

В. М. ЗДЕЩИЦ, А. В. ЗДЕЩИЦ

**ПРАКТИКА
З ШКІЛЬНОГО ФІЗИЧНОГО
ЕКСПЕРИМЕНТУ
В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ**



2023

1

УДК 373.5.016 : 53

З 46

Здещиц В. М., Здещиц А. В.

З 46 Практика з шкільного фізичного експерименту в умовах дистанційного навчання: навч. посібник. Кривий Ріг: Вид. Літерія, 2023. 167 с.

Розв'язується проблема забезпечення учнів сучасним вимірювальним обладнанням в умовах дистанційного навчання. Розглянута методика проведення дистанційних лабораторних робіт з ШФЕ, яка використовує саморобні дослідницькі установки у поєднанні з технологією BYOD.

Посібник призначено для студентів-фізиків педагогічних ВНЗ.

Ключові слова: фізичний експеримент, лабораторні роботи, технології BYOD, дистанційне навчання.

© Здещиц В. М., Здещиц А. В, 2023

ЗМІСТ

Вступ	5
Розділ 1. ВИКОРИСТАННЯ СМАРТФОНІВ ПІД ЧАС ПРОХОДЖЕННЯ ПРАКТИКИ	6
1.1. Використання режиму уповільненого відео смартфона для вимірювання гравітаційного прискорення	7
1. 2. Визначення маси Землі за допомогою математичного маятника та смартфона	10
1.2.1. Визначення періоду коливань математичного маятника за допомогою магнітного датчика смартфона	15
1.2.2. Використання камери смартфона у режимі “slow motion” для визначення періоду коливання математичного маятника	17
1. 2. 3. Використання датчика освітленості для визначення періоду коливання математичного маятника	18
1. 3. Визначення положення датчика магнітного поля у смартфоні та величини магнітного поля Землі	19
1. 4. Дослідження поля лінійного магнітного диполя вздовж осі	24
1.5. Визначення моменту інерції смартфона	29
1. 6. Вимірювання швидкості розповсюдження звуку за допомогою смартфонів	34
1. 7. Використання навушників та вбудованого у смартфон мікрофона для аудіометричного тесту	37
Розділ 2. ВИКОРИСТАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ВУОД ПІД ЧАС ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ	46
2.1. Визначення модуля пружності з деформації розтягу	46
2.2. Порівняння параметрів клеписдри та пісочного годинника	52

2.3. Визначення коефіцієнту поверхневого натягу рідини методом відриву краплі	60
2.4. Визначення коефіцієнту поверхневого натягу рідини методом важеля	64
2.5. Вимірювання величини сили відриву поверхні плоского тіла від рідини методом важеля	68
2.6. Визначення в'язкості, середньої довжини вільного пробігу та ефективного діаметру молекул повітря	79
2.7. Гравітаційні коливання рідини в трубці	86
2.8. Дослідження обертання фізичного маятника у вигляді стрижня з грузиками навколо горизонтальної осі	92
2.9. Визначення величини коефіцієнта відновлення при зіткненні тіл: перевірка гіпотези Ньютона	100
2.10. Дослідження законів руху тіл з тертям ковзання та кочення	107
2.11. Визначення коефіцієнта тертя ковзання гнучкого тіла по нерухомому циліндру	114
2.12. Петльовий маятник	119
2.13. Дослідження явища левітації Slinky	129
2.14. Дослідження впливу опору повітря на рух падаючого тіла	137
2.15. Визначення коефіцієнту опору повітря	143
2.16. Дослідження справедливості закону Кулона	147
2.17. Вимірювання просторового розподілу поля магнітної індукції кільцевого та штабового магніту	152
2.18. Вимірювання магнітної сприйнятливості речовин	158

Вступ

В умовах війни під час дистанційного навчання фізики набувають актуальності технології BYOD (Bring your own devices, дослівно: візьміть із собою власні пристрої) – тобто технології, при яких на заняттях використовується обладнання, яке є «в кармані» сучасного студента або школяра, а саме, власні смартфони, планшети, ручки, олівці, іграшки тощо. Це дає змогу розв’язати декілька важливих освітніх проблем, зокрема – проблему забезпечення навчальних закладів сучасним вимірювальним обладнанням, яке, за рахунок постійного розвитку мобільних застосунків, значно розширює межі навчального процесу.

Технологія BYOD стає максимально ефективною, якщо всі учні забезпечені дослідницькими установками. Особливо це важко забезпечити в умовах дистанційного навчання. Для розв’язання цієї проблеми вчителю необхідно вміти розробляти лабораторні установки, які кожен школяр може самотужки виготовити та провести на них наукові дослідження. Як приклад реалізації цього принципу в даному посібнику розглядаються фізичні установки і методика проведення лабораторних робіт з різних розділів фізики з використанням технології BYOD. Основою для розробки лабораторних робіт для ШФЕ є книга: Здещиц В.М., Здещиц А.В. *Використання технології BYOD в освітньому процесі в умовах дистанційного навчання студентів-фізиків*: навч. посіб. Кривий Ріг, Літерія, 2022. 184 с. <http://elibrary.kdpu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/6482>; <https://doi.org/10.31812/123456789/6482>.

Розділ 1

ВИКОРИСТАННЯ СМАРТФОНІВ ПІД ЧАС ПРОХОДЖЕННЯ ПРАКТИКИ

Смартфони все частіше використовуються у навчальних закладах під час вивчення механіки, акустики, термодинаміки, оптики тощо, оскільки вони надають унікальний спосіб проведення простого наукового експерименту.

Сенсори смартфонів дозволяють вимірювати прискорення, тиск, освітленість, магнітні поля, нахил поверхні, величину шуму, його спектр.

Смартфон можна використовувати як джерело світла, звука.

Крім цього, у смартфонів є опція *slow motion*, яка дозволяє реєструвати фізичні процеси у сповільненому темпі. Наприклад, у смартфона Huawei P20 Pro є можливість реєструвати фізичні процеси зі швидкістю 960 кадрів в секунду.

Мета цього розділу – показати, що смартфон є потужним інструментом, який збільшує можливості навчання, а саме: робить лабораторну практику не надто складною; надає можливість проводити досліди як в лабораторії, так й дистанційно. Крім цього, буде показано, що дослідження можна виконати науково точно, з апроксимацією даних експеримента, з використанням методу найменших квадратів, визначення за його допомогою похибки вимірювань.

1.1. Використання режиму уповільненого відео смартфона для вимірювання гравітаційного прискорення

Простим, але фундаментальним дослідом під час вивчення кінематики є вимірювання рівноприскореного руху падаючого тіла. Це можна зробити використовуючи камеру смартфона в режимі уповільненого відео.

Завдання 1: визначити положення невеликої кульки, що падає з висоти приблизно 1 м, як функцію часу. Використовуючи отримані дані, перевірити, 1) чи збільшується швидкість тіла лінійно в часі, і 2) обчислити прискорення сили тяжіння g .

Хід роботи

Вільне падіння тіла реєструємо камерою смартфона у режимі сповільненої відеозйомки. Стандартне відео складається з послідовності зображень, отриманих зі швидкістю 30 кадрів в секунду. Функція сповільненої зйомки, яка зараз доступна в ряді смартфонів, дозволяє знімати відео зі швидкістю від 120 до 960 кадрів в секунду. Наприклад, час сканування зображень становить приблизно кожні 4,2 мс для відео, яке знімають зі швидкістю 240 кадрів в секунду. Це відповідає необхідної точності для вимірювання прискорення вільного падіння g .

Експеримент складається з розмітки аркушів паперу рівними мітками (10 см — розумна відстань) та кріплення їх на стіні за допомогою скотча або встановлення вертикально метрової лінійки біля стіни (рис. 1. 1).

Для реєстрації часу падіння біля аркушу встановлюємо смартфон з секундоміром мілісекундної точності (залучаємо ще один смартфон). Перед тим на нього встановлюємо застосунок “Секундомір” (рис. 1. 2).

Відеокамеру свого смартфона вмикаємо в режимі сповільненої зйомки на фоні лінійки та секундоміра. Підвішуємо тіло перед позначеною стіною і відпускаємо його, як показано на рис. 1.1.



Рис. 1. 1. Кадри уповільненого відео вільно падаючої металеві кулі



Рис. 1. 2. Дисплей застосунку “Секундомір”

З відео отримуємо координати положення тіла та відповідний цьому положенню час. Дані заносимо у таблицю Excel.

Після цього отримуємо значення швидкості як функції часу, обчислені за формулою $v = s / t$. На рис. 1.3 наведено експериментальні точки та лінія тренду, рівняння якої дозволяє отримати значення g .

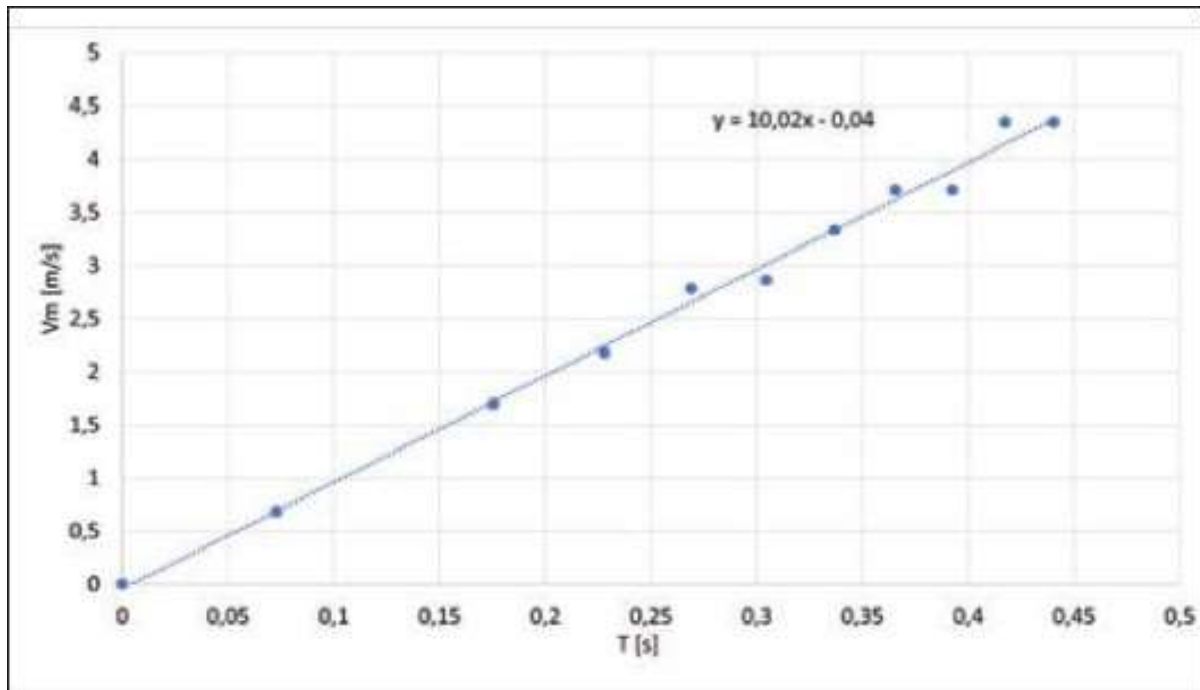


Рис. 1.3. Графік швидкості тіла, обчисленої з положення та часу, отриманих під час падіння. Нахил інтерполяційної лінії дає значення прискорення g

Значення g можна також отримати безпосередньо з часу падіння та вихідної висоти падіння тіла за формулою: $g = 2h / t^2$. Обчислюємо величину g двома способами і критично порівнюємо ці два значення.

Зверніть увагу на помилки через паралакс, який є ефектом, при якому положення тіла виглядає відмінним від реального, оскільки воно розглядається під кутом від нормалі до площини падіння. Вплив цього ефекту зменшується, якщо висхідну висоту падіння тіла зменшувати.

1. 2. Визначення маси Землі за допомогою математичного маятника та смартфона

Математичний маятник – це осцилятор, який є механічною системою, яка складається з математичної точки на кінці невагомої нерозтяжної нитки або легкого стрижня, що знаходиться в однорідному полі сил тяжіння. Інший кінець нитки нерухомий.

Період коливання математичного маятника при невеликих кутах відхилення від положення рівноваги дорівнює:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1)$$

З цього рівняння можна знайти величину прискорення вільного падіння:

$$g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot l. \quad (2)$$

З іншого боку прискорення вільного падіння можна знайти з всесвітнього закону тяжіння та другого закону Ньютона:

$$ma = G \frac{mM}{(R+h)^2}, \quad (3)$$

де m – маса тіла, що падає в гравітаційному полі Землі, M – маса Землі, R – радіус Землі, h – висота падіння, G – гравітаційна постійна.

Якщо h прямує до нуля, тоді з рівняння (3) отримуємо, що прискорення вільного падіння:

$$a = G \frac{M}{R^2}. \quad (4)$$

Це і є прискорення, яке стоїть в рівнянні (2). З рівнянь (2) та (4) отримуємо формулу для визначення маси Землі:

$$M = \left(\frac{2\pi R}{T} \right)^2 \cdot \frac{l}{G}. \quad (5)$$

Отже, для визначення маси Землі (не виходячи з дому) потрібно виміряти період коливань, довжину маятника l (відстань від точки підвісу до центра кульки) та знати, що радіус Землі $R_{\oplus} = 6371$ км, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2}$.

Отже, робоча формула для визначення маси Землі така:

$$M = 24,24 \cdot 10^{24} \cdot \frac{l}{T^2}, \text{ кг}. \quad (6)$$

Табличне значення маси Землі:

$$M_{\oplus} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}. \quad (7)$$

Завдання 2: використовуючі сенсори смартфона та застосунки визначити 1) період коливання математичного маятника, 2) за допомогою формули (6) – масу Землі.

Для визначення періоду коливання математичного маятника будемо використовувати застосунки *Physics Toolbox Sensor Suite* та *Phyphox*, які містять у собі можливість вимірювання параметрів фізичних полів за допомогою датчиків смартфона: гіроскопу, магнітометру, датчика освітленості, барометру, акселерометру, надають можливість фіксувати результати, подавати їх у графічному вигляді, а також зберігати та поширювати результати експериментів (рис. 1. 4 – 1. 5).

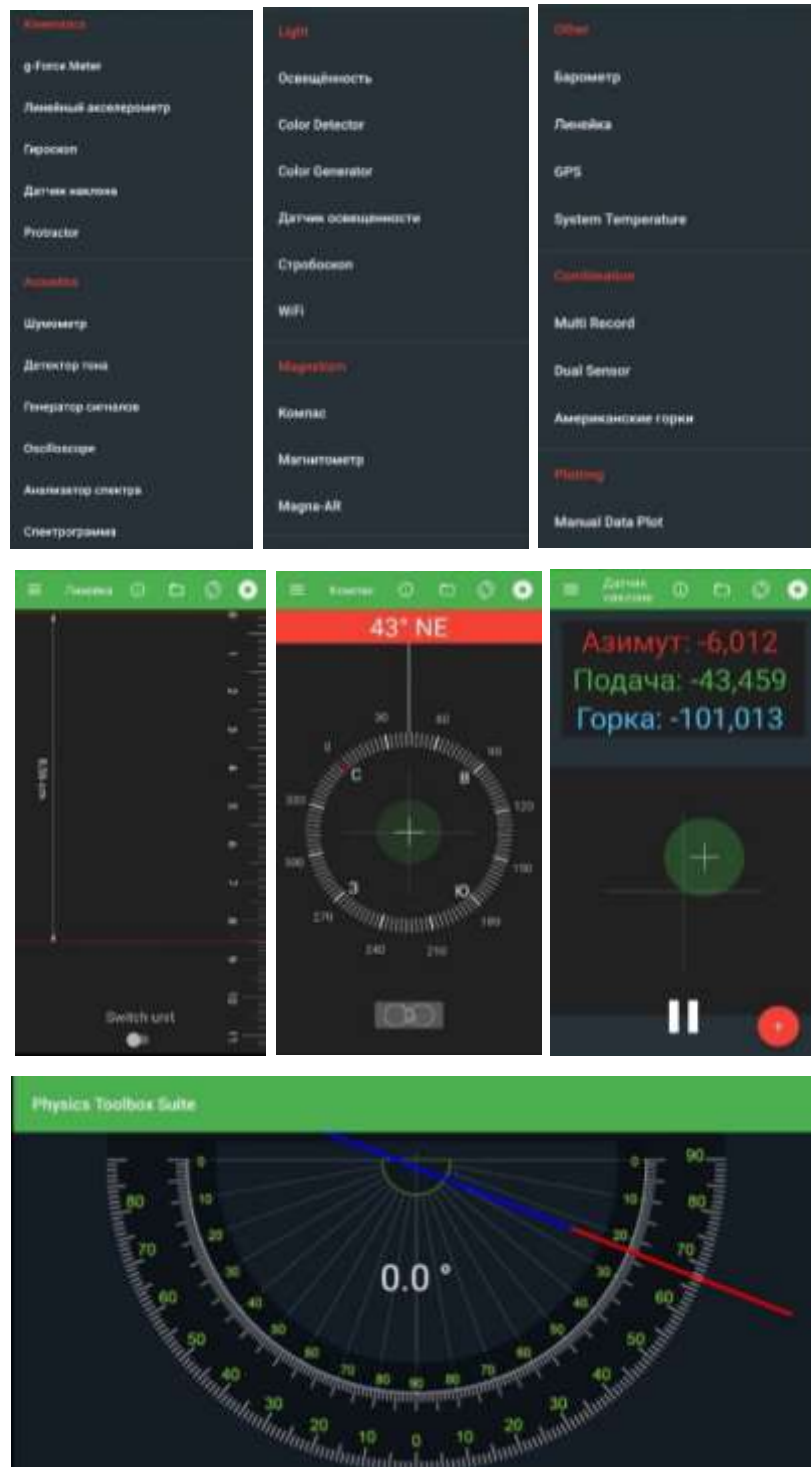


Рис. 1.4. Вимірювальні інструменти застосунку *Physics Toolbox Sensor Suite*: лінійка, компас, датчик нахилу, транспортир

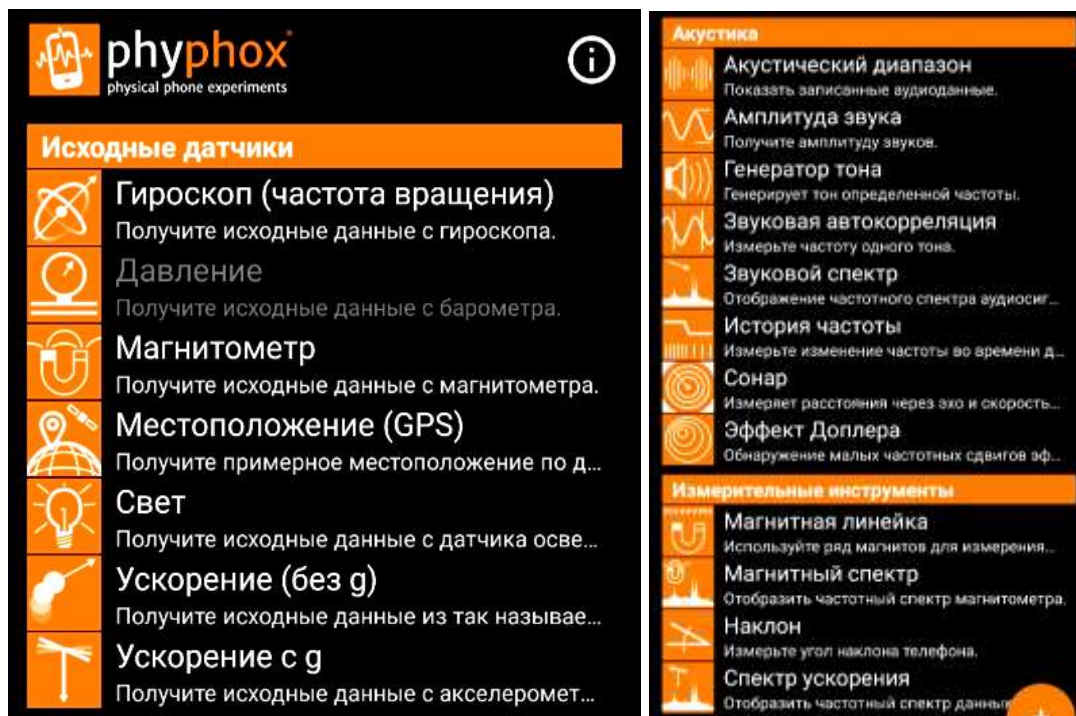


Рис. 1. 5. Вимірювальні інструменти додатку *Phyphox*

Так, датчик-магнітометр вимірює силу магнітного поля уздовж осей X, Y і Z, а також магнітні властивості матеріалів. Використовувати такі датчики можна при дослідженнях магнітного поля та коливаннях його напруженості.

Датчик освітленості можна використати для дослідження рівня освітленості об'єкта.

Узагальнюючи вищезазначене, приходимо до висновку, що мобільний пристрій може стати повсякденним інструментом для навчання, оскільки допомагає у проведенні навчального дослідження як в школі, так і за межами класу.

1.2.1. Визначення періоду коливань математичного маятника за допомогою магнітного датчика смартфона



Залізна кулька маятника завжди намагнічується під впливом магнітного поля Землі. Втім і інше обладнання намагнічується: теплові батареї, ножки стільців, столів і т. і. Намагніченість кульки в цій лабораторній роботі використовується для вимірювання періоду коливань математичного маятника.

Залізна кулька на мотузці кріпиться до стільниці стола біндером-затискачем (рис. 1.6). Як сенсор використовується магнітний датчик смартфона, який розміщують біля центру кульки на відстані трошки більшої амплитудної.

Вимірювання зміни магнітного поля біля датчика під час коливання кульки відбувається за допомогою застосунку “Магнітометр” Phyphox та Physics Toolbox Sensor Suite від Viera Software. Вигляд дисплеїв під час проведення дослідів наведено на рис. 1.7 та рис. 1.8 відповідно.

Осцилограми коливань, можна передати на комп'ютер у вигляді таблиць Excel.

Рис. 1. 6. Вигляд кріплення маятника з залізною кулькою

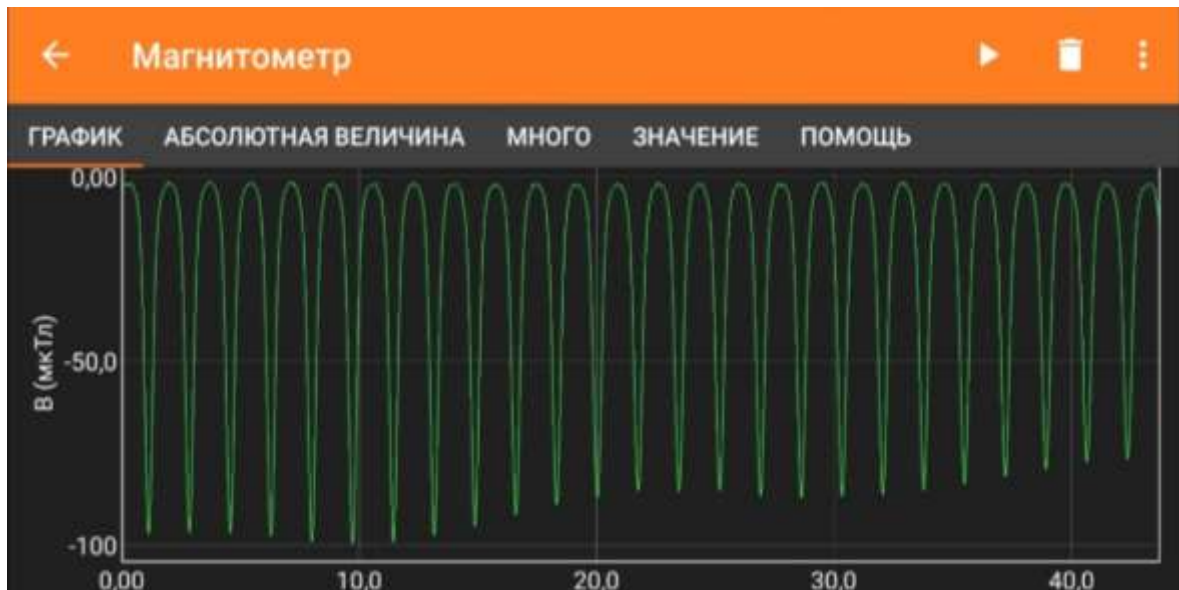


Рис. 1. 7. Вигляд дисплея під час коливання математичного маятника.
Застосунок “Магнітометр” Phyphox

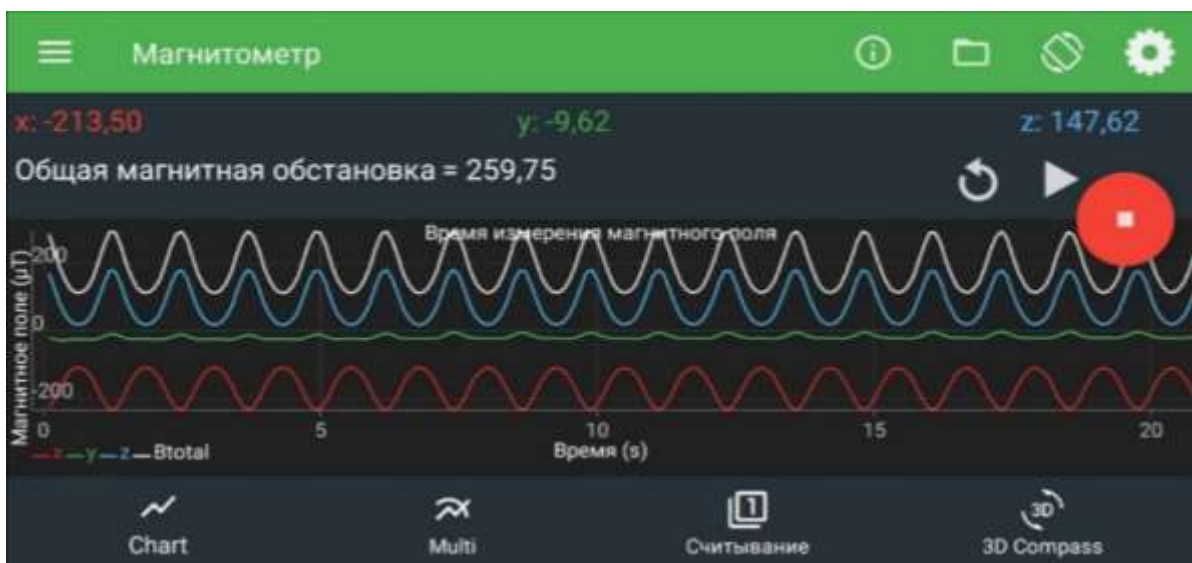


Рис. 1. 8. Вигляд дисплея під час коливання математичного маятника.
Застосунок “Магнітометр” Physics Toolbox Sensor Suite

Період коливань визначаємо за осцилограмами як відношення тривалості часу t між N коливаннями до їх кількості:

$$T = \frac{t}{N}$$

1.2.2. Використання камери смартфона у режимі “slow motion” для визначення періоду коливання математичного маятника

Ще одним методом визначення періоду коливання математичного маятника є відеореєстрація руху кулі у режимі “slow motion” з одночасної реєстрацією часу. Slow motion це функція основної камери сучасних смартфонів, яка дозволяє знімати відео з великою частотою кадрів. Взагалі у кінематографі є стандарт – 24 кадра в секунду. Slow motion дозволяє записувати подію з частотою 60-240 а то й 960 кадрів в секунду. Такий відеоролик запущений з звичайною для мобільних телефонів частотой 30 кадрів у секунду дозволяє показувати відео уповільненим у 2-32 рази. Тобто процеси, які раніше були не видимими для ока людини, зараз стають відкритими для вимірювання. І це зручніше робити, якщо є часова фіксація події. У якості такого годинника використовуємо мобільний додаток “Секундомір” з точністю вимірювання часу 1 мілісекунда (рис. 1 9).



Рис. 1. 9. Моменти часової реєстрації досягнення амплітуди коливання (вигляд зверху)

Алгоритм визначення періода коливань полягає в вимірюванні часового інтервалу, на протязі якого математичний маятник робить, наприклад, $N = 10$ коливань. Період коливання визначається за формулою:

$$T = \frac{\Delta t}{N}.$$

Визначаємо також середній за 10-ма дослідями період коливань математичного маятника.

1. 2. 3. Використання датчика освітленості для визначення періоду коливання математичного маятника

У застосунку Physics Toolbox обираємо опцію “Освещенность”. Датчик наближення смартфона розміщуємо біля центру кульки на відстані трошки більшої амплитудної.

Осцилограму коливань залізної кульки зареєстровану смартфоном, пересилаємо на комп’ютер.

Визначаємо середній за 10-ма дослідями період коливань математичного маятника для цього методу.

Визначаємо середній період коливань математичного маятника за всіма методами реєстрації за допомогою різних датчиків смартфона.

За формулою (6) отримуємо масу Землі.

1. 3. Визначення положення датчика магнітного поля у смартфоні та величини магнітного поля Землі

Мета. Визначити місцезнаходження датчика магнітного поля у смартфоні та величину магнітного поля Землі.

Прилади й матеріали. Невеликий магніт, смартфон з застосунком Magnetometer, Phyphox або Physics Toolbox Sensor Suite, лінійка, папір з сіткою 5 мм.

Завдання 1. Визначення положення датчика магнітного поля у смартфоні

Розміщення деяких датчиків смартфона на електричній платі наведено на рис. 1. 10 Визначимо місцезнаходження датчика магнітного поля у смартфоні.

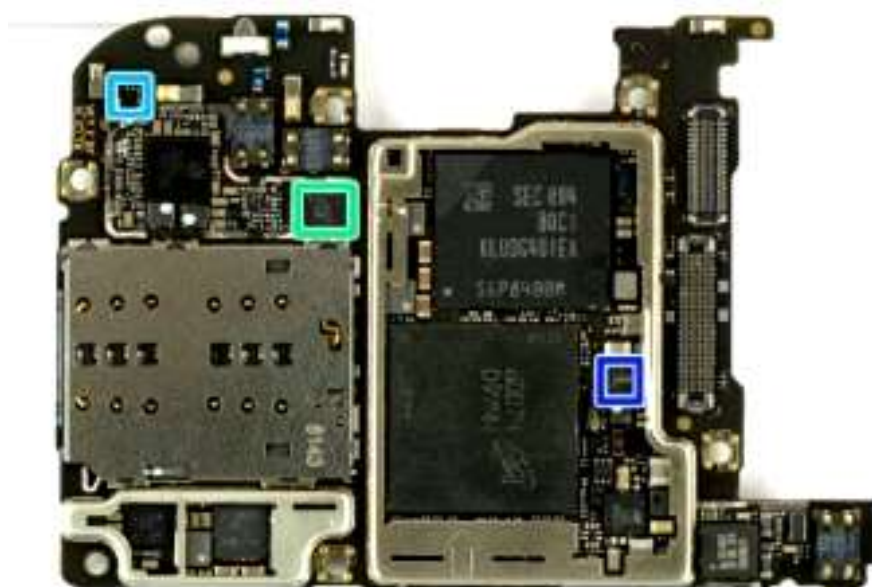


Рис. 1. 10. Розміщення датчиків у смартфоні Huawei p 20 Pro. Зеленим коліром помічено акселерометр / гіроскоп LSM 6DSM, блакитним – магнітний датчик AK 09918 C

Для вимірювання трьох просторових компонент магнітного поля на смартфоні потрібно встановити застосунок. Ми рекомендуємо застосунок Magnetometer для iOS та Physics Toolbox Sensor Suite від Vieyra Software або Phyphox для смартфонів з операційною системою Android. На рис. 1.11 наведено орієнтацію просторових осей X, Y, Z на смартфоні.



Рис. 1.11. Орієнтація просторових осей на смартфоні

Після включення опції “Магнітометр” положення осей X, Y, які проходять скрізь магнітний датчик, можна визначити за допомогою технології, яка полягає 1) у наближенні невеликого магніту до смартфона, який лежить на столі, на відстань близько 3 см та 2) переміщення магніту вздовж корпусу смартфона на цій відстані поки на дисплеї не отримаємо максимальне значення магнітної індукції B . Переміщаючи магніт вздовж довгого боку смартфона ми визначаємо розташування осі X (рис. 1.12), вздовж короткої – вісь Y (рис. 1.13). На перетині осей знаходиться магнітний датчик. Позначте цю точку маркером. Далі смартфон розміщуємо на аркуші паперу, де намальовані осі x та y , і поєднуємо перетин цих осей з маркірованою точкою, а вісі на папері з вісями смартфона.

Запишіть марку та модель вашого смартфона та зробіть ескіз розташування датчика.

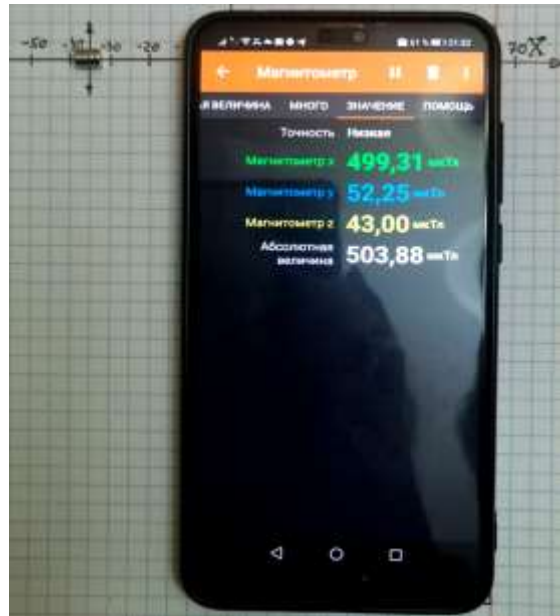


Рис. 1. 12. Магніт, вирівняний з напрямком EW, переміщується в напрямку NS



Рис. 1. 13. Магніт, вирівняний з напрямком EW переміщується в напрямку EW

Завдання 2. Визначення величини магнітного поля Землі

Увага! Всі вимірювання дуже чутливі до наявності поблизу металу. Тому важливо переконатися, що в робочому середовищі немає інших джерел магнітних перешкод (залізо, сталь, наприклад, у столі; електричні кабелі тощо). Бажано перевести смартфон в режим польоту.

Оскільки смартфони містять немагнітні носії інформації, маленькі магніти в принципі не можуть пошкодити пристрій. Дуже сильні магнітні поля можуть пошкодити механічні частини смартфона (наприклад, гучномовці). Може статися, що датчик магнітного поля смартфона перекалібрується, якщо вимірює надзвичайно сильне поле. Якщо вимірювання здається безглуздом, перекалібруйте пристрій, похитуючи його вперед-назад у формі вісімки.

1) Переведіть свій смартфон у режим польоту та запустіть програму магнітометра. Помістіть смартфон на плоску немагнітну поверхню (наприклад, дерев'яний стіл або підлогу). Перевірте, чи ви не магнітні. Чи змінюються покази дисплея під час вашого руху? Чи впливають ваші окуляри, кулькова ручка, пряжка ремня тощо на вимірювання?



2) Положить смартфон на аркуш паперу з зошиту так, як наведено на рис. 1. 14.

Рис 1. 14. Орієнтація смартфона та координатної сітки за допомогою компаса

Повернувши смартфон на поверхні столу разом з аркушем вирівняйте його у напрямку Y на північ. Значення X -компоненти магнітометра тоді дорівнює нулю. Увімкніть опцію “Компас” (застосунок Physics Toolbox) та порівняйте напрям осі Y з компасом.

3). Увімкніть програму магнітометра. Запишіть значення магнітної індукції B_x , B_y , B_z відображені на дисплеї (рис. 1. 15).

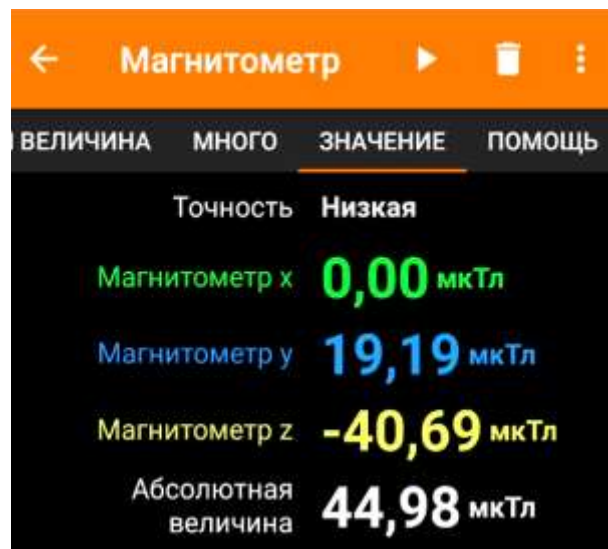


Рис. 1.15. Phyphox показує X , Y , Z - компоненти та сумарну величину індукції поля B

Обчисліть кут нахилу вектора B -поля за компонентами B_y та B_z , наприклад для даних відображених на рис. 1. 15:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_z}{B_y} = \frac{40,69}{19,19} = 2,12.$$

Отже, кут нахилу дорівнює:

$$\alpha = 64,75^\circ.$$

1. 4. Дослідження поля лінійного магнітного диполя вздовж осі

Ця лабораторна робота виконується під час вивчення теми “Магнітне поле постійного магніта”. З огляду на це, розглядається магнітне поле, створене лінійним магнітним диполем (рис. 1. 16) та досліджується функціональна залежність величини магнітної індукції від відстані r^n , де n - показник відстані.

Мета досліджень полягає в тому, щоб учні виявили для себе, що показник степеня n для диполя дуже близький до $- 2$.

Для досліджень використовується магнітний датчик смартфона на основі ефекту Холла, який дозволяє визначити три компоненти магнітного поля.

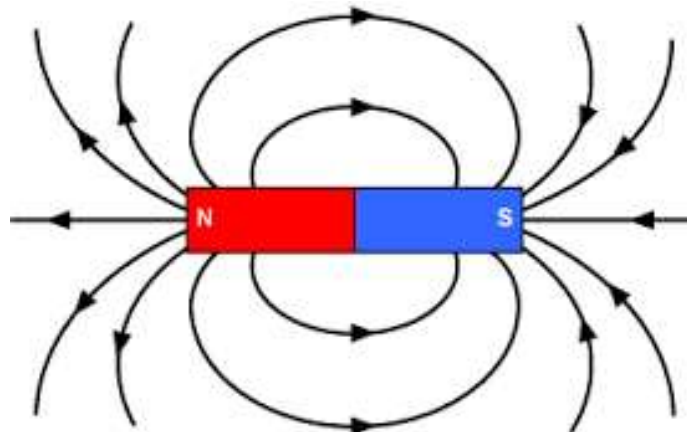


Рис. 1. 16. Силлові лінії магнітного поля

Хід роботи

Для визначення залежності величини індукції магнітного поля B від відстані r циліндровий (рис. 1. 17) або стрічковий магніт (рис. 1. 18) розміщуємо на різних відстанях від датчика смартфона. Вісь магніту повинна співпадати з віссю X .

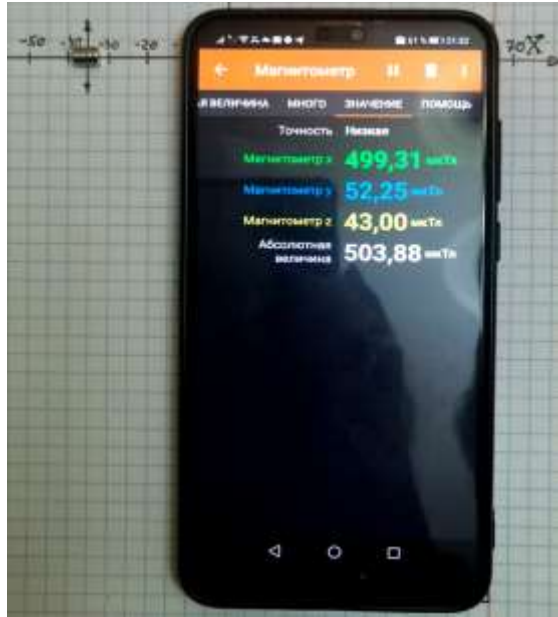


Рис. 1. 17. Постановка дослідів з циліндровим магнітом

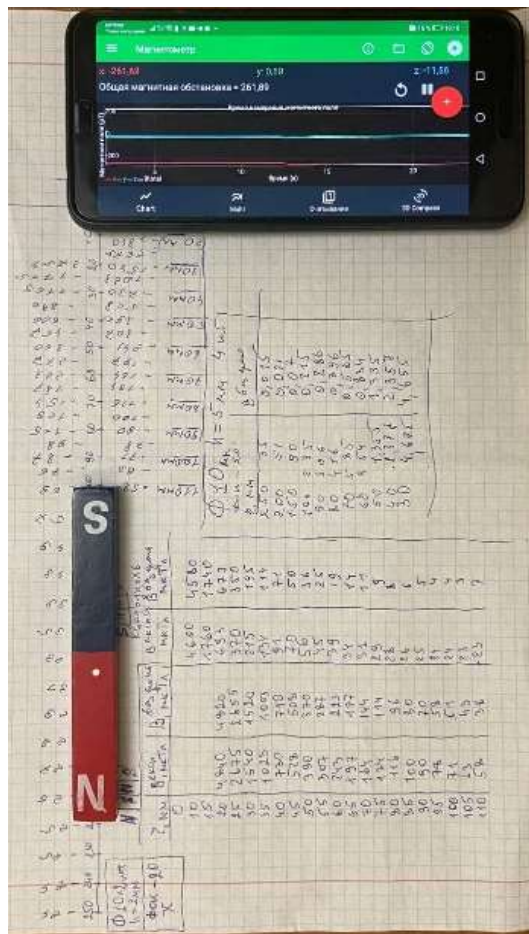


Рис. 1. 18. Розміщення стрічкового магніту під час вимірювання величини магнітної індукції

Результати вимірювання величини індукції магнітного поля \vec{B} від відстані r до стрічкового магніту вздовж його осі наведено на рис. 1. 19, циліндрового – на рис. 1. 20 – 1. 22.

