Міністерство освіти та науки України
Національна металургійна академія України

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Збірник наукових праць
Випуск VII

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ НМетАУ
2008

УДК 371

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VII: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2008. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – 448 с.

Збірник містить статті з різних аспектів дидактики математики і проблем її викладання в вузі та школі. Значну увагу приділено питанням розвитку комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математики та модернізації математичної освіти в контексті орієнтирів Болонського процесу.

Для студентів вищих навчальних закладів, аспірантів, наукових та педагогічних працівників.

Друкується згідно з рішенням ученої ради Національної металургійної академії України, протокол №7 від 6 березня 2008 р.

ISBN 966-8413-20-1

Розділ I

Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання математики

ПРОБЛЕМА ВИБОРУ СУБ'ЄКТА ПОБУДОВИ КОМП'ЮТЕРНИХ МОДЕЛЕЙ В ПРОГРАМАХ ДИНАМІЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Є.Ф. Вінниченко
м. Чернігів, Чернігівський державний педагогічний університет
імені Т.Г. Шевченка
E_F_Vinnichenko@ukr.net

Використання інформаційних технологій при вивченні математики вже стало невід'ємною складовою навчального процесу. З кожним роком все частіше використовуються як в процесі проведення занять, так і для самопідготовки різноманітні електронні посібники, інструментальні та моделюючі програмні засоби, Інтернет та мультимедіа-технології. Важливим при цьому є визначення відповідних методик використання вищеозначених засобів навчання.

Одним з питань, що виникають в процесі підготовки вчителя математики до уроку, є питання використання моделюючих програм і, зокрема, побудови моделей для розв'язування задач. Особливо це стосується проведення занять з геометрії з використанням моделюючих програмних засобів типу "*GRAN-2D*", "*DG*", "*Cabri*" тощо. Використання таких програм дозволяє вчителю досить швидко підготувати наочний матеріал до багатьох тем з курсу шкільної і окремих тем курсу вищої математики та подати його на екрані комп'ютера або на дошці з використанням мультимедійного проектора. Однак необхідно визначити, в яких випадках вчителю необхідно готувати таку модель самостійно, а коли доцільно покласти це на учнів або студентів.

Найчастіше порядок дій при побудові комп'ютерної моделі у згадуваних комп'ютерних програмах майже співпадає з порядком виконуваних побудов в учнівському зошиті, а це дозволяє учню швидше адаптуватися до використання таких програм у власній діяльності. Тим більше, що для спрощення сприйняття в комп'ютерних програмах всі допоміжні побудови після створення моделі можна сховати, чого практично не можна зробити в зошиті.

Але необхідно зауважити, що на відміну від статичних моделей, які будуються в зошиті або на дошці, при побудові динамічних моделей особливого значення набуває правильний вибір залежних та незалежних об'єктів, їх взаємозв'язок. Для досягнення максимальної ефективності потрібно обирати послідовність побудов таким чином, щоб всі необхідні перетворення на площині здійснювались автоматично при зміні користувачем одного чи кількох певних параметрів.

На цьому етапі і виникає дилема: хто саме – вчитель чи учень – повинен створювати таку модель? З одного боку, вчитель краще розуміється в особливостях використання програми, у взаємозв'язках залежних та незалежних об'єктів моделі, а отже, побудувавши модель самостійно, може зекономити час, зосередивши увагу учнів власне на розв'язуванні задачі. З іншого боку, не даючи змоги учню працювати з програмним засобом, вчитель не зможе ефективно навчити учня створювати відповідні моделі, розібратися у взаємозв'язках об'єктів моделі, привчити до самостійного пошуку, експерименту.

Нехай для розв'язання деякої задачі необхідно розглянути зображення на рисунку 1. Що саме зображене на цьому рисунку: трикутник, вписаний в коло, чи коло, описане навколо трикутника?

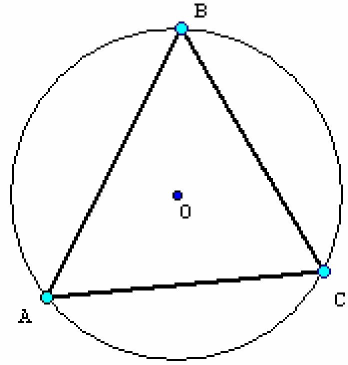


Рис. 1

Створюючи подібний малюнок в зошиті, учень може піти двома шляхами:

1) намалювати три точки на площині, які визначають вершини трикутника, а потім, визначивши центр описаного кола як точку перетину серединних перпендикулярів до сторін трикутника, описати навколо цього трикутника коло (фактично коло описується навколо заданого трикутника);

2) намалювати довільне коло, а потім на колі розмістити три точки, які і будуть визначати вершини трикутника (фактично трикутник вписується в задане коло).

Принципової різниці з точки зору власне зображення – немає. Більше того, в будь-якому з цих випадків, будуть одержані однакові малюнки, які в подальшому ніяким чином не впливатимуть на хід розв'язування задачі. Оскільки другий шлях значно легший, то переважна більшість учнів і майже всі студенти обирають саме його. При цьому, як правило, вони не акцентують увагу на те, що саме – коло або трикутник – є вихідним за умовою задачі. І деяких вчителів така ситуація також влаштовує, оскільки значно економиться час, відведений на розв'язування задачі.

Однак при створенні аналогічних моделей за допомогою програмних засобів на перший план як раз і випливає правильність побудови моделі задачі.

Побудова моделі за першим з цих шляхів призведе до того, що ми одержимо таку модель, коли кожна з вершин трикутника може вільним чином переміщуватись по площині, змінюючи тим самим вигляд трикутника. Відповідним чином буде змінюватись і коло, що описане навколо цього трикутника, при цьому центр та радіус описаного кола будуть залежати від розташування вершин трикутника (рис. 2).

При побудові комп'ютерної моделі за другим шляхом, одержимо модель трикутника, вписаного в коло. В цьому випадку головним об'єктом виступає коло, а вершини трикутника прив'язані до нього, тобто вони є напівзалежними. Розташування вершин трикутника можна змінювати, але це не впливає на розташування і радіус кола, на якому вони знаходяться, і навпаки, змінюючи центр або радіус кола, тим самим змінюється і розташування вершин трикутника (рис. 3).

Таким чином, вибір способу побудови моделі користувачем залежатиме від умови задачі. І якщо для малюнка в зошиті це не завжди є критичним, то для комп'ютерної моделі – в переважній більшості випадків.

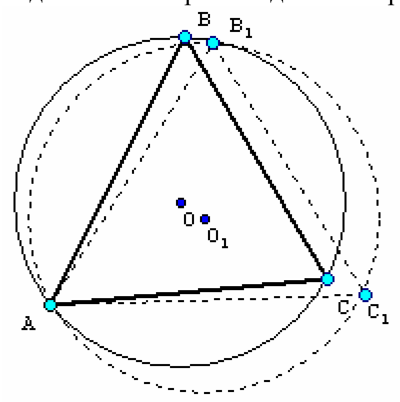


Рис. 2

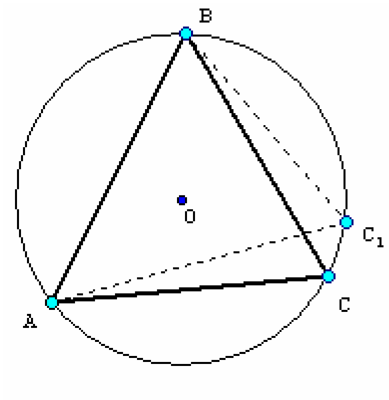


Рис. 3

Використання на уроках подібних задач, створення відповідних моделей до них, вимагає від учнів осмисленого, зваженого підходу до порядку виконуваних дій, усвідомлення взаємозв'язків між окремими елементами моделі, передбачення наслідків своїх вчинків. Зрозуміло, що без певних шаблонів обійтися неможливо (наприклад, побудова серединного перпендикуляру або того ж кола, описаного навколо трикутника), але їх вплив на результати діяльності мінімальний.

Відповідно до цього, на нашу думку, один з можливих шляхів вирішення поставленого вище питання можна подати наступним чином:

Модель створюється вчителем:

1. *При ознайомленні учнів з новою темою*. Оскільки новий матеріал учням ще невідомий, то при самостійній побудові моделі увага буде зосере-

джуватись не тільки на сприйнятті нового матеріалу, але й на власне процесі побудови моделі, що не є прийнятним.

2. *Побудова моделі вимагає значного часу*. Зекономлений час може бути витрачений вчителем з різною освітньою метою, при цьому учні матимуть змогу самостійно розібратися в запропонованій моделі.
3. *Процес побудови моделі не є принциповим для розв'язування задачі*. В цьому випадку при самостійній побудові моделі учнем лише відпрацьовуються навички роботи з програмою, що не є метою на заняттях з математики.

Модель створюється учнем (студентом):

1. *Після детального ознайомлення з новою темою*. Переключення уваги з математичної моделі на комп'ютерну в процесі розв'язування задачі не тільки не знижує ефективності роботи учня, але й сприяє розвитку окремих психологічних рис його особистості.
2. *Побудова моделі наводить на ідею щодо шляху розв'язування задачі*. В окремих випадках не тільки проведення комп'ютерних експериментів з готовою моделлю призводить до появи в учня ідеї розв'язування задачі, а й власне побудова цієї моделі може підказати шлях, що веде до розв'язку.
3. *Модель є достатньо простою*. В тому випадку, коли для створення моделі задачі потрібно небагато часу, учню корисно її побудувати самостійно, тим самим експериментуючи та відпрацьовуючи навички роботи з програмою.
4. *Розв'язування домашнього завдання та самопідготовка*. В цьому випадку учень, не обмежений часом уроку, може розглянути різні способи побудови моделі, поекспериментувати з нею. Тим самим він глибше засвоює матеріал, відпрацьовує навички роботи з програмою, розкриває свій творчий потенціал.

Таким чином, зважаючи на мету, яку ставить вчитель на уроці, пропонуючи учням ту чи іншу задачу, з врахуванням запропонованих критеріїв, вчитель може знайти відповідь на питання, поставлене на початку роботи.

Література:

1. Вінниченко Є.Ф. Розвиток творчих здібностей старшокласників у процесі навчання інформаційних технологій розв'язування математичних задач: Дис. … канд. пед. наук: 13.00.02. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2006. – 234 с.
2. Жалдак М.І., Вітюк О.В. Комп'ютер на уроках геометрії. – К.: ДІНІТ, 2004. – 154 с.
3. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. – Х.: Факт, 2005. – 360 с.

РОЗВИТОК ДИНАМІЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ТА ОСОБЛИВОСТІ ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

Н.В. Шаповалова
м. Київ, Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
shaponv@rambler.ru

Ідея динамічної геометрії, або інтерактивних геометричних систем (ІГС), нараховує вже біля 20 років. Сьогодні програми, що засновані на ній, визнаються у всьому світі найбільш ефективним засобом навчання математиці із застосуванням інформаційно-комп'ютерних технологій. Найбільше поширення здобули програми Cabri (Франція) и The Geometer's Sketchpad (США; в російських версіях остання відома як «Жива Геометрія» и «Жива Математика»), GRAN (Україна).

На відміну від традиційного геометричного креслення або рисунка, який виконаний на аркуші паперу або за допомогою «звичайних» систем комп'ютерної графіки, рисунок, створений у середовищі динамічної геометрії, – це модель, що зберігає не лише результат побудови, але й вихідні дані, алгоритм побудови і математичні залежності між об'єктами. При цьому всі дані легко доступні для змін (можна рухати, тобто переміщати за допомогою комп'ютерного маніпулятора (миші) точки, варіювати довжини відрізків, вводити з клавіатури нові значення числових даних та ін.). І результат цих змін одразу, в динаміці, можна побачити на екрані комп'ютера. До того ж розширюється набір інструментів побудови (який містить, наприклад, геометричні перетворення), зростають можливості оформлення рисунка (розмір ліній, колір), уможливлюється анімація (автоматичне переміщення об'єктів). Такі основні можливості відкриває перед нами динамічна геометрія.

