

© П.А. Миненко, 2010

*Криворожский государственный педагогический университет,  
г. Кривой Рог*

## **ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ С ИТЕРАЦИОННЫМИ ПОПРАВКАМИ НА ОСНОВЕ ФИЛЬТРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ МОМЕНТОВ НЕВЯЗОК ПОЛЯ**

Разработан итерационный метод решения нелинейной обратной задачи гравиметрии и магнитометрии на основе совместного применения в одной итерации нескольких видов поправок к параметрам.

**Ключевые слова:** гравиметрия, магнитометрия, обратная задача, итерационный метод, итерационная поправка, фильтрующая функция, моменты невязок поля, критерий оптимизации поправок.

Для решения структурных задач с целью поисков рудного сырья и углеводородов разработаны методы решения обратных линейных задач гравиметрии и магнитометрии (ОЛЗГМ) на фоне гауссовых помех с помощью итерационных методов условной и безусловной оптимизации [1].

Разработаны устойчивые итерационные методы решения обратных линейных и нелинейных задач гравиметрии (ОЛНЗГ) и магнитометрии (ОЛНЗМ) с применением поправок, содержащих весь массив невязок поля [2]. Более того, при негауссовых помехах обратные задачи (ОЗ) решаются с использованием только одного итерационного коэффициента (ИК) для всех неизвестных параметров геологических блоков, как элементов интерпретационной модели (ИМ) [3–5], что ограничивает гибкость метода при получении решения. Кроме того, недостаток существующих устойчивых методов – низкая скорость сходимости итерационного процесса (ИП) к истинному решению ОЗ и, более того, трудности с выходом на конечное решение, обусловленные более быстрым появлением эквивалентного решения (ЭР) для блоков с высокой аномальной плотностью (АП), что снижает геологическую содержательность (ГС) решения ОЗ.

Цель этой работы – создание итерационного метода с более высокой скоростью сходимости ИП и повышение на этой основе ГС решения ОЗ.

Поставленная цель достигается тем, что на каждой  $n + 1$ -ой итерации в известных методах решения ОЗ в итерационной формуле (ИФ)

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}; \quad (1)$$

где  $\tau_{n+1}$ ,  $B_{i,n}$  – ИК и общая итерационная поправка, вычисляемые после каждой  $n$ -ой итерации с учетом значения неизвестного параметра АП  $\sigma_{i,n}$  ( $i = 1, M$ ), полученного на предыдущей итерации, используют аппроксимацию  $B_{i,n}$  статистическими линейными многочленами

$$B_{i,n} \approx B_{p,i,n} = \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i}, \quad (2)$$

где  $M_{m,n,i} = \sum_j (a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha))^m r_{j,n}$  – дискретная реализация интегрального момента  $m$ -го порядка, порожденного массивом невязок поля:

$$r_{j,n} = \sum_i a_{ij} \sigma_{i,n} - g_j; \quad (j = 1, N); \quad (3)$$

$a_{ij}$ ;  $b_{ij} = (a_{ij})'_Z$ ;  $c_{ij} = (b_{ij})'_Z$  – матрицы коэффициентов при неизвестных параметрах  $\sigma_{i,n}$  в решении прямых задач для вертикальных производных гравитационного потенциала;  $g_j$  – измеренное поле силы тяжести;

$$\lambda_{i,x} = \sum_j |a_{i,j,x}|; \quad \lambda_{j,x} = \sum_i |a_{i,j,x}|; \quad (4)$$

$\tau_{m,n+1}$  – неизвестные ИК, подлежащие определению в результате оптимизации;  $\alpha, \beta$  – постоянные величины, равные 1 в начале ИП, а на более поздних итерациях используемые для ручного управления ИП, особенно с целью повышения разрешающей способности итерационных методов на разной глубине или достижения глобального минимума критерия [4, 5].

Для определения глубины  $h_{i,n}$  до блоков вместо (1) используют ИФ в виде [2, 5]:

$$h_{i,n+1} = h_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}; \quad (5)$$

а в (2) вместо  $\lambda_{i,x}$  и  $\lambda_{j,x}$  используют  $b_{ij} = (a_{ij})'_Z$  и

$$\lambda_{i,x} = \sum_j |b_{i,j,x}|; \quad \lambda_{j,x} = \sum_i |b_{i,j,x}|; \quad (6)$$

Для решения ОЗ по аномальному магнитному полю  $Z_{aj}$  вместо (1) используют аналогичную ИФ с интенсивностью намагничивания (ИН) горных пород:

$$J_{i,n+1} = J_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}. \quad (7)$$

Критерий безусловной оптимизации выберем как по невязке поля, так и по поправке к параметрам. Также возьмем и критерий условной оптимизации: по минимуму суммы квадратов поправок к плотности при минимуме суммы квадратов невязок поля во всех точках его измерения, включенных в ИМ ОЗ. Образует формулы невязок и поправок к плотности на  $n + 1$ -ой итерации для метода (1)–(4):

$$r_{j,n+1} = (a_{i,j}, \sigma_{i,n+1}) - g_j = \left( a_{i,j}, \sigma_{i,n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i} \right) - g_j; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} M_{m,n+1,i} &= (r_{j,n+1}, a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha)) = \\ &= \left( a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha), \left( a_{i',j}, \sigma_{i',n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i'} \right) - g_j \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Составим критерии оптимизации

$$F_r = \sum_j r_{j,n+1}^2 = \min; \quad F_M = \sum_i M_{m,n,i}^2 = \min; \quad (10)$$

$$F_{M,L,r} = F_M + L(F_r)'_{\tau}; \quad F_{r,L,M} = F_r + L(F_M)'_{\tau}, \quad (11)$$

где  $L$  – коэффициенты Лагранжа (КЛ).

Возьмем частные производные от (10)–(11) по ИК, приравняем их к нулю и получим системы уравнений для вычисления всех  $\tau_{m,n+1}$ . В этой статье приведены лишь системы уравнений для безусловной оптимизации по критериям (10), поскольку метод условной оптимизации по критериям (11) практически не отличается от него, а КЛ для него определяют способами, изложенными в [6].

$$\begin{aligned} (F_r)'_{\tau_{m,n+1}} &\Rightarrow \sum_j \left( a_{i,j}, \left( \sigma_{i,n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i} \right) - g_j \right) (a_{i,j}, M_{m',n,i}) = 0; \\ (F_M)'_{\tau_{m',n+1}} &\Rightarrow \sum_i \left( a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha), \left( a_{i',j}, \left( \sigma_{i',n} - \sum_{m=1}^{m=p} \tau_{m,n+1} M_{m,n,i'} \right) - g_j \right) \right) \times \\ &\quad \times (a_{i',j}, M_{m',n,i'}) a_{i,j} / (\lambda_i^\beta \lambda_j^\alpha) = 0; \end{aligned} \quad (12)$$

Программная реализация метода (12) выполнена при  $p = 3$  для магнитного поля  $Z_{a,j}$ , измеренного в пределах Украинского щита.

**Заключення.** Предложенный метод позволяет получать более достоверные результаты решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии.

**Перспектива дальнейших исследований.** Необходимо разрабатывать методы с другими наборами условий оптимизации для сравнения их эффективности с предложенным и более ранними методами.

1. *Миненко П.А.* Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии // Геоинформатика. – № 4. – 2006. – С. 41–45.
2. *Миненко П.А.* Экстремальные итерационные методы решения обратной задачи магнитометрии при исследованиях на кристаллическом фундаменте // Доп. НАН України. – 2007. – № 4. – С. 137–141.
3. *Миненко П.А., Миненко Р.В.* Фильтрационные экстремальные итерационные методы решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии // Обробка сигналів та негауссівських процесів: праці II наук.-практ. конф. до 70-річчя від дня нар. проф. Ю.П. Кунченка (25–29 трав. 2009 р., м. Черкаси). – Черкаси, 2009. – С. 144–146.
4. *Миненко П.А.* Фильтрация интенсивных помех в обратной линейной задаче гравиметрии при исследованиях на кристаллических щитах // Науковий вісник НГУ. – 2006. – № 6. – С. 38–43.
5. *Миненко П.А.* Обратная нелинейная задача гравиметрии для структурных исследований // Науковий вісник НГУ. – 2008. – № 5. – С. 24–28.
6. *Миненко П.А.* Метод однокритеріальної умовної оптимізації в обернутих задачах гравиметрії з декількома інтерпретаційними моделями // Геоінформатика. – № 4. – 2008. – С. 39–44.

### **Обернена задача гравіметрії та магнітометрії з ітераційними поправками на основі фільтруючих функцій моментів нев’язок поля П.О. Міненко**

**РЕЗЮМЕ.** Розроблено ітераційний метод розв’язку лінійної оберненої задачі гравіметрії та магнітометрії на основі сумісного використання в одній ітерації декількох видів поправок до параметрів.

**Ключові слова:** гравіметрія, магнітометрія, обернена задача, ітераційний метод, ітераційна поправка, фільтрувальна функція, моменти нев’язок поля, критерій оптимізації поправок.

### **Return problem gravity and magnetic with iterative amendments on the basis of filter functions of moments of divergences of field P.A. Minenko**

**SUMMARY.** Created an iterative method of the decision of a nonlinear return problem gravity and magnetic on the basis of joint application in one iteration of several types of amendments to parameters.

**Keywords:** gravimetric survey, magnetic survey, return problem, iterative method, iterative amendment, moments of divergences of field, criterion of optimization of amendments.