

А.М. КАШНОСОВ

ТЕМАТИЧНЕ
поетапне рівневе
вивчення математики в основній школі

або
теоретичні і практичні основи
технології навчання математики
в середньому шкільному віці
за класичним дидактичним методом
Я.А.КОМЕНСЬКОГО

або
інформативно, стисло і ілюстративно
про систему ідей, методів, засобів, прийомів
природовідповідного, наукового, технологічного,
виховного, розвивального, особистісно спрямованого,
грунтовного, швидкого, доступного,
і, головне,
легкого, захоплюючого, успішного
навчання математики
в 7 – 9 класах

ББК 74.4
УДК 374.7
К 36

А.М.Капіносов. Тематичне поетапне рівневе вивчення математики в основній школі.

У посібнику викладено теоретичні і практичні основи технології вивчення математики за класичним дидактичним методом. Саме він покладений в основу рівневої дванадцятибальної системи оцінювання навчальних досягнень учнів.

Стислий виклад теорії, технології проілюстрований різноманітними дидактичними матеріалами.

Адресується вчителям математики загальноосвітніх шкіл, методистам, студентам фізико-математичних факультетів педагогічних університетів.

Науковий керівник проекту - Слєпкань З.І., професор кафедри математики та методики викладання математики НПУ ім. М. Драгоманова, доктор педагогічних наук.

Рецензенти: Бурда М.І., заступник директора Інституту педагогіки АПН України, доктор педагогічних наук, член-кореспондент АПН України;

Федченко Л.І., завідувача відділом математики Донецького обласного інституту післядипломної педагогічної освіти, кандидат педагогічних наук;

Келесіді В. П., завідувача природничо-математичним відділом Дніпропетровського обласного інституту післядипломної педагогічної освіти;

Букарева Т.Б., методист природничо-математичного відділу Дніпропетровського обласного інституту післядипломної педагогічної освіти.

ISBN 9-966-96438-1-3

Підписано до друку 07.09.2005 р.
Формат 70x100 1/16. Папір офсетний.
Друк різнографічний. Умовн. друк. арк. 8,08.
Наклад 200 прим. Замовлення № 07/09-1.

Видавництво „Інновація”

49006, м. Дніпропетровськ, вул. Свердлова, 70
Свідоцтво про внесення до Державного Реєстру
ДК №1761 від 22.04.2004р.

т/ф 36 – 02 – 81

© Капіносов А.М., 2005

ЗМІСТ

ЧАСТИНА 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КЛАСИЧНОГО ДИДАКТИЧНОГО МЕТОДУ ВИВЧЕННЯ НАУК (МАТЕМАТИКИ): СИСТЕМА МЕТОДОЛОГІЧНИХ ІДЕЙ, ДИДАКТИЧНИХ ПРИНЦИПІВ.....6

Основні методологічні засади. Цільовий компонент.....	7
Змістовий компонент.....	12
Організаційно-методичний компонент.....	17

ЧАСТИНА 2. ТЕМАТИЧНЕ ПОЕТАПНЕ РІВНЕВЕ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ ЗА КЛАСИЧНИМ ДИДАКТИЧНИМ МЕТОДОМ: НОРМАТИВНА МОДЕЛЬ, ОСНОВНІ ПРАВИЛА.....34

1. Концептуальні положення.....	34
2. Загальна модель тематичного поетапного рівневого навчання математики.....	35
3. Основні змістові правила.....	38
4. Організаційно-методичні правила.....	39
Методи навчання.....	39
Самостійна робота (індивідуальна самостійна практика).....	39
Форми навчання.....	40
Урочне структурування вивчення теми.....	40
Домашнє завдання.....	40
Контроль і оцінювання навчальних досягнень учнів.....	41
Обов'язкові види діяльності учнів для гарантованого засвоєння змісту теми на планованому рівні.....	41
Основні правила розподілу часу.....	43
Матеріальне забезпечення вивчення теми.....	43
Проектування процесу вивчення теми.....	44

ЧАСТИНА 3. ТЕХНОЛОГІЯ ТЕМАТИЧНОГО ПОЕТАПНОГО ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ: ОПИС..... 45

Початковий етап.....	46
Середній етап.....	52
Головний етап.....	56
Завершальний етап.....	60

ЧАСТИНА 4. ДИДАКТИЧНІ МАТЕРІАЛИ: ЗРАЗКИ

Технологічна розробка теми.....	65
Виклад теорії теми.....	72
Початкове вивчення теми: навчальні завдання.....	76
Формування навичок і вмінь: завдання-зразки, орієнтири.....	84
Навчання доведенням.....	86
Тематичні контрольні роботи.....	89

ЧАСТИНА 5. ТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ ВИВЧЕННЯ КУРСІВ АЛГЕБРИ І ГЕОМЕТРІЇ В 7 — 9 КЛАСАХ

Алгебра 7 клас.....	93
Геометрія 7 клас.....	97
Алгебра 8 клас.....	99
Геометрія 8 клас.....	103
Алгебра 9 клас.....	106
Геометрія 9 клас.....	109

ПЕРЕДМОВА

У посібнику в стислій, ілюстративній формі викладено теоретичні і практичні основи тематичного поетапного рівневого вивчення математики з основній школі.

Теоретичну основу технології, як і впроваджені в школах України рівневої дванадцятибальної шкали оцінювання навчальних досягнень учнів, складає система ідей видатного чеського педагога Я.А.Коменського, спрямована на ґрунтовне, швидке і успішне вивчення наук у шкільному віці.

Ідейні засади природовідповідного, наукового, технологічного навчання наукам викладені Я.А.Коменським у ряді робіт, зокрема, у "Великій дидактиці", "Аналітичній дидактиці" (розділ книги "Новітні методи мов"), "Пансофії", "Пампедії". Найбільш цілісно ідей дидактичного методу навчання наукам сформульовані Коменським у роботі "Вихід із шкільних лабіринтів або Дидактична машина у відповідності з методом сконструйована для того, щоб у справах навчання і учіння не затримуватися на місці, а йти вперед". Видатний чеський педагог передбачав, що повне, цілісне впровадження в шкільну практику ідей – розробка відповідних методу предметних дидактик (методик) і, головне, матеріального забезпечення методу –потребує тривалого часу (декількох століть).

Розбудова наукової освіти на основі класичного методу в значній мірі була загальмована примітивним, поверховим тлумаченням глибоких ідей Я.А.Коменського, безсистемним їх впровадженням, прикладанням значних зусиль на розробку і впровадження "нео-дидактик" (антидидактик), спрямованих на важке, неприродне вивчення наук (наприклад, відмова від принципів поступовості і наочності). На засадах, відмінних від класичної дидактики, або лише на їх декларуванні чи поверховому розумінні, побудоване традиційне навчання математики. Однієї з багатьох причин не достатньо ефективного впровадження рівневої дванадцятибальної системи оцінювання навчальних досягнень учнів є прагнення поєднати традиційне навчання з класичними ідеями.

Посібник складається з п'яти частин. У першій частині викладені теоретичні основи методу – система методологічних ідей, дидактичних принципів. Вони розроблені на основі узагальнення, систематизації та конкретизації ідей Я.А.Коменського стосовно навчання математики. Ідеї викладені в порядку наступності (кожна наступна ідея висвітлює спосіб досягнення попередньої) і згруповані у три групи. Перша група – методологічні ідеї, вони характеризують цілі, спрямованість методу і методологію його розробки (загальний "задум" методу). Друга група – три наступні ідеї розкривають основне, суттєве у змістовому компоненті навчання математики.

Організаційно-діяльнісний (методичний) компонент навчання розкриває група з шести ідей. Вихідною у групі є ідея мотивованого, активного, творчого пізнання наукових об'єктів. У відношенні до цієї ідеї інші виступають у ролі ідей - засобів.

У сукупності ідеї дають цілісну модель процесу вивчення наук у середньому шкільному віці за класичним методом: вони відображають основне, найсуттєвіше у цілях, змісті, організації навчання, в учінні (діяльності учня) і викладанні (діяльності учителя).

Смисл кожної ідеї стисло розкривається через основні правила. Їх виклад супроводжується наведенням положень з першоджерел. Цитати з робіт Коменського дані за виданнями:

1. Я.А.Коменський. Велика дидактика. К., 1934 р. (I; с.____).
2. Я.А. Коменский. Избранные педагогические сочинения. Том первый. М., "Педагогика" 1982 г., (Т.І; с.____).
3. Я.А. Коменский. Избранные педагогические сочинения. Том второй. М., "Педагогика" 1982 г., (Т.ІІ; с.____).

У другій частині посібника викладено нормативну модель вивчення навчальних тем за класичним дидактичним методом, основні правила.

Технологія тематичного поетапного рівневого вивчення математики – опис етапів, предметів вивчення на етапах, цілей, засобів, методів і прийомів – викладена у третій частині посібника.

У четвертій частині "Дидактичні матеріали: зразки" наведені приклади розроблених автором матеріалів: технологічна розробка теми; дидактичні виклади теорії; завдання для початкового вивчення тем; завдання – орієнтири для формування умінь; завдання для навчання доведення; варіанти тематичних контрольних робіт.

У п'ятій частині викладено тематичне планування вивчення курсів алгебри і геометрії в 7 – 9 класах за методом, який розглядається.

У додатку наведено список посібників, розроблених автором для тематичного поетапного рівневого вивчення математики.

Система методологічних ідей, дидактичних принципів

I. Цільовий, методологічний компонент

I₁. Системотвірна ідея, головне призначення методу

Повноцінне, ґрунтовне вивчення наук	доступне навчання	швидке навчання
<i>I₂. Спрямованість методу</i>		
Адаптивне, розвивальне навчання	виховне навчання	особистісно спрямоване навчання
<i>I₃. Основні принципи конструювання (побудови) методу</i>		
Природовідповідність методу	науковість методу	технологічність методу

II. Змістовий компонент

II₁. Відповідність змісту природі і призначенню математичних знань

Теоретичність змісту	практичність змісту	прикладна спрямованість змісту
<i>II₂. Відповідність змісту будові математичних знань</i>		
Фундаментальність змісту	тематичність змісту	системність змісту
<i>II₃. Змістові основи ґрунтовного навчання</i>		
Повнота змісту	диференційованість змісту	міцність базового змісту

III. Організаційно-методичний компонент

III₁. Вихідна, ключова ідея організації учіння

Мотивованість	активність	творчість, єдність створювальної і відтворювальної діяльності
<i>III₂. Основний закон організації учіння</i>		
Наочність	раціональне поєднання наочно-образного, словесно-логічного і практичного	поєднання дедукції, індукції і аналогії
<i>III₃. Основи доступного навчання</i>		
Поступовість	наступність	послідовність
<i>III₄. Основи особистісно спрямованого навчання</i>		
Усвідомлюваність	самостійність	самодіяльність
<i>III₅. Основи ефективності особистісно спрямованого навчання</i>		
Індивідуалізація учіння	варіативність учіння	раціональне поєднання фронтальних, індивідуальних і групових форм навчання
<i>III₆. Головні принципи управління учінням</i>		
Систематичність	раціональність	оптимальність

I. Основні методологічні засади. Цільовий компонент

I₁. Повноцінне, ґрунтовне вивчення наук, доступне, швидке навчання

Систематична ідея, головне призначення методу

Класика. "...поставити справу так, щоб все підлегле навчанню вивчалось:

1) легко; 2) швидко; 3) ґрунтовно.

1. Легко, щоб не залякувати уми, а скоріше, щоб захоплювати їх.

2. Швидко, оскільки нам доводиться вивчати значно більше, ніж нашим предкам... і так як життя повинно бути проведено не в учінні, а в діяльності.

3. Ґрунтовно, щоб ми дійсно знали те, що знаємо, а не тільки думали, що знаємо..." (Т.2; с.180).

Повноцінне, ґрунтовне вивчення наук

Основний зміст

Науки вивчають ґрунтовно, якщо:

- наукові "речі" (об'єкти) вивчають не поверхово, а глибоко;
- знання розуміють і можуть застосовувати як "готові" способи розв'язування задач;
- відомі знання на основі міркувань можуть застосовувати в різних ситуаціях;
- одержані наукові знання можуть використовувати для здобуття нових знань.

Класика

"Юнацтво повинно отримувати освіту не позірну, а справжню, не поверхову, а ґрунтовну, тобто, щоб розумна істота-людина —

привчалася керуватися не чужим розумом, а своїм власним,

не тільки вчитувати чужі думки про речі і навіть заучувати і відтворювати їх в штатах, але розвивати в собі здібність проникати в корінь речей і виробляти істинне розуміння їх і використання їх.

Така освіта не повинна вимагати великих зусиль, а повинна бути надзвичайно легкою."

(Т.1; с. 304).

Доступне навчання

Основний зміст

- Успішне навчання — досягають певного ступеня засвоєння знань;
- легке навчання — труднощі "нарошуються" поступово;
- захоплює, збуджує інтерес до засвоєння знань.

Класика

"Метод навчання повинен зменшувати трудність учіння з тим, щоб воно не викликало в учнів незадоволення і не відвертало їх від наступних занять." (1; с. 125).

Швидке навчання

Основний зміст

- Оволодіння за відносно короткі часові відрізки науковими знаннями, які створювались протягом багатьох років, навіть століть;
- відсутність даремної праці;
- мінімум викладання, максимум учіння.

Класика

"Керівною основою нашої дидактики нехай буде: дослідження і відкриття методу, при якому вчителі менше б учили, учні більше б учились; у школах було б менше... даремної праці, а більше дозвілля, задоволення і ґрунтовного успіху..." (Т.1; с. 243).

І₂. Адаптивне, розвивальне, виховне, особистісно спрямоване навчання

Спрямованість методу

Адаптивне навчання

Основний зміст

Навчання повинно бути пристосованим до розвинених пізнавальних можливостей учнів (сприймання, мислення, пам'яті, уяви, тощо), сприяти їх виявленню.

Класика

“Додержуватись усіх способів розкриття пізнавальних здібностей і застосовувати їх відповідно до обставин” (І; с. 114).

“Душею навчання є прилаштування навчання до здібностей учня.” (Т.1; с. 573).

Розвивальне навчання

Основний зміст

Посилення наукової освіти з розумовим розвитком, спрямованість методу на інтелектуальний розвиток учнів:

- розвиток основних психічних процесів, мови, мовлення;
- розвиток наочно-образного і практично-дійового мислення, основних розумових операцій (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, конкретизація);
- формування логічного мислення, навичок виконання основних логічних дій з математичними об'єктами, поняттями про них, оволодіння різними прийомами логічного мислення, дедуктивними умовиводами;
- оволодіння основними методами наукового пізнання, здобуття знань:
 - ✓ аналітичним методом на основі зовнішніх, наочних сприймань об'єктів вивчення;
 - ✓ синтетичним методом на основі практичного посилення елементів знань;
 - ✓ аналітико-синтетичним методом міркувань;
 - ✓ синкретичним методом розмірковувань — методом “відкриття” знань на основі співставлення, аналогії, індуктивних узагальнень, систематизації та логічних міркувань.

Класика

“Розвиток розуму для того, щоб він легко зрозумів речі” (І; с. 108).

“...я вимагаю, щоб в учнів завжди і всюди вдосконалювались:

1. Відчуття — для все більш і більш чіткого спостереження речей.
2. Розум — для все більш і більш глибокого проникнення в речі.
3. Пам'ять — для все кращого і кращого засвоєння.
4. Мова — для того, щоб зрозуміле вміти висловлювати все краще і краще.
5. Руки — щоб щоденно майстерніше виробляти те, що потрібно”. (Т.2; с. 61).

Виховне навчання

Основний зміст

Поєднання наукової освіти з вихованням:

- емоційно-ціннісного ставлення до знань;
- відповідального ставлення до засвоєння знань, працелюбності;
- навичок співпраці у колективі.

Класика

“Всіма можливими способами треба запалювати в дітях палке прагнення до знання і до вчення.

Прагнення до вчення збуджується... самими навчальними предметами, методом навчання” (1; с. 125).

Особистісно спрямоване навчання

Основний зміст

Поєднання наукової освіти з проявом, розвитком основних рис учня як особистості:

- активності, самостійності, творчості;
- здатності до вольових зусиль;
- самоуправління, саморегулювання власною діяльністю (учінням).

Класика

“...мега шкіл повинна полягати в тому, щоб людина відповідала своєму призначенню, тобто щоб вона отримала освіту у всіх лунках, які вдосконалюють людську природу.

Вона повинна стати такою, щоб управляти тими речами, володіння якими їй обіцяно;

вона створена, щоб розумно керувати самою собою і діяти, керуючись розумною і вільною волею.

жити розумно, спокійно і пристойно, для взаємних послуг з оточуючими...”

(Т.І; с. 176).

Природовідповідність, науковість, технологічність

методу вивчення наук

Основні принципи побудови методу

Природовідповідність методу

Основний зміст

Відповідність методу вивчення наук:

- природі, сутності, будові наукових знань, логіці їх розгортання (розкриття);
- природі, загальнолюдській психології процесу засвоєння знань;
- природним індивідуальним відмінностям учнів у засвоєнні знань; пристосування методу до навчання учнів з різними здібностями, різним темпом розвитку;
- природі матеріальних процесів та різних видів людської діяльності, які успішно здійснюються.

Природа наукових знань, логіка і психологія їх успішного засвоєння, матеріальні природні процеси і різні види людської діяльності — джерела формування ідей, на яких базується класичний метод вивчення наук.

Класика

“Мистецтво сильне не чим іншим, як тільки наслідуванням природі.” (1;с. 105).

“Щоб збуджувати прагнення до знання, насамперед, самий метод з необхідності завжди повинен бути природним. Адже все, що природне, розвивається саме собою. (1;с. 126).

Науковість методу

Основний зміст

Піднесення методу вивчення наук до рівня наукової теорії

Вивчення наук на основі:

- системи ідей – принципів (аксіом), понять, які відображають найсуттєвіше у цілях, змісті, організації навчання, діяльності учителя (викладанні) і діяльності учнів (учінні);
- цілісної наукової моделі навчання у відповідності з принципами, поняттями;
- основних правил, в яких виражається сутність ідей.

Класика

“Метод навчання повинен бути піднесений до наукової теорії. ...мистецтво духовного насадження поставити на такі тверді основи навчання, щоб воно упевнено йшло вперед і не обманювало в своїх результатах.” (1;с. 114).

“Почнемо... шукати основи, на яких, ніби на непохитній скелі, можна побудувати метод навчання і вчення.” (1;с. 105).

Основні загальні приписи методу повинні бути:

“...реальними і практичними аксіомами, тобто такими положеннями, які заслуговують довіри самі по собі, які не потрібно доводити за допомогою більш перших положень, а потрібно тільки ілюструвати прикладами так, щоб будь-який людський розум негайно визнавав їх за норму істини, як тільки сприйматиме їх.

І такі поняття, які кидають світло на всі окремоті, повинні бути ключем до діяльності.” (Т.1; с. 513).

Технологічність методу

Основний зміст

Піднесення методу навчання до рівня наукової технології — майстерного, вмілого навчання на основі наукової теорії.

- Проектування, організація, здійснення процесу навчання і його контроль на основі норм, правил організації навчання та алгоритмів і приписів діяльності учителя (викладання) і діяльності учня (учіння), у відповідності з якими здійснюється:
 - ✓ розподіл змісту — визначення предметів вивчення (елементів змісту) і послідовності, порядку їх засвоєння;
 - ✓ чітке задання цілей вивчення предметів — передбачувані, плановані результати навчання;
 - ✓ розподіл методу навчання — визначення сукупності методів, послідовності їх застосування та складових прийомів викладання і учіння, які сприяють ґрунтовному, швидкому, легкому навчанню, успішному досягненню цілей;
 - ✓ розподіл часу — визначення етапів навчання;
- застосування матеріалів і засобів, розроблених спеціалістами (дидактами) у відповідності до наукової теорії, які полегшують працю учителя і діяльність учнів, підвищують ефективність викладання і сприяють успішному учінню на основі розкриття, реалізації і розвитку внутрішнього потенціалу, ресурсів учнів;
- систематичний контроль за ходом і результатами навчання — проміжними на етапах і кінцевими на основі спеціально розроблених діагностичних матеріалів; корекція процесу навчання за результатами контролю;
- гарантоване досягнення результатів навчання при умові дотримання учасниками навчального процесу основаних принципів і правил та виконання учнями обов'язкових видів діяльності для визначених результатів навчання.

Класика

“... потрібно прагнути, щоб метод людської освіти став механічним, тобто працював все настільки визначено, що все, чому будуть навчати, вчитись і що будуть робити не могло не мати успіху, як не буває у будь-якій призначеній для руху машині” (Т; с. 179).

“Мистецтво навчання потребує нічого іншого, крім умілого розподілу часу, предметів і методу.” (Т; с. 105).

Технологічне навчання передбачає

“... чітко встановлені цілі;

2) засоби, точно пристосовані для досягнення цілей;

3) тверді правила, як користуватись цими засобами, щоб неможливо було не досягнути мети.” (Т; с. 179).

ІІ. Змістовий компонент

ІІ.1. Теоретичність, практичність, прикладна спрямованість змісту

Відповідність змісту навчання природі і призначенню математичних знань

Теоретичність змісту

Основний зміст

Основною складовою змісту шкільної математичної освіти є теорії (фрагменти, розділи теорій), в яких предметами вивчення є математичні об'єкти (числа, фігури, вирази, рівняння, тощо) — мовні, символічні, графічні об'єкти — абстрактні, ідеалізовані відображення матеріальних речей, процесів.

Основні елементи теоретичного змісту — означення, аксіоми, теореми і їх доведення.

Практичність змісту

Основний зміст

Другою, похідною складовою змісту є сформульовані на основі теоретичних положень алгоритми, правила дій з математичними об'єктами та класи задач на обчислення, побудову, перетворення об'єктів, що розв'язують на основі теорії, алгоритмів, правил, методів.

Класика

“Теорія без практики безплідна.” (Т.І; с. 584).

“Кожній практиці повинна передувати теорія.

Перед початковою практикою, звичайно, початкова теорія, перед більш повною практикою — більш повна теорія.

Кожна практика повинна вдосконалюватись подальшою практикою.” (Т.І; с. 570).

Прикладна спрямованість змісту

Основний зміст

- Безпосереднє застосування теорії для розв'язування прикладних задач, в яких предметами є реальні матеріальні речі, явища або процеси;
- опосередковане застосування теорії для розв'язування прикладних задач — через інші теми.

Основні компоненти змісту

Теоретичний зміст	Практичний зміст	Прикладний зміст
<ul style="list-style-type: none">• Аксіоми, означення;• теореми;• доведення теорем;• методи, прийоми доведення	<ul style="list-style-type: none">• Алгоритми дій за елементами теорії;• правила порядку (послідовності) дій;• методи, правила систем дій з об'єктами за сукупністю елементів теорії;• класи задач на перетворення, побудову об'єктів, обчислення, що розв'язують на основі алгоритмів, правил, методів.	<ul style="list-style-type: none">• Класи задач, в яких предметами є матеріальні речі, явища, процеси і які розв'язують на основі теоретичного і практичного змісту.

Фундаментальність, тематичність, системність змісту

Віповідність змісту будові математичних знань

Фундаментальність змісту

Основний зміст

- Вивчення математичних об'єктів, теорій (фрагментів, розділів), які є базовими в розбудові математичних знань і основою прикладних застосувань математики в матеріальній практиці та в інших науках;
- вивчення головних, фундаментальних ідей, методів розгортання математичних знань;
- наукова точність у формулюваннях теоретичних положень (відсутність положень, які в подальшому вивченні потребують "переучування").

Тематичність змісту

Основний зміст

- Предметна локалізація змісту — конденсація (групування) змісту теорії (фрагментів, розділів) стосовно невеликої кількості предметів вивчення — математичних об'єктів чи відношень між ними.
- Навчальні теми — основні структурні одиниці змісту, у кожній з яких предметами вивчення є певний клас математичних об'єктів чи відношень між об'єктами.

Компонентами знань в темах є:

- ✓ репрезентативні знання (тобто ті, що використовують для задання об'єктів вивчення — наукові терміни, які позначають об'єкти вивчення, їх частини, елементи, види та властивості; символічні позначення, графічні зображення);
- ✓ теоретичні знання про об'єкти — означення об'єктів вивчення, частин, елементів, видів; ознаки, властивості об'єктів вивчення; доведення ознак і властивостей;
- ✓ практичні знання: алгоритми дій з об'єктами за елементами теорії; правила порядку (последовності) дій з об'єктами; способи розв'язування певних класів задач (алгоритми, правила, системи дій, прийоми, методи).

Системність змісту тем

Основний зміст

- Вивчення кожної теми в системі всієї науки, в суттєвих логічних, алгоритмічних зв'язках з іншими темами.
- Логічна впорядкованість, зв'язаність теоретичного змісту навчальної теми:
 - ✓ аксіоми, означення об'єктів вивчення, їх частин, видів, елементів та найпростіші логічні наслідки з означень;
 - ✓ теореми, що доводять на основі означень, родового поняття, видової ознаки та наслідки з них;
 - ✓ теореми, що доводять на основі попередньо доведених та зв'язків з іншими об'єктами і наслідки з теорем.
- Логічна впорядкованість, зв'язаність практичного змісту навчальної теми:
 - ✓ стандартні задачі, що розв'язують за алгоритмами, правилами порядку дій, схемами;
 - ✓ редуктивні задачі, що зводять на основі міркувань до стандартних задач;
 - ✓ конструктивні (продуктивні задачі) — задачі, спосіб розв'язання яких встановлюють на основі міркувань;
 - ✓ нестандартні задачі — задачі, пошук розв'язання яких включає різного роду творчі процедури, аналогію, індукцію або інтуїтивний здогад.

Означення об'єктів вивчення, їх частин, елементів і знання про обсяг поняття — види, типи об'єктів, належних до поняття, складають загальне (формально логічне) поняття про об'єкти вивчення.

Загальне поняття про математичні об'єкти і вивідні властивості, ознаки, їх доведення утворюють науково-теоретичне поняття.

Класика

“Все, що знаходиться у взаємному зв'язку, повинно викладатися у такому ж зв'язку.” (Т.І; с. 368).

“...упорядкованість речей є основою розуміння.” (Т.І; с.562).

“...безсистемне розташування предметів легко викликає труднощі навіть у легких випадках.” (Т.І; с.524).

“...потрібно впорядкувати сукупність кожного знання (чи навіть всього того, що можна знати) в ланцюг, в якому було б все взаємно зв'язане так, щоб було ясно, що вивчення більш пізніших речей впливає із речей, пройдених раніше, що в них знаходиться основа, і щоб таким чином одночасно викликати пригадування про них і про їх практичне застосування.”(Т.І; с. 543).

П3. Повнота, диференційованість змісту, міцність базового змісту

Змістові основи ґрунтового навчання

Повнота змісту тем

Основний зміст

Цілісність — складеність змісту тем з усіх необхідних частин для ґрунтового успішного вивчення тем і їх достатність для:
розуміння об'єктів вивчення,
практичних і прикладних застосувань,
логічного поглиблення змісту,
усвідомлення ролі, місця теми в системі наукового знання,
творчого здобування нових знань.

Класика

Знання з теми повинні бути “цілісною сукупністю знань, які, одне одного підтримують, зміцнюють і збагачують.” (Т.1; с. 357).

“...вивчати сукупне ціле, а не щось спотворене, уривчасте або розірване.” (Т.2; с.176).

“Виклад повинен бути повним, ґрунтовним і точним.” (Т.1; с. 374).

Диференційованість змісту тем

Основний зміст

Складеність змісту тем з:

- базового змісту — основ теорії, мінімуму елементів (означень, аксіом, теорем, доведень теорем), необхідних для практичних застосувань і достатніх для подальшого поглиблення, розвитку теорії;
- поглибленого змісту, призначеного для формувань умінь здобувати знання шляхом логічних міркувань та умінь застосовувати зміст теми в різних ситуаціях;
- допоміжного змісту, призначеного для успішного засвоєння базового змісту;
- додаткового змісту, призначеного для навчання учнів з високим темпом за власною ініціативою.

Класика

“...всякі науки... повинні бути подані в найпростіших елементах, щоб в учнів складалося загальне розуміння їх цілого; потім для більш повного вивчення їх даються правила і приклади, далі подаються повні системи..., розвиток здобутих знань в їх подробицях.” (Т.1; с. 335).

“... подати розумовому вивченню основні речі так, як вони є, в небагатьох, але продуманих і надзвичайно легких для засвоєння теоремах і правилах, звідки б все інше випливало само собою.” (Т.1; с. 377).

Міцність базового змісту

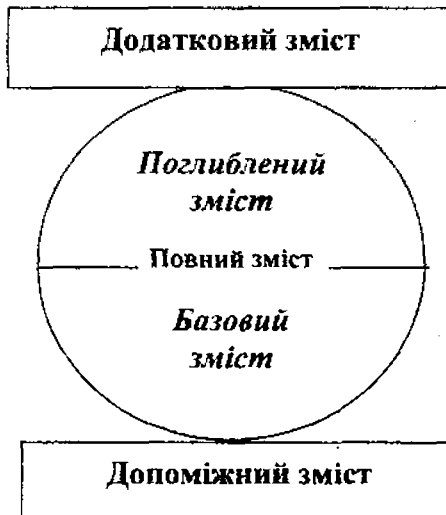
Основний зміст

- Побудова базового змісту на основі загального поняття про об'єкти вивчення як на фундаменті; обґрунтованість вивідних властивостей, ознак базового змісту;
- запам'ятовування, відтворення базового змісту на основі його розуміння;
- тверді навички виконання дій за елементами базової теорії — базові навички;
- уміння виконувати основні системи дій за елементами базової теорії — базові уміння; уміння застосовувати базовий зміст в основних типових і прикладних ситуаціях.

Класика

“Метод... передбачає мінімум, але необхідний для життя, мінімум, але міцно засвоєний через вправи, мінімум, але такий, що забезпечує застосування його...” (Т.2; с. 128).

“...потрібно, щоб були надійно закладені першооснови наук, оскільки як і при відсутності основ, так і з погано закладеними основами, все, що будується, приречено на розвал.” (Т.1; с. 591).



III. Організаційно-методичний компонент

III₁. Мотивованість, активність, творчість, посидання створювальної і відтворювальної діяльності

Вихідна ключова ідея організації учіння

Мотивованість
<i>Основний зміст</i>
<p>Вивчення тем на основі формування мотивів її засвоєння, пізнавального інтересу.</p> <p>На початку вивчення теми:</p> <ul style="list-style-type: none">• створення проблемних ситуацій;• ознайомлення з цікавими, проблемними, нестандартними задачами;• показ практичного, прикладного значення теми.
<i>Класика</i>
<p>“...При засвоєнні кожного предмета потрібно відразу обговорити, яку це принесе користь...” (Т.1; с.361).</p> <p>“Вже з самого початку враховуй мету. Покажуй її учню, щоб він сам бачив напрям, надіявся, що досягне цілі, і мріяв про це. Бачити з самого початку мету і просуватися до неї без перешкод є насолодою для нашого розуму.” (Т.1; с. 582).</p> <p>“Завжди прагнути повідомити таке, що приносить задоволення...” (Т.1; с.370).</p>
Активність
<i>Основний зміст</i>
<p>Діяльне засвоєння предметів вивчення через виконання з ними різноманітних операцій, дій, систем дій.</p>
<i>Класика</i>
<p>“...Інтелект сам по собі нічого не розуміє, і тільки будучи прикладений до речей, він освітлюється речами і освітлює речі”. (Т.2; с.352).</p> <p>“Розум ...активна потенція, яка актуалізується своєю власною силою, але під дією зовнішніх об'єктів.” (Т.2; с.353).</p>
Творчість
<i>Основний зміст</i>
<p>Пізнання об'єктів, “відкриття” властивостей, ознак, способів дій, розв'язань задач через виконання різних пізнавальних операцій, дій, систем дій, пошукових прийомів, процедур.</p> <ul style="list-style-type: none">• Дослідження, пізнання об'єктів вивчення на основі їх аналізу; синтезу, одержаних знань; синкрізісу (аналітико-синтетичних міркувань, співставлення частин об'єктів та з іншими об'єктами).• Організація пізнавальної діяльності учнів за допомогою систем запитань і завдань, які роблять доступними пізнання об'єктів.
<i>Класика</i>
<p>“...потрібно вчити так, щоб... знали і вивчали самі речі, а не чужі тільки спостереження і свідчення про речі. Все потрібно виводити з непорушних початків речей.” (Т.2; с. 357).</p>

Поєднання створювальної і відтворювальної діяльності

Основний зміст

Поєднання діяльності, яка приводить до "відкриття" знань, способів дій, з їх за-пам'ятовуванням, відтворенням, закріпленням.

Класика

"Все викладене, правильно зрозуміле розумом, повинно бути також і закріплено в пам'яті." (Т.2; с. 358).

"Навчання не можна довести до ґрунтовності без можливо частих і особливо майстерно поставлених повторень, вправ." (Т.2; с. 362).

Класика.

Методи пізнання об'єктів:

аналітичний, синтетичний метод, синкретичний метод.

"Для пізнання системи речей необхідний аналіз, синтез і синкрізіс.

Аналіз — це розчленення цілого на його частини. перші і глибокі основи всякого істинного пізнання." (Т.2; с. 424).

- Аналіз включає: "1) розпізнавання або відрізнявання одного цілого від інших;
2) розкладання цілого на частини;
3) розподіл цілого за його видами." (Т.2; с. 425).

"Синтез — складання частин в ціле. Для цього необхідно знати:

- 1) які частини потрібно для отримання цілого;
2) в якому порядку їх треба розташувати в одне ціле;
3) якими зв'язками їх треба зв'язати. Шлях здійснення цього — 1) формулювання ідеї в думці; 2) попередня розробка ідеї; 3) здійснення ідеї в реальній дії." (Т.2; с.558).

"Синкрізіс — це необхідне співставлення частин з частинами і цілого з цілим." (Т.2; с. 425).

Синкрізіс буває трьох видів:

- "1) співставлення об'єктів зі своїми початками (ідеєю, означенням);
2) співставлення об'єктів із суміжними речами;
3) співставлення об'єктів із своїми частинами або видами."

Синкрізіс включає пізнання через:

- "1) схожість і рівність (непізнаване в собі візнається через суміжне);
2) відмінність і роздільність (несхожість речей, як воно помічено, слугує прекрасним світочем розуму);
3) протиставлення і протилежність (протилежності дуже добре прояснюються при співставленні). (Т.2; с.366).

"Синкрітичний метод — зосередження розуму на всеосяжному захоплюючому і надійному пізнанні, доведенні і впорядкуванні одних речей за допомогою інших. ...синкрітичний метод, добре поставлений, надійним шляхом дає повне пізнання." (Т.2; с. 558).

Ш₂. Наочність навчання, раціональне поєднання наочно-образного, словесно-логічного і практичного, поєднання дедукції, індукції і аналогії

Основний закон організації навчання

"Золоте" правило дидактики

Наочність

Основний зміст

- Доступність зоровому сприйманню, пізнанню об'єктів вивчення, їх будови, властивостей, структури доведень, дій на основі:
 - ✓ повноцінного, різноманітного застосування символічних, графічних способів задання математичних об'єктів;
 - ✓ використання спеціально розроблених дидактичних засобів, матеріалів унаочнення знань (наприклад, символічне, графічне, схематичне представлення логічних відношень між поняттями, логічної структури теми, доведень теорем, кроків розв'язань задач, гошо);
 - ✓ використання матеріальних речей – прообразів та моделей математичних понять;
 - ✓ супроводу будь-якого усного викладу знань, інформації письмовим викладом.
- Засвоєння елементів (предметів) теоретичного змісту і практичного змісту на основі їх сприймання, споглядань, зорового аналізу і конкретних уявлень про об'єкти, властивості, дії, способи розв'язань задач;
уявлення — наочна база теоретичних знань, практичних дій.

Класика

"...необхідно прикласти зусилля, щоб для всього того, що потрібно робити в школі... існували правильні, зручні, прості, легко доступні наслідуванню взірці або моделі речей, картини, рисунки або короткі, ясні, зрозумілі самі собою, без виключення правильні настанови і правила." (Г.1: с. 395).

"...якщо хочеш, щоб хто-небудь що-небудь знав, то подай це йому ясно його відчуттям і він буде знати це. Ти хочеш, щоб він знав багато? Показуй йому багато. Якщо ти хочеш, щоб він знав все, тоді і показуй все." (Г.2: с. 183).

"...починати навчання не зі словесного тлумачення про речі, а з реального спостереження над ними." (Г.1: с. 384).

"...уявлення суть образи речей у розумі, слова – суть образи уявлень. Звідси випливає необхідний висновок, що розуму певинні бути запропоновані речі, розглядаючи які, він утворює образи речей, і, досягнувши які, він може відразу ж навчитися називати." (Г.2: с.54).

"...знання починається з чуттєвого сприймання; з допомогою уявлення переходить у пам'ять, а потім, через узагальнення послідовного, утворюється розуміння загального і, нарешті, для уточнення знання про речі, достатньо зрозумілі, складається суцільнення." (Г.с. 129).

"...розум проникає в те, чого він не бачив, через надійні показники видимого (саме завдяки зв'язкам, які він встановлює з необхідністю між якою-небудь ознакою предмета і самим предметом), тому слід вправляти його у розпізнаванні ознак речей (причин і наслідків, суб'єктів і їх властивостей, відмінностей і протилежностей і т.д.)." (Г. 2: 189).

Рациональне поєднання наочно-образного, словесно-логічного і практичного

Основний зміст

- Системне залучення органів зору, слуху, мовлення і руки для засвоєння предметів вивчення у темі (загального поняття, властивостей, ознак, доведень, дій, систем дій, способів розв'язань задач): їх сприйняття, усвідомлення, закріплення в пам'яті, вироблення навичок і умінь.
- Засвоєння предметів вивчення у темі через:
 - ✓ приклади (взірці, зразки, орієнтири) того, чому хочуть навчити (об'єкти, властивості, дії, способи розв'язання);
 - ✓ настанови — словесні означення, пояснення, вказівки, узагальнення, тощо;
 - ✓ вправи на застосування сприйнятого, усвідомленого через приклади і настанови.
- Дотримання основних правил раціонального поєднання наочно-образного, словесно-логічного і практичного:
 - ✓ організувати засвоєння предметів вивчення на основі заздалегідь підготовлених матеріалів, засобів: прикладів, зразків, письмових викладів настанов, систем задач і вправ на застосування теорії; прикладів повинно бути багато, настанов мало, практика — безперервною;
 - ✓ здійснювати настанови (повідомлення, пояснення, вказівки) з опорою на зрозуміле раніше; у настановах давати тільки основне, підсумовувати творчо пізнане, "відкрите";
 - ✓ вправи повинні бути різноманітними, з широким варіюванням неістотного для виконання дій; дозволяти користуватись посібниками, зразками до того часу, поки учень не набуде навичок у виконанні дій;

між трьома сторонами методу (прикладями, настановами та вправами і застосуваннями) при вивченні предмету прагнути дотримуватись часової пропорції: приклади, взірці, зразки повинні

займати $-\frac{1}{16}$ часу, настанови $-\frac{3}{16}$, разом $-\frac{1}{4}$, а решту $-\frac{3}{4}$ часу - вправи, застосування і

виправлення можливих помилок.

Класика

"Слух постійно потрібно поєднувати із зором, мову з діяльністю рук. ...все сприйняте на слух виражати діяльністю рук." (Т.2; с. 349).

"Без прикладів немає легкості навчання, без настанов — ґрунтовності, без практики — міцності." (Т.2; с. 424).

"Найважливішим законом і світлом, центром і колом, основою і вершиною розумного способу подачі навчального матеріалу є наступне: всьому треба навчати за допомогою прикладів, правил, шляхом практичного застосування або наслідування, тобто так, щоб річ, якій учень повинен навчитися, йому пропонувалася, потім пояснювалася, а після пояснення, якщо він все зрозумів, він повинен прагнути її виразити новими власними способами так довго, доти йому це вдасться." (Т.1; с. 537). "... щоб набути впевненості і навичок у своїх діях, потрібно вчитися цьому не інакше, як через часто повторювальний досвід і вправи, а не через чуже чи власне спостереження, відповідно уміння діяти можна досягнути не інакше як частими діями і багаторазовими вправами." (Т.2; с. 184)

Поєднання дедукції, індукції і аналогії

Основний зміст

- Застосування індукції і аналогії для "відкриття" властивостей, ознак, їх доведень, способів розв'язань задач;
- ілюстрування дедуктивних доведень на конкретних прикладах;
- встановлення аналогії (схожості) у предметах вивчення, зокрема, у доведеннях теорем.

III. Поступовість, наступність, послідовність

Основи доступного навчання

Поступовість

Основний зміст

- Поетапне вивчення тем.
 - ✓ Початковий етап (теорія; аналіз) — початкове розуміння базового змісту: сприймання, усвідомлення, осмислення елементів базового змісту, формування початкових, елементарних (простих) умінь.
 - ✓ Середній етап (практика; синтез) — практичне оволодіння базовим змістом: формування базових навичок і умінь та умінь застосовувати базовий зміст в основних типових, прикладних ситуаціях.
- Завершальні етапи.
 - ✓ Головний етап (застосування, міркування) — логічне оволодіння базовим змістом: відтворення доведень теорем, застосування базового змісту, розвиток, поглиблення теми.
 - ✓ Заключний етап (застосування; розмірковування) — логічне, практичне оволодіння повним змістом: відтворення доведень теорем повного змісту і його застосування в різних ситуаціях.
- Ступеневе (сходинкове) засвоєння теоретичного і практичного змісту на кожному етапі.

Класика

“Наскільки легко навчати..., якщо зробити все: 1) розчлененим; 2) виведеним з небагатьох першооснов; 3) сходинково розташованим” (Т.2; с.428).

“Оскільки строго визначених етапів в кожному занятті є три: початок, середина і завершення, то при належному їх проходженні ми будемо йти від одних досягнень до інших.” (Т.2; с.51).

Основні етапи пізнання наукових об'єктів “теорія, практика, застосування:

I. Теорія розв'язується за допомогою уявлення предмета, аналізу і самостійного вивчення наочно сприйнятого.

II. Практика вимагає зразка, синтезу і самостійної практики.

III. Застосування охоплює правила, синкрізіс і застосування за власною ініціативою.” (Т.2; с.189).

Вивчення тем на кожному етапі... “має свої ступені, які не можуть бути ні обмінуті, ні переставлені... І кожний з цих окремих ступенів потребує для себе певного часу і не тільки часу, а й поступовості, і не тільки поступовості, а й незмінного їх порядку. Безсумнівно, що по правильно розміщених, непошкоджених, міцних, безпечних сходинках, можна кого завгодно звести на яку завгодно висоту” (I; с.98).

“Починати з найбільш відомого, а потім повільно і поступово рухатись до менш відомого. Годі перші основні положення будуть освічувати другі, другі – треті, треті – четверті і так далі до кінця подібно до того, як в ланцюгу одна ланка захоплює і одна тягне його.” (Т.1; с.489).

“Учень може успішно рухатись вперед тільки поступово”. (Т.1; с. 531).

“... поступово підніматись як у відношенні сутності, так і у відношенні дій”. (с. 282, Т.1).

“Все тривале потрібно ділити на визначені часові відрізки і проходити один за одним. Але при діленні на етапи потрібно враховувати три фактори:

1) саму річ, як розподілити; 2) сили того, для кого ці етапи призначені;

3) нарешті, час протягом якого потрібно таким способом розчленену річ вивчити.”

(Т.1; с. 549).

Наступність

Основний зміст

- Вивчення кожної навчальної теми з опорою на раніше вивчені теми (актуалізація опорних знань, навичок і умінь або узагальнення, систематизація попереднього досвіду);
- досягнення на кожному етапі системи результатів — рівня засвоєння знань, який стає основою успішного навчання на наступних; відповідно початкового, середнього, достатнього і високого рівнів;
- закріплення, вдосконалення на кожному етапі знань і умінь, досягнутих на попередньому етапі, а потім їх розвиток;
- зміцнення, поглиблення при вивченні кожної теми раніше вивчених тем.

Класика

“Всі заняття повинні бути розташовані таким чином, щоб наступне завжди ґрунтувалось на попередньому, а попереднє зміцнювалось наступним.” (Т.1; с. 358).

“Якщо хто-небудь не знає того, за допомогою чого стає доступним найближчий ступінь пізнання чого-небудь іншого, він не зможе його досягти, а якщо і зможе, то з труднощами.” (Т.1; с. 523).

“... нічого не треба починати як цілком новий матеріал, а як продовження того, що вивчалось вже раніше...” (Т.1; с. 543).

“Попередній матеріал потрібно мати на увазі до тих пір, поки ми його не засвоїли.

У зв'язку з проходженням нового матеріалу потрібно повторювати матеріал старий.” (Т.1; с. 543).

Послідовність

Основний зміст

Організація навчання з тем як послідовне розв'язання дидактичних (навчальних) задач і дотримання при вивченні кожної теми в цілому і на окремих етапах, ступенях основних правил порядку (послідовності):

- правило складності: від простішого через складне до складнішого і найбільш складного; наприклад, виконання алгоритмічної дії спочатку з найпростішими типами об'єктами, а далі – з послідовно ускладненими типами;
- правило труднощів: від найлегшого через важче до важкого і до найважчого; наприклад, від пізнання об'єктів наочним аналітичним методом (найлегше), через практичний синтетичний метод до аналітико-синтетичних міркувань і, нарешті, до синкретичного методу розмірковувань (співставлення з аналогічними об'єктами, інтуїтивних догадок, тощо); від відтворення наукових термінів через відтворення тверджень до відтворення умовиводів, доведень;
- правило встановлення зв'язків об'єктів вивчення: спочатку встановлюють зв'язки з найбільш близькими у логічному відношенні об'єктами, потім — не дуже віддаленими, далі — більш віддаленими і, нарешті, найвіддаленішими.

Класика

“Для розуміння наступного предмета потрібне розуміння предмета попереднього. Цей загальний закон розпадається на часткові. Потрібно навчатися і вчитися: небагатьом предметам, а потім багатьом; простим, а потім складним; загальним, а потім окремим; близьким, а потім віддаленим; аналогічним, а потім неаналогічним.” (Т.2; с. 548).

“... так як розум в пізнанні речей йде поступово, то, по-перше, він повинен знати, що щось існує (це називається просто знання або ознайомлення); по-друге, що це таке за своїми причинами (це називається розуміння); по-третє, він повинен знати, як використати своє знання, тобто знати, для чого це знання корисне. Цієї послідовності потрібно дотримуватись всюди.” (Т.2; с. 185). “... перехід від простого до складного, від складного до більш складного, а далі до найбільш складного є найвищим методом навчання, від якого ніде і ніколи не можна ухилитися.” (Т.1; с. 549)

**Структура поетапного ступеневого вивчення тем за класичним
дидактичним методом**

Початковий етап (теорія; аналіз): сприймання, усвідомлення, осмислення елементів базового змісту, формування початкових елементарних умінь

Ступінь	Теорія	Практика
1	<p>Загальне поняття про об'єкти вивчення Усвідомлення репрезентативних знань: символічних позначень, графічних зображень, термінів, що позначають об'єкти, їх частини, елементи, види. Усвідомлення теоретичних знань: означення поняття, видів об'єктів, частин. Усвідомлення обсягу поняття: основних типів, видів об'єктів вивчення.</p>	<p>Виконання елементарних перцептивних (зорових), мовленнєвих, практичних (матеріальних) дій: впізнавання, називання об'єктів, їх частин, елементів, видів та зображення, запис об'єктів.</p>
2	<p>Ознаки, властивості об'єктів вивчення Усвідомлення змісту ознак, властивостей базового змісту і осмислення їх практичного смислу, як способів дій з об'єктами.</p>	<p>Розпізнавання, відрізнювання, розрізнювання об'єктів, відрізнювання правильних формулювань властивостей від неправильних, правильно виконаних дій від неправильно (перцептивні лії); виконання дій за елементами теорії на основі взірців.</p>
3	<p>Доведення теорем Усвідомлення доведень теорем базового змісту, їх початкове осмислення (усвідомлення ідеї, методу, основних кроків, використаних теоретичних положень).</p>	<p>Називання об'єктів, властивостей, ознак, на основі яких доводять теореми, виконання дій за елементами теорії з найпростішими типами об'єктів.</p>

Середній етап (практика, синтез): формування базових навичок і умінь

Ступінь	Практика	Теорія
1	<p>Формування базових навичок Розв'язування задач, спосіб (алгоритм) розв'язування яких задається елементом теорії.</p>	<p>Відтворення формулювань теоретичних положень — елементів базового змісту (означень, теорем, правил, формул) з наведенням прикладів.</p>
2	<p>Формування базових умінь Розв'язування комбінованих (синтетичних) задач на послідовання 2-3 простих задач.</p>	<p>Відтворення теоретичних положень, що використовують при розв'язуванні задач.</p>
3	<p>Застосування базового змісту в основних типових, прикладних ситуаціях.</p>	<p>Усвідомлення і відтворення теоретичних положень, які є результатом синтезу знань.</p>

Завершальні етапи

Головний етап (застосування, аналітико-синтетичні міркування)

Ступінь	Застосування	Теорія
1	Застосування базового змісту в стандартних ситуаціях	Відтворення доведень теорем базового змісту.
2	Застосування базового змісту в змінених ситуаціях	Усвідомлення найпростіших логічних наслідків з теорем базового змісту.
3	Застосування базового змісту в нових ситуаціях (перенос знань; поглиблення змісту)	Розвиток, поглиблення теорії Доведення теорем поглибленого змісту.

Заключний етап (застосування; синкретичні розмірковування — аналогія, творчі процедури)

Ступінь	Застосування	Теорія
1	Застосування повного змісту в стандартних ситуаціях.	Відтворення доведень теорем поглибленого змісту.
2	Застосування повного змісту в різних ситуаціях на основі аналітико-синтетичних (логічних) міркувань.	Доведення теорем з проведенням складних логічних міркувань.
3	Застосування змісту в нестандартних ситуаціях.	Доведення теорем з використанням творчих процедур або долаткового змісту.

Рівні навчальних досягнень

Основні результати поетапного вивчення тем

Початковий рівень — розуміння елементів базового змісту, початкові елементарні (прості уміння).

- **Загальне уявлення про об'єкти вивчення.**

Показники:

- ✓ перцептивно-мовленнєві дії — впізнавання і називання науковими термінами об'єктів вивчення, заданих символічно, графічно, або словесним описом, та їх частин, елементів, видів;
- ✓ практичні (матеріальні) дії: символічні записи, графічні зображення об'єктів вивчення вказаних типів.

- **Розуміння предметного змісту, алгоритмічного смислу теоретичних положень.**

Показники:

- ✓ перцептивно-мовленнєві дії:
 - розпізнавання, розрізнювання, відрізнявання об'єктів вивчення за означеннями, теоремами-ознаками;
 - впізнавання правильних формулювань означень, ознак, властивостей серед неправильних;

- впізнання, розпізнання правильно виконаних дій за елементами теорії серед неправильно виконаних;
- ✓ практичні (матеріальні дії):
 - наслідувальне виконання дій за властивостями, ознаками при безпосередньому сприйманні взірця їх виконання.
- Розуміння логічного смислу (відстав), вивідних властивостей, ознак (теорем).

Показники:

- ✓ перцептивно-мовленнєві дії при безпосередньому сприйнятті текстів доведень:
 - називання ключової ідеї (способу, методу) доведення;
 - перелік основних кроків доведень;
 - називання теоретичних положень, використаних при доведенні;
 - формулювання раніше відомих теоретичних положень, використаних при доведенні.
- Початкові, елементарні (прості) уміння — уміння виконувати дії за елементами теорії з найпростішими типами об'єктів вивчення.

Середній рівень — практичне розуміння базового змісту, базові навички і уміння.

Основні результати

- Відтворення формулювань елементів теорії (означень, теорем, формул), ілюструванням їх прикладами;
- навички виконання основних алгоритмічних дій за елементами теорії з найпростішими і нескладними типами об'єктів;
- уміння застосовувати елементи теорії в сукупності та у зв'язку з родовими, видовими властивостями — базові уміння;
- уміння застосовувати базовий зміст в основних типових, прикладних ситуаціях.

Достатній рівень — логічне розуміння базового змісту, його застосування за алгоритмами, правилами (нормами) і на основі нескладних міркувань.

Основні результати

- Розуміння, відтворення доведень теорем базового змісту;
- розуміння (обґрунтування, пояснення) основних логічних наслідків з теоретичних положень;
- уміння застосовувати базовий зміст в стандартних ситуаціях за відомими алгоритмами, правилами, схемами на основі самостійного складання конкретного плану розв'язування задачі;
- уміння застосовувати базовий зміст в дещо змінених і нових ситуаціях на основі нескладних аналітико-синтетичних міркувань:
 - ✓ зведенням до відомих стандартних ситуацій;
 - ✓ конструюванням способу розв'язування задач (за вказаним методом, прийомом) — задачі на перенос у нові ситуації та на поглиблення теоретичного змісту.

Високий рівень — логічне, практичне розуміння повного змісту (базового і поглибленого) і його застосування в різних ситуаціях.

Основні результати

- Розуміння, відтворення доведень повного змісту теми;
- уміння застосовувати повний зміст в стандартних ситуаціях підвищеної складності;
- уміння застосувати повний зміст теми в змінених, нових ситуаціях на основі аналітико-синтетичних логічних міркувань;
- уміння застосовувати зміст теми в нестандартних ситуаціях з використанням творчих прийомів, процедур, самостійного встановлення нових зв'язків теми та додаткових знань.

III₄. Усвідомлюваність учіння, самостійність, самодіяльність

Основи особистісно спрямованого учіння

Усвідомлюваність учіння

Основний зміст

Усвідомлення учіння як діяльності.

Усвідомлення учнями:

- плану вивчення теми; змісту вимог до засвоєння теми на кожному етапі та змісту конкретних завдань;
- предметів вивчення в темі; діяльностей (дій, системи дій, прийомів), що приводять до певних результатів;
- успіхів на кожному етапі вивчення теми на основі виконання систем критеріальних завдань.

«

Класика

“Потрібно, щоб учні вже з самого початку ясно бачили мету з усіма проміжними ланками і прагнули досягнути її.” (Т.1; с. 587).

“Всі завдання учнів повинні бути розділені в легко зрозумілі сукупності.” (Т.2; с. 587).

Самостійність, самодіяльність

Основний зміст

- Самостійне виконання у фронтальному навчанні окремих операцій, дій, систем дій, завдань, вираз під керівництвом учителя;
- оволодіння знаннями, навичками, уміннями, через індивідуальну самостійну практику на основі зразків, прикладів, настанов, орієнтирів, вказівок;
- самостійне визначення особисто доступного рівня засвоєння знань, планування діяльності по його досягненню, самооцінювання успіхів у виконанні систем критеріальних рівневих завдань на основі співставлення з правильним (еталонним) розв’язанням.

Класика

“У своїх учнів я завжди розвиваю самостійність у спостереженнях, у мові, в практиці і в застосуваннях, як єдиній основі для досягнення міцних знань.” (Т.2; с. 179).

“...В особистій практиці сховані таємниці швидких і надійних успіхів.” (Т.2; с. 594).

“...Всьому вчити через застосування власних сил, тобто через особисті спроби і особистий досвід.” (с. 436).

“...цей істинно практичний метод (навчання вьому через особисті спостереження, особисте читання, особистий досвід) повинен застосовуватись завжди.” (Т.2; с. 178).

Ш5. Індивідуалізація, варіативність учіння, раціональне поєднання фронтальних, індивідуальних і групових форм навчання
Основи ефективності особистісно спрямованого учіння

Індивідуалізація, варіативність учіння		
Основний зміст		
<ul style="list-style-type: none"> • Організація учіння у темпі, що відповідає індивідуальним можливостям, рівню розвитку учня; • орієнтація технології на варіативне оволодіння учнями змістом теми в залежності від зони активного розвитку (завдань, які можуть самостійно виконувати учні на основі початкового розуміння теми) та зони найближчого розвитку (завдань, які можуть учні виконувати самостійно з незначною допомогою учителя). <p>Рівні розумового, особистісного розвитку і орієнтація на рівень засвоєння теми</p>		
№ п/п	Рівень розвитку	Орієнтація на рівень засвоєння теми
I ₁	високий	високий рівень, здобуття додаткових знань
I ₂	достатньо високий	високий рівень
II	середній	достатній рівень
III ₁	низький	середній рівень
III ₂	відставання	початковий рівень, перші ступені середнього рівня
<ul style="list-style-type: none"> ✓ Виділення часу на вивчення теми, виходячи з його достатності для оволодіння учнями з середнім рівнем розвитку на достатньому рівні, а учнями з рівнем розвитку вище від середнього – на високому, з низьким рівнем – на середньому; ✓ організація додаткового, повторного початкового вивчення теми з учнями, які відстають від розвитку, а при необхідності і з учнями з низьким рівнем; ✓ спонукання учнів з рівнем розвитку вище від середнього до випереджального виконання рівневих завдань (у класно-урочному, домашньому навчанні); ✓ диференціація змісту особистої самостійної практики на уроках відтворення і застосування знань. 		
Класика		
<p>“...у кожному класі, в якому вивчають один і той же предмет, потрібно виділити групи, з яких принаймні необхідні три: 1) “початківці”; 2) “продовжувачі”; 3) “завершувачі”. (Т.2; с. 413).</p> <p>“Успіхи учнів залежать від їх природних здібностей, їх розвинутості і старанності.” (Т.1; с. 534).</p>		

**Раціональне поєднання фронтальних,
індивідуальних і групових форм навчання**

Основний зміст

- Початкове вивчення теорії (усвідомлення, осмислення знань, дій, способів дій) здійснюється переважно через фронтальне навчання;
- вироблення, закріплення навичок, умінь здійснюється переважно через індивідуальну самостійну практику або групову форму навчання;
- повідомлення учнями, які випереджально виконують рівневі завдання, їх розв'язань решті учнів;
- дотримання на етапах відтворення і застосування теорії часового відношення 1:1 між фронтальним способом навчання і індивідуальною самостійною практикою.

Класика

“Все те, що засвоєно, в свою чергу повинно бути передано іншим і для інших, щоб ніяке знання не пропало.” (Т.1; с. 361).

Класична модель варіативного (диференційованого) учіння

Я.А. Коменський. Т.1. с.577

Учні	Особливості учіння
“Початківці” (учні з низьким рівнем розвитку)	“навчасмо тому, що складає основу науки,” “не повинні виконувати багато речей, але речі основні,” “повинні просуватися повністю зв'язані прикладами.”
“Продовжувачі” (учні з середнім рівнем розвитку)	“навчасмо тому, що побудовано на основах наук,” “повинні виконувати не стільки речі основні, скільки багато речей.”
“Завершувачі” (учні з рівнем розвитку вищим від середнього та високим рівнем)	“закріплення і різні прикраси, вільне просування.”

Стратегія організації самостійної особистої практики

№	Рівень розвитку і його характеристика	Стратегія навчання
I.	<p style="text-align: center;">I. Рівень розвитку вищий від середнього <i>I₁. Високий рівень розвитку</i></p> <p>Учні легко, самостійно досягають початкового розуміння теми, швидко оволодіють базовими навичками і уміннями, готові до самостійного розв'язування задач середнього, достатнього і більшості задач високого рівня, у розв'язуванні проблемних, нестандартних задач високого рівня потребують незначної допомоги учителя (вказівок, підказок).</p> <p>Зона активного розвитку — задачі середнього, достатнього і частини задач високого рівня; зона найближчого рівня — складні проблемні, нестандартні задачі високого рівня.</p>	<p>“Вільне”, випереджальне проходження рівнів застосування знань.</p> <p>Особистісна самостійна практика: розв'язування на етапах застосування знань переважно задач достатнього і високого рівнів.</p>
	<p style="text-align: center;"><i>I₂. Достатньо високий рівень</i></p> <p>Учні легко, самостійно досягають початкового розуміння теми, швидко — базових навичок і умінь, готові до самостійного розв'язування задач середнього рівня і задач 1–2 ступенів достатнього рівня, потребують незначної допомоги у самостійному знаходженні розв'язань задач на застосування базового змісту в змінених ситуаціях достатнього і високого рівня, та більш значної допомоги у розв'язуванні нестандартних задач високого рівня.</p> <p>Зона активного розвитку — задачі середнього рівня і 1–2 ступенів достатнього рівня. Зона найближчого розвитку — задачі 3 ступеня достатнього рівня і задачі високого рівня.</p>	<p>Особистісна самостійна практика у відповідності з етапами вивчення теми.</p>
II.	<p style="text-align: center;">II. Середній рівень розвитку</p> <p>Учні без особливих труднощів досягають початкового розуміння, у середньому темпі оволодівають базовими навичками і уміннями, у самостійному знаходженні способів розв'язань задач середнього рівня потребують незначної допомоги, без труднощів навчаються розв'язанням задач за зразками, потребують допомоги у самостійному розв'язуванні задач достатнього рівня.</p> <p>Зона активного розвитку — завдання початкового рівня і нескладні задачі середнього рівня; Зона найближчого розвитку — задачі достатнього рівня.</p>	<p>Особистісна самостійна практика: на середньому етапі розв'язування задач середнього рівня; на завершальних етапах — середнього (3 ступеня) і достатнього рівня.</p>
III.	<p style="text-align: center;">III. Рівень розвитку нижчий від середнього <i>III₁. Низький рівень розвитку</i></p> <p>Учні з деякими труднощами досягають початкового розуміння теми, повільно оволодівають базовими навичками і уміннями; для оволодіння середнім рівнем потребують значної допомоги учителя, прикладання необхідних вольових зусиль.</p> <p>Зона активного розвитку — завдання початкового рівня; зона найближчого розвитку — задачі середнього рівня.</p>	<p>Особиста самостійна практика: розв'язування задач середнього рівня; при необхідності повторне виконання завдань початкового рівня.</p>
	<p style="text-align: center;"><i>III₂. Учні, що відстають у розвитку</i></p> <p>Учні досягають початкового розуміння із значними труднощами, з надзвичайними труднощами оволодівають найпростішими навичками, уміннями.</p> <p>Зона активного розвитку — завдання першого-другого ступенів початкового рівня; зона найближчого розвитку — складніші завдання початкового рівня і найпростіші задачі середнього рівня, учні потребують додаткового, повторного початкового навчання.</p>	<p>Особистісна самостійна практика: повторне виконання завдань початкового рівня та найпростіших завдань середнього рівня.</p>

III₆. Систематичність, раціональність, оптимальність

Головні принципи викладання (управління учінням)

Систематичність у викладанні

Основний зміст

Вихідна позиція.

У навчанні учителю належить провідна роль — він провідник учнів до вершин знань, помічник учнів у вихованні, розвитку їх як особистостей, індивідуальностей; учитель професійно, творчо до конкретних умов організовує і керує процесом вивчення тем на основі розроблених дидактами у відповідності з науковою теорією методиками, дидактичними матеріалами, засобами та правилами їх використання.

- Дотримання одного і того ж порядку у вивченні різних тем:
 - ✓ вивчення тем одним і тим же загальним методом, розділеним на часткові методи;
 - ✓ планування системи часткових цілей, що відповідають етапам, ступеням вивчення теми;
- застосування системи методів для досягнення етапних цілей; вивчення повного змісту через систему уроків:
 - ✓ уроки початкового вивчення теми (лідтеми),
 - ✓ уроки формування базових навичок і умінь,
 - ✓ уроки застосування базового змісту;
 - ✓ уроки узагальнення, систематизація, застосування повного змісту;
 - ✓ комбіновані уроки — для простих тем;
- управління діяльністю учнів через системи ретельно вибудованих запитань, завдань, задач;
- здійснення систематичного контролю за ходом і результатами вивчення теми — оперативного, поточного, поетапного і підсумкового тематичного.

Раціональність у викладанні

Основний зміст

Структурування методів навчання діями, прийомами і засобами, які сприяють ґрунтовному, швидкому, успішному навчанню.

Класика

“Майстерно навчати — це значить добре знати надійні прийоми навчання і на їх основі вести учнів швидко, приємно і захоплююче до знання речей.” (Т.1; с. 528)

Оптимальність у викладанні

Основний зміст

Вибір і здійснення з можливих варіантів вивчення теми такого варіанту, який в конкретних умовах навчання (наявної програми, матеріальної бази, виділеного програмного часу на вивчення курсів, розділу) забезпечує максимально можливу ефективність навчання.

Систематика методів навчання за дидактичними цілями

№п/п	Дидактичні цілі	Методи, типи
Початковий етап		
1	Актуалізація опорних знань, навичок і вмінь.	Репродуктивний метод: • репродуктивна бесіда; • метод репродуктивних завдань.
2	Мотивація вивчення теми.	Спонукально-ознайомлювальний метод (створення проблемних ситуацій, ознайомлення з практичним, прикладним значенням теми, цікавими, проблемними, нестандартними задачами).
3	Формування загального поняття про об'єкти вивчення.	Інформаційно-ілюстративний виклад. Метод елементарних запитань і завдань (пізнавальних і відтворювальних).
4	Усвідомлення, осмислення вивідних ознак, властивостей.	Сократичний метод навідних запитань і завдань або проблемний виклад. Метод елементарних запитань і завдань.
5	Формування елементарних (простих) умінь.	Метод пробних вправ (наслідувальних, попереджувальних, коментованих, пояснювальних). Метод тренувальних вправ.
6	Закріплення початкових знань, умінь; виявлення ступеня початкового розуміння; корекція знань, умінь.	Метод письмової самостійної роботи. Репродуктивна бесіда.
7	Ознайомлення з повним змістом теми, вимогами до його засвоєння, домашнім завданням.	Ознайомлювально-орієнтувальний метод.
Середній етап		
8	Відтворення, закріплення елементів теорії базового змісту.	Репродуктивний метод: • репродуктивна бесіда; • метод репродуктивних завдань.
9	Формування базових навичок.	Метод тренувальних вправ.
10	Усвідомлення способів розв'язань нескладних задач на застосування знань з теми в типових і прикладних ситуаціях.	Частково - пошуковий метод: • аналітико-синтетична бесіда або пояснювально-ілюстративний метод.
11	Формування базових умінь.	Метод тренувальних вправ (за зразком).
12	Закріплення базових навичок і умінь, виявлення ступеня їх сформованості.	Метод письмової самостійної роботи. Репродуктивна бесіда.
13	Ознайомлення з домашнім завданням, орієнтування в завданнях достатнього рівня.	Ознайомлювально-орієнтувальний метод.

Головний етап		
14	Відтворення, логічне осмислення доведень теорем базового змісту.	Репродуктивний метод: • репродуктивна бесіда; • метод репродуктивних завдань; • аналітична бесіда.
15	Формування умінь застосовувати базовий зміст у стандартних ситуаціях.	Метод тренувальних вправ.
16	Усвідомлення способів розв'язання задач на застосування базового змісту в змінених ситуаціях.	Частково-пошуковий метод: • аналітико-синтегічна бесіда або орієнтувально-пошуковий метод; • метод завдань-орієнтирів, вказівок.
17	Формування умінь застосовувати базовий зміст у змінених ситуаціях.	Метод тренувальних вправ.
18	Поглиблення, розвиток базового змісту.	Частково-пошуковий метод або орієнтувально-пошуковий метод або проблемний виклад.
19	Закріплення умінь застосовувати базовий зміст теми, встановлення ступеня сформованості.	Метод письмової самостійної рівневої роботи.
20	Ознайомлення з домашнім завданням, орієнтування в завданнях високого рівня.	Ознайомлювально-орієнтувальний метод.
Заключний етап		
21	Відтворення, закріплення елементів теорії повного змісту теми.	Репродуктивний метод: • репродуктивна бесіда; • метод репродуктивних завдань; • узагальнюючо-систематизуюча бесіда.
22	Формування умінь застосовувати повний зміст теми в стандартних ситуаціях.	Метод тренувальних вправ.
23	Усвідомлення способів розв'язування задач на застосування повного змісту в змінених, проблемних, нестандартних ситуаціях.	Частково - пошуковий метод або орієнтувально - пошуковий метод або пошуковий (проблемний) метод.
24	Формування умінь застосовувати повний зміст теми в різних ситуаціях.	Метод тренувальних вправ.
25	Узагальнення, систематизація змісту теми.	Узагальнюючо-системний метод: • узагальнюючо-систематизуюча бесіда; • метод узагальнюючих-систематизуючих завдань.
26	Закріплення умінь застосовувати зміст теми в різних ситуаціях, встановлення рівня, ступеня сформованості умінь.	Метод письмової самостійної рівневої роботи. Метод репродуктивної бесіди.
27	Ознайомлення з домашнім завданням, завданнями підсумкової перевіркової роботи або тематичної контрольної роботи.	Ознайомлювально-орієнтувальний метод.
28	Підсумкова перевірка знань, умінь з теми або кількох тем.	Контрольно-корекційний метод. • теоретичний залік; • перевірна або контрольна тематична робота.

I. Концептуальні положення

- *Навчання математики за класичним дидактичним методом* — це спеціально організований на основі наукової теорії технологічний процес взаємозв'язаних діяльностей учителя і учнів, спрямований на повноцінне, ґрунтовне вивчення математики, розумовий розвиток, виховання соціально-значимих рис, розвиток особистісних якостей учнів і оволодіння кожним учнем математичними знаннями, уміннями на особистісно доступному рівні (рівні посильних труднощів).
- *Стратегічні цілі навчання математики в основній школі.*
 - Повноцінне, ґрунтовне вивчення математичних курсів;
 - формування у учнів системних, оперативних, міцних математичних знань і умінь застосовувати знання в різних ситуаціях;
 - оволодіння загальнонауковими методами пізнання: аналітичним методом, синтетичним методом, аналітико-синтетичним методом логічних міркувань, синкретичним методом — застосування логічних міркувань в поєднанні з аналогією, індукцією, інтуїцією;
 - розумовий розвиток учнів — розвиток пізнавальних здібностей, процесів:
 - ✓ розвиток сприймань, формування цілеспрямованих спостережень, споглядань, довільної уваги;
 - ✓ розвиток мимовільної пам'яті, формування довільного логічного запам'ятовування, оволодіння раціональними прийомами довільної пам'яті;
 - ✓ розвиток наочно-образного і практично-дійового мислення, основних мисленевих операцій (аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, конкретизація);
 - ✓ формування логічного мислення;
 - особистісний розвиток учнів — розвиток основних особистісних якостей: активності, самостійності, творчості, здатностей до самоуправління учінням;
 - виховання емоційно-ціннісного відношення до математичних знань, відповідального відношення до навчання, навичок співпраці у колективі.
- *Основний напрям досягнення стратегічних цілей:* організація і здійснення навчання математики як єдиного цілісного процесу — освітнього, розвивального, виховного, особистісно спрямованого навчання:
 - ✓ інтелектуальний, особистісний розвиток учнів на основі потенціалу змісту математичної освіти і, навпаки, повноцінне, ґрунтовне вивчення математики на основі прояву, розвитку внутрішнього особистісного потенціалу учнів;
 - ✓ досягнення освітніх, виховних, розвивальних цілей через розв'язування навчальних задач.
- *Головною складовою навчання є учіння* — різні види навчально-пізнавальної діяльності учнів, спрямовані на засвоєння математичних знань, навичок і умінь, оволодіння методами наукового пізнання, розвиток внутрішнього розумового, особистісного потенціалу, здатностей до самоуправління учінням.

Учень — головний суб'єкт навчання: тільки його власна, особистісно спрямована, спланована, усвідомлювана і самоконтрольована діяльність приводить до навчальних результатів — засвоєння математичних знань, вироблення навичок і умінь, змін у розумовому, особистісному потенціалі.

- *Функція учителя у навчанні — управління учінням, зокрема, самоучінням:*
 - ✓ організація учіння — створення умов для успішного учіння, самонавчання;
 - ✓ керівництво учінням, самонавчанням на основі прикладів, зразків, настанов (викладів, пояснень, вказівок) і систем запитань, завдань, вправ;
 - ✓ надання допомоги в учінні, самоучінні.

II. Загальна модель тематичного поетапного рівневого навчання математики

- *Основна цілісна змістова, процесуальна структурна одиниця вивчення математики — навчальна тема.*

Змістом кожної теми є цілісна сукупність систематизованих знань про певний клас математичних об'єктів чи відношення (їх властивості, ознаки, дії, способи дії — алгоритми, правила, методи).

- Зміст кожної теми формують на основі правил, відповідних системі змістових принципів:

теоретичність, практичність, прикладна спрямованість, фундаментальність, системність, повнота, диференційованість змісту і міцність базового змісту.

Процес навчання проєктують, організовують і здійснюють на основі правил відповідних системі організаційно - методичних принципів навчання:

мотивованого, активного, творчого, усвідомлюваного, самостійного, самодіяльного учіння, варіативного (особистісно доступного) учіння, поєднання створювальної і вітворювальної діяльності учнів;

поступовості (поетапності, ступневості, рівневості), послідовності, наступності (рівневості), наочності, раціонального поєднання наочно-образного, словесно-логічного і практичного поєднання аналогії, індукції і дедукції, раціонального поєднання фронтальних, групових і індивідуальних форм навчання;

систематичності, раціональності і оптимальності у викладанні.

- *Загальна модель навчання з теми.*

Вивчення тем поділяють на етапи, що відповідають логіці засвоєння математичних знань:

- ✓ початковий етап: усвідомлення, осмислення елементів базового змісту, вироблення початкових, елементарних умінь;
- ✓ середній етап: формування базових навичок і умінь, застосування базового змісту в основних типових, прикладних ситуаціях.

Завершальні етапи

- ✓ головний етап: логічне осмислення базового змісту і його застосування в різних ситуаціях (стандартних, змінених, нових);
- ✓ заключний етап: логічне, практичне осмислення повного змісту теми і його застосування в різних ситуаціях.

- На кожному етапі навчання організовують як послідовне розв'язування навчальних (дидактичних) задач, цілями яких є усвідомлення, осмислення елементів (компонентів) змісту теми, формування навичок і умінь та їх закріплення, виявлення рівня, ступеня засвоєння теми.

- Головною складовою частиною навчання на кожному етапі є індивідуальна самостійна робота учнів. На завершальних етапах її організовують на основі досягнень учнів на попередніх і вона має рівневий характер: учні виконують завдання реально досягнутих рівнів (початкового, середнього, достатнього або високого).

**Технологічна схема вивчення тем
Початковий етап вивчення теми**

*Сприймання, усвідомлення і осмислення елементів
базового змісту теми, формування початкових, елементарних умінь*

Структура

Вступна частина

- Актуалізація опорних знань, навичок і умінь;
- мотивація вивчення теми.

Основна частина

- Формування загального поняття (уявлення) про об'єкти вивчення;
- усвідомлення і осмислення базових вивідних властивостей, ознак об'єктів вивчення;
- формування початкових, елементарних умінь.

Головна частина

- Індивідуальна самостійна практика;
- перевірка, самооцінювання результатів самостійної роботи.

Заключна частина

- Контрольне опитування;
- загальне орієнтування в темі; домашнє завдання.

Середній етап вивчення теми

*Відтворення елементів базового змісту
формування базових навичок і умінь*

Структура

Вступна частина

- Перевірка виконання домашнього завдання;
- відтворення елементів теорії базового змісту.

Основна частина

- Формування базових навичок;
- формування базових умінь;
- застосування базового змісту в основних типових, прикладних ситуаціях.

Головна частина

- Індивідуальна самостійна практика;
- перевірка, самооцінювання результатів самостійної роботи.

Заключна частина

- Контрольне опитування;
- орієнтування в завданнях достатнього рівня; домашнє завдання.

Завершальні етапи

Головний етап вивчення теми

Логічне осмислення і застосування базового змісту в стандартних і змінених ситуаціях, розвиток (поглиблення) змісту теми

Структура
Математична індустрія - математика
Вступна частина

- Перевірка домашнього завдання;
- відтворення доведень теорем базового змісту, їх логічне осмислення.

Математика
Основна частина

- Застосування базового змісту в стандартних ситуаціях;
- застосування базового змісту в змінених ситуаціях;
- розвиток (поглиблення) базового змісту.

Математика
Головна частина

- Індивідуальна самостійна практика — розв'язування задач особистісно доступного рівня;
- перевірка, самооцінювання результатів самостійної роботи.

Заключна частина

- Контрольне опитування;
- орієнтування в завданнях високого рівня; домашнє завдання.

Заключний етап вивчення теми

Узагальнення, систематизація повного змісту теми і його застосування в різних ситуаціях (стандартних, змінених, нових, нестандартних)

Структура

Вступна частина

- Перевірка домашнього завдання;
- відтворення повного змісту теми.

Основна частина

- Застосування повного змісту теми в стандартних, змінених ситуаціях;
- узагальнення, систематизація змісту теми;
- застосування змісту теми в нових, проблемних, нестандартних ситуаціях.

Головна частина

- Індивідуальна самостійна практика — розв'язування задач особистісно доступного рівня;
- перевірка, самооцінювання результатів самостійної роботи.

Заключна частина

- Контрольне опитування.
- орієнтування в змісті теоретичного заліку, перевірконої (контрольної) роботи.

- *Головні цілі діяльності учителя при вивченні тем:*
 - ✓ організація повноцінного, ґрунтовного вивчення змісту тем;
 - ✓ створення умов для оволодіння кожним учнем змістом теми на особистісному доступному рівні, що відповідає зоні його найближчого розвитку;
 - ✓ керівництво діяльністю учнів з розв'язування послідовностей навчальних задач, спрямованих на засвоєння змісту тем, на основі прикладів, настанов (вікладів, пояснень, зразків, вказівок, орієнтирів) і систем завдань;
- *Основні результати учіння учнів:*
 - ✓ предметні (освітні) — засвоєння предметних знань і умінь з теми на особистісно доступному рівні;
 - ✓ особистісні — збагачення досвіду самостійного здійснення різних видів навчально-пізнавальної діяльності та співпраці у навчанні (з учителем і іншими учнями), емоційно-ціннісного, відповідального ставлення до навчання; зміни в інтелектуальному, особистісному потенціалі учнів.
- Предметні результати вивчення теми задають у вигляді систем рівневих завдань на відтворення і застосування теорії.
Вивчення окремих тем приводить до кількісних змін у інтелектуальному, особистісному розвитку учнів, а сукупності тем до якісних змін — підвищення ступеня навчальних досягнень на рівні засвоєння тем або перехід на більш високий рівень оволодіння математичними знаннями.
- *Головна мета технології* тематичного поетапного рівневого навчання (сукупності послідовних етапів, навчальних задач, методів, прийомів, засобів їх розв'язання) сприяти гарантованому досягненню кожним учнем особистісно доступного рівня (середнього, достатнього або високого) на основі прояву та розвитку його внутрішнього потенціалу.

III. Основні змістові правила

- Вивчення кількох курсів математики (алгебри і геометрії) здійснюють на тематичній основі:
 - ✓ курси поділяють на розділи, що відповідають математичним теоріям або їх фрагментам;
 - ✓ кожний розділ поділяють на теми — основні цілісні змістові структурні одиниці розділів, курсів, у кожній з яких предметом вивчення є клас математичних об'єктів або відношення між об'єктами;
 - ✓ теми розподіляють на головні, допоміжні і додаткові (ознайомлювальні); головними темами є ті, в яких вивчають фундаментальні об'єкти чи відношення, що відіграють базову роль у розбудові математичних знань; ці теми вивчають повноцінно, ґрунтовно; допоміжні, додаткові теми вивчають на рівні ознайомлення — уявленні про предмети та елементарних умінь.
- Зміст кожної головної теми формують у відповідності з принципом повноти, цілісності; він повинен містити всі необхідні елементи для повноцінного, ґрунтовного вивчення теми.
Повний зміст теми складається з базового, поглибленого і допоміжного.
Базовий зміст включає:
 - ✓ базові елементи теорії — означення, аксіоми, теореми, доведення, які необхідні для практичних застосувань теорії і достатні для навчання логічним способом здобування нових знань;

- ✓ базові навички — алгоритмічні дії за елементами теорії, виконання яких доводять до автоматизованого;
 - ✓ базові уміння — основні системи дій за елементами теорії, виконання яких доводять до рівня готовності усвідомлювано застосовувати при розв'язуванні різних задач;
 - ✓ поглиблений зміст включає елементи теорії та способи розв'язування задач — результати продуктивного застосування базового змісту в різних ситуаціях.
- Навчання кожному елементу теорії чи способу розв'язання задач (алгоритму, правилу, методу) здійснюють на основі систем поступово ускладнених задач.

IV. Організаційно-методичні правила

Методи навчання

Для розв'язування дидактичних задач використовують методи, які найбільш сприяють активному, творчому пізнанню предметів вивчення, виробленню міцних навичок і умінь тощо.

- Для розв'язування задач мотивації вивчення теми, ознайомлення з домашніми завданнями, з допоміжним, додатковим змістом найбільш доцільним є ознайомлювально-орієнтувальний метод.
- Домінуючими методами розв'язування задач формування загального поняття є інформаційно-ілюстративний виклад та метод елементарних запитань і завдань (пізнавальних і відтворювальних).
- Для задач усвідомлення базових властивостей, ознак і їх доведень найбільш дієвим є поєднання методів — сократичного методу навідних запитань або проблемного викладу та методу елементарних відтворювальних завдань.
- На середньому і завершальних етапах для пізнання елементів теоретичного і практичного змісту — усвідомлення, "відкриття" теоретичних знань, способів розв'язання задач застосовують частково-пошуковий метод (синтетична бесіда, аналітико-синтетична бесіда, узагальнююча, систематизуюча бесіда), орієнтувально-пошуковий метод (вказівки, завдання-орієнтири) та пошуковий (проблемний) метод.
- Для закріплення теоретичного матеріалу, перевірки його засвоєння застосовують репродуктивні методи (репродуктивна бесіда, метод репродуктивних завдань)
- Основними методами формування умінь і навичок є метод пробних вправ (наслідувальних, попереджувальних, коментованих, пояснювальних) і метод тренувальних вправ.
- Кожен метод структурують прийомами, які сприяють доступному, швидкому навчанню.

Самостійна робота (індивідуальна самостійна практика)

- Головною складовою навчання на кожному етапі є самостійна робота.
- Основні цілі роботи:
 - ✓ на початковому етапі закріплення початкового розуміння, виявлення його ступеня;
 - ✓ на середньому етапі — вироблення, закріплення базових навичок і умінь та умінь їх застосовувати в основних типових, прикладних ситуаціях;
 - ✓ на завершальних етапах вивчення теми встановлюють в залежності від засвоєння попередніх рівнів: учні, що досягли середнього рівня, виконують завдання достатнього рівня (застосування базового змісту) або високого (застосування повного змісту); учні, що не досягли середнього рівня, виконують повторно завдання цього рівня.
- Завдання кожного рівня розробляють у відповідності з принципом повноти висвітлення.

до рівневої діяльності і диференціюють за трьома ступенями, що відповідають основним цілям навчання на етапі.

Основний спосіб перевірки, оцінювання виконання робіт — самоперевірка, самооцінювання роботи кожним учнем на основі співставлення з правильними відповідями або еталонними розв'язаннями.

Якщо учень виконав правильно завдання усіх трьох ступенів, його успіхи оцінюються вищим балом рівня; якщо виконано завдання двох ступенів, то — середнім балом рівня; якщо ж виконано завдання одного ступеня — нижчим балом.

Після закінчення роботи встановлюють за результатами її виконання на завершальному етапі.

Форми навчання

Основними формами навчальної діяльності учнів є фронтальна (одночасне виконання усіма учнями класу одних і тих же завдань), групова і індивідуальна.

Фронтальне навчання переважно використовують при розв'язуванні дидактичних задач ознайомлення, орієнтування; усвідомлення, осмислення і первинного закріплення знань;

фронтальне навчання в поєднанні з груповим, індивідуальним використовують при формуванні вмінь, навичок;

індивідуальна форма навчання є домінуючою при виконанні самостійних, перевірених робіт.

Урочне структурування вивчення теми

Основна часова одиниця вивчення теми — урок. Він може співпадати з технологічним етапом вивчення теми, або поєднувати два етапи, або бути частиною технологічного етапу вивчення теми.

Основні типи уроків у відповідності з технологічними етапами, їх дидактичними цілями:

- ✓ уроки початкового вивчення теми, формування початкових, елементарних умінь;
- ✓ уроки формування базових навичок і умінь;
- ✓ уроки логічного осмислення базового змісту і його застосування;
- ✓ уроки узагальнення, систематизації повного змісту і його застосування;
- ✓ комбіновані уроки;
- ✓ уроки перевірки навчальних досягнень.

Кількість уроків з теми залежить від об'єму, складності її змісту та програмового часу, виділеного на вивчення відповідного розділу.

Мінімальна кількість уроків для рівневого вивчення тем — 2 уроки. Двоурочне рівневе вивчення тем використовують для простих тем; його структуру складають комбіновані уроки: урок усвідомлення базового змісту і формування базових навичок і вмінь та урок застосування змісту теми (базового, повного).

Для нескладних тем найбільш раціональним є чотирихурочне вивчення теми: кожному етапу відповідає один урок.

Теоретичний зміст складних тем поділяють на підтеми. На початкове вивчення кожної з підтем відводять урок, а на наступних 3 — 4 уроках формують уміння середнього, достатнього і високого рівнів з усієї теми.

Домашнє завдання

Класно-урочне навчання є основною формою вивчення тем. Домашня робота є допоміжною, додатковою формою. Головними функціями домашнього завдання є закріплення усвідомлених, осмислених в урочному навчанні теоретичних знань і сформованих умінь (а не їх формування), а також випереджальне виконання рівневих за-

вданы учнями, що мають підвищений інтерес, здібності до вивчення математики і бажають досягти високих результатів у навчанні.

- Домашнє завдання має системний характер. Його формують у вигляді систем критеріальних завдань, що відповідають показникам навчелості на рівні. З рівневими системами завдань для домашніх завдань, вимогами до засвоєння теорії учнів знайомлять в кінці початкового етапу вивчення теми. На заключному етапі кожного уроку з теми проводять ознайомлювально-орієнтувальний інструктаж з виконання завдань.
- Обов'язковим для всіх учнів є виконання завдань, що відповідають середньому рівні (після відповідного етапу навчання або випереджально до середнього етапу навчання або на протязі всього часу вивчення теми.
Умовою отримання з теми оцінки достатнього чи високого рівнів є успішне виконання у домашньому навчанні систем завдань відповідного рівня.
- З кожної теми оцінюють успіхи учнів у виконанні домашніх завдань.
Виконання проміжних завдань оцінюють поточним балом, що відповідає рівню завдань.
Перевірку правильності виконання завдань здійснюють на початку наступного уроку способом самоперевірки через співставлення з правильно виконаними завданнями.

Загальну оцінку за виконання домашніх робіт з теми виставляють за вищим отриманим балом.

- Класні і домашні роботи учні виконують в окремих зошитах.

Контроль і оцінювання навчальних досягнень учнів

Контроль і оцінювання навчальних досягнень учнів є обов'язковою складовою частиною навчання на всіх етапах вивчення теми.

- Основний вимірювальний інструмент — чотирьохрівнева дванадцятибальна шкала. Така шкала відповідає чотирьом технологічним етапам і основним видам діяльності на них, трьом ступеням оволодінням змістом теми на кожному з етапів. Основними засобами вимірювання є завдання, що відповідають кожному з дванадцяти ступенів засвоєння теми.
- Основними видами контролю є:
 - ✓ поточний (оперативний) контроль, який здійснюють при розв'язуванні навчальних задач;
 - ✓ етапний (рубіжний) контроль, функціями якого є встановлення ступеня засвоєння кожним учнем змісту теми на етапі вивчення і коригування на основі цього діяльності на наступному етапі;
 - ✓ підсумковий тематичний (атестаційний) контроль, функцією якого є встановлення кінцевих результатів вивчення теми.
- Основні вимоги до контролю і оцінювання:
 - ✓ відкритість контролю - ознайомлення учнів на початковому етапі з основними рівневими вимогами до засвоєння теоретичного і практичного змісту у вигляді систем критеріальних завдань;
 - ✓ повнота рівневого контролю - охоплення перевірними завданнями всіх основних рівневих видів діяльності, умінь і навичок учнів;
 - ✓ простота способу перевірки, доступність його самоперевірки, самооцінюванню - перевірка правильності виконання завдань на основі співставлення з еталонними розв'язаннями чи відповідями та оцінка успіхів за кількістю правильно виконаних завдань.

Основні форми, способи перевірки і оцінювання.

У поточному навчанні учень за будь-яке самостійно виконане завдання може отримати поточний бал (оцінку) відповідно до його "питомої ваги" за 12-бальною шкалою.

Етапний контроль засвоєння змісту теми здійснюється шляхом індивідуальних самостійних робіт навчального і перевірного характеру та заключного фронтального контрольного опитування.

В залежності від часу, що відводиться на проведення самостійної етапної роботи учні виконують усі ступеневі завдання рівня або тільки найвищого ступеня, доступного учневі. На початковому і середньому етапах усі учні виконують завдання відповідних рівнів. На завершальних етапах зміст роботи визначається попередніми успіхами: або повторне виконання завдань попередніх рівнів, або рівня, що вивчається, або випереджально більш високого. Підсумковий контроль з теми здійснюється у формі теоретичного заліку та письмової перевіркової чи контрольної роботи. Контрольну роботу проводять з теми або декількох тем. Вона має атестаційний (підтверджувальний) характер: кожен учень виконує завдання того рівня, на якому він завершив вивчення теми (за кінцевими результатами самостійних класних і домашніх робіт).

Обов'язкові види діяльності учнів для гарантованого засвоєння змісту теми на планованому рівні.

Початковий рівень

Виконання:

-) елементарних завдань на усвідомлення, осмислення первинне закріплення елементів базового змісту теми;
-) тренувальних вправ на початкові, елементарні дії з об'єктами вивчення в темі;
-) самостійної роботи на початкове розуміння теми;
-) елементарних завдань на закріплення початкового розуміння (в класному навчанні і домашньому).

Середній рівень

Виконання:

-) завдань на відтворення теоретичних положень базового змісту (означень, аксіом, теорем, правил, формул) і їх ілюстрування прикладами;
 -) тренувальних вправ на алгоритмічні дії за елементами теорії з різними типами нескладних об'єктів вивчення;
 -) завдань на усвідомлення способів розв'язання основних типових задач з теми і первинне їх закріплення;
 -) тренувальних вправ на формування умінь розв'язувати основні типові задачі;
 -) самостійної роботи на практичне розуміння базового змісту.
- Обов'язкове домашнє завдання:

-) письмове відтворення теоретичних положень базового змісту і їх ілюстрування прикладами;
-) виконання системи критеріальних завдань середнього рівня.

Достатній рівень

Виконання:

-) завдань на відтворення теорії базового змісту, логічне розуміння доведень теорем;
-) завдань на застосування базового змісту в стандартних ситуаціях;
-) завдань на усвідомлення способів розв'язання задач на застосування базового змісту змінених і нових ситуаціях та їх первинне закріплення;
-) самостійної роботи на застосування базового змісту в стандартних, змінених і нових ситуаціях.

Обв'язкове домашнє завдання:

- 1) письмове відтворення теоретичних положень базового змісту та доведень базового змісту зі зміною позначень, рисунків;
- 2) виконання системи завдань на застосування базового змісту в стандартних, змінених і нових ситуаціях.

Високий рівень

Виконання:

- 1) завдань на відтворення теорії повного змісту теми, узагальнення і систематизацію знань;
- 2) завдань на застосування повного змісту теми в стандартних ситуаціях (алгоритмічні, типові зачі підвищеної складності);
- 3) завдань на самостійне знаходження розв'язань проблемних, нестандартних задач;
- 4) самостійної роботи на застосування повного змісту в різних ситуаціях.

Обов'язкове домашнє завдання:

- 1) письмове відтворення теорії повного змісту; складання логічних, узагальнюючих схем змісту теми;
- 2) виконання системи завдань на застосування повного змісту теми в різних ситуаціях.

Основні правила розподілу часу

- Загальний час на рівневе вивчення теми повинен бути таким, щоб у класно-урочному навчанні учні з середнім рівнем розвитку могли засвоїти навчальний матеріал теми на достатньому рівні, а в домашньому навчанні — закріпити його.

Такий час буде достатнім для оволодіння учнями з рівнем розвитку вищим від середнього — на високому рівні, а учнями з низьким рівнем — на середньому рівні при докладанні необхідних зусиль.

- Ідеальний розподіл часу на поетапне вивчення тем (за назвою етапів) — початковий і середній етап складають половину загального часу, а завершальні етапи — другу половину його.

- У навчанні на етапах класична пропорція часових відношень: $\frac{1}{4}$ часу — приклади,

взірпі, зразки, настанови (виклади, пояснення, вказівки, тощо); $\frac{2}{4}$ часу — вправи, за-

стосування, виправлення помилок (у різних формах — фронтальних, групових, індивідуальних).

- Індивідуальна самостійна практика учнів на етапах формування вмінь повинна

становити часу $\frac{1}{2}$ навчання.

Матеріальне забезпечення процесу вивчення тем

- Основою організації і керування діяльністю учнів є:
 - ✓ заздалегідь розроблене наочне представлення предметів вивчення — математичних об'єктів, їх відношень, властивостей, доведень, дій з об'єктами, способів розв'язань задач, повного змісту теми, логічних зв'язків теми.
 - ✓ настанови — описи, означення, виклади, пояснення, інструкції, вказівки.
 - ✓ системи ретельно вибудованих запитань, завдань, задач, які застосовують для пізнання об'єктів, вироблення навичків і умінь.
- Для вивчення курсів, тем використовують комплекс навчально-методичних матеріалів, розроблених спеціалістами у відповідності з науковою теорією і які учитель застосовує у відповідності з правилами, методиками.

Навчально-методичний комплекс складають:

- ✓ підручник, який містить:
 - дидактичний виклад теорії;
 - приклади застосування теорії — розв'язання основних задач практичного і прикладного змісту;
 - рівневі вимоги до засвоєння теми — основні результати навчання на кожному етапі;
 - систем завдань, задач, вправ для класно-урочного навчання;
- системи завдань для домашньої роботи;
 - контрольні системи завдань для самоперевірки, самовизначення рівня оволодіння темою.
- ✓ збірник задач і вправ для формування навичок і вмінь;
- ✓ посібник для творчого вивчення теми, особистої самостійної практики; наприклад, зошит з друкованою основою, що виконує функцію автопідручника, тобто підручника, автором якого є учень, який створює особистісну систему знань за допомогою завдань зошита;
- ✓ дидактичні матеріали для проведення тематичних самостійних робіт, перевірки навчальних досягнень учнів на кожному етапі вивчення теми та тематичні контрольні роботи;
- ✓ різноманітні засоби унаочнення змісту теми.

Проектування процесу вивчення теми

Проект вивчення тем розробляє вчитель шляхом конкретизації, уточнення нормативної моделі, загальної технологічної схеми процесу і локальних технологій озв'язування стандартних дидактичних задач.

Конкретним втіленням проекту вивчення теми є технологічна карта теми — представлення теми на рівні технології.

Повна технологічна карта теми складається з:

- ✓ карти змісту — наочного представлення повного змісту теми;
- ✓ карти шлей - основних рівневих результатів вивчення теми;
- ✓ поурочного розподілу вивчення теми;
- ✓ урочних планів вивчення теми.

Обов'язкові компоненти поурочного плану:

- ✓ формулювання головної мети уроку у відповідності до етапу вивчення теми;
- ✓ запис послідовності основних дидактичних задач і методів їх розв'язування, основних прийомів, засобів та номери завдань з навчально-методичного комплексу або записи конкретних завдань;
- ✓ визначення форм навчальної діяльності учнів.

Загальний метод вивчення тем: класичний дидактичний метод

Загальна дидактична мета вивчення тем: повноцінне, ґрунтовне вивчення тем, оволодіння кожним учнем змістом теми на особистісно доступному рівні через активне, творче, самостійне, самодіяльне учіння.

Стратегічна мета вивчення тем: сприяння інтелектуальному, особистісному розвитку учнів, поступовому переходу на більш високі рівні навчання.

Основні засоби навчання:

- ✓ Підручник —
 - дидактичний виклад теорії;
 - приклади застосування теорії;
 - рівневі вимоги до засвоєння теми — основні результати навчання на кожному етапі вивчення теми;
 - системи завдань для класного-урочного навчання;
 - системи завдань для домашньої роботи;
 - контрольні системи завдань для самоперевірки на кожному етапі вивчення теми;
- ✓ збірник завдань, задач і вправ для формування навичок і вмінь;
- ✓ дидактичні матеріали для проведення тематичних самостійних робіт і перевірки навчальних досягнень учнів на кожному етапі вивчення теми та тематичні контрольні роботи;
- ✓ різноманітні дидактичні засоби унаочнення змісту теми.

Загальна структура вивчення тем

Початковий етап: Сприймання, усвідомлення і осмислення елементів базового змісту теми, формування початкових, елементарних умінь.

Середній етап: Відтворення елементів базового змісту формування базових навичок і вмінь

Завершальні етапи

Головний етап: Логічне осмислення і застосування базового змісту в стандартних і змінених ситуаціях, розвиток (поглиблення) змісту теми

Заключний етап: Узагальнення систематизація повного змісту теми і його застосування в різних ситуаціях (стандартних, змінених, нових, нестандартних)

Підсумковий атестаційний (підтверджувальний) контроль навчальних досягнень з теми або декількох тем

Початковий етап (теорія, елементарний аналіз).

Сприймання, усвідомлення, осмислення елементів базового змісту теми і формування початкових, елементарних умінь

Вступна частина

Фронтальне навчання

- Актуалізація опорних знань, навичок і умінь

Предмети навчання

- Елементи теорій раніше вивчених тем, опорні для розкриття базового змісту теми.

Цілі

- Актуалізація знань, опорних для розуміння базового змісту теми;
- актуалізація навичок і умінь, опорних для формування базових навичок, умінь з теми.

Засоби

- Письмові виклади опорних знань (таблиці, плакати, попередні записи на дошці);
- системи завдань.

Методи і прийоми

Репродуктивний метод:

- репродуктивна бесіда за попереднім домашнім завданням на повторення.

Метод тренувальних вправ:

- усне, напівписьмове, письмове виконання завдань.

- **Мотивація вивчення теми**

Ціль

- Формування пізнавального інтересу до вивчення теми.

Засоби

- Набори прикладних, проблемних, цікавих математичних задач з теми.

Метод і прийоми

Спонукально-ознайомлювальний метод:

- ознайомлення учнів з прикладними, цікавими математичними задачами, проблемами, які можуть бути розв'язані за допомогою теорії теми; створення проблемних ситуацій.

Завданням ознайомлювального методу є...

Основна частина

Фронтальне навчання

- **Сприймання, усвідомлення, осмислення загального поняття про об'єкти вивчення**

Предмети навчання

- Символічні позначення, графічні зображення об'єктів вивчення;
- терміни, що позначають об'єкти вивчення, їх частини, елементи, види, властивості;
- **основна ознака** — властивості об'єктів за означенням;
- означення частин, елементів об'єктів вивчення та їх видів;
- різні типи об'єктів вивчення (від найпростіших до найскладніших з широким варіюванням несуттєвих властивостей).

Цілі

- Формування уявлень про об'єкти вивчення: усвідомлення способів позначення, зображення об'єктів та предметного змісту термінів, що позначають об'єкти, їх види, частини, елементи;
- усвідомлення основних ознак — властивостей об'єктів вивчення та їх видів за означеннями;
- формування умінь виконувати основні дії з об'єктами за означеннями.

Засоби

- Письмові виклади теорії (описів, означень) з використанням різноманітних засобів унаочнення, прикладів застосування означень;
- системи перцептивних завдань (на впізнавання, розпізнавання, розрізнювання, відрізнявання);
- системи завдань на відтворення (зображення об'єктів, наведення прикладів).

Методи і прийоми

Інформаційно-ілюстративний виклад:

- демонстрація символічних записів, графічних зображень об'єктів вивчення;
- розгляд частин, елементів об'єктів вивчення, введення термінів, що їх позначають;
- формулювання ознак-властивостей об'єктів вивчення за означенням (за аксіомами) та означень їх частин, елементів;
- наведення прикладів різних типів об'єктів, належних обсягу поняття;
- наведення прикладів застосування означення для встановлення: а) належності заданих об'єктів до обсягу поняття, що вивчають; б) встановлення основної властивості об'єктів;
- виділення видів об'єктів та формулювання їх означень, наведення прикладів;
- фіксація викладу у формі, зручній для запам'ятовування і відтворення ("опорні віхи");
- короткий огляд викладу теорії у підручнику.
- Метод елементарних пізнавальних і відтворювальних запитань і завдань *и сир...*
- виконання завдань на впізнавання, називання понятійним терміном об'єктів вивчення, їх частин, елементів, видів за символічними записами, графічними зображеннями, словесним описами;
- розпізнавання об'єктів (виділення ознак і встановлення належності до поняття), відрізнявання об'єктів належних до поняття від неналежних;
- виділення об'єктів в певних ситуаціях, перетворення заданих об'єктів у стандартні види;
- вибір правильних означень серед неправильних, неточних;
- фрагментарні доповнення означень;
- пробне відтворення означень;
- наведення прикладів об'єктів вивчення, їх видів та виконання зображень.

Засвоєння властивостей, ознак
Засвоєння властивостей, ознак

• Усвідомлення, осмислення властивостей, ознак об'єктів вивчення (теорем-властивостей і теорем-ознак).

Предмети навчання

- Основні вивідні властивості об'єктів вивчення (теореми-властивості);
- доведення властивостей;
- основні вивідні ознаки (теореми-ознаки);
- доведення теорем-ознак;
- дії з об'єктами вивчення на основі властивостей;
- дії з об'єктами на основі ознак.

Цілі

- Творче наочне "відкриття" властивостей і їх доведень;
- встановлення ознак і їх доведень;
- усвідомлення у формі уявлень основних дій за властивостями і ознаками;
- виконання дій за взірцями.

Засоби

- Письмові виклади теорії (теорем-властивостей і теорем-ознак) з використанням різноманітних засобів унаочнення змісту і доведень теорем, широким ілюструванням їх застосувань;
- системи лізнавальних запитань і завдання на "відкриття" властивостей і ознак, їх доведень;
- системи завдань на практичне осмислення дій за властивостями і ознаками;
- системи завдань на відтворення властивостей, ознак і пробне, наслідувальне виконання дій за взірцями.

Методи і прийоми

Сократичний метод навідних запитань і завдань

або

проблемний, наочний виклад:

- системи запитань на "відкриття" властивостей (ознак) об'єктів вивчення і їх доведень;
- демонстрація або записи формулювань властивостей (ознак), доведень у формі, зручній для запам'ятовування, логічного аналізу, відтворення і застосування;
- короткий огляд викладу теорії у підручнику;
- системи запитань, завдань на "відкриття", встановлення способів виконання дій;
- ілюстрування прикладів виконання дій;
- демонстрація або записи властивостей у вигляді алгоритмічних приписів, правил дій.

Метод елементарних запитань і завдань:

- фронтальне виконання завдань на початкове відтворення елементів теорії -- впізнавання, вибір правильного формулювання властивості (ознаки) серед неправильних, фрагментарні доповнення записів властивостей, правил дій та пробне їх відтворення;
- впізнавання правильно виконаних дій за елементами теорії серед неправильних (з поступово ускладнюювальними типами об'єктів);
- пробне виконання дій з об'єктами за попередньо встановленими взірцями їх виконання;
- пояснення виконання завдань.

• **Формування початкових, елементарних умінь.**

Предмети навчання

- Основні алгоритмічні дії за елементами теорії з найпростішими і нескладними об'єктами вивчення.

Цілі

- Вироблення умінь виконувати основні алгоритмічні дії з об'єктами.

Засоби

- Системи завдань на виконання алгоритмічних дій з найпростішими і нескладними типами об'єктів.

Методи і прийоми

Метод пробних вправ:

- попереджувальне виконання завдань: вказівка, називання чи формулювання відповідного елемента теорії, правила, називання складових операцій і їх послідовності з наступним виконанням дії;
- коментоване виконання завдань – пояснення в процесі виконання;
- пояснювальне виконання завдання – неоновані, стилі, скорочені або повні формулювання теоретичних основ дій (означень, теорем), правил алгоритмів після виконання дії.

Метод тренувальних вправ:

- коротке або повне формулювання правил, алгоритму виконання дій;
- усне або напівписьмове виконання серії однотипних завдань;
- письмове виконання одного-двох завдань серії.

Головна частина

• **Індивідуальна самостійна практика**

Цілі

- Закріплення елементів теорії теми, умінь виконувати основні дії за елементами теорії;
- виявлення ступеня початкового розуміння теми.

Засоби

- 1–2 варіанти систем завдань трьох ступенів;
- завдання на впізнавання, називання об'єктів вивчення, їх частин, елементів, видів або на фрагментарні доповнення формулювання означень, теорем, формул, правил;
- завдання на розпізнавання, відрізнювання, розрінювання об'єктів вивчення, на впізнавання, розпізнавання правильно виконаних дій серед неправильно виконаних;
- завдання на виконання основних дій за елементами теорії з найпростішими типами об'єктів (взірцями для виконання є завдання попереднього ступеня).

Метод і прийоми

Письмова самостійна робота:

- самостійне виконання роботи (5–11 хвилин);
- перевірка правильності виконання завдань на основі співставлення з правильними відповідями.

Заключна частина
Фронтальне навчання
• **Контрольне опитування**

Цілі

Повторення, закріплення розуміння основних елементів теорії базового змісту

Засоби

Письмовий виклад системи основних запитань;
зображення, символічні записи об'єктів вивчення.

Методи і прийоми

Контрольно-корекційний метод: репродуктивна бесіда.

Зміст перевірних запитань і завдань

Розуміння символічних позначень, зображень об'єктів вивчення, предметного, смислового значення термінів.

Запитання і завдання на:

- називання понятійним терміном об'єктів, їх видів, частин, елементів за словесним описом, а символічним записом або графічним зображенням;
- наведення прикладів об'єктів вивчення вказаних типів.

Розуміння означення об'єктів вивчення як формулювання їх основної ознаки — властивості.

Запитання і завдання на:

- формулювання умов, при яких об'єкти належать за означенням до вивчуваного поняття;
- формулювання властивостей об'єктів вивчення за означенням;
- фрагментарні доповнення означень;
- відрізнявання правильних формулювань означень від неточних, неправильних.

Розуміння вивідних властивостей і ознак об'єктів вивчення.

Запитання і завдання на:

- перелік ознак, властивостей;
- визначення числових характеристик об'єктів за властивостями;
- встановлення належності об'єктів за вивідними ознаками до поняття;
- називання ознак і властивостей, наслідком з яких є властивості, ознаки, що вивчаються;
- називання основних кроків доведень.

- **Загальне орієнтування у повному змісті теми; домашнє завдання**

Цілі

Загальне орієнтування у повному змісті теми, рівневих вимогах до її засвоєння.

Засоби

Систематизований письмовий виклад теорії (таблиця, плакат, логічна схема);
письмові тексти з вимогами до засвоєння теорії на середньому, достатньому,
високому рівнях (рівневі завдання на відтворення, розуміння теорії);
системи основних типів рівневих задач на застосування теорії.

Методи і прийоми

Ознайомлювально-орієнтувальний метод:

- повідомлення загального плану вивчення теми, кількості уроків;
- ознайомлення з вимогами до засвоєння змісту теми, основними завданнями на його застосування та формами перевірки знань;

- короткий огляд елементів поглибленого змісту та способів, прийомів розв'язування деяких рівневих завдань;
- виконання на рівні розпізнавання завдань достатнього і високого рівнів;
- повідомлення і інструктаж до домашнього завдання.

Зміст домашнього завдання
Основна (обов'язкова) частина

- завдання середнього рівня на відтворення теорії;
- завдання на основні дії за елементами теорії.

Варіативна частина

- Завдання початкового рівня для повторного виконання — учням, що не досягли балів 2 — 3 на початковому етапі;
- доступні завдання середнього, достатнього, високого рівнів - іншим учням (за власним вибором).

**Середній етап (практика; синтез)
Формування базових навичок і умінь**

**Вступна частина
Фронтальне навчання**

- **Відтворення елементів теорії базового змісту**

Предмети навчання

Елементи теорії базового змісту – означення об'єктів, їх частин, елементів, видів; теореми-ознаки, теореми-властивості, формули.

Цілі

Повторення, закріплення елементів теорії базового змісту.

Засоби

Письмові записи систем запитань, завдань на відтворення елементів теорії.

Метод і прийоми

Репродуктивний метод (репродуктивна бесіда, репродуктивні завдання)

Формулювання означень, теорем, формул;
ілюстрування теоретичних положень прикладами, рисунками, символічними записами;
виконання завдань на доповнення теоретичних положень.

Основна частина

Фронтальне навчання

- **Формування базових навичок**

Предмети вивчення

Основні дії з об'єктами вивчення за елементами теорії (прості задачі).

Цілі

Вироблення навичок виконання основних алгоритмічних дій за елементами теорії.

Засоби

Серії однотипних поступово ускладнювальних задач з широким виріюванням несуттєвих властивостей об'єктів вивчення для виконання алгоритмічних дій;
письмові виклади алгоритмів, правил і розв'язувань основних типів задач (записи послідовності складових операцій).

Метод і прийоми

Метод тренувальних вправ

Пояснення учнями розв'язань домашніх простих (однокрокових) задач за попереднім записом на дошці – формулювання відповідного теоретичного положення, правила виконання дії;
формування для кожної серії однотипних задач теоретичної основи виконання дії – теореми, правила, алгоритма;
усне, напівписьмове розв'язування задач серії;
письмове виконання окремих завдань серії;
письмове самостійне виконання задач з різних серій.

• **Формування базових умінь**

Предмети навчання

- Комбіновані задачі на виконання 2-3 дій на основі елементів теорії (ознак, властивостей об'єктів вивчення, а також властивостей родових об'єктів, видових властивостей).

Основні типи задач:

- задачі на послідовне виконання дій: підведення під поняття за означеннями або теоремою-ознакою і встановлення наслідку (виконання алгоритмічної дії);
- задачі на зведення (перетворення) заданих об'єктів у об'єкти стандартного вигляду і виконання алгоритмічної дії;
- задачі з використанням 2 – 3 властивостей об'єктів вивчення;
- задачі на застосування властивостей об'єкта вивчення в сукупності з родовими, видовими властивостями.

Цілі

- Формування базових умінь — умінь системного застосування елементів теорії (ознак, властивостей об'єктів вивчення їх родових і видових властивостей).

Засоби

- Серії однотипних задач на основні (базові) системи дій з об'єктами вивчення;
- Письмові виклади прикладів, схем, кроків розв'язань задач кожної серії.

Методи і прийоми

**Частково-пошуковий метод
(аналітико-синтетична бесіда):**

- встановлення способів розв'язування задач основних типів за допомогою систем запитань, спрямованих на розчленування задач на прості задачі, на самостійну актуалізацію опорних теоретичних положень, алгоритмів;
- запис розв'язань задач на дошці з чітким виділенням кроків;
- ~~бесідець~~ **бесідець** способу розв'язання (називання кроків, використаних елементів теорії).

Метод тренувальних вправ:

- складання загального плану (кроків) розв'язування серії задач, називання теоретичних положень — основ систем дій;
- усне або напівписьмове розв'язування задач серії;
- підмове попереджувальне розв'язування задач (з попереднім поясненням розв'язання);
- самостійне письмове розв'язування (усне пояснення розв'язання при перевірці виконання);
- покрокове розв'язування задач учителями з низьким темпом навчання (виконання кроку після його обговорення).

• **Застосування базового змісту в основних типових, прикладних ситуаціях**

Предмети навчання

- Основні типові, прикладні задачі і їх способи розв'язування.

Цілі

- Усвідомлення систем дій, що складають способи розв'язань типових, прикладних задач;
- вироблення умінь розв'язувати найпростіші і нескладні типові, прикладні задачі.

Засоби

- Серії типових прикладних задач з широким варіюванням несуттєвих умов для розв'язування задач;
- приклади — зразки розв'язань задач, загальні схеми розв'язань задач типу.

Методи і прийоми

Пояснювально ілюстративний виклад (повідомлення зразка розв'язування задач певного типу) або аналітико-синтетична бесіда ("відкриття" способу ("зразка") розв'язання типової задачі).

Метод тренувальних вправ.

- Виконання завдань на вироблення навичок виконання окремих операцій, дій;
- часткове, неповне розв'язування задач серії однотипних задач (складанням математичної моделі без її розв'язування, виконання окремих кроків);
- письмове попереджувальне розв'язування задач (попереднє пояснення, складання плану);
- самостійне письмове розв'язування задач серії.

Головна частина

- Індивідуальна самостійна практика

Цілі

- Закріплення базових навичок, умінь.
- виявлення ступеня сформованості базових навичок і умінь.

Засоби

2 варіанти систем завдань середнього рівня трьох ступенів:

- сукупність завдань, які охоплюють всі алгоритмічні дії з теми за елементами теорії;
- двохкрокові задачі на застосування теорії;
- трьох-крокові задачі на застосування теорії, прикладні задачі.

Метод і прийоми

Письмова самостійна робота

(10—15 хв).

- Самостійне виконання роботи учнями з середнім і високим темпом оволодіння навчальним матеріалом;
- виконання завдань другого-третього ступенів учнями з низьким темпом на основі попереднього пояснення; використання при виконанні роботи зразків;
- перевірка виконання завдань на основі співставлення з правильними розв'язуваннями, відповідями;
- самооцінювання успіхів за критеріями:

"бал 6" — виконання завдань трьох ступенів;

"бал 5" — виконання завдань двох ступенів;

"бал 4" — виконання завдань одного ступеня.

Варіативний спосіб проведення самостійної роботи (короткочасної 5-10 хв): виконання завдань тільки найвишого доступного ступеня (за самостійним вибором).

Фронтальне навчання

- Контрольне опитування

Цілі

Повторення, закріплення основних дій і систем дій з об'єктами вивчення (базових навичок і умінь).

Засоби

Система запитань і завдань (письмовий виклад).

Методи і прийоми

Контрольно-корекційний метод репродуктивна бесіда.

Зміст перевірних запитань і завдань

Запитання і завдання на:

- формулювання основних правил;
- опис послідовності операцій за алгоритмом дії;
- називання елементів теорії, використаних при виконанні завдань варіанту самостійної роботи;
- називання основних кроків розв'язання комбінованих задач (підзадач);
- виклад плану розв'язання задач;
- наведення прикладів (вказування задач) на застосування зазначених двох-трьох елементів теорії.

• Орієнтування в завданнях достатнього рівня; домашнє завдання

Цілі

- Орієнтування в завданнях домашнього рівня;
- спонування до опережального вивчення теми;
- ознайомлення з завданнями для домашньої роботи.

Засоби

Системи завдань достатнього рівня на відтворення і застосування теорії; варіанти систем завдань середнього і достатнього рівнів для домашньої роботи.

Методи і прийоми

Ознайомлювально-орієнтувальний метод:

- ознайомлення з вимогами до засвоєння теорії на достатньому рівні;
- вказівки для кращого запам'ятовування доведень теорем;
- короткий огляд основних задач достатнього рівня на застосування теорії, вказівки на особливості застосування теорії та прийоми зведення задач до стандартних;
- виконання завдань на рівні розпізнавання правильних розв'язань задач достатнього рівня (або деяких їх кроків);
- повідомлення домашнього завдання.

Система завдань середнього і достатнього рівнів на відтворення теорії (для більшості учнів).

Система завдань середнього рівня — для учнів, які не досягли бачення.

Система завдань середнього і достатнього рівнів за високим — для учнів, що досягли бачення.

Завершення

Головний етап: логічне розуміння базового змісту і його застосування

Вступна частина

Фронтальне навчання

Задача *Вс*

- Відтворення доведень теорем базового змісту

Предмети навчання

Доведення теорем базового змісту, їх

логічна структура:

ключова ідея (метод доведення);

основні логічні кроки;

послідовність висновків;

теоретичні положення (означення, аксіоми, теореми), використані при доведенні теорем.

Цілі

Вироблення умінь відтворювати доведення теорем, формування навичок їх логічного осмислення.

Засоби

Загальна пам'ятка-план логічного аналізу доведень теорем;

наочно-логічно структуризовані письмові виклади доведень теорем;

завдання на доповнення записів доведень теорем.

Метод і прийоми

Репродуктивний метод (репродуктивна бесіда, репродуктивні завдання):

Відтворення доведень теорем (усне, письмове);

виконання завдань на доповнення записів доведень;

виконання динамічних рисунків за кроками доведень;

формулювання основних кроків за динамічними рисунками;

складання плану доведення теореми (послідовність основних висновків);

відтворення доведень теорем за планом-схемою.

аналітична бесіда

Встановлення ключової ідеї (методу, поняття) доведення;

перелік теоретичних положень, використаних при доведенні (означень, теорем, аксіом) та основних кроків;

встановлення спільних прийомів у доведеннях різних теорем.

Основна частина

Фронтальне навчання

- Застосування базового змісту в стандартних ситуаціях

Предмети навчання

Стандартні задачі у відношенні до базового змісту теми:

операційно-ускладнені основні алгоритмічні задачі;

операційно-ускладнені основні задачі середнього рівня, що розв'язують за відомою схемою, зразком;

Задачі, що розв'язують на основі конкретизації загального правила порядку виконання дії (наприклад, правила порядку виконання арифметичних, математичних дій).

Цілі

- Повторення, закріплення умінь розв'язувати типові задачі;
- вироблення умінь застосувати базовий зміст теми в різних типах стандартних ситуацій самостійно складати плани розв'язань стандартних задач і їх розпізнавати.

Засоби

- Серії основних стандартних задач;
- Приклади–зразки, схеми, плани розв'язань стандартних задач (письмові виклади).

Методи і прийоми

Метод тренувальних вправ:

- перевірка виконання домашніх завдань за схемою: використані теоретичні положення, правила, основні кроки (послідовність дій, підзадачі);
- усне складання загальних планів розв'язання задач кожної серії однотипних задач; письмові записи планів, схем;
- усне, напівписьмове розв'язування задач серії за складеним планом;
- часткове розв'язування задач, виконання окремих кроків;
- письмове (фронтальне, самостійне) розв'язування однієї-двох задач із серії за завданням або самостійно складеним планом.

Основна частина

Фронтальне навчання

- Застосування базового змісту в змінених ситуаціях

Предмети навчання

Задачі на застосування базового змісту в змінених ситуаціях:

- редуکتивного (реконструктивного) виду, розв'язання яких зводяться на основі нескладних аналітично-синтетичних міркувань до розв'язань стандартних задач;
- конструктивного типу, спосіб розв'язання яких конструюється на основі нескладних аналітично-синтетичних міркувань з відомих дій, систем дій (приймів).

Цілі

- Усвідомлення способів розв'язань основних типів задач реконструктивного і конструктивного видів;
- формування умінь розв'язувати задачі реконструктивного і конструктивного типу.

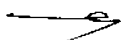
Засоби

- Серії поступово ускладнювальних однотипних задач на застосування базового змісту;
- приклади розв'язань задач кожного типу (завдання-орієнтири).

Методи і прийоми

Метод тренувальних вправ

- Складання планів розв'язування задач серії;
- усне напівписьмове розв'язування задач серії за встановленим загальним планом;
- часткове розв'язування задач — виконання окремих кроків (наприклад, усне зведення до стандартної задачі і її запис);
- письмове розв'язування (1-2 задач з повним записом або тільки з записом проміжних висновків, результатів виконання кроків).



• Логічне поглиблення змісту теми, розвиток теми

Предмети навчання

- Найпростіші логічні наслідки з означень, теорем;
- теореми, що поглиблюють зміст теми, і які доводять на основі методів, прийомів, використаних при доведенні теорем базового змісту;
- складні доведення властивостей, ознак базового змісту.

Цілі

Формувань умінь:

- провести нескладні логічні міркування (одно-двох крокові);
- встановлювати логічні відношення між математичними об'єктами;
- класифікувати об'єкти за видозмінною ознакою;
- умінь доводити нескладні теореми, твердження за вказаним методом, способом або прийомами доведення.

Засоби

- Системи послідовно ускладнювальних логічних завдань на нескладні логічні міркування (безпосередні логічні встановки, одно-двокрокові пояснення, обґрунтування), та класифікація об'єктів;
- теореми й задачі на доведення, на основі прийомів доведення теорем базового змісту;
- завдання-прикладі;
- зразки доведень.

Методи і прийоми

Метод логічних пізнавальних завдань і задач:

- аналіз завдань орієнтирів;
- виконання завдань на доповнення міркувань;
- усне, напівписьмове, письмове виконання завдань на основі вказівок, підказок, завдань-орієнтирів;
- повторне усне виконання логічних завдань;
- розв'язування задач, аналогічних до завдань-орієнтирів.

- Аналітико-синтетична (евристична) бесіда
- "відкриття" доведень теорем.

Головна частина

- Індивідуальна самостійна практика

Цілі

- Закріплення умінь застосувати базовий зміст теми;
- виявлення ступеня сформованості умінь на етапі навчання.

Засоби

- варіанти систем завдань достатнього рівня диференційованих за трьома ступенями: стандартні задачі (1—3 в залежності від складності);
- задача на застосування базового змісту в змінених або ускладнених умовах;
- завдання на поглиблення змісту (доведення, пояснення, тощо) або застосування базового змісту в нових умовах.

Метод і прийоми

Письмова самостійна робота:

- виконання самостійної роботи;
 - варіант 1 з завданнями достатнього рівня рекомендується учням з високим темпом оволодіння, які можуть повністю самостійно виконувати завдання без допомоги;
 - варіант 2 рекомендується учням з середнім темпом; попередньо усно, колективно встановлюється плани виконання завдань;
 - учням, що не досягли середнього рівня, рекомендуються для повторного виконання цього рівня;
 - перевірка правильності виконання завдань на основі співставлення з еталонним виконанням, правильними відповідями;
 - самооцінювання успіхів за кількістю правильно виконаних завдань:
- “бал 9” — виконання завдань трьох ступенів достатнього рівня;
“бал 8” — виконання завдань двох ступенів;
“бал 7” — виконання завдань одного ступеня.

Заключна частина

• Контрольне опитування

Цілі

- Закріплення розуміння доведень теорем базового змісту, основних наслідків з них, та теорем поглибленого змісту;
- закріплення розуміння способів розв'язування стандартних задач і задач на застосування базового змісту в змінених ситуаціях.

Засоби

Система основних запитань і завдань (письмовий висвід).

Метод і прийоми

Контрольно-корекційний метод — репродуктивна бесіда.

Зміст перевірних запитань і завдань

Розуміння доведень теорем базового змісту, наслідків з них.

Запитання на називання, формулювання:

- ключової ідеї (методу, “головного” поняття) доведення теореми;
- кроків доведення теореми;
- використаних теоретичних положень (означень, теорем);
- логічних наслідків з означень і теорем;
- теорем, що поглиблюють зміст тем.

Розуміння способів розв'язання стандартних задач і задач на застосування базового змісту теми в змінених ситуаціях.

Запитання і завдання на:

- називання, формулювання теоретичних положень, використаних при розв'язуванні задач;
- виклад плану розв'язання задач;
- наведення прикладів задач, які зводяться до стандартних вказаним прийомом;
- виклад прийому (системи дій), на основі якого задача зводиться до стандартної

• **Орієнтування в завданнях високого рівня; домашнє завдання**

Цілі
<ul style="list-style-type: none"> ○ Орієнтування в завданнях високого рівня; ○ спонукання до опережального вивчення теми; ○ ознайомлення з завданнями для домашньої роботи.
Засоби
<ul style="list-style-type: none"> ○ Система рівневих завдань на відтворення і застосування теорії; ○ варіанти системи завдань для домашньої роботи.
Методи і прийоми
<p>Знайомлювально-орієнтувальний метод:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ ознайомлення з вимогами до засвоєння теорії на високому рівні; ○ вказівки (опори) для кращого запам'ятовування доведень теорем; ○ огляд системи завдань високого рівнів, надання вказівок, орієнтирів для їх самостійного розв'язування; ○ виконання завдань на рівні розпізнавання правильних кроків розв'язань задач високого рівня; ○ повідомлення домашнього завдання.
Зміст домашнього завдання
<ul style="list-style-type: none"> ○ Системи завдань середнього, достатнього або високого рівня на відтворення теорії (за вибором). ○ Система завдань на застосування теорії: <ul style="list-style-type: none"> ○ середнього рівня для учнів, які не досягли в самостійних роботах бала "6" балів; ○ достатнього рівня — для учнів, які досягли балів "6" достатнього рівня; ○ достатнього або високого рівнів (за самостійним вибором) — для учнів, які досягли достатнього рівня.

Заключний етап

Вступна частина

Фронтальне навчання

• **Відтворення повного змісту теми**

Предмети навчання
<ul style="list-style-type: none"> ○ Означення, теореми і доведення теорем базового і поглибленого змісту.
Цілі
<ul style="list-style-type: none"> ○ Повторення, закріплення елементів теорії повного змісту теми; ○ закріплення умінь відтворювати доведення теорем.
Засоби
<ul style="list-style-type: none"> ○ Письмовий виклад теорії теми; ○ системи запитань і завдань на розуміння повного змісту теми; ○ плани, схеми доведень теорем.

Метод і прийоми

Репродуктивний метод (репродуктивна бесіда, репродуктивні завдання)

Запитання і завдання на відтворення елементів теорії:

- відтворення позначень, теорем (учнями з низьким темпом);
- відтворення доведень теорем базового змісту (учнями з середнім темпом);
- відтворення формулювань і доведень теорем поглибленого змісту (учнями з високим темпом);
- письмове відтворення теорії за завданнями на доповнення;
- доведення теорем за планом-схемою;
- запитання на встановлення “ключової” ідеї (методу, поняття) доведення, перелік тем, теоретичних положень, використаних при доведенні теорем.

Основна частина Фронтальне навчання

- **Застосування повного змісту теми в стандартних ситуаціях**

Предмети навчання

Стандартні задачі на застосування базового і поглибленого змісту теми:

- алгоритмічні задачі підвищеної складності (алгоритмічні дії з найбільш складними типами об'єктів вивчення);
- типові задачі підвищеної складності;
- задачі із значним числом дій, що розв'язують на основі конкретизації загального правила порядку дій;
- стандартні задачі на застосування поглибленого змісту.

Цілі

- Закріплення, вдосконалення умінь розв'язувати стандартні задачі підвищеної складності на застосування базового змісту і стандартні задачі поглибленого змісту.

Засоби

- Серії типових стандартних задач;
- приклади, схеми, плани розв'язань стандартних задач.

Метод і прийоми

Метод ґренувальних вправ:

- аналіз розв'язань стандартних задач, попередньо виконаних учнями (за попередніми записами на дошці);
- пояснення розв'язань задач за їх письмовим викладом;
- усне складання загального плану (последовності дій) розв'язання задач кожної серії однотипних задач, письмові записи, плани, схеми;
- часткове розв'язання задач, виконання окремих кроків;
- письмове (фронтальне, самостійне) розв'язування однієї-двох задач із серії за заданим або самостійно складеним планом.

- **Застосування повного змісту теми в різних ситуаціях (змінених, проблемних, нестандартних):**

Предмети навчання
<p>Задачі на застосування повного змісту в змінених умовах; проблемні задачі, що розв'язують на основі логічних міркувань і які приводять до встановлення нових знань або способів розв'язань задач; нестандартні задачі, що розв'язують на основі здогаду (інтуїції), творчих процедур, прийомів; задачі, що розв'язують на основі додаткових знань.</p>
Цілі
<p>Формування досвіду самостійного знаходження розв'язань задач, творчої діяльності; оволодіння евристичними, творчими прийомами розв'язування задач.</p>
Засоби
<p>Серії задач на застосування повного змісту теми в різних ситуаціях з вказівками, до розв'язань окремих задач; приклади розв'язань задач з виділенням творчих елементів; завдання-орієнтири.</p>
Метод і прийоми
<p>інтуїтивно – пошуковий метод: самостійне опережальне розв'язування задач учнями в домашньому навчанні або класному і повідомлення їх розв'язань іншим учням; знаходження способів розв'язань на основі підказок, вказівок або завдань-орієнтирів; надання консультацій окремим учням за їх власною ініціативою; рефлексивний аналіз розв'язань задач з обговоренням використаних евристичних творчих процедур; повідомлення евристичних схем розв'язування творчих задач, різноманітних евристик (приймів, що скорочують пошук).</p>
● Узагальнення, систематизація повного змісту теми
Предмети навчання
<p>Теорія теми як цілісна логічно впорядкована система знань про об'єкти вивчення; головні, суттєві зв'язки теми з іншими темами; ключові ідеї, методи, прийоми доведення теорем; узагальнені способи, прийоми розв'язування задач; математичні узагальнення (узагальнення змісту тем, в яких вивчаються однорідні об'єкти, наприклад, арифметична і геометрична прогресії).</p>
Цілі
<p>Узагальнення систематизація теорії теми (розділу), способів розв'язання задач.</p>
Засоби
<p>Таблиці (плакати) з логічно впорядкованим викладом теорії (означеннями, теоремами, основними наслідками); схеми основних логічних зв'язків теми; узагальненні схеми, плани розв'язування задач; узагальнюючо-порівняльні таблиці змісту тем про однорідні об'єкти.</p>

Метод і прийоми

Узагальнюючо-систематизуючий метод:

- бесіда за запитаннями на логічну структуру теорії теми, її зв'язки з іншими темами та узагальнені способи розв'язування задач;
- відповіді на запитання за таблицями логічної структури теми, її логічних зв'язків;
- складання таблиць, логічно-структурних схем, діаграм;
- завдання на узагальнення змісту теми і теми про однорідні об'єкти;
- наведення прикладів задач, що розв'язуються за однаковою логічною схемою, методом із використанням вказаних евристик, нестандартних прийомів.



Головна частина Індивідуальна самостійна практика

Цілі

- Закріплення умінь застосовувати зміст теми на особистісному доступному рівні.

Засоби

2 варіанти системи завдань трьох рівнів (середнього, достатнього і високого) з диференціацією складності на кожному рівні за трьома ступенями.

Завдання високого рівня диференціюються за ступенями:

- стандартні задачі на застосування повного змісту теми;
- задача на застосування повного змісту теми в змінених ситуаціях або проблемних;
- нестандартна задача.

Методи і прийоми

Самостійна письмова робота:

- виконання системи завдань доступного рівня;
- перевірка правильності виконання завдань на основі співставлення з еталонним виконанням, правильними відповідями;
- оцінювання успіхів за кількістю правильно виконаних завдань;
- контрольне опитування за завданнями самостійної роботи;

Спрощений варіант проведення самостійної роботи: виконання завдань доступного ступеня вибраного рівня.

Заключна частина Фронтальне навчання

- Орієнтування в підсумковому контролі знань з теми (декількох тем), домашнє завдання

Цілі

- Ознайомлення з завданнями для підсумкового контролю, орієнтування в домашньому завданні.

Засоби

- Письмовий виклад системи рівневих завдань на відтворення теорії для теоретичного заліку;
- варіант перевірконої роботи або тематичної атестаційної контрольної роботи.

Метод і прийоми

Ознайомлювально-орієнтувальний метод:

огляд запитань і завдань для теоретичного заліку, поради з підготовки;
огляд системи рівневих завдань для перевірконої або контрольної роботи;
називання учнями прийомів, методів та розв'язування окремих задач, складання планів розв'язань;
повідомлення домашнього завдання.

Зміст домашнього завдання

Письмові відповіді на запитання теоретичного заліку (одного-двох рівнів за са-
мостійним вибором);

системи завдань одного-двох рівнів на застосування теорії аналогічні перевірним
завданням (за самостійним вибором).

• Тематичний підсумковий контроль

Цілі

Підтвердження (виявлення) рівнів навчальних досягнень учнів, встановлення сту-
пеня павченості на них (повний, неповний, частковий).

Засоби

2 варіанти тестів на розуміння теорії;

письмовий виклад запитань і завдань для теоретичного заліку;

2 варіанти перевірконої (контрольної) роботи з системами завдань середнього,
достатнього і високого рівнів.

Методи, види, прийоми

Контрольно-корекційний метод.

Теоретичний залік

Виконання завдання на розуміння теорії (тест початкового рівня) — усіма учня-
ми;

письмове виконання систем завдань на відтворення теорії доступного рівня (се-
реднього, достатнього або високого) за вибором учня;

репродуктивна бесіда за змістом завдань.

Перевірочна або контрольна тематична робота

однієї теми або 2-3

Виконання завдань рівня, що відповідає кінцевим поточним успіхам у вивченні
теми (вищому балу, отриманому за самостійні роботи) та завдань наступних рів-
нів;

корекція знань за результатами перевірки роботи.