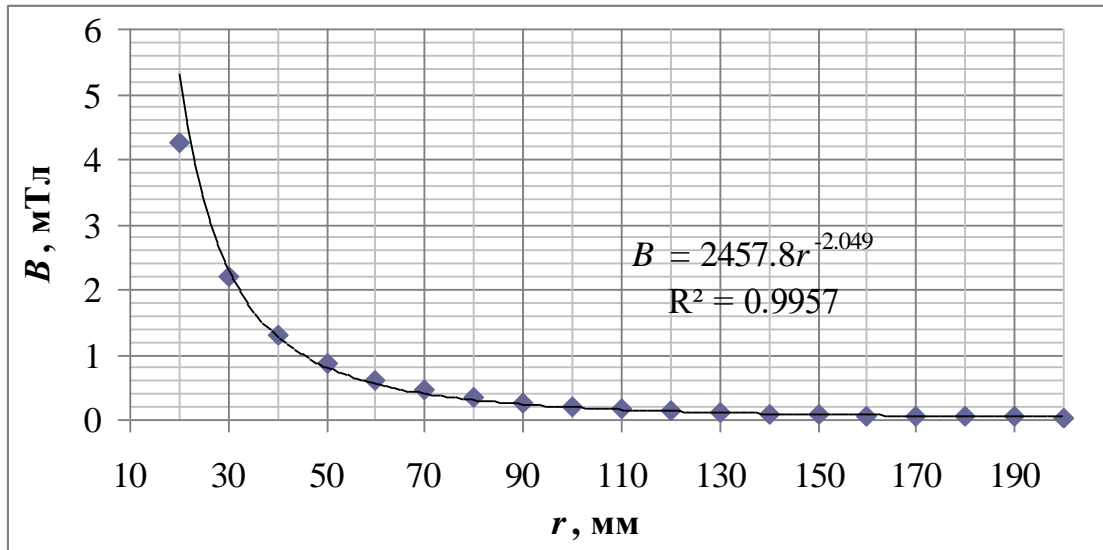


Рис. 1. 19. Залежність індукції магнітного поля від відстані до стрічкового магніту

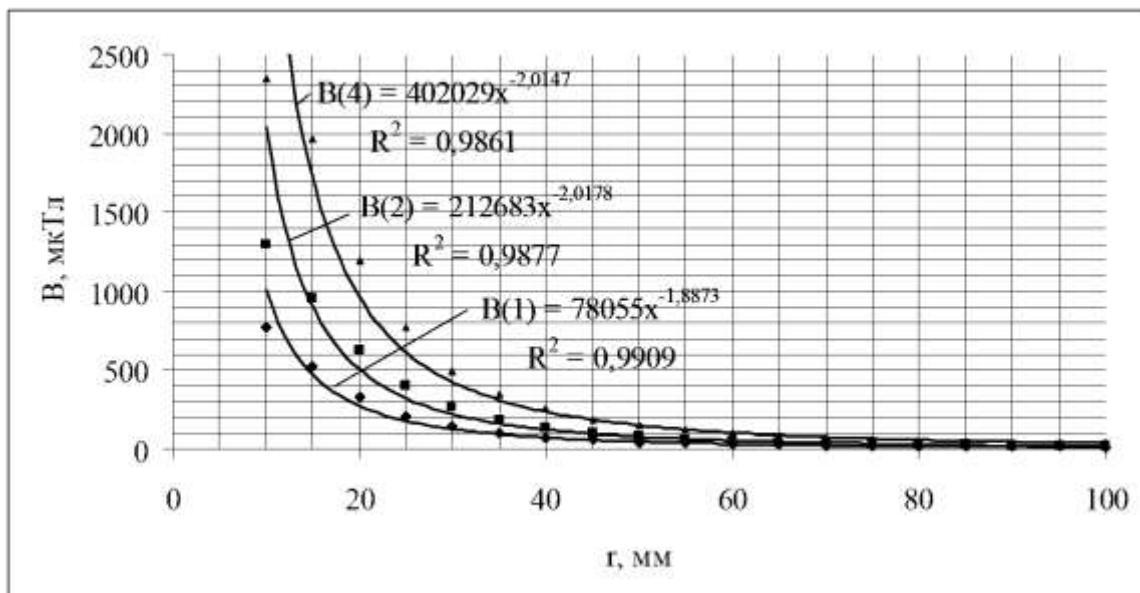


Рис. 1. 20. Залежність індукції магнітного поля від відстані до циліндрового магніту, складеного з 1, 2, 4 однакових магнітів $\varnothing 5$ мм

Як видно з рівняння рис. 1. 19 залежність індукції магнітного поля від відстані до стрічкового магніту – обернено квадратична.

Як видно з рівняння рис. 1. 20 залежність індукції магнітного поля від відстані до циліндрового магніту також обернено квадратична, незалежно від кількості магнітів в зборці.

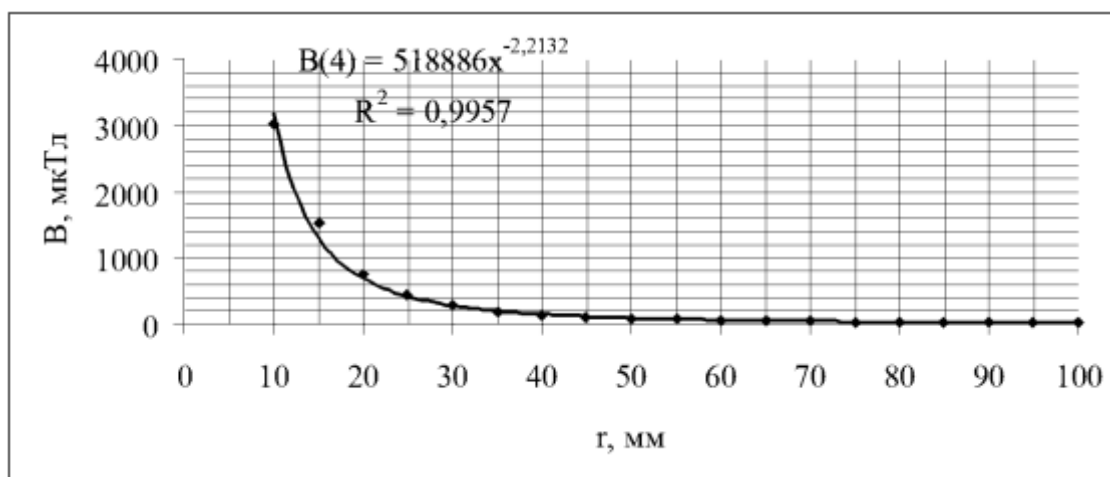


Рис. 1. 21. Залежність індукції магнітного поля від відстані до циліндрового магніту, складеного з 4-ох однакових магнітів $\varnothing 2$ мм, $L = 4 \times 2 = 8$ мм

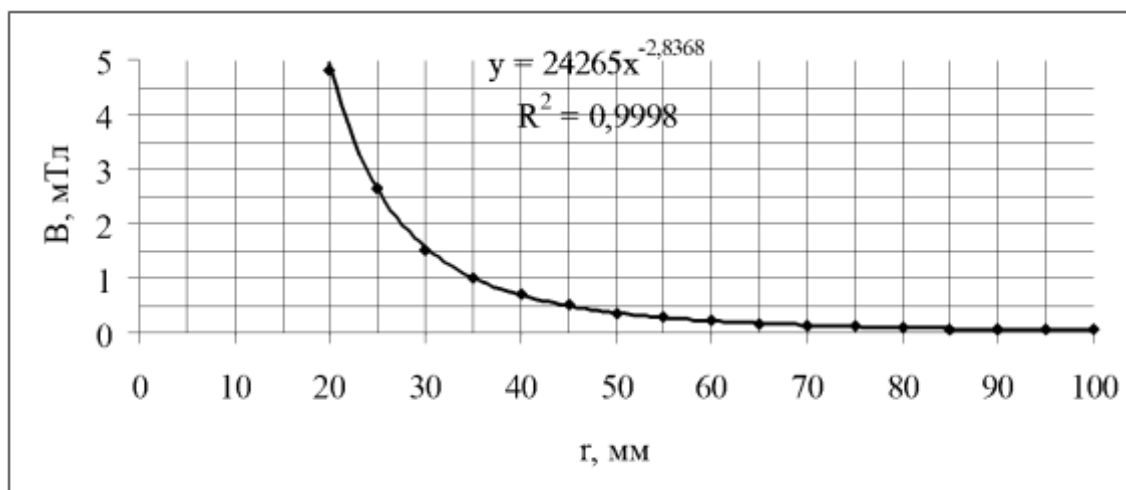


Рис. 1. 22. Залежність індукції магнітного поля від відстані до циліндрового магніту, складеного з 2-ох однакових магнітів $\varnothing 10$ мм, $L = 2 \times 2 = 4$ мм

Як видно з рівняння рис. 1. 21 залежність індукції магнітного поля від відстані до циліндрового магніту – майже обернено квадратична.

Як видно з рівняння рис. 1. 22- 1.23 залежність індукції магнітного поля від відстані до циліндрового магніту – визначається вже як $r^{-2,8}$.

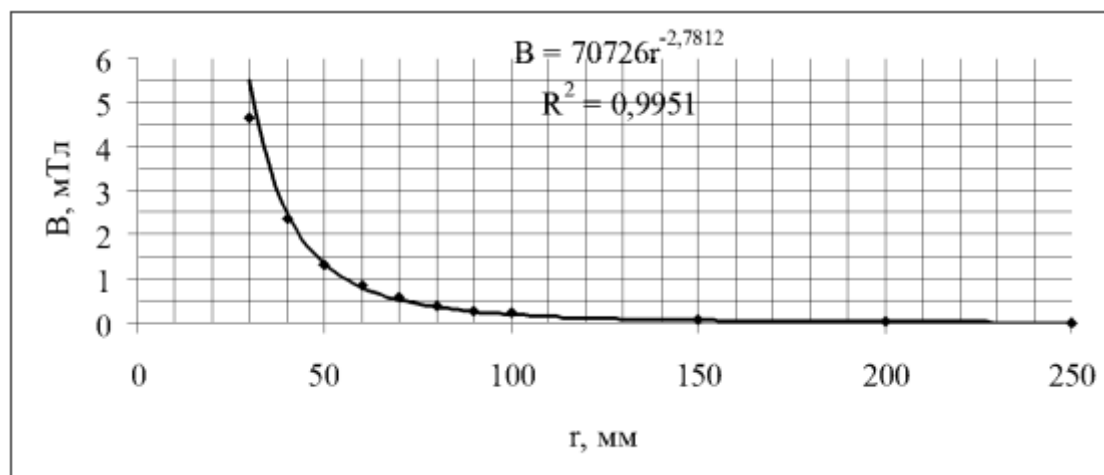


Рис. 1. 23. Залежність індукції магнітного поля від відстані до циліндрового магніту, складеного з 4-ох однакових магнітів $\varnothing 10$ мм, $L = 4 \times 5 = 20$ мм

Провідний контур, по якому протікає струм, також створює магнітне поле, подібне до поля стержневого магніту; а отже, подібно до цього, він має магнітний дипольний момент. У точці Р на відстані вздовж центральної осі диполя поле спрямоване паралельно осі і має індукцію поля:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi r^3}$$

де μ_0 – постійна магнітного поля, \vec{m} – магнітний момент.

Ця формула застосовується лише в тому випадку, якщо відстань значно перевищує розміри диполя або контура.

Отже, за результатами вимірювань за цій формулою можна визначити магнітний дипольний момент m вашого магніту.

1.5. Визначення моменту інерції смартфона

Мета: визначити момент інерції смартфона та порівняти його з довідковими даними, наданими теорією рухів твердого тіла.

Прилади й матеріали: м'який килимок і смартфон із застосунком, який записує кутову швидкість під час обертального руху, наприклад, програма Phyphox, доступну для смартфонів Android та iOS.

Теоретичні відомості

Коли смартфон падає з положення, де він вільно стоїть з центром мас S на висоті d трохи вище його найдовшого краю b , у положення, де він падає задньою стороною на м'який килимок (рис. 1), його потенціальна енергія перетворюється в кінетичну енергію обертання:

$$\frac{I_b}{2} \cdot \omega_{y, max}^2 = mg \left(d - \frac{c}{2} \right). \quad (1)$$

Тут m і I_b позначають масу та момент інерції смартфона відповідно, g — прискорення тяжіння, а $\omega_{y, max}$ — кутову швидкість руху по колу в момент зустрічі смартфона з килимком.

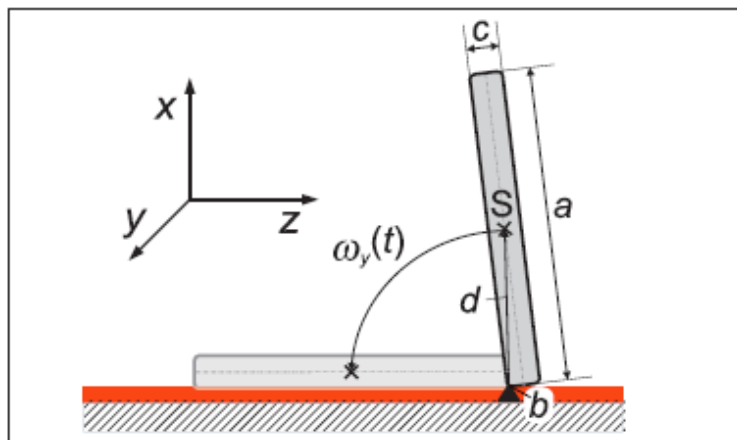


Рис. 1. 24. Схема експерименту

Оскільки вісь обертання — це ребро b (див. рис. 1.24), довжина d , що впливає з розмірів смартфона за теоремою Піфагора

$$d = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + c^2} \quad (2)$$

також необхідна для обчислення моменту інерції I_b з використанням теореми Штейнера:

$$I_b = I_y + md^2 \quad (3)$$

I_y – головний момент інерції смартфона для осі, спрямованої в напрямку Y .

Об'єднавши рівняння (1) та (3) знаходимо I_y :

$$I_y = \frac{mg(2d-c)}{\omega_{y,max}^2} - md^2 \quad (4)$$

Відповідне опорне значення для порівняння з експериментальним результатом, отриманим за допомогою рівняння (4) можна розрахувати, припустивши, що смартфон є однорідним паралелепипедом. Відповідний головний момент інерції I_y :

$$I_y = \frac{1}{12}m(a^2 + c^2), \quad (5)$$

де a і c — довжини двох країв смартфона, орієнтованих перпендикулярно до осі y .

Експериментальна частина

Модель експериментальної установки зображена на рис. 1. Спочатку смартфон стоїть на неслизькому м'якому килимку (шорсткій поверхні). За допомогою опції застосунка Phyphox “Гіроскоп” записуємо та відображаємо дані кутової швидкості $\omega_y(t)$ з гіроскопа MEMS. Смартфон обережно нахиляємо до тих пір, поки його центр мас S не опиниться безпосередньо над довгим краєм b . У цей момент він починає вільно нахилитися під дією сили тяжіння. Після того, як він зупиниться на килимку, запис даних припиняється, і дані $\omega_y(t)$ можуть бути проаналізовані або експортовані у вигляді таблиць Excel на інший пристрій.

На рис. 1.25 показано дисплей смартфона під час експерименту.

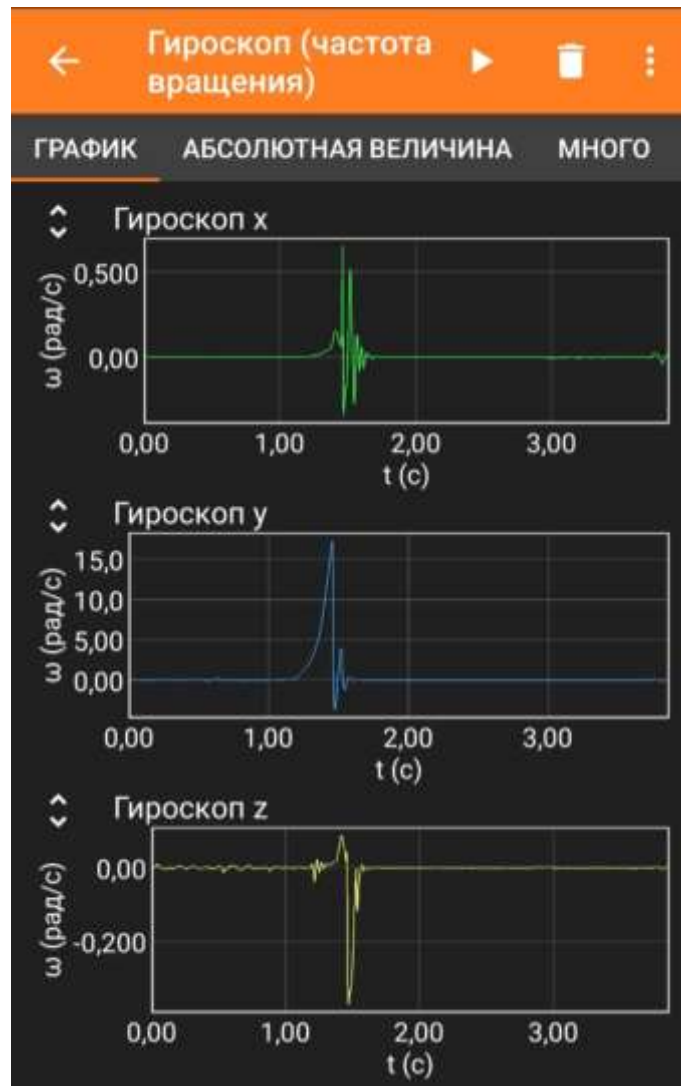


Рис. 1.25. Дисплей смартфона під час експерименту

Графік залежності кутової швидкості $\omega_y(t)$ від часу наведено на рис. 1.26. Початок вільного нахилу при $t = 1,1$ с, максимальна кутова швидкість ($t_{\max} = 1,455$ с), а також удар смартфона об килимок ($t = 1,474$ с) легко ідентифікуються. Максимальну кутову швидкість зчитуємо з таблиці даних Excel або графіка (див. рис. 1.26), оцінюємо її невизначеність вимірювань і обчислюємо експериментальне та еталонне значення моменту інерції смартфона за допомогою рівнянь (4) і (5) відповідно (див. табл. 1).

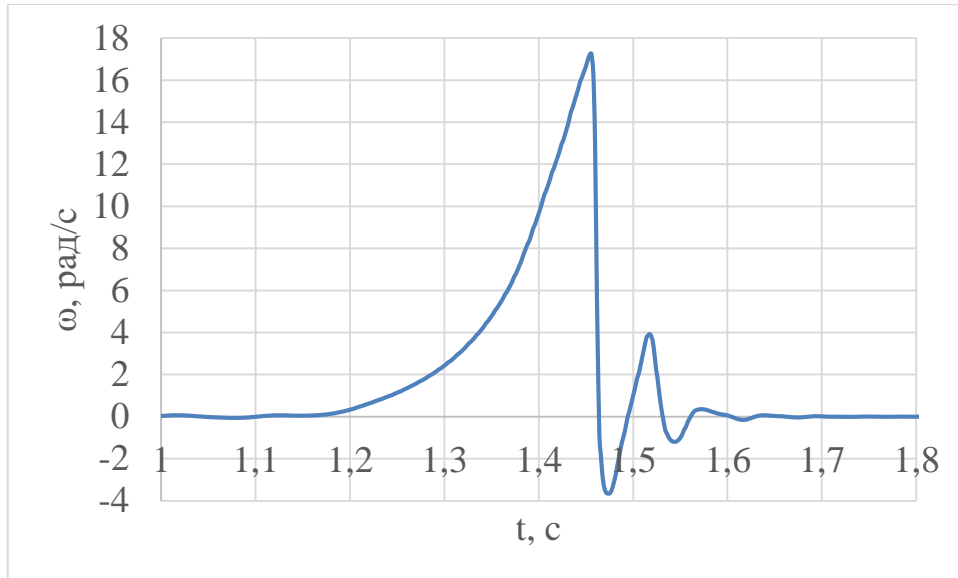


Рис. 1.26. Кутова швидкість $\omega_y(t)$ смартфона під час експерименту. Максимальне значення $\omega_y(t) = 17,47 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$.

Таблиця 1

Параметри досліду

Ширина a , м	0,077
Довжина b , м	0,158
Товщина c , м	0,010
Маса m , кг	0,204
d , м	$d = \frac{1}{2}\sqrt{0,077^2 + 0,01^2} = 0,04 \text{ м}$
Експериментальне значення моменту інерції I_y , кгм ²	$I_y = 0,204 \cdot \left(\frac{9,81(2 \cdot 0,04 - 0,01)}{17,47^2} - 0,04^2 \right) = 1,33 \cdot 10^{-4}$
Теоретичне значення моменту інерції I_y , кгм ²	$I_y = \frac{0,204}{12} (0,077^2 + 0,01^2) = 1 \cdot 10^{-4}$

У експериментах визначено, що обидва значення моменту інерції I_y узгоджуються в межах заданої невизначеності вимірювання.

Отже, запропонований експеримент дає розумні кількісні результати для головного моменту інерції смартфона. Учні опанують важливу тему

обертального руху твердих тіл за допомогою власних смартфонів як кишенькової лабораторії.

Якщо приділити увагу деталям, тоді момент інерції смартфона можна виміряти з точністю до 0,5 відсотка.

1. 6. Вимірювання швидкості розповсюдження звуку за допомогою смартфонів

Мета: визначити швидкість звуку у повітрі.

Прилади й матеріали: два смартфони, метрова лінійка.

Теоретичні відомості

З усіх датчиків, доступних у сучасних смартфонах, мікрофон надає найкраще часове розділення, оскільки він записує зазвичай інформацію зі швидкістю 48 кГц. Наявність мікрофону дозволяє за допомогою двох смартфонів з застосунками Phyrphox визначити швидкість звуку шляхом вимірювання часу розповсюдження звукової хвилі. У застосунку Phyrphox використовується опція «Акустичний секундомір» (рис. 1.27).

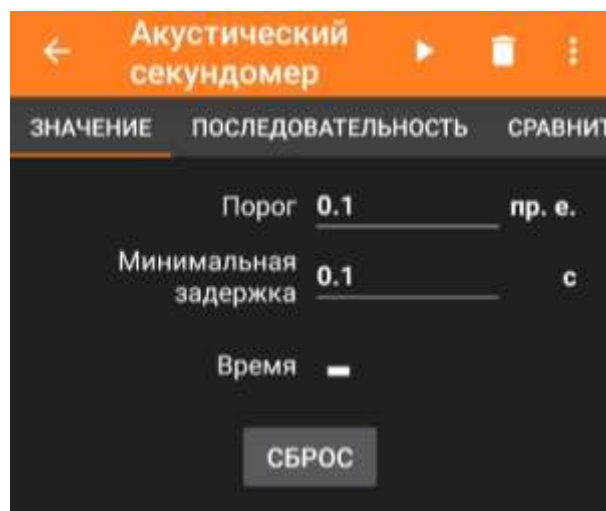


Рис. 1.27. Застосунок Phyrphox має акустичний секундомір, який вимірює час між двома акустичними подіями

Програма використовує мікрофон для реєстрації звуку, який запускає та зупиняє секундомір. Як тільки амплітуда звуку перевищує заданий поріг,

починається вимірювання часу. Коли амплітуда перевищує поріг вдруге, вимірювання припиняється і відображається час між двома акустичними подіями. Можна встановити мінімальну затримку, щоб уникнути ненавмисної зупинки секундоміра з першою звуковою подією через її тривалість або реверберацію. Реакція акустичного секундоміра перевіряється шляхом плескання у долоні. Якщо секундомір запускається без хлопання або пропускає хлопки, зазвичай достатньо збільшити поріг спрацьовування або зменшити його.

Хід роботи

Сам експеримент проводять двоє учнів зі смартфонами. Вони розміщують смартфони на певній відстані (наприклад, 6 м). Під час вимірювання швидкості звуку обидва смартфони та джерела обох звукових сигналів повинні знаходитися на прямій лінії, тоді швидкість звуку на відстані 6 м буде визначатися з невизначеністю ~ 30 м/с, що досить точно з огляду на простоту цього експерименту.

Обидва учні готують акустичний секундомір і стають біля свого смартфона (рис. 1.28).

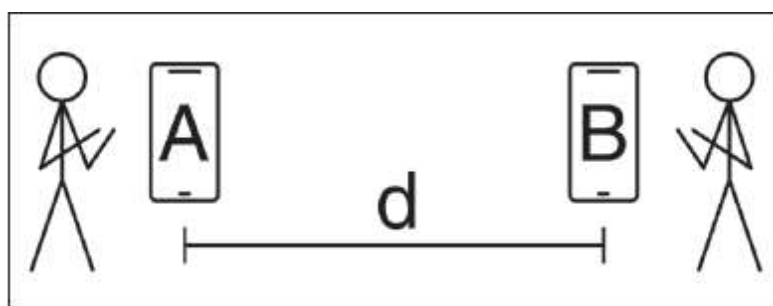


Рис. 1.28. Схема вимірювання швидкості звуку

Учень А генерує звуковий сигнал для запуску таймера на обох телефонах. Генерувати гучний звуковий сигнал можна свистком,

плесканням у долоні, барабаном, лопанням повітряних куль тощо. Потім учень B зупиняє роботу програм смартфонів іншим звуковим сигналом. Смартфони вимірюють різні часові інтервали Δt_A і Δt_B , забезпечуючи дані для розрахунку швидкості звуку. Смартфон B розпочне вимірювання із затримкою часу Δt , який потрібен звуку, щоб пройти відстань d між смартфонами.

Коли учень B генерує другий звуковий сигнал обидва смартфони зупиняють вимірювання часу, але смартфон A отримує сигнал з затримкою Δt . Це означає, що смартфон A , який почав працювати раніше на Δt , тепер зупиняється пізніше на Δt .

Отже, смартфон A вимірює загальний проміжок часу між звуковими сигналами Δt_A , який більше часу Δt_B , виміряному смартфоном B , на $2\Delta t$:

$$\Delta t_A = \Delta t_B + 2 \Delta t. \quad (1)$$

З рівняння (1) часовий інтервал Δt дорівнює:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_A - \Delta t_B}{2} \quad (2)$$

Отже, отримуємо таке рівняння для визначення швидкості звуку:

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2d}{\Delta t_A - \Delta t_B} \quad (3)$$

Слід зазначити, що час реакції смартфона на другий звуковий сигнал не має значення для цього обчислення, оскільки він однаково впливає як на вимірювання Δt_A так і Δt_B .

Оскільки програма генерує вибірки даних зі швидкістю 48 кГц, теоретична часова роздільна здатність значно нижче 1 мс. На практиці це обмежується кінцевим часом наростання фактичних акустичних сигналів, які по-різному записуються обома смартфонами через загасання на відстані.

1.7. Використання навушників та вбудованого у смартфон мікрофона для аудіометричного тесту

Експерименти з фізіологічним суб'єктом дають можливість зрозуміти і поглибити багато фізичних понять в міждисциплінарному підході.

Мета: перевірити слух учня шляхом вимірювання частотної залежності рівня його слуху.

Прилади й матеріали: навушники, смартфон з застосунком Hearing Test & Ear Age Test.

Теоретична частина

Зовнішнє вухо збирає звукові хвилі з навколишнього середовища і спрямовує їх по слуховому проході до барабанної перетинки, яка починає вібрувати. Вібрація барабанної перетинки передається до овального вікна внутрішнього вуха за допомогою крихітних кісточок: молоточка, ковадла і стремена. Співвідношення важеля молотка до важеля ковадла (близько 1,3). Співвідношення площі поверхні барабанної перетинки до площі поверхні овального вікна близько 17, тому збільшується звуковий тиск на овальне вікно. Вібрації передаються через мембрану овального вікна до равлика, що є спіральною трубкою, наповненою рідиною і вистеленою волосковими клітинами мікроскопічного розміру. Вібрації овального вікна викликають хвилі стиснення і розрідження, що поширюються через равлик, і згодом викликають рух волоскових клітин. Рух волоскових клітин генерує нервові сигнали, які наш мозок потім сприймає як звук.

Чутливість людського вуха значно змінюється залежно від частоти. Структури зовнішнього та середнього вуха сприяють як чудовій чутливості,

так і широкому динамічному діапазону слуху людини. Щоб запобігти відзеркаленню звукових хвиль на поверхні овального вікна, кісточка також виконують функцію узгодження імпедансу, оскільки вони з'єднують низький опір повітря з високим імпедансом заповненої рідиною раулика.

Вуха найбільш чутливе до частот в діапазоні 2 кГц–5 кГц з піком близько 3,7 кГц, що виникає в результаті резонансу слухового проходу, що відповідає закритій трубці довжиною близько 2,5 см. Ця область високої чутливості дуже важлива для розуміння мовлення, оскільки під час звичайної розмови найчастіше використовуються частоти від 500 Гц до 3 кГц. Для розбірливості мовлення, особливо для англійських мов з великою кількістю глухих приголосних (наприклад, *p, t, k, s*), високі частоти є важливими. Для інших мов, таких як японська, з довгими голосними звуками ці високі частоти є набагато менш важливими, і, ймовірно, саме тому в Японії слухові апарати використовують дуже мало.

Інша менш важлива область підвищеної чутливості - близько 13,5 кГц, яка може бути пов'язана з резонансом третьої гармоніки слухового проходу. На відміну від трубки, яка є високоселективним резонатором, слуховий прохід неправильної форми забезпечує резонанс для широкого діапазону частот.

Наші вуха не однаково добре чують на всіх частотах. Наприклад, найслабший звук, який може почути молода людина з нормальним слухом на частоті 3,5 кГц, становить 0 Дб (визначення децибел див. в табл. 1). Але при частоті 20 Гц звук повинен бути набагато гучнішим – 72 дБ, щоб його просто почути.

Шумоміри відкалібровані в дБ SPL (sound pressure level – рівень звукового тиску). Криві однакової гучності відображені на рис. 1 29.

Шкала дБ

- Децибел (символ дБ, 1/10 Бел) — це логарифмічна одиниця, яка використовується для опису відношення двох значень фізичної величини:

$$Q_{(P)} = 10 \log_{10} (P_2/P_1), \text{ дБ}$$

- Оскільки це на нелінійній шкалі, значення дБ не можна просто скласти разом.

- Для SPL це відношення є середньоквадратичним звуковим тиском (p_{rms} , в Па), поділений на стандартний еталонний звуковий тиск у повітрі ($p_0 = 20$ мкПа), тому рівень звукового тиску визначається так:

$$L_p = 20 \log_{10} (p_{\text{rms}}/p_0), \text{ дБ.}$$

- Збільшення на 3 дБ за цією шкалою відповідає приблизному подвоєнню квадрата звукового тиску.

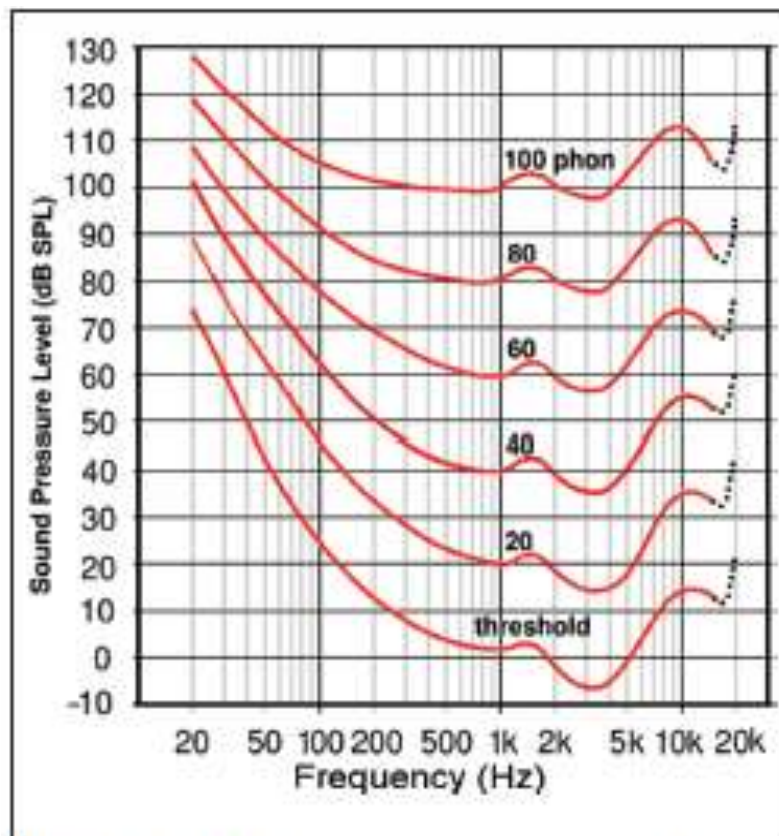


Рис. 1. 29. Криві однакової гучності. Кількість фонів звуку – це дБ SPL звуку на частоті 1 кГц, який звучить так само голосно. Найнижча крива - це середній поріг чутності

Якби нормальну реакцію слуху відобразити на аудіограмі за шкалою SPL, це була б вигнута хвиляста лінія, і було б важко визначити втрати слуху у людини за частотою. Тому для клінічного використання вигнута шкала SPL нормалізується так, що стає плоскою прямою лінією з 0 дБ для всіх частот. Використовуючи нормалізовану шкалу дБ HL (рівень слуху), нормальний слух – це пряма лінія на верхній частині аудіограми. Таким чином, 0 дБ HL є порігом виявлення кожної частоти для молодої здорової людини. Будь-яке відхилення, яке опускається нижче лінії HL 0 дБ, вказує на втрату слуху. Зауважте, що на аудіограмі дБ HL зображено вниз по ординаті як ступінь втрати слуху. Отже, чим нижче крива, тим вище втрата слуху. Для перетворення децибел рівня звуку SPL в шкалу децибел рівня слуху (дБ HL), необхідно враховувати чутливість людського вуха (див. рис. 1). Крім того, оскільки навушники змінюють довжину слухового проходу, аудіометри повинні бути відкалібровані залежно від типу (наприклад, надвушні, циркулярні або вставні навушники) за допомогою значень корекції для кожної частоти, перевіреної відповідно до специфікацій для аудіометрів. Звичайна розмова на відстані 1 м становить близько 60 дБ SPL, що відповідає майже 50 дБ HL. Нормальний слух - це коли найтихіші звуки, які чути, знаходяться в діапазоні від -10 до 15 дБ HL (див. табл. 2).

Таблиця 2

Ступінь втрати слуху

Ступінь втрати слуху	Діапазон втрати слуху (дБ HL)
Нормальний	-10–15
Легкий	16–25
Середній	26–40
Помірний	41–55
Помірно важкий	56–70
Сильний	71–90
Глибокий	91 або більше

Людина, яка не може розпізнати звуки між 16 дБ HL та 25 дБ HL, мають незначну втрату слуху навколо відповідної частоти, що досліджується. Легка втрата слуху становить від 26 дБ HL до 40 дБ HL.

Є ще один параметр: людина часто відчуває труднощі під час мовлення, особливо в шумних ситуаціях. Помірна втрата слуху становить від 41 дБ HL до 55 дБ HL. Людині часто важко слідкувати за мовленням та іншими тихими звуками. Помірна важка втрата слуху становить від 56 дБ HL до 70 дБ HL. Сильна втрата слуху становить від 71 дБ HL до 90 дБ HL. Людина не може чути мовлення навіть у тихому оточенні та не чує загальних шумів, таких як рух транспорту, якщо вони не гучні. Глибока втрата слуху перевищує 90 дБ HL. У цьому випадку людина не може почути більшість звуків, якщо вони не є особливо гучними.

Перевірки слуху зазвичай проводяться аудіологом у середовищі, захищеному від зовнішнього шуму. Аудіометри – це прилади, що використовуються для перевірки слуху, здатні видавати чисті тони на різних частотах. Тест складається з представлення слухачеві звуків різних рівнів і різної частоти. Слухач вказує звуки, які він/вона здатний сприймати, щоб визначити найнижчий рівень (поріг чутності) для кожної частоти. Результати тесту наносять на аудіограму, яка показує поріг чутності на різних частотах (рис. 1.30).

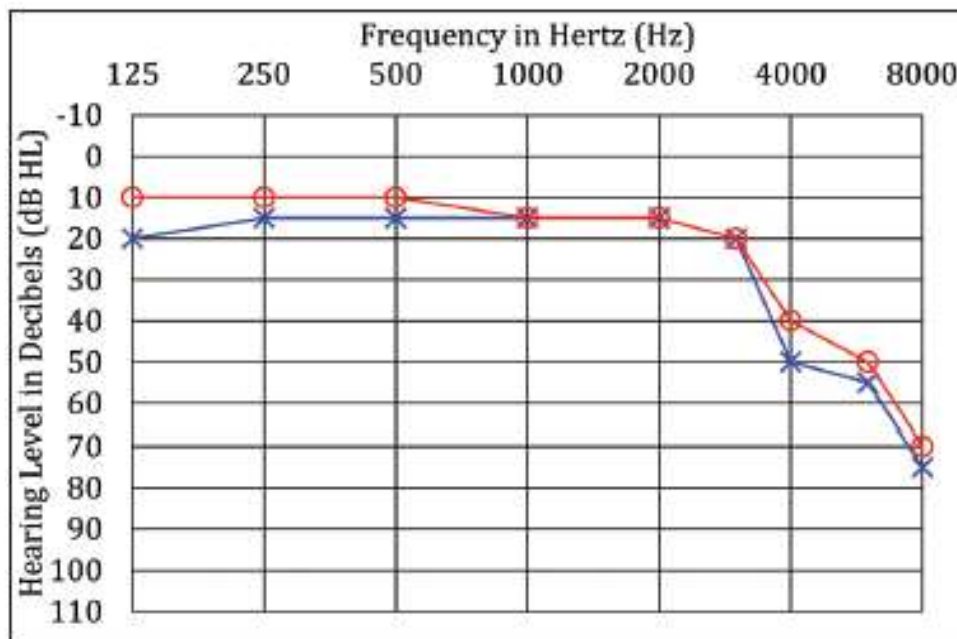


Рис. 1.30. Аудиограма лівого (сині хрестики) і правого (червоні кола) вуха, що показує втрату слуху на високих частотах, яка поступово виникає з віком. Горизонтальна вісь показує частоту звуку в Гц. Вертикальна вісь відображає рівень звуку, вимірний в дБ НЛ. Нуль децибел у верхній частині осі означає найтихший звук, який людина зазвичай може почути. Чим більше людина рухається вниз по осі, тим більше збільшується рівень звукового тиску і звук стає гучнішим

Хід роботи

Коли смартфони продаються в комплекті з навушниками (наприклад, Apple iPhone разом із Apple EarPods), це дозволяє розробникам відкалібрувати процес вимірювання для цього конкретного пакета у порівнянні зі стандартними аудіометричними налаштуваннями. В цій роботі ми проводимо перевірку слуху на смартфоні та стандартних навушниках, які постачаються з базовою моделлю Huawei p 20 Pro.

Доступно кілька програм для перевірки слуху. Наприклад, AudCal розроблено для професійного використання та дуже добре відкалібровано.

Застосунок, використаний у цьому дослідженні, Hearing Test & Ear Age Test, призначений для самооцінки, простий у використанні та безкоштовний. Тим не менш, програма використовує ті ж принципи, що й для звичайного тесту. Учні можуть виконати самоперевірку приблизно за п'ять хвилин. Зверніть увагу, що гучність повинна бути встановлена на 50%.

На рис. 1.31 наведено зразкове вимірювання рівня звуку в дБ НЛ для семи частот.

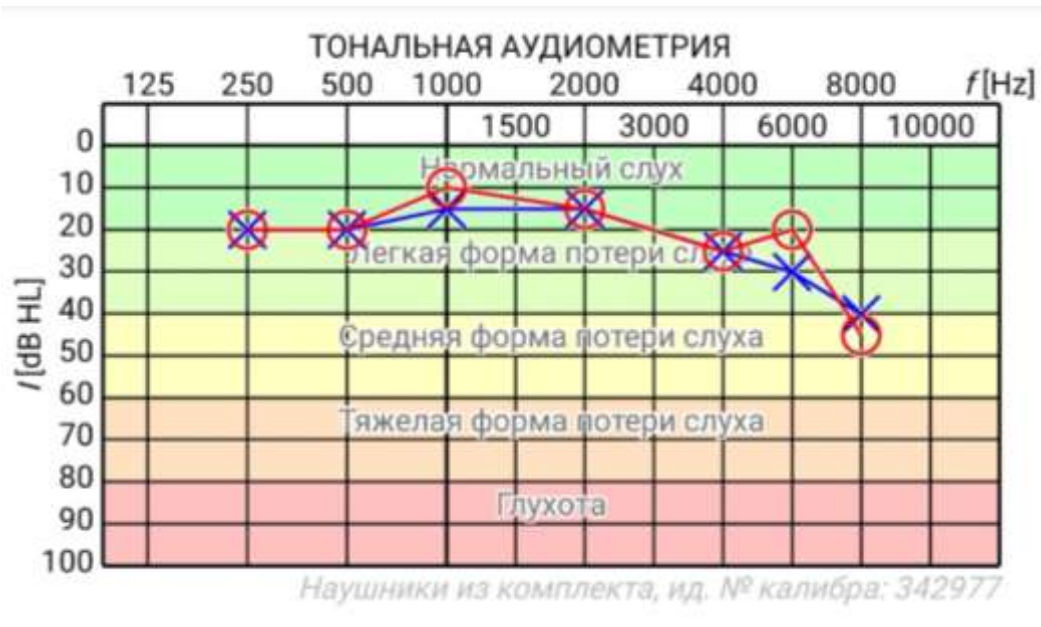


Рис. 1.31. Перевірка слуху для семи частот

Результати показують легку втрату слуху для високих частот (від 3000 до 8000 Гц). Для правого вуха (червоні кола) середня втрата слуху для частоти 8000 Гц.

На рис. 1.32 наведено порівняння результатів аудіометрії з віком людини.

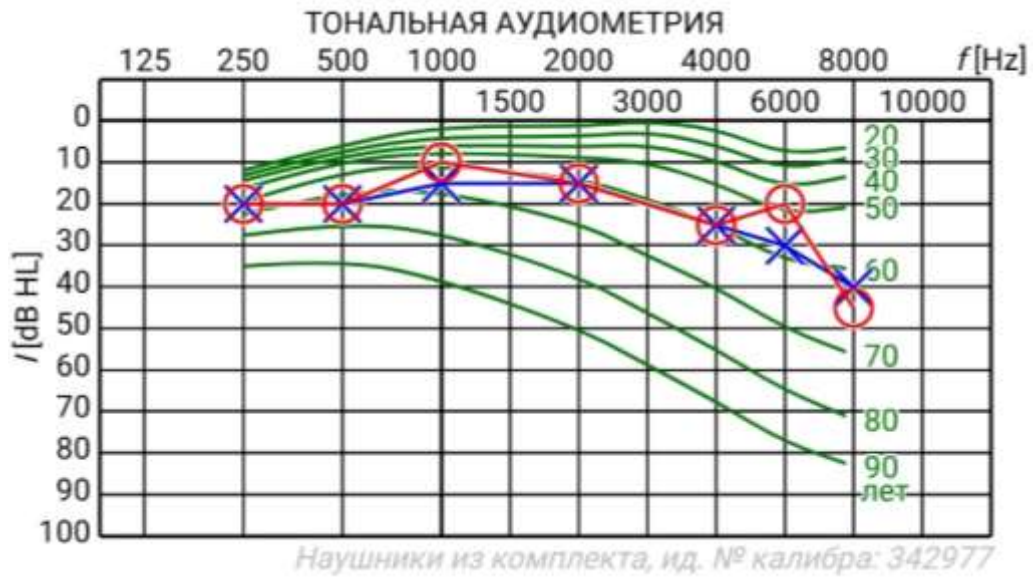


Рис. 1.32. Аудиограма лівого (сині хрестики) і правого (червоні кола) вуха

На рис. 1.33 наведені результати перевірки слуху на розборливість мовлення людини. В цьому випадку вимова цифр ведеться програмою при наявності шуму.

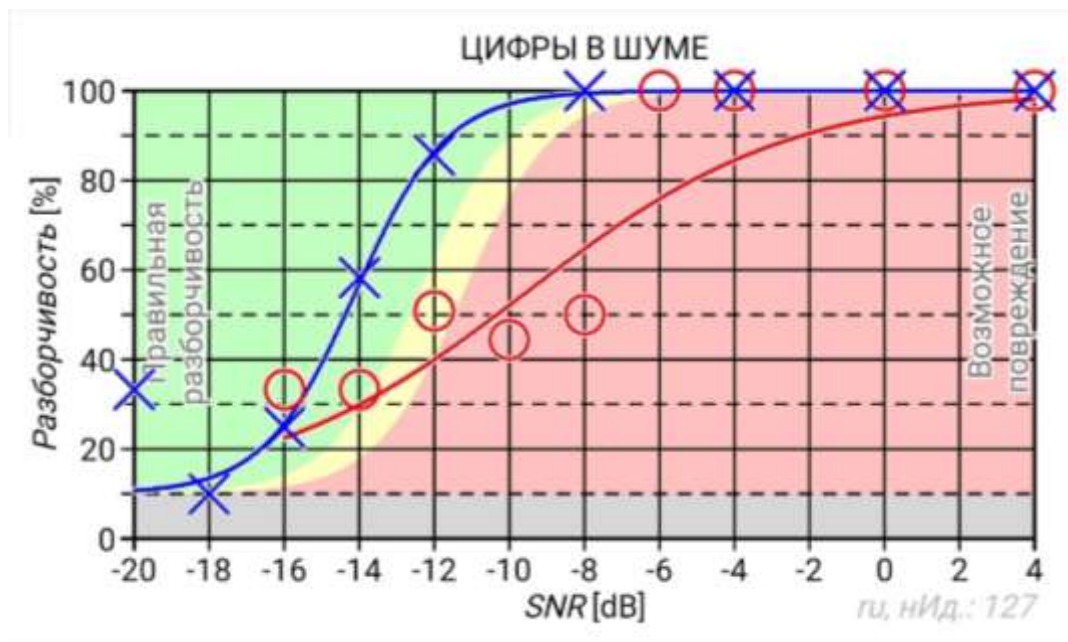


Рис. 1.33. Перевірка слуху при наявності шуму

Проведення експериментів, за допомогою яких учні можуть виміряти частотну характеристику власного слухового апарату сприйняття, не тільки мотивує учнів, але й сприяє усвідомленню крихкості людського вуха, а також є профілактичним заходом щодо збереження органу здоровим (наприклад, уникнення гучної музики).

Примітка: тест не слід використовувати для медичної діагностики через відсутність повного медичного огляду. Однак учні можуть дізнатися більше про свій слуховий стан і попередити про потенційну втрату слуху.

ВИКОРИСТАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ВUOD ПІД ЧАС ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

2.1. ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ПРУЖНОСТІ З ДЕФОРМАЦІЇ РОЗТЯГУ

Мета роботи: Дослідити залежність видовження зразка від навантаження. Визначити модуль Юнга для гуми.

Прилади і матеріали: гумові кільця, біндер, лінійка, пляшка поліетиленова.

Теоретичні відомості

Деформацією називають зміну форми чи об'єму твердого тіла, яка викликана дією зовнішніх сил. Якщо ці сили малі, то після припинення їх дії деформація зникає; якщо ж сили великі, то після припинення дії виявляється так звана *залишкова деформація*. При появі щонайменшої залишкової деформації говорять, що досягнуто *межу пружності*.

Оскільки результат дії сили залежить також і від розмірів зразка, то зручно дію сили оцінювати по *нарузі*, що виникає в зразку. *Механічною напругою називають відношення сили F до площі поперечного перерізу зразка S :*

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (1)$$

Таким чином, межа пружності σ_{np} – це напруга, при якій з'являється залишкова деформація. Тіла з великим значенням σ_{np} називають **пружними**, а тіла з дуже малим значенням σ_{np} – **непружними** або **пластичними**.

Серед різних деформацій виділяють дві найпростіші: деформацію **розтягу (стиску)** і деформацію **зсуву**. Всі малі деформації можна розглядати як суму деяких розтягів (чи стисків) і зсувів.

Малі деформації задовольняють таким **основним законам**:

- **в межах пружності деформація пропорційна прикладеній нарузі;**
- **при зміні напрямку дії зовнішньої сили змінюється тільки напрям деформації без зміни її значення;**
- **при дії декількох зовнішніх сил загальна деформація дорівнює сумі окремих деформацій (принцип суперпозиції малих деформацій).**

Для малих деформацій розтягу чи стиску стержня справедливий закон Гука:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \cdot \frac{F}{S} = \alpha \sigma \quad (2)$$

де l_0 – початкова довжина стержня; $\Delta l = l - l_0$ – його абсолютне видовження;

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ називають **відносним видовженням**; α – коефіцієнт пружності під час розтягу.

Величину, обернену α , називають **модулем пружності** під час розтягу, або **модулем Юнга**:

$$E = \frac{1}{\alpha} = \frac{Fl_0}{S\Delta l} \quad (3)$$

Отже, залежність довжини стержня l від діючої сили F виглядає так:

$$l = \left(\frac{l_0}{ES} \right) \cdot F + l_0. \quad (4)$$

З використанням модуля Юнга закон Гука записують так:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (5)$$

Під дією сили F , що розтягує стержень, змінюються не тільки повздовжні, а й поперечні розміри стержня; говорять, що під час розтягу стержень зазнає **поперечного стиску**. Якщо d_0 – діаметр стержня до деформації, d – після деформації, тоді

$$\frac{\Delta d}{d_0} = \beta \frac{F}{S}, \quad (6)$$

де $\Delta d = d - d_0$, β – коефіцієнт поперечного стиску.

Відношення відносного поперечного стиску до відповідного відносного поздовжнього видовження (або відношення β/α) називають **коефіцієнтом Пуассона**: $\mu = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\Delta d}{d_0} : \frac{\Delta l}{l_0}$. Теоретично для всіх ізотропних

тіл $\mu = 0,25$.

Опис установки

Для створення дослідницької установки потрібні: гумові кільця, біндер, лінійка, пляшка поліетиленова, вода, терези або мірна посудина (рис. 1). Замість стержня використовується гумове кільце з ниткою квадратного перерізу $1,5 \times 1,5 \text{ мм}^2$.

Хід роботи

1. Виміряйте поперечні розміри гумової нитки. Це можна зробити за допомогою мікрометра, штангенциркуля або лінійки. Вимірювання виконайте декілька разів в різних місцях і знайдіть з одержаних значень середнє арифметичне площі поперечного перерізу гумової нитки.

2. Налійте в пляшку води близько $\frac{3}{4}$ її об'єму. Встановіть пляшку з металевою скобою від біндера на електронні терези. Включіть їх. Запишіть значення маси. При обчисленні сили тяжіння $F = mg$, що діє на гумову нитку, g брати рівним 10 м/с^2 .

3. Навантажте пляшкою з водою гумове кільце (2 гумові нитки) так, як показано на рис. 1. Виміряйте довжину гумової нитки l_1 . Результати вимірювань і обчислень можна подати у вигляді табл. 1.



Рис. 1. Набір матеріалів для побудови дослідницької установки та її фото

Таблиця 1

Результати вимірювань

№ п/п	$F = mg,$ Н	$l_i,$ м
1		
2		
...		

4. Зменшуючи масу води в пляшці запишіть кожного разу довжину гумової нитки l_i .

5. Побудуйте графік залежності видовження нитки l від навантаження F . Отримайте рівняння трендової лінії з коефіцієнтом кореляції R^2 .

6. Проаналізуйте одержаний графік. Чи виконується закон Гука?

7. Порівняйте рівняння трендової лінії та рівняння (4). Отримайте значення l_0 та коефіцієнта $k = \frac{l_0}{ES}$, що стоїть перед F . Обчисліть модуль

Юнга за формулою:

$$E = \frac{l_0}{kS} \quad (7)$$

Під час обчислення враховуйте, що площа поперечного перерізу кільця S буде в 2 рази більше площі поперечного перерізу гумової нитки S_1 .

8. Одержане значення E порівняйте з табличним. Визначте похибку вимірювань δE .

9. Зробіть висновок.

Контрольні запитання

1. Які деформації називають пружними?
2. Сформулюйте закон Гука.
3. Який фізичний зміст модуля Юнга?
4. Що називають коефіцієнтом Пуассона?
5. Накресліть діаграму розтягу дроту і поясніть фізичний сенс окремих її ділянок.
6. Яку довжину повинен мати мідний дріт, щоб він, якщо його підвісити вертикально, розірвався під дією власної ваги?

Приклад виконання роботи

Досліджувальним матеріалом є гумове кільце, розмір нитки якої дорівнює $1,5 \times 1,5 \text{ мм}^2$. Загальна площа перерізу двох ниток складає $4,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$. Довжина ниток $l_0 = 0,06 \text{ м}$. На рис. 2 наведено експериментальні точки та трендова лінія $l = 0,012F + 0,0565$.

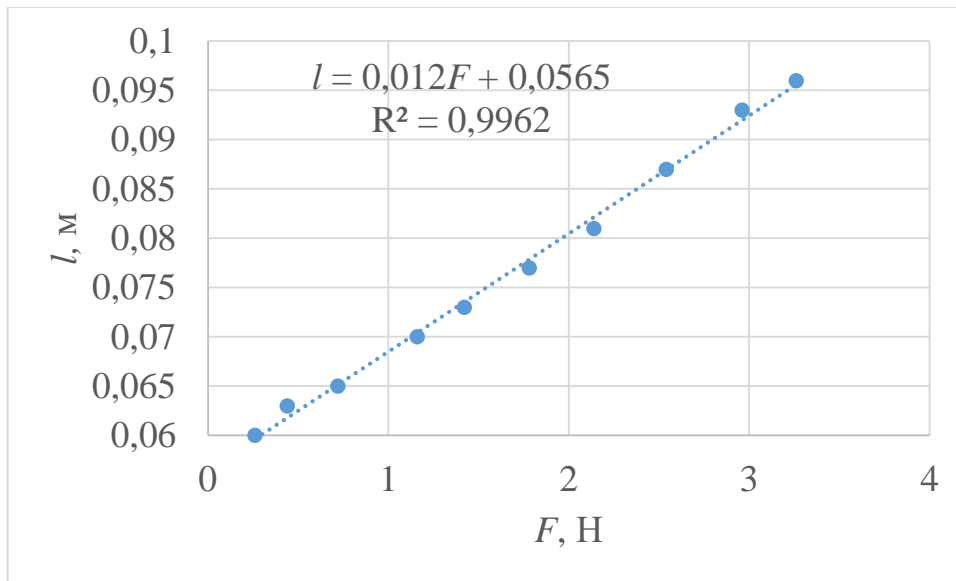


Рис.2. Графік залежності довжини гумової нитки l від навантаження F

Коефіцієнт пропорційності в лінійному рівнянні дорівнює $0,012 \text{ м/Н}$, тобто,

$$\frac{l_0}{ES} = 0,012, \text{ а модуль Юнга } E = \frac{l_0}{0,012 \cdot S} = \frac{0,06}{0,012 \cdot 4,5 \cdot 10^{-6}} = 1,1 \cdot 10^9 \text{ Па. Табличне}$$

значення модуля Юнга гуми $E_{\text{табл}} = 0,9 \cdot 10^9 \text{ Па}$.

2.2. Порівняння параметрів клеписдри та пісочного годинника

*Не зійшов ти ще й на трибуну, а вже там
стояла клеписдра, той холодний часомір, що
краплею по краплі... відмірює тобі той час
короткий, що вділено для оборони правди*

(Леся Українка)

У сонячних годинників здавна був серйозний конкурент — водяний годинник «клеписдра». Клеписдра – це прилад для вимірювання часу у вигляді посудини, з якої вода краплями витікає в іншу посудину, де рівень води показує час.

Мета роботи: перевірка справедливості рівняння Бернуллі.

Прилади й матеріали: шприць 50 мл, вода, цукровий пісок, секундомір

Теретичні відомості

Відшукаємо теоретичну залежність рівня води від часу її витікання з циліндра висотою H та площиною поперечного перерізу S_1 , наповненого до країв рідиною (рис. 1).



Рис. 1. Дослідницька установка для дистанційного проведення лабораторної роботи

Задамося питанням: за який час уся рідина виллється через отвір S_2 в дні циліндра? Вязкість рідини не враховуємо.

Рівняння Бернуллі для цього випадку має вигляд:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh = \frac{\rho v_2^2}{2}, \quad (1)$$

де ρ – густина рідини, v_1 – швидкість руху площини S_1 , v_2 – швидкість рідини в отворі S_2 .

З врахуванням рівняння нерозривності течії:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad (2)$$

рівняння Бернуллі буде мати вигляд:

$$\frac{\rho v_2^2}{2} \left(\frac{S_2}{S_1} \right)^2 + \rho gh = \frac{\rho v_2^2}{2}. \quad (3)$$

Тобто швидкість витікання рідини з отвору буде дорівнювати:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - (S_2/S_1)^2}}. \quad (4)$$

Елементарний об'єм рідини dV , що витікає з отвору за час dt , дорівнює $dV = S_2 v_2 dt$. З іншого боку $dV = -S_1 dh$. Тому

$$dV = -S_1 dh = S_2 v_2 dt = S_2 \cdot \sqrt{\frac{2gh}{1 - (S_2/S_1)^2}} \cdot dt. \quad (5)$$

Тобто час витікання рідини з отвору буде дорівнювати:

$$t = \int_0^t dt = -\frac{S_1}{S_2} \sqrt{\frac{1 - (S_2/S_1)^2}{2g}} \times \int_H^h \frac{dh}{\sqrt{h}} = 2 \cdot \frac{S_1}{S_2} \sqrt{\frac{1 - (S_2/S_1)^2}{2g}} (H^{1/2} - h^{1/2}) =$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \sqrt{\frac{1 - (d_2/d_1)^4}{2g}} (H^{1/2} - h^{1/2}). \quad (6)$$

З умови $h = 0$, загальний час витікання рідини дорівнює:

$$t = 2 \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \sqrt{\frac{1 - (d_2/d_1)^4}{2g}} \cdot H. \quad (7)$$

Тобто, для відношення діаметрів $d_1/d_2 = 14$ та $H = 10$ см час витікання рідини ≈ 30 с. Якщо $d_1 \gg d_2$, то

$$t = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \sqrt{\frac{2}{g}} \times (H^{1/2} - h^{1/2}). \quad (8)$$

Звідки рівень рідини під час витікання скрізь отвір в посудині визначається формулою:

$$h = \left[\sqrt{H} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \sqrt{\frac{g}{2}} \times t \right]^2. \quad (9)$$

З цього робимо висновок: **рівняння залежності рівня рідини від часу є квадратичним.**

Визначемо тепер шляхом аналізу розмірності рівняння залежності рівня гранульованого матеріалу (піску) від часу. Потік зернистого (гранульованого) матеріалу густиною ρ , внаслідок дії гравітаційного поля Землі напруженістю g , при відкритті отвору в посудині площею $S = \pi D^2$, буде визначатися виразом:

$$\frac{dm}{dt} = k\rho\sqrt{g}S^{5/4}. \quad (10)$$

де k – константа.

Визначивши розмірність кожного елемента цього виразу:

$$M^1 T^{-1} = (M^1 L^{-3})^a (L^1 T^{-2})^b (L^1)^c = M^a T^{-2b} L^{-3a+b+c}$$

отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} a &= 1, \\ -1 &= -2b, \\ -3a + b + c &= 0. \end{aligned}$$

Розв'язавши систему, визначимо значення параметрів:

$a = 1$, $b = 0,5$, $c = 2,5$. Отже,

$$\frac{dm}{dt} = C\rho^1 g^{1/2} D^{5/2} = k\rho\sqrt{g}S^{5/4}. \quad (11)$$

Тобто, на протипагу рідині *витрата піску буде величиною постійною у часі і не залежить від його висоти.*

Хід роботи

Для реєстрації залежності висоти рівня рідини в посудині з отвором від часу використовуємо смартфони в режимі відео і секундоміра (див. рис. 1). Результати експериментів відображено на графіку рис. 2.

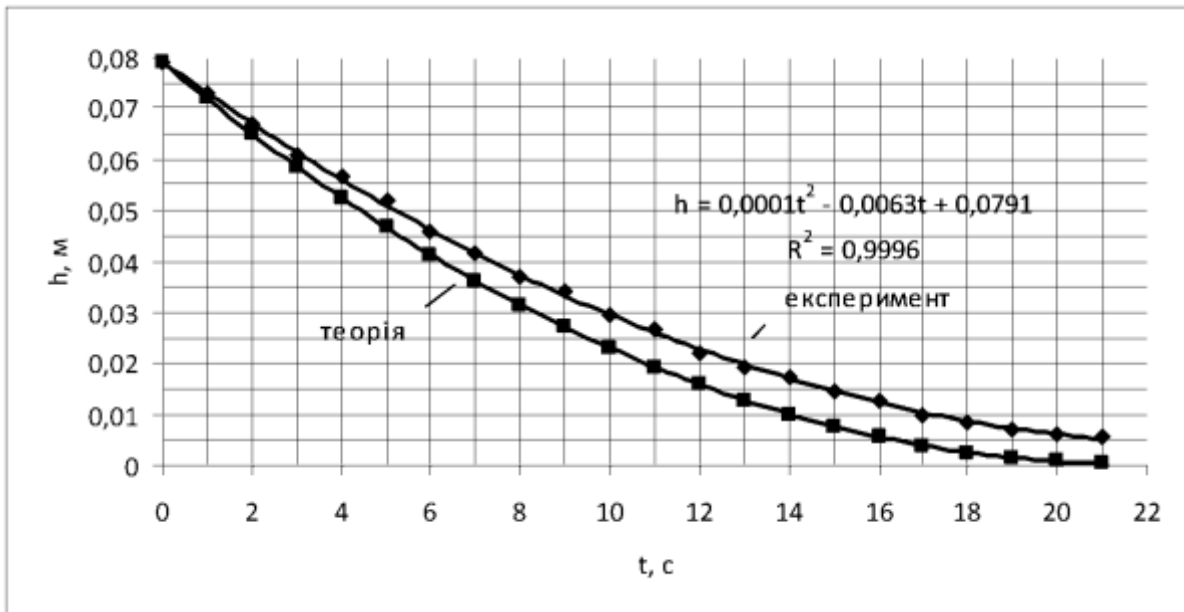


Рис. 2. Графік залежності рівня води від часу для 50 мл шприця ($d_1 = 28,7$ мм, $d_2 = 2,2$ мм)

Як видно з експериментального графіка (рис. 2) рівняння залежності рівня води від часу є квадратичним, що підтверджує справедливість рівняння Бернуллі. Для освітніх цілей це є дуже цікавим висновком.

Можна акцентувати увагу школярів на тому, що завдяки нелінійності графіка водяні годинники – клепсидри – не витримали конкуренції з пісочними, у яких характеристика є лінійною. Справедливість цього висновку доводимо на установці, зображеної на рис. 3. Результати досліджень з цукровим піском як гранульованого матеріалу відображені на графіку рис. 4. Звертаємо увагу, що коефіцієнт кореляції експериментальних даних і лінійного рівняння $R^2 = 1$. Тому пісочні годинники і витіснили водяні.

Отже, на прикладі цій лабораторної роботи можна побачити, що використання технології BOOD у поєднанні з розробленими установками дозволяє кожному учню проводити повноцінні досліди як в аудиторії фронтально, так і дистанційно, вдома.



Рис. 3. Висипання цукрового піску з шприця, кінчик якого підрізаний

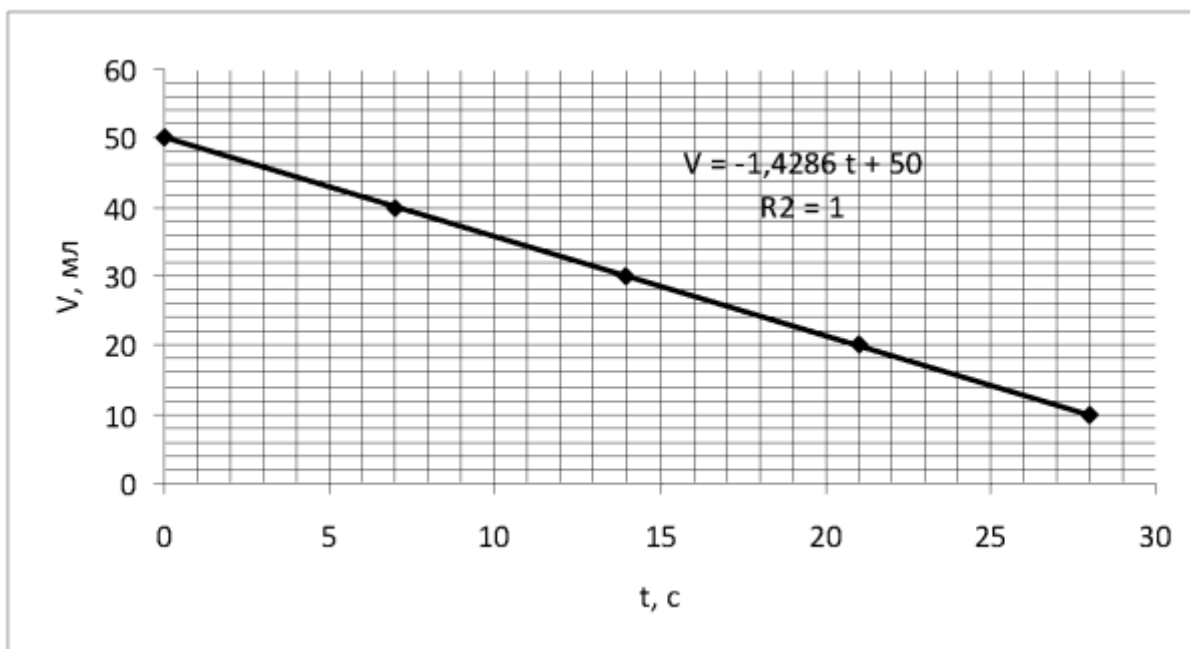


Рис. 4. Залежність об'єму цукрового піску у 50 мл шприцю від часу висипання через отвір діаметром 5 мм

Точність вимірювань кінематичних параметрів і часу за допомогою сучасних девайсів дозволяє розрізнити навіть невелику відмінність законів течії скрізь отвір рідини від гранульованих матеріалів.

Не співпадіння теоретичного і експериментального графіків на рис. 2 можна пояснити неврахуванням в'язкості рідини. Тому цю тему можна продовжити і запропонувати учням з'ясувати чи є цей фактор дійсно ключовим для пояснення розбіжності або потрібно шукати ще і інші пояснення.

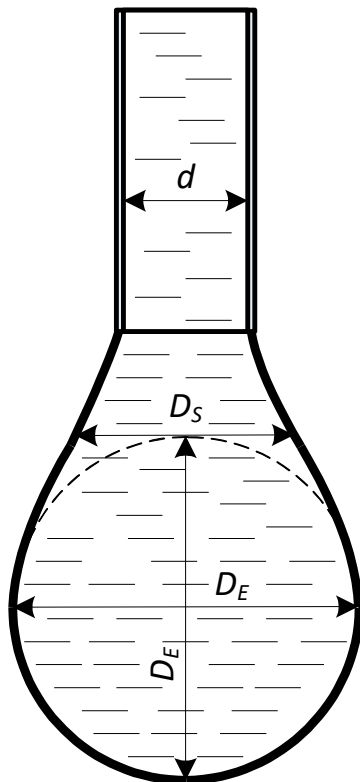
2.3. Визначення коефіцієнту поверхневого натягу рідини методом відриву краплі

Мета роботи: визначити величину коефіцієнта поверхневого натягу рідин.

Прилади й матеріали: шприць 20 мл, вода, олія сонячна рафінована, етанол, секундомір.

Теоретичні відомості

Якщо рідина повільно витікає з нижнього отвору вузької вертикальної



трубки, то утворюються краплини, які в момент відриву мають форму, зображену на рис. 1. На краплину в момент відриву діє сила тяжіння mg і сила поверхневого натягу $F_n = 2\pi r\sigma$, які врівноважують одна одну:

$$mg = 2\pi r\sigma, \quad (1)$$

де r – радіус краплини в місці її розриву (це місце називають шийкою).

Рис. 1. Краплина рідини на кінці трубки

Діаметр шийки $d = 2r$ приблизно дорівнює

внутрішньому діаметру кінчика трубки, з якої витікає рідина. Взагалі форма

краплини описується рівнянням Лапласа, де вага краплі і сил поверхневого натягу збалансовані.

Розв'язок цього рівняння вимагає розрахункового аналізу, який використовується для високоточного вимірювання коефіцієнта поверхневого натягу. У нашому випадку, коли головним є ознайомлення учнів з методами вимірювання і суттю фізичного явища, можна вважати r – радіусом кінчика трубки. Знаючи d і m , визначаємо σ :

$$\sigma = \frac{mg}{2\pi r} = \frac{mg}{\pi d}. \quad (2)$$

Якщо не має можливості виміряти масу краплі, то коефіцієнт поверхневого натягу можна визначити за формулою:

$$\sigma = \frac{\Delta\rho g D_E^2}{H}, \quad (3)$$

де $\Delta\rho$ – різниця густини між рідиною і повітрям, g – прискорення вільного падіння ($g = 9,81 \text{ м / с}^2$), D_E – є максимальним діаметром краплі перед падінням (див. рис. 1). Величину $1/H$ можна розуміти як форм-фактор, обумовлений витягнутої формою краплі, який розраховується за формулою:

$$\frac{1}{H} = 0,345 \left(\frac{D_S}{D_E} \right)^{-2,5}, \quad (4)$$

Значення D_S визначається діаметром краплі на відстані D_E від дна краплі (див. рис. 1).

Отже, за формулою (3) можна отримати значення коефіцієнта поверхневого натягу шляхом вимірювання діаметрів краплі лінійкою безпосередньо на екрані смартфона.

Хід роботи

Для отримання крапель виготовляємо пристрій (рис. 2 а), який складається з невеликої прозорої пляшки, в кришку якої вставляється корпус 20 мл шприця. Наконечник кулькової ручки без кульки вставляємо в отвір конуса-наконечника шприця (рис. 2 б). Внутрішній діаметр виготовленої таким чином випускної трубки склав $d = 0,84$ мм.

Вимірювання внутрішнього діаметра трубки виконуємо за допомогою смартфона. Для чого спочатку фотографуємо торець трубки та вимірюємо мікрометром його зовнішній діаметр ($d_{\text{зовн.}} = 2,11$ мм), а потім з порівняння діаметрів на збільшеному фото визначаємо внутрішній діаметр.



Рис. 2. Дослідницька установка для дистанційного проведення лабораторної роботи

Якщо немає мікрометра, тоді фотографуємо наконечник кулькової ручки з торця на фоні міліметрової лінійки і визначаємо на збільшеному

фото з порівняння внутрішнього діаметра з розміром міліметра внутрішній діаметр випускної трубки.

Аналогічно вимірюємо геометричні параметри крапель. Результати вимірювань наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання коефіцієнта поверхневого натягу σ

Рідина	D_E , мм	D_S , мм	D_E / D_S	Густина рідини, кг/м ³	σ (30°C), мН/м	Табличне значення σ (20°C), мН/м
Вода	3,4	2,7	1,26	1000	68 ± 3	72,8
Олія сонячна рафінована	2.765	2,33	1,1875	930	37 ± 3	32-44
Етанол	0.8			780	22 ± 2	23

2.4. Визначення коефіцієнту поверхневого натягу рідини методом важеля

Мета роботи: визначити величину коефіцієнта поверхневого натягу рідини та його залежності від температури.

Прилади й матеріали: посудина, важель, вода, лінійка.

Теоретичні відомості

Для визначення залежності коефіцієнта поверхневого натягу рідини від температури застосовується метод важеля, роль якого виконує, наприклад, прямолінійний алюмінієвий дріт. Дріт виконує дві функції: він є вагами і водночас аналогом дротяної рамки, яку зазвичай витягують з рідини для вимірювання коефіцієнту її поверхневого натягу. В умовах дистанційного навчання роль алюмінієвого дроту може виконувати кавова трубочка (соломка для коктейлів) діаметром 4,8 мм. Прямолінійна ділянка трубочки – важеля складає 160 мм, маса 0,4 г.

Рівень рідини встановлюють на 1-1,5 мм нижче гострого краю посудини. При торканні води дротом утворюється тонка плівка рідини завширшки x (рис. 1).

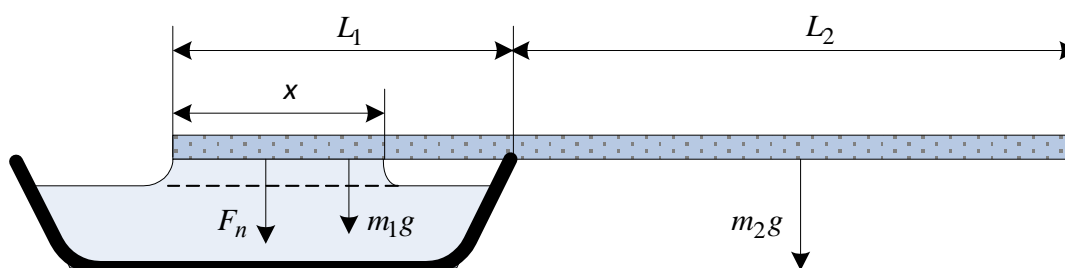


Рис. 1. Схема установки для вимірювання коефіцієнта поверхневого натягу

Вздовж поверхні плівки діє сила поверхневого натягу \vec{F}_n , модуль якої дорівнює:

$$F_n = 2x\sigma \quad (1)$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу. Множник 2 з'являється тому, що плівка має дві поверхні.

Нехай m - маса дроту, $L = L_1 + L_2$ - довжина дроту, m/L — маса одиниці довжини дроту. Запишемо умову рівноваги дроту щодо краю ємкості, тобто рівність моментів сил:

$$F_n \left(L_1 - \frac{x}{2} \right) + m_1 g \frac{L_1}{2} = m_2 g \frac{L_2}{2}. \quad (2)$$

Підставимо в (2) силу поверхневого натягу (1), маси:

$$m_1 = \frac{L_1 m}{L}, \quad m_2 = \frac{L_2 m}{L}, \quad m = \rho V = \frac{\rho \pi d^2 L}{4}$$

і виразимо коефіцієнт поверхневого натягу σ . Вимірювання і обчислення спростяться, якщо вода змочуватиме всю довжину L_1 , тобто $x = L_1$ (рис. 2).

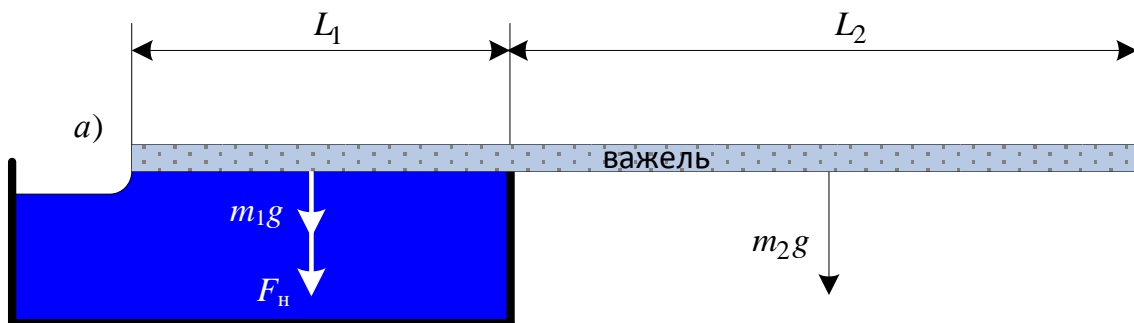


Рис. 2. Оптимальна схема установки для вимірювання коефіцієнта поверхневого натягу рідини

Тоді остаточно отримаємо розрахункову формулу:

$$\sigma = \frac{\rho \pi d^2 g}{8} \frac{L}{L_1} \left(\frac{L}{L_1} - 2 \right). \quad (3)$$

Величини L та $L_1 = L - L_2$ вимірюються лінійкою, а діаметр дроту d - мікрометром. При відсутності мікрометра значення x та d визначаємо за допомогою смартфона, фотографуючі установку, зображену на рис. 1, на фоні міліметрової лінійки.

Якщо у посудину налити гарячу рідину, наприклад, воду, тоді через деякий час температура води буде знижуватися, що вплине на величину коефіцієнта поверхневого натягу.

Хід роботи

Для вимірювання коефіцієнта поверхневого натягу рідини методом важеля (рис. 1) використовуємо алюмінієвий дріт (густина $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$) оптимальної довжиною, як показали експерименти, $L = 15 \text{ см}$ та діаметром $d = 1,77 \text{ мм}$. При температурі води 30°C отримано $L_1 = 5,4 \text{ см}$, тобто за формулою (3) коефіцієнт поверхневого натягу $\sigma = 70 \pm 2 \text{ мН/м}$, що близько до табличного значення коефіцієнта поверхневого натягу води при кімнатній температурі та узгоджується з результатами, отриманими методом відриву краплини. Залежність коефіцієнта поверхневого натягу води від температури наведена в табл. 1.

Таблиця 1

Результати вимірювання коефіцієнта поверхневого натягу σ в залежності від температури

$t, ^\circ\text{C}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\sigma, \text{мН/м}$	75,5	74,4	72,9	71,2	69,5	67,8	66,1	64,4	62,7	60,8	58,9

На рис. 3 наведено графік залежності величини поверхневого натягу води від температури, побудований за даними табл. 1.

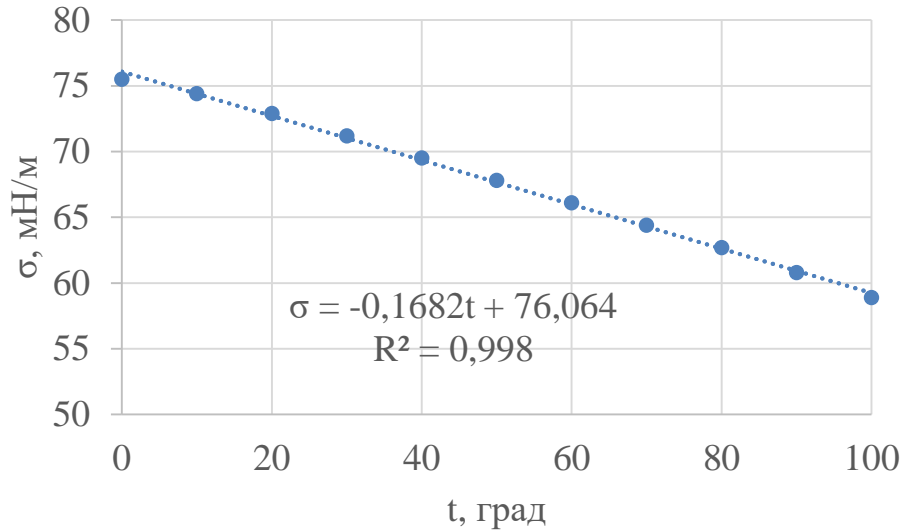


Рис. 3. Експериментальний графік залежності величини поверхневого натягу води від температури

Отже, можна зробити висновок, що в діапазоні температур 0 – 100⁰С залежність величини поверхневого натягу води від температури лінійна.

2. 5. Вимірювання величини сили відриву поверхні плоского тіла від рідини методом важеля

Мета роботи: дослідити функціональну залежність від параметрів контактуючого з рідиною тіла: його площі контакту, периметру, наявності в ньому отворів.

Прилади й матеріали: посудина, важель, вода, тонкі диски, лінійка.

Класична теорія явищ на межі рідини і твердого тіла базується на двох константах: коефіцієнті поверхневого натягу рідини σ і куті змочування рідиною твердого тіла θ . Однак ці "константи" залежать від цілого ряду додаткових обставин. Так, на величину конкретного кута змочування впливає більше десятка параметрів. Цей кут залежить від суперпозиції ряду явищ і процесів і повинен бути кінцевим результатом обчислення, що відображає реакцію рідини на суму всіх зовнішніх впливів, а не основою для подальших розрахунків.

Під час викладання учням навчального матеріалу нюанси визначення кута, як правило, випадають з розгляду, і в більшості випадків завдання зводяться до варіантів повного змочування або повного не змочування поверхонь; складна крива поверхні рідини в капілярі замінюється сферичною, а при розгляді рівноваги краплі на поверхні в якості незалежної змінної величини вводиться площа основи краплі, що обчислюється з її радіусу. Витоки таких спрощень лежать в способі отримання знаменитого рівняння Юнга (1804 р.), що зв'язує кут змочування θ і коефіцієнт поверхневого натягу σ на межі середовищ:

$$\cos \theta = (\sigma_{SG} - \sigma_{SL}) / \sigma_{LG}, \quad (1)$$

де нижні пари індексів відносяться до пар речовин, які контактують, на межі між якими вимірюється або обчислюється поверхневий натяг; S – тверда поверхня; L – рідина; G – газ.

Як видно з цього рівняння макроскопічний параметр θ_0 не залежать від властивостей молекул, а уявлення про силове поле між молекулами враховується тільки на лінії їх розмежування. Тому з постановки і трактування результатів експериментів по визначенню коефіцієнта поверхневого натягу рідини учні роблять помилковий висновок, що сила діє тільки по лінії змочування. Взаємодія всіх інших молекул рідини і твердого тіла на контактуючих поверхнях з їх поля зору випадає. Це є дидактичною проблемою, і цей підхід до вивчення адгезії та когезії речовин (без урахування досить суттєвих поправок) треба виправляти.

Теоретичні відомості

Для визначення залежності коефіцієнта поверхневого натягу рідини від температури у п. 2.3 застосовується метод важеля, роль якого виконує прямолінійний алюмінієвий дріт (рис. 1а).