Методичні особливості використання засобів динамічної геометрії полягають в тому, що ними можна користуватись як вдома, так і в школі, і у ВНЗ при різноманітних формах проведення занять і при різній комп'ютерній оснащеності учбового класу; вони дозволяють швидше і ефективніше оволодіти шкільним курсом з математики, підвищують здатність до запам'ятовування матеріалу; забезпечують можливість вивчення математики на основі діяльнісного підходу за рахунок впровадження елементів експерименту і дослідження в учбовий процес; підвищують міру емоційного залучення учнів і студентів, забезпечують спроможність постановки творчих задач і організації нових проектів; показують, яким чином сучасні технології ефективно застосовуються для моделювання і візуалізації математичних понять.

Програмне середовище дозволяє організовувати різноманітні форми учбово-практичної діяльності.

Програми можуть бути використані автором (наприклад, вчителем, викладачем) для створення конкретних моделей-завдань, які містять пояснення матеріалу, заготовки геометричних об'єктів, тексти з умовами і рисунки з даними, пошагові плани побудов та іншу інформацію. Після чого учні або студенти працюють не з програмою, а з цими готовими моделями.

Також в динамічній геометрії можна створювати напівфункціональні і автономні програми заданих моделей. Програми можуть використовуватися як інструментальне середовище для самостійної роботи учнів на уроці, студентів на занятті (або вдома) «з чистого аркуша». При цьому перед учнями ставляться задачі побудови та дослідження визначених об'єктів, в ході розв'язання яких і повинні досягатися ті або інші учбові цілі.

Використання програм в такій якості відповідає самим сучасним педагогічним концепціям, хоча і вимагає якісної перебудови учбового процесу, а саме підготовку нових підручників та посібників, розрахованих на проектну, пошукову діяльність учнів, перепідготовку викладачів.

Розглянемо класифікацію динамічних моделей і форми їх використання в учбовому процесі.

1. Статичні рисунки-ілюстрації.
2. Маніпулятивні моделі для дослідження.
   2.1. Зроби геометричне відкриття
   2.2. Проведи чисельний експеримент
   2.3. Відкрий механізм змін
   2.4. Вибери правильний ракурс
   2.5. Визнач граничні значення
   2.6. Досліди геометричне місце точок
3. Конструктивні завдання.
   3.1. Виконай побудову циркулем і лінійкою
   3.2. Побудуй, використовуючи обмежений набір інструментів
   3.3. Як побудувати, якщо обмежений доступ до об'єктів
   3.4. Проведи стереометричну побудову
4. Завдання з перевіркою побудови або відповіді.
   4.1. Перевірка побудови
   4.2. Перевірка заповнення символьного/текстового рядка
5. Сценарні презентації і тренажери.
   5.1. Скористайся візуальною підказкою
   5.2. Вивчи побудову по пунктам

Розглянемо більш детально перший вид динамічних моделей та доцільність їх використання. Необхідність супроводжувати геометричну задачу рисунком – це одне з найбільш простих завдань, але воно на практиці найчастіше постає перед студентами. Геометричний рисунком в *до-комп'ютерному* розумінні – це рисунок на папері або дошці «від руки довільно» або з використанням лінійки. Така ілюстрація не завжди акуратна, її важко виправити, не перероблюючи заново.

Креслення в *растрових* комп'ютерних графічних редакторах (наприклад, найпростіший Paint). Рисунок легше виконати акуратно, але щось виправити важко – доведеться витирати і рисувати заново.

Рисування у *векторних* графічних редакторах (наприклад, рисувальні інструменти в MS Word або спеціалізовані пакети типа CorelDraw, Illustrator). Рисунки виходять якісні, всі об’єкти легко редагуються. Однак, векторні графічні редактори не володіють найважливішою властивістю програм динамічної геометрії – зв’язністю об’єктів, що визначається геометричними характеристиками побудови.

Рисунок побудови на екрані монітору повинен при зміні одного з елементів автоматично змінювати і пов’язані з ним елементи – перпендикуляр до прямої повинен залишатися перпендикуляром, бісектриса кута – бісектрисою, вписане коло – вписаним та ін., що дозволить при необхідності легко видозмінити елементи рисунка як динамічно пов’язане спільне ціле і добитися вказаних в задачі співвідношень.

Тому мати можливість користування зручним програмним інструментом для створення акуратних ілюстрацій дуже важливо, а якісно виконаний рисунок іноді може підказати студенту спосіб розв’язання задачі.

Маніпулятивні моделі дають можливість рухати рисунок, який включає всі пов’язані разом його елементи не лише однієї геометричної фігури, а й неперервну сім’ю геометричних фігур, як спільне ціле. Під час цих маніпуляцій якісь елементи, властивості або закономірності залишаються незмінними, інваріантними. Вміння побачити і відчути їх стимулює творчий потенціал студентів, розвиває в них уяву і просторове мислення, вміння формулювати і розуміти геометричні закономірності, істотно підвищує рівень емоційного піднесення і причетності до відкриття деякого факту, а також запам’ятовуваність матеріалу, який вивчається.

Іноді в стереометричній задачі достатньо подивитись на просторовий рисунок з правильного ракурсу – і принцип розв’язання задачі стає зрозумілим.

На маніпулятивних моделях дуже цікаво простежується питання про наявність і кількість розв’язків даної задачі в залежності від вихідних даних або накладених умов.

Найважливішим класом учбових завдань в курсі конструктивної геометрії є задачі на побудову, які вимагають використання студентом наявних віртуальних інструментів. Будь-яка «класична» шкільна задача на побудову за допомогою циркуля і лінійки може бути зображена в інтерактивній комп’ютерній формі. Причому як на готовому рисунку, так і у всіх проміжних етапах розв’язання важливу роль грає можливість перевірки правильності побудови при варіації даних задачі – коли здається, що нібито рисунок є правильним, а він спотворюється або взагалі зикає при деформуванні вихідних об’єктів, якщо він був створений лише візуально схожим *рисуванням*, а не геометрично коректною *побудовою*. Важливим доповненням до побудови слугує також можливість експериментального дослідження меж існування розв’язків.

Використання засобів динамічної геометрії надає можливість при складанні задачі обмежити її інструментами, за допомогою яких необхідно виконати побудову. Цікаво, що змінюючи набір цих інструментів можна із однієї і тієї ж задачі зробити декілька задач різного геометричного змісту.

Одним з видів задач на побудову є задачі з так званими «недоступними» елементами, які необхідно вміти розв’язувати, використовуючи отримані раніше знання про геометричні фігури та геометричні перетворення.

Задачі на побудову в інтерактивній комп’ютерній формі можуть мати функцію автоматичної перевірки розв’язку і не лише впливати на формування оцінки, а й надавати неправильні або неповні розв’язки і відповіді коментарями.

Також за допомогою програмних засобів можна перевіряти не лише геометричні побудови, але й правильність введеної чисельної відповіді, текстовий рядок та інші форми відповідей.

Широкі методичні можливості надаються динамічною геометрією для пошагового сценарію роботи з багаторівневими завданнями. Дуже корисні, наприклад, динамічні рисунки з візуальними підказками. На цих рисунках частина інформації, яка виконує роль підказки, спочатку прихована. Доступ до підказки може бути як прямим(виклик посиланням-кнопкою), так і вимагати від студента попереднього виконання деяких дій. Підказкою може бути додаткова побудова, значення деякої величини, анімоване перетворення фігури та інше. Важливо, що підказки носять невербальний характер і тим самим розвивають геометричну уяву, інтуїцію, вміння сприймати порізному надану їм інформацію.

Можна створювати і пошагові демонстрації міркувань (презентації). На таких рисунках, як правило, надається стислий текст, що описує по шагам хід доведення, побудови або обчислення і мітить гіперпосилання, які керують показом. При цьому користувач може (або навіть повинен) виконувати на рисунку деякі дії. Рисунки цього виду слугують заміною фрагментам підручника і особливо корисні при самопідготовці.

Створення програмних засобів для розв’язування задач вузівського курсу геометрії, який включає в себе аналітичну, конструктивну, проективну геометрії, методи зображень, диференціальну геометрію, основи геометрії є невідкладним і дуже важливим завданням відсьогодні.

Вивчення курсу геометрії, як одного з фундаментальних курсів математичної підготовки майбутніх вчителів, відкриває широкі можливості для їх інтелектуального розвитку, а саме для формування та розвитку логічного мислення, просторових уявлень і уяви, алгоритмічної культури, вміння встановлювати причинно-наслідкові зв’язки, будувати математичні моделі досліджуваних процесів і явищ, обґрунтовувати отримані висновки та інше.

Розв’язанню проблеми приведення освітнього і культурного рівня педагогічних кадрів у відповідність до швидкого розвитку науки і техніки, суспільно-політичних і соціально-економічних процесів, та процесу стандартизації освіти сприяє розвиток інформаційної підготовки студентів.

Хоча математичні моделі завжди містять недостатньо розкриті характеристики досліджуваних об’єктів, що заважає досягненню абсолютної точності і адекватності даних моделей реальним процесам, але не зменшує їхньої наукової цінності як інструментів аналізу, спостереження, порівняння і прогнозування різного роду явищ у всіх сферах суспільного життя.

Органічне поєднання і взаємозв’язок математичного і комп’ютерного моделювання в підготовці студентів є необхідним елементом навчального процесу і дослідницької діяльності. Набуття студентами вищих навчальних закладів вмінь самостійно розробляти моделі для застосування у навчальному та виробничому процесах, розробляти методику проведення занять з використанням комп’ютерного моделювання, створювати нові моделі та вдосконалювати існуючі в своїй дослідницькій діяльності є невід’ємним елементом освітньої підготовки майбутніх фахівців.

Ускладнення самих досліджуваних об’єктів стимулює науковців до розробки та вдосконалення математичних моделей, які застосовуються для їх аналізу. З плином часу постає необхідність впроваджувати більш комплексні десегментовані синергетичні моделі реальної дійсності, побудовані на основі комбінування і синхронізації суспільних процесів в ході наукового пізнання, що є найбільш актуальним завданням сучасної науки.

Література:

1. Дубровский В.Н. (n.d./2004) Динамическая стереометрия [WWW document]. URL http://ict.edu.ru/vconf/index.php?a=vconf&c=getForm&r= thesisDesc&id_sec=154&id_vconf=27&id_thesis=6387&d=light (05 січня 2008).
2. Дубровский В.Н. Неожиданный ракурс // Квант. – 1980. – №2.
3. Дубровский В.Н. Стереометрия с компьютером // Компьютерные инструменты в образовании. – 2003. – №6.
4. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання: Збірник наукових праць. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова. – Випуск 7. – 2003. – С. 3–16.

ПІДВИЩЕННЯ КВАЛІФІКАЦІЇ ВЧИТЕЛЯ В ПИТАННЯХ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ

Т.Г. Крамаренко
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет
Tanya@Kramarenko.com.ua

Постановка проблеми. Володіння інформаційно-комунікаційними технологіями (ІКТ) та високий рівень інформаційної культури особистості є необхідними якостями фахівця будь-якого профілю, а серед них і вчителя математики. Підготовка вчителя до використання ІКТ у навчанні математики є однією з умов розвитку особистості учня в процесі комп’ютерно-орієнтованого навчання. Оскільки впровадження ІКТ в освітній процес здебільшого здійснюється через комп’ютерно-орієнтований урок, тому поряд з питанням добору “інтелектуальних” комп’ютерних програм постає проблема педагогічної майстерності вчителя, уміння конструювати і розробляти ним уроки на основі методологічних і методичних положень та вимог.

Аналіз досліджень і публікацій. Характеризуючи важливі компоненти інформаційної культури сучасного вчителя математики, М.І. Жалдак [1] виділяє вміння грамотно працювати з будь-якими відомостями і такі специфічні компоненти, як уміння використовувати ІКТ для підготовки, супроводу, аналізу, коригування навчального процесу; вміння добирати найбільш раціональні методи і засоби навчання, враховувати індивідуальні особливості учнів, їх запити, нахили і здібності; вміння ефективно поєднувати традиційні методичні системи навчання з ІКТ.

Ю.В. Триус та С.А. Раков акцентують увагу на компетентнісному підході в навчанні майбутніх вчителів математики. Під компетентністю розуміють спеціально структуровані набори знань, умінь, навичок, що їх набувають в процесі навчання, і які спрямовані на досягнення високих результатів в певних видах діяльності. Для майбутнього вчителя математики найбільш значимими є навчальна компетентність (уміння вчитися), компетентність з ІКТ, математичні компетентності [3]. Процедурна математична компетентність означає наявність умінь використовувати різноманітні інформаційні джерела, включаючи Інтернет-ресурси; систематизацію типових задач через встановлення критеріїв зведення; використання на практиці алгоритмів розв’язування задач. Володіння сучасними математичними пакетами (технологічна компетентність) набувається як через розв’язування типових задач з використанням педагогічних програмних засобів (ППЗ), систем комп’ютерної математики (СКМ), так і через уміння оцінювати похибки при використанні наближених обчислень; будувати комп’ютерні моделі для предметної області задачі з метою її евристичного, наближеного або точного розв’язку; досліджувати комп’ютерні моделі за допомогою комп’ютерних експериментів. Суттєвою є дослідницька компетентність як володіння математичними методами дослідження соціально та індивідуально значущих задач. Вона набувається через формулювання (постановку) математичних задач з урахуванням ідеалізації, узагальнення, специфікації. Дослідницька компетентність передбачає наявність умінь будувати аналітичні та алгоритмічні (комп'ютерні) моделі задач; висувати та емпірично перевіряти справедливість гіпотез, спираючись на відомі методи (індукція, аналогія, узагальнення), а також на власний досвід досліджень; інтерпретувати результати, отримані за формальними методами, у термінах вихідної предметної області задачі. Важливо вміти систематизувати отримані результати, а саме, досліджувати межі застосування отриманих результатів, встановлювати зв'язки з попередніми результатами, модифікувати вихідну задачу, шукати аналогії в інших розділах математики та інших галузях знань тощо. Не менш важливою характеристикою вчителя є методологічна компетентність як уміння оцінювати доцільність використання математичних методів для розв'язування задач, формулювати (ставити) математичні задачі на основі аналізу суспільно та індивідуально значущих проблем; рефлексувати власний досвід розв'язування задач та подолання перешкод з метою постійного вдосконалення власної методології проведення досліджень.

В певній мірі вирішувати проблему підвищення кваліфікації вчителя математики з ІКТ може запровадження спеціальних курсів. Наприклад, курсу "Навчальні дослідження та їх підтримка засобами ІКТ у курсі геометрії (алгебри і початків аналізу) загальноосвітніх навчальних закладів" [2]. Для підготовки майбутніх вчителів математики доцільно як розробляти навчальні курси, де студенти могли б набувати навичок використання ППЗ в навчанні, так і використовувати комп'ютерно-орієнтовані засоби при вивченні курсу "Методика навчання математики". Важливо усунути протиріччя між педагогічним потенціалом використання засобів ІКТ у процесі навчання математики і реальною педагогічною практикою.

Мета дослідження. У рамках визначеної проблеми потребують подальшого дослідження питання, пов'язані з розробкою і апробацією спеціальних курсів "Інформаційно-комунікаційні засоби навчання математики" для студентів педагогічного навчального закладу і курсів підвищення кваліфікації вчителів математики.

Основний матеріал. Анкетування слухачів курсів підвищення кваліфікації свідчать про те, що на сучасному етапі вчителі математики не в повній мірі готові до проведення уроків з комп'ютерною підтримкою, тому що не мають досвіду такого навчання, відчувають брак методичної літератури, дидактичних матеріалів. Невмотивовані впроваджувати ІКТН математики як досвідчені вчителі, так і молоді спеціалісти, які мають незначний досвід такої роботи.

Одним із шляхів удосконалення освітньої, наукової та професійної підготовки педагогів є участь в роботі творчих груп, майстер-класів методичного кабінету, курсів підвищення кваліфікації. Проведення практикумів на базі кабінету, відкритих засідань творчої лабораторії вчителів-методистів сприяє взаємозбагаченню вчителів. Організовані на громадських засадах заняття, допоможуть педагогу навчитися ефективно застосовувати ППЗ на уроках математики, на спецкурсах, в організації дослідницької роботи учнів. Ефективність роботи в значній мірі залежить від рівня математичної підготовки учасників та уміння користуватися комп’ютером, від мотивації навчальної діяльності. Робота в групах, методи інтерактивного навчання можуть забезпечити учасникам навчального процесу створення ситуації успіху. Заняття доцільно проводити за такою структурою: мотивація діяльності та очікувані результати; демонстрація готових моделей, матеріалів та наслідування операцій; обговорення в парах чи в малих групах плану реалізації нового завдання, включаючи постановку його для вчителя і для учня; ознайомлення в широкому колі учасників з умовами завдань; практичне спрямування на розв’язування поставленої проблеми, створення моделей для дидактичної гри, роздаткових матеріалів; захист створеної продукції в групах представників; рецензування виконаної роботи представником іншої групи; анонс творчих проектів; нових ППЗ тощо; домашнє завдання, яке може передбачати розробку планів-конспектів комп’ютерно-орієнтованих уроків та подальший обмін ними, а також містити підготовчі завдання до наступного заняття (наприклад, виконати малюнок і описати кожну з ліній рівняннями); рефлексія.

Питання вибору ППЗ для навчання математики вирішуються не тільки за технічними характеристиками чи оцінкою зручності засобів у використанні, але й пов’язані з питаннями ліцензійності засобів та їх ціною. Тому вчителям найкраще використовувати у роботі вітчизняні педагогічні програмні засоби. Вивчаючи, наприклад, ППЗ GRAN1, пропонували вчителям розробляти фрагменти, плани уроків для вивчення як окремих типів функцій, так і елементарних перетворень графіків; досліджувати функції з використанням похідної; розв’язувати задачі статистики, задачі на обчислення інтегралів та ін. Спрощує роботу вчителя використання текстів завдань чи презентацій, що містять гіперпосилання на певні файли, створені за допомогою ППЗ.

З метою формування у майбутніх вчителів математики математичних компетентностей і компетентностей з ІКТ, нами розроблено і апробовано робочу програму навчального курсу “Інформаційно-комунікаційні засоби навчання (ІКЗН) математики”. Програму складено на основі галузевого стандарту вищої освіти за вимогами кредитно-модульної системи навчання для підготовки бакалаврів за спеціальністю “Педагогіка і методика середньої освіти. Математика” (див. на компакт-диску). Вивчення курсу передбачається в шостому семестрі. Розподіл навчального часу: загальна кількість годин (72 год.), що відводяться на курс, ділиться на лекції (4 год.), лабораторні (32 год.) та самостійну роботу студентів (30 год.).

Курс є інтегрованим, він спирається на знання студентів, уміння і навички, отримані при вивченні курсів “Інформаційні технології” і “Методика навчання математики” та доповнює їх. Метою курсу є також формування теоретичної бази знань про структуру комп’ютерно-орієнтованої методичної системи навчання математики, про сутність, психолого-педагогічні засади і технологічні основи впровадження ІКЗН математики, вироблення у студентів практичних умінь і навичок застосування ППЗ у процесі навчання математики; забезпечення умов для неперервної самоосвіти на основі систематичної самостійної роботи; для підвищення рівня знань і розвитку творчих здібностей особистості.

В основі вивчення курсу лежить ідея продуктивного освоєння програмних засобів навчального призначення майбутніми вчителями математики через їх власну розробницьку діяльність. Курс орієнтований на впровадження проектних технологій навчання, на форми активного навчання – проведення навчальних експериментів, підготовку дидактичних та методичних матеріалів, доповідей, презентацій, розробку уроків алгебри і геометрії. Закінчується курс захистом індивідуальних проектів, розроблених матеріалів. Індивідуальні розробки дидактичних засобів, методичних матеріалів включаються до спільного проекту курсу “Методична скарбничка вчителя математики”.

Для забезпечення навчального процесу необхідна аудиторія з відповідним комп’ютерним обладнанням, мультимедійним проектором, програмне забезпечення, до складу якого входить текстовий редактор (Microsoft Word чи OpenOffice.orgWriter); система для підготовки презентацій (Microsoft PowerPoint чи OpenOffice.orgImpress); програмні педагогічні засоби. Студенти набували умінь та навичок працювати з такими ППЗ як GRAN1, TepM_7, Математика-5, пакетами динамічної геометрії DG, GRAN-2D, GRAN-3D, програмними засобами навчального призначення “Геометрія-11”, “Геометрія 7-9”, “Алгебра-10”, “Алгебра 7-9”. Для самостійного ознайомлення пропонуються ПЗНП “Геометрія-10”, “Алгебра-11”, Математика-6, Евристико-дидактичні конструкції (ДНУ), система комп’ютерної алгебри Advanced Grapher, інші засоби.

Подаємо приклади завдань з рейтинговим оцінюванням у балах:

1. Лабораторні роботи (ЛР) з використанням ППЗ Математика-5, Алгебра-10, GRAN1. Виконання тестування (12).

2. TepM_7. Підсумкова контрольна робота за 7-ий клас, добір різнорівневих завдань та їх виконання в електронному зошиті (4).

3. Розробки уроків алгебри з використанням ППЗ Алгебра 7-9, з гіперпосиланнями на ППЗ GRAN чи DG (обов’язкові документи) (16).

4. Виконання малюнків, побудованих графіками функцій (4).

5. Розв’язування завдань математичної статистики (4).

6. ЛР. ППЗ Геометрія 7-9, Геометрія -11. За допомогою GRAN-3D створення наочностей “Стереометричні моделі” (12).

7. ЛР. ППЗ Динамічна геометрія GRAN-2D чи DG. Розробки креслення

до задачі на дослідження, до завдань теми “Геометричні перетворення”, задач на побудову з підказками (12).

8. Розробка уроку геометрії з гіперпосиланнями на файли динамічної геометрії (обов’язковий документ) (8).

9. Завдання по самостійно вивчених засобах і типах завдань (14).

10. Захист розроблених матеріалів (обов’язковий вид роботи) (7).

11. Тестування, усне опитування (обов’язковий вид роботи) (7).

Студенти завершили вивчення курсу здійсненням рефлексії та самооцінки власної праці, змін, що відбулися у них стосовно знання предмету, в умінні навчати інших, у своїх особистісних якостях. Дослідження показали, що найскладніше студентам було здійснити цілепокладання, розпланувати власну діяльність, налаштуватися на індивідуальне виконання завдань, на значний обсяг самостійної роботи. Більше 80% студентів висловили задоволення власною роботою, відмітили появу бажання до самовдосконалення, до самостійного вивчення нових засобів комп’ютерної математики.

Висновки

1. Апробація складеної програми дозволила прийти до висновку, що вивчення ІКЗН математики доцільно виокремити як окремий курс.

2. Вивчення курсу дає змогу майбутнім вчителям математики удосконалювати уміння добирати засоби та методи навчання з використанням комп’ютерної техніки, розробляти плани вивчення навчального матеріалу з поєднанням традиційних та нових інформаційних технологій, використовувати програмні засоби для обробки результатів проведених психологічних, педагогічних і методичних досліджень; проводити комп’ютерні експерименти тощо.

Література:

1. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп’ютерно-орієнтованих систем навчання математики // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб. наук праць/ Редкол. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – Вип.7. – 2003. – С. 3-16.
2. Програма спеціального курсу “Навчальні дослідження та їх підтримка засобами ІКТ у курсі геометрії (алгебри і початків аналізу) загальноосвітніх навчальних закладів” (автори М.І. Жалдак, В.Ю.Биков, Ю.О.Жук, Раков С.А., Л.І. Білоусова, В.П. Горох) // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Випуск VI: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавн. відділ НметАУ, 2006. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – С. 4–20.
3. Раков С.А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій: Дис....д-ра пед. наук: 13.00.02. – К., 2005. – 503 с.

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ В 8–10 КЛАССАХ

Н.К. Пещенко[1], М.И. Костеневич[2]
[1] Беларусь, г. Минск, Белорусский государственный педагогический университет имени М. Танка
[2] Беларусь, г. Минск, Педагогическая гимназия №3
mari@game-portal.ru

Подготовленность подрастающего поколения к жизни в современном информационно перегруженном обществе зависит от того, будут ли использоваться компьютерные технологии в учебном процессе и насколько методически грамотно этот процесс будет организован. Отметим, что область взаимодействия учащегося и компьютера уже изучается, но недостаточно.

