється пряма увага.

Замість цього, основний акцент робиться на розумінні можливостей та застосування вимірювальних інструментів у геометрії. Учні навчаються не лише вимірювати довжини та величини за допомогою інструментів, таких як лінійка, циркуль, рулетка, але і розуміти, як ці виміри відображають геометричні концепції та взаємозв'язки.

Такий підхід покликаний підготувати учнів до більш широкого розуміння геометричних понять, зокрема, в контексті їх практичного застосування у реальному житті та наукових дослідженнях.

Підручники геометрії 7–11 (автори Істер О.С. та інші)

У підручнику з геометрії для учнів 7–х класів авторів Істер О.С. та ін., детально розглядається основа вимірювання довжини відрізка. Зазначається, що цей процес ґрунтується на порівнянні відрізка з іншим відрізком, довжина якого приймається за одиницю (поодинокий відрізок). Вводиться визначення довжини відрізка, відповідно до якого довжина відрізка представляє собою позитивне число, що вказує, скільки разів одиничний відрізок та його частини укладаються в даному відрізку.

В підручнику детально розглядається важливість та різноманіття вимірювальних інструментів при вимірюванні відрізків. Приділяється увага тому, як правильно обирати та застосовувати різні інструменти для отримання точних вимірів (рис. 1.9).



Рис. 1.9 Приклади вимірювальних пристроїв
(автор підручника Істер О.С. та ін.)

Лінійка з поділками визначається як зручний і точний інструмент для вимірювання довжини відрізків, і його використання ілюструється на конкретних прикладах. Це допомагає учням оволодіти навичками вимірювання та розширити їх розуміння геометричних величин у практичному контексті (рис. 1.10).

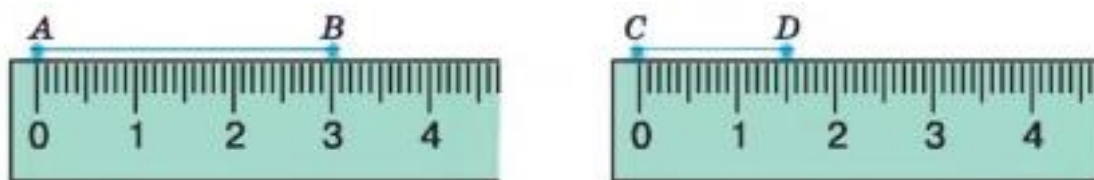


Рис. 1.10. Використання лінійки з поділками для вимірювання відрізків
(автор підручника Істер О.С. та ін.)

Докладно описується процес вимірювання відрізків: Істер О.С. та ін. вказують, що для вимірювання довжини даного відрізка АВ послідовно відкладають одиничний відрізок ОЕ на промені АВ від вершини А. Якщо при цьому одиничний відрізок повністю укладається у відрізьку АВ ціле число разів без залишку, то процес вимірювання на цьому закінчується та отримане число вважається довжиною відрізка АВ. Якщо одиничний відрізок цілком укладається у відрізьку АВ із залишком, тобто кінець останнього одиничного відрізка не збігається з кінцем відрізка АВ і залишок СВ менше одиничного відрізка, то отримане число n вважається наближеним значенням довжини відрізка. І тут одиничний відрізок розбивається на 10 рівних частин. Вже відкладають одну десяту частину одиничного відрізка тощо. Після цього розглядаються властивості довжини відрізка та наводяться деякі історичні відомості про довжину відрізка. Завдання на безпосередні виміри відрізків у підручнику не розглядаються [22, с. 48].

У 8 класі при вивченні площі многокутників, паралелограма, трикутника, трапеції автори Істер О.С. та ін. вводять визначення площі, як числа, що

отримується в результаті виміру і показує, скільки разів одиничний квадрат та його частини укладаються в цій фігурі. І наводяться властивості площ, аналогічні до властивостей довжин відрізків. Виводяться формули для знаходження площі квадрата, прямокутника, паралелограма, трикутника, трапеції, багатокутника, описаного біля кола, кола та його частин.

В підручнику з геометрії для учнів 9-х класів, створеному авторами, такими як Істер О.С. та ін., проводиться глибокий аналіз понять, пов'язаних із вимірюванням площі фігур. Зокрема, розглядається визначення площі круга та різних його частин. Учні вивчають формули та методи розрахунку площі цих геометричних об'єктів, що розширює їх розуміння математичних концепцій. Також у підручнику детально розглядається поняття повороту та подібності фігур. Учні вивчають, як змінюється площа фігур при їхньому повороті, а також визначають площі подібних фігур. Це допомагає розвивати аналітичне та логічне мислення, а також розуміння взаємозв'язків між геометричними об'єктами та їхніми властивостями.

Курс стереометрії для учнів 10–11 класів, представлений авторами, такими як Істер О.С. та ін., відзначається грамотністю та цікавістю в подачі матеріалу. Автори не лише передають факти та визначення, а й застосовують науковий метод пізнання для вивчення вимірювання геометричних фігур у просторі.

Під час вивчення стереометрії учні залучаються до наукового методу, що дозволяє їм систематично досліджувати та розуміти просторові відносини між геометричними об'єктами. Відзначається практичністю та застосуванням вивчених концепцій у різних сферах науки та техніки.

Такий підхід сприяє глибшому розумінню учнями геометричних об'єктів у тривимірному просторі та підготовці до використання цих знань у вищій освіті та практичній діяльності.

Визначення вимірювання геометричних величин, яке подається в підручниках Істер О.С. та ін., відрізняється описовим підходом. У їхніх підручниках для учнів 7–11 класів акцент робиться на детальному описі та поясненні концепцій вимірювання, що сприяє глибшому розумінню матеріалу.

Зокрема, в цих підручниках висвітлені різноманітні завдання, спрямовані на непрямі виміри. Учні використовують різні методи та інструменти для вимірювання геометричних об'єктів, що розвиває їх аналітичне мислення та практичні навички.

Підручники геометрії 7–11 (автори Бурда М.І. та інші)

У підручнику з геометрії, розробленому М. І. Бурдою та Н. А. Тарасенко, при вивченні теми «Вимірювання відрізків» відзначається практичний підхід до навчання, який спрямований на реальне використання вимірювальних приладів.

Зокрема, учні 7 класу під час вивчення теми «Вимірювання відрізків», отримують можливість ознайомитися з різними інструментами, які можна використовувати у різних сферах діяльності. Ці інструменти включають міліметрову лінійку для використання у технічному кресленні, штангенциркуль та мікрометр для точного визначення діаметрів циліндричних предметів, а також рулетку та польовий циркуль для вимірювання відстаней на місцевості. Це дозволяє учням отримати практичні навички вимірювань, використовуючи реальні інструменти (рис. 1.11).

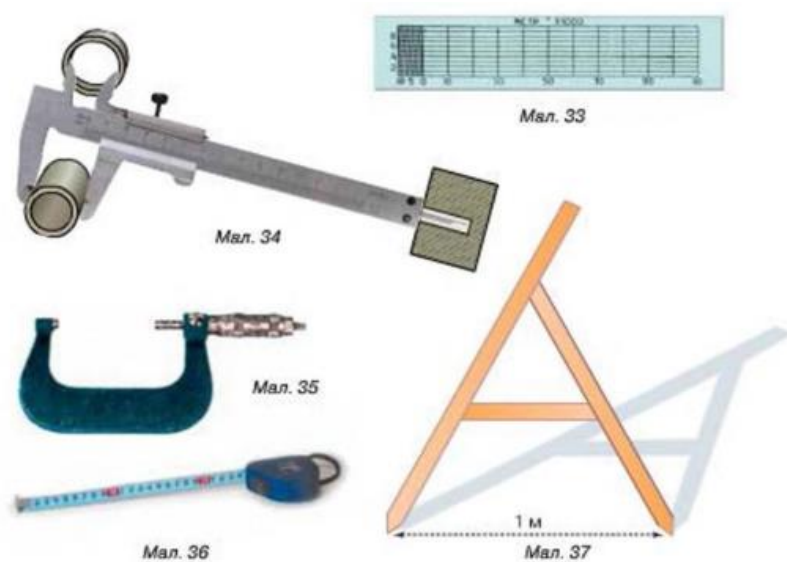


Рис. 1.11 Приклади вимірювальних пристроїв
(автори підручника М. І. Бурда та Н. А. Тарасенкова)

Після вивчення стандартних задач учням пропонується розв'язати прикладні задачі, що допомагає їм застосовувати отримані знання у конкретних ситуаціях. Зображення вимірювальних приладів сприяє візуальному засвоєнню матеріалу та розширенню розуміння учнями методів вимірювання в геометрії.

Підручник з геометрії, створений М. І. Бурдою та Н. А. Тарасенко, розпочинається історичним нарисом виникнення геометрії. Подальший зміст введення включає поняття відрізка, променя, та прямої. Під час аналізу величин, таких як довжина відрізків та градусна міра кутів, автори, М. І. Бурда та Н. А. Тарасенко, стверджують, що довжина відрізка є першою і найважливішою геометричною величиною, оскільки вона визначає його протяжність.

Учні засвоюють практичні методи вимірювання довжини та розуміють, що вимірювання довжини є необхідним етапом при обчисленні інших геометричних величин, таких як площі, об'єми та розміри кутів. Автори відзначають, що довжина не лише характеризує конкретний відрізок, але й послужбовує ключем для розкриття можливості непрямого вимірювання інших геометричних величин.

Геометричні величини відображають форму та розміри геометричних об'єктів. За переконанням авторів, вимір геометричних величин вважається одним із ключових завдань геометрії. Цей процес відкриває можливість систематично досліджувати та визначати характеристики геометричних об'єктів, що дозволяє уявно відтворювати їхню структуру та взаємозв'язки.

М. І. Бурда та Н. А. Тарасенко взаємодіють із здобутими знаннями учнів, нагадуючи, що для вимірювання довжини слід спочатку виділити одиничний відрізок. Подібно до інших підручників, вони детально перераховують властивості довжини, розширюючи розуміння учнів щодо цієї фундаментальної геометричної величини.

Після цього етапу вивчення, автори, М. І. Бурда та Н. А. Тарасенко, розглядають два важливих питання:

1. Як, користуючись вимірювальним інструментом, знайти конкретне чисельне значення довжини відрізка?
2. Яким чином можна створити власний інструмент для вимірювання довжини?

Ці питання не лише спрямовані на практичний аспект вимірювання довжини, але й сприяють розвитку технічного мислення учнів, заохочуючи їх до самостійного дослідження та розробки власних методів вимірювання.

У додаток до вивчення вимірювання довжини, у підручнику також відзначається, що міра кутів володіє тими ж самими властивостями, що й довжина відрізків. Проведення вимірювання кутів, так само як і відрізків, виконується за допомогою лінійки, яку називають транспортиром. Автори підручника докладно описують цей інструмент та надають вичерпну інформацію щодо його користування, допомагаючи учням розуміти та впроваджувати в практику методи вимірювання кутів.

В 8 класі у підручнику з геометрії М. І. Бурда та Н. А. Тарасенко вводиться поняття площі багатокутника, і в ньому подається конкретне визначення цієї геометричної величини. Автори також докладно описують процес вимірювання площі, надаючи учням зрозумілі інструкції та методи. І лише наприкінці 8 класу розглядаються поняття довжини кола та площі кола. Це дозволяє учням поетапно вивчати та засвоювати геометричні концепції, розвиваючи їх розуміння і навички в гармонії з ускладненням матеріалу.

Цей підручник призначений для учнів шкіл та класів з поглибленим вивченням математики, тому автори приділили увагу як безпосередньому виміру, і непрямому виміру геометричних величин.

У 9–му класі, в ході вивчення геометрії за підручником від М. І. Бурди та Н. А. Тарасенко, учні мають можливість ознайомитися з доступним описом вимірювання довжини кола та довжини дуги кола, а також площі круга та його окремих частин. Автори подають цей матеріал зрозуміло та інформативно, надаючи учням необхідні знання для розуміння та використання геометричних величин.

Курс стереометрії, який пропонується для учнів 10–11 класів від авторів М. І. Бурда та Н. А. Тарасенко, належно відповідає вимогам програми з геометрії для цих класів. Матеріал представлений викладно та доступно, сприяючи ефективному засвоєнню важливих концепцій та навичок в галузі стереометрії.

Таким чином, проведено огляд та аналіз викладу матеріалу з вимірювання геометричних фігур в курсі геометрії 7–11 класів і визначено, що у підручниках авторів М. І. Бурда та Н. А. Тарасенко, Мерзляк А.Г. та ін. приділяється увага безпосередньому виміру площ, різним вимірювальним інструментам і мірам довжин, наводяться завдання як на безпосередній вимір, так і на непрямий вимір геометричних величин. Але у підручнику авторів Мерзляк А.Г. та ін. мало розглядаються завдання, у яких відображається значимість вимірів у житті.

Підручники з геометрії авторів у Істер О.С. та ін., Бевз Г. П. та ін., Погорелов А. В. та ін. практично не приділяється увага питанням про вимірювальні інструменти та можливості застосування їх на практиці.

Також з проведеного аналізу підручників, визначено, що учні знайомляться з такими методами геометрії як метод подоби, метод площ і використовують інші методи: метод додаткових побудов, метод допоміжного трикутника, координатний метод, метод геометричних місць.

Висновки до розділу 1

Умови запровадження тієї чи іншої величини дозрівають у розвитку даної галузі знання, створюється поступова робота з уточнення і диференціації понять дослідної науки.

Вивчення залежностей між величинами дозволяє учням бачити як якісні зв'язки різних сторін об'єктивної реальності, тобто на описовому рівні, так і оцінювати їх кількісно. Приклад використання величин в різних науках учні знайомляться з одним із шляхів математизації знань, з тією роллю, яку відіграють математичні методи у дослідженні природи. Все це має значення у справі формування в учнів правильних поглядів на взаємодії математики з іншими природничими науками.

Таким чином, вимір геометричних величин – найбільш складна теорія для трансформації в шкільний курс геометрії, є однією з найважливіших його частин і має чітко виражену прикладну спрямованість. У шкільному курсі геометрії поняттям геометричної величини користуються без визначення, проте до кінця дев'ятого класу, коли в учнів накопичено відомий обсяг навчальної інформації, з метою організації знань у систему, корисно узагальнити все те, що до цього часу відомо про геометричні величини.

Етапи вивчення вимірювань геометричних величин в шкільному курсі математики:

1. Пропедевтичний курс (1–6 класи):

На цьому етапі учні засвоюють базові поняття геометричних величин, такі як довжина, площа, об'єм.

Використовуються наглядні засоби та геометричні моделі для формування уявлень про розміри та взаємозв'язки об'єктів.

2. Основна школа (7–9 класи):

На цьому етапі урізноманітнюються геометричні величини, вивчаються їхні взаємозв'язки та властивості.

Знайомляться із засобами вимірювання, такими як лінійки, транспортири, і вчать використовувати їх для вимірювань у площині та просторі.

Розглядаються поняття площі фігур, об'єму та інших атрибутів геометричних об'єктів.

3. Старша школа (10–11 класи):

На цьому етапі глибше вивчаються властивості геометричних величин та їхні застосування.

Вивчаються складніші поняття, такі як вимірювання кутів, довжини дуг, а також площа та об'єм багатогранників.

Застосовують математичні методи для вирішення складних геометричних задач.

Таким чином, геометричні величини у шкільному курсі математики мають науково–дидактичне значення, в процесі їх вивчення вимірювання геометричних величин учні набувають теоретичних знань і конструктивно–практичних навиків.

З проведеного аналізу підручників, визначено, що учні знайомляться з такими методами геометрії як метод подібності, метод площ і використовують інші методи: метод додаткових побудов, метод допоміжного трикутника, координатний метод, метод геометричних місць.

У підручнику, запропонованому А.Г. Мерзляком, більше уваги приділяється завданням підвищеного рівня складності, порівняно з підручником О.С. Істером. Це сприяє розвитку у дітей логічного мислення, кмітливості та підтримує їхній інтерес до предмета.

Щодо оформлення, підручник за редакцією А. В. Погорелова відрізняється достатньою яскравістю та великою кількістю наочностей. Проте, у порівнянні з підручником А.Г. Мерзляка, можна відзначити, що рівень наочності у підручнику А. В. Погорелова менший, що іноді може ускладнювати розуміння матеріалу.

Всі розглянуті підручники відзначаються високим науковим і методичним рівнем. Автори докладали зусиль, щоб дотримуватися принципу доступності,

враховуючи вікові особливості учнів. Кожен з авторів має власний стиль написання та власне бачення у поданні означень понять тощо, що збагачує різноманітність підходів до навчання геометричних величин.

Проаналізувавши методики подачі матеріалу у підручниках, слід зазначити, що підручники за редакцією А.Г. Мерзляка, Г.П. Бевза, О.С. Істера глибше розглядають аналізовані теми. Проте, варто відзначити, що у підручниках Мерзляка А.Г. та Бевза Г.П. іноді зустрічається багато незрозумілої мови, що може викликати труднощі у школярів при їх вивченні. З цього погляду, підручник за редакцією О.С. Істера надає найлегше трактування визначень та доказів теорем, що полегшує їх засвоєння учнями.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ МІРИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ВЕЛИЧИН В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ

2.1. Методика вивчення довжин

Довжина є важливою геометричною величиною, що визначає протяжність об'єктів. Учні починають сприймати поняття «довжина» у широкому контексті, розуміючи його як властивість відрізків та ліній, складених із відрізків і моделей відрізків. Отже, довжина стає ключовим аспектом в розгляді геометричних об'єктів, що оточують учнів.

Поступово у старших класах розширюється розгляд довжини на криві лінії. Це відкриває нові можливості для вивчення складних геометричних форм та їхніх характеристик. Учні вивчають властивості довжини кривої лінії, що вносять додатковий рівень складності в їхнє розуміння геометричних концепцій.

Ознайомлення з вимірюванням відрізків є ключовим етапом у навчанні школярів, оскільки поняття «довжина відрізка» виступає важливим компонентом формування загальних уявлень про вимірювання величин. Цей етап набуває особливого значення, оскільки навички у вимірюванні різних величин, зокрема геометричних, є необхідними в повсякденному житті та мають практичне застосування. Учні отримують можливість розвивати не лише математичні, але й практичні навички, які стануть їм в пригоді у подальшому вивченні геометрії та її застосуванні.

У підготовчий період важливо акцентувати увагу на розвитку учнівського розуміння відрізків, а також основних відносин рівності та нерівності на множині відрізків. Під час навчання необхідно, щоб учні могли визначати та розпізнавати відрізки в середовищі безлічі інших геометричних фігур. Ключовими завданнями є вміння виділяти відрізки, вказувати їхні кінці, а також будувати довільні відрізки за допомогою лінійки.

Додатково, діти повинні розвивати навички визначення рівності та нерівності між відрізками. Це може включати шляхом уявного поєднання відрізків або безпосереднього накладання моделей відрізків. Надання можливостей для практичного застосування цих понять у різних геометричних ситуаціях допоможе учням у закріпленні знань та розвитку їхнього геометричного мислення.

На етапі ознайомлення вводяться терміни «довжина», «вимірювання довжини», «сантиметр», «одиниця виміру–довжини» [39, с. 435].

Введення та формування зазначених термінів необхідно будувати на умінні дітей встановлювати відносини рівності та нерівності між відрізками, які вони спостерігають навколо себе, і між моделями відрізків, які їм демонструються. На першому етапі, коли вивчається довжина «на око», учні опановують уміння порівнювати довжину двох відрізків візуально.

Далі, важливо впроваджувати концепцію моделей відрізків, щоб показати дітям, як розглядати і порівнювати відрізки на рівній основі. Це може включати в себе накладання моделей відрізків одна на одну для визначення рівності чи нерівності. З цим пов'язані практичні завдання дозволять учням активно застосовувати вивчені терміни та поняття у практиці.

Ознайомлення із цими відносинами є основою початкового ознайомлення учнів із довжиною, основою узагальнення наявних у дітей уявлень про довжину.

Відносини рівності та нерівності для відрізків можуть бути визначені через переміщення, яке переводить один відрізок в інший. Якщо існує таке переміщення, яке відповідає кожній точці одного відрізка на точку іншого відрізка, то ці відрізки вважаються рівними. Іншими словами, вони збігаються або мають однакову довжину.

Навпаки, якщо один відрізок може бути переміщений так, що його точки відповідають лише частині іншого відрізка, то ці відрізки вважаються нерівними. Таке визначення відносин рівності та нерівності для відрізків віддзеркалює визначення відношення еквівалентності, або рівнопотужності, для

множин. В цьому контексті, відносини рівності та нерівності між відрізками відповідають відносинам між множинами.

У школі, перші уявлення про рівність та нерівність виникають у дітей під час безпосереднього накладання моделей відрізків один на одного. Цей конкретний метод дозволяє їм візуально порівнювати та визначати, чи співпадають два відрізки. З часом, учні розвивають здатність виконувати цю операцію подумки, що вказує на їхнє вироблене розуміння концепцій рівності та нерівності в контексті відрізків. Ця здатність до уявного порівняння стає важливим етапом у розвитку математичного мислення та дозволяє учням застосовувати засвоєні поняття у різних завданнях, роблячи їхнє математичне мислення більш абстрактним та гнучким.

Так, ознайомлення з відносинами рівності та нерівності між відрізками може бути ефективно проведено через один–два уроки після введення основного поняття «відрізок» і формування у дітей базових навичок роботи з ним. На попередніх уроках важливо, щоб діти оволоділи такими вміннями, як виділення відрізків серед інших геометричних фігур, розпізнавання моделей відрізків у навколишньому світі та вміння викреслювати відрізки за двома, довільно вибраними чи заданими вчителем точками [12, с. 170].

На першому уроці ознайомлення з довжиною важливо систематично вводити поняття, які допомагають учням розуміти та висловлювати відносини довжини між відрізками. Це може включати в себе такі ключові концепції, як:

1. «Відрізок ... більше (менше) відрізка ...»

Діти вчаться порівнювати довжину одного відрізка з довжиною іншого та вживати терміни «більше» та «менше» для вираження їхніх відносин.

2. «Відрізок довший (коротший) за інший відрізка»

Засвоєння цих понять дозволяє дітям виражати різницю у довжині між двома відрізками.

3. «Довжина відрізка ... більше (менше) довжини відрізка ...»

Ця формулювання дозволяє учням звертати увагу не лише на самі відрізки, але й на їхні довжини.

На цьому етапі уроку, діти здійснюють порівняння відрізків за допомогою безпосереднього накладання моделей відрізків, визначають відносини «на око» та використовують довільно обраний одиничний відрізок для вимірювання. Це практичне вивчення дозволяє дітям вбудувати абстрактні концепції довжини у конкретні ситуації та розвиває їх математичне мислення.

Початок уроку може виглядати наступним чином:

- а) Розпізнавання відрізків серед інших фігур.

Учні можуть отримати аркуші паперу з різними зображеннями геометричних фігур. Завданням їх буде виділити та позначити відрізки, підкреслити їхні кінці (рис. 2.1, рис. 2.2).

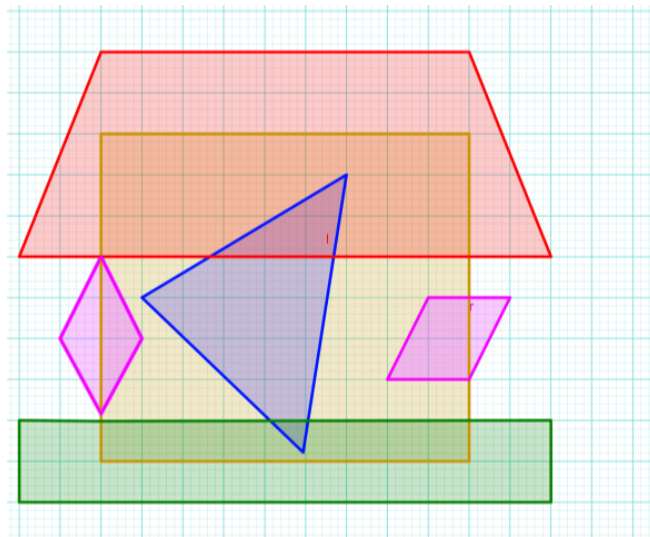


Рис. 2.1 Зображення геометричних фігур (1-й варіант)

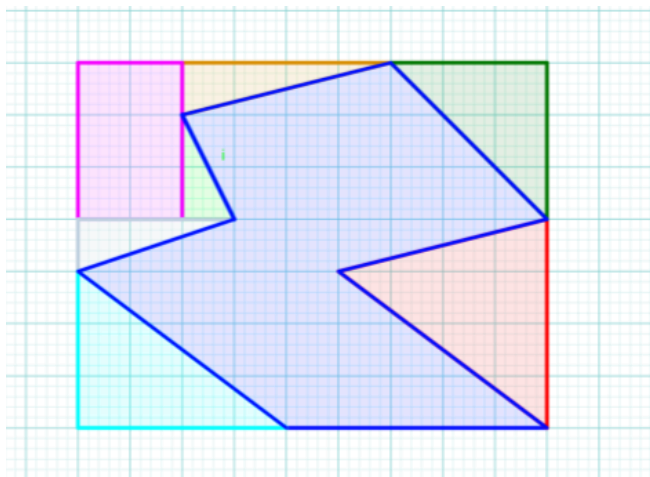


Рис. 2.2 Зображення геометричних фігур (2-й варіант)

б) Показ «відрізків» у класній кімнаті.

Учитель може активізувати думку учнів, запитавши, де вони бачать відрізки в навколишньому середовищі. Учні можуть вказати на різні предмети, такі як край дошки, край парти, олівець, край книги чи інші об'єкти, які вони вважають відрізками (рис. 2.2).



Рис. 2.3 Приклади відрізків у класній кімнаті

Цей підхід створює можливість зробити урок більш інтерактивним та практичним, дозволяючи учням застосовувати отримані знання в реальних ситуаціях. Також він розвиває у дітей навички спостереження, абстрактного мислення та асоціацій, що є важливими компонентами геометричної освіти. Такий початок уроку дозволяє підняти зацікавленість учнів та побудувати їхнє розуміння поняття «відрізок» в реальному середовищі.

Продовжуючи цей урок, вчитель може впровадити наступні етапи, щоб ще більше поглибити розуміння учнів щодо порівняння відрізків:

1. Практичне порівняння на «око»:

Учні, використовуючи дві моделі відрізків, спочатку визначають, який відрізок є довшим чи коротшим на основі свого візуального сприйняття.

Важливо, щоб діти виражали свої думки та визначали відносини між відрізками «на око».

2. Накладання моделей для перевірки:

Після порівняння «на око» вчитель показує, як правильно накладати одну модель відрізка на іншу для перевірки результатів. Цей етап дозволяє учням практично перевірити свої враження та зрозуміти, чому один відрізок може виявитися довшим або коротшим за інший.

3. Розширення завдань:

Вчитель може залучити одного з учнів до подальшого порівняння двох інших моделей відрізків – картонних смужок. Це дозволить учням застосувати отримані знання в інших умовах та зрозуміти, як порівнювати розміри відрізків за допомогою різних матеріалів.

Цей практичний підхід розвиває навички порівняння, впроваджує конкретні ситуації порівняння відрізків та сприяє глибшому розумінню понять довжини та відносин між відрізками учнями.

При виконанні зазначених етапів, введення термінів «відрізок» синього кольору «більше (менше)» «відрізка» червоного кольору є ефективним способом почати розуміння відносин рівності та нерівності відрізків серед учнів. Це допомагає їм уявити собі відносини між конкретними об'єктами та засвоїти основні поняття. Далі, важливо введення загальноприйнятих термінів:

- Довше (коротше):

Учні вивчають термін «довше», щоб описати відрізок, який має більшу довжину, та «коротше» для того, щоб описати відрізок, який має меншу довжину.

- Більше (менше) за довжину іншого відрізка:

Ці терміни використовуються для позначення відрізка, який має більшу (меншу) довжину в порівнянні з іншим відрізком.

Це введення загальноприйнятих термінів дозволяє учням легше розуміти співвідношення між відрізками. Зображення цих співвідношень за допомогою

кольорів і розрізнення термінів сприяє конкретизації і узагальненню знань учнів про довжину відрізків (рис. 2.4).

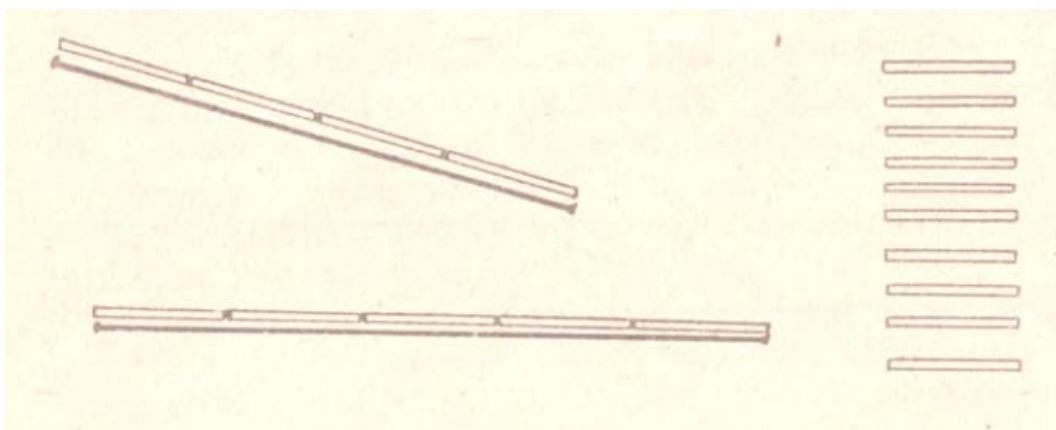


Рис. 2.4. Відрізки–смужки паперу для порівняння

Співвідношення між одиницями вимірювання довжини узагальнюються та закріплюються щодо теми «Міра». При цьому встановлюється спільність нумераційних співвідношень та співвідношень між одиницями виміру довжини, маси. Основна робота щодо цієї теми – переклад результатів вимірів від одних одиниць до інших. Однак необхідно також включати завдання на вимірювання довжин відрізків, на креслення відрізків заданої довжини, на побудову багатокутників із заданими довжинами сторін, на розв’язання текстових завдань тощо [25, с. 395].

Крім вимірювання довжини за допомогою масштабної лінійки, метра, учні повинні також вміти використовувати при вимірі довжин відрізків циркуль. Ознайомлення з циркулем як вимірювальним інструментом необхідне і під час уроків праці. Однак багато вчителів не приділяють цій роботі належної уваги через організаційні труднощі (потрібно домогтися, щоб у всіх учнів були циркулі–вимірювачі, щоб вони були в хорошому стані та т.д.), що негативно впливає на формування відповідних вимірювальних навичок. Робота з навчання учнів уміння вимірювати довжини відрізків за допомогою циркуля та масштабної лінійки повинна проводитися вчителем з тією ж ретельністю, що й

робота формування навичок вимірювання за допомогою однієї масштабної лінійки [25, с. 395].

Розроблений план–конспект уроку для учнів 7 класів представлено в додатку А.

Так, сформовані у учнів уявлення про довжину грають ключову роль в їхній здатності застосовувати креслення та схеми для вирішення математичних задач. Розвинені навички виміру довжин та вміння користуватися відповідними графічними представленнями можуть значно полегшити розв’язання текстових завдань. Давайте розглянемо, як це може відбуватися:

- Креслення та схематичні представлення в завданнях:
 - Учні можуть використовувати креслення, щоб побудувати графічне представлення відрізків або геометричних фігур, які зустрічаються у текстових задачах.
 - Створення схем дозволяє визначити відносини між довжинами та іншими геометричними властивостями.

- Використання креслень для полегшення аналізу:

Графічні представлення можуть допомагати учням легше розуміти відносини та властивості довжини, роблячи математичні концепції більш доступними.

- Пошук розв’язань за допомогою графічних методів:

Учні можуть використовувати графічні представлення для вирішення задач, обчислення довжини відрізків, встановлення відношень між ними та визначення рішення текстових завдань.

Такий підхід до використання креслень та схем не лише полегшує процес розв’язання завдань, але й сприяє більш глибокому розумінню властивостей довжини та формуванню навичок виміру довжин.

2.2. Методика вивчення величин кутів

Методика вивчення величин кутів в шкільному курсі геометрії спрямована на формування розуміння кутів та їх градусної міри учнями. Основні етапи цього процесу можуть виглядати наступним чином:

1. Загальний огляд кутів:

- Учні ознайомлюються з основними термінами, такими як вершина, сторона кута та розмах кута.
- Здійснюється робота з різними типами кутів (прямий, гострий, тупий) та їх властивостями.

2. Кути із загальною вершиною:

- Учні вивчають кути із загальною вершиною, де робиться акцент на вимірі розмаху кута та його градусній мірі.
- Розглядаються властивості паралельних ліній та перетину прямих.

3. Градусна міра кутів:

- Учні знайомляться з градусною мірою кутів та її зв'язком з колом та величиною повного кута (360 градусів).
- Використання градусів для вимірювання та порівняння кутів.

4. Вправи та завдання:

- Учні розв'язують різноманітні вправи, спрямовані на застосування знань про величини кутів у практичних ситуаціях.
- Виконуються завдання на конструювання та вимірювання кутів.

5. Практичні застосування:

Вивчені знання використовуються в контексті розв'язання геометричних задач та побудови геометричних об'єктів.

Ця методика дозволяє учням розвивати глибоке розуміння величин кутів та їх градусної міри, використовуючи практичні приклади та завдання.

У навчальній методичній літературі кут визначається з різних поглядів, але всі вони мають спільні елементи. Розглянемо деякі визначення [23, с. 85]:

- Кут – це фігура, утворена двома променями, що виходять із загальної точки.

- Це загальне визначення підкреслює, що кут формується двома променями, які мають спільну точку (вершину кута).
- Кут є сукупністю променів, що виходять із загальної точки і перетинають цей відрізок.
 - Тут наголошується, що промені перетинають один одного, утворюючи кутову фігуру.
- Кутом називається частина пучка променів, обмежена двома променями (того ж пучка), подібно до того, як відрізок є частиною прямої лінії, обмеженої двома точками.
 - Тут порівнюється кут із частиною пучка променів, обмеженою двома променями, аналогічно тому, як відрізок обмежений двома точками на прямій лінії.
- Кутом називається сукупність точки і двох променів, що виходять із цієї точки. Під точками кута розуміють його вершину та всі точки його сторін.
 - Це визначення розглядає кут як сукупність вершини та двох променів, а також всі точки, що утворюють його сторони.

В шкільній практиці зазвичай використовуються перше та друге визначення кута, і це визначення дійсно несе в собі описовий характер. Важливо зауважити, що ці визначення часто доповнюються поняттям внутрішньої області кута, яке визначається як простір всередині самого кута, тобто простір між його сторонами та включає вершину кута. Це доповнення дозволяє учням розуміти не лише саму лінійну фігуру кута, а й простір, який він обмежує.

Введення поняття внутрішньої області кута є важливим для розуміння того, що кут — це не лише два промені та їхній розмах, але і простір всередині цього кута, який може мати певне значення при розв'язанні геометричних задач.

У наступному шкільному курсі середньої школи, поняття кута розширюється і набуває додаткових аспектів:

- Тригонометрія:

В тригонометрії кут розглядається як міра обертання. Геометрично це представлення кута як дуги на колі, а його міра вимірюється в градусах, радіанах або градусно–мінутно–секундних.

- **Стереометрія:**

У стереометрії розглядаються кути між прямими, кути між прямою і площиною, двогранні кути та інші. В цьому контексті кут стає більш універсальним поняттям, що застосовується до різних геометричних об'єктів.

Хоча у тригонометрії та стереометрії поняття «невизначеної частини площини» може вже не фігурувати явно, але у широкому розумінні кута, ця ідея може бути включена в поняття міри кута, яка може бути розглянута як область на площині. У зв'язку з розширеним розумінням кута у різних галузях, може бути доцільно віддати перевагу першому визначенню.

Такий підхід дозволяє учням розвивати більше абстрактне та універсальне розуміння кута, що важливо для подальшого вивчення математики.

Абстрактне та універсальне розуміння кута має велике значення для подальшого вивчення математики з кількох причин:

- **Універсальність застосування:** Розуміння кута як абстрактної геометричної фігури дозволяє його застосування у різних математичних галузях, таких як тригонометрія, стереометрія, геометрія та інші.
- **Призначення для моделювання реальних ситуацій:** Універсальне розуміння кута дає можливість використовувати його для моделювання та розв'язання реальних проблем у різних наукових галузях та інженерії.
- **Підготовка до абстрактних математичних концепцій:** Розуміння кута як абстрактної структури допомагає учням легше усвідомлювати інші абстрактні концепції, такі як інтеграл, вектор, матриця та інші, які можуть зустрітися у подальшому навчанні.
- **Зв'язок з розвитком логічного та критичного мислення:** Узагальнене розуміння кута допомагає розвивати логічне та критичне мислення учнів,

що важливо для їхнього аналітичного сприйняття і розв'язання математичних проблем.

- Підготовка до математичних поглиблень: Усвідомлення абстрактності кута створює базу для подальших математичних досліджень, сприяючи формуванню математичного образу світу та підготовці до більш складних концепцій.

Такий підхід до вивчення та розуміння кута покладає фундамент для глибокого і компетентного вивчення математики на різних етапах навчання.

Так, вивчення величин кутів передбачає різноманітні математичні операції, які можна виконувати з ними. Розглянемо кожну з них детальніше:

Порівняння величин кутів: Учні вивчають порівняння кутів за їхніми мірами. Наприклад, визначення, який кут більший чи менший, або чи вони рівні. Це розвиває навички порівняння числових значень кутів.

Додавання та віднімання величин кутів: Учні навчаються додавати та віднімати кути один від одного. Наприклад, якщо маємо два кути, можна знайти їхню суму або різницю. Це важливо для розвитку арифметичних навичок та розуміння взаємодії кутів.

Множення кута на ціле число: Вивчення цієї операції дозволяє учням змінювати розмір кута, множачи його на ціле число. Наприклад, якщо кут має міру 30 градусів, множення на 2 дає кут з мірою 60 градусів. Це розширює розуміння процесів зміни розмірів геометричних об'єктів.

Розподіл кута на цілі частини: Учні вивчають розподіл кута на рівні частини, такі як половина, третина, четвортинка тощо. Наприклад, якщо маємо кут 90 градусів, його можна розділити на дві рівні частини, кожна з яких дорівнює 45 градусам. Це сприяє розвитку розуміння дробів та частин.

Ці операції з величинами кутів є важливою частиною вивчення геометрії та математики загалом. Вони допомагають учням розвивати аналітичне та логічне мислення.

З поняттями прямого та розгорнутого кута учні знайомі з пропедевтичного курсу геометрії. Знаючи, що всі розгорнуті кути рівні між собою, і всі прямі кути

рівні між собою, потрібно розказати учням про те, що розгорнутий і прямий кути мають постійні величини (як і метр і кілограм, які мають постійну величину). Звідси, природно прийняти за одиницю виміру кутів кут, зокрема прямий кут, як має постійну величину [40, с. 86].

Міра кута є важливим поняттям в геометрії та математиці. Міра кута – це позитивна величина, чисельне значення якої має наступні властивості:

1) Рівність кутів:

Рівні кути мають рівні градусні міри. Це властивість, що вказує на однозначність визначення міри кута, і вона важлива для порівняння та розуміння відношень між кутами.

2) Сума кутів:

Якщо кут розбивається на частини, градусна міра всього кута дорівнює сумі градусних мір цих кутів. Ця властивість використовується при додаванні та відніманні кутів, розбитих на декілька частин.

3) Порівняння кутів:

Менший кут має меншу градусну міру, більший кут має більшу градусну міру. Це дозволяє визначити, який з двох кутів більший чи менший, спираючись на їхні градусні міри.

Ці властивості є основними для розуміння та роботи з кутами в математиці. Вони допомагають визначати положення та відношення між кутами, що є важливим для розвитку геометричного мислення та вивчення математики.

Під час проведення уроків на тему «Величини кутів» важливо не лише теоретично викладати матеріал, але і надавати учням можливість закріпити отримані знання на практиці через розв'язання різноманітних завдань:

- Самостійні роботи:

Важливо надавати учням завдання, які вони можуть виконати самостійно, для закріплення матеріалу. Це можуть бути завдання на порівняння кутів, додавання та віднімання величин кутів, а також розподіл кута на частини. Самостійні роботи допомагають учням розвивати навички самостійної роботи та упевненість в своїх знаннях.

- Навчальні завдання:

Використання завдань, які дозволяють учням застосовувати теоретичні знання на практиці. Наприклад, розв'язування задач на знаходження градусної міри кута за відомими величинами інших кутів або робота з кутовими величинами в геометричних конструкціях.

- Контрольні роботи:

Включення контрольні роботи, які дозволяють вчителю оцінити рівень розуміння учнями матеріалу. Це можуть бути завдання з різних аспектів величин кутів, що дозволяють перевірити загальний рівень розуміння та навички учнів.

- Практичні вправи:

Залучення учнів до практичних вправ, таких як конструювання та вимірювання кутів з використанням геометричних інструментів. Це дозволяє їм застосовувати отримані теоретичні знання в реальних ситуаціях.

Проведення таких завдань допомагає учням закріплювати матеріал, розвивати аналітичні та проблемно–розв'язувальні навички, а також переконатися в власному розумінні та успішності в навчанні.

2.3. Методика вивчення площ фігур в шкільному курсі геометрії

Методика вивчення площ фігур в шкільному курсі геометрії починається з пропедевтичної підготовки до вивчення теми «Площа». На початку вводиться поняття: «Точка», «Промінь», «Пряма».

Точка: Необхідно почати з уявлення точки як найменшого елемента простору. Зображення точки може бути виконане за допомогою олівця чи невеличкого кола на дошці. Наголошується, що точка не має розміру або форми.

Промінь та пряма: Визначається промінь як безкінечна лінію, що виходить з точки у будь–якому напрямку. Пряма – це безкінечна лінія, яка проходить через

дві точки. Можна зобразити ці поняття на дошці та дозволити учням також намалювати їх.

Після чого описується конкретна методика ведення цих понять, що пояснюється як на початковому етапі вивчення геометричного матеріалу, зображуються точки, промені, прямі лінії; розглядаються поздовжні та поперечні прямі лінії. Потім вводиться поняття відрізка, як частини прямої, обмеженої з обох сторін [41, с. 85].

Методика вивчення теми «Площа» запроваджують поняття площини, прямої, паралельних прямих і виводяться формули для обчислення величини площі фігур.

Поняття площини формується в учнів, коли вони спостерігають за конкретними прикладами з їхнього оточення. Наприклад, поверхня столу, класної дошки, підлоги чи стелі служать ілюстраціями реальних площин. Це допомагає учням уявити собі поняття площини як безкінечної та рівної просторової області. Далі у методиці визначається поняття паралельних прямих як прямих, що не перетинаються, та лежать в одній площині. Учні можуть виявляти приклади паралельних прямих у різних об'єктах їхнього оточення. Наприклад, паралельні прямі та відрізки – горизонтальні лінії зошита, протилежні сторони столу чи класної дошки. Це допомагає учням зрозуміти, як прямі та відрізки можуть бути розташовані у просторі, не перетинаючись [35, с. 11].

Наступним важливим поняттям, що передує поняттю площі, є «смужка». До поняття «смужка» учнів підводять конкретними прикладами, виконуючи завдання:

- Побудуйте дві паралельні прямі:

Учні використовують лінійку та карандаш для створення двох прямих ліній, які не перетинаються і лежать в одній площині.

- Розріжте аркуш по цих паралельних прямих і т.д.

Після побудови паралельних прямих, учні вирізають аркуш паперу або картону вздовж цих ліній. Це призводить до утворення тонкої смужки або полоси.

Ці конкретні дії дозволяють учням не лише візуально розрізати площину, але й створити фізичний об'єкт – смужку, який можна тримати та вивчати. Це передбачає відчуття реального об'єму та розвиває в них вміння застосовувати геометричні концепції у практичних ситуаціях.

Далі формулюється визначення смуги як конкретної частини площини, обмеженої паралельними прямими, які є сторонами смуги. Ці прямі називаються сторонами смуги, а розмір смуги визначається відстанню між паралельними сторонами, що залишається сталою на всій довжині. Ширина смуги визначається довжиною відрізка загального перпендикуляра, який проведений між сторонами смуги. Цей перпендикуляр перетинає сторони смуги і дозволяє визначити постійну відстань між ними, яку ми називаємо шириною смуги.

Важливою характеристикою смуги є той факт, що її ширина однакова вздовж усієї довжини, незалежно від того, де ми вимірюємо цю відстань. Це концепція сталості ширини є ключовою для подальших розрахунків площі смуги та інших геометричних об'єктів.

Далі вводиться поняття одиничної лінії.

Якщо смуга має ширину 1 см, то вона називається одиничною смугою шириною 1 см. Якщо ж смуга має ширину 1 м, то її називають одиничною смугою шириною 1 м і т.д.

Як відомо, у традиційній методиці вивчення геометричної величини «площа» проходить за наступною схемою:

	довжина	довжина відрізка
Величина	площа	площа геометричних фігур

Площа визначається як невід'ємна величина, що задовольняє наступним аксіомам [35, с. 69]:

- 1) існує смуга із одиничною величиною площі;
- 2) якщо фігура складається з двох частин, що не мають спільних внутрішніх точок, то величина площі фігури дорівнює сумі величин площ цих частин;
- 3) рівні фігури мають рівні величини площ.

В методичній літературі здебільшого розглядаються різні методики ознайомлення учнів з терміном «площа» та порівнянням фігур за цією величиною. Один з ефективних підходів може включати наступні етапи:

1. Візуальне порівняння:

Учні можуть розглядати графічне зображення фігур і визначати, яка з них за площею більша чи менша. Важливо надати їм можливість взаємодії з конкретними геометричними об'єктами, такими як картинки або моделі, для того, щоб вони визначили, як саме вони відчувають поняття площі.

2. Вимірювання та порівняння сторін:

Учні можуть вимірювати сторони різних фігур та встановлювати взаємозв'язок між розмірами та площею. Це може включати використання лінійки для надання конкретних числових значень.

3. Застосування вивчених формул:

Після визначення загальних принципів порівняння площі фігур, учні можуть вивчати формули для розрахунку площі різних геометричних об'єктів, таких як прямокутники, трикутники, або кола. Вони можуть застосовувати ці формули для точних обчислень.

4. Групова робота та обговорення:

Задачі та завдання, які включають групову роботу та обговорення, дозволяють учням обмінюватися думками, висловлювати свої висновки та вирішувати завдання разом. Це сприяє кращому розумінню та усвідомленню матеріалу.

5. Приклади з реального життя:

Застосування прикладів з реального життя, таких як планування кімнати чи вибір подарунка у формі геометричної фігури, може підвищити інтерес

учнів та допомогти їм бачити практичний зв'язок між поняттям площі та повсякденним життям.

Ці різноманітні методики дозволяють учням ознайомитися з терміном «площа» та ефективно порівнювати фігури за цією величиною, враховуючи різні стилі навчання та рівні знань.

Формування уявлень про рівні та рівноскладені фігури є фундаментальним елементом для правильного розуміння властивостей площі. Важливість цих уявлень відображається в таких ключових принципах:

- Рівні фігури мають рівні площі:

Рівність фігур полягає в тому, що вони можуть бути точно накладені одна на одну, не змінюючи розміру чи форми.

Це призводить до важливого висновку: якщо фігури рівні, то їхні площі також рівні. Це визначається властивістю рівних фігур та відображається в математичних рівностях.

- Площі фігури, складеної з частин:

Якщо фігура розділена на декілька частин, які не перекриваються, площа цієї фігури дорівнює сумі площ цих частин.

Це визначено властивістю адитивності площі та може бути використано для розрахунку площі складних фігур, розглядаючи їх як суму менших компонентів.

Засвоєння цих принципів важливе для подальшого вивчення геометрії та математичних концепцій, особливо в розгляді площі. Вони допомагають учням розуміти, як визначити та порівнювати площі геометричних об'єктів, а також як розглядати та розбивати складні фігури для зручного розрахунку їхніх площ.

При вивченні площі фігур потрібно вказати, що [27, с. 60]:

1. Будь-якій області, що включає в себе багатокутники відповідає позитивне число, що називають його площею;
2. Будь-якій області, що утворено сполученням двох областей, які не перекриваються, відповідає площа, яка є сумою площ цих двох областей;
3. Двом рівним областям відповідають рівні площі.

Для успішної методики розв'язання задач на обчислення величини площі важливо дотримуватися зазначених вимог [2, с. 85]:

1. Відповідність стандартам:

Завдання повинні враховувати вимоги чинних загальноосвітніх стандартів, щоб вони відповідали вивченим концепціям та сприяли досягненню освітніх цілей.

2. Відображення змісту теми:

Кожне завдання повинно чітко та адекватно відображати зміст аналізованої теми, надаючи учням можливість застосовувати теоретичні знання на практиці.

3. Принцип «від простих до більш складних»:

Завдання мають бути структуровані за принципом поетапного ускладнення, де учні спочатку розв'язують прості завдання, а потім поступово переходять до більш складних. Це допомагає краще засвоювати матеріал та розвивати навички крок за кроком.

4. Спрямованість на прищеплення умінь та навичок:

Зміст завдань повинен бути орієнтований на формування конкретних умінь та навичок, які необхідні для ефективного обчислення величини площі.

Дотримання цих вимог дозволяє забезпечити ефективне навчання та засвоєння матеріалу, сприяє розвитку критичного мислення та практичних навичок учнів у галузі геометрії.

Для засвоєння знань та правильного вміння використовувати ці знання під час уроку можна провести індивідуальну роботу, в рамках якої кожен учень розв'яже запропоновану задачу. Це сприятиме особистісному розвитку та усвідомленню матеріалу кожним учнем. Далі, під час колективного обговорення, можна розібрати всі допущені помилки та вислухати різноманітні підходи до розв'язання задачі від різних учнів. Це сприятиме обміну досвідом та формуванню загального розуміння теми в класі. Такий метод сприяє активному залученню учнів до процесу навчання та сприяє їхній більш глибокій розумінню матеріалу.

1. Якщо фігура складається з двох частин, площі яких відповідно дорівнюють a і b , то площа фігури дорівнює:
 А. $2(a+b)$ Б. $a+b$ В. $2(a-b)$ Г. Інша відповідь.

2. Сторони прямокутника дорівнюють 8 см і 15 см . Тоді площа прямокутника дорівнює:
 А. 90 кв. см Б. 60 кв. см В. 120 кв. см Г. інша відповідь.

3. Площа квадрата із стороною 10 дм дорівнює:
 А. 20 кв. дм Б. 100 кв. дм В. 100 дм Г. Інша відповідь.

4. Якщо площа квадрата рівновелика площі прямокутника зі сторонами 15 см і 50 см , то сторона квадрата дорівнює:
 А. 40 см Б. 50 см В. 30 см Г. Інша відповідь.

5. $ABCD$ -прямокутник. Якщо $AD=12\text{ см}$, $BD=8\text{ см}$, кут $BDA=30^\circ$, то площа прямокутника дорівнює:
 А. 16 кв. см Б. 48 кв. см В. 32 кв. см Г. інша відповідь.

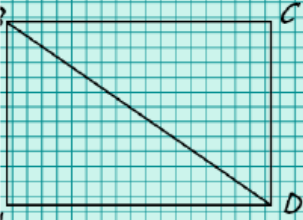


Рис. 2.5 Приклад задачі для індивідуальної роботи

Під час вирішення завдань на обчислення величини площі різних геометричних фігур визначаються конкретні цілі, спрямовані на розвиток різних аспектів когнітивних та особистісних навичок учнів:

1. Уявлення про геометричні поняття:

Розвивати ясне уявлення про основні геометричні терміни, такі як точка, пряма, промінь, відрізок, площина, паралельні прямі, смуга, площа. Це допомагає учням створити базовий фундамент для подальшого вивчення геометрії.

2. Вивід формул для площі:

Навчити учнів виводити формули для обчислення площі плоских геометричних фігур. Це сприяє розвитку логічного та математичного мислення, розумінню внутрішніх взаємозв'язків у геометричних концепціях.

3. Розвиток геометричних навичок:

Розвивати навички побудови різних геометричних фігур, визначення їхніх характеристик та властивостей. Це допомагає учням усвідомлювати різноманітні геометричні форми та їхні особливості.

4. Виховання культури розумової праці:

Заохочувати логічне мислення, розвивати математичну культуру та загальну культуру розумової праці. Це сприяє вихованню самостійних та відповідальних учнів.

5. Навички застосування знань:

Навчити учнів використовувати отримані математичні знання на практиці, що розвиває їхню здатність застосовувати теоретичні концепції у реальних ситуаціях.

6. Виховання особистісних якостей:

Виховувати логічне мислення, математичну культуру, культуру роботи та інтелектуальні якості, такі як систематичність та терпіння, що сприяє формуванню повноцінної особистості.

Ці цілі покликані забезпечити комплексний підхід до вивчення геометрії, розвиваючи не лише математичні, а й загальні когнітивні та особистісні вміння учнів.

Розроблений план–конспект уроку для учнів 7 класів представлено в додатку Б.

Таким чином, проблема формування математичних знань на основі матеріалу теми «Площа» як засобу усвідомленого підходу при навчанні математики в основній та старшій школах є однією з актуальних педагогічних проблем. Ця проблема виникає через недостатню теоретичну та практичну розробку методик викладання даного матеріалу. Відсутність чітких та ефективних педагогічних стратегій може призвести до неповного засвоєння учнями математичних концепцій та утруднити їхнє подальше використання в розв'язанні практичних завдань.

Для вирішення цієї проблеми необхідно розробляти та впроваджувати в практику шкільного навчання нові методичні підходи, які сприятимуть більш

ефективному засвоєнню математичного матеріалу. Це може включати в себе використання інтерактивних методів, практичних завдань, взаємодії вчителя та учнів на уроках, а також використання візуальних засобів для наглядного представлення геометричних понять.

Обґрунтовано необхідність та можливість удосконалення методики вивчення теми «Площа» у школах та встановлено, що одним із напрямків розвитку якісних математичних знань, умінь та навичок учнів середньої та старшої шкіл є організація навчального процесу з використанням різноманітних дидактичних матеріалів на тему «Площа».

2.4. Методика вивчення об'ємів фігур

Тема «Об'єм тіл» є складною, але важливою в курсі геометрії 10–11 класів. Вона включає в себе багато знань із планіметрії та стереометрії, сприяючи узагальненню математичних концепцій.

Наприклад, тема «Об'єм тіл обертання» вивчається у 11 класі та є важливим етапом у поглибленні знань з математики. Перед початком вивчення цієї теми, корисно провести підготовчу роботу, яка включатиме у себе повторення теми «Тіла обертання», властивостей та формул площ тіл обертання.

Під час повторення теми «Тіла обертання» слід акцентувати увагу на основних поняттях, таких як обертання фігур навколо вісі, основних властивостях цих тіл, а також формулах для розрахунку їхньої площі. Розглядання тіл обертання може включати в себе такі геометричні фігури, як циліндри, конуси, та сфери.

Після повторення теми «Тіла обертання», учні матимуть стійку базу для подальшого вивчення «Об'єму тіл обертання». Такий підхід допомагає визначити основні поняття та встановити зв'язок між різними аспектами геометрії, що далі полегшить засвоєння більш складних матеріалів.

Принципові труднощі, що виникають щодо визначення об'єму, мають певну специфіку. Так як для вимірювання об'єму порівняння з одиничним кубом

практично взагалі неможливо, йому на зміну завжди приходять непрямий вимір. У той же час такий момент, як необхідність ввести нове визначення поняття об'єму фігур обертання, вже не викликає в учнів подиву, оскільки цей новий підхід уже застосовувався для обчислення площ [35, с. 5].

Вивчення теми про об'єм тіл обертання потребує уваги до принципового моменту — обґрунтування формули для об'єму. Цей процес є важким і складним для учнів, тому використання різних методів сприяє кращому розумінню матеріалу.

Структурна складність доведення формули об'єму тіла обертання підкреслює необхідність застосування методів, що полегшують процес навчання. Зокрема, розбиття доведення на окремі кроки, складання логіко–структурної схеми може сприяти усвідомленню послідовності дій та виведенню обраної формули.

При вивченні теми слід також враховувати важкі міркування, які можуть бути складні для розуміння. Застосування прийомів конкретизації та моделювання може виявитися корисним, дозволяючи абстрактні поняття зробити більш доступними через конкретні приклади і ситуації.

Будь–який многокутник має об'єм й будь–яка замкнена фігура, межі якого складають площинні області і частин бокових поверхонь, перпендикуляри яких мають площі є об'ємними [27, с. 87].

Вивчення теми «Об'єм тіл обертання» в курсі стереометрії має ряд ключових цілей, які спрямовані на розвиток учнів:

1. Розвиток просторових уявлень:

Вивчення об'єму тіл обертання дозволяє учням розвивати здатність уявляти та працювати з тривимірними об'єктами. Це важливо для розуміння просторових відносин і конструкції об'ємів тіл.

2. Освоєння способів обчислення важливих величин:

Вивчення об'єму тіл обертання включає освоєння формул та методів обчислення об'єму для різних геометричних фігур. Це надає практичні навички для розв'язання задач та роботи з об'ємами реальних об'єктів.

3. Розвиток логічного мислення:

Процес доведення формул та розуміння логічних зв'язків вивчення об'єму тіл обертання сприяє розвитку абстрактного та логічного мислення учнів.

На сучасному етапі навчання найбільш доцільним є конструктивний спосіб запровадження поняття «Об'єм тіла обертання», який передбачає активну участь учнів у конструкції та моделюванні. Це дозволяє засвоїти матеріал більш глибоко та застосовувати отримані знання на практиці.

У існуючих на сьогодні підручниках з геометрії, як правило, формулювання завдань на доведення є коротким і лаконічним, у зв'язку з чим теоретична цінність їх вирішення вловлюється учнями досить слабо. Тому важливим завданням вчителя є подання завдання таким чином, щоб викликати інтерес до їх вирішення якомога більшою кількістю учнів. Для реалізації цієї мети універсального прийому не існує, однак, для активізації інтересу учнів до розв'язання задач можна використовувати такі основні прийоми [36, с. 64]:

- показати учням, як теоретичне завдання виникає із практичного;
- виклад умови завдання у цікавій формі;
- застосування проблемної постановки запитання до завдання та ін.

Для докладнішого розгляду етапів визначення чотирикутника, що виходить в результаті послідовного з'єднання середин будь-якого опуклого чотирикутника, можна використовувати наступні методи:

1. Побудова чотирикутника:

Кожен учень будує довільний опуклий чотирикутник за власним бажанням.

2. Виявлення особливостей чотирикутника:

Учитель спонукає учнів помітити, що отримали в результаті – паралелограм.

3. Виникнення проблемної ситуації:

Учні порівнюють свої паралелограми і виявляють, що вони можуть мати різні види (ромб, квадрат чи прямокутник).

4. Постановка проблеми:

Учитель ставить перед учнями питання:

- «Від яких особливостей чотирикутника це залежить?»
- «Чому ми отримали різні види паралелограмів?»

5. Аналіз та узагальнення:

Учні обговорюють та аналізують свої спостереження.

Вони можуть зробити висновки, що особливості, такі як довжини сторін чотирикутника, порядок їх з'єднання та кут нахилу, впливають на вид отриманого паралелограма.

6. Формулювання гіпотези:

Учні формулюють гіпотезу щодо того, які умови або особливості опуклого чотирикутника призводять до отримання певного виду паралелограма.

7. Експерименти та доведення:

Учитель може дати завдання провести додаткові експерименти, змінюючи параметри чотирикутників та аналізуючи, як це впливає на вид паралелограма.

Учні можуть спробувати довести свої гіпотези за допомогою логічних міркувань чи математичних доказів.

Цей підхід дозволяє учням активно долучитися до вивчення теми та вирішувати проблеми шляхом власних спостережень, аналізу та логічного мислення.

Після обговорення вчитель пропонує учням довести, що отримана фігура є паралелограмом, для чого необхідно [20, с. 2]:

- знати, від чого залежить вид паралелограма;
- виконати креслення;
- записати доведення.

Ці рекомендації можна оформити у вигляді плаката або слайда. Перевірка справедливості доведення:

1. Прочитайте формулювання задачі. Виділіть умову та висновок.
2. Перевірте виконання твердження на кількох окремих прикладах.

3. Якщо хоча б в одному прикладі твердження не підтверджується, слід спростувати тезу відомими способами (наведення контрприкладу, виведення з тези помилкового слідства або доказ твердження, що суперечить цьому).
4. Якщо ж теза підтверджується у всіх випадках або її не вдається спростувати відомими способами, то починайте перевірку аргументації.
5. Якщо аргумент спростовується, доказ відхиляється. Якщо ж ні – то можна перейти до перевірки демонстрації.
6. Якщо в наведеній демонстрації помилки не встановлені, робиться висновок про істинність проведеного доказу. Якщо виявляються помилки – то доказ відхиляється. При аналізі різних підходів до вирішення геометричних завдань, різних теорій пошуку їх вирішення, спираючись на наукові концепції дослідницької та творчої діяльності, можна виділити систему дослідницьких умінь під час вирішення завдань на доведення.

Саме такі вміння становлять дослідницьку діяльність учнів на першому її етапі. Така діяльність має бути посиленою для всіх учнів, однак, рівень та швидкість оволодіння нею у кожного учня свої [35, с. 74].

Розроблений план–конспект уроку для учнів 7 класів представлено в додатку В.

На сучасному етапі розвитку математичної освіти відбувається переосмислення пріоритетних цілей. Основний акцент робиться на інтелектуальному розвитку учнів та формуванні в них ключових математичних навичок, які є необхідними для повноцінного функціонування в сучасному суспільстві.

Вивчення теми «Об'єм тіл» сприяє:

- Розвитку логічного мислення:
Учні аналізують та розв'язують завдання, що вимагають логічних висновків та доведень.
- Засвоєнню стереометричних понять:

Вивчення об'ємів тіл обертання, паралелепіпедів, циліндрів, конусів тощо допомагає узагальнити розуміння геометричних фігур.

- Поєднанню планіметрії та стереометрії:

Тема об'ємів тіл обертання є логічним продовженням вивчення планіметричних понять, допомагаючи учням розглядати геометричні об'єкти в тривимірному просторі.

- Практичному застосуванню знань:

Вивчення об'ємів тіл надає практичні навички для розв'язання задач, пов'язаних з об'ємом, наприклад, обчисленням об'єму різних контейнерів, ємність резервуарів тощо.

- Розвитку математичної культури:

Учні формують у собі математичну культуру, розуміючи, як математика впливає на різні аспекти їхнього життя.

Такий підхід відображає нові тенденції у викладанні математики, спрямовані на розвиток комплексних навичок та формування глибокого розуміння математичних концепцій.

Висновки до розділу 2

Глибоке розуміння концепції довжини в учнів має важливе значення для їхнього вміння ефективно використовувати креслення та схеми при розв'язанні математичних завдань. Це стосується завдань, що вимагають врахування поняття довжини. Навички застосування графічних засобів допомагають учням глибше розуміти властивості довжини та формують їх уміння вимірювати та порівнювати довжини. Оволодіння цими навичками робить їх більш успішними у розв'язанні завдань, пов'язаних із вимірюванням та аналізом геометричних величин.

Методика вивчення величин кутів в шкільному курсі геометрії націлена на повне розуміння учнями концепції кутів та їх градусної міри. У процесі навчання величинам кутів важливим етапом є порівняння їх між собою, виконання операцій додавання та віднімання, а також множення кута на ціле число. Додатково, вивчення розподілу кута на частини вносить вагомий внесок у розвиток учнівського аналітичного та логічного мислення. Ці навички не лише надають змогу ефективно працювати з геометричним матеріалом, а й сприяють розвитку критичного мислення та здатності аргументовано вирішувати завдання на основі вивчених концепцій.

Обґрунтовано необхідність та можливість удосконалення методики вивчення теми «Площа» у школах, що базується на виявленні актуальних педагогічних проблем у зазначеній області та врахуванні недостатньої теоретичної та практичної розробки цієї теми. Визначено, що ефективність усвідомленого підходу до навчання математики визначається розробкою та впровадженням різноманітних дидактичних матеріалів, спрямованих на розвиток глибокого розуміння та практичного використання концепції «Площа» учнями середніх та старших класів.

На сучасному етапі навчання, конструктивний підхід до введення поняття «Об'єм тіла обертання» виявляється найбільш ефективним. Цей метод передбачає активну участь учнів у конструкції та моделюванні, сприяючи

глибокому засвоєнню матеріалу та практичному використанню отриманих знань. Існує декілька підходів вивчення теми «Об'єми тіл обертання»: моделювання геометричних об'єктів, використання інтерактивних програм, побудова реальних моделей. Ці підходи активізують учнів та сприяють глибшому засвоєнню матеріалу, створюючи можливості застосовувати отримані знання в реальних ситуаціях.

Курс математики для 7–11 класів не лише створює можливості для розширення кругозору учнів і глибшого засвоєння математичних концепцій, але також сприяє підвищенню інтересу до предмета та формуванню різних аспектів математичного мислення.

На сучасному етапі розвитку математичної освіти, акцент зміщується від простого вивчення формул та алгоритмів до інтелектуального розвитку та формування критичних мислених навичок учнів. Цей підхід відповідає вимогам сучасного суспільства, де важливо розвивати учнів не лише як вправних рахівників, але й як самостійних мислителів, здатних критично оцінювати інформацію та застосовувати знання у різних сферах життя.

Такий підхід до навчання математики дозволяє створювати освітній простір, де учні можуть розвивати свою творчість, вирішувати реальні проблеми, а також розвивати навички комунікації та співпраці. Математика стає не лише інструментом для вирішення задач, але й засобом розвитку особистості та формування цінних компетентностей, необхідних для успішного функціонування в сучасному інформаційному суспільстві.

ВИСНОВКИ

У даній роботі ми дійшли висновку, що геометричні величини у шкільному курсі математики мають значення як у науковому, так і в дидактичному плані. Під час вивчення цих величин учні не лише засвоюють теоретичні знання, а й розвивають конструктивно–практичні навички.

Наше дослідження розвитку геометричних величин виявило, що величина є основним поняттям математики, яке існує вже з давнини і пройшло ряд узагальнень протягом розвитку. Поняття величини становить собою безпосереднє узагальнення конкретних величин, таких як довжина, площа, об'єм, маса інших, чії властивості були сформульовані в «Початках» Евкліда. Згодом ця величина отримала назву позитивної скалярної величини, щоб відрізнити її від загальніших понять величини, таких як векторна величина та інші.

Проте саме сформулювати в математичних термінах, що ж таке величина, виявляється завданням непротим. Тому питання про вимірювання геометричних величин є однією з найважчих проблем як на теоретичному, так і на методичному рівні.

Вимір геометричних величин є найбільш складною теорією для введення в шкільний курс геометрії. Це визначено як одна з ключових його складових і відрізняється чітко вираженою прикладною спрямованістю. У шкільному курсі геометрії терміном «геометрична величина» користуються без визначення, проте до закінчення дев'ятого класу, коли учні вже мають значний обсяг знань, корисно провести узагальнення всього, що вони знають про геометричні величини.

Після детального аналізу та порівняння підручників з геометрії ми прийшли до висновку, що всі розглянуті підручники написані на високому науковому і методичному рівнях. Автори кожного з підручників дотримуються принципу доступності, враховуючи вікові особливості учнів, хоча кожен має свій стиль написання та особливе бачення у поданні визначень та понять.

Проаналізувавши методики подачі матеріалу у підручниках, слід відзначити, що підручники за редакцією А.Г. Мерзляка, Г.П. Бевза, О.С. Істера глибше розглядають аналізовані теми. Однак варто відзначити, що у підручниках Мерзляка А.Г. та Бевза Г.П. іноді можна зустріти велику кількість незрозумілої мови, що може ускладнити процес вивчення для учнів. З цього погляду, підручник за редакцією О.С. Істера надає найлегше трактування визначень та доказів теорем, полегшуючи їх засвоєння учнями.

Добре сформовані у учнів уявлення про довжину сприяють вмінню використовувати креслення та схеми для полегшення розв'язання текстових завдань. Здатність застосовувати графічні засоби сприяє більш глибокому розумінню властивостей довжини та формуванню навичок виміру.

Курс математики для 7–11 класів володіє значним потенціалом для розширення кругозору учнів, підвищення їхнього інтересу до предмета, а також формування та розвитку математичних знань, умінь та навичок. Це визначається як необхідний компонент сучасної шкільної освіти, орієнтованої на інтелектуальний розвиток та формування критичного мислення учнів.

На сучасному етапі розвитку математичної освіти відзначається перегляд пріоритетів і акцентів, що визначають її цілі та завдання. В цьому контексті, основоположною тенденцією є зсув акцентів від простого передачі фактичних знань до активного стимулювання інтелектуального розвитку учнів.

Зокрема, на високому рівні математичної освіти відведено провідне місце інтелектуальному розвитку особистості учня. Освітні програми та методи навчання орієнтовані на сприяння розвитку критичного та творчого мислення, аналітичних навичок та здатності до самостійного вирішення математичних проблем. Формування учня як особистості з високим рівнем математичного мислення стає ключовим завданням. Набуття не лише конкретних математичних знань, але й вміння застосовувати їх у різних сферах життя та вирішувати реальні завдання стає пріоритетом.

Ця тенденція відображає вимоги сучасного суспільства, де високий рівень математичної компетентності є важливим фактором для успішної адаптації та

участі в інтелектуальних та наукових процесах. Такий підхід до математичної освіти робить її більш відповідною до потреб учнів та вимог сучасного інформаційного суспільства.

Таким чином, всі поставлені завдання в роботі були виконані в повному обсязі, і мета дослідження досягнута.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аксютина І. В. Методика формування просторової уяви учнів на факультативних заняттях. *Інженерно–будівельний вісник*. 2017. №1(4). С. 49–64
2. Погорєлов А. В. Методика викладання математики. К. : Вища школа, 1989. 367 с.
3. Бевз Г.П., Бевз В. Г. Вивчення елементів стереометрії в основній школі. *Математика*. 2012. № 13.
4. Бевз Г.П., Бевз В. Г., Владіміров В.М., Владімірова Н.Г. Підручник для учнів 10–11 класів з поглибленим вивченням математики в середніх загальноосвітніх закладах. К.: Освіта, 2018. 239 с.
5. Бойко М.П. Про деякі особливості формування поняття фізичної величини в шкільному курсі фізики. *Вісник Чернігівського національного педагогічного університету*. Серія: Педагогічні науки. 2015. Вип. 127. С.9–11.
6. Бреус І. А. Розвиток просторового мислення учнів в умовах отримання додаткової математичної освіти. *Інноваційна наука*. 2016. №12. С. 47–50.
7. Бродський Я. Компетентнісний підхід у навчанні математики. *Математика в школі*. 2018. №10. С. 2–9.
8. Буйницька О. П. Інформаційні технології та технічні засоби навчання. К.: Центр учбової літератури, 2018 . 239 с.
9. Василенко А. В. Моделювання як засіб просторового мислення. *Викладач XXI століття*. 2015. №3. С. 141–144.
10. Василенко А. В. Психолого–педагогічні умови розвитку просторового мислення учнів. *Наука і школа*. 2013. № 12. С. 69–72.
11. Василенко А. В. Рівні розвитку просторового мислення учнів на уроках геометрії. *Наука і школа*. 2018. №.6 С 62–65.

12. Василенко А. В. Розвиток просторового мислення учнів в процесі навчання геометрії: психологічний аспект. *Викладач XXI століття*. 2020. №2. С. 170–174.
13. Вітюк О. В. Розвиток образного мислення учнів при вивченні стереометрії з використанням комп'ютера: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. К., 2001. 20 с.
14. Геометрія 11 кл.: підруч. для загальноосвіт. навч. закл.: академ. рівень, профіл. рівень / А. В. Погорелов, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров. К.: Генеза, 2011. 256 с.
15. Геометрія: 11 кл.: підруч. для загальноосвіт. навч. закл.: академ. рівень, профіл. рівень / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров. К.: Генеза, 2011. 336 с.: іл.
16. Глобін О. Компетентнісний підхід у навчанні та стандарт шкільної математичної освіти. *Математика в школі*. 2021. №11–12. С. 2–6.
17. Головань М. С. Компетенція та компетентність: порівняльний аналіз понять. *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології*. 2018. №8. С. 224–233.
18. Гольдберг Я. Є. З чого починається розв'язання стереометричної задачі: посібник для вчителя. К.: Рад. шк., 1990. 118 с.
19. Грамбовська Л. В. Комп'ютерні динамічні моделі як засіб дидактичного забезпечення процесу навчання геометрії в сучасній школі. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. 2010. №7. С. 14–17.
20. Зверева Г. Ф. Компетентнісний підхід до навчання учнів на уроках математики. *Математика в школах України*. 2010. №9. С. 2–7
21. Істер О. С. Математика: підручник для 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів. К.: Генеза, 2014. 296 с.
22. Істер О. С. Математика. 8 кл.: підручник для закладів загальної середньої освіти. 2-ге вид. Київ: Генеза, 2018. 288 с.
23. Істер О. М. Геометрія: (профіл. рівень): підруч. для 11 кл. закл. заг. серед. освіти. Київ: Генеза, 2019. 288 с.: іл.

24. Ковальчук М. Б. Педагогічні програмні засоби при розв'язуванні стереометричних задач. *Наукові записки Вінницького державного педагогічного університету*. Серія: Педагогіка і психологія. Випуск 10. Вінниця: РВВ ДП «Державна картографічна фабрика», 2014. С. 48–55.
25. Кузьмич В. І. Геометричні властивості метричних просторів. *Український математичний журнал*. 2019. № 3 (71). С. 382–399.
26. Кузьмич В. І. Формування в школярів понять відстані та прямолінійності засобами метричної геометрії. *Педагогічний альманах*. Херсон: КВНЗ «Херсонська академія неперервної освіти», 2019. Випуск 42. С. 43–50.
27. Лебег А. Об измерении величин. М.: Государственное учебно–педагогическое издательство, 1960. 204 с.
28. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Алгебра і початки аналізу : початок вивчення на поглиб. рівні з 9 кл., проф. рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 512 с.
29. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія для загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики : підруч. для 10–11 кл. загальноосвіт. навч. закладів. Х. : Гімназія, 2017. 304 с.
30. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія. Пропедевтика поглибленого вивчення : навч. посіб. для 8 кл. з поглибленим вивченням математики. Харків: Гімназія, 2015. 192 с.
31. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика. 7 клас : підруч. для закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 272 с.
32. Саніна Є. І. Розвиток просторового мислення в процесі навчання стереометрії. *Вісник РУДН, серія Психологія та педагогіка*. 2017. №4. С. 99–102
33. Сверчевська І. А. Усні завдання з теми «Об'єми тіл обертання. Площа сфери». *Математика в школі*. 2015. № 3. С. 5 – 11

- 34.Сверчевська І. А. Усні завдання з теми «Тіла обертання. Площа поверхні». *Математика в школі*. 2013. № 9. С. 11 – 16
- 35.Сверчевська І. А. Усні завдання з теми «Тіла обертання». *Математика в школі*. 2016. № 19. С. 21 – 26
- 36.Слепкань З. І. Методика навчання математики. К. : Зодіак–Еко, 2000. 512 с.
- 37.Третяк М.В. Основні методичні концепції вивчення теорії міри і інтеграла в університетах України. *Вісник Черкаського університету: Педагогічні науки*. 2015. Т. 20, № 353. с. 10–14
- 38.Третякова А. І Прикладна спрямованість математики. Харків: Основа, 2016.
- 39.Kuz'mich V. I. Geometric properties of metric spaces. *Ukrainian Mathematical Journal*. 2019. Vol. 71, No. 3. P. 435–454.
- 40.Kuz'mich V. I., Savchenko A. G. Geometric relations in an arbitrary metric space. *Математичні Студії*. 2019. № 1 (52). С. 86–95.
- 41.Lenart I. The Algebra of Projective Spheres on Plane, Sphere and Hemisphere. *Journal of Applied Mathematics and Physics*. 2020. Vol. 8, No. 10. P. 2286–2333.
- 42.Lénárt I., Rybak A. Comparative Geometry in Primary and Secondary School. The Pedagogy of Mathematics: Is There a Unifying Logic? Johannesburg: Mapungubwe Institute for Strategic Reflection (MISTRA), 2017. 274 с.

ДОДАТКИ

Тема: Основні властивості вимірювання відрізків і кутів (7 клас).

Мета: ознайомити учнів з основними властивостями вимірювання відрізків та кутів; формування вміння обґрунтовувати твердження; розвиток просторового уявлення.

Хід уроку

I Організаційна частина уроку.

II Актуалізація опорних знань:

Фронтальна бесіда:

а) що таке «геометрія»?

б) які ви знаєте основні властивості належності точок і прямої?

в) загадка: Сестру мою вважають також братом. Я можу з сестрою об'єднатись так, що всі побачать який вигляд має наша рідна мати – пряма. Хто я?

III Сприймання і усвідомлення нової теми.

Шановні діти. В попередніх класах, знайомлячись з деякими геометричними фігурами, ви займались вимірюванням відрізків та кутів. Це ви робили за допомогою лінійки та транспортира.

Отже, основною властивістю вимірювання відрізків є:

Кожний відрізок має певну довжину, більшу від нуля. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин частин, на які він розбивається будь – якою його точкою.

А В С D

$AD = 7\text{см}, AB = 2\text{см}, BC = 4\text{см}, CD = 1\text{см};$

$AD = AB + BC + CD.$

Довжину відрізка ще називають відстанню між його кінцями.

А тепер розв'яжіть такі задачі:

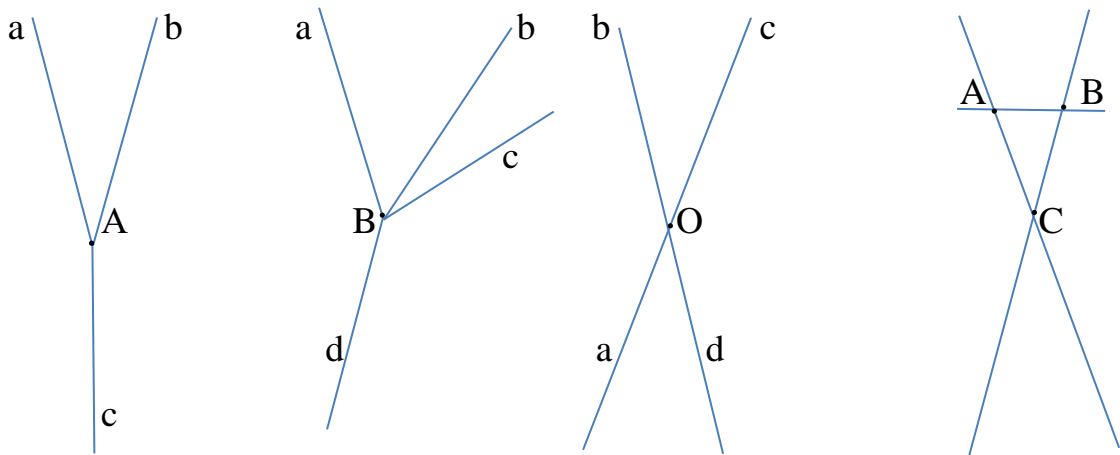
- Чи може сума частин відрізків:
 - дорівнювати нулю; б) бути від'ємною?
- Три точки A, B, C лежать на одній прямій: $AB = X, AC = X - 2, BC = 2$.
Чи може точка B лежати між A і C ?
- Точки A, B, C лежать на одній прямій. Точка A лежить між точками B і C , $AB = X, AC = X + 5, BC = 7$. Знайдіть довжини AB і BC .

Учитель: Ну а тепер давайте перевіримо, чи знаєте ви: (запитання до класу).

- що таке промінь;
- як зрозуміти вираз «Промінь проходить між сторонами кута»?

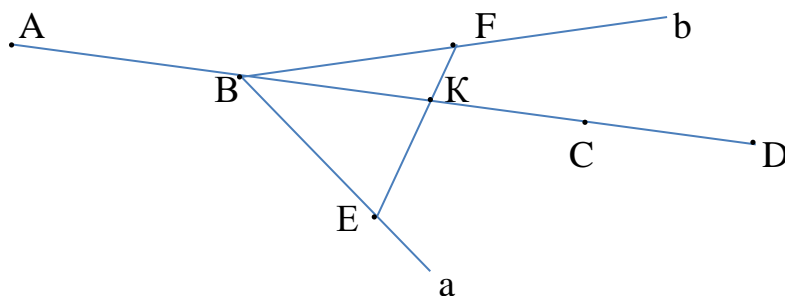
Щоб перевірити правильність ваших відповідей, виконаємо наступні завдання:

- Скільки кутів зображено на кожному малюнку?

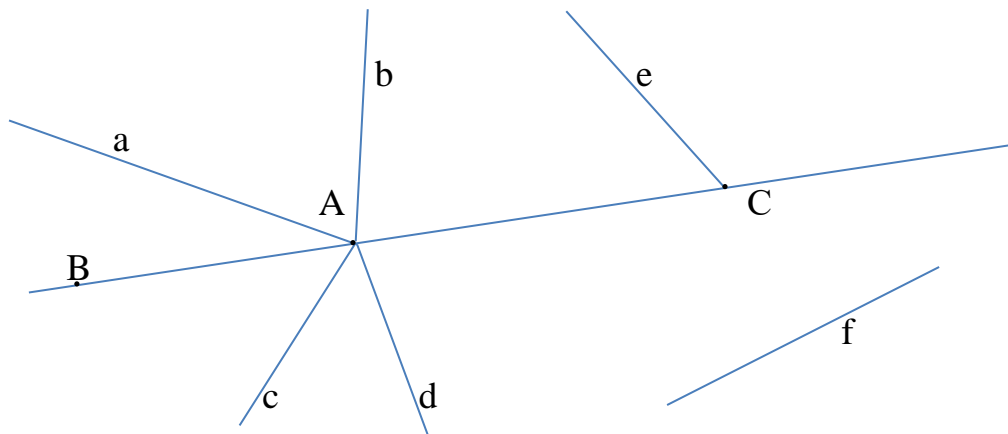


- Який із променів проходить між сторонами кута:

- AC ; б) CD ; в) BC ; г) BD ; д) AD ?



- Які з променів проходять між сторонами розгорнутого кута BAC ?

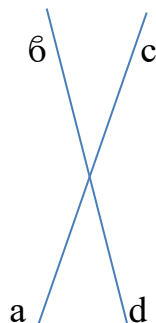


Учитель: Сформулюємо основну властивість вимірювання кутів:

- Кожний кут має певну градусну міру, більшу від нуля. Розгорнутий кут має 180° .
- Градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів, на які він розбивається будь – яким променем, що проходить між його сторонами.

І ось вправи, які ви зможете тепер виконати:

1).

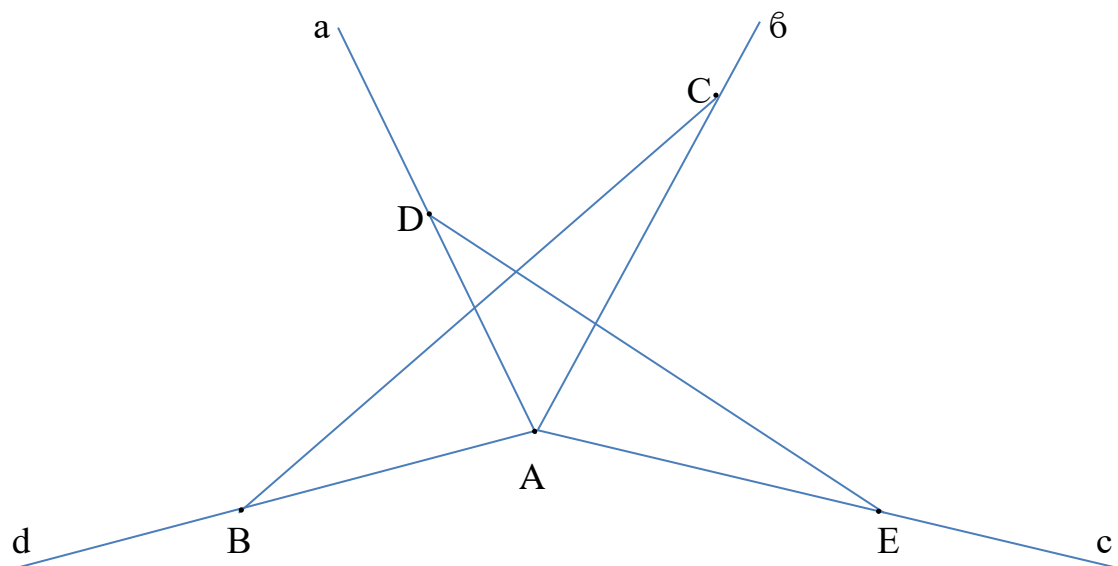


Дано: $\angle(aб) = 130^{\circ}$.

Знайти: $\angle(бс)$, $\angle(ad)$, $\angle(cd)$.

2) Замість * поставте знак $>$ або $<$ для кутів, щоб утворилася правильна нерівність:

а) $\angle(dб) * \angle(aб)$; б) $\angle(бс) * \angle(ac)$.



Задача – діалог:

- Я хотів би проходити між твоїми променями. Що мені для цього потрібно зробити?
- Потрібно щоб твоя початкова точка співпадала з моєю вершиною. Перетни відрізок з кінцями на моїх сторонах.
- А якщо ти розгорнутий?
- Тоді досить виконати тільки першу умову. Головне, щоб ти не співпав ні з якою з моїх сторін.

Діти чи не знаєте ви хто тут з ким говорив?

Задача – жарт:

- Я проходжу між сторонами твоїми, пане. І з кожною із них, твоїх братів я утворив. Знайти я хочу градусну міру їх. А яка твоя?
- Та що ти! Градусною мірою не нагородила мене доля.
- Не треба , не чуди!
- Ти прав. Вибач . Я пожартував, мінус 17 градусів вона.
- Ти знову жартуєш. Правду говори.
- Ну добре. Перевірити тебе хотів. 17 градусів моя міра.
- Інша справа. А що про братів своїх можеш сказати?
- Один з них – X , а другий $X + 20^0$.
- Ну знову твої жарти. Ну досить!
- Так, так вибач. Один – X , а другий на 10 більший. А я 17.
- Тепер ти знайдеш їх?

А ви, шановні діти, зможете розв'язати цю задачу, розгадуючи жартівливу бесіду?

IV Підсумок уроку:

Ну ось, ми з вами розглянули основні властивості вимірювання відрізків і кутів. Зробимо узагальнення (короткий огляд матеріалу з допомогою учнів).

V Домашнє завдання. п.4, п. 7. № 7(1), № 24 (1).

Тема. Поняття площі. Площа прямокутника (8 клас).

Тип уроку. Комбінований.

Мета. Активізувати знання учнів про площу та методи її знаходження. Дати означення площі як величини, що має певні властивості, навчити учнів знаходити площі прямокутників, виробити навички розв'язування задач на знаходження площі, розвивати логічне мислення в учнів, вміння виконувати тестові завдання, формувати мотивацію та стійкий інтерес до навчання.

Хід уроку

1. Організаційний момент. Мотивація навчання.


Вчитель ставить декілька питань учням:

- Де ви зустрічали слово площа, крім математики?
- Що ви розуміли під словом «площа»?
- Чи доводилось вам колись знаходити площу чого–небудь?
- Як ви це робили?

(На інтерактивній дошці вчитель відкриває сторінку, на якій записані декілька

1. З поняттям площі ми зустрічаємось в побуті (площа підлоги кімнати, площа столу, площа спортивного поля, площа кахлі і т.д.), в географії (площа території країни, площа острова, площа, яку займає озеро і т. д.), в сільському господарстві (площа поля, площа пасовища і т.д.)

2. Площа - це поняття, яке дає можливість зрозуміти, яку частину площини займає той чи інший об'єкт.



речень про площу. Потім вчитель повідомляє тему уроку і відкриває сторінку з записом теми та планом уроку).

Тема. Площа. Площа прямокутника.

План уроку

- 1. Знаходження площі фігур.*
- 2. Означення площі.*
- 3. Одиниці вимірювання площі.*
- 4. Формули площі прямокутника, квадрата.*
- 5. Розв'язування задач та тестів.*

2. Актуалізація опорних знань.

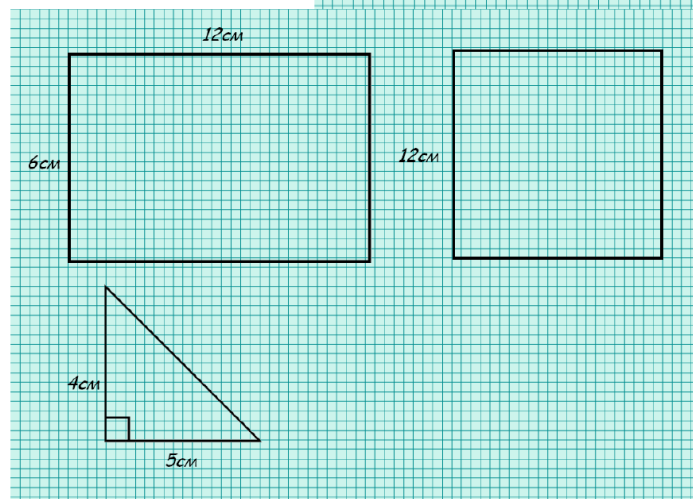
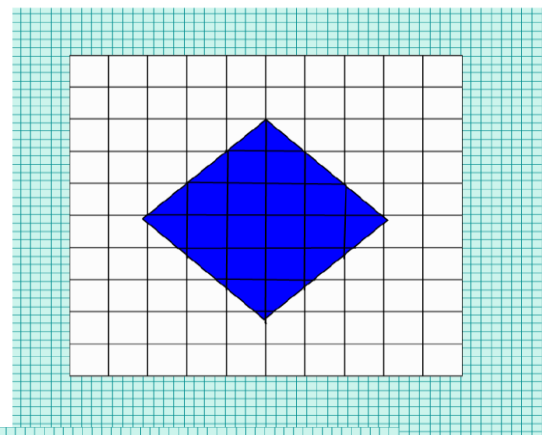
Вчитель ставить учням питання:

- Який спосіб знаходження площі фігур ви використовували в початкових класах?

(На дошці відкривається палетка і фігура, учні пригадують як шукати площу фігур за її допомогою).

- Площі яких фігур ви можете визначити за формулами?

(На дошці вчитель відкриває сторінку з прямокутником, квадратом, прямокутним трикутником, на яких подані довжини відповідних сторін і пропонує учням усно визначити їх площі.)

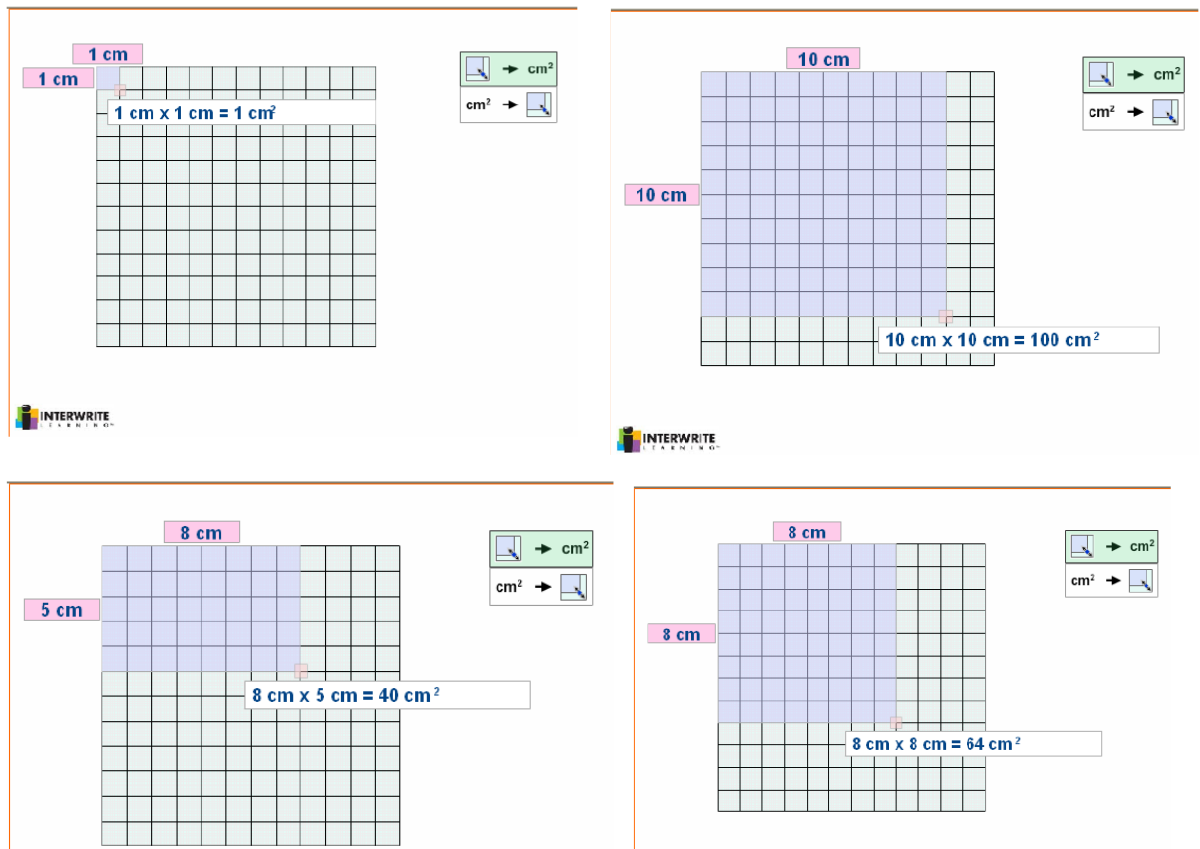


3. Вивчення нового матеріалу.

Вчитель просить учнів пригадати точне означення площі. Учні цього зробити не можуть, тому вчитель пояснює, що до сьогоднішнього уроку поняття площі сприймалося на емпіричному рівні. І пропонує учням скласти означення площі на сьогоднішньому уроці. В ході евристичної бесіди з допомогою вчителя учні формують означення площі.

Наступним питанням плану уроку є одиниці вимірювання площі. За допомогою флеш-ролика з програмного забезпечення інтерактивної дошки активізується поняття про квадратний сантиметр, квадратний метр і т.д. і

встановлюється правило переведення одиниць вимірювання площі, демонструється спосіб знаходження площі прямокутника та квадрата.



4. Робота з підручником (О.С.Істер геометрія 8 клас 2016)

Завдання для учнів: прочитати параграф 23 підручника, записати формули для знаходження площі прямокутника та квадрата. Опрацювати розв'язані задачі в даному параграфі.

5. Вироблення навичок розв'язування задач.

Вчитель відкриває сторінку на інтерактивній дошці, де записані тексти задач. Деякі з них учні розв'язують усно, до деяких виконуються малюнки та записуються розв'язки.

Задача 4. Бісектриса кута прямокутника поділяє сторону на відрізки 12 см і 8 см, починаючи з вершини протилежного кута. Обчислити площу прямокутника.

Задача 1. Знайти площу прямокутника, сторони якого дорівнюють 8 см і 5 см.

Задача 2. Площа квадрата дорівнює 12 кв. см. Чому дорівнює сторона квадрата?

Задача 3. Одна із сторін прямокутника на 3 см більша, ніж інша, а його площа дорівнює 154 кв. см. Знайти сторони прямокутника.

6. Вироблення навичок виконання тестових завдань. Самоперевірка правильності виконання цих завдань.

На наступній сторінці на дошці записані тестові завдання. Учні самостійно їх розв'язують і записують варіанти з правильними відповідями на картки,

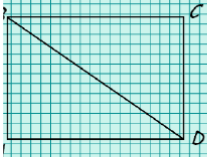
1. Якщо фігура складається з двох частин, площі яких відповідно дорівнюють a і b , то площа фігури дорівнює:
 А. $2(a+b)$ Б. $a+b$ В. $2(a-b)$ Г. Інша відповідь.

2. Сторони прямокутника дорівнюють 8 см і 15 см . Тоді площа прямокутника дорівнює:
 А. 90 кв. см Б. 60 кв. см В. 120 кв. см Г. інша відповідь.

3. Площа квадрата із стороною 10 дм дорівнює:
 А. 20 кв. дм Б. 100 кв. дм В. 100 дм Г. Інша відповідь.

4. Якщо площа квадрата рівновелика площі прямокутника зі сторонами 15 см і 50 см , то сторона квадрата дорівнює:
 А. 40 см Б. 50 см В. 30 см Г. Інша відповідь.

5. $ABCD$ - прямокутник. Якщо $AD=12\text{ см}$, $BD=8\text{ см}$, кут $\angle BDA=30^\circ$, то площа прямокутника дорівнює:
 А. 16 кв. см Б. 48 кв. см В. 32 кв. см Г. інша відповідь.



потім колективно перевіряються ці відповіді, якщо є в учнів питання, то вчитель або хтось із учнів пояснює розв'язок того, чи іншого питання. Картки здаються вчителю для оцінювання.

7. Підсумок уроку.

8. Домашнє завдання. Опрацювати параграф 23 підручника. Розв'язати задачі № 851, 852 (слабша група), № 856, 860 (сильніша група), №875 (додатково).

ТЕМА: ОБ'ЄМ КУЛІ (11 КЛАС)

Мета уроку: Вивести формулу для об'єму кулі. Формувати вміння застосовувати математичні знання під час розв'язання тестових завдань та прикладних задач; розвивати обчислювальні навички, просторову уяву, бажання пізнавати нове, прививати інтерес до математики; виховувати почуття відповідальності, вміння швидко і правильно приймати відповідні рішення, старанність у навчанні.

Обладнання: картки з завданнями для самостійної роботи,

Тип уроку: засвоєння нових знань і вмінь.

Хід уроку**I. Організаційний момент****II. Перевірка домашнього завдання. Актуалізація опорних знань**

1. Знайдіть об'єм конуса, радіус основи якого дорівнює 5 см, а висота – 6 см.
2. Знайдіть об'єм конуса, діаметр основи якого дорівнює 8 см, а висота – 9 см.
3. Радіус основи конуса дорівнює 9 см, кут між твірною і площиною основи конуса дорівнює 45° . Обчислити об'єм конуса.
4. Об'єм конуса дорівнює $18\pi \text{ см}^3$, а його висота – 6см. Знайдіть радіус основи конуса.
5. Знайдіть висоту конуса, об'єм якого дорівнює $111\pi \text{ см}^3$, а радіус основи – 3 см.

Завдання 30

6. Визначте довжину твірної конуса (у см), якщо його об'єм дорівнює $800\pi \text{ см}^3$, а площа основи – $100\pi \text{ см}^2$.

ПЗНО_2020

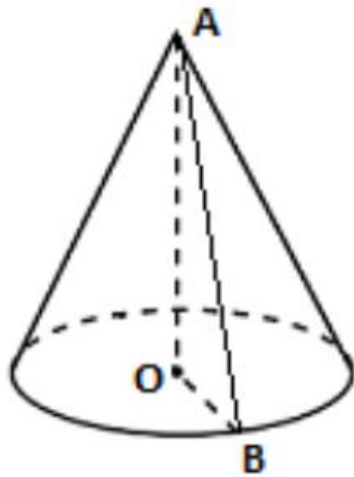
Ключ до тесту

1. $50\pi \text{ см}^3$
2. $48\pi \text{ см}^3$
3. $243\pi \text{ см}^3$

4. 3 см

5. 37 см

6. ПЗНО_2020



Об'єм конуса можна знайти за формулою $V=\pi R^2 H:3$, або $V=S_{\text{осн}}H:3$.

Тоді $800\pi=100\pi \cdot H:3$. Звідси $H=800\pi:100\pi \cdot 3=24$ см.

Так як $S_{\text{осн}}=\pi R^2$, то $100\pi=\pi R^2$, звідки $R=10$ см.

З прямокутного трикутника OAB за теоремою Піфагора:

$$AB^2=AO^2+OB^2=24^2+10^2=576+100=676,$$

звідси $AB=26$ см.

Фронтальне опитування:

- Які тіла обертання ви знаєте ?
- Що таке циліндр?
- Сформулюйте означення конуса.
- Сформулюйте означення зрізаного конуса.
- Що таке куля? Що таке сфера?

Можна дати й інші означення сфери і кулі.

Сферою називається поверхня кулі, яка складається з усіх точок простору, що розташовані на даній відстані (яка називається радіусом) від даної точки (яка називається центром).

Кулею називається тіло, що складається з усіх точок простору, які розташовані від даної точки на відстані, не більшій за дану. Ця точка називається *центром* кулі, а дана відстань — *радіусом* кулі.

III. Повідомлення теми та мети уроку.

IV. Мотивація навчальної діяльності.

Вивчення властивостей кулі було актуальне у різні історичні епохи, важливими вони залишаються і в наш час.

- Діти, ваше завдання було з'ясувати історію походження термінів та понять, пов'язаних з кулею. *Вправа «Уявний мікрофон»*

Початкові відомості про властивості геометричних тіл люди знайшли, спостерігаючи навколишній світ і в результаті практичної діяльності.

До Фалеса в світі геометрії ніхто не займався. У геометричних фігур не було назв. Тому люди почали вигадувати їм свої назви. М'яч (з грецької) має назву сфера. Тому фігура, яка обмежує кругле тіло обертання називається сфера.

Відомо, що перерізом кулі є круг. У своїй праці «Вимірювання круга» Архімед встановив відношення довжини кола до його діаметра. Він визначив число $\pi = 3,14$ з точністю до 0,01. Це число називається архімедовим.

- Діти, а ви знаєте коли день народження числа Пі?
- Я вам допоможу. Поміняйте місцями дробову та цілу частину числа Пі. Крім того, 14 березня відзначають день народження творця теорії відносності Альберта Ейнштейна)
- Де зустрічають кулю в повсякденному житті?

Земля, на якій ми живемо, одна з 9 планет сонячної системи. Як і всі планети, Земля має форму кулі, середній діаметр якої 12750 км. Планета наша дещо приплюснута: її полярний радіус на 21 км менший від екваторіального. Моделлю земної кулі є глобус. У глобуса радіус у мільйони разів менший, тому приплюснутість на глобусі показати неможливо.

Кулі зустрічаються техніці. В цьому можна переконатися, якщо подивитися на форму різних приладів, агрегатів. Найпростіша деталь автомобіля – підшипник. В ньому кульки вставляються однакового розміру. Вони зазнають найменшого тертя під час роботи підшипників.

Усе це свідчить про те, що такі тіла обертання, а саме куля, широко застосовуються в різних галузях діяльності людини.

V. Вивчення нового матеріалу

Т Теорема (про об'єм кулі). Об'єм кулі V , радіус якої дорівнює r , обчислюється за формулою

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

$$V_k = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \underline{\text{ЗАПИС У ЗОШИТІ}}$$

Задача 5. Потрібно переплавити в одну кулю дві чавунні кулі радіусами 5 см і 7 см. Знайти (з точністю до десятих сантиметра) радіус нової кулі.

Розв'язання. 1) Об'єми початкових куль:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 \text{ і } V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 7^3.$$

2) Об'єм отриманої кулі:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 7^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 468.$$

3) З другого боку, за відомою формулою $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, маємо:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 468; r^3 = 468; r = \sqrt[3]{468} \approx 7,8 \text{ см.}$$

Відповідь. $\approx 7,8$ см.

VI. Формування знань. Осмислення нових знань.

Розв'язування задач (колективно), запитання учнів до кожної задачі.

1. Радіус кулі дорівнює 9 см. Знайдіть об'єм кулі. (Відповідь. 972π см³)
2. Об'єм кулі дорівнює 36π см³. Знайдіть радіус кулі. (Відповідь. 3 см)
3. Радіуси трьох куль дорівнюють 3, 4 і 5 см. Знайдіть радіус кулі, об'єм якої дорівнює сумі об'ємів даних куль. (Відповідь. 6 см)

VII. Формування вмінь. Закріплення й осмислення нового матеріалу.

Робота з підручником

10.13. Знайдіть об'єм кулі:

- 1) радіус якої дорівнює 4 см;
- 2) діаметр якої дорівнює 6 дм.

10.39. Площа великого круга кулі дорівнює 16π см². Знайдіть об'єм кулі.

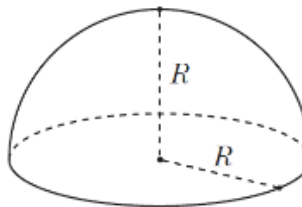
10.41. У кулі на відстані 5 см від центра проведено січну площину так, що в перерізі утворився круг, довжина кола якого дорівнює 24π см. Знайдіть об'єм кулі.

- 10.43. Свинцеву кулю переплавили в кульки, радіус яких в 4 рази менший. Скільки таких кульок отримали?
- 10.45. Зовнішній радіус дюралюмінієвої порожнистої кулі дорівнює 10 см, товщина стінок – 1 см. Знайдіть:
 1) об'єм дюралюмінію, з якого виготовили кулю;
 2) масу кулі (густина дюралюмінію $2,8 \text{ г/см}^3$) з точністю до грамів.
- 10.47. Об'єм кулі дорівнює $\frac{500\pi}{3} \text{ см}^3$. Знайдіть діаметр кулі.
- 10.65. Три кулі, радіуси яких 1 дм, 2 дм і 3 дм, переплавили в одну. Знайдіть її радіус.
- 10.69. У кулі, об'єм якої дорівнює $288\pi \text{ см}^3$, проведено переріз. Відрізок, що сполучає центр кулі з точкою кола даного перерізу, утворює з площиною перерізу кут 45° . Знайдіть площу перерізу.

Задачі із ЗНО

Завдання 6 з 33

Укажіть формулу для обчислення об'єму V півкулі радіуса R (див. рисунок).



А	Б	В	Г	Д
$V = 4\pi R^2$	$V = \frac{2}{3} \pi R^3$	$V = \pi R^3$	$V = 2\pi R^2$	$V = \frac{4}{3} \pi R^3$

ЗНО_2018

Об'єм кулі знаходиться за формулою $V = \frac{4}{3} \pi R^3$. У завданні необхідно знайти об'єм півкулі, тому

$$V = \left(\frac{4}{3} \pi R^3\right) : 2 = \frac{2\pi R^3}{3}$$

Відповідь: Б.

Задачі для самостійного розв'язання (різномірні задачі).

«Ярмарок задач» Виконану задачу презентувати біля дошки.

I команда

1. (В) ЗНО 2011

Об'єм кулі дорівнює $36\pi \text{ см}^3$. Знайдіть її діаметр.

А	Б	В	Г	Д
3 см	24 см	6 см	18 см	12 см

2. Щоб ви вибрали б: з'їсти кавун, радіус якого дорівнює 10 см, у трьох. Чи з'їсти кавун радіус якого 20 см у вісьмох? (Вважаємо, що кавун має форму кулі)?

Відповідь: у вісьмох.

3. (1–г; 2–а; 3–в; 4–б) ЗНО 2013

Установіть відповідність між тілом обертання, заданим умовою (1–4), та формулою (А–Д) для обчислення його об'єму V .

- 1** квадрат зі стороною a обертається навколо прямої, що проходить через сторону цього квадрата (рис. 1)

А $V = \frac{1}{3}\pi a^3$

- 2** прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через катет цього трикутника (рис. 2)

Б $V = \frac{9}{16}\pi a^3$

- 3** прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через вершину гострого кута цього трикутника перпендикулярно до одного з його катетів (рис. 3)

В $V = \frac{2}{3}\pi a^3$

Г $V = \pi a^3$

- 4** круг, радіус якого дорівнює $\frac{3}{4}a$, обертається навколо прямої, що проходить через центр цього круга (рис. 4)

Д $V = 2\pi a^3$

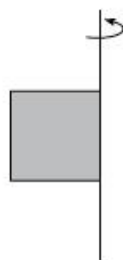


Рис. 1

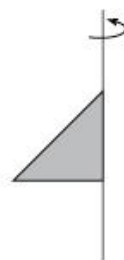


Рис. 2

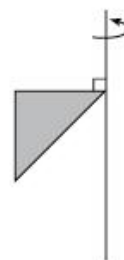


Рис. 3

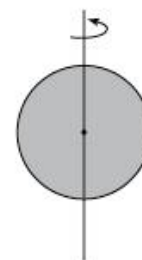


Рис. 4

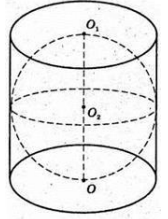
II команда

1. (Г) ЗНО 2010

У скільки разів збільшиться об'єм кулі, якщо її радіус збільшити у 2 рази?

А	Б	В	Г	Д
у 2 рази	у 4 рази	у 6 разів	у 8 разів	у 16 разів

2. Діаметр Місяця складає (приблизно) четверту частину діаметра Землі. Знайдіть відношення об'ємів Землі та Місяця, вважаючи їх за кулі.



Відповідь: 64 : 1.

3. В циліндр вписано кулю радіуса R . Знайти відношення об'ємів кулі та циліндра .

Якщо циліндр, описаний навколо кулі, то цей циліндр рівнобокий.

Нехай R — радіус кулі, тоді радіус циліндра дорівнює R , а висота циліндра $2R$.

$$V_{\text{кулі}} = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad \frac{V_{\text{кулі}}}{V_{\text{циліндра}}} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{2\pi R^3} = \frac{2}{3}.$$

III команда

1. (а) ЗНО 2009

Свинцеву кулю радіуса 5 см переплавили в кульки однакового розміру, радіус кожної з яких – 1 см. Скільки таких кульок одержали? Втратами свинцю під час переплавлення знехуйте.

А	Б	В	Г	Д
125	50	25	10	5

2. (а)

Для запобігання паркуванню транспорту на площі міста встановили 50 суцільних бетонних півкуль, радіус кожної з яких дорівнює 30 см. Який об'єм (у m^3) бетону використано на виготовлення цих півкуль? Укажіть відповідь, найближчу до точної.

А	Б	В	Г	Д
$2,9 m^3$	$5,7 m^3$	$8,6 m^3$	$2,1 m^3$	$17,1 m^3$

Тіла і поверхні обертання

Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням круга навколо свого діаметра, довжина якого дорівнює a см.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{3} \pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{2}{3} \pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{3} \pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{6} \pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{12} \pi a^3 \text{ см}^3$

ЗНО_2007

ТЕМА: Геометрія. Стереометрія. Тіла обертання.

Це завдання перевіряє знання формули об'єму кулі.

При обертанні круга навколо діаметра, довжина якого a , утвориться куля.
За формулою об'єму кулі

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, \text{ де } R - \text{ радіус кулі, знаходимо}$$

$$R = \frac{a}{2}, \quad V = \frac{4}{3} \pi (a/2)^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{a^3}{8} = \frac{\pi a^3}{6} = \frac{1}{6} \pi a^3 \text{ см}^3.$$

Відповідь: Г.

Свинцеву кулю радіуса 5 см переплавили в кульки однакового розміру, радіус кожної з яких – 1 см. Скільки таких кульок одержали? Втратами свинцю під час переплавлення знехуйте.

А	Б	В	Г	Д
125	50	25	10	5

ЗНО_2009

Об'єм кулі радіуса 5 см

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 5^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 125 \text{ см}^3.$$

Об'єм кулі радіуса 1 см

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = \frac{4}{3} \pi \text{ см}^3.$$

Отже, об'єм великої кулі в 125 разів більше об'єму маленької. Можна одержати 125 куль.

Відповідь: А.

Завдання 13 з 36

У скільки разів збільшиться об'єм кулі, якщо її радіус збільшити у 2 рази?

А	Б	В	Г	Д
у 2 рази	у 4 рази	у 6 разів	у 8 разів	у 16 разів

ЗНО_2010_2

Об'єм кулі знаходиться за формулою:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3, \text{ де } R - \text{радіус кулі.}$$

Якщо радіус збільшити у 2 рази, то об'єм збільшиться у $2^3 = 8$ разів.

Завдання 12

Об'єм кулі дорівнює $36\pi \text{ см}^3$. Знайдіть її діаметр.

А	Б	В	Г	Д
3 см	24 см	6 см	18 см	12 см

ЗНО_2011

Правильна відповідь:

А
 Б
 В
 Г
 Д

VIII. Підсумок уроку. Рефлексія.

А, чи знаєте ви, що 4 жовтня 1957 році був запущений перший штучний супутника Землі. Супутник мав форму кулі діаметром 58 см і вагою 83,6 кг.

Пропоную обчислити об'єм першого штучного супутника Землі.

Оцінювання.

І на завершення:

- Що повторили на уроці?
- Що вивчили?
- Що вдалося?
- Що не вдалося?

Вчитель. Мудрець сказав: Дві людини, які обмінялись золотими монетами, не стали багатшими. Але якщо вони обмінялись думками, то кожний

з них стає вдвоє багатшим. Ця істина – проста, але зміст її – глибокий. І ви, я впевнена, обмінюючись сьогодні думками, ідеями, знаннями, стали багатшими інтелектуально, бо вчилися практичному застосуванню отриманих знань до розв'язування задач.

Я бажаю вам щоб знання, які ви отримали на уроці, стали вам в нагоді. В першу чергу бажаю успіхів при складанні ЗНО та ДПА.

ІХ. Домашнє завдання.

Знайти та підготувати повідомлення про цікаві факти з життя та діяльності видатного вченого, педагога Михайла Васильовича Остроградського.

Додатково: скласти задачу прикладного змісту по темі « Об'єм кулі».