Цей прилад можна застосувати для розв'язання іншої задачі, а саме, вимірюванню величини сили відриву поверхні плоского тіла від рідини (рис. 1б). Чому актуальна ця задача для учня, який вивчає тему поверхневого натягу рідини? Відповідно до класичних уявлень за силову взаємодію під час відриву поверхні плоского тіла від рідини відповідальні сили поверхневого натягу, і максимальна сила відриву, наприклад, плоского диску вагою $m_d g$ від поверхні рідини пропорційна периметру круга πd і поверхневому натягу σ :

$$F = m_d g + \pi d \cdot \sigma \cdot \cos \theta, \quad (2)$$

де θ – крайовий кут у кромки диска.

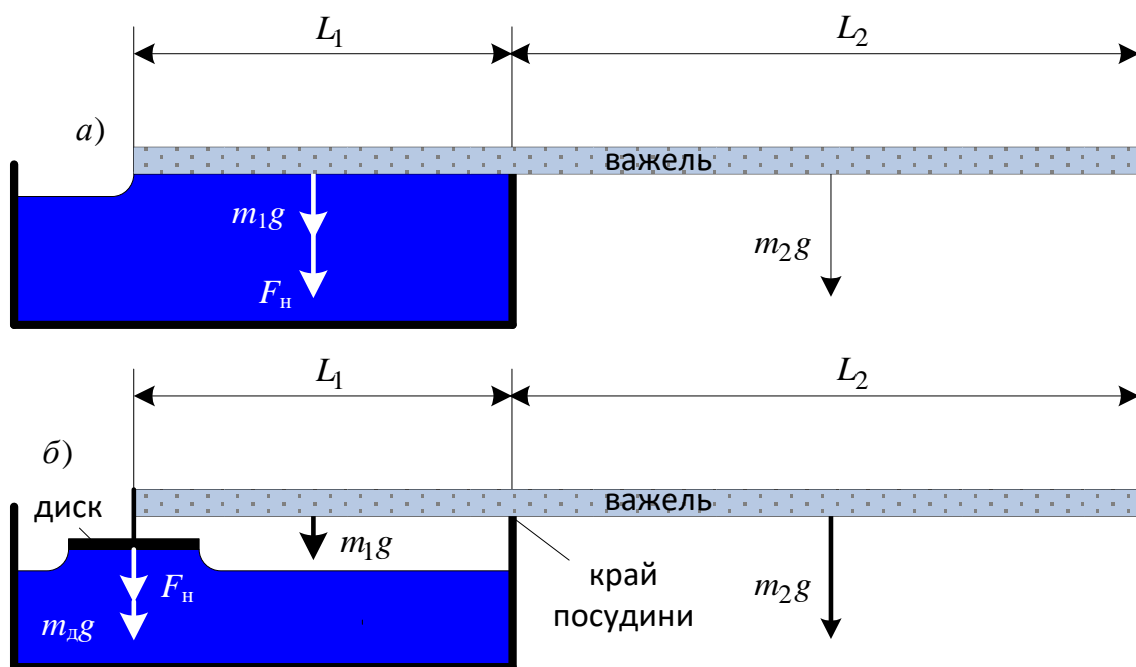


Рис. 1. Схема установки для вимірювання коефіцієнта поверхневого натягу та сили відриву плоского тіла від рідини

Сила відриву досягає максимального значення при вертикальному напрямку поверхні рідини, тобто коли $\theta = 0$. Взагалі кажучи, сила взаємодії повинна б залежати від властивостей кожної з речовин, які контактують, але це не відбивається у формулі (2). Тому такі пояснення фізики процесу відриву плоскої поверхні від рідини важко зрозуміти.

У загальному випадку сумарна сила відриву тіла вагою $m_d g$ повинна складатися з поверхневої сили, пропорційної периметру тіла, що виймається з рідини, і сили, що залежить від площі поверхні:

$$F = m_d g + k\sigma P + \beta S, \quad (3)$$

де k — поправочний коефіцієнт поверхневого натягу рідини; P — периметр, вздовж якого відбувається змочування твердого тіла; β — коефіцієнт пропорційності; S — площа змоченої поверхні.

Запишемо умову рівноваги важеля при наявності диску (рис. 1б):

$$(F_n + m_d g)L_1 + \left(\frac{L_1}{L} mg\right) \cdot \frac{L_1}{2} = \left(\frac{L_2}{L} mg\right) \cdot \frac{L_2}{2}.$$

Звідси

$$\begin{aligned} F_n \cdot L_1 &= \left(\frac{L_2}{L} mg\right) \cdot \frac{L_2}{2} - \left(\frac{L_1}{L} mg\right) \cdot \frac{L_1}{2} - m_d g L_1 = \frac{mg}{2L} (L_2^2 - L_1^2) - m_d g L_1 = \\ &= \frac{mg(L_2 - L_1)}{2} - m_d g L_1 \end{aligned}$$

або

$$F_n = 0,5mg \left(\frac{L_2}{L_1} - 1\right) - m_d g. \quad (4)$$

Якщо $m_d g \ll F_n$, тоді

$$f = \frac{F_n}{mg} = 0,5 \left(\frac{L_2}{L_1} - 1\right). \quad (5)$$

$$F_n = 0,5mg \left(\frac{L_2}{L_1} - 1\right). \quad (6)$$

Отже, для обчислення відносної сили поверхневого натягу $f = \frac{F_n}{mg}$

потрібно знати масу важеля m та відношення довжин $\frac{L_2}{L_1}$. Вимірювання

можна проводити з набором пластин різної форми і площі, тіл з незвичайною формою, наприклад дисків з декількома отворами різного діаметру і т. д. Можна визначати силу відриву тіл, виготовлених з різних матеріалів. Варіювання в широких межах абсолютних розмірів, форми, стану поверхні і хімічного складу тіл, що випробовуються, є принциповою відмінністю цих експериментів від аналогічних "класичних" дослідів.

Результати дослідження

З врахуванням того, що досліди учні будуть робити вдома, за плоскі тверді тіла вибрано прозорі пластмасові диски з полімерної плівки обкладинок блокнота товщиною 270 мкм (рис. 2 а). По центру диска приклеюється тонке кільце від кавової трубочки, в яке вставлявся алюмінієвий дрот – важіль (рис. 2 б). Маса алюмінієвого важеля склала 7,645 грама, діаметр $\varnothing 3,5$ мм, довжина 323 мм. Маса дисків була 0,071 - 1,384 г в залежності від діаметрів дисків $d = 15 - 70$ мм. Максимальна сила відриву визначалася, коли відбувався відрив диску від поверхні рідини. Для цього відрізок важеля довжиною L_2 збільшувався до моменту відриву. Метою дослідів є визначення залежності сили відриву від 1) площі поверхні тонких дисків, що виготовлені з різних матеріалів та торкаються поверхні рідини, 2) їх периметру, 3) наявності отворів в дисках. Результати дослідів наведені в табл. 1, графіках залежностей на рис. 3 – 6.



Рис. 2. Фото установки з важелем та диском

Таблиця 1

Результати вимірювання сили відриву F_H дисків з полімерної плівки від поверхні води

m_d , г	Діаметр диска, мм	Площа диска, мм ²	Периметр диска, мм	L_2 , мм	L_1 , мм	L_2/L_1	F_H , мН
0,071	15	176,7	47,1	174	149	1,17	5,68
0,137	20	314,16	62,8	185	138	1,34	11,41
0,26	30	706,86	94,3	201	122	1,65	21,75
0,458	40	1256,64	125,7	225	98	2,30	44,11
0,71	50	1963,5	157,1	241	82	2,94	65,75
1,002	60	2827,4	188,5	260	63	4,13	107,43
1,384	70	3848,45	219,9	273	50	5,46	153,67
1,091*	60	2827,4	188,5	259	64	4,05	103,55

*- полімерна плівка, покрита знизу Al плівкою

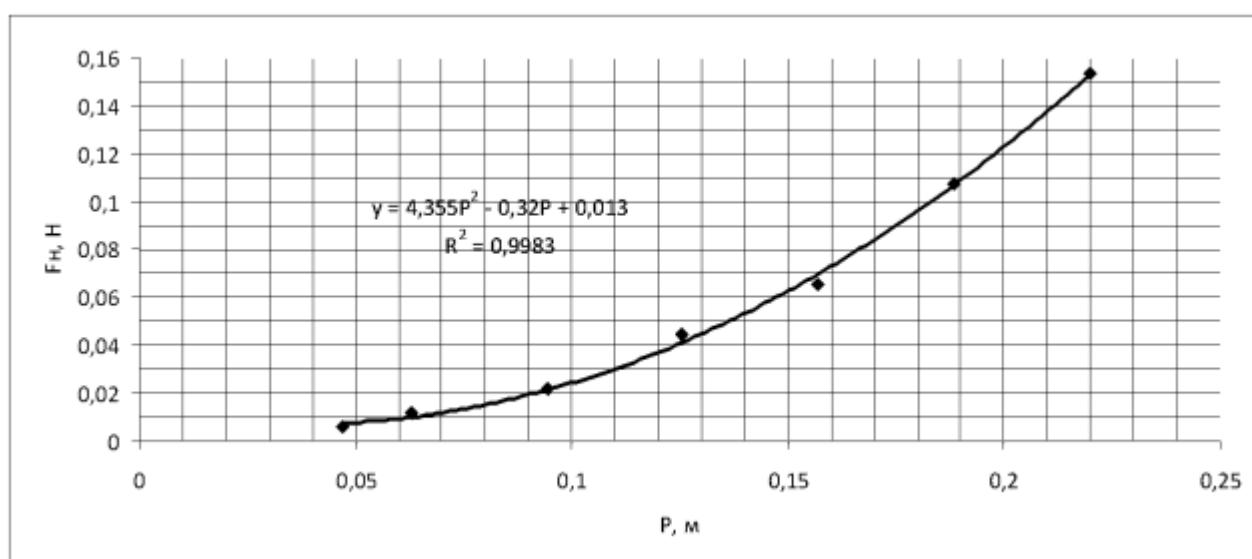


Рис. 3. Графік залежності сили відриву від периметру диска

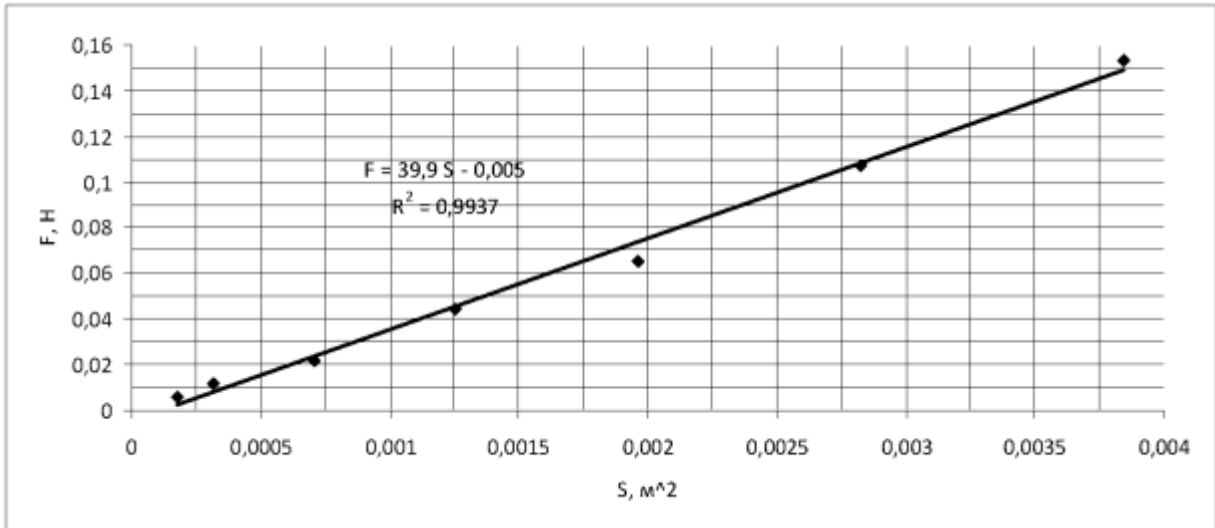


Рис. 4. Графік залежності сили відриву F_n від площі контактної поверхні диску $S = \pi d^2 / 4$

Як видно з рис. 3 лінійної залежності $F = \sigma \cdot l$ не існує (l в даному випадку – периметр). Тобто, сила поверхневого натягу під час підйому диска не працює, “виключена”. Графік на рис. 4 лінійний, тобто сила відриву диска від рідини прямо пропорційно залежить від площі диску. Це доводить, що сила відриву визначається об’ємними силами взаємодії молекул рідини зі всіма молекулами твердого тіла, а не тільки вздовж лінії розмежування. З рівняння лінії на рис. 4 визначено, що коефіцієнт пропорційності в рівнянні (5) $\beta \approx 40 \text{ Н/м}^2$, що узгоджується з результатами дослідів $\beta \approx 45 \text{ Н/м}^2$ інших дослідників.

Крім пари вода – полімерна плівка коефіцієнт β може бути визначений і для інших матеріалів. Так, якщо поверхню полімерного диску покрити знизу Al фольгою та провести ті ж досліди, тоді отримуємо коефіцієнт $\beta = 40 \text{ Н/м}^2$ (див. табл. 1). Для пари вода—скло $\beta = 38 \text{ Н/м}^2$, пари сталь—вода $\beta = 42 \text{ Н/м}^2$, для пари вода—латунь $\beta = 16 \text{ Н/м}^2$. З цього можна зробити висновок, що коефіцієнти β для матеріалів, яки добре

змочуються, прямують до граничного значення $\beta \approx 40 \text{ Н / м}^2$, який визначається міцністю зв'язків молекул рідини між собою.

Щоб довести, що значення коефіцієнта β є константою і визначається не взаємодією фаз – твердого тіла і рідини, – а міцністю зв'язків молекул рідини між собою, в дисках дираколом робляться однакові отвори \varnothing 6 мм (див. рис. 2 б). Для симетрії отвори пробиваються парами з різних боків геометричної осі диска. Площа диска діаметром \varnothing 60 мм при цьому зменшувалася, а довжина границі розмежування (периметр взаємодії) – збільшувалася. При пробитті 20 отворів в диску його площа зменшилася на 20%, а периметр з P_0 за рахунок отворів зріс і став рівним $3 P_0$. Проте сила відриву від води суцільного диску $F_0 = 96 \text{ мН}$ і перфорованого не змінилася. Це свідчить про те, що відповідальними за зчеплення є всі молекули води, які знаходяться під диском. Саме вони шляхом перерозподілу сил зчеплення в просторі зберігають майже незмінною величину сили відриву диску від рідини.

Пояснити виявлений зв'язок сили відриву і геометричних характеристик диску: периметру і площі – можна парної потенційної функцією взаємодії молекул, що описується, потенціалом Леннарда-Джонса. Ця силова взаємодія існує для будь-яких молекул. Потенційна функція подібна для всіх однакових пар молекул, де б вони не знаходилися. Для розрахунку сили взаємодії поверхонь рідких і твердих тіл досить визначення величини сил міжмолекулярної взаємодії між усіма молекулами рідини у всьому об'ємі рідини, а не тільки на границі твердого тіла з вільною поверхнею рідини.

Доповнити цей висновок можна виконавши досліди з краплею води, що висить на стелі, де вона утримується не поверхневими силами викривленої лінії розмежування рідини з повітрям, а адгезійною силою на

всій площі контакту рідини з твердим тілом в поєднанні з об'ємним розтягуванням усієї маси краплі (рис. 5).

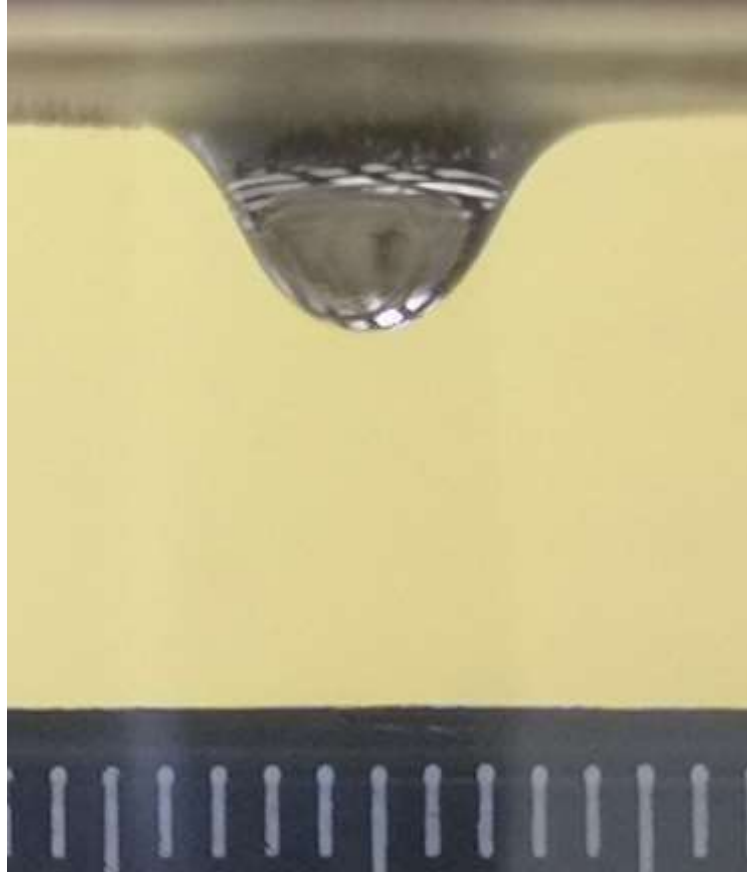


Рис. 5. Форма вісячої краплі перед падінням (діаметр основи 8 мм)

Форма поверхні краплі є наслідком перерозподілу внутрішніх напружень починаючи від межі різнорідних середовищ. При цьому силою поверхневого натягу, яка діє у горизонтальному напрямку на лінії дотику до утримуючої краплю поверхні, неможливо пояснити, хто утримує краплю від падіння? Тому виникає питання: чи є взагалі сила поверхневого натягу? Довести її існування можна виконавши інший дослід. Переконливим експериментальним доказом тангенціальної природи цієї сили є те, що

показано на рис. 6: на поверхню мильної плівки накладена петля з нитки довільної форми. Вона з часом не змінюється.

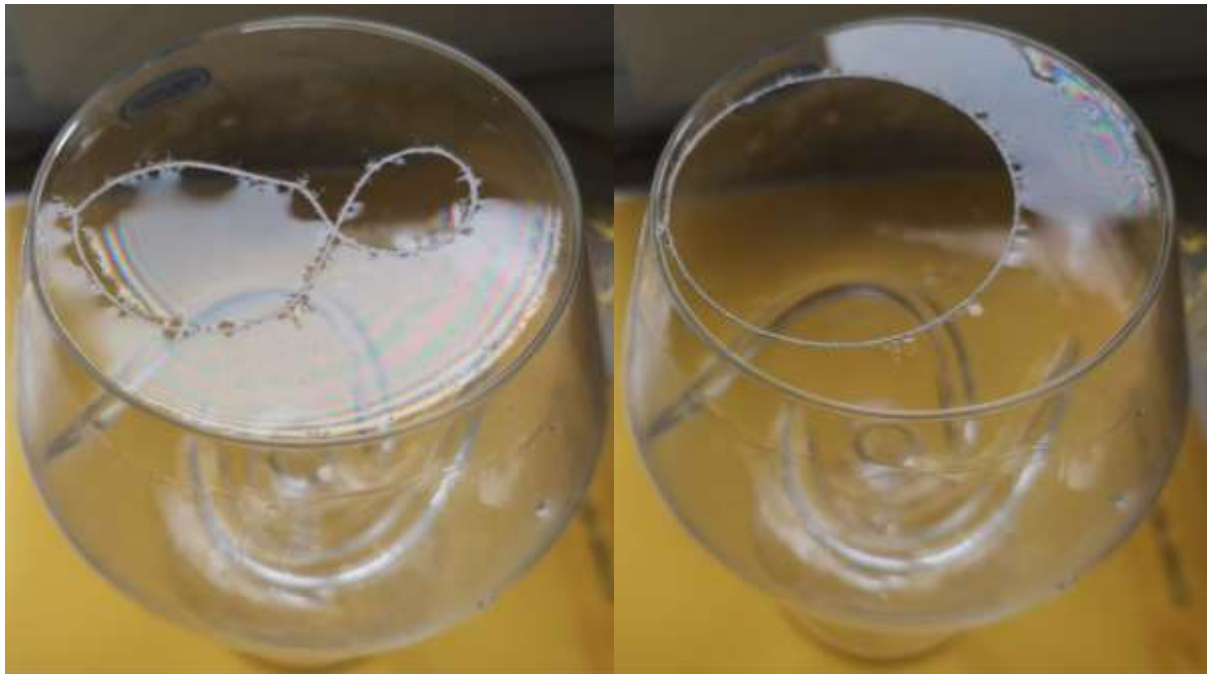


Рис. 6. Експериментальне підтвердження тангенціальної орієнтації сили поверхневого натягу

Якщо доторкнутися пальцем до поверхні, обведену ниткою, тоді відразу ж петля приймає округлу форму, яка виникає в результаті дії тангенціальної сили поверхневого натягу, що діє по дотичній до поверхні води на кожну точку нитки. Кожен елементарний шматок нитки відчуває дію сил як з внутрішнього боку нитки так і з зовнішнього, але густина повітря значно менше густини води, тому і кількість взаємодіючих на межі молекул різна. Цей дослід підкреслює той факт, що поверхневий натяг залежить від двох рідин, що контактують.

Аналогічний дослід можна провести якщо на поверхню води положити петлю з нитки, а потім доторкнутися до поверхні, обведену ниткою,

мільною паличкою. Тоді петля завдяки різниці коефіцієнтів поверхневого натягу мильної води і чистої буде розтягнута тангенціальними поверхневими силами й прийме форму кола.

Отже, роль об'ємних і поверхневих сил при взаємодії рідини з твердим тілом учень може з'ясувати вдома, провівши серію переконливих дослідів: з вимірювання величини сили відриву поверхні плоского тіла від рідини, вісячими краплями та з ниткою у вигляді петлі покладеною на плівку мильної води. Простота постановки дослідів, доступність матеріалів дозволяє студентам досліджувати явища на межі двох середовищ не тільки в лабораторних умовах, а й дистанційно.

2.6. Визначення в'язкості, середньої довжини вільного пробігу та ефективного діаметру молекул повітря

Мета роботи: використавши зв'язок між коефіцієнтом внутрішнього тертя в газах і середньою довжиною вільного пробігу молекул, визначити в'язкість, середню довжину вільного пробігу та ефективний діаметр молекул повітря.

Прилади й матеріали: прилад для визначення середньої довжини вільного пробігу молекул повітря, смартфон, термометр, барометр.

Теоретичні відомості

Молекулярно-кінетична теорія дає змогу одержати формули, що зв'язують *макроскопічні* (тиск, об'єм, температура) і *мікроскопічні* (розміри і маса молекули, її швидкість, середня довжина вільного пробігу) параметри газу. Користуючись цими формулами, можна на основі вимірювання макроскопічних параметрів газу визначити його мікроскопічні параметри. Для визначення середньої довжини вільного пробігу молекул газу $\bar{\lambda}$ використовують формулу залежності коефіцієнту внутрішнього тертя (в'язкості) η від $\bar{\lambda}$ і \bar{v} :

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{\lambda} \bar{v}, \quad (1)$$

де ρ – густина газу, \bar{v} – середня арифметична швидкість молекул газу.

Густину газу можна визначити за рівнянням Клапейрона-Менделєєва:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad \text{звідки} \quad p\mu = \frac{m}{V} RT \quad \text{і густина дорівнює:}$$

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}. \quad (2)$$

Середня арифметична швидкість молекул:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \quad (3)$$

Підставивши (2) і (3) в (1), одержимо:

$$\eta = \frac{1}{3} \frac{p\mu}{RT} \cdot \bar{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \quad (4)$$

Від коефіцієнту в'язкості η залежить об'єм газу, що проходить через капіляр під дією різниці тисків Δp на кінцях капіляру. Ця залежність визначається формулою Пуазейля:

$$\eta = \frac{\pi r^4}{8Vl} \cdot \Delta p \tau. \quad (5)$$

де V – об'єм газу, що пройшов через капіляр довжиною l і радіусом r за час τ .

Використовуючи (4) і (5), визначаємо середню довжину вільного пробігу молекул повітря:

$$\bar{\lambda} = \frac{3}{16} \cdot \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{Vl p} \cdot \sqrt{\frac{\pi RT}{2\mu}}. \quad (6)$$

Знаючи $\bar{\lambda}$, можна визначити ефективний діаметр молекул повітря:

$$\bar{\lambda} = \frac{l}{\sqrt{2\pi d^2 n}}. \quad (7)$$

де n – число молекул в одиниці об'єму газу; з рівняння $p = nkT$ визначимо

$n = \frac{p}{kT}$. Після підстановки цього виразу в (7) і перетворень матимемо:

$$d = \sqrt{\frac{kT}{\sqrt{2\pi\bar{\lambda}p}}}. \quad (8)$$

Опис приладу

Прилад для визначення в'язкості, середньої довжини вільного пробігу та ефективного діаметра молекул повітря (див. рис. 1) складається з корпусу 20 мл шприця внутрішнім діаметром $\varnothing 18,8$ мм, закритого зверху гумової пробкою, через яку пропущено трубку голки калібра № 23 довжиною $l = 35$ мм і внутрішнім діаметром $\varnothing 0,337$ мм.



Рис. 1. Установка для дослідження: 1 поділка = 3,35 мм, діаметр внутрішньої трубки голки шприця (калібр 23G) $\varnothing 0,337$ мм, довжина $l = 35$ мм

В нижній частині шприця є випускний отвір, який використовується як кран. Поділki на бічній поверхні шприця є лінійкою для визначення рівня води, а також відліком для визначення об'єму води, що витікла. Для 20 мм шприця відстань між поділками складає 3,35 мм.

Як кріпильну стійку для приладу та збиральник води використовують невеличку поліетиленову пляшку з вирізом у боковій стенці для зручнішого фотографування процесу витікання води з випускного отвору шприця.

Для реєстрації часу використовують секундомір іншого смартфона, на фоні якого і відбувається фільмування процесу витікання води.

Хід роботи

1. Випускний отвір шприця закрийте пальцем. Наповніть корпус шприця водою до відмітки дещо більшої 20 мл.
2. Гумову пробку з голкою-капіляром щільно вставте в отвір шприця. Кінчик голки не повинен торкатися води. Підготуйте камеру смартфона для фотографування процесу зміни рівня води в порожнині шприця. Включить секундомір.
3. Поставте корпус шприця на горловину пляшки-тримача, відкрийте випускний отвір і робите фотографування кожен раз, коли рівень води зрівнюється з поділкою, нанесеною на бокову поверхню шприця.
4. Коли в шприцю буде приблизно 5 мл води, зупиніть секундомір.
5. Використовуючі отримані фотографії відмітьте на секундомірі час та рівень води в посудині h_i на тої час. Час, відображений на першій фотографії приміть за 0. Різницю разом з рівнем h_i на тої час занесить у таблицю. Приклад вимірювання наведено в табл. 1.

Приклад вимірювання

t, c	0	3,26	6,66	9,95	13,4	18,06	22,72	28,28	34,18	42,24	52,95	91,97
h, mm	59,3	54,3	50,3	46,9	43,6	40,2	36,9	33,5	30,2	26,8	23,5	20,1

6. Побудуйте графік залежності $h = f(t)$ з відображенням рівняння лінії та коефіцієнта кореляції R^2 (рис. 2). Рівняння, як видно на рис. 2, майже лінійне. Швидкість руху вільної поверхні води складає 1,2 мм/с.

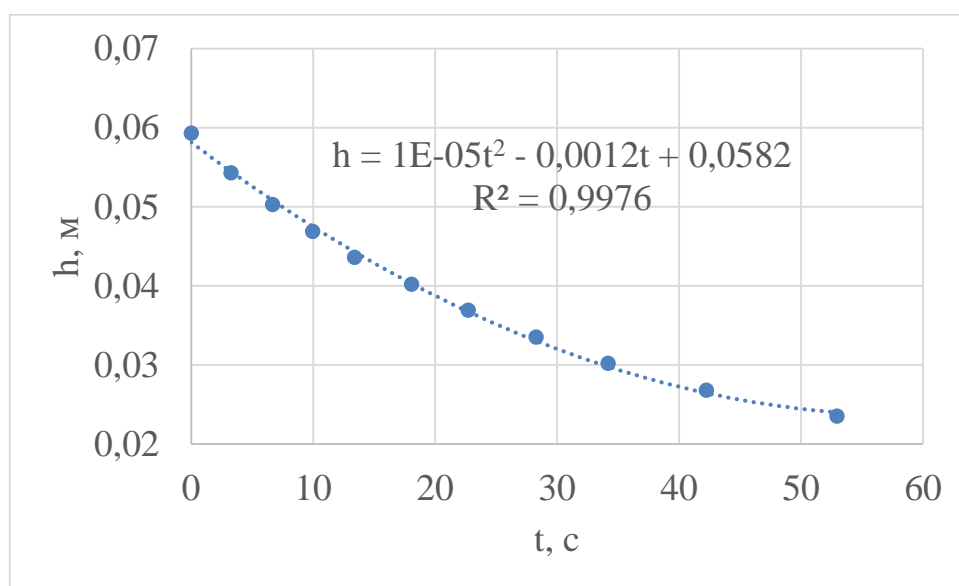


Рис. 2. Залежність висоти рівня води від часу (20 мл шприц)

7. Визначте об'єм води V , що витекла з посудини за час τ . Цей об'єм дорівнює об'єму повітря V , що увійшов в порожнину шприця через капіляр. Наприклад, зміна рівня води між поділками 15 мл та 10 мл ($V = 5$ мл), згідно даним табл. 1, відбулася за

$$\tau = 28,28 - 6,66 = 21,62 \text{ с.}$$

8. За формулою (5) обчисліть $\bar{\eta}$. Різниця тисків $\Delta p = \rho_g g \frac{h_1 + h_2}{2}$, де ρ_g – густина води при температурі дослідів, g – прискорення вільного падіння.

Наприклад, для $h_1 = 50,3\text{мм}$ та $h_2 = 33,5\text{мм}$ різниця тисків повітря дорівнює:

$$\Delta p = 10^3 \times 9,81 \times \frac{(50,3 + 33,5) \times 10^{-3}}{2} = 411 \text{ Па.}$$

Тоді експериментально визначений коефіцієнт в'язкості дорівнює:

$$\eta_{\text{exp}} = \frac{\pi (0,17 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 411 \cdot 21,62}{8 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 35 \cdot 10^{-3}} = 16,7 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с},$$

що відрізняється від табличного значення $\eta_{\text{табл}} = 18 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$ на 7,2%.

9. За формулою (6) обчисліть $\bar{\lambda}$. Довжина вільного пробігу молекул повітря для наведеного прикладу вимірювання, коли $T = 295 \text{ К}$, а атмосферний тиск $p = 10^5 \text{ Па}$, дорівнює:

$$\bar{\lambda} = \frac{3 \cdot \pi (0,17 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 411 \cdot 21,62}{16 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 35 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot 8,31 \cdot 295}{29 \cdot 10^{-3}}} = 129 \text{ нм}.$$

10. За формулою (8) обчисліть ефективний діаметр молекули повітря:

$$d = \sqrt{\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 295}{\sqrt{2} \pi \cdot 129 \cdot 10^{-9} \cdot 10^5}} = 5,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

11. Дослід повторіть не менше трьох раз.

12. Результати вимірювань і обчислень подати у вигляді табл. 2.

Таблиця 2

Результати вимірювань

№ П/П	$\tau, \text{с}$	$h_1, \text{м}$	$h_2, \text{м}$	$\Delta p, \text{Па}$	$V, \text{м}^3$	$\bar{\lambda}, \text{м}$	$d, \text{м}$	$\eta, \text{Па} \cdot \text{с}$
1								
2								
3								
Середнє значення								

11. Обчисліть відносну похибку результатів вимірювання. Зробіть порівняння результатів вимірювання з табличними значеннями. Зробіть висновки.

Параметри установки та константи

$$l = 35 \text{ мм}, \quad 2r = 0,337 \text{ мм (див. рис. 3)}, \quad \mu = 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, \quad R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$



Рис. 3. Фото для визначення внутрішнього діаметру голки по зовнішньому діаметру

2.7. Гравітаційні коливання рідини в трубці

Мета роботи: дослідити ангармонічну природу затухаючого коливального руху рідини в трубці, зануреної у посудину.

Обладнання: прозора скляна або пластикова ємність, вода, трубочка діаметром 10 мм довжиною 250 мм, харчовий барвник, смартфон з мобільним застосунком “Мілісекундомір”.

Теоретичні відомості

Ангармонічні коливання — періодичні коливання, в яких коливна величина змінюється за несинусоїдальним законом. Ангармонічні коливання можна уявити як накладання великого числа коливань, частоти яких кратні найменшій частоті. Остання називається основною, а всі вищі за неї — гармоніками. На відміну від гармонічних коливань, частота ангармонічних коливань залежить від амплітуди.

Для отримання ангармонічних коливань використовується трубка з закритим верхнім отвором, яка занурується в рідину. Схема експерименту наведена на рис. 1. Рідина після відкриття отвору вливається в порожнину трубки під впливом гідростатичного тиску знизу, внаслідок чого рівень рідини в трубці швидко піднімається над поверхнею рідини у посудині, а потім зазнає кількох коливань, перш ніж зрівняється з рівнем рідини у посудині.

Використаємо другий закон Ньютона, щоб описати рух маси рідини в циліндричній порожнині трубки. Модель процесу включає гідростатичний тиск з нижньої частини трубки, силу тяжіння, а також втрати енергії.

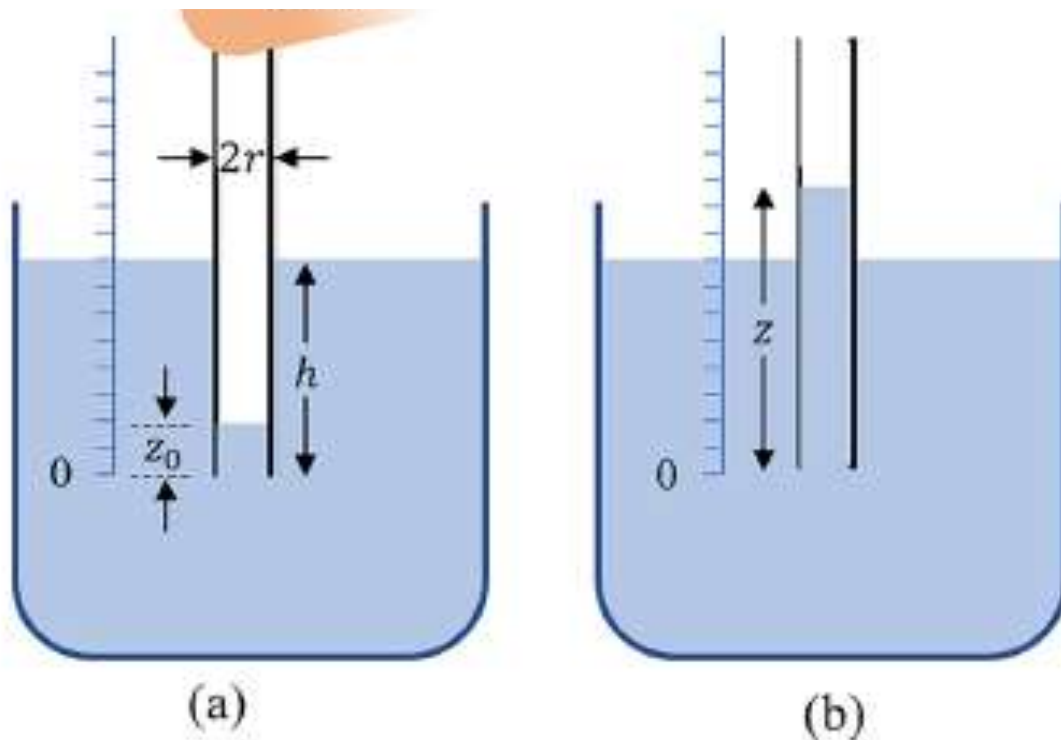


Рис. 1. (а) Трубка, закрита пальцем, занурена у посудину; (б) після звільнення отвору від пальця відбуваються коливання рівня рідини в трубці

Ефекти внутрішнього тертя трубки, шорсткість поверхні, ефекти довжини трубки, перехід течії до турбулентності або капілярні ефекти в моделі не будемо враховувати. Тоді рівняння руху для рівня рідини над дном трубки z , як показано на рис. 1, можна виразити так:

$$\frac{dp}{dt} = -F_g + F_p + F_{\text{опір}}$$

$$\dot{m}\dot{z} + m\ddot{z} = -mg + \rho ghS - b'\dot{z}, \quad (1)$$

де $p = m\dot{z}$ – імпульс рідини в трубці, ρ – густина рідини, h – глибина дна трубки під поверхнею рідини у посудині, $S = \pi r^2$ – площа поперечного перерізу трубки, b' – феноменологічний коефіцієнт загасання.

Важливим є те, що маса рідини в трубці змінюється під час зміни рівня рідини в часі. Можемо записати масу рідини в трубці так:

$$m = \rho zS \quad (2)$$

Рівняння (1) можна перегрупувати як звичайне диференціальне рівняння другого порядку, де ρ і S скасовуються:

$$\ddot{z} = -\frac{1}{z}(\dot{z}^2 + gz - gh + b\dot{z}). \quad (3)$$

Тут феноменологічний коефіцієнт загасання перевизначено $b' = b\rho S$, щоб спростити остаточне рівняння. Розв'язавші рівняння (3) отримуємо залежність $z = f(t)$.

Спростивши рівняння (3) можна дослідити поведінку стовпчика рідини в трубці в межах малих зміщень рівня навколо поверхні рідини в посудині. Для цього ми визначаємо $y = z - h$ як рівень рідини в трубці відносно рівня поверхні рідини в посудині, а потім приймаємо $y \ll h$. Таким чином, рівняння (1) спрощується до

$$\ddot{y} = -\frac{g}{h} y. \quad (4)$$

яке можна ідентифікувати як закон Гука.

Одже, період коливань T_0 можна тепер визначити так:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \quad (5)$$

Хід роботи

1. Підготувати відеокамеру смартфона (120 або 240 кадрів в секунду) до з'йомки процесу коливання.
2. Налити воду у посудину.
3. Верхній отвір трубки закрити пальцем та занурити у рідину.
4. Запустити мілісекундомір та включити відео.
5. Підніміть палець вгору – відкрийте верхній отвір трубки.
6. Після закінчення коливань виключите відеоз'йомку.
7. Запишіть у таблицю Excel величину рівня води в трубці в залежності від часу коливання.

8. Побудуйте графік залежності рівня води в трубці від часу. Визначте період коливання та коефіцієнт загасання за формулою:

$$b = \frac{1}{T} \ln \frac{A_1}{A_2} \quad (6)$$

9. Порівняйте період коливань із законом Гука для малих зміщень.

10. Повторіть п. 1-9 зі збільшеною концентрацією солей, або іншою рідиною, іншою формою трубки, іншим діаметром.

Як приклад виконання роботи, на рис. 2 наведена експериментальна установка ($h = 155$ мм, $z_0 = 5$ мм), а на рис. 3 – осцилограма коливання рідини в трубці. З таблиць Ексел та осцилограми отримуємо наступні дані: період коливання $T = 0,795$ с, максимальна амплітуда 1-го коливання $A_1 = 55$ мм відносно поверхні води в посудині, 2-го – $A_2 = 18$ мм, 3-го – $A_3 = 7$ мм.

Період коливань за формулою (5) повинен бути рівним:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{0,155}{9,81}} = 0,790 \text{ с}$$

Отже, різниця експериментального значення періоду T та теоретичного T_0 складає біля 0,6%, що є беззаперечно хорошим результатом.

Коефіцієнт загасання обчислений за формулою (7) дорівнює:

$$b = \frac{1}{0,795} \ln \frac{53}{35} = 0,52$$

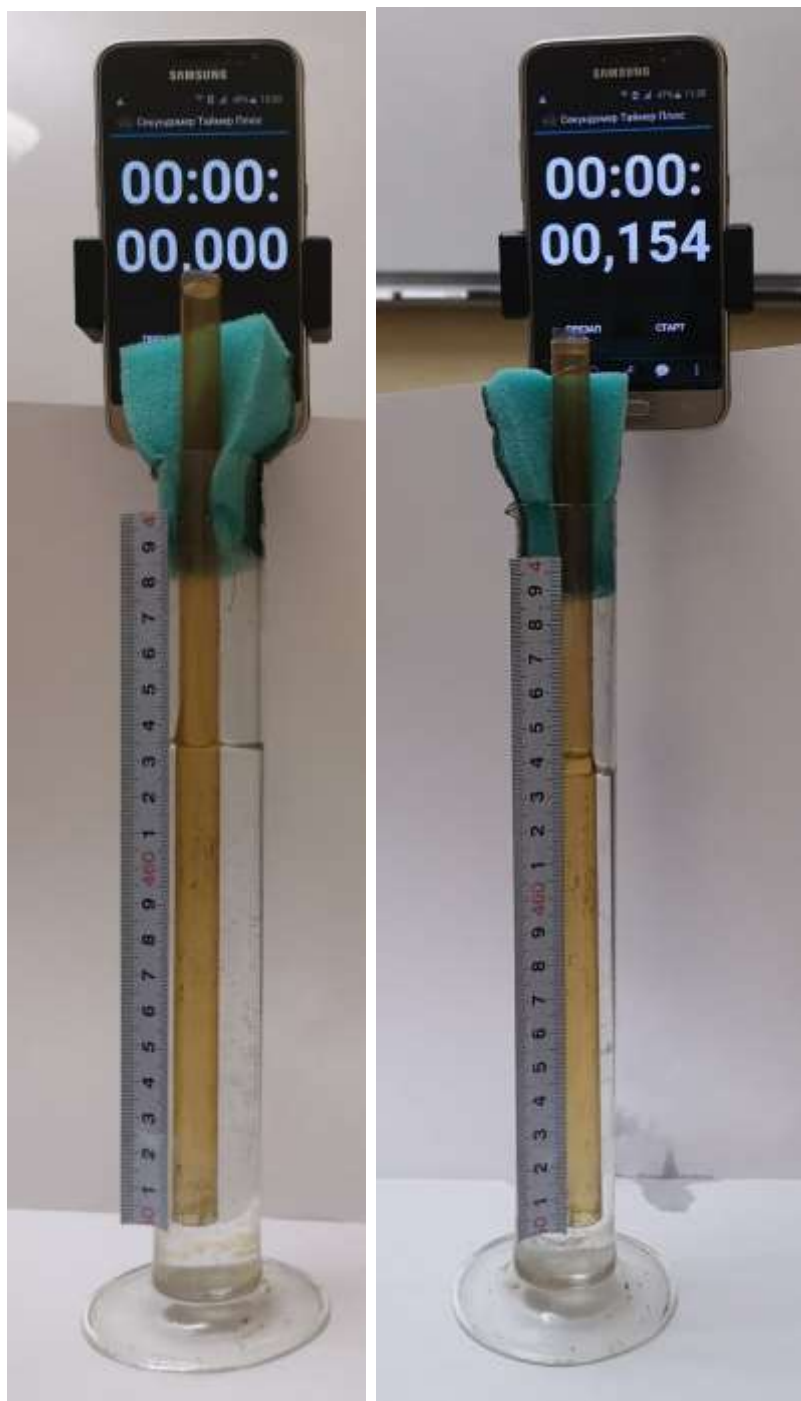


Рис. 2. Фото експериментальної установки

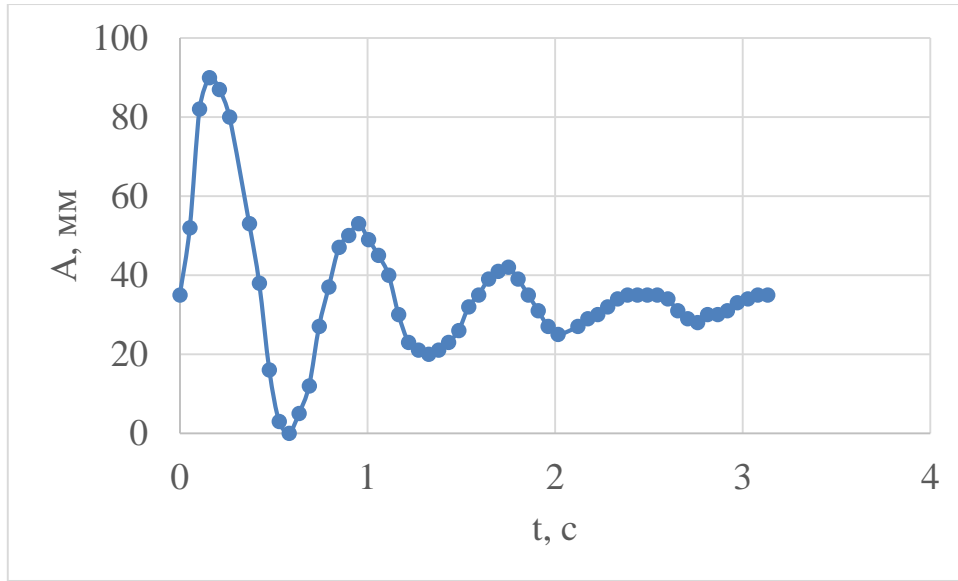


Рис. 3. Осцилограма затухаючого коливального руху рівня рідини

2.8. Дослідження обертання фізичного маятника у вигляді стрижня з грузиками навколо горизонтальної осі

Мета роботи: визначити залежність кутового прискорення від місцезнаходження грузика (грузиків) на стрижні під час його обертання навколо горизонтальної осі проведеної скрізь кінчик стрижня.

Обладнання: алюмінієвий (дерев'яний) стрижень, 2 гайки діаметром 5 мм, транспорир, лінійка, смартфон з мобільним застосунком “Мілісекундомір”.

Теоретичні відомості

Розглянемо фізику стрижня, який обертається навколо одного кінця, коли він падає з майже горизонтального положення. Нехай однорідний стрижень масою M і довжиною L обертається навколо нерухомого кінця P у вертикальній площині, θ — кут між стрижнем і горизонталлю, C і C_1 — центри мас (рис. 1. а).

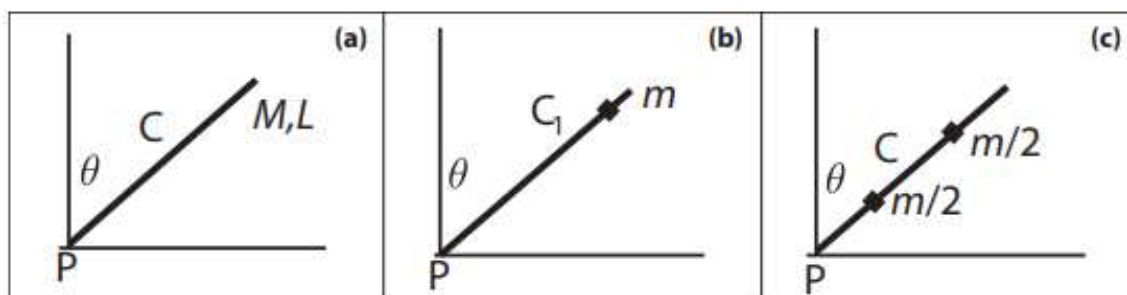


Рис. 1. Схема обертання стрижня масою M і довжиною L навколо осі P : (а) стрижень із центром маси, розташованим у точці C , (б) стрижень з одним грузиком масою m ; центр мас системи розташований в точці C_1 , (с) стрижень з двома грузиками масою $m/2$ кожна; центр маси системи розташований у точці C , як у випадку зі стрижнем без грузиків

Відомо, що момент сили, що обертає стрижень, є лінійною функцією відстані грузика від осі обертання, тоді як момент інерції є квадратичною функцією відстані. Тому в залежності від конфігурації час падіння стрижней з грузиками і без них може відрізнятись і прогнозування результату їх перегонів стає скрутним.

Якщо маса m буде додана на стрижень, тоді співвідношення маси стрижня до маси грузика буде дорівнювати $k = M/m$. Розглянемо два варіанти розміщення грузиків на стрижні: один, у якому m розміщується в одному місці стрижня [рис. 1(б)], і інший, у якому два грузики масою $m/2$ кожний роз міщуються таким чином, щоб розташування центру маси системи було ідентичним положенню стрижня без грузиків [рис. 1(с)].

Введемо безрозмірну змінну $d = l/L$, де d — відстань від точки осі P до грузика. Таким чином, $0 \leq x \leq 1$. Дві конфігурації (а) і (б) є ідентичними, коли $x = 0,5$.

Щоб зрозуміти яке буде кутове прискорення стрижня без грузиків, розглянемо момент сили тяжіння. Стержень має момент інерції $I_0 = (1/3)ML^2$ відносно P і обертається силою тяжіння $F_0 = Mg$ з точкою прикладання в центрі мас C . Модуль вектора положення центра мас дорівнює $r_0 = L/2$. Оскільки плече сили дорівнює $l = r_0 \sin \theta$, тоді, згідно основному рівнянню обертання твердого тіла, маємо:

$$F_0 r_0 \sin \theta = I_0 \varepsilon_0,$$

звідки миттєве кутове прискорення ε_0 дорівнює:

$$\varepsilon_0 = d^2\theta/dt^2 = (3g \sin \theta) / 2L. \quad (1)$$

Рівняння (1) демонструє, що рух падаючого стрижня описується нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку. Після інтегрування рівняння (1) отримуємо кутову швидкість і положення стрижня як функцію часу, але для цього потрібно використати складні інтеграли. Тому для аналізу будемо враховувати відносні прискорення різних конфігурацій системи стрижень-

грузики. Отже, розглянемо рух стрижня з одним грузиком [рис. 1(б)], момент інерції якого відносно точки P буде дорівнювати:

$$I_1 = ML^2 / 3 + md^2 = kmL^2 + mx^2L^2, \quad (2)$$

а величина модуля вектора центра мас визначається як

$$r_1 = 0,5 L(k + 2x) / (k + 1). \quad (3)$$

Момент сили тяжіння буде дорівнювати:

$$F_1 r_1 \sin \theta = I_1 \varepsilon_1,$$

де $F_1 = (k + 1)mg$, і тоді кутове прискорення буде дорівнювати:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 [(k + 2x) / (k + 3x^2)]. \quad (4)$$

За визначенням, ми маємо $k > 0$ і $0 \leq x \leq 1$, тому стрижень з одним грузиком буде рухатися швидше, ніж стрижень без грузиків, коли член у квадратних дужках у рівнянні (4) перевищує одиницю, для чого потрібно щоби $0 < x < 2/3$. З іншого боку, стрижень без грузиків впаде швидше, якщо $2/3 < x \leq 1$. Ці стрижні впадуть одночасно, якщо $x = 0$ або $x = 2/3$. Ця залежність проілюстрована на рис. 2, який демонструє, що результат гонки залежить від відносної відстані $x = d / L$.

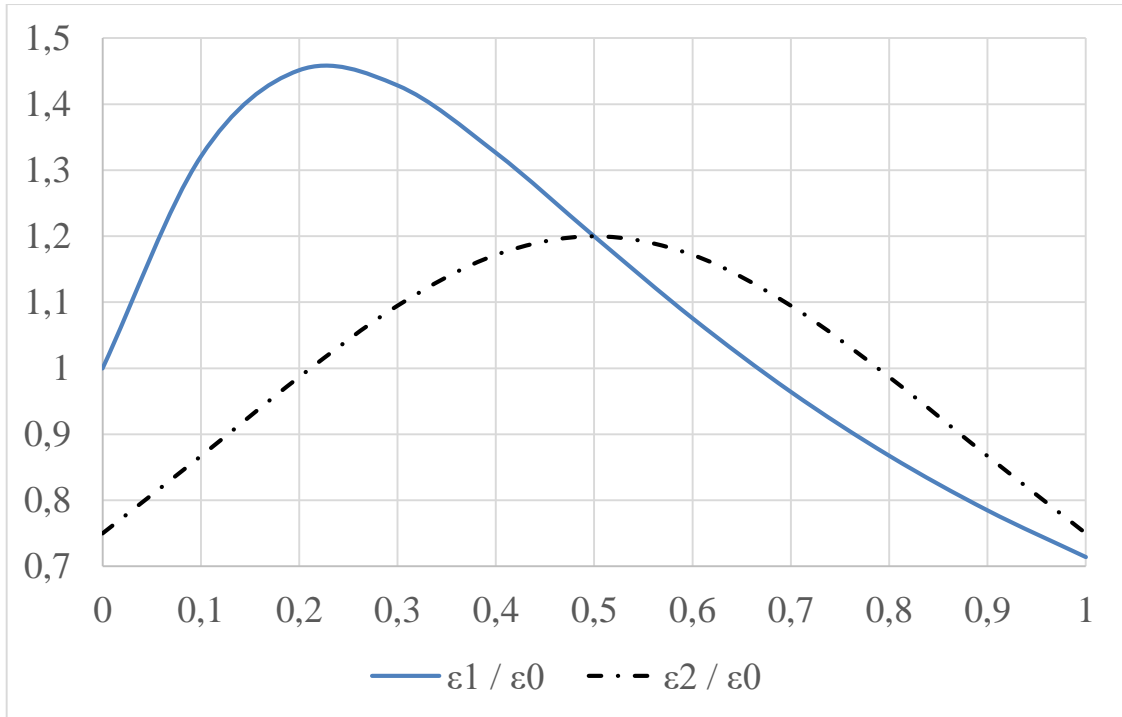


Рис. 2. Співвідношення прискорень $\varepsilon_1 / \varepsilon_0$ (синя суцільна крива) і $\varepsilon_2 / \varepsilon_0$ (пунктирна чорна крива) для співвідношення мас $k = 0,5$, згідно рівнянням (4) і (6). Горизонтальна лінія $\varepsilon / \varepsilon_0 = 1$ показує рівність прискорень, над (нижче) якої виграє (програє) стрижень з грузиками. Дві криві перетинаються при $x = 0,5$, оскільки конфігурації системи з одним грузиком та двома грузиками ідентичні для цього значення x

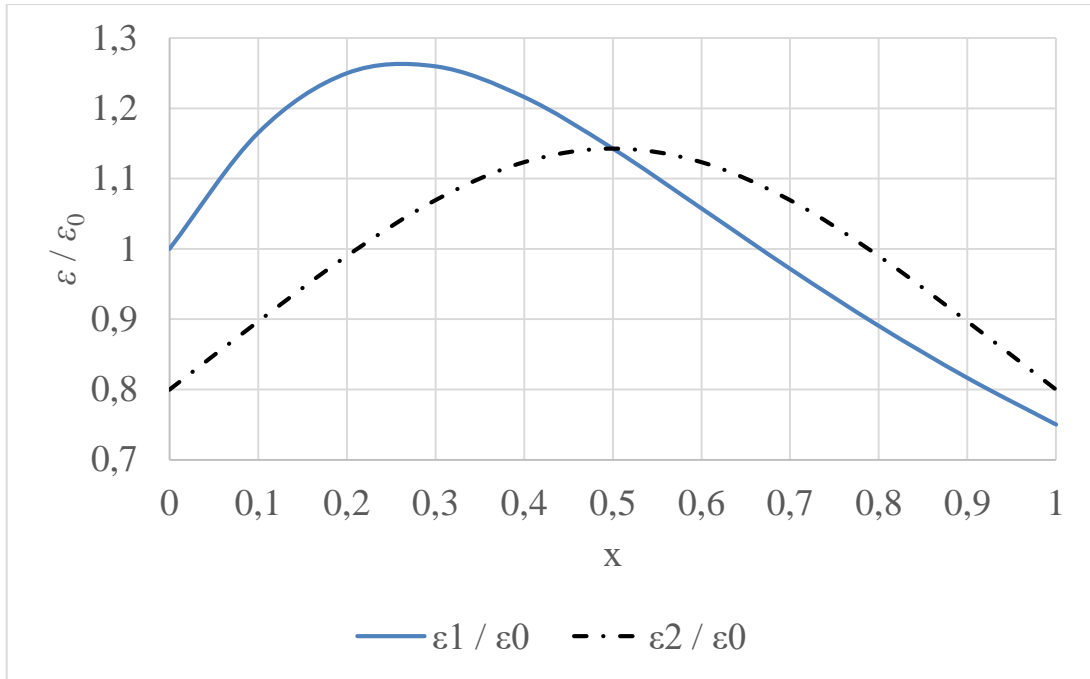


Рис. 3. Співвідношення прискорень $\varepsilon_1 / \varepsilon_0$ (синя суцільна крива) і $\varepsilon_2 / \varepsilon_0$ (пунктирна чорна крива) для співвідношення мас $k = 1$, згідно рівнянням (4) і (6).

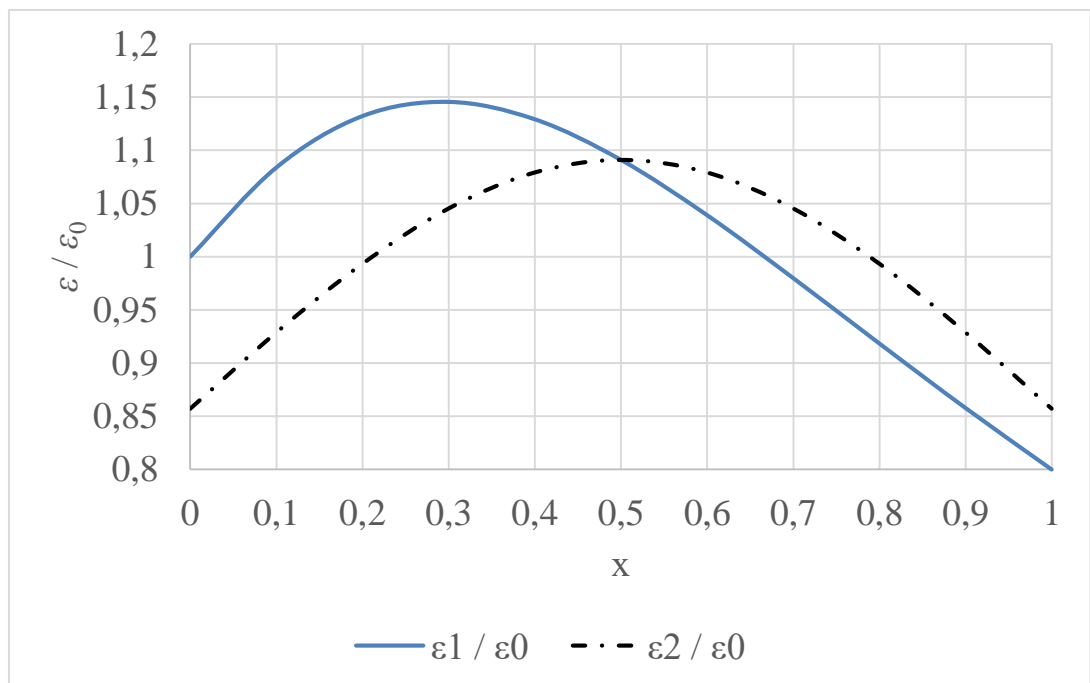


Рис. 4. Співвідношення прискорень $\varepsilon_1 / \varepsilon_0$ (синя суцільна крива) і $\varepsilon_2 / \varepsilon_0$ (пунктирна чорна крива) для співвідношення мас $k = 2$, згідно рівнянням (4) і (6).

Розглянемо варіант з двома грузиками [рис. 1(с)]. Система має момент інерції:

$$I_2 = kML^2 / 3 + 0,5m[x^2 + (1 - x)^2]L^2. \quad (5)$$

Центр маси знаходиться в точці C , тому:

$$r_2 = r_0 = L/2.$$

Момент сили

$$\tau_2 = F_2 r_2 \sin \theta = I_2 \varepsilon_2,$$

де $F_2 = F_1 = (k + 1)mg$.

Отже, кутове прискорення буде дорівнювати:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_0 [(k + 1) / (k + 3 / 2\gamma)], \quad (6)$$

де $\gamma = x^2 + (1 - x)^2$, причому $1/2 \leq \gamma \leq 1$.

Порівнюючи рівняння (6), (1) і (4), ми бачимо, що поведінка системи з двома грузиками відображає поведінку системи з одним грузиком, яка падає швидше, ніж стрижень без грузиків, коли $1/2 \leq \gamma < 2/3$, повільніше, ніж стрижень без грузиків, коли $2/3 < \gamma \leq 1$, і дорівнює часу падіння стрижня без грузиків, якщо $\gamma = 2/3$ (тобто $x = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2\sqrt{3}}$). Ця залежність також зображена на рис. 2.

Отже, рівняння (1), (4), (6) і рис. 2 математично демонструють, що відносні кутові прискорення стрижня з одним грузиком та двома і стрижнем без грузиків залежать лише від відстані, де розміщується грузик x , і співвідношення маси стрижня до маси грузика k . Коли відносне кутове прискорення дорівнює 1, тоді воно не залежить від k .

Основна фізика, що визначає, який стрижень першим досягне землі, полягає у взаємозв'язку моменту сили тяжіння і моменту інерції, оскільки момент сили є лінійною функцією відстані від осі обертання до грузика, тоді як момент інерції є квадратичною функцією цієї відстані.

Хід роботи

1. Зважити стрижень та гайки.
2. Виміряти довжину стрижня .
3. Включити мілісекундомір. Для запобігання проскальзування встановите стрижень у вертикальне положення так, щоб опорний кінець трубочки потрапив у кут між поверхнею стола і книжкою (брусом).
4. Вмикність відеореєстрацію смартфона у режимі slow motion.
5. Відпустіть стрижень.
6. Визначте тривалість падіння стрижня. Значення часу занесіть у таблицю.
7. Надягніть гайку на стрижень. Змінюючи відстань між гайкою та опорною точкою визначте тривалість падіння стрижня. Значення часу занесіть у таблицю.
8. За даними таблиці побудуйте графік, подібний графіку, зображеному на рис. 2, та порівняйте їх.

Приклад

Маса дерев'яного стрижня $M = 2,452$ г, маса грузика $m = 4,274$ г, $L = 194$ мм. Отже, $k = 0,5737$.

Відношення $(\varepsilon_1 / \varepsilon_0)_{\max} = 1,41$ коли $x_{\max} = 0,25$, тобто коли $d = 48,5$ мм.

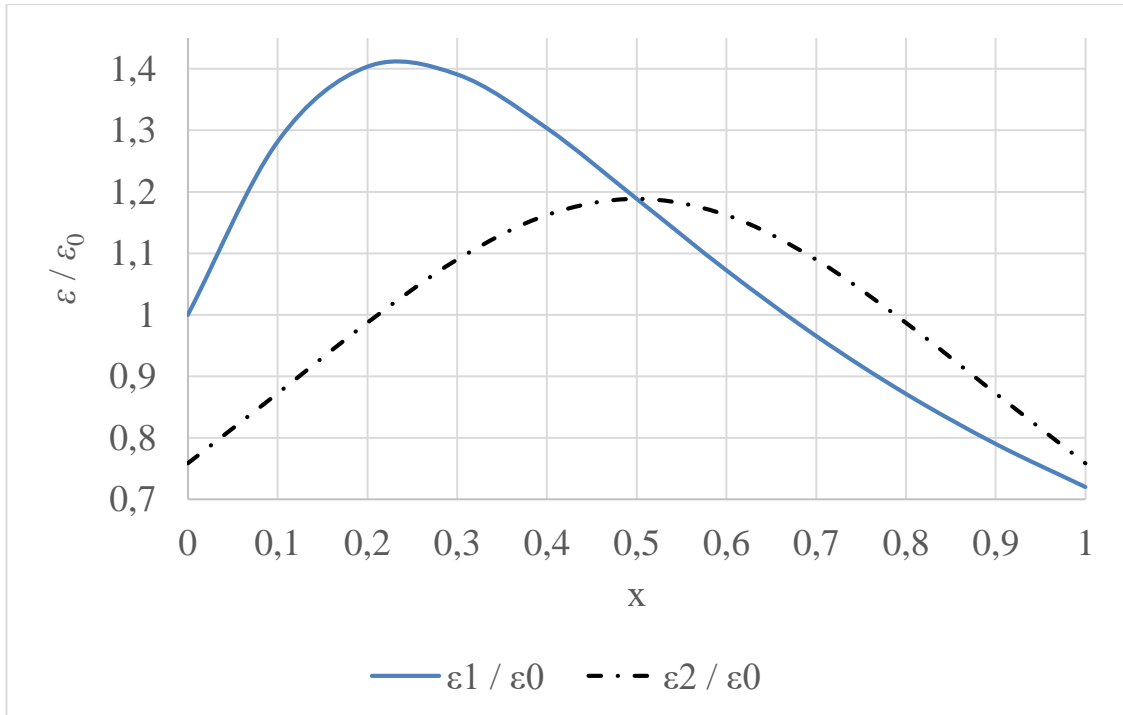


Рис. 5. Співвідношення прискорень $\varepsilon_1 / \varepsilon_0$ (синя суцільна крива) і $\varepsilon_2 / \varepsilon_0$ (пунктирна чорна крива) для співвідношення мас $k = 0,5737$, згідно рівнянням (4) і (6).

2. 9. Визначення величини коефіцієнта відновлення при зіткненні тіл: перевірка гіпотези Ньютона

Мета роботи: визначити залежність коефіцієнта відновлення від швидкості тіл.

Обладнання: кулька на нитці, відбійник, смартфон.

Теоретичні відомості

Нехай кулька падає у вакуумі зі стану спокою з висоти h_0 на горизонтальну плиту, вдаряється об неї і відстрибує вертикально вгору (рис. 1). З законів кінематики відомо, що швидкість кульки в момент удару дорівнює $v = \sqrt{2gh_0}$, де g – прискорення вільного падіння. Як показує досвід, швидкість v' , з якою кулька починає рухатись вгору після удару,

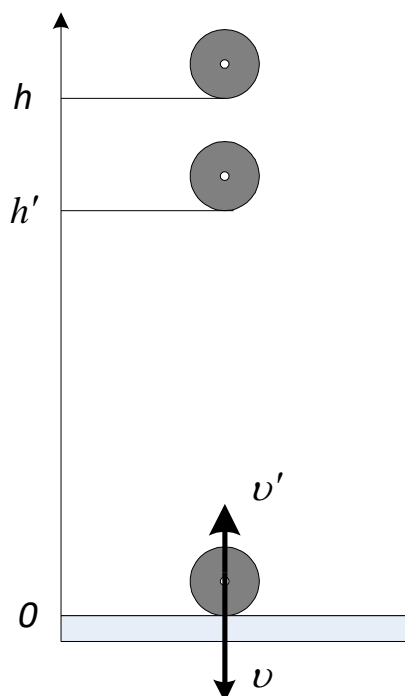


Рис. 1. Схема дослідів

буде меншою, ніж v . Як відомо, при непружному ударі кінетична енергія не зберігається, і тому швидкість кульки зменшується. В свій час Ньютон, аналізуючи подібні досліди з кульками, прийшов до висновку, що величина $\varepsilon = \frac{v'}{v}$ – постійна для даної кульки і даної поверхні плити. Припущення щодо постійності величини ε називають гіпотезою Ньютона, а саму постійну ε – коефіцієнтом відновлення.

Якщо припустити, що гіпотеза Ньютона правдива, то для визначення величини ε для даної кульки і даної поверхні достатньо провести лише один дослід. А саме, відпустити кульку з висоти h_0 і виміряти максимальну висоту h_1 , на яку вона піднімається після удару. Тоді передударна швидкість кульки буде

$$v_0 = \sqrt{2gh_0}, \quad (1)$$

а після удару

$$v_1 = \sqrt{2gh_1}, \quad (2)$$

тобто коефіцієнт відновлення

$$\varepsilon = \frac{v_1}{v_0} = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}}. \quad (3)$$

Виникає питання: чи зберігає свою величину коефіцієнт відновлення при зміні швидкості удару? Для цього відпустимо кульку з висоти h_0 , але на цей раз не будемо її ловити після першого удару, а дамо їй можливість необмежено відскакувати. Скільки часу буде тривати цей процес?

Якщо $t_0 = \sqrt{2h_0/g}$ – час падіння до першого зіткнення з плитою, а $t_1 = \sqrt{2h_1/g}$ – час відскоку кульки до висоти h_1 після першого зіткнення, тоді

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}} = \frac{t_1}{t_0}.$$

Отже, $t_1 = \varepsilon t_0$. Ті самі дії можна повторити для всіх відскоків. З урахуванням того, що час, необхідний для підйому кульки, дорівнює часу падіння та припускаючи, що коефіцієнт відновлення ε однаковий для всіх відскоків, ми отримуємо

$$t_{n+1} = \varepsilon t_n. \quad (4)$$

Ми також можемо записати

$$t_n = \varepsilon^n t_0. \quad (5)$$

Якщо існує навіть нескінченна кількість відскоків, завдяки тому, що коефіцієнт ε менше одиниці, загальний час підстрибування T буде скінченний:

$$T = t_0 + 2\sum_1^{\infty} t_n = 2\sum_0^{\infty} t_n - t_0 = \left[2\left(\sum_0^{\infty} \varepsilon^n\right) - 1 \right] \cdot t_0 \quad (6)$$

Ряд в круглих дужках – це геометрична прогресія зі знаменником $\varepsilon < 1$, тому він збіжний. Сума такого ряду:

$$S = \frac{1}{1 - \varepsilon}. \quad (7)$$

Підставивши рівняння (7) в рівняння (6), ми отримуємо вираз для загального часу стрибання T :

$$T = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \cdot t_0 = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \cdot \sqrt{\frac{2h_0}{g}}. \quad (8)$$

Коли $\varepsilon \rightarrow 1$, загальний час прямує до нескінченності, як і слід очікувати, оскільки в такому випадку відскоки є пружними, і куля ніколи не зупиниться. Розв'язавши вищенаведене рівняння щодо ε , ми отримуємо залежність:

$$\varepsilon = \frac{T - t_0}{T + t_0} = \frac{T - \sqrt{2h_0 / g}}{T + \sqrt{2h_0 / g}}. \quad (9)$$

Якщо прийняти $\varepsilon = 0,90$, і коли початкова висота $h = 0,5$ м, то формула (8) дає $T = 6$ с. Цей результат можна перевірити експериментально. Збільшення часу стрибків доведе, що гіпотеза Ньютона не є вірною.

Результати дослідження

Для демонстрації явища та дослідження характеристик руху й підтвердження зроблених раніше теоретичних висновків було виготовлено установку, схему якої наведено на рис. 2.

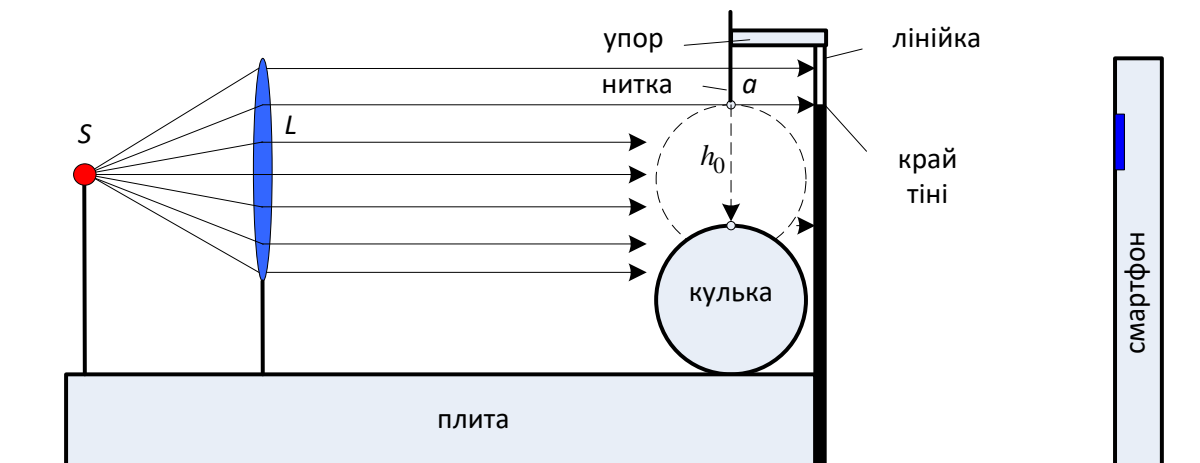


Рис. 2. Схема дослідної установки: S – джерело світла, L – лінза

Стальна плита масою 200 г та розмірами $50 \times 32 \times 16$ (Н) мм³ може кріпитися до дошки столу пружинними затискачами (binder clips). Рух кульки відбувається на тлі прозорої міліметрової лінійки, прикріпленої до плити та мілісекундоміра іншого смартфона. Для вимірювання та визначення кінематичних параметрів використовувався смартфон Huawei P20 Pro в режимі відео "slow motion" з частотою до 960 кадрів/с. Для створення паралельного пучка світла можна використовувати прямі промені Сонця. Вигляд фото під час знаходження кульки в верхніх точках траєкторії після підскоків наведено на рис. 3.

З цього можна зробити висновок, що положення кульки реєструється чітко та однозначно. Хоча ціна поділки 1 мм, але точність визначення положення нижньої частини кульки при необхідності можна збільшити за рахунок простого збільшення фото.

Отже, смартфон дозволяє вимірювати оптичним методом швидкості падіння кулі майже до нуля і реєструвати одночасно інтервали часу.

Тривалість ударів склаала величину – 588,43 мс. Час польоту кульки між ударами наведено в табл. 1.

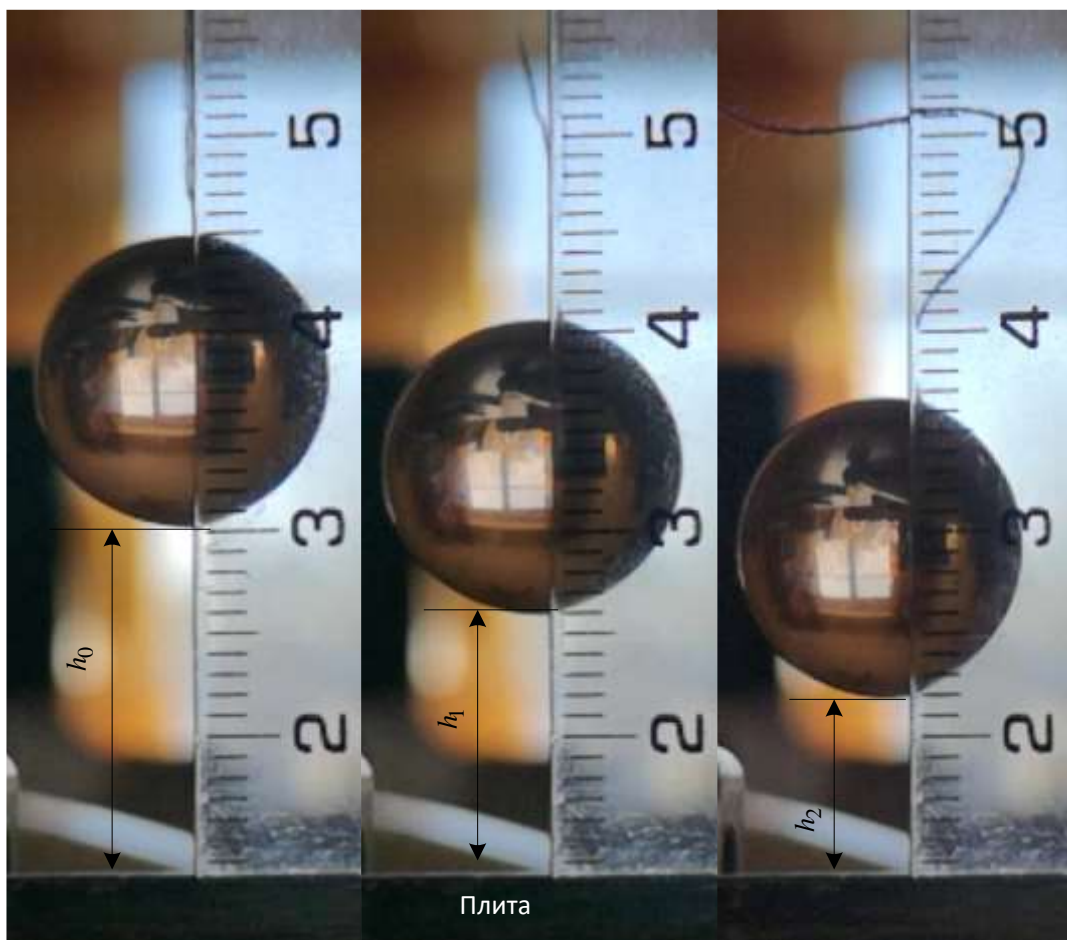


Рис. 3. Скріншоти відеофільму (960 кадрів/с) відскоків скляної кульки від сталльної плити

Таблиця 1

Результати вимірювань тривалості підскоків

№	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10
t , мкс	134,8	98	75,6	60,4	46,8	28,5	22,4	18,24	15,04
№	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19
t , мкс	12,48	10,48	8,64	7,02	5,32	4,22	2,7	1,6	0,78

Тривалість взаємодії кульки з плитою знаходилась в межах 62 ± 18 мкс. Якщо вважати, що $\varepsilon = \text{const}$, тоді величина коефіцієнта відновлення за формулою (9) дорівнює:

$$\varepsilon = \frac{T - \sqrt{\frac{2h_0}{g}}}{T + \sqrt{\frac{2h_0}{g}}} = \frac{588,43 - 100,96}{588,43 + 100,96} = 0,707. \quad (10)$$

Дослідимо, чи дійсно $\varepsilon = \text{const}$ для кожного зіткнення? Для цього величину коефіцієнта відновлення для першого зіткнення визначимо так:

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{h_1}{h_0}} = \frac{t_1}{t_0} = \frac{0,5 \cdot t_{12}}{t_0} = \frac{0,5 \cdot 134,8}{100,96} = 0,6676.$$

Величину коефіцієнта відновлення для другого, третього зіткнення і т.д. визначимо так:

$$\varepsilon_n = \frac{t_{n,n+1}}{t_{n-1,n}}.$$

Результати обчислень ε в залежності від швидкості кульки v наведено на рис. 4.

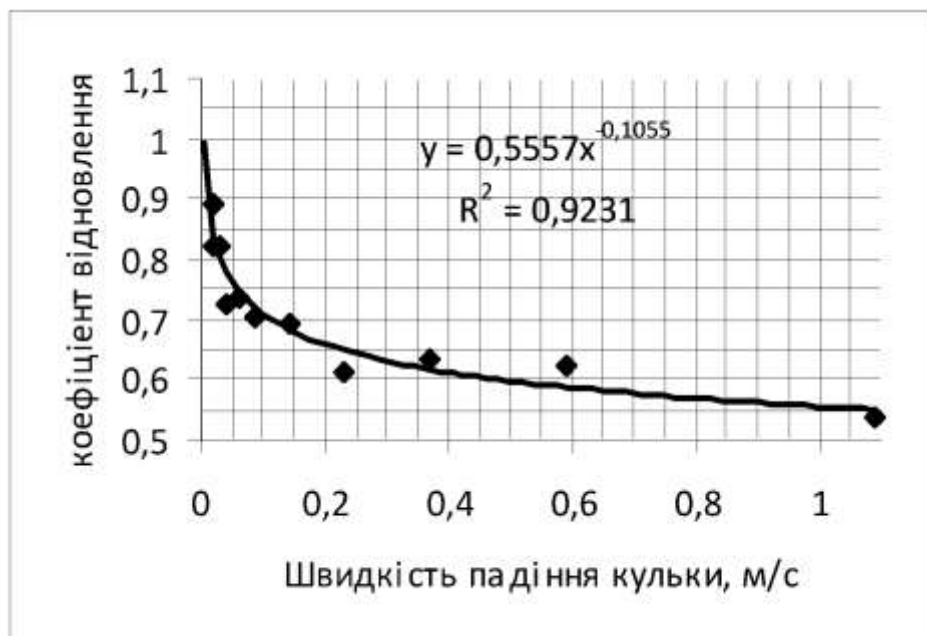


Рис. 4. Графік залежності коефіцієнта відновлення ε від швидкості сталеві кульки v

З графіка на рис. 4 та отриманих даних видно, що коефіцієнт відновлювання зростає (з $\varepsilon = 0,54$ до $\varepsilon = 0,89$) зі зменшенням швидкості зіткнення кульки з плитою з $v = 1,1$ м/с до значення $v = 0,02$ м/с ($h = 20$ мкм).

Отже, цими вимірюваннями доведено, що гіпотеза Ньютона спростовується: при малих швидкостях коефіцієнт відновлення залежить від швидкості. Подолавши першу сходинку теорії удару – модель Ньютона – студент обов'язково повинен познайомитися і з іншими моделями: Кельвина-Фойхта, Герца, об'єднаною моделлю удару Герца-Ханта-Кросслі тощо.

2. 10. Дослідження законів руху тіл з тертям ковзання та кочення

Метою роботи є визначення критеріїв, при яких одне з двох однакових за масою тіл, що запускаються одночасно з нижньої точки похилої площини вгору, повернеться першим, якщо коефіцієнт тертя ковзання у одного більше нуля, а у іншого $\mu = 0$?

Прилади й матеріали: похила площина, тіла, складені з трьох однакових кульок, з'єднаних 1) трикутником, 2) з'єднаних послідовно, смартфон в режимі відео “slow motion” та мобільні додатки “Секундомір“, “Датчик нахилу”.

Теоретичні відомості

Розглянемо два тіла, кожне масою m , одне з яких рухається вгору вздовж шорсткої частини похилої площини, а друге вздовж ділянки без тертя поруч з нею. Схема руху першого тіла, що ковзає вгору і вниз по площині наведена на рис. 1.

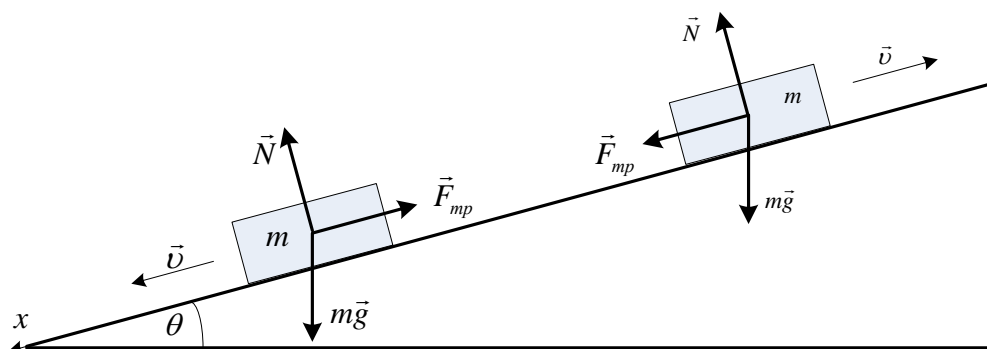


Рис. 1. Схема сил, які діють на тіло, що ковзає вгору і вниз по площині з кутом нахилу θ до горизонту

Силу тертя можна змінювати, змінюючи кут нахилу θ для фіксованого коефіцієнта кінетичного тертя μ . Опором повітря нехтуємо. Сила реакції опори N , перпендикулярна поверхні площини і дорівнює:

$$N = mg \cos \theta, \quad (1)$$

де $g = 9,8 \text{ м / с}^2$ – величина прискорення вільного падіння.

Прискорення першого тіла, коли воно рухається вгору по нахилу, має постійне значення:

$$a_x = g (\sin \theta + \mu \cos \theta) \quad (2)$$

так що час руху тіла до зупинки, коли йому задана початкова швидкість v_0 , становить:

$$t_{\text{вгору}} = \frac{v_0}{g (\sin \theta + \mu \cos \theta)} = \frac{v_0}{g \sin \theta (1 + \mu \operatorname{ctg} \theta)}. \quad (3)$$

Відстань, на яку тіло підніметься вгору по нахилу за цей час буде дорівнювати:

$$l = \frac{v_0^2}{2g \sin \theta (1 + \mu \operatorname{ctg} \theta)}. \quad (4)$$

Якщо $\mu < \operatorname{tg} \theta$ (нехтуючи різницею між статичним та кінетичним коефіцієнтами тертя), тіло далі буде ковзати вниз по нахилу до початкової точки. Прискорення під час цього спуску буде дорівнювати:

$$a_x = g (\sin \theta - \mu \cos \theta). \quad (5)$$

Знак перед μ перевернуто тут порівняно з рівнянням (2), породжуючи помітну зміну прискорення тіла, по відношенню до прискорення, коли воно рухається вгору. Час спуску отримаємо за допомогою рівнянь (4) та (5):

$$t_{\text{вниз}} = \sqrt{\frac{2l}{a_x}} = \frac{v_0}{g \sin \theta \sqrt{1 - \mu^2 \operatorname{ctg}^2 \theta}}. \quad (6)$$

Встановивши $\mu = 0$ в будь-якому рівнянні (3) або (6) визначаємо, що за відсутності тертя час підйому або спуску по площині дорівнює:

$$t_{1/2} = \frac{v_0}{g \sin \theta}. \quad (7)$$

Отже, співвідношення загального часу подорожі з тертям і без нього дорівнює:

$$\eta = \frac{T_{\text{тертя}}}{T_{\text{без тертя}}} = \frac{t_{\text{догори}} + t_{\text{вниз}}}{t_{1/2} + t_{1/2}} = \frac{1}{2} \left[(1 + \mu \operatorname{ctg} \theta)^{-1} + (1 - \mu^2 \operatorname{ctg}^2 \theta)^{-1/2} \right]. \quad (8)$$

Встановивши це відношення рівним 1, отримаємо критичний кут θ_c , при якому час руху тіла з тертям та без нього стає однаковим. Розв'язком цього рівняння є вираз:

$$\mu \operatorname{ctg} \theta = 1/\sqrt{2}, \quad (9)$$

що можна перевірити, підставивши це значення у рівняння (8).

Отже, теорія передбачає, що тілу з коефіцієнтом тертя $\mu = 0$, яке котиться вгору і вниз по нахилу, знадобиться стільки ж часу, щоб повернутися до точки запуску, як і тілу з коефіцієнтом тертя $\mu > 0$, якщо кут нахилу площини обраний таким, щоб мати критичне значення:

$$\theta_c = \operatorname{arctg}(\mu\sqrt{2}). \quad (10)$$

Цей кут задовольняє обмеженню $\operatorname{tg} \theta_c > \mu$, тому тіло не залишається в стані спокою в точці повороту в найвищій точці траєкторії руху і продовжує рухатися вниз.

Коефіцієнт тертя μ визначається статичним методом – за тангенсом найменшого кута нахилу площини θ_{\min} , при якому тіло починало рухатися вниз з верхній точки траєкторії після зупинки.

Постановка експериментів. Результати дослідження

Кожне тіло складалося з 3 скляних кульок діаметром $10,33 \pm 0,05$ мм масою 1,47 г кожна. Між собою кульки склеювалися у вигляді

рівностороннього трикутника (тіло з тертям ковзання) та вздовж прямої лінії (тіло з тертям кочення). На рис. 2 наведені стартові положення тіл, на рис. 3 – обладнання для проведення дослідів, на рис. 4 – графік залежності відношення η від кута нахилу площини θ згідно рівнянню (8) та експериментальні точки на графіку рис. 5.

Для вимірювання часу руху тіл використовувався мобільний додаток для Android “Секундомір”. Для вимірювання нахилу площини використовувався мобільний додаток на смартфон з датчиком нахилу “Physics Toolbox”.

Відео реєстрація руху тіл на фоні екрана смартфонів з секундоміром та датчиком нахилу велася в режимі “slow motion” 240 кадрів/с. Таке поєднання приладів дозволило експериментально визначити залежність співвідношення загального часу подорожі тіл з тертям і без нього η від кута нахилу площини θ (рис. 5).

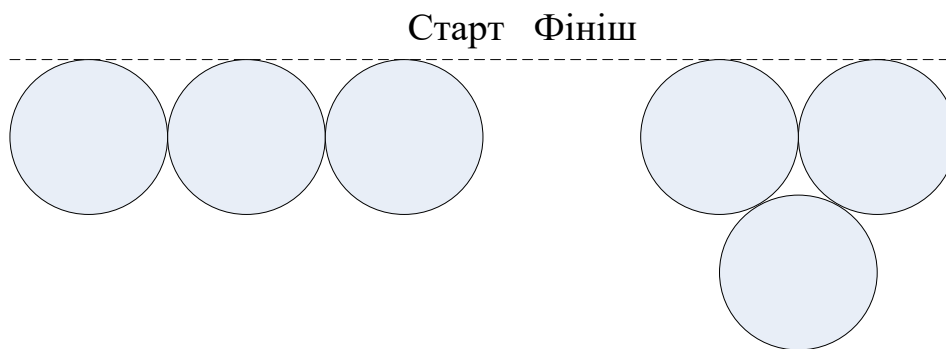


Рис. 2. Стартові положення тіл



Рис. 3. Обладнання для дослідів: 1 – похила площина (стілниця стола), 2 – тіло, що котиться, 3 – тіло, що має тертя ковзання, 4 – лінійка, 5 – стартова колодка, 6 – смартфон з секундоміром, 7 – смартфон з датчиком нахилу

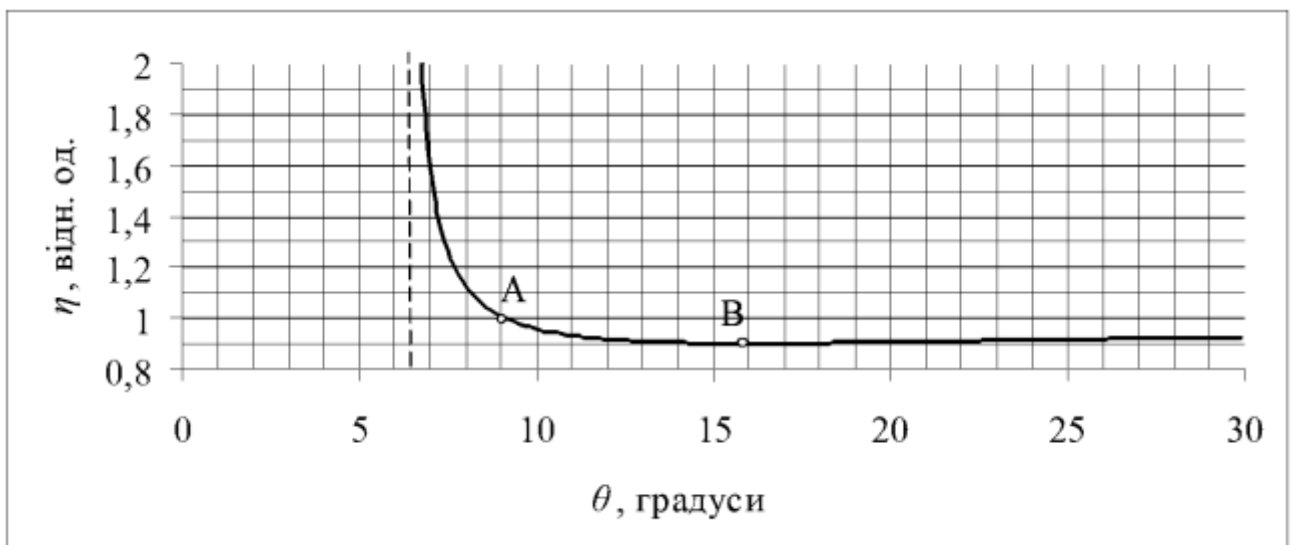


Рис. 4. Графік залежності відношення η від кута нахилу площини θ згідно рівнянню (8) для $\mu = 0,13$ ($\theta_0 = 6,5^\circ$)

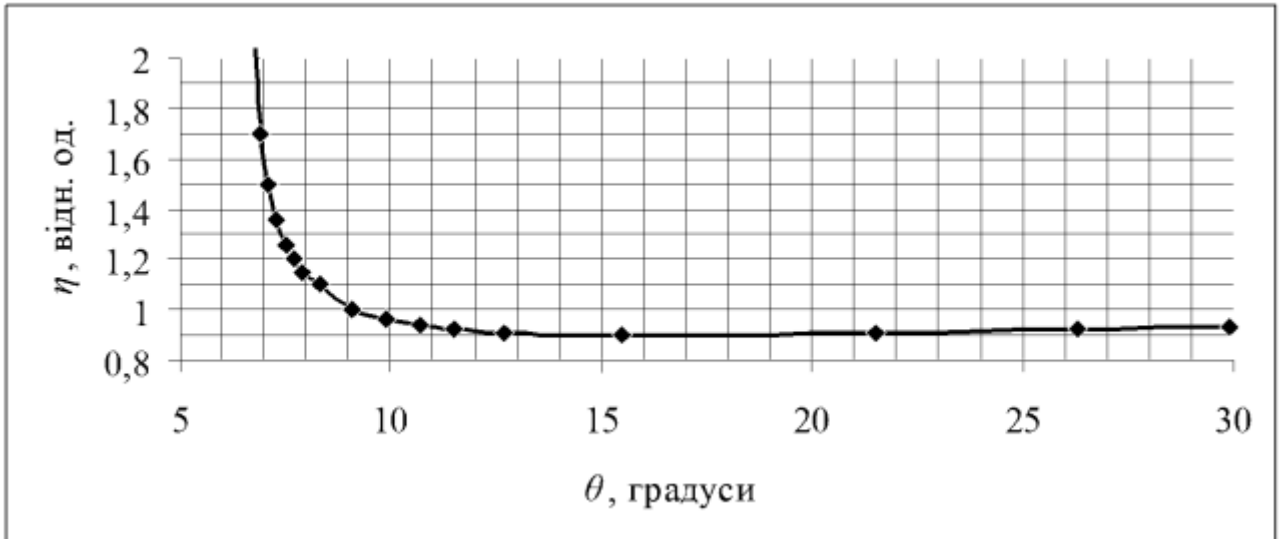


Рис. 5. Експериментальний графік залежності відношення η від кута нахилу площини θ для $\mu = 0,13$ ($\theta_0 = 6,5^\circ$)

Обговорення результатів дослідження

Як видно з графіка на рис. 5, результати проведених експериментів підтвердили залежність (8): якщо кут нахилу площини буде в межах $\theta = 6,5^\circ \div 9,1^\circ$, тоді першим прибуде на фініш тіло № 1, що котиться ($\mu = 0$) – його час повертання на місто старту буде меншим ніж у тіла №2, яке має тертя. З графіків також видно, що при наближенні кута нахилу площини до $\theta_0 = 6,5^\circ$ співвідношення загального часу подорожі тіл з тертям і без нього η прямує до нескінченності.

На рис. 4 помічено точку переходу A від одного результату перегонів між тілами до іншого: якщо кут нахилу площини $\theta_c = 9,2^\circ$, тоді тіла перетнуть фініш одночасно.

Якщо кут нахилу площини $\theta > 9,2^\circ$, тоді першим прибуде на фініш тіло № 2, що має $\mu > 0$. Якщо горизонтальну вісь розтягнути праворуч до 90° , крива графіка буде повільно наближатися до $\eta = 1$, оскільки нормальна

сила N на рис. 1 (а отже, і сила тертя) стає нульовою в цих границях. Графік залежності відношення η від кута нахилу площини θ має, як видно з графіків, мінімум η_{\min} . Коли кут $\theta_0 = 6,5^\circ$ ($\mu = 0,13$), тоді $\eta_{\min} = 0,9$ (точка B), яка відповідає куту $\theta_{\min} = 16^\circ$ ($\mu \cdot \operatorname{ctg} \theta_{\min} = 0,396$). Отже, тіло з тертям № 2 буде швидше повертатися на фініш, ніж тіло № 1 у більшості випадків, коли $90^\circ > \theta > 9,2^\circ$.

Збільшення коефіцієнта тертя μ (збільшення кута θ_0) призводить до зміщення точки переходу A у бік більших кутів. Так, якщо $\theta_0 = 10^\circ$, тоді кут $\theta_c = 14^\circ$. При цьому відношення η зростає повільніше, коли кут $\theta < \theta_c$ та наближається до θ_0 . Таким чином, для беззаперечної перемоги у змаганні тіла без тертя над тілом з тертям потрібно використовувати тіла з $\mu \approx 0,1$.

Отже, функція η є досить складна за формою, тому гонки між рухомими об'єктами на похилій площині дійсно є цікавим способом заохочення учнів до більш глибокого вивчення механіки.

2.11. Визначення коефіцієнта тертя ковзання гнучкого тіла по нерухомому циліндру

Мета роботи – визначення коефіцієнта тертя ковзання гнучкого тіла по нерухомому циліндру.

Прилади й матеріали: дослідницька установка, смартфон, мобільний додаток “Секундомір”.

Теоретичні відомості

Якщо з'єднати легкий вантаж масою m і важкий вантаж масою M невагомою ниткою та перекинути її через горизонтальний нерухомий циліндр, опустивши вниз вантажі, то після звільнення легкий вантаж почне рухатися вгору, а важкий – вниз з прискоренням a (рис. 1).

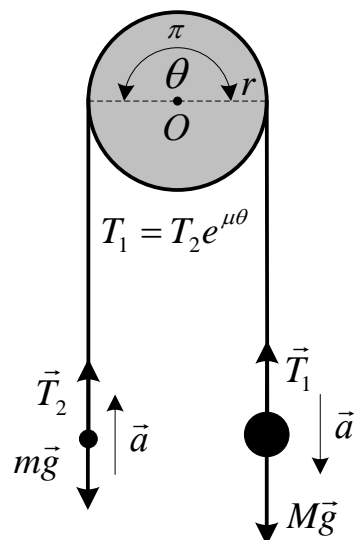


Рис. 1. Розрахункова схема

На кожен вантаж діє сила натягу з боку нитки й сила тяжіння. Величина сил натягу на вантажі різна, оскільки між ниткою і циліндром є тертя. Натяг нитки по обидва боки циліндра пов'язані формулою Ейлера:

$$T_1 = T_2 e^{\mu\theta}. \quad (1)$$

У відповідності з другим законом Ньютона, з урахуванням того, що стартовий кут $\theta = \pi$:

$$Ma = Mg - T_1 = Mg - T_2 e^{\mu\pi}, \quad (2)$$

$$ma = T_2 - mg. \quad (3)$$

Тоді прискорення вантажів буде визначатися формулою:

$$a = \frac{d^2h}{dt^2} = g \cdot \frac{M - me^{\mu\pi}}{M + me^{\mu\pi}} = g \cdot \frac{\gamma - e^{\mu\pi}}{\gamma + e^{\mu\pi}},$$

а величина коефіцієнта тертя ковзання:

$$\mu = \frac{1}{\pi} \ln \left[\frac{M(g-a)}{m(g+a)} \right] = \frac{1}{\pi} \ln \left[\gamma \cdot \frac{g-a}{g+a} \right], \quad (4)$$

де $\gamma = M / m$.

Як бачимо, закон тертя гнучких тіл відрізняється від закону тертя ковзання твердих тіл по плоскій поверхні. Коли $\theta = \pi$ рад, а прискорення $a = 0$, причому вантажі при найменшому поштовху починають рух, тоді коефіцієнт тертя дорівнює:

$$\mu = \frac{1}{\pi} \ln \left[\frac{M}{m} \right] = \frac{1}{\pi} \ln \gamma. \quad (5)$$

У разі $\theta = 3\pi$ рад за тих же умов коефіцієнт тертя дорівнює:

$$\mu = \frac{1}{3\pi} \ln \left[\frac{M}{m} \right] = \frac{1}{3\pi} \ln \gamma. \quad (6)$$

Отже, вимірюючи відношення мас тягарців $M / m = \gamma$, при якому починається рух, експериментально можна визначити коефіцієнт тертя μ .

Результати експериментів

Для підтвердження зроблених раніше теоретичних висновків було виготовлено установки, фото яких наведено на рис. 2.

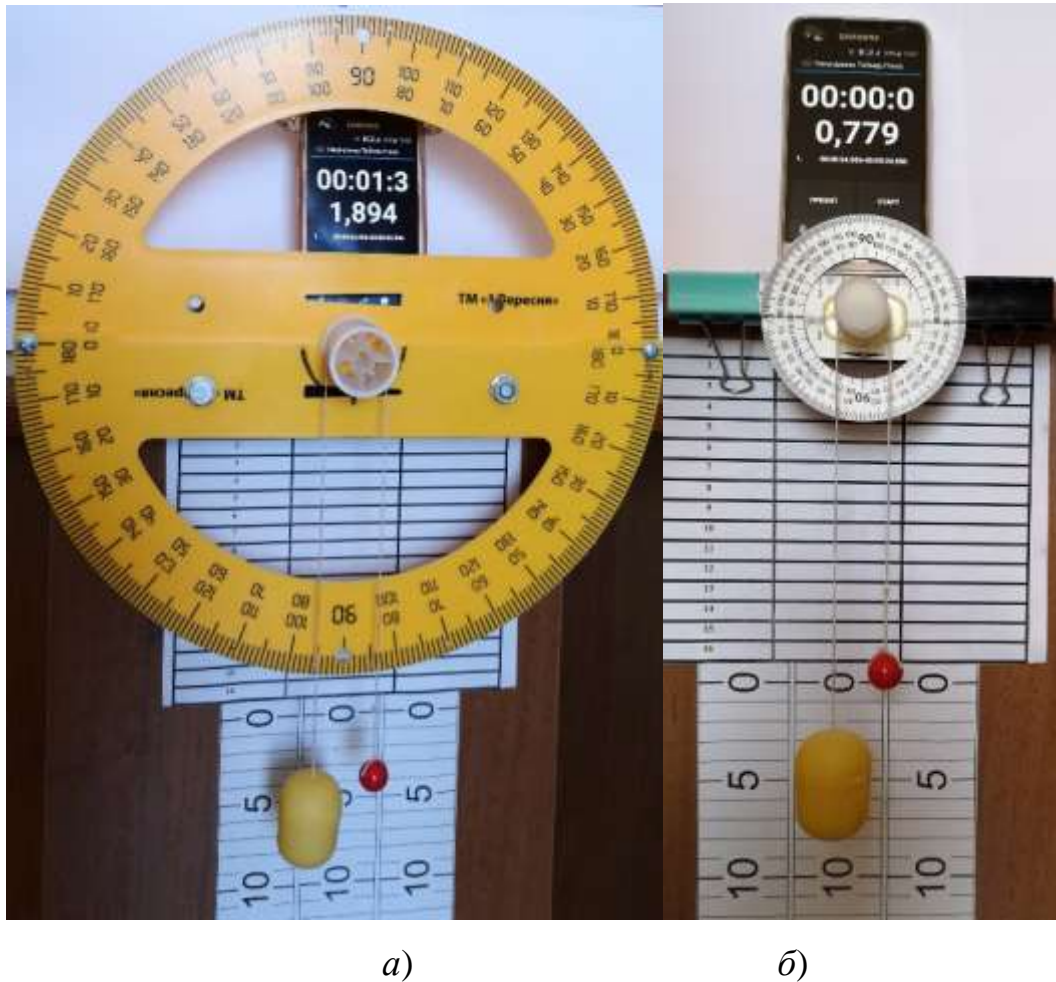


Рис. 2. Фото: а) демонстраційний стенд, б) дослідницька установка

Установка на рис. 2а розроблялася як демонстраційний стенд для вчителя, а зображена на рис. 2б – для дистанційного проведення лабораторної роботи. Установка кріпиться до торця дошки столу пружинними затискачами (binder clips). Рух тягарців відбувається на тлі сантиметрової лінійки, прикріпленої до тумби стола та секундоміра іншого смартфона. Для вимірювання та визначення кінематичних параметрів

використовувався смартфон Huawei P20 Pro в режимі відео "slow motion" з частотою до 960 кадрів / с.

Циліндр стенда вчителя діаметром $D = 30,4$ мм, навколо якого обертався тягарець петльового маятника, кріпився співвісно круговому транспорту $\varnothing 350$ мм. Пластмасовий циліндр дослідних установок (частина корпусу шприця) мав діаметр $D = 21,5$ мм і кріпився по центру кругового транспортира $\varnothing 90$ мм. Довжина нитки, яка з'єднувала тягарці в наших дослідах, дорівнювала $L = 0,79$ м. Тягарцем маятника служила пластмасова намистина $\varnothing 15,7$ мм масою $m = 2,6$ г. Як інший більш важкий вантаж використовувався корпус пластмасового яйця масою $M_0 = 3,95$ г, у порожнину якого наливалася при необхідності вода. Маса вантажів вимірювалася електронними вагами. Спочатку було визначено коефіцієнт тертя нитки μ об нерухомий циліндр. Для цього порожній корпус тягарця заповнювався водою до моменту початку його руху ($a = 0$). Далі маса M циліндра з водою вимірювалася на вагах з точністю не гірше $0,01$ г і за формулою (4) визначалася величина коефіцієнта тертя μ (табл. 1).

Таблиця 1

Результати вимірювання коефіцієнта тертя нитки μ

D , мм	θ , рад	m , г	M , г	M / m	μ
30,4	π	2,6	6	2,69	0,266
	3π	2,6	32	12,3	0,266

Середнє значення коефіцієнта тертя за результатами численних експериментів склало величину $\mu = 0,266$.

Для порівняння було визначено величину цього ж коефіцієнта при вертикальному русі тягарців з прискоренням $a = 5,6$ м/с. Результати вимірювання відображено на рис. 3 і в табл. 2.

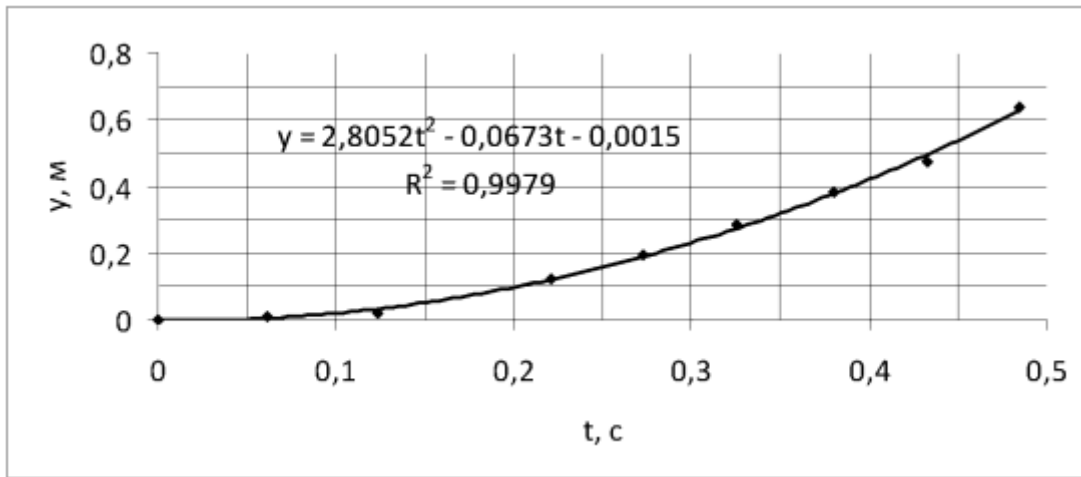


Рис. 3. Графік залежності координати y від часу падіння вантажу M

Таблиця 2

**Результати вимірювання коефіцієнта тертя нитки
об циліндр під час руху вантажів**

$M, \text{г}$	$m, \text{г}$	$a, \text{м/с}^2$	μ
22,65	2,6	5,6	0,276

Величина достовірності апроксимації даних становить 0,9979. Значення $\mu = 0,276$ узгоджується з величиною раніше визначеного коефіцієнта тертя $\mu = 0,266$.

Отже, розроблені мініатюрні установки надають можливість дистанційного проведення лабораторних робіт з використанням формули Ейлера. Учні при проведенні експериментів визначають величину коефіцієнта тертя при ковзанні гнучких тіл по нерухомому циліндру та знайомляться з законом тертя гнучких тіл, який відрізняється від закону тертя ковзання твердих тіл по плоскій поверхні. Цей висновок власне і пропонується підтвердити студентам за допомогою експериментальної установки, де теоретично отримані залежності повністю узгоджуються з результатами експериментів.

2.12. Петльовий маятник

Мета роботи: визначення кінематичних параметрів петльового маятника.

Прилади й матеріали: дослідницька установка, смартфон, мобільний додаток “Секундомір”.

Теоретичні відомості

Під час виконання лабораторної роботи 2.11 експериментально визначається значення коефіцієнта тертя μ при ковзанні нитки по нерухомому циліндру. Це дозволяє на тій же експериментальній установці дослідити кінематичні параметри оборотного математичного маятника зі змінною довжиною нитки (петльового маятника) (рис. 1).

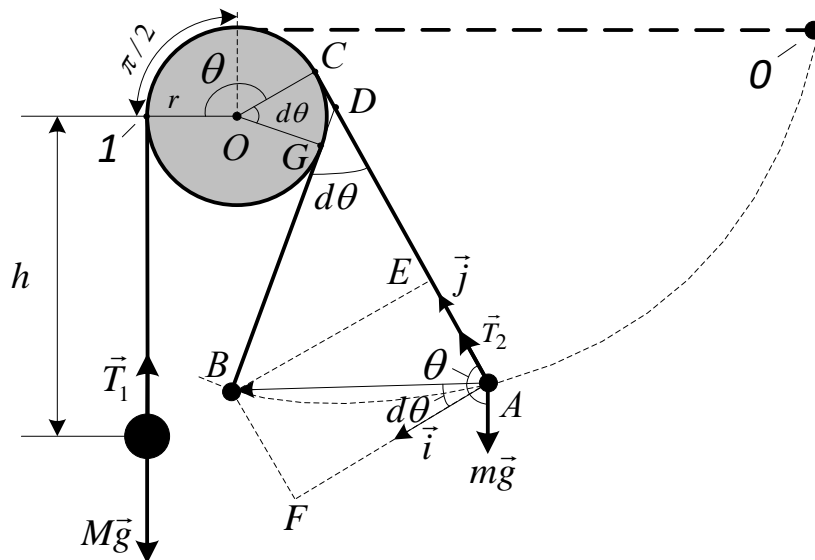


Рис. 1 Розрахункова схема

Якщо з'єднати легкий і важкий вантажі невагомою ниткою та перекинути її через горизонтальний нерухомий циліндр, опустивши вниз важкий вантаж, а легкий, відвівши на деякий кут, відпустити, то після звільнення вантажів легкий вантаж почне обертатися навколо циліндра й незабаром зупинить падіння важкого вантажу. Мета досліджень полягає в тому, щоб зрозуміти, чому маленький вантаж, обертаючись навколо циліндра, при своєму падінні, зупиняє більш важкий тягар і які параметри обертання маленького вантажу як оборотного маятника.

Рух легкого вантажу можна поділити на дві стадії: 1) обертання навколо циліндра до зупинки важкого вантажу, і 2) обертання після його зупинки. Проведемо теоретичний аналіз першої стадії. На розрахунковій схемі рис. 1 початок декартових координат знаходиться в центрі циліндра O , радіус якого r . Вісь X направимо по горизонталі праворуч, вісь Y – униз. Важкий вантаж M зв'язаний з легким вантажем m ниткою довжиною L . Припустимо, що в момент часу t легкий вантаж знаходиться в точці A , як показано на рис. 1. У цій точці розміщуємо додаткову систему координат, орти \vec{i} і \vec{j} якої орієнтовані так, як наведено на рис. 1. Вантаж M за цей час пройшов шлях h , а нитка, що утримує вантаж m , контактує з циліндром у точці C . Довжина нитки, яка контактує з поверхнею циліндра, дорівнює $\theta \cdot r$. За короткий час dt легкий вантаж m зміщується в точку B , а точка дотику нитки C – у точку G . Тобто, точка дотику подолає кутовий шлях $d\theta$, а вантаж M впаде на відстань dh .

Отже, миттєва швидкість зміщення вантажу m дорівнює:

$$\vec{v} = \frac{\vec{AB}}{dt} = \frac{AF}{dt} \vec{i} + \frac{AE}{dt} \vec{j}.$$

Як видно з рис. 1, $AC = L - \theta \cdot r - h$, $BG = (L - \theta \cdot r - h) - (dh + rd\theta)$, $CD = GD = r \operatorname{tg}(\theta/2)$. Зміна кута $d\theta$ така мала, що можна вважати $DB \perp AB$. Тому $AF = (BG + GD) \sin(d\theta)$, $AE = AC - CD - BD \cos(d\theta)$. Урахувавши, що

$d\theta = \sin(d\theta) = 2tg(d\theta/2)$, $\cos(d\theta) = 1$, отримаємо $AF = (L - \theta \cdot r - h)d\theta$ та $AE = dh$.

Отже, миттєва швидкість легкого вантажу в точці A буде дорівнювати:

$$\frac{\vec{AB}}{dt} = (L - \theta \cdot r - h) \frac{d\theta}{dt} \vec{i} + \frac{dh}{dt} \vec{j} \quad (1)$$

Прискорення в точці A буде дорівнювати:

$$\vec{a}_A = \left[-2 \frac{d\theta}{dt} \frac{dh}{dt} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + (L - \theta r - h) \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] \vec{i} + \left[(L - \theta r - h) \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \frac{d^2h}{dt^2} \right] \vec{j} \quad (2)$$

Запишемо другий закон Ньютона для важкого вантажу M вздовж осі Y :

$$Mg - T_1 = M \frac{d^2h}{dt^2}, \quad (3)$$

а для легкого вантажу m у двох взаємно перпендикулярних напрямках уздовж \vec{j} та \vec{i} так:

$$T_2 - mg \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = m \left[(L - \theta r - h) \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \frac{d^2h}{dt^2} \right] \quad (4)$$

$$mg \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = m \left[-2 \frac{d\theta}{dt} \frac{dh}{dt} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + (L - \theta r - h) \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] \quad (5)$$

З формули Ейлера $T_1 = T_2 e^{\mu\theta}$ та рівнянь (3), (5) отримаємо прискорення більш важкого вантажу:

$$\begin{aligned} a_M = \frac{d^2h}{dt^2} &= \frac{Mg + me^{\mu\theta} \left[g \cos\theta - (L - \theta r - h) \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right]}{M + me^{\mu\theta}} = \\ &= \frac{\gamma g + e^{\mu\theta} \left[g \cos\theta - (L - \theta r - h) \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right]}{\gamma + e^{\mu\theta}}. \end{aligned} \quad (6)$$

та кутове прискорення легкого вантажу m :

$$\varepsilon = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \left[\frac{g \sin\theta + 2 \frac{d\theta}{dt} \frac{dh}{dt} + r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2}{L - \theta r - h} \right]. \quad (7)$$

Проаналізуємо другу стадію руху. Важок M зупинився, пройшовши відстань h_0 . Довжина нитки, яка намотана на циліндр, дорівнює $\theta_0 r$. Кутова швидкість вантажу m на цей час дорівнює $d\theta/dt = \omega_0$. Довжина нитки від вантажу m до точки дотику до циліндра $l_0 = L - h_0 - \theta_0 r$. Значення h_0, θ_0, ω_0 отримуємо, розв'язавши рівняння (6) та (7).

Щоб уникнути плутанини з аналізом руху на першому етапі, ми додаємо індекс 1 до кожної фізичної величини на другій стадії. Тобто BG змінюється на $B_1G_1 = (L - h_0 - \theta \cdot r) - rd\theta$, значення інших величин (A_1C_1, A_1D_1 , та ін.) узгоджуються з аналізом для першого етапу. Опускаючи величини другого порядку малості, ми можемо отримати $A_1F_1 = (L - h_0 - \theta \cdot r)d\theta - rd\theta$, $l_0 = L - h_0 - \theta r$ та $A_1E_1 = 0$.

Отже, миттєва швидкість вантажу m у точці A є:

$$\frac{\vec{A_1B_1}}{dt} = l \frac{d\theta}{dt} \vec{i} + 0 \cdot \vec{j}. \quad (8)$$

а прискорення легкого вантажу в точці A можна обчислити так:

$$\vec{a}_{A_1} = \left[-r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + l \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] \vec{i} + \left[l \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \vec{j}. \quad (9)$$

Компоненти сили для вантажу m вздовж напрямку нитки та перпендикулярно їй (рис. 1) записуємо так:

$$T + mg \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = ml \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad (10)$$

$$mg \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = m \left[-r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + l \frac{d^2\theta}{dt^2} \right], \quad (11)$$

де T – сила тяги. Спростивши рівняння (10) та (11), отримуємо наступне диференціальне рівняння:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{-g \sin\theta + r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2}{l} \quad (12)$$

і

$$T = m \left[-g \cos\theta + l \frac{d^2\theta}{dt^2} \right]. \quad (13)$$

Якщо припустити, що відстань між легким вантажем і центром циліндра є $S(\theta)$, тоді:

$$S^2(\theta) = l^2 + r^2. \quad (14)$$

З рівняння (14) випливає, що, як тільки значення l_0 і θ_0 стають відомими (значення радіуса циліндра r відомо), тоді траєкторія легкого вантажу на другій стадії руху легко визначається. Крім цього, кутова швидкість ω_0 легкого вантажу на початку другого етапу буде визначати тривалість його обертання.

Результати експериментів

Для демонстрації явища та дослідження характеристик петльового маятника й підтвердження зроблених раніше теоретичних висновків було виготовлено установки, фото яких наведено на рис. 2. Установка на рис. 2а розроблялася як демонстраційний стенд для вчителя, а зображена на рис. 2б – для дистанційного проведення лабораторної роботи студентами.



а)

б)

Рис. 2. Фото: а) демонстраційний стенд, б) дослідницька установка

Установка кріпиться до торця дошки столу пружинними затискачами (binder clips). Рух тягарців відбувається на тлі сантиметрової лінійки, прикріпленої до тумби стола та секундоміра іншого смартфона. Для вимірювання та визначення кінематичних параметрів використовувався смартфон Huawei P20 Pro в режимі відео "slow motion" з частотою до 960 кадрів / с.

Циліндр стенда вчителя діаметром $D = 30,4$ мм, навколо якого обертався тягарець петльового маятника, кріпився співвісно круговому транспорту $\varnothing 350$ мм. Пластмасовий циліндр дослідних установок (частина корпусу шприця) мав діаметр $D = 21,5$ мм і кріпився по центру кругового транспорту $\varnothing 90$ мм. Довжина нитки, яка з'єднувала тягарці в

наших дослідах, дорівнювала $L = 0,79$ м. Тягарцем маятника служила пластмасова намистина $\varnothing 15,7$ мм масою $m = 2,6$ г. Як інший більш важкий вантаж використовувався корпус пластмасового яйця масою $M_0 = 3,95$ г, у порожнину якого наливалася при необхідності вода. Маса вантажів вимірювалася електронними вагами. Спочатку було визначено коефіцієнт тертя нитки μ об нерухомий циліндр. Вихідні дані петльового маятника наведено в табл. 1, а результати вимірювань – у табл. 2 та на графіках рис. 3 - 5.

Таблиця 1

Вихідні дані петльового маятника

M , г	m , г	M/m	L , м	r , мм	S_0 , м	y_0 , м	μ	θ_0 град	ω_0 , c^{-1}
22,65	2,6	8,71	0,79	15,2	0,685	0,081	0,27	90	0

L – довжина нитки, r – радіус стрижня, S_0 – початкова довжина маятника, y_0 – початкова координата тягарця, θ_0 – початковий кут між точками дотику нитки маятника й нитки тягарця, ω_0 – початкова кутова швидкість.

Таблиця 2

Результати дослідів

t , с	Δt , с	$Y_{\text{смарт}}$ мм	$Y_{\text{факт}}$ м	$S_{\text{факт}}$, м	θ , град
5,380	0,000	0,106	0,081	0,685	90
5,435	0,055	0,115	0,090	0,676	92
5,488	0,108	0,130	0,105	0,659	97
5,541	0,161	0,150	0,125	0,637	104
5,594	0,214	0,215	0,190	0,572	110
5,647	0,267	0,310	0,285	0,473	120
5,700	0,320	0,385	0,360	0,394	135
5,753	0,373	0,450	0,425	0,324	155

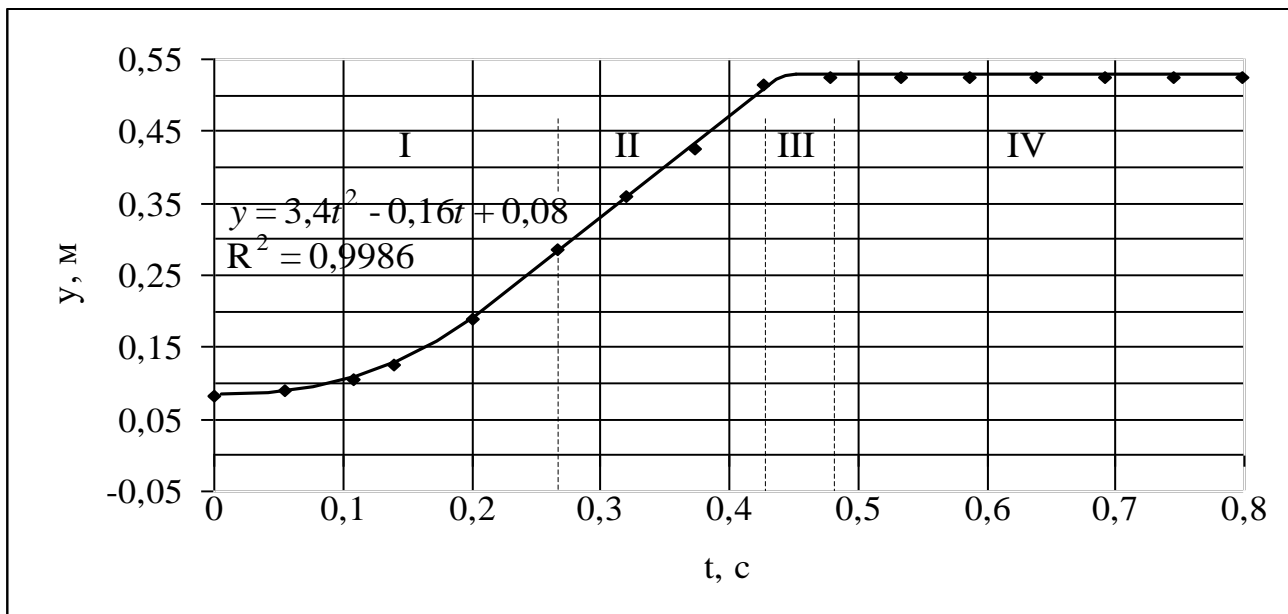


Рис. 3. Графік залежності координат y від часу падіння вантажу M

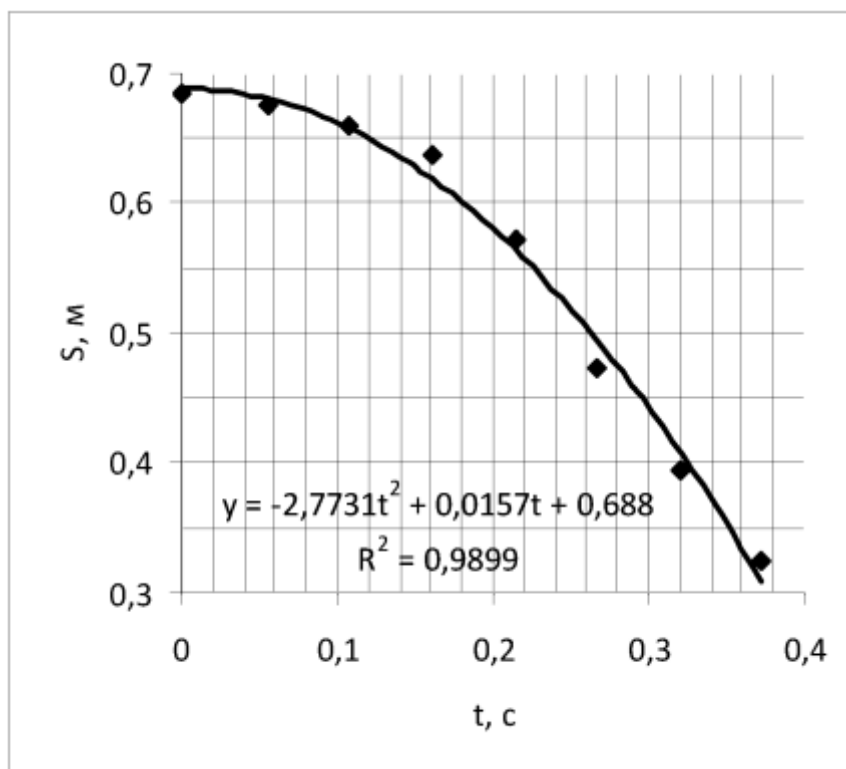


Рис. 4. Графік зміни довжини маятника S від часу t

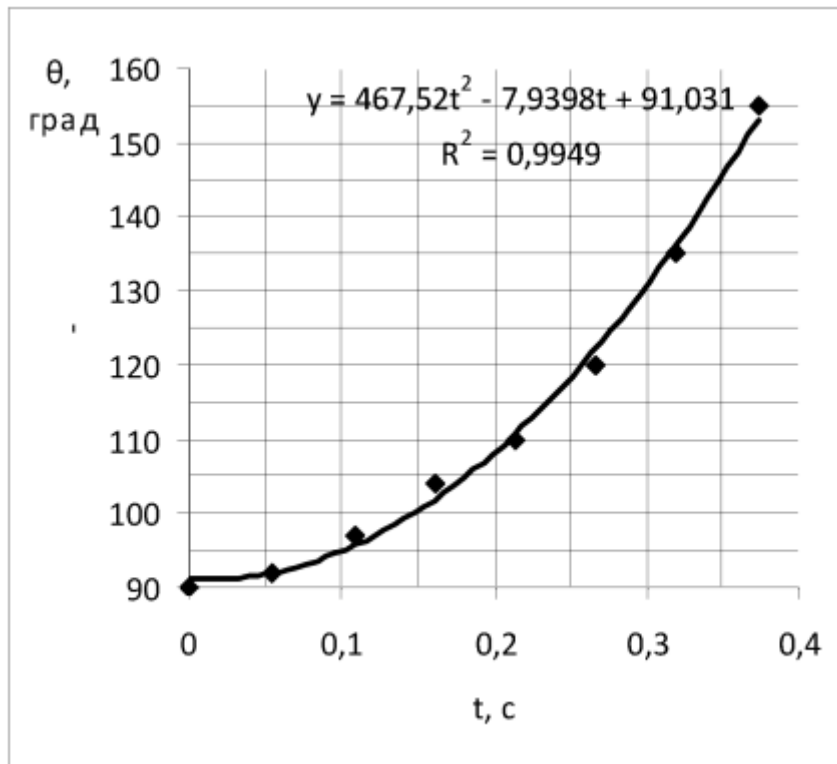


Рис. 5. Графік зміни кута θ від часу t

Обговорення результатів дослідів

Аналіз даних дозволив виділити чотири етапи руху тягарця M : на ділянці I, коли кут θ змінювався від 90^0 до 120^0 , прискорення склало величину $a_2 = 6,8 \text{ м/с}^2$, що більше прискорення $a_1 = 5,6 \text{ м/с}^2$, коли кут $\theta = 180^0$ був незмінним (див. рис. 3). В області II, коли кут змінювався від 120^0 до 240^0 і сила тертя зростала, швидкість стабілізувалася і склала величину $1,43 \text{ м / с}$. На ділянці III відбувалося гальмування вантажу з прискоренням 46 м / с^2 після чого (на часовій ділянці IV) вантаж перестав рухатися.

У той же час на етапі I менший вантаж мав також прискорення $a_m = 5,6 \text{ м/с}^2$, як це видно з рівняння руху вантажу m , наведеного на рис. 4. Графік зміни кута θ від часу t на цій часовій ділянці I наведено на рис. 5. У

сукупності ці два графіка дають можливість визначити траєкторію руху важка петльового маятника масою m (рис. 6).

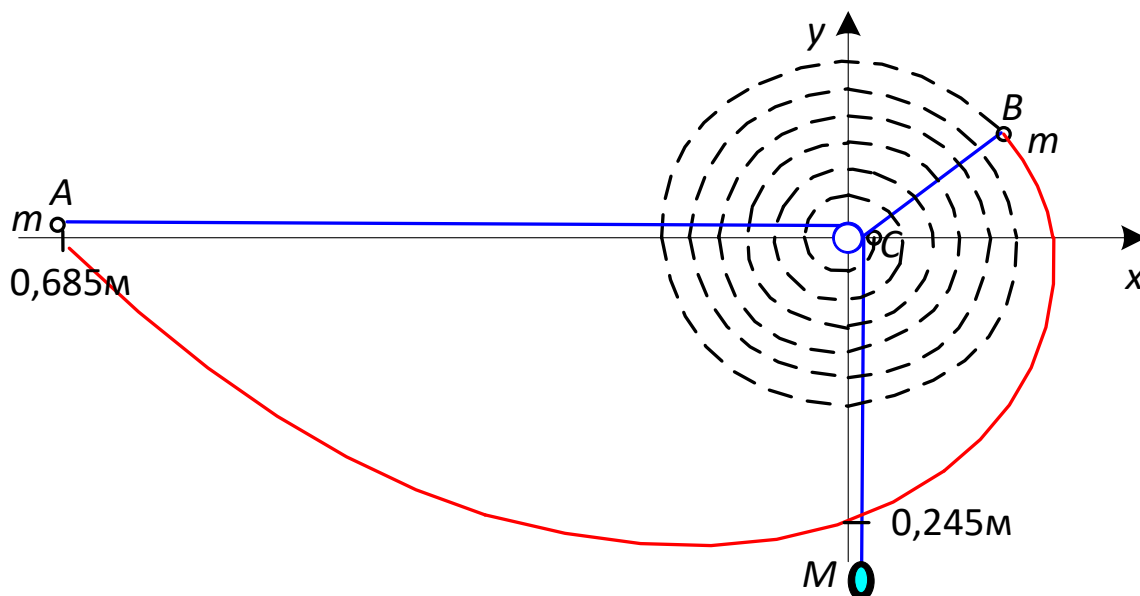


Рис. 6. Траєкторія руху петльового маятника

Стартує тягарець масою m з позиції, яка позначена на рис. 6 точкою A . За рахунок руху більш важкого тягарця масою M він наближається до центрального циліндра по траєкторії у вигляді логарифмічної спіралі поки не досягне точки B . В цієї точці важкий тягарець M зупиняється, а легкий описує спіральну траєкторію до точки зупинки C . Кожен оборот зменшує довжину нитки обертового маятника на $2\pi r$.

Для найбільш досвідчених студентів перспективи подальшого дослідження полягають у вивченні впливу різних факторів на траєкторію руху тіла, а саме: зміни маси маятника під час руху, залежність висоти падіння та швидкості падіння з часом при зміні величини співвідношення мас M/m , або зміни довжини нитки L , значень кутів вивільнення θ_0 . Крім цього студентам можна запропанувати розробити комп'ютерну програму, яка забезпечить теоретичне моделювання траєкторії руху маятника.

2.13. Дослідження явища левітації Slinky

Мета роботи – дослідження явища левітації пружини.

Прилади й матеріали: щільно намотана пружина (Slinky), смартфон з застосунком “Секундомір”.

Теоретичні відомості

Slinky — це щільно намотана пружина, у якої нерозтягнуті витки торкаються одна одної. Коли пружину підвішують за один кінець так, що вона розтягується під дією власної ваги, а потім відпустити, нижній кінець не впаде відразу, а ненадовго зависне в повітрі. Цей ефект левітації стає ще більш ефектним, якщо до кінця Slinky прикріпити невеликий предмет, наприклад пластикову чашку.

Задамося питанням: як довго може тривати левітація? При відпусканні центр ваги пружини падає разом із її верхнім кінцем із прискоренням g . Як саме падіння центру мас компенсується скороченням довжини нижнього кінця?

Ідеалізуємо систему як безмасову пружину довжиною L_0 з рівними масами, прикріпленими до кожного кінця. За відсутності сили тяжіння, якби систему було звільнено від розтягнення, вона зазнавала б симетричного руху відносно центру мас. Розділемо уявно систему навпіл, тоді кожна половина зазнає синусоїдального руху. Передбачаючи скорочення системи вдвічі, позначимо загальну постійну пружини $K/2$ і загальну масу $2M$. Таким чином, постійна пружини та маса половини дорівнюють K і M відповідно. Рівняння руху від моменту звільнення ($t = 0$) визначається як

$$y = -A \cos \omega t, \quad (1)$$

де A — відстань від кінця розтягнутої системи до центру, $\omega = (K/M)^{1/2}$. Витки щільно намотаної пружини торкаються одна одної, тому гармонічний рух триватиме лише відносно невеликий час (приблизно чверть періоду). Доведемо це твердження. Для цього скористаємося розкладом у ряд Тейлора-Маклорена

$$f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots$$

функції $f(x) = \cos x$, для якої

$$f(0) = 1, f'(0) = 0, f''(0) = -1.$$

Тому у другому порядку маємо вираз:

$$y = -A \cos \omega t \approx -A + \frac{A(\omega t)^2}{2},$$

який після заміни $\omega = (K/M)^{1/2}$ дорівнює:

$$y \approx A - \frac{AKt^2}{2M}. \quad (2)$$

Тепер ми враховуємо силу тяжіння та тримаємо верхню масу нерухомою, дозволяючи нижній масі висіти в стані спокою в положенні рівноваги. Відповідно до закону Гука, зміщення від центру пружини дорівнює

$$A = Mg/K, \quad (3)$$

що також відповідає амплітуді коливань, які починаються, коли пружина відпускається. Після заміни A в рівнянні (2), ми маємо

$$y \approx A - \frac{gt^2}{2}. \quad (4)$$

Цей вираз дає приблизне розташування нижньої маси відносно центру пружини. Але центр мас падає відповідно до рівняння

$$y_{\text{цм}} = \frac{gt^2}{2}. \quad (5)$$

Зміщення нижнього кінця пружини відносно стаціонарного початку становить

$$y + y_{\text{цм}} = A.$$

Іншими словами, кінець залишається майже нерухомим протягом короткого часу, приблизно на одну чверть періоду. Наприклад, коли $\omega = 2\pi / T = 1$, тобто $T = 2\pi = 6,28$ с, тоді $T/4 = 1,57$ с. Щоб побачити рух кінця такої пружини потрібно мати пружину довжиною більше 12 метрів.

Якщо рух центру мас за законом $y = -(1 - t^2/2)$ та рух нижнього кінця $y = -\cos t$ побудувати у вигляді графіків (див. рис. 1), то можна побачити, що до другого порядку зміщення внаслідок гармонійних коливань приблизно дорівнює зміщенню через вільне падіння, доки члени вищого порядку не стануть значущими та змінять функцію косинуса.

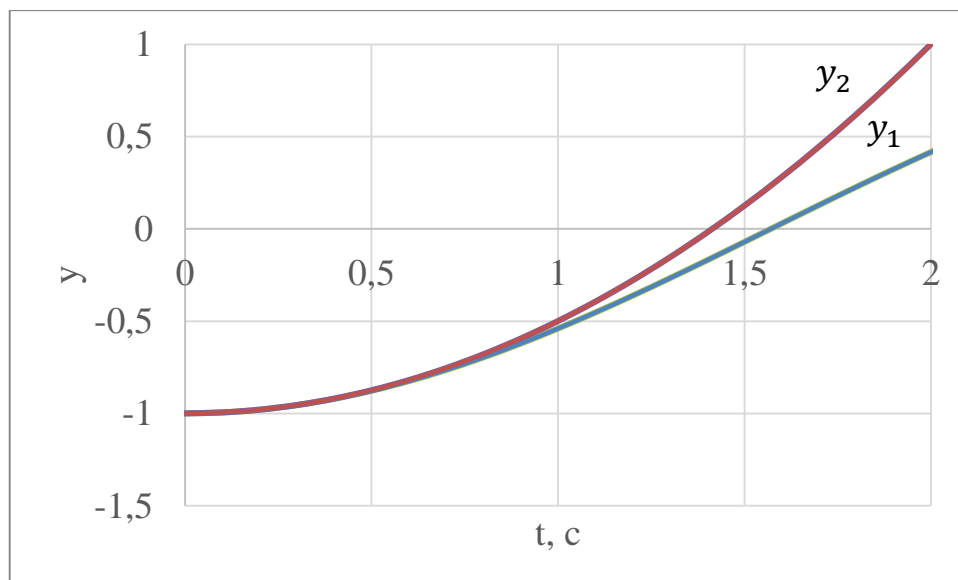


Рис. 1. Функція $y_1 = -\cos(t)$ добре апроксимується у межах першої чверті періоду функцією $y_2 = -(1 - t^2/2)$

Результати дослідження левітації пружини



Рис. 2. Схема досліду

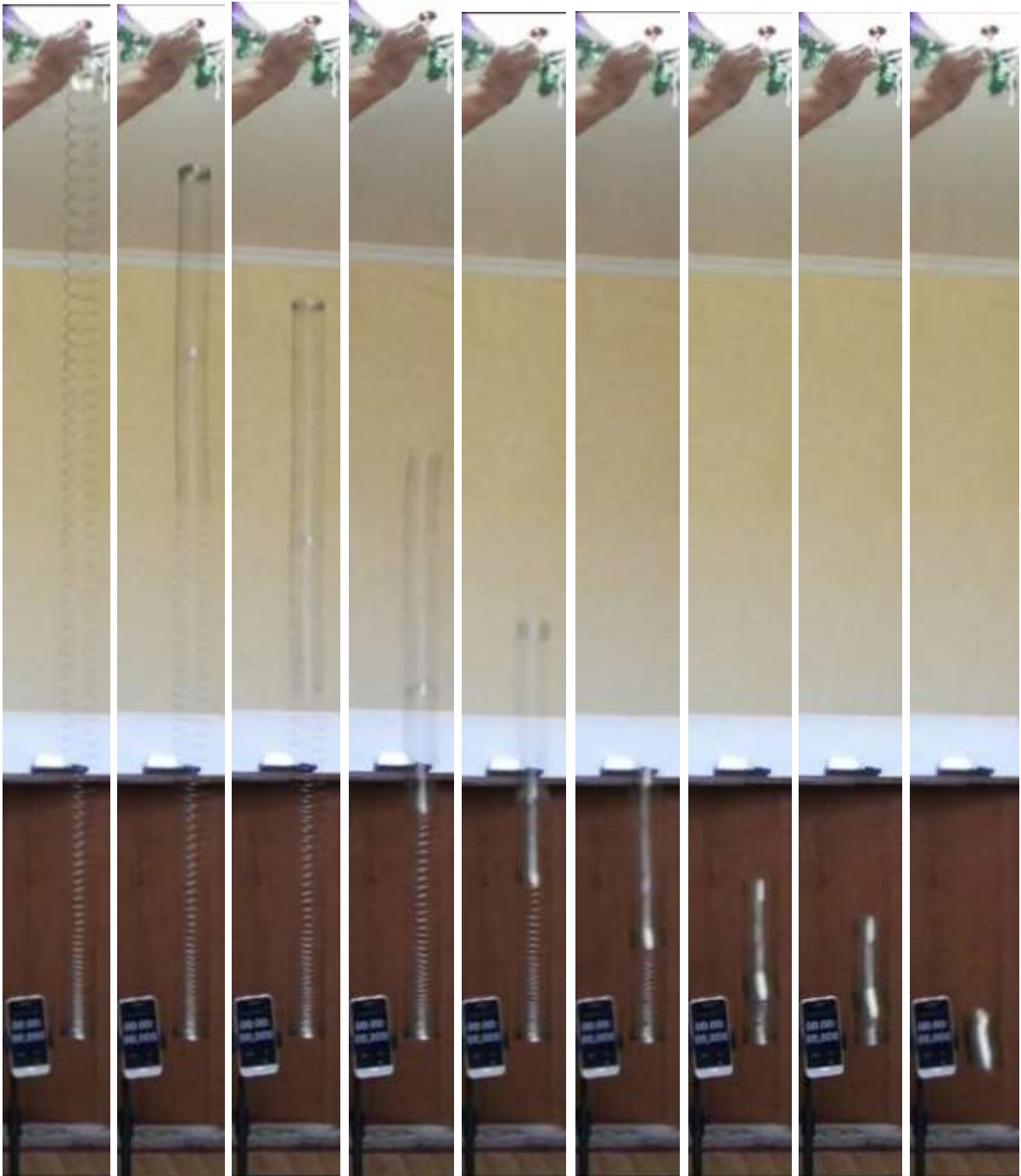


Рис. 3. Фази падіння

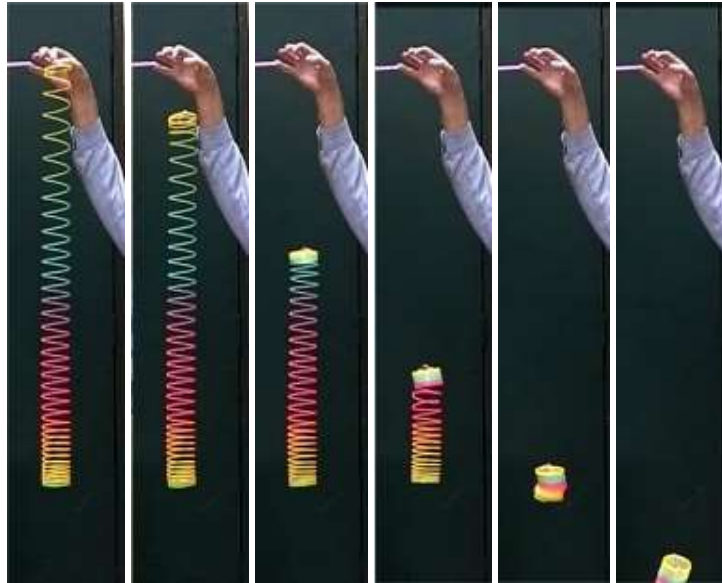


Рис. 4. Кадри, витягнуті з високошвидкісного відео падіння веселкової пружини, що ілюструє падіння верхньої частини пружини між тим як нижня частина залишається нерухомою після відпускання верхньої частини пружини. Верхній кінець пружини досягає низу за 0,25 с



Рис. 3. Фази падіння пружини довжиною 185см діаметром 60 мм.
Верхній кінець пружини досягає низу за $29,162 - 28,571 \text{ с} = 0,59 \text{ с}$

Обговорення результатів

Обробка результатів експериментів доводить, що відстань між кільцями під час падіння пружини зменшується з часом майже лінійно.

Загальний час згортання пружини (як правило $\sim 0,3$ с) відповідає часу, необхідному для поширення фронту хвилі вниз по пружині, щоб повідомити про вивільнення верхнього кінця.

2.14. Падіння тіла при наявності опору повітря

Метою роботи є з'ясування правдивості повідомлень щодо дійсності проведення Галілеєм дослідів на Пізанській вежі.

Прилади й матеріали: кульки однакової форми але різної маси, смартфон в режимі відео “slow motion” та мобільні додатки “Секундомір”.

Теоретичні відомості

Нехай перша кулька має масу m_1 , а друга $m_2 > m_1$. З'єднаємо кульки нерозтяжною ниткою, масою якої можна знехтувати, і довжина якої значно перевищує діаметри кульок. Відпустимо кулі одночасно з одного і того ж рівня. На кулі буде діяти сила тяжіння і сила опору повітря F (рис. 1). Застосуємо до кожної кулі другий закон Ньютона, записаний в проекції на вертикальну вісь:

$$\begin{aligned}m_2 g - F &= m_2 a_2, \\m_1 g - F &= m_1 a_1.\end{aligned}$$

Прискорення куль будуть дорівнювати:

$$\begin{aligned}a_2 &= g - \frac{F}{m_2}, \\a_1 &= g - \frac{F}{m_1}.\end{aligned}$$

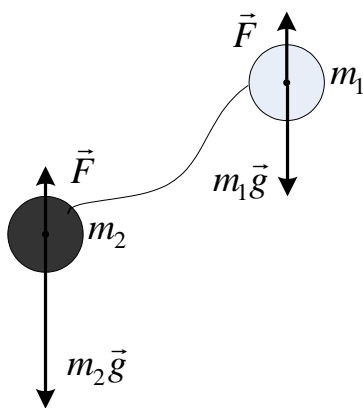


Рис. 3

Оскільки $m_2 > m_1$, тоді прискорення $a_2 > a_1$ і важка кулька буде обганяти легку кульку до тих пір, поки нитка, що зв'язує їх, не натягнеться.

Отже, кульки далі падатимуть з однаковою швидкістю, причому важка кулька буде перебувати нижче.

Рис. 1. Розрахункова схема

Швидкість зв'язки з плином часу буде збільшуватися, а разом з нею і сила опору, яка, врешті-решт, врівноважить силу тяжіння. Прискорення стане рівним нулю.

Отже, результатом розв'язання цього завдання є висновок про те, що першою землі торкнеться більш важка кулька!

Експериментальна частина

Для дослідів використовувалися дві пари кульок. Кульки першої пари були виготовлені з пінопласту діаметром 8 см, вага одної з кульок складала 11 г, а другої – 56 г за рахунок того, що всередину був вставлений сталевий циліндр. Другу пару складали пласмасові кульки від пінг-понга діаметром 30 мм, які мали однакий об'єм, але різну масу $m_1 = 35$ г, $m_2 = 6,5$ г. Одна з кульок була заповнена водою, а інша порожня.

Різниця в діаметрах кульок першої та другої пар дозволяла простежити залежність опору повітря від діаметра кульок.

Реєстрація руху кульок велась за допомогою смартфона Huawei 20 Pro у режимі slow motion (уповільнена з'ємка з частотою 960 кадрів / с).

Для виконання одномоментного старту кульок була вибрана схема пуску, яка наведена на рис. 2.

Кульки чеплялися нитками до перекладкини, а перекладкани у свою чергу чеплялася у точці C , де знаходиться центр ваги, до металевої кульки D вагою 117 г та діаметром $\varnothing 30$ мм, яка підвішувалася на нитці до нерухомої опори. Під час старту нитка DF перепалювалася вогником. Кулька D потрібна для порівняння руху майже вільно падаючого тіла з тілом, для якого опір повітря треба враховувати. Результати дослідів наведено в табл. 1, де $S_{\text{пін}}$ – шлях, пройдений пінопластової кулькою, S_{Fe} – сталевій.

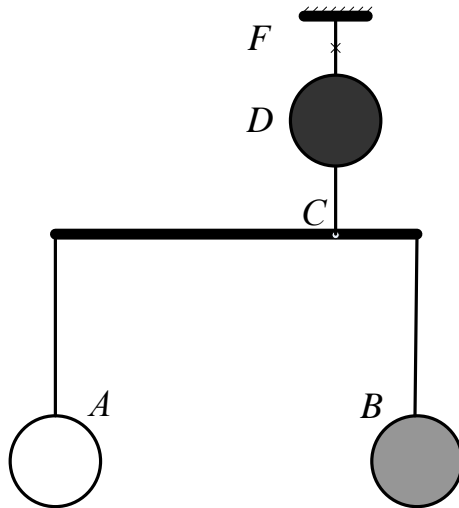


Рис. 2. Схема досліду

Таблиця 1

Дані експеримента з кульками

t , мс	0	132,5	142,5	190	200	237,5	245
$S_{\text{пін}}$, мм	0	85	100		200		300
S_{Fe} , мм	0	100		200		300	

Анализ падіння кульок I пари показав, що більш важка пінопластова кулька опереждає легку кульку на дистанції 0,3 м на 2 см (рис. 3). За той же час сталева кулька пододала шлях 32 см. Це повністю підтверджує висновки теорії, яка представлена раніше.

Для більш ретельного вивчення руху 11 г пінопластової кульки діаметром 8 см в повітрі і порівняння з майже вільним рухом важкої сталевий 117 г кульки діаметром 3 см був поставлений дослід, постановка якого наведена на рис. 4, а результати відображені на графіках рис. 5.

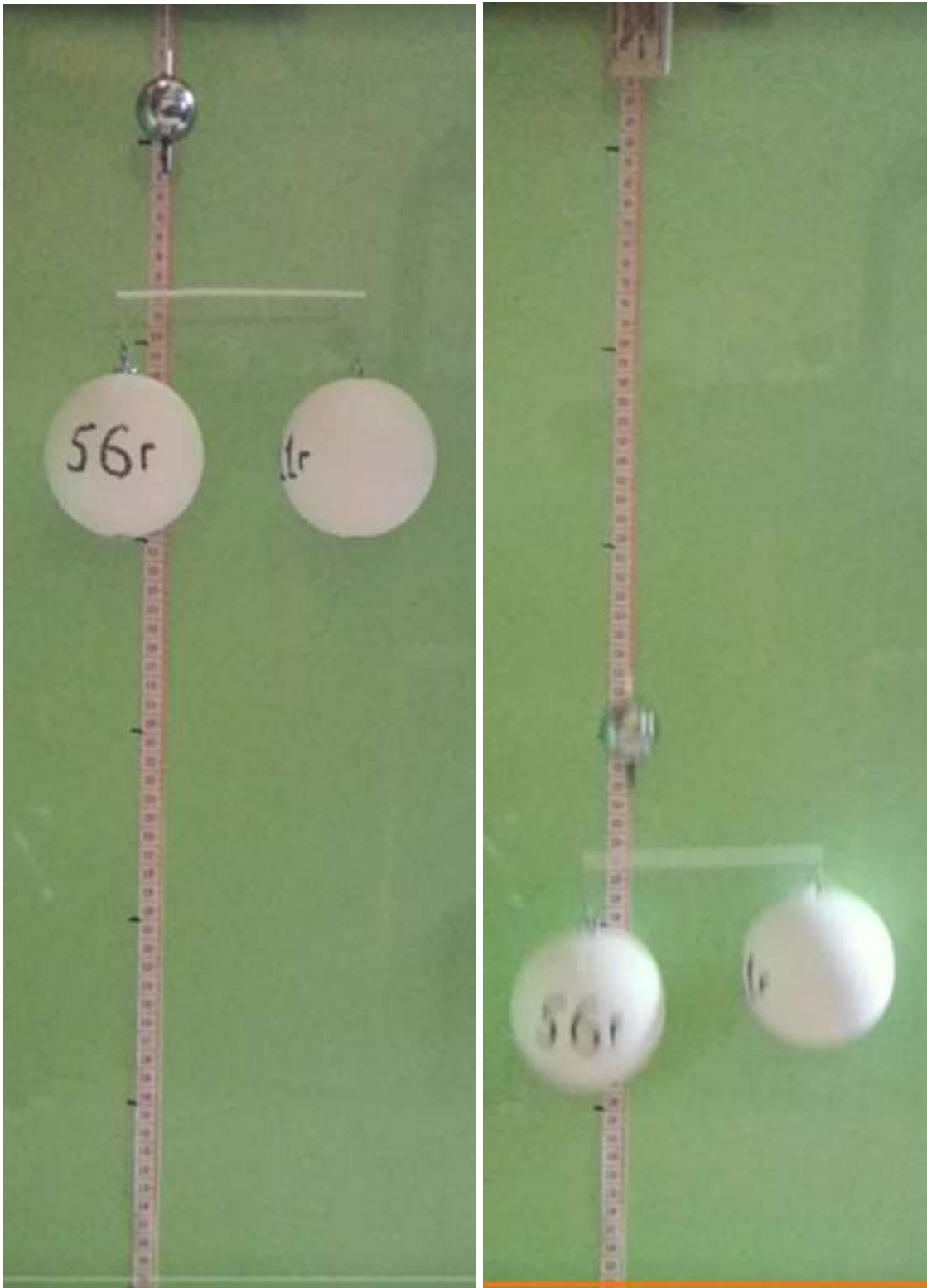


Рис. 3. Фото досліду: ліворуч – стартова позиція, праворуч – сталева куля подолала шлях 320 мм, пінопластова куля (56 г) – 300 мм, пінопластова куля (11 г) – 280 мм

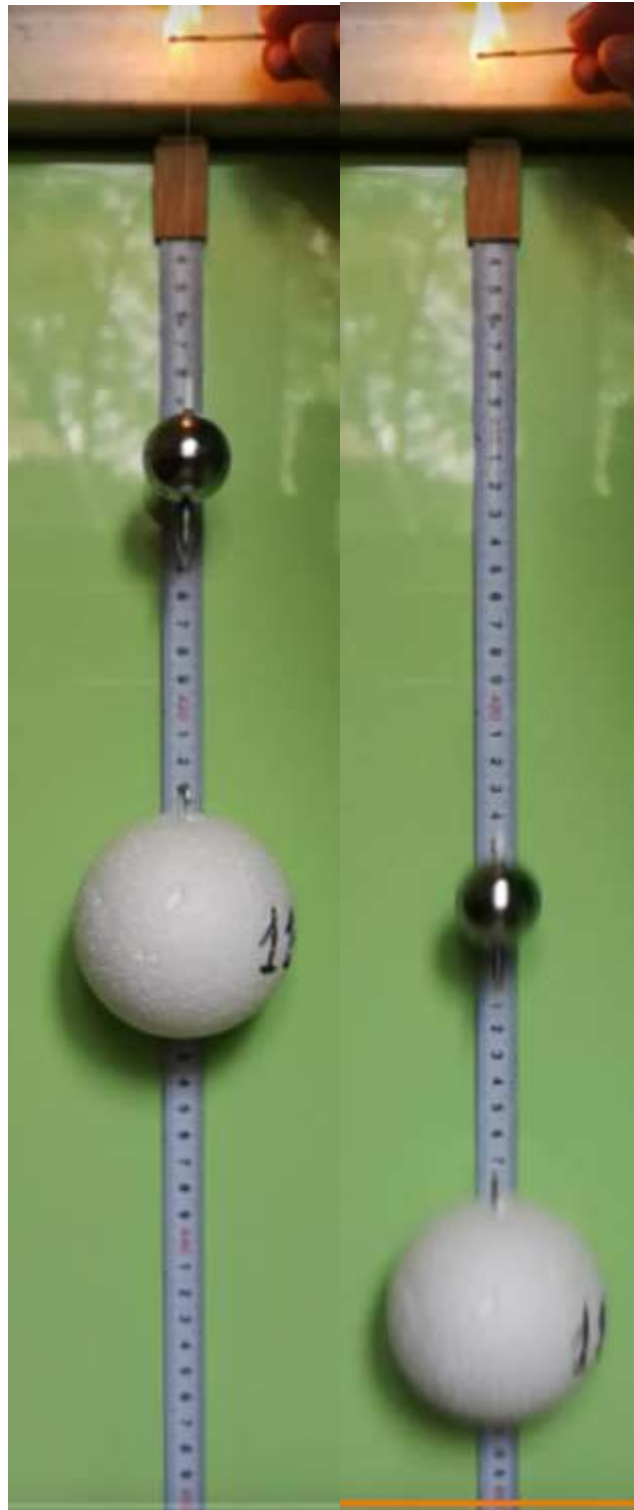


Рис. 4. Фото досліду: ліворуч - стартова позиція, праворуч - сталевая кулька подолає шлях 165 мм, пінопластова кулька (11 г) – 145 мм

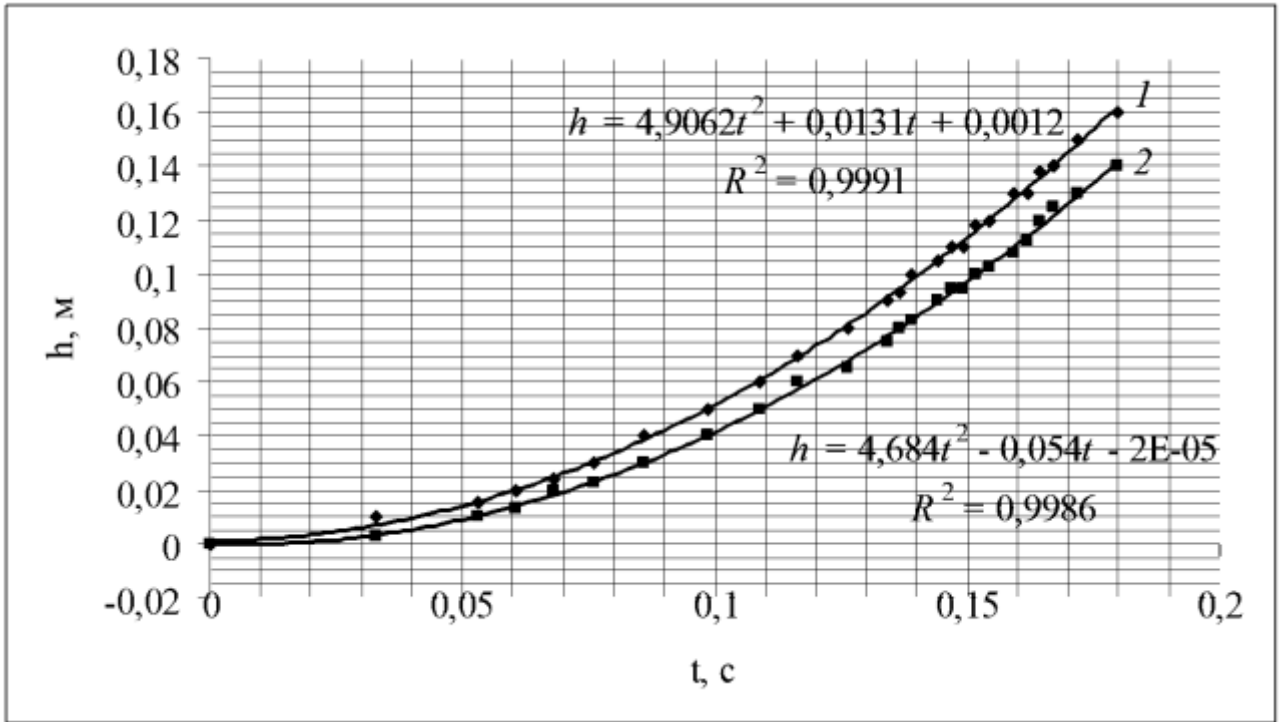


Рис. 5. Графіки руху сталевій (1) та пінопластовій (2) кульок у повітрі

Зауважимо, що коефіцієнти при t^2 у рівняннях апроксимації на рис. 5 дорівнюють $g/2$. Тобто прискорення, з яким рухається сталевий кульок, дорівнює $9,81 \text{ м/с}^2$, як і повинно бути при вільному падінні тіла, а прискорення, з яким рухається пінопластовий кульок, дорівнює $9,36 \text{ м/с}^2$. Величина достовірності апроксимації для сталевий кульки складає $R^2 = 0,9991$, пінопластовий кульки $R^2 = 0,9986$.

Отже, після проведеного теоретичного та експериментального розслідування наш вердикт такий: Галілей *не проводив* свої дослід на Пізанській вежі, інакше він би побачив, що важка куля перша падає на землю і не зміг би сформулювати свої закони, отримані з дослідів з кульками, які скочуються з похилих площин.

2.15. Визначення коефіцієнту опору повітря

Мета роботи – визначення величини коефіцієнту опору повітря.

Прилади й матеріали: паперові корзинки, лінійка, смартфон з застосунком “Секундомір”.

Теоретичні відомості

Значення числа Рейнольдса вказує на тип потоку повітря, який можна очікувати: турбулентний, ламінарний, вихровий тощо. На рис. 1 наведено графік залежності коефіцієнту опору для сфери, що рухається у повітрі зі швидкістю значно нижчою за швидкість звуку, від числа Рейнольдса Re .

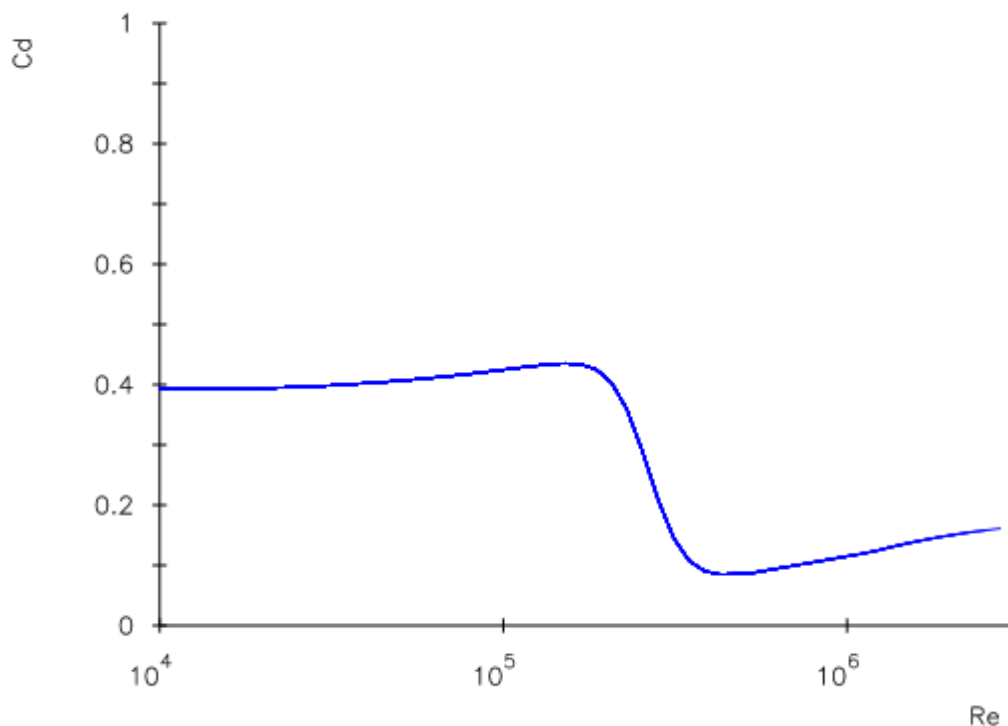


Рис. 1. Коефіцієнт опору для сфери як функція числа Рейнольдса

При низьких числах Рейнольдса сфери мають приблизно постійний опір зі значенням $C_D \sim 0,47$, а при більш високих числах Рейнольдса вони мають значення C_D від 0,1 до 0,2. Зменшення опору відбувається для чисел Рейнольдса, більших за ~ 400000 , що свідчить про різку зміну від ламінарного до турбулентного потоку.

Для типових експериментів з падаючими в повітрі об'єктами число Рейнольдса $Re \gg 1,7$. З цієї причини ми можемо припустити, що величина сили опору пропорційна квадрату швидкості падіння, і тому її можна записати так:

$$F = kv^2, \quad (1)$$

де константа пропорційності визначається як

$$k = 0,5C_D\rho S. \quad (2)$$

Тут ρ позначає густину повітря, S — проекцію площі поверхні падаючого об'єкта, а C_D — коефіцієнт лобового опору.

Коли сила опору дорівнює силі тяжіння, падаючий об'єкт рухається рівномірно з максимальної швидкістю v_m :

$$v_m = \sqrt{\frac{2mg}{C_D\rho S}}, \quad (3)$$

де m позначає масу об'єкта, що падає.

Отже, квадрат кінцевої швидкості лінійно залежить від маси об'єкта,

$$v_m^2 = b \cdot m, \quad (4)$$

де

$$b = \frac{2g}{C_D\rho S}. \quad (5)$$

Тобто, коефіцієнт опору повітря можна визначити так:

$$C_D = \frac{2g}{b\rho S}. \quad (6)$$

Хід роботи

1. Для експериментів використовуємо паперові стаканчики (див. рис. 2 праворуч). Виміряйте їх діаметр та обчисліть площу.



Рис. 2. Маленький паперовий стаканчик, який використовується для експериментів з падінням (праворуч) та експериментальна установка (ліворуч)

2. Вмикаємо секундомір та встановлюємо його біля вертикально встановленої лінійки.

3. Відпускаємо паперовий стаканчик на деякій висоті та записуємо його рух на фоні лінійки та секундоміра за допомогою смартфона у режимі *slo mo*. Камеру смартфона потрібно держати перпендикулярно площині руху на достатньої відстані (приблизно 3 м) від лінійки. Відео записуємо з частотою 240 кадрів за секунду.

4. З аналізу відео визначаємо положення паперового стаканчика та час прибуття в це положення. З графіка залежності пройденого шляху від часу визначаємо кінцеву швидкість v_m : безпосередньо величину кінцевої швидкості можна отримати з рівняння трендової лінії залежності шляху від часу падіння.

5. Для визначення коефіцієнта лобового опору масу об'єкта, що падає, подвоїте, склавши паперові стаканчики. При цьому змінюється лише маса, тоді як площа поверхні в проекції, а також коефіцієнт опору не змінюються, що дозволяє експериментально визначити кінцеві швидкості для пакету з одного-п'яти паперових стаканчиків.

Побудуйте графік залежності квадрата кінцевої швидкості від маси. Подивитися чи узгоджується теоретично очікувана поведінка графіка з рівнянням трендової лінії, побудованою за результатами експерименту.

6. За формулою (6) визначте коефіцієнт опору повітря.

Приклад

Підставивши наступні значення: $b = 6,247 \cdot 10^{-4}$, $\rho = 1,20 \text{ кг/м}^3$ і $S = 44,18 \text{ см}^2$ отримуємо коефіцієнт лобового опору повітря $C_D = 0,59$. Якщо ми порівняємо це розраховане значення з коефіцієнтом лобового опору сфери ($C_D = 0,47$), воно буде більшим, як і можна було очікувати: форма паперової корзинки не є сферичною.

2.16. Дослідження справедливості закону Кулона

Мета роботи: довести, що сила взаємодії між двома електричними зарядами прямо пропорційна величинам зарядів та обернено пропорційна квадрату відстані між ними.

Прилади та матеріали: 2 пінопластові кулі, або кулі для пінг-понгу кожна приблизно 4 см у діаметрі, електронні ваги з чутливістю 0,001 г, лінійка.

Теоретичні відомості

Як правило, вимірювання сили Кулона виконується за допомогою високочутливих крутильних терезів. Однак це не можна зробити, якщо вимірювання виконуються дистанційно, вдома, наприклад. Тому для вимірювання слабких кулонівських сил використовуються електронні ваги.

Безпосередньо в роботі вимірюється сила притягання двох електричних зарядів, які знаходяться на діелектричних кульках. Як відомо, за законом Кулона сила взаємодії між двома точковими електричними зарядами прямо пропорційна величинам зарядів та обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

де r – відстань між центрами кульок.

В дослідах доводиться, що у разі знаходження зарядів на сферичних поверхнях закон Кулона має межі застосування: на невеликих відстанях цей закон порушується.

Крім цього, установка дозволяє продемонструвати явище поляризації діелектрика — перерозподілу електричних зарядів у діелектрику під

впливом зовнішнього електричного поля. На відміну від провідника, електричне поле проникає в діелектрик. Ця відмінність спричинена тим, що в діелектрику нема вільних електричних зарядів, всі внутрішні заряди зв'язані, а тому під впливом поля можуть лише зміщуватися на невелику віддаль. У результаті цих зміщень виникає внутрішнє електричне поле, що протидіє зовнішньому електричному полю. Відповідно на границях діелектрика виникають поверхневі заряди. При знятті зовнішнього електричного поля діелектрична поляризація зазвичай зникає.

Опис установки

Для побудови експериментальної установки треба мати 2 пінопластові кулі, або кулі для пінг-понгу, електронні ваги з чутливістю 0,001 г, лінійку (рис. 1).



Рис. 1. Дослідницька установка

Одна кулька встановлюється на чашку електронних терез, а інша підвішується співосно на нитці над нею. Нитка заводиться на міліметрову лінійку, яка лежить, наприклад, на книжках або коробці (рис. 1). На нитці робиться вузол, який слугує точкою відліку. Нитка притискається до шкали лінійки будь-яким тягарцем.

Хід роботи

1. Опустіть верхню кульку до контакту з нижньою. Зареєструйте та запишіть положення вузла на шкалі лінійки: це буде нульова точка відліку величини зазору Δl між поверхнями кульок.
2. Посуньте вузол на 1 мм шкали лінійки від нульової точки збільшуючи зазор між кульками. Виміряйте діаметри кульок і занесіть відстань $r = \frac{d_1+d_2}{2} + \Delta l$ між центрами кульок у таблицю результатів.
3. Натріть верхню кульку хутром. Поява заряду на кульці приводить до ефекту синхронного колювання нижньої та верхньої кульки після її відпускання. Ці колювання відбуваються завдяки явищу поляризації діелектрика.
4. Відсуньте електронні ваги. Заберіть нижню кульку з чашки електронних терезів. Включіть електронні ваги. Через деякий час вони покажуть вагу 0 г. Покладіть в чашку кульку. Зареєструйте вагу кульки P_0 .
5. Встановіть ваги з кулькою у попереднє положення. Наведений заряд на цій кульці і такий же за величиною, але протилежний заряд на верхній кульці будуть притягуватися, що викличе зменшення ваги нижньої кульки. Зареєструйте нову вагу P_1 .
6. Збільште проміжок між поверхнями кульок ще на 1 мм. Зареєструйте вагу P_2 та запишіть її значення у таблицю.

7. Збільшуйте проміжок між поверхнями кульок кожен раз на 1 мм, реєструйте вагу P_i та записуйте її значення у таблицю.
8. Використовуючи дані таблиці побудуйте графік залежності кулонівської сили $F = P_i - P_0$ від величини $x = \frac{1}{r^2}$. Лінійна трендова лінія буде доказом справедливості закону Кулона. Відхилення трендової лінії від лінійності вкажуть на межі працездатності закону Кулона.

Приклад виконання досліджень

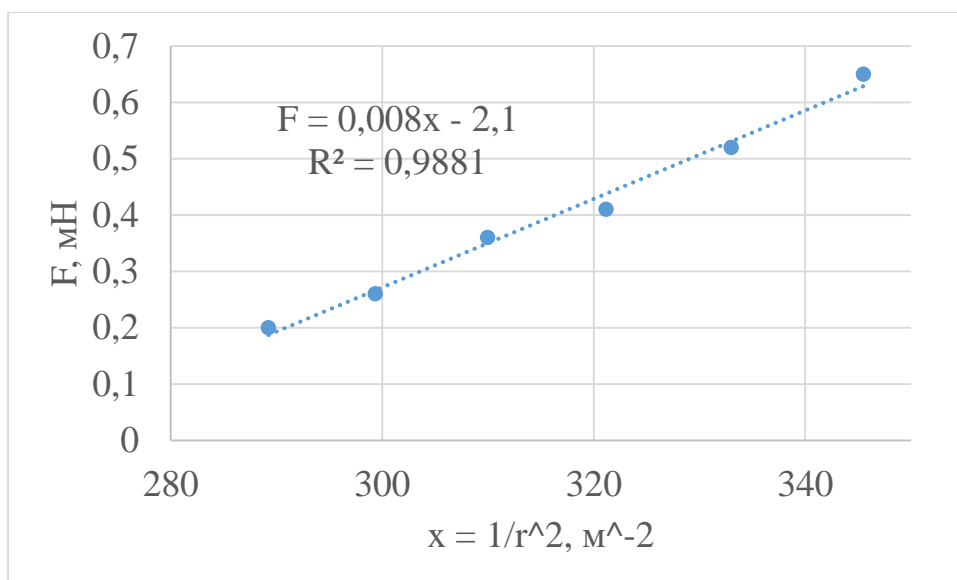


Рис. 2. Графік залежності кулонівської сили F від величини $x = 1/r^2$ на проміжку 4-9 мм між пінопластовою та тенісною кульками

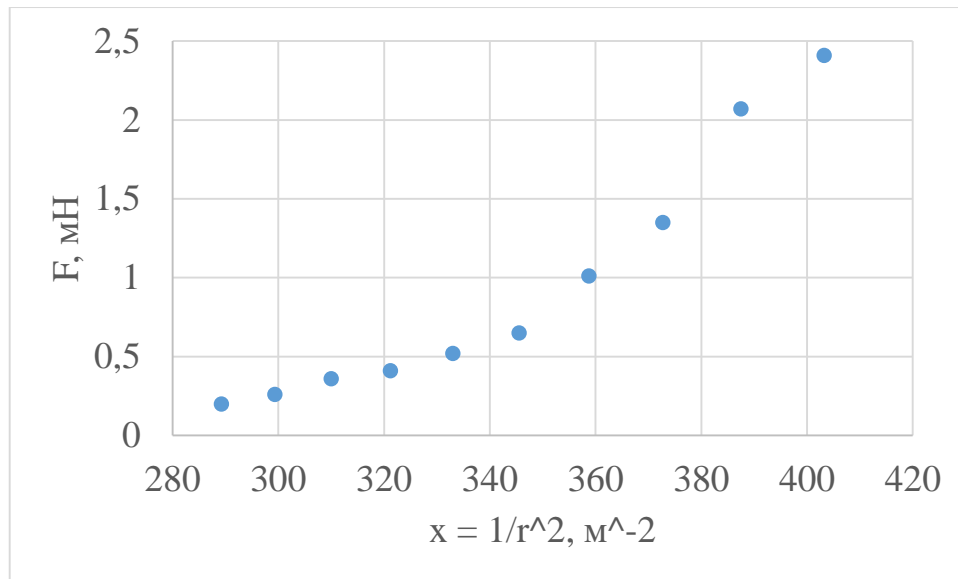


Рис. 3. Графік залежності кулонівської сили F від величини $x = 1/r^2$ на проміжку 1-9 мм між пінопластовою та тенісною кульками

Висновок: під час збільшення відстані між кульками (зменшення $1/r^2$) графік стає лінійним, тобто, виконується закон Кулона (рис. 2). Зі зменшенням відстані закон Кулона перестає бути справедливим, тобто, не виконується (рис. 3).

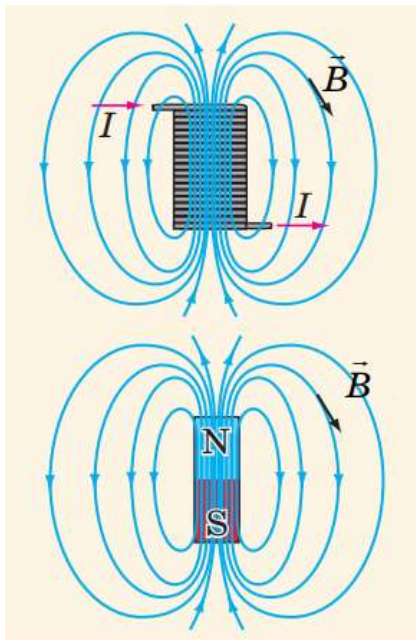
2.17. Вимірювання просторового розподілу поля магнітної індукції кільцевого та штабового магніту

Мета: виміряти величину магнітної індукції навколо штабового магніту та вздовж осі кільцевого магніту.

Прилади та матеріали: лінійка, штабовий та кільцевий магніт, смартфон з застосунком Physics Toolbox Sensor Suite, шприць.

Теоретичні відомості

Поштовхом для роботи стала ілюстрація художника Володимира Хорошенка розподілу силових ліній магнітного поля соленоїда і штабового магніту на сторінці 59 підручника для 11 класу: Фізика (рівень стандарту, за навчальною програмою авторського колективу під керівництвом Локтева В. М.): підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти / [Бар'яхтар В. Г.,



Довгий С. О., Божинова Ф. Я., Кірюхіна О. О.]; за ред. Бар'яхтара В. Г., Довгого С. О. Харків: Вид-во «Ранок», 2019. 272 с. (Рис. 1)

Рис. 1. Ілюстрація художника Володимира Хорошенка розподілу силових ліній магнітного поля соленоїда і штабового магніту

Що ми повинні розуміти під силовою лінією? Силкові лінії відповідають просторовому розподілу поля магнітної індукції? Раніше силкові лінії визначали так: силкові

лінії – суть шляху, вздовж якого став би рухатися в магнітному полі вільний магнітний північний полюс (Э. Гримзель. Курс фізики для студентів, преподавателей и для самообразования. Часть 4. Магнетизм и электричество. Первая половина. М.: 1927. С. 8).

Щоб візуалізувати магнітні поля, М. Фарадей запропонував зображувати їх у вигляді ліній магнітної індукції. Лінії магнітної індукції — умовні напрямлені лінії, у кожній точці яких дотична збігається з лінією, уздовж якої напрямлений вектор магнітної індукції. Лінії магнітної індукції креслять таким чином, щоб їх щільність відображала значення модуля магнітної індукції на даній ділянці магнітного поля: чим більшим є модуль магнітної індукції, тим щільніше креслять лінії. Виникає питання: де проходять ізолінії магнітної індукції? У яких точках магнітна індукція за величиною однакова?

Хід роботи

Увага! Всі вимірювання дуже чутливі до наявності поблизу металу. Тому важливо переконатися, що в робочому середовищі немає інших джерел магнітних перешкод (залізо, сталь, наприклад, у столі; електричні кабелі тощо).

1) Переведіть свій смартфон у режим польоту та запустіть програму Магнітометр застосунку *Physics Toolbox Sensor Suite*. Помістіть смартфон на плоску немагнітну поверхню (наприклад, дерев'яний стіл або підлогу). Перевірте, чи ви не магнітні. Чи змінюються покази дисплея під час вашого руху? Чи впливають ваші окуляри, кулькова ручка, пряжка ременя тощо на вимірювання?

2) Положить смартфон на аркуш паперу з зошиту так, як наведено на рис. 2. Повернувши смартфон на поверхні столу разом з аркушем

вирівняйте його у напрямку Y на північ. Значення X -компоненти магнітометра тоді дорівнює нулю. Увімкніть опцію “Компас” (застосунок

Physics Toolbox) та порівняйте напрям осі Y з компасом.



Рис 2. Орієнтація смартфона та координатної сітки за допомогою компаса

3). Посуньте смартфон вздовж осі X на відстань 10см. Покладіть штабовий магніт вздовж вісі Y так, як відображено на рис. 3. Увімкніть програму магнітометра. Запишіть значення магнітної індукції B , відображене на дисплеї (рис. 4).

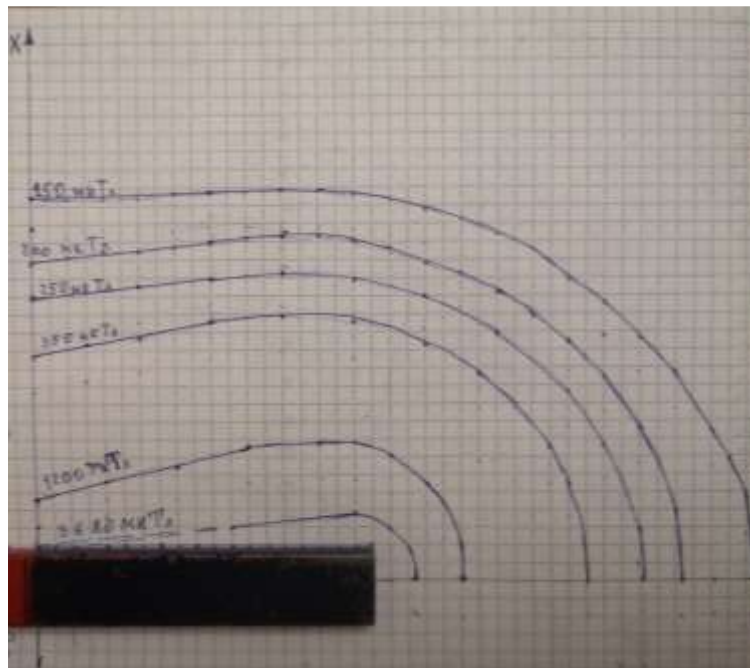


Рис. 3. Ізолінії магнітної індукції штабового магніту 195*20*8

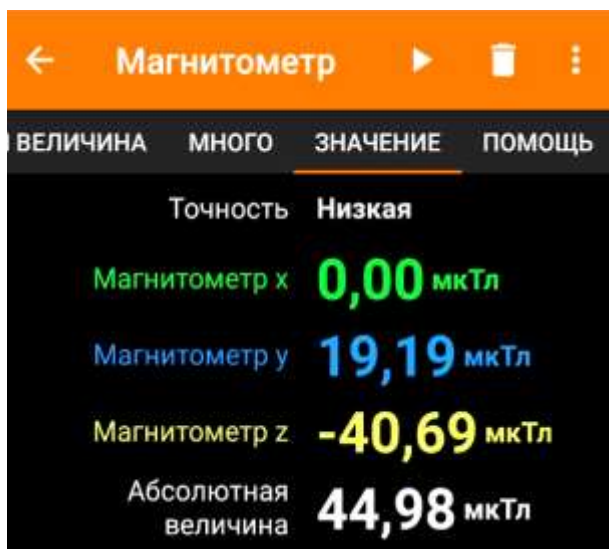


Рис. 4. Дисплей Phyphox відображає B_x , B_y , B_z - компоненти та сумарну величину індукції магнітного поля B

4) Переміщую смартфон відзначаємо на папері точки, де величина магнітної індукції однакова зі значенням, отриманим у

п. 3. З'єднуємо такі точки безперервною лінією – це ізолінії B .

5. Повторюючи пункти 3 та 4 наповнюємо простір навколо штабового магніта ізолініями. Як видно з рис. 3 одна й та ж величина магнітної індукції спостерігається як на торці магніту так і на “екваторі” магніту. Робимо висновки: ототожнювати силові лінії магнітного поля з ізолініями B не варто.

Якщо покласти два рівні магніти однакової сили один на одного різноіменними полюсами – не виявиться жодної магнітної дії.

Дослідження кільцевого магніту. Установка для вимірювання залежності величини магнітної індукції від відстані наведена на рис. 5.

Графік залежності величини магнітної індукції від відстані вздовж осі кільцевого магніту наведено на рис. 6-8. Як видно з рис. 6 на осі існує точка, де настає максимум магнітної індукції. Ця точка знаходиться на відстані 19 мм від центра даного магнітного кільця. Якщо покласти на горизонтальний стіл кільце та поместити біля цієї точки залізну кульку, вона намагнітиться і буде знаходитися в стані рівноваги, тобто буде вісити в просторі не притягуючись до кільцевого магніту і не відштовхуючись від

нього. Після невеликого зміщення кульки вниз або догори вона повернется в теж положення. Тобто стан рівноваги – стійкий.



Рис. 5. Фото установки для вимірювання залежності величини магнітної індукції від відстані вздовж осі кільцевого магніту

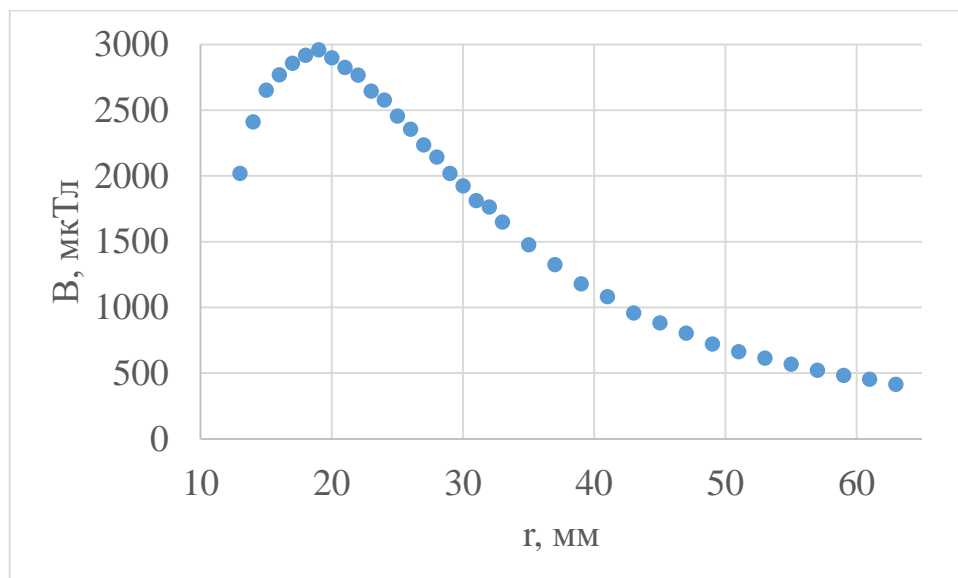


Рис. 6. Графік залежності величини магнітної індукції від відстані вздовж осі кільцевого магніту зовнішнім діаметром 40 мм, внутрішнім 22 мм, товщиною 6 мм

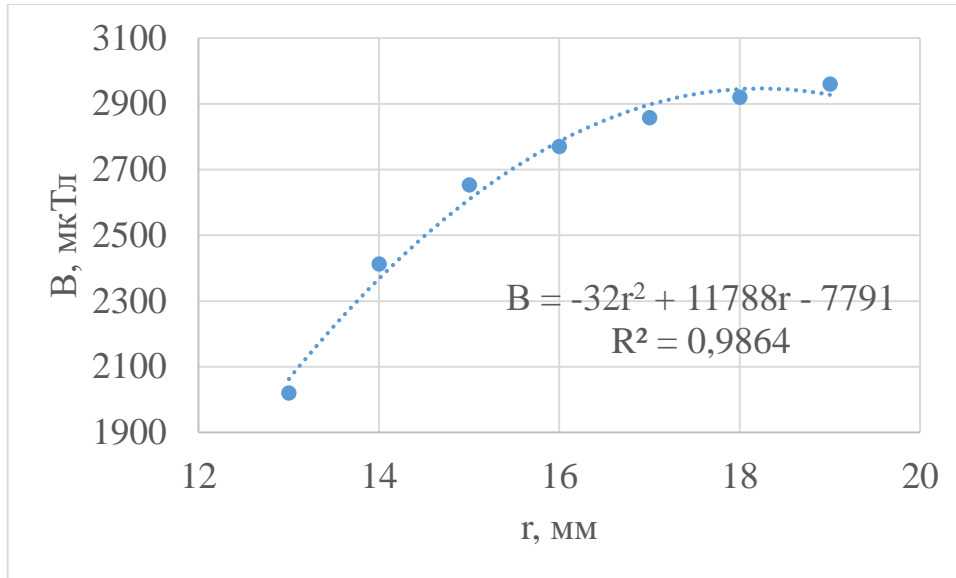


Рис. 7. Графік зміни величини магнітної індукції на близькій відстані вздовж осі кільцевого магніту зовнішнім діаметром 40 мм, внутрішнім 22 мм, товщиною 6 мм

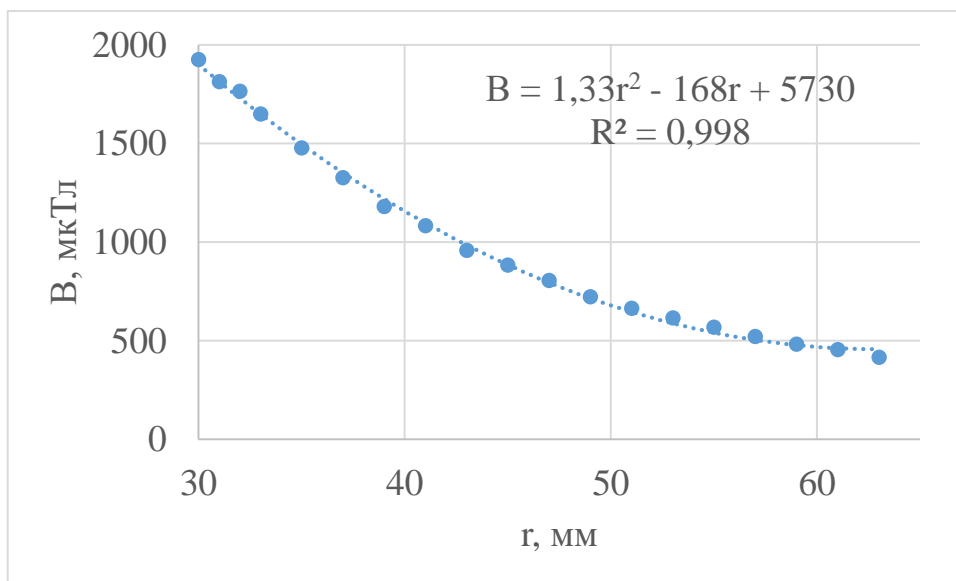


Рис. 8. Графік зміни величини магнітної індукції на віддаленій відстані вздовж осі кільцевого магніту зовнішнім діаметром 40 мм, внутрішнім 22 мм, товщиною 6 мм

2.18. Вимірювання магнітної сприйнятливості речовин

Мета роботи. Визначення: а) функціональної залежності сили взаємодії між двома постійними магнітами, між магнітом і феромагнетиком, між магнітом і пара-, діамагнетиком від відстані між ними, б) магнітної сприйнятливості пара-, діа- та феромагнетиків за допомогою електронних терезів.

Прилади та матеріали. Електронні ваги з чутливістю 0,001 г, 2 неодимові магніти діаметром 10 мм висотою 5 мм, 2 немагнітні трубки з внутрішнім діаметром 10 мм, паперовий тубус, дерев'яна міліметрова лінійку, нитка з вузлом, тягарець, смартфон з застосунком Magnetometer.

Теоретичні відомості

Залежність величини магнітної індукції вздовж осі циліндричного магніту від відстані. Індукція магнітного поля B на осі колового струму радіусом R на відстані r від центра колового струму до даної точки дорівнює:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{\vec{p}_M}{(R^2 + r^2)^{3/2}}, \quad (1)$$

де p_M — магнітний момент колового струму.

На великих відстанях, коли $R \ll r$, формула (1) переходить у вираз:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \frac{\vec{p}_M}{r^3}. \quad (2)$$

З огляду на це індукцію магнітного поля постійного циліндричного магніта — диполя (вздовж його осі) у вакуумі визначають так:

$$B = \frac{\mu_0 p_1}{2\pi r^3}, \quad (3)$$

де p_1 — магнітний дипольний момент, r — відстань до центру магніта.

Отже, слід очікувати, що величина магнітної індукції буде змінюватися як $1/r^3$ — зменшення відстані вдвічі збільшить величину магнітної індукції в 8 разів.

Якби кожен з досліджуваних постійних магнітів був рівномірно намагніченою сферою, тоді магнітне поле, створене кожним магнітом, було б еквівалентним полю точкового диполя, розташованого в центрі магніту. Оскільки магніти, які ми використовуємо, є циліндри, а не сфери, спрощення, які ми робимо, користуючись формулою (3) замість (1-2), є лише наближенням до колового струму, наближенням, яке стає більш неточним, коли вимірюються магнітні поля дуже близько до торця магніту.

Залежність сили притягання між двома постійними магнітами. З виразу (3) можна отримати величину магнітного дипольного моменту:

$$p_1 = \frac{2\pi r^3 B}{\mu_0}. \quad (4)$$

Потенціальна енергія другого диполя, розташованого паралельно або антипаралельно до осі першого диполя, дорівнює:

$$U = \pm p_2 B = \pm \frac{\mu_0 p_1 p_2}{2\pi r^3}, \quad (5)$$

де p_2 — магнітний дипольний момент другого магніта.

Отже, сила, що діє між двома магнітами, буде дорівнювати:

$$F = \left| \frac{dU}{dr} \right| = \frac{3\mu_0 p_1 p_2}{2\pi r^4}. \quad (6)$$

Тобто, під час проведення дослідів слід очікувати, що сила притягання між магнітами буде змінюватися як $1/r^4$ — зменшення відстані вдвічі збільшить силу притягання в 16 разів.

Оскільки два однакові магніти мають по суті однакове значення магнітного дипольного моменту, з рівняння (6) отримуємо значення дипольного моменту, яке можна визначити експериментально:

$$p_1 = p_2 = r^2 \cdot \sqrt{\frac{2\pi F}{3\mu_0}}. \quad (7)$$

Залежність сили притягання між магнітом і феромагнетиком від відстані між ними. Магнітна сприйнятливність феромагнетика. Якщо замість другого магніта встановити ненамагнічений феромагнітний матеріал, тоді в ньому виникне *індукований диполь*. Тоді, наприклад, шматок заліза чи сталі стає намагніченим. Взагалі феромагнітні матеріали мають нелінійну залежність намагніченості J від прикладеного магнітного поля. Однак, поки прикладене поле недостатньо велике, щоб наситити намагніченість, залежність можна вважати як лінійну:

$$J \approx \chi_m \frac{B}{\mu_0}, \quad (8)$$

де χ_m є «ефективною» магнітною сприйнятливністю феромагнетика.

Використовуючи рівняння (3) запишемо намагніченість феромагнетика через дипольний момент постійного магніту як:

$$J \approx \chi_m \frac{p_1}{2\pi r^3}. \quad (9)$$

За визначенням, намагніченість J дорівнює магнітному моменту поділеному на об'єм V феромагнетика:

$$J = \frac{p_2}{V}. \quad (10)$$

Підставимо цей вираз у рівнянні (9) та отримаємо p_2 :

$$p_2 = \frac{\chi_m p_1}{2\pi r^3} \cdot V. \quad (11)$$

Підставимо вираз (11) у рівняння (6) та отримаємо залежність сили притягання між постійним магнітом та індукованим магнітом від відстані між ними:

$$F = \frac{3\chi_m \mu_0 p_1^2}{4\pi^2 r^7} \cdot V. \quad (12)$$

Оскільки магнітний диполь, індукований у феромагнетик, буде мати ту саму орієнтацію, що й постійний магніт, сила між ними завжди буде притягальною.

Отже, сила притягання між магнітом та феромагнетиком буде змінюватися як $1/r^7$ — зменшення відстані вдвічі збільшить силу притягання в 128 разів.

Використовуючи експериментально визначене за формулами (4) або (7) значення p_1 , ми отримуємо з рівняння (12) величину магнітної сприйнятливості феромагнетика:

$$\chi_m = \frac{4\pi^2 r^7 F}{3\mu_0 p_1^2 V}. \quad (13)$$

Аналогічно, якщо замінити феромагнетик діа- або парамагнетиком, тоді можемо визначити їх магнітну сприйнятливість.

Хід роботи

Визначення залежності сили взаємодії двох магнітних диполів від відстані між ними.

Дослідна установка наведена на рис. 1. Одну трубку з магнітом №1 встановлюємо на чашку електронних терезів, а іншу з магнітом №2 підвішуємо співосно на нитці над магнітом №1. Полюса магнітів притягуються один до одного та центруються. Нитка заводиться на міліметрову лінійку, яка лежить на торці тубуса. На нитці робиться вузол, який слугує точкою відліку. Нитка притискається до шкали лінійки тягарцем.



Рис. 1. Фото дослідницької установки: 1 – електронні терези, 2 – магніт №1, 3 – магніт №2, 4 – паперовий тубус, дерев’яна лінійка міліметрова, 5 – вузол на нитці, 6 – тягарець

Вимірювання відбуваються за наступним алгоритмом:

1. Опускаємо верхній магніт №2 до контакту з нижнім магнітом №1. Нитку придавлюємо тягарцем. Реєструємо та записуємо положення вузла на шкалі лінійки: це буде нульовий відлік величини зазору Δl між поверхнями магнітів.
2. Підіймаємо магніт №2 на лінійку. Включаємо електронні терези. Через деякий час вони покажуть значення 0 г.
3. Переміщуємо вузол на 1 мм (або більше) шкали лінійки від нульової точки, збільшуючи проміжок між магнітами. Опускаємо магніт №2. Заносимо відстань $r = h + \Delta l$ між центрами магнітів у таблицю результатів, де $h = 5$ мм – висота магніта. Реєструємо покази терезів у кг та переводимо у силу притягання магнітів F_1 .
4. Збільшуємо проміжок між поверхнями магнітів ще на 1 мм. Реєструємо силу притягання магнітів F_2 та записуємо її значення у таблицю.
5. Збільшуємо проміжок між поверхнями магнітів кожен раз на 1 мм, реєструємо вагу F_i та записуємо її значення у таблицю.
6. Використовуючи дані таблиці будуємо графік залежності сили притягання F_i від величини $x = \frac{1}{r^4}$. Пряма трендова лінія буде доказом справедливості формули (4). Коефіцієнт пропорційності в рівнянні лінії дорівнює $k = \frac{3\mu_0 p_1 p_2}{2\pi} = 6 \cdot 10^{-7} p^2$. Отже, магнітний момент магніта буде дорівнювати:

$$p = \sqrt{\frac{k}{6 \cdot 10^{-7}}} = 1291\sqrt{k}.$$

Відхилення трендової лінії від лінійності вкаже на межі працездатності закономірності (8) для циліндричних магнітів, яки використовуються.

Якщо постійний магніт є рівномірно намагнічена сфера, тоді магнітне поле, створюване магнітом, буде еквівалентне полю точкового диполя,

розташованого в центрі магніту. Оскільки магніти, які ми використовуємо, є циліндрами, а не сферою, таке спрощення є наближенням яке стає більш неточним, коли розглядаються магнітні поля дуже близько до магніту. Тому дослідження ведемо на відстанях, дані вимірювання на яких добре апроксимуються наближенням кожного магніту як точкового диполя, розташованого в його центрі.

Виробником заявляється величина сили зчеплення двох однакових неодимових магнітів діаметром 10 мм та висотою 5 мм, які торкаються один одного ($r = 5$ мм) у кг: $m \approx 2,2$ кг ($F = 21,6$ Н). Тобто, за формулою (5) значення магнітного моменту складає величину:

$$p_1 = r^2 \cdot \sqrt{\frac{2\pi F}{3\mu_0}} = 25 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{21,6 \cdot 10^7}{6}} = 0,15 \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

Перевірити основну характеристику магніту – силу зчеплення (відриву) або відштовхування один від одного можна за допомогою пристрою, схема якого наведена на рис. 2.

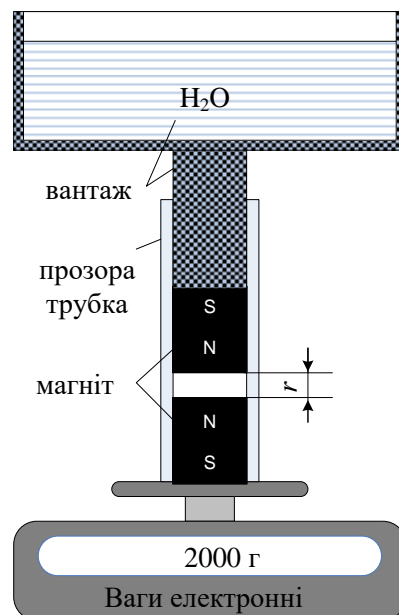


Рис. 2

Для проведення дослідів потрібні електронні ваги, прозора трубочка, магніти та вантаж (можна у вигляді посудини з водою). Магніти напрямлені один до одного однойменними полюсами. Пристрій без вантажа встановлюється на ваги після чого вони вмикаються. Доливаючи воду в посудину реєструємо вагу (силу відштовхування F) та величину проміжку між магнітами. Під час контакту магнітів реалізується максимальна сила відштовхування $F_{\text{мак}}$. Для магнітів, які використовувалися в досліді, ця сила склала величину $F_{\text{мак}} = 23 \text{ Н}$.

$$p_{\text{лексп}} = r^2 \cdot \sqrt{\frac{2\pi F}{3\mu_0}} = 25 \cdot 10^{-6} \sqrt{\frac{23 \cdot 10^7}{6}} = 0,155 \text{ А} \cdot \text{м}^2,$$

що узгоджується з даними виробника.

На графіку рис. 3 наведено результати вимірювання сили притягання двох неодимових постійних магнітів діаметром 10 мм висотою 5 мм як функції відстані між ними.

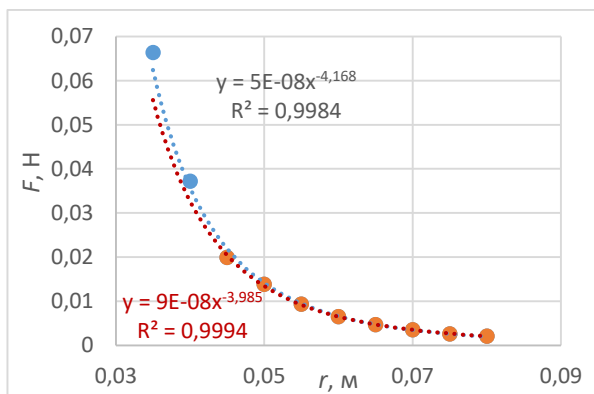


Рис. 3. Залежність сили притягання двох неодимових магнітів діаметром 10 мм висотою 5 мм від відстані між ними. Графік червоного кольору — згідно рівняння (6)

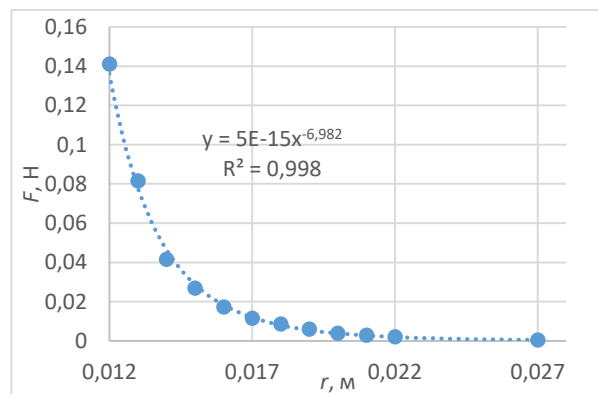


Рис. 4. Залежність сили притягання між магнітом і залізним циліндром від відстані між ними

Як видно з графіка рис. 3, сила притягання між магнітами дійсно змінюється майже як $1/r^4$, що повністю підтверджує залежність, відображену в формулі (6).

Для визначення магнітної сприйнятливості феромагнетика магніт №2 в установці, зображеної на фото (рис. 2), був замінений на залізний циліндр діаметром 10 мм і висотою 4 мм. На рис. 4 відображено графік залежності сили притягання між магнітом і залізним циліндром від відстані між ними (центрами циліндрів).

Як видно з графіка рис. 4 величина сили притягання між магнітом і феромагнетиком (залізним циліндром) пропорційна $\sim \frac{1}{r^7}$, що підтверджує формулу (12). Коефіцієнт пропорційності $5 \cdot 10^{-15} = \frac{3\chi_m \mu_0 p_1^2}{4\pi^2} \cdot V$. Об'єм зразка $V = 3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$. Виходячи з того, що величина магнітного моменту магніту $p_{1\text{експ}} = 0,155 \text{ А} \cdot \text{м}^2$, об'ємна сприйнятливість цього зразка заліза дорівнює $\chi_m = 6,9$. Залежність сили притягання між магнітом і феромагнетиком від відстані між ними відповідає степеневому закону:

$$F = 5 \cdot 10^{-15} r^{-7}, \text{ Н.}$$

Визначення магнітної сприйнятливості пара-, діамагнетиків за допомогою електронних терезів.

Як відомо, магнітна сприйнятливості пара- та діамагнетиків на порядки менше її значення для феромагнетиків. Тому на підвіс на місце магніту №2 встановлюється (див. рис. 1) більш сильний магніт. Замість магніту №1 встановлюються зразки досліджуваного матеріалу. Згідно формули (13) для визначення магнітної сприйнятливості необхідно виміряти силу взаємодії F , відстань між центрами магніту і досліджуваного зразка r , об'єм зразка та величину магнітного моменту магніту. Для визначення значення p_1 магніту за допомогою датчика смартфона та мобільного застосунка Magnetometer вимірюється величина магнітної

індукції в залежності від відстані. Результати вимірювань відображені на рис. 5.

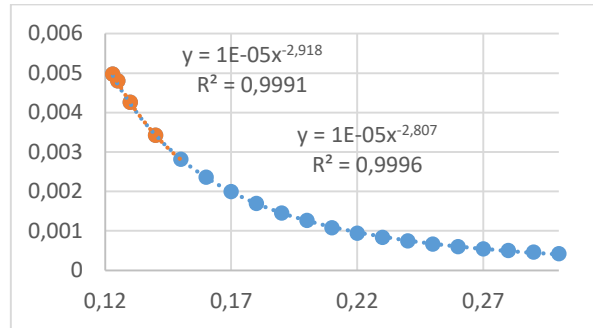


Рис. 5. Залежність величини магнітної індукції від відстані до центра магніту діаметром $\varnothing 50$ мм, висотою $h = 24$ мм

З графіка рис. 5 видно, що експериментальна залежність величини магнітної індукції циліндричного магніта від відстані до його центра описується теоретичною формулою (3): $B \sim \frac{1}{r^3}$. Коефіцієнт, що стоїть перед $\frac{1}{r^3}$ дорівнює 10^{-5} , тому $\frac{\mu_0 p_1}{2\pi} = 10^{-5}$. Звідки магнітний момент магніта:

$$p_1 = 50 \text{ А} * \text{м}^2.$$

Сила взаємодії магніта із зразками наведена в табл. 1.

Таблиця 1

Експериментальні результати визначення магнітної об'ємної сприйнятливості матеріалів

Матеріал	F , Н	r , м	V , 10^{-6}м^3	χ_v , 10^{-6}	$\chi_{\text{табл}}$, 10^{-6}
Вода (діамагнетик) $\varnothing 28,5$ мм, $h = 44$ мм	+0,00048	0,035	28	4,4	- 8,95
Алюміній (парамагнетик) $\varnothing 25$ мм, $h = 40$ мм	-0,0010	0,035	20	+13	+20,5

Обговорення. Основним результатом роботи є доведення того факту, що закони, за допомогою яких описуються магнітні поля постійних магнітів, не є “обернено-квадратичними”. Взаємодія сильного магніта з водою й алюмінієм показує, що вона набагато слабше, ніж з феромагнетиком, але вона є, тобто вода і алюміній намагнічуються. У той час як вода відштовхується магнітним полем (маса її на шальках терезів зростає), алюміній притягується. Демонстрація діа- або парамагнітних властивостей речовин дає змогу привернути увагу студентів до діа- та парамагнетизму, показати, що класифікувати матеріали за принципом магнітні-немагнітні, нехтуючи умовами вимірювання, неправильно.

Висновки

Доведено, що розроблена лабораторна установки та методичний супровід надає можливість студентам визначити функціональну залежність від відстані: 1) магнітної індукції $B \sim \frac{1}{r^3}$, 2) сили взаємодії між двома постійними магнітами $F \sim \frac{1}{r^4}$, між магнітом і феромагнетиком $F \sim \frac{1}{r^7}$. Крім цього, використання мініатюрних електронних терезів дозволило визначити магнітну сприйнятливність магнетиків: у феромагнетика (залізо) $\chi_V = 7$, парамагнетика (алюміній) $\chi_V = 13 \cdot 10^{-6}$, діамагнетика (вода) $\chi_V = 4,4 \cdot 10^{-6}$, що узгоджується з літературними джерелами (див. табл. 1).