На основании анализа проводимых нами уроков алгебры в 8–10 классах общеобразовательных школ города Минска с использованием компьютерных технологий и без них, мы пришли к следующим выводам:

– целесообразное и методически грамотное использование компьютерных технологий на уроках алгебры активизирует деятельность учащихся и тем самым оптимизирует учебный процесс;

– умелое сочетание традиционных и инновационных методов обучения с применением компьютерных технологий осуществляет новый современный подход к обучению учащихся.

Исходя из результатов проделанной нами работы, мы разработали следующие необходимые условия организации учебного процесса с использованием компьютерных технологий:

1. Информация, оформленная и поданная при помощи компьютерных технологий, должна быть краткой, доступной и научной одновременно. Краткость в данном контексте означает «самое необходимое» и вместе с тем «достаточное» для усвоения данной темы.

2. Применение компьютера на уроках алгебры допустимо только в тех случаях, когда изучение данной темы требует большей наглядности или ускорения темпа урока. Например, при изучении графика линейной функции можно обойтись построениями на доске, в то время как следить за изменением графика квадратичной функции нагляднее и быстрее на экране.

3. Использовать компьютерные технологии следует дозировано, учитывая возрастные особенности учащихся. Если учитель замечает, что внимание учеников становится рассеянным, он должен переключить класс на другой вид деятельности.

4. Перед внедрением компьютерных технологий в учебный процесс следует учесть:

– в какое время дня и в какой день недели будет проходить данный урок;

– оснащен ли данный кабинет всем необходимым для использования компьютерных технологий;

– как правильно организовать пространство, чтобы учащиеся могли не только хорошо видеть информацию на экране, но и имели возможность при необходимости производить записи в тетрадях;

– готовность данного класса к применению компьютерных технологий того или иного вида, которая определяется с помощью тестов, опроса или наблюдения.

На уроках алгебры мы использовали компьютерные презентации для:

а) объяснения новой темы;

б) осуществления текущего контроля знаний учащихся;

в) проведения итогового контроля;

г) систематизации и обобщения знаний учащихся по одной или нескольким темам;

д) организации управляемой самостоятельной работы учащихся в урочное и во вне урочное время;

е) повторения пройденного ранее материала.

Например, для проведения текущего и итогового контроля знаний нами были разработаны компьютерные тесты по следующим темам:

1. Квадратные уравнения. Отдельные случаи квадратных уравнений (полные, неполные, приведенные).

2. Формула корней квадратного уравнения. Зависимость корней квадратного уравнения от значения дискриминанта.

3. Теорема Виета и теорема, обратная теореме Виета.

4. Простейшие иррациональные уравнения.

5. Неравенство с одной переменной. Линейное неравенство. Простейшие неравенства с переменной под знаком модуля, их решение и геометрическая интерпретация.

6. Квадратные неравенства. Метод интервалов.

7. Уравнения с двумя переменными. График уравнения с двумя переменными. Система уравнения с двумя переменными.

8. Система неравенств с одной переменной. Решение системы линейных неравенств с одной переменной.

Отличительной особенностью этих тестов является отсутствие таймера. При проведении исследований организации учебного процесса с применением компьютерных тестов, мы заметили, что контроль времени негативно сказывается на самочувствии и успеваемости учащихся и, к тому же, искажает реальную картину знаний данного учащегося.

Перечислим основные достоинства такого контроля знаний умений и навыков учащегося:

– его использование способствует проведению учащимися самоанализа (какие ошибки допустили, почему ошиблись; что следует подучить);

– снижается возможность списать, так как у каждого ученика отдельный набор заданий;

– не требуется время на проверку работ и обработку результатов – оценка высвечивается на экране сразу после окончания прохождения тестирования;

– возможность использования компьютерного теста, разработанного другими учителями;

– возможность изменения структуры теста;

– отсутствие материальных затрат на подготовку раздаточного материала;

– отпадает проблема необъективности оценки учителя по отношению к конкретному ученику.

Однако любые методические разработки имеют какие-то недостатки, и компьютерные технологии в учебном процессе на любой его стадии не являются исключением.

Если говорить о тестах, то, во-первых, разработка компьютерного тестирования с учетом отработки всех возможных недочетов довольно трудоемкая и требует не только умений и навыков владения компьютерными технологиями, но и умения заложить в программе строгий критерий выставления оценки. Учащиеся почти всегда недовольны не тем, что получили ту или иную оценку, а тем, что не могут понять почему.

Во-вторых, учитель иногда сталкивается с тем, что ученик владеет теоретическим материалом, решает большинство задач по данной теме, а контроль, осуществленный при помощи компьютерного тестирования, показывает совсем другие результаты. Одна из причин кроется в том, что учащийся попадает в нестандартную обстановку, волнуется о результатах самой работы. Он не подготовлен к данному виду работ. Поэтому, во избежание конфликтов на этой почве, на начальной стадии использования компьютерных технологий можно за несколько уроков предложить учащимся выбрать: пройти компьютерное тестирование или написать контрольную в стандартной форме.

В-третьих, очень трудно избежать заданий, имеющих неоднозначный смысл или вызывающих затруднения в понимании у учащихся.

По перечисленным выше темам нами также разработаны презентации, которые могут быть использованы при объяснении нового материла, его повторении, систематизации и обобщении знаний, учений и навыков учащихся.

СИСТЕМИ КОМП’ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ПРАКТИЧНО-ОРІЄНТОВАНОЇ ПІДГОТОВКИ

О.І. Миронова
м. Луцьк, Волинський національний університет імені Лесі Українки
mirelena@univer.lutsk.ua

Проблема впровадження математичних пакетів у навчальний процес є дуже актуальною, особливо в контексті інтеграції у світову освітню систему та підготовки професійних спеціалістів з сучасним рівнем знань та вмінь, які повинні бути конкурентноздатними на світовому ринку праці [6].

Системи комп’ютерної математики поділяють на сім основних класів [3]: системи для чисельних обчислень, табличні процесори, матричні системи, системи для статистичних, для спеціальних обчислень, системи для аналітичних обчислень (комп’ютерної алгебри), універсальні системи.

Найбільш відомими представниками систем комп’ютерної математики є MatLab, Mathematica, Maple, MathCAD, які застосовуються у різних галузях діяльності людини (економіка, соціологія, фізика і т.д.).

Системи комп’ютерної математики активно використовуються у начальному процесі у всьому світі. Так, згідно даних офіційного сайту розробника системи Mathematica, тисячі університетів з 61 країни є офіційними користувачами системи Mathematica. Серед них такі освітні заклади: Пекінський, Кембриджський, Колумбійський, Гарвардський, Стенфордський, Московський державний, Австралійський національний, Каліфорнійський, Оксфордський університети, Лондонська школа економіки й політичних наук і багато інших. Згідно результатів дослідження, представленого норвезькими науковцями [1], використання систем комп’ютерної алгебри у навчальному процесі є звершеним фактом для студентів та викладачів, які відмічають ефективність використання таких продуктів. Крім того, дослідники зазначають, що впровадження таких систем у процес навчання повинно бути метою для технічної освіти, та пропонують наступні рекомендації для підвищення ефективності даного процесу: орієнтація на використання єдиного програмного засобу в межах освітнього закладу; побудова курсів, що базуються на математиці, з урахуванням використання відповідної системи; наявність комп’ютерних лабораторій, що дозволять ефективно використовувати програмний засіб.

Найчастіше математичні пакети використовують для навчання учнів та студентів математики, фізики та їх окремих розділів [2; 4; 5].

На нашу думку, галузь застосування математичних пакетів у навчальному процесі повинна бути значно ширшою. Використання таких систем пропонується здійснювати при загальній підготовці спеціалістів різних напрямків у вузах та під час вивчення математики, фізики, хімії, інформатики у середніх навчальних закладах, більш детальний розгляд систем повинен відбуватись при підготовці спеціалістів, професійна діяльність яких пов'язана з використанням відповідних систем, розглядаючи їх як об'єкт вивчення (наприклад, при підготовці бакалаврів за напрямами "Економіка та підприємництво", "Природничі науки", "Фізико-математичні науки", "Системні науки та кібернетика" тощо).

Вивчення систем комп'ютерної математики як засобів майбутньої професійної діяльності необхідно здійснювати, на нашу думку, у рамках окремих спецкурсів. Але вивчення таких систем у рамках лише деяких курсів не призведе до бажаного результату. Робота з математичними пакетами повинна продовжуватись при вивченні інших дисциплін, застосовуючи їх для розв'язання поставлених завдань, тим самим закріплюючи навички роботи із системами, визначаючи галузі застосування програм та їх важливість. Крім того деякі системи, наприклад, Mathematica, орієнтовані також на розробку демонстраційних мультимедійних матеріалів для проведення занять (у тому числі лекційних), використання яких (крім безпосереднього здійснення функції допоміжного засобу) додатково підвищить зацікавленість студентів у відповідному програмному продукті.

Вважаємо, що структура курсу, орієнтованого на вивчення того чи іншого математичного пакету, повинна передбачати послідовність етапів розгляду системи від об'єкту вивчення до засобу здійснення професійної діяльності. Отже, на початковому етапі викладач знайомить студентів з основними можливостями, призначенням та принципами роботи системи. Студенти виконують в основному репродуктивні завдання для набуття початкових навичок роботи із системою. Таким вправам, на нашу думку потрібно присвятити декілька перших занять. Помилковим підходом, на нашу думку, є орієнтир на вивчення максимальної кількості команд програмних засобів, слідуючи стратегії книжкових "самовчителів" – послідовно надавати набір команд, які реалізовані у системі та представлені у відповідних пунктах головних меню програм (що, на жаль, дуже часто спостерігається, особливо під час вивчення систем загального призначення). У такому випадку програмний засіб постійно залишається об'єктом вивчення і студенти знають, як працювати з ним, але не вміють його застосовувати.

Крім того, необхідно формувати в студентів стійку мотивацію до використання систем комп'ютерної математики у навчальній, а пізніше – професійній діяльності, демонструючи переваги таких систем та ефективність їх використання.

Пізніше заняття потрібно будувати за принципом: розгляд нової можливості системи та її відпрацювання при розв'язанні завдань. Основна частина занять повинна бути присвячена застосуванню можливостей системи, їх комбінацій та самостійному їх визначенню при розв'язанні професійно-орієнтованих та творчих завдань, оптимально поєднуючи індивідуальну та групову роботу.

У процесі контролю результатів виконання проектів вважаємо, що важливе місце необхідно приділити студентському взаємоконтролю, тобто оцінці проектів колег самими студентами. Причому вважаємо недоречним виділяти для цього лише тих студентів, які досягли вищих, порівняно з рештою, результатів при опануванні матеріалу чи виконанні певних функцій.

При такому підході кожен – і той, хто контролює, і той, роботу кого перевіряють, має володіти матеріалом на достатньому рівні, щоб здійснити аналіз результатів, зробити висновки, змоделювати процес пошуку рішення, пересвідчитись у правильності обраного шляху і т.д.

Наведемо приклади розгляду деяких тем при вивченні математичних пакетів.

Наприклад, при вивченні теми "Реалізація статистичних обчислень у системі Maple" після надання теоретичного матеріалу студентам пропонуються наступні завдання для розгляду роботи відповідних функції (фронтальна робота): нехай маємо три масиви даних: [1,2,3,5],[2,4,6,8],[3,5,7,10]. Необхідно знайти лінійну залежність між двома першими та третьою змінною:

with(stats); – *підключення пакету статистики*

fit[leastsquare[[x,y,z]]]([[1,2,3,5],[2,4,6,8],[3,5,7,10]]);

z = 1+x+1/2*y – *результат*

Для конкретного задання функції, у вигляді якої необхідно отримати залежність, вказуємо її загальний запис (наприклад, $y=ax^2+bx+c$):

fit[leastsquare[[x,y],y=a*x^2+b*x+c,{a,b,c}]]([xx,yy]);

$$y=-\frac{5}{22}x^2+\frac{317}{110}x-\frac{39}{55}\ -\textit{результат}$$

Наведений приклад є основою для подальшого розв'язання практичноорієнтованих завдань, наприклад: кожен студент з підгрупи обирає по три довільні країни світу певного регіону (наприклад, ЄС, повторення не допускаються) та здійснює пошук наступної інформації: N – державні витрати на науку, V – валовий внутрішній продукт, P – чисельність населення. Керівник групи повинен зібрати отримані відомості та представити їх у системі, обравши найбільш раціональний спосіб організації даних (список, таблиця, матриця тощо). У результаті формується файл, який отримує кожен студент групи та здійснює обробку відомостей:

1) обчислюючи кількість країн, що прийняли участь у дослідженні;
2) встановлюючи, як державні витрати на науку пов'язані з величиною валового внутрішнього продукту та чисельністю населення.

При вивченні теми "Дані, що використовуються у системі Mathematica" студентам надається роздатковий матеріал у вигляді таблиці (табл. 1) з назвою та шаблоном задання функції, описом її призначення, завдання полягає у самостійній підготовці прикладів (з вказівкою параметрів у вигляді: числа, виразу, списку параметрів), які необхідно реалізувати у системі. Результатом роботи буде заповнення таблиці власними прикладами (поле "Дано") та знайденими за ними результатами (поле "Рез-т"). Наприклад,

Таблиця 1

Назва	Призначення	Дано	Рез-т
Floor [x]	повертає найбільше ціле число, що не перевищує даного x		
Round [x]	округлює x до найближчого цілого		
Divisors [n]	повертає список цілочислених дільників числа n		
Factorial [n] або n!	повертає значення факторіала числа n		
Prime [n]	повертає n-е просте число		
PrimePi [x]	повертає кількість простих чисел, що не перевищують x		

Прикладами виконання можуть бути: а) Round[7.89], результат – 8; б) Factorial[Sqrt[49]-3], результат – 24; в) PrimePi[{7, 12, 56, 11}], результат – {4, 5, 16, 5}.

Отже, впровадження систем комп’ютерної математики у навчальний процес є вимогою сьогодення. Використання таких програм сприяє підвищенню ефективності процесу вивчення деяких предметів (під час якого використовуються відповідні системи як допоміжні засоби), підвищенню якості знань з цих предметів та формуванню вмінь застосовувати математичні пакети у професійній діяльності.

Література:

1. Ola Røyrvik O., Hornæs H.P. Use of computer algebra systems in norwegian engineering education // International Conference on Engineering Education. Oslo, Norway, August 6-10, 2001. P. 6E7-12.
2. Белова О.Е. Методика обучения студентов педагогических вузов – будущих учителей математики интегральному исчислению с использованием информационных технологий: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Краснояр. гос. пед. ун-т. – Красноярск, 2006. – 22 с.
3. Дьяконов В.П. Компьютерная математика // Соросовский образовательный журнал, Т.7. – 2001. – № 1. – С. 116-121.
4. Дьяченко С.А. Использование интегрированной символьной системы Mathematica при изучении курса высшей математики в вузе: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – Орел, 2000. – 164 с.
5. Жалдак М. І. Комп’ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 304 с.
6. Миронова О.І. Елементи комп’ютерної математики як інноваційний компонент змісту освіти у контексті інтеграції у світову освітню систему // Тези доп. IV Міжнар. наук.-практ. конф. студ., аспірантів і молодих науковців “Європейські інтеграційні процеси і транскордонне співробітництво” (Луцьк, 17-18 травня 2007 р.) – Луцьк: РВВ “Вежа” Волин. держ. ун-ту ім. Лесі Українки, 2007. – С. 560-563.

О ПРИМЕНЕНИИ ПАКЕТА MATHCAD ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ “ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА”

К.У. Чуднов, А.А. Дисковский
г. Днепропетровск, Национальная металлургическая академия Украины

Стремительная компьютеризация всех областей жизни ведет к их революционным изменениям. И в первую очередь это касается прикладной науки. Именно потребности прикладных исследований вызвали бурное развитие математических компьютерных пакетов, позволяющих, в том числе, проводить и аналитические преобразования. Основными такими пакетами являются: Maple, MathCAD, Mathematica. Все это заставляет переосмыслить роль и место классической высшей математики в системе подготовки современного инженера, на рабочем столе которого уже сейчас, зачастую, нет пишущей ручки, а бумага находится только в принтере.

Похожая “революционная ситуация” уже возникала в арифметике при массовом появлении калькуляторов. Как и сейчас, это вызывало резкое неприятие со стороны многих преподавателей. Наряду с абсурдными требованиями: запретить – пусть пользуются логарифмическими линейками, таблицами Брадиса, звучали и правильные аргументы: студент не видит порядок чисел, при ошибочном нажатии клавиши, не может определить ошибку и т.п. Однако, как известно, прогресс остановить невозможно, даже если он несет не только благо. Кто сейчас вспомнит, что есть таблицы квадратных корней или когда он последний раз умножал в столбик.

Надо сказать, что к изменениям в методике преподавания вынуждает также, а, скорее, прежде всего, ухудшающаяся с каждым годом тренированность первокурсников в аналитических преобразованиях. И виноваты здесь, по нашему мнению, не столько учителя школ, но неоправданно расширенная школьная программа по математике.

Поэтому без широкого внедрения в учебный процесс компьютерной математики в ближайшем будущем обойтись не удастся. И это касается, прежде всего, практических занятий по высшей математики. При этом снижение нагрузки на практическом решении позволит уделять основное внимание постановке задач, классификации разрешающих уравнений, анализу и представлению результатов. Конечно, чтобы математика с помощью компьютера не превратилась в “черный ящик” должна вырасти роль лекций, на которых больше внимания придется уделять методам и приемам решения задач.

На кафедре высшей математики НМетАУ изданы методические указания по применению пакета MathCAD при проведении практических занятий по дисциплине “Высшая математика” в трёх частях для студентов всех специальностей.

В первой части изложены краткие теоретические сведения и рассмотрены образцы выполнения заданий по разделам “Линейная алгебра”; “Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве”. В неё включены следующие параграфы:

1. Матрицы и действия над ними. В этом параграфе дается определение матрицы, описан способ задания матрицы в пакете MathCAD. Показано, как транспонировать матрицу, находить произведение матриц.
2. Определители и их свойства. Приводится формула вычисления определителя по элементам строки, а также с помощью встроенной программы. На примере показано совпадения результатов. Студенты наглядно убеждаются в преимуществах символьной математики. Проверяются также свойства определителей.
3. Другие способы задания" матриц. Обратная матрица. Приводится способ задания матрицы или вектора путем их поэлементного формирования с помощью ранжирования переменных. Дается определение обратной матрицы и метод её нахождения.
4. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Дается правило Крамера, матричный способ, решение системы уравнений с помощью конструкции Given...Find, символьное решение уравнений и систем.
5. Аналитическая геометрия на плоскости. Приводится расчет элементов треугольника. Кривые второго порядка, которые строятся по своим каноническим уравнениям, а также как геометрическое место точек, отношение расстояний которых до заданной точки (фокуса) и заданной прямой (директрисы) есть величина постоянная.
6. Аналитическая геометрия в пространстве. Здесь дается расчет элементов пирамиды.
7. Приложение содержит расчетные задания по указанным параграфам.

Во второй части методических указаний изложены краткие теоретические сведения и рассмотрены образцы выполнения заданий по разделам “Пределы, производные” с помощью пакета MathCAD. Эта часть включает в себя следующие параграфы:

1. Последовательности и их пределы. Все примеры данного параграфа наглядно иллюстрируются графически.
2. Предел функции в точке. Здесь также показано, как найти зависимость $\varepsilon(\delta)$. Построены графики для характерных примеров.
3. Непрерывность функции. В частности, с помощью пакета MathCAD проверяются свойства функции, непрерывной на отрезке.
4. Производная и её вычисление. Показано, как с помощью пакета MathCAD находятся и односторонние производные. Пример функции, производная которой терпит разрыв, анализируется графически. Подробно рассматривается геометрический смысл производной. Приводятся уравнения касательной и нормали для кривых, заданных в явном виде, параметрически и в полярной системе координат. Все примеры иллюстрируются графиче-

ски.

5. Исследование функций и построение графиков. Если в “классической” высшей математике вначале проводится исследование функции, а потом строится её график, то при использовании пакета MathCAD, сперва строится график функции на выбранном интервале (a; b), а затем исследуется поведение функции по следующей схеме:

5.1. Уточняют точки пересечения графика функции с осями координат (с осью Oy – при вычислении $f(0)$; с осью Ox – как решение уравнения $f(x)=0$).

5.2. Находят точки разрывов функции, вычислив соответствующие односторонние пределы,, и записав уравнения вертикальных асимптот.

5.3. Находят уравнение наклонной асимптоты в виде $y = kx + b$, где $k = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}, b = \lim\limits_{x\to\infty}[f(x) - kx]$.

5.4. Исследуют поведение функции на бесконечности.

5.5. Построив графики функции и её производной первого порядка, находят экстремум этой функции, решив сначала уравнение $f'(x) = 0$, а затем записав координаты точек экстремума.

5.6. Совместив на одном рисунке графики функции и её производной, можно проследить связь между знаками производной и поведением функции на интервале.

5.7. Аналогично, совместив графики функции и её второй производной, можно проследить связь между знаками второй производной и направлением выпуклости графика функции. Из уравнения $f''(x) = 0$ находят координаты точек перегиба. Понятно, что все уравнения также решаются в пакете MathCAD.

Приложение ко второй части методических указаний включает в себя расчетные задания:

1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$, указать $N(\varepsilon)$ (содержит 30 вариантов).
2. Вычислить пределы числовых последовательностей (30 вариантов).
3. Доказать, что $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = a$. Найти $\delta(\varepsilon)$. (содержит 30 вариантов).
4. Вычислить пределы функций – 90 вариантов.
5. Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 – 30 вариантов.
6. Найти производную – 25 вариантов.
7. Найти производную функции, заданной параметрически – 25 вариантов.
8. Найти производную второго порядка – 25 вариантов.
9. Найти производную второго порядка функции, заданной параметрически – 25 вариантов.

В третьей части методических указаний изложены краткие теоретические сведения и рассмотрены образцы выполнения заданий по разделам “Неопределенный и определенный интеграл. Приложения определенного интеграла” с помощью пакета MathCAD. Эта часть включает в себя следующие параграфы:

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Умение находить первообразные элементарных функций требуется для решения многих прикладных задач геометрии, физики, механики. Это умение можно назвать “техникой интегрирования”. Отметим, что на овладевание “техникой интегрирования” требуется значительное время, которое в учебных программах неуклонно сокращается. Сокращается настолько, что на решение задач с помощью интегралов почти не остается времени. На наш взгляд, первый этап этого процесса должен выглядеть так:

1) овладение таблицей интегралов на основе знания таблицы производных основных элементарных функций;
2) умение пользоваться таблицей интегралов;
3) освоение навыков интегрирования с помощью замены переменной и по частям.

Все приводимые в заданиях примеры не должны быть громоздкими, ответ должен получаться в результате немногих операций.

Второй этап – интегрирование более громоздких выражений – должен проводится с помощью пакета MathCAD. Методически целесообразно, на наш взгляд, при этом вначале дать возможность студенту убедиться в правильности выполнения компьютером операций – найти первообразную, а потом проверить результат дифференцированием.

2. Определенный интеграл. В этом параграфе вначале даются краткие теоретические сведения, а потом на примере показано два способа вычисления определенного интеграла:

1) путем составления интегральных сумм с последующим переходом к пределу;
2) путем непосредственного вычисления определенного интеграла с помощью встроенных в пакет MathCAD функций.

Первый способ иллюстрируется графически. Дальше показано, как определенный интеграл вычисляется с помощью формулы Ньютона-Лейбница. Рассматриваются несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и от разрывных функций.

3. Приложения определенного интеграла. Здесь рассмотрено вычисление площадей в декартовых координатах и вычисление площадей плоских фигур, ограниченных линиями, заданными в полярных координатах.

Приведено много примеров, каждый из которых иллюстрируется графически. Дальше приводятся вычисления длины дуги плоской кривой. Рассмотрены случаи:

1) кривой, заданной в декартовых координатах;
2) если уравнение кривой задано в параметрической форме;
3) для кривой, заданной в полярной системе координат.

Каждый случай иллюстрируется графиками с комментариями. В этом параграфе также приводятся методики вычисления объёма тела по площадям параллельных сечений, вычисления объема тела вращения и площади поверхности вращения. Для каждой задачи приводится несколько примеров, которые иллюстрируются графиками. Приложение к третьей части содержит расчетные задания по темам:

1. Найти неопределенные интегралы – 20 вариантов.
2. Вычислить определенные интегралы – 20 вариантов.
3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями – 20 вариантов.
4. Вычислить длину дуги линии (линия задана в явном виде, параметрически, в полярной системе координат) – 20 вариантов.
5. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, огрпниченных графиками функций – 25 вариантов.
6. Найти площадь поверхности вращения – 15 вариантов.

В заключение отметим, что представляемые методические указания в равной мере содержат как материалы по высшей математике, так и подробные руководства по применению пакета MathCAD к описанным задачам высшей математики. Это позволяет проводить практические занятия по высшей математике с применением пакета MathCAD также со студентами без соответствующей компьютерной подготовки.

ДОСВІД ВИКОРИСТАННЯ MATHCAD ДЛЯ РІШЕННЯ ДЕЯКИХ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ

Н.В. Матвіїшина, О.С. Пшенична
м. Запоріжжя, Запорізький національний університет
esp69@mail.ru

Сучасна економічна наука характеризується широким використанням математики, статистики, економетрики. Для науково-економічних розрахунків на комп'ютерній техніці все частіше використовуються не традиційні мови програмування, або, наприклад електронні таблиці, а спеціальні математичні пакети, такі як Maple, MathCAD, Matlab та інші [1–4]. Роль таких систем дуже велика. Вони полегшують рішення складних математичних задач та знімають психологічний бар'єр щодо вивчення математичних методів, а ще й дозволяють перейти до реального моделювання економічних систем.

Розглянемо використання пакету MathCAD в якості інструментарію для побудови математичних моделей в економіці.

MathCAD – це сучасна, універсальна та масова математична система, що дозволяє виконувати як чисельні, так аналітичні (символьні) обчислення, має зручний математико-орієнтовний інтерфейс [1–3].

Пропонується розглянути задачу обчислення максимального прибутку.

В найбільш загальному вигляді прибуток π – різниця між виручкою підприємства від реалізації продукції R та повними витратами C: $\pi=R-C$.

Повний прибуток, що отримано від реалізації товару у кількості Q за ціною P, обчислюється за формулою: $R=QP(Q)$, де $P=P(Q)$ – відповідна функція попиту.

Повні витрати C розділяють на постійні (C_f), які не залежать від об'єму виробництва Q, та змінні (C_v) – витрати на виробництво одиниці продукції, тобто

$$C=C_f+C_vQ.$$

Задача обчислення максимального прибутку складає у визначенні такого об'єму виробництва Q_{max}, якому відповідає максимальний прибуток, тобто потрібно при заданих значеннях C_f, C_v та заданою функцією попиту $P=P(Q)$ знайти максимум функції

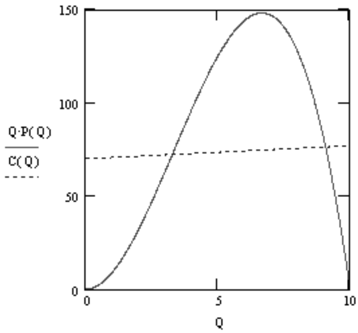
$$\pi(Q)=QP(Q)-(C_f+C_vQ).$$

Представимо в MathCAD квадратичні функції $P(Q)=10Q-Q^2$, $C_f=70$, $C_v=0.7$:

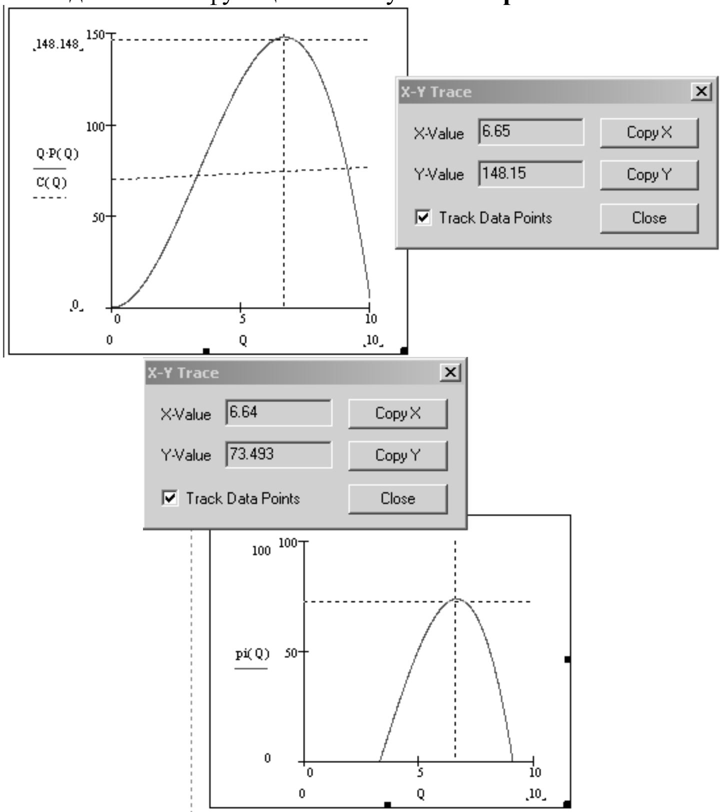
$Cf := 70 \qquad Cv := 0.7$

$P(Q) := -Q^2 + 10 \cdot Q \qquad C(Q) := Cf + Cv \cdot Q \qquad pi(Q) := Q \cdot P(Q) - C(Q)$

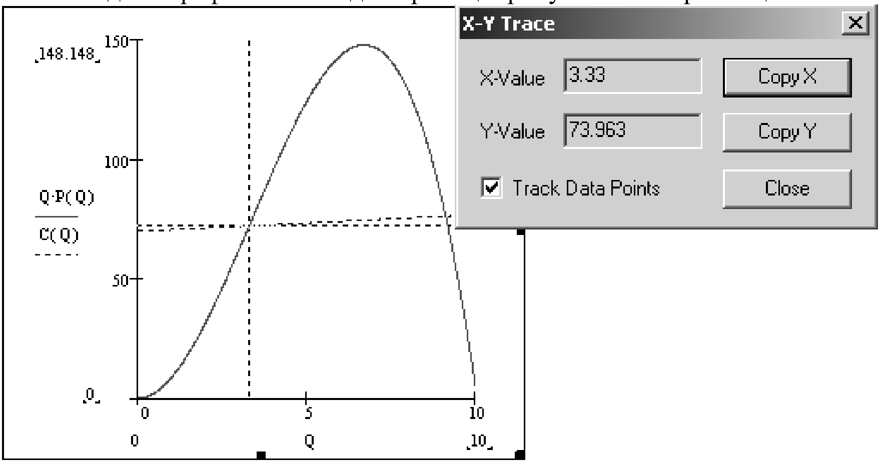
Наведемо графічне рішення задачі про максимальний прибуток: побудуємо на одному графіку криву повного прибутку та лінію витрат.

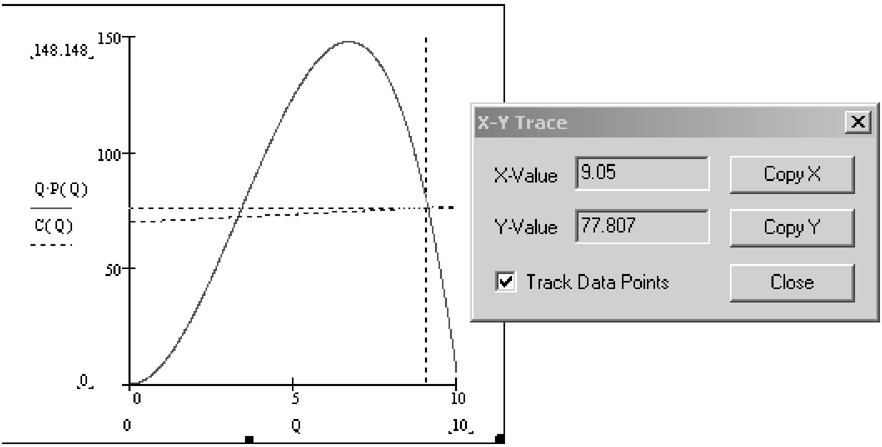


Максимум прибутку досягається у точці, де відстань між кривими максимальна. Видно, що виробництво прибуткове тільки при $Q_1<Q<Q_2$, де Q_1 и Q_2 – точки перетину графіків повного прибутку і витрат, оскільки при таких значеннях Q повний доход перевищує витрати. У наведеному документі MathCAD координати точок повного прибутку і максимального прибутку визначені за допомогою функції **Trace** пункта **Graph** меню **Format**.



Знайдемо графічним методом границі прибуткового виробництва.





Нижче наведено символьне обчислення точки максимального прибутку і точок, які визначають границі прибуткового об'єму виробництва. Границі інтервалу, на якому повний прибуток перевищує витрати, обчислено як розв'язок рівняння $R(Q)\text{-}C(Q)=0$, а точка максимального прибутку – як розв'язок рівняння $\dfrac{d\pi(Q)}{dQ}=0$.

Отже, знайдемо інтервал прибуткового виробництва:

Given

pi(Q) = 0   Find(Q) → (-2.3523655747604632835   3.2799862681141287321   9.0723793066463345514)

Q1 := 3.28   Q2 := 9.07

Виробництво прибуткове, якщо об'єм виробництва знаходиться в інтервалі (3.28, 9.07).

Знайдемо точку максимально прибутку:

Given $\frac{d}{dQ}pi(Q)=0$

$Find(Q) \rightarrow [3.5185705076257000650 \cdot 10^{-2} \quad 6.6314809615904096660]$

$Qmax := 6.63$

$pi(Qmax) = 73.494$

Максимальний прибуток – 73.494 досягається при об’ємі виробництва 6.63.

Отже, використання сучасних математичних пакетів, таких як MathCAD, дає можливість студентам вирішувати економічні задачі більш наочно та ефективно, без рутинних обчислювальних операцій, що дозволяє звільнити час для проведення ґрунтовного аналізу отриманих результатів.

Література:

1. Кудрявцев Е.М. MathCAD 2000 Pro. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 576 с.
2. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD 2000. Лабораторный практикум по высшей математике. – М.: Высш. шк., 2000. – 716 с.
3. Салманов О.Н. Математическая экономика с применением MathCAD и Excel. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 464 с.
4. Дьяконов В.П. Maple 8 в математике, физике и образовании. – М.: Нолидж, 2003.

ДЕЯКІ ПСИХОЛОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ВМІНЬ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Л.Л. Панченко
м. Київ, Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

Навчання математичного моделювання майбутніх учителів математики – складний психолого-педагогічний процес. Складність його зумовлена тим, що сформувати вміння математичного моделювання слід у студентів на досить високому рівні, який визначений галузевими стандартами [1]. Складність обумовлена також тим, що студенти мають бути підготовлені до формування вмінь математичного моделювання у своїх майбутніх учнів. Це одне з важливих завдань математичної підготовки школярів, які будуть розв'язуватися вчителем математики в його професійній діяльності. Успішне навчання математичного моделювання може здійснюватись лише при умові, коли вчитель (викладач) спирається на знання психолого-педагогічних закономірностей навчального процесу, які концентрують в собі досягнення психології, дидактики, і відповідну методику застосування цих закономірностей до навчання математики.

Математичне моделювання – інтелектуальна діяльність особистості. Ж. Піаже вважав, що розвинутий інтелект – це система операцій, яку необхідно організувати, а потім управляти нею. Операція, за теорією Ж. Піаже, – це внутрішня дія, яка виникла із зовнішніх, предметних дій. Операція є скорочена дія, вона проходить не з реальними предметами, а з образами, символами, знаками. Організація навчання дитини може прискорити чи загальмувати процес розвитку. Успіхи в навчанні залежать від того, на скільки "дозрів" інтелект дитини для засвоєння понять: те, що дитина в навчанні засвоює, "асимілюється нею у відповідності до сформованої у неї на даний час інтелектуальної структури" [6, 24].

Психологами обґрунтовані положення про психологічні резерви особистості учня, студента. А саме: його здібності (Н.С. Лейтес, В.А. Крутецький), типологія індивідуальних відмінностей (Б.М. Теплов, В.Д. Небиліцин), соціально-психологічні феномени (А.В. Петровський, В.І. Войтко), мотиваційні сфери (Л.І. Божович), пам'ять (А.А. Смирнов), увага (Б.Г. Ананьєв), навчальна діяльність (О.М. Леонтьєв), поетапне формування розумових дій (П.Я. Гальперін, Н.Ф. Тализіна, Г.О. Атанов, В.В. Сєріков, С.І. Подмазін).

Для побудови методичної системи формування вмінь математичного моделювання у майбутніх учителів математики необхідно вивчити вікові і психологічні особливості учнів та студентів, виділяючи ті особливості, які особливо важливі в процесі навчання математики в цілому та математичного моделювання зокрема.

Сьогодні існує необхідність включення у процес навчання математики понять “математична модель” та “математичне моделювання”. Математичне моделювання слід розглядати:

1)як засіб наукового дослідження та навчального пізнання, необхідний учителю для утворення математичних абстракцій при введенні, наприклад, нових математичних понять;

2)як метод розв'язування прикладних задач.

У сучасній педагогічній літературі [2; 12] виділено такі дидактичні функції математичного моделювання:

1) *пізнавальна функція;*

2) *функція управління діяльністю учнів та студентів;*

3) *інтерпретаційна функція.*

Використання різних функцій математичної моделі сприяє найбільш результативному мисленню суб'єкта, так як його увага легко і своєчасно переключається з моделі на одержану з її допомогою інформацію про об'єкт і навпаки. Таке переключення приводить до мінімуму відволікання розумових зусиль студентів від предмету їх діяльності.

Побудова математичних моделей вимагає багатьох вмінь, серед яких дуже важливі:

1)вміння виділяти істотні фактори, які визначають досліджуване явище (процес) і на їх основі утворити систему основних характеристик;

2)вміння знаходити системи суттєвих зв'язків між характеристиками і на цій основі вибирати математичний апарат для побудови моделі;

3)вміння виділяти фактори, що викликають похибку при побудові моделі і знаходження в зв'язку з цим системи необхідних обмежень, що накладаються на характеристики [4; 11].

Особливе значення при цьому має рівень сформованості в суб'єктів навчання таких загальних розумових дій і прийомів розумової діяльності як аналіз (аналіз формулювання проблеми), синтез (співставлення умов з вимогами), аналіз через синтез (вміння переусвідомлювати елементи моделі), узагальнення, абстрагування, а також специфічних розумових дій: підведення під поняття, розгортання умов, встановлення істотних зв'язків [3; 11].

Тому велику роль в успішній роботі щодо навчання математичного моделювання відіграє виявлення елементів математичного моделювання, його операційного складу. Опишемо операційний склад діяльності математичного моделювання. За теорією поетапного формування розумових дій етапи засвоєння знань розглядаються разом з етапами засвоєння діяльності [9, 10]. Знання та вміння математичного моделювання формуються в процесі діяльності за спрощеною та розширеною схемами діяльності математичного моделювання [5]. Розглянемо послідовність мислительних операцій, які відбуваються на кожному етапі математичного моделювання, на прикладі діяльності за розширеною схемою (див. табл. 1).

Таблиця 1

Операційний склад діяльності математичного моделювання

Етап схеми	Послідовність дій	Відповідні діям операції
I. Попередній аналіз об'єкта дослідження	Встановити, який об'єкт описується в задачі	Аналіз, порівняння
	Пригадати про цей об'єкт суттєве і несуттєве, зв'язки і відношення між його елементами	Порівняння (співставлення, протиставлення), аналіз, синтез
II. Побудова математичної моделі	Інтерпретувати в математичних образах дані задачі	Абстрагування, аналіз, синтез
	Встановити залежність між одержаними величинами	Аналіз, співставлення, протиставлення, синтез, узагальнення
	Описати встановлені залежності, відношення математичного	Аналіз, синтез, абстрагування, узагальнення
	Сформулювати відповідну математичну задачу — математизувати ситуацію, описану в задачі	Абстрагування
III. Реалізація математичної моделі математичними методами	Розв'язуємо поставлену задачу математичними методами	Аналіз, синтез, аналіз через синтез (переосмислення елементів задачі у плані різних понять)
IV. Вибір (чи розробка) алгоритму для реалізації моделі на комп'ютері	Перелічити послідовність кроків розв'язання математичної задачі, які можна описати комп'ютерною мовою	Аналіз, синтез, порівняння (співставлення), конкретизація
V. Створення програм, що «перекладають» модель та алгоритм на доступну комп'ютерну мову	Вибрати або скласти програму, яка реалізує алгоритм доступною комп'ютерною мовою	Аналіз, синтез, порівняння (співставлення), абстрагування
VI. Проведення обчислювального експерименту	Обчислити розв'язки математичної задачі при різних конкретних значеннях вихідних величин	Аналіз, порівняння (співставлення), синтез, узагальнення
VII. Аналіз одержаних результатів та	Проаналізувати одержані розв'язки математичної зада-	Аналіз, порівняння (співставлення), про-

Етап схеми	Послідовність дій	Відповідні діям операції
перенесення їх на об'єкт, що досліджується	чі	тиставлення
	Надати їм конкретного змісту в образах вихідної ситуації	Конкретизація
	Перевірити, задовольняють ці розв'язки поставлену задачу чи ні	Аналіз, синтез, порівняння (співставлення, протиставлення)
	Якщо «ні» — повернутися до першого етапу та шукати шляхи вдосконалення математичної моделі	Аналіз, синтез
	Якщо «так» — задачу вважаємо розв'язаною	

Виконання I, II, III, IV, V, VI, VII етапів схеми вимагає активної мислительної діяльності. На етапі VI обчислення виконує комп'ютер, тому мислительна діяльність пасивна, спрямована на спостереження за роботою комп'ютера. На початкових стадіях навчання діяльності математичного моделювання важливе місце займає діяльність за спрощеною схемою. Наведемо розв'язування прикладної задачі за спрощеною схемою та проаналізуємо операційний склад мислення при цьому.

Задача 1. *Трос канатної дороги між двома опорами моста має прогнуту форму (див. рис. 1). Відстань між опорами моста 400 м. Трос повинен провисати на 40 м. Під яким кутом слід прикріпити трос до опори?*

Розв'язання. **I. Попередній аналіз об'єкта дослідження.** Розглядаючи уважно рисунок до задачі, слід встановити, що прогнута форма троса нагадує параболу, а опори моста – пряму. При цьому відбувається *аналіз, порівняння, абстрагування*. Аналізуючи зображення на рисунку, порівнюємо ввігнуту форму кривої з відомими нам абстрактними образами кривих: колом, еліпсом, гіперболою, параболою. З рисунка видно, що шуканий кут – це кут між параболою та прямою. При цьому відбувається *аналіз* – розчленовуються парабола і пряма та *синтез* – встановлюється, що вони утворюють кут.

II. Побудова математичної моделі. Відповідно до проведеного аналізу слід вважати, що парабола — це трос, а опора моста — це пряма (*узагальнення*).

Виберемо прямокутну декартову систему координат, як показано на рис. 1. При такому виборі початок координат співпадає з вершиною параболи. Тоді рівняння параболи в цій системі координат має канонічний вигляд: $y=ax^2$. Це співвідношення задає функціональну залежність.

Вибираючи систему координат, проводимо пошук того, в якій точці параболи найкраще розташувати її початок, як повинні бути направлені її осі і встановлюємо, що система координат повинна бути розташована так, як на рис. 1.

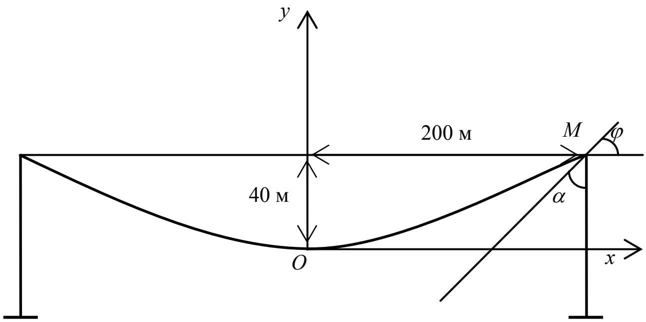


Рис. 1. Ілюстрація до задачі 1

Пригадуючи канонічне рівняння параболи, проводимо *аналіз, порівняння* з іншими рівняннями, які знаємо, і *синтез* — вибираємо і записуємо рівняння. Нехай α – кут між прямою та параболою (*аналіз, синтез*). Кут між параболою та прямою будемо шукати, як кут між дотичною до параболи і прямою в їх спільній точці. Позначимо їх спільну точку M (перебираємо можливі варіанти пошуку кута, і встановлюємо, як треба шукати невідомий кут, пошук тут відбувається шляхом перевірки гіпотез), пригадуємо всі рівняння прямої, серед яких вибираємо необхідне нам рівняння – *синтез, абстрагування*:

1) невідомий кут слід шукати, як кут між прямими;

2) невідомий кут слід шукати, як кут між кривими;

3) невідомий кут слід шукати, як кут між кривою та прямою;

Вибір спільної точки – *порівняння та абстрагування*. (Порівнюючи точки M з іншими точками прямої (*співставлення*) та кривої, абстрагуємося від них і встановлюємо, що M – єдина спільна точка).

Нехай φ – кут між дотичною до параболи і додатним напрямком осі Ox. Тоді шуканий кут α доповнює кут φ до прямого кута: $\alpha = \dfrac{\pi}{2} - \varphi$.

Напишемо рівняння дотичної до кривої в точці M, вважаючи, що її координати у вибраній нами прямокутній декартовій системі координат $(x_0; y_0)$, це рівняння має вигляд $y-y_0=y'(x_0)(x-x_0)$, де $y'(x_0)$ – похідна функції $y=ax^2$ в точці x_0.

Пригадуємо геометричний зміст похідної і встановлюємо, що це тангенс кута нахилу дотичної до кривої, утвореного з додатним напрямом осі Ox. При цьому відбувається *аналіз, синтез, узагальнення*.

Отже, $\mathrm{tg}\,\varphi=y'(x_0)=2ax_0$. Ця рівність і є математичною моделлю даної задачі. Математична постановка задачі така: *знайти похідну функції $y=ax^2$ в точці x_0, геометрично проінтерпретувати її, знайти кут α, що доповнює* *кут φ до прямого*.

При пред’явленні формулювання задачі відбувається *аналіз, порівняння, синтез та абстрагування*.

III. Реалізація математичної моделі математичними методами. Встановлюємо, що точка M у введеній прямокутній декартовій системі координат має координати $M(200; 40)$. При цьому відбувається *аналіз, порівняння* (*співставлення*)*, абстрагування, узагальнення*. Аналізуючи, порівнюючи (співставляючи), встановлюємо, що точка M віддалена від осі Oy на 200 одиниць, а від осі Ox на 40, узагальнюємо, що координати точки (200; 40), синтезуємо – записуємо координати точки $M(200; 40)$. Підставляємо координати точки в рівність $y'(x_0)=2ax_0$, дістаємо $y'(200)=2a\cdot 200$.

Знаходимо a, підставляючи в рівняння $y=ax^2$ координати точки M, дістаємо $a\cdot 200^2=40$, $a=0{,}001$.

Розв’язуючи останнє рівняння, *аналізуємо*: співставляємо a з числовими величинами, виконуємо *синтез* – обчислюємо a.

Знаходимо $y'=0{,}002\cdot 200=0{,}4$ (*аналіз, синтез*), $\operatorname{tg}\varphi=y'=0{,}4$. Звідки $\varphi=\operatorname{arctg} 0{,}4$. Шуканий кут $\alpha=\frac{\pi}{2}-\varphi=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} 0{,}4\approx 90^\circ-22^\circ\approx 68^\circ$.

Знаходження кута – це послідовність операцій *аналіз, синтез, порівняння, абстрагування*.

IV. Аналіз одержаних результатів та перенесення їх на об’єкт, що досліджується. Кут між прямою і кривою дорівнює 68°. Отже, кут між тросом і опорою моста дорівнює 68°.

Однією з вимог математичного моделювання є простота і доступність побудованої моделі, тобто сформульована на першому етапі математична задача повинна розв’язуватися за допомогою засобів, якими володіють студенти на даному етапі навчання. Результат виконання цієї вимоги залежить від рівня сформованості в них логіко-математичних розумових дій, вміння виконувати умовиводи індуктивного і дедуктивного характеру, за аналогією, за інтуїцією з наступним обґрунтуванням або запереченням їх.

Побудова математичної моделі здійснюється логічним шляхом на основі глибокого аналізу явища процесу, проблеми, ситуації, що досліджується і вимагає вміння описати їх на мові математики. Успіх у розв’язуванні даної проблеми залежить від рівня володіння студентами евристичними методами (прийомами) розв’язування нестандартних задач, до яких належать і прикладні задачі.

Взагалі математичне моделювання є евристичною діяльністю учнів та студентів. Тому основні принципи навчання математичного моделювання повністю співпадають з принципами організації евристичної діяльності, сформульованими в роботах О.І. Скафи [7; 8].

Найефективнішим методом розв’язання прикладних задач є метод математичного моделювання. Практика показує, що дійовим засобом управління і самоуправління розумовою діяльністю учнів та студентів у процесі розв'язування цих задач методом математичного моделювання є ознайомлення їх з евристичними схемами діяльності математичного моделювання. Учнів старших класів та студентів перших та других курсів педагогічних університетів доцільно знайомити та організовувати їх навчальну діяльність за спрощеною схемою, а студентів 4-го та 5-го курсів за розширеною схемою.

Ми розглянули характерні для математичного моделювання особливості мислення студентів і їх місце в діяльності математичного моделювання. Окрім них, в процесі навчання математичного моделювання слід враховувати психолого-педагогічні особливості, що виявляються при переході рубежу між школою та університетом взагалі.

Студенти відрізняються за інтелектуальними здібностями, типом мислення, темпом просування у навчанні. Це необхідно враховувати. при організації навчання слід здійснювати диференціацію навчально-виховного процесу. Потрібна спеціальна діагностика рівня готовності студентів до вивчення основних навчальних дисциплін, своєчасний контроль за їхньою успішністю.

Для підвищення рівня навчальної діяльності необхідно продовжувати формувати у студентів загальні розумові дії і прийоми розумової діяльності, підсилювати мотивацію навчання і використовувати традиційні та нові технології, сучасні інформаційні технології, які активізують, інтенсифікують навчально-пізнавальну діяльність.

Література:

1. Галузеві стандарти вищої освіти. Математика. – К.: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2003. – 83 с.
2. Возняк Г.М., Возняк О.Г. Математика. Прикладні задачі: від теорії до практики. – Тернопіль: Мандрівець, 2003. – 136 с.
3. Калмыкова З.И. Психологические принципы развивающего обучения. – М.: Знание, 1979. – 48 с.
4. Морозов Г.М. Проблема формирования умений, связанных с применением математики: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 1978. – 150 с.
5. Панченко Л.Л. Про понятійний апарат математичного моделювання в загальноосвітній школі та педагогічному вузі // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі. – К.: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. – № 1. – С. 89-87.
6. Пиаже Ж. Избранные психологические труды: Психология интеллекта. Генезис числа у ребенка. Логика и психология. – М.: Междунар. пед. акад., 1994. – 680 с.
7. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. – Донецк: Изд-во ДонГУ, 2004. – 439 с.
8. Скафа О.І. Задача як форма і засіб формування евристичної діяльності // Рідна школа. – 2003. – № 7. – С. 43–46.

9. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі. – К.: Вища школа, 2005. – 239 с.

10. Смирнов С.Д. Педагогика и психология высшего образования: От деятельности к личности. – М.: Academia, 2001. – 304 с.

11. Соколенко Л.О. Методика реалізації прикладної спрямованості шкільної алгебри і початків аналізу: Дис. канд. пед. наук: 13.00.02 / Укр. держ. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 1997. – 245 с.

12. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

О РОЛИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ НА ГУМАНИТАРНЫХ ФАКУЛЬТЕТАХ

О.В. Тимохович
Беларусь, г. Минск, Белорусский государственный университет
Timokha71@tut.by

В настоящее время математическое моделирование многих процессов является одним из актуальных вопросов социального развития. Математическая модель позволяет свести исследование нематематического объекта (термин «объект» понимается в наиболее широком смысле: объектами могут служить и любые ситуации, явления, процессы и т.д.) к решению математической задачи, воспользоваться для его изучения универсальным математическим аппаратом и получить об исследуемом объекте не только количественную, но и качественную информацию. Совокупность всех исходных положений (элементов) математического моделирования, которые допускают их изложение в общем курсе математики на нематематических факультетах, В.Г. Скатецкий называет началами математического моделирования [1, 121]. Начала математического моделирования должны выполнять следующие обучающие функции:

– дать начальные практические сведения о математическом моделировании;

– привить исходные положения математической культуры по применению математических объектов в научных исследованиях;

– наиболее эффективно показать студентам роль и значение математики в исследованиях по их специальности;

– помочь студентам преодолеть психологический комплекс отторжения математики как чуждого им элемента в процессе обучения в вузе.

Остановимся подробнее на некоторых особенностях преподавания математики на гуманитарных факультетах. С одной стороны, курс основ высшей математики для гуманитариев ориентирован не столько на прикладное применение студентами полученных знаний, сколько на достижение ими понимания концептуальных моментов, выработку умения видеть математические понятия и осознавать действие математических законов в реальном мире. С другой стороны, дальнейшее развитие социально-экономических и гуманитарных наук невозможно без математического моделирования и точных количественных методов исследования с широким использованием современных информационных технологий. Курс математики необходим как стартовая площадка для тех студентов-гуманитариев, которые будут в содружестве с профессиональными математиками заниматься математизацией своей области науки. В настоящее время интенсивно развиваются такие разделы гуманитарных дисциплин, как математическая лингвистика, математическая экономика, математические методы в психологии, социологии, истории и т.д. Однако на практике включение в курс математики для гуманитариев начал математического моделирования сталкивается с рядом трудностей. Во-первых, на большинстве гуманитарных факультетов математика читается на первом курсе, когда студенты еще весьма смутно представляют сферу своих будущих профессиональных интересов. Во-вторых, отводимое на курс математики время едва позволяет кратко коснуться концептуальных моментов математической теории и проследить ее связи с общекультурными ценностями и общефилософскими концепциями, что является безусловно необходимым. Выходом из сложившейся ситуации представляется включение начал математического моделирования в курс информатики гуманитарных факультетов. Глубокая взаимосвязь математики и информатики не вызывает сомнений. С одной стороны, использование компьютеров в образовании влияет на формирование математической культуры студентов. С другой стороны «для повышения компьютерной грамотности и эффективного применения информационных технологий студентам необходимы такие умения, как содержательное знание математической терминологии с целью корректной постановки задачи, поручаемой компьютеру, способность проконтролировать правильность промежуточных результатов, а также проанализировать возможность практического применения окончательного результата. Приобретению этих умений в значительной степени способствует решение на компьютерах задач математического содержания и построение математических моделей, реализуемых с помощью средств компьютеризации» [2, 196].

На гуманитарных факультетах необходим особенно тщательный выбор объектов для математического моделирования. Как правило, это ситуации, взятые из реальной жизни, которые не требуют для исследования сложного математического аппарата. Лишь в случае наличия на том или ином факультете достаточно объемных курсов математического цикла, на заключительном этапе обучения является разумным рассмотрение прикладной задачи, соответствующей специализации данного факультета, построение математической модели и ее всестороннее исследование с использованием математического аппарата и программных средств. В том, что касается компьютерных технологий, представляется нецелесообразным применять на гуманитарных факультетах сложные пакеты Mathematica, MathCad и т.п., требующие больших затрат времени на их изучение, тогда как электронные таблицы знакомы многим студентам еще со школьных времен, а изучение их обширных возможностей, связанных с решением задач математического содержания и статистическим анализом данных, вызывает у обучаемых неизменный интерес и не сопряжено с особыми трудностями. В заключение рассмотрим несколько конкретных примеров.

1. Задача о диете [3, 184]

Некая дама планирует использовать диету, основанную на потреблении двух продуктов P и Q. P содержит 15 единиц жира и 150 калорий на 1 кг; Q – 4 единицы жира и 200 калорий на 1 кг. Цена 1 кг P – 15 рублей, Q – 25 рублей. Для выполнения условий диеты необходимо потреблять не более 14 единиц жира, а для поддержания жизнедеятельности – не менее 300 кал. При этом дама ограничена в средствах.

Задача. В какой пропорции нужно брать продукты P иQ для того, чтобы выдержать условия диеты и истратить как можно меньше денег?

Построение модели. Пусть x – количество продукта P, y – количество Q. Тогда ограничения записываются следующим образом:

$$\begin{cases} 15x + 4y \le 14 \\ 150x + 200y \ge 300, \\ x \ge 0, \ \ y \ge 0 \end{cases}$$

а функцию $z=15x+25y$ необходимо исследовать на минимум.

Для исследования построенной модели наиболее целесообразно применить надстройку Excel «Поиск решения», которая выдаст ответ: $x=2/3$; $y=1$. Таким образом, искомая пропорция P и Q – 2:3.

2. Задача о народонаселении.

Имеются данные о численности народонаселения некоторого региона за последние 30 лет. Необходимо составить прогноз изменения численности народонаселения на ближайшие 5 лет.

По имеющимся данным в Excel строим точечную диаграмму и линию тренда (экспоненциальная зависимость). Компьютер выдает уравнение, описывающее функциональную зависимость между экспериментальными данными и прогноз на необходимый период.

Литература:

1. Скатецкий В.Г. Профессиональная направленность преподавания математики: Теоретический и практический аспекты. – Мн.: БГУ, 2000. – 160 с.

2. Тимохович О.В. Методологические особенности концепции интегрированного обучения математическим и компьютерным дисциплинам // Веснік МДУ імя А.А. Куляшова. – 2005. – № 2–3. – С 196–201.

3. Шикин Е.В., Шикина Г.Е. Математика: пути знакомства. Основные понятия. Методы. Модели. (Гуманитариям о математике). – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 272 с.

ОРГАНІЗАЦІЙНІ ФОРМИ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ЛОГІКИ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Ю.І. Сінько
м. Херсон, Херсонський державний університет
yusin@ukr.net

В [4] описано першу версію інтегрованого програмного середовища системи навчання математичної логіки «МатЛог» (система «МатЛог»), призначеного для підтримка процесу оволодіння навчальним матеріалом з курсу "Математична логіка" в вищій школі. В цитованій роботі також сформульовано методичну концепцію навчання математичної логіки з використанням комп'ютерних технологій, а також розглянуто структуру системи «МатЛог», наведено опис функціональності її компонентів.

Нагадаємо, що інтегроване програмне середовище «МатЛог» дозволяє проводити як лекційні, так і практичні та контрольні частини курсу "Математична логіка". Підтримує процес самостійного оволодіння навчальним матеріалом з курсу, що створює можливість користувачеві вести активну практичну математичну діяльність, яка має ознаки пізнавальної, дослідницької, а також використовувати сучасні інформаційні технології як інструмент творчого процесу пізнання. Спеціальні засоби системи «МатЛог» однаково ефективно підтримують всі форми навчання, тобто денну (очну), заочну та дистанційну (http://krug.kspu.ks.ua/).

Основний вид діяльності користувача системи «МатЛог» – розв'язання математичної задачі. Цей процес є послідовність кроків, на кожному з яких користувач виконує деяке перетворення математичного об'єкта – моделі математичної задачі. Таким чином, основним компонентом системи «МатЛог» є компонент *"Середовище для розв'язання"* (*задач*). *"Середовище для розв'язання"* (*задач)* (СРЗ) представляє уніфіковане середовище, розроблене для курсу математичної логіки, яке надає необхідний інструментарій для розв'язання задач.

Процес розв'язання задачі в СРЗ подається як послідовність перетворень (кроків) вихідних математичних об'єктів таким чином, щоб отримати відповідь. Основна задача цього модуля – автоматичне виконання перетворення по команді користувача. Перелік припустимих перетворень визначається автоматично і користувач на кожному кроці вибирає потрібне перетворення.

Сховищем задач, доступних для розв'язання в СРЗ є *"Задачник"*, в якому представлені всі типи задач, що підтримуються "Середовищем для розв'язання задач". Перша версія пропонованої системи, дозволяє розв'язувати задачі тільки з розділу "Алгебра висловлень" курсу "Математична логіка". Розв'язані задачі зберігаються в *"Зошиті"*. Перелічені вище компоненти системи безпосередньо підтримують процес розв'язання задач. Всі методичні матеріали для проведення практичних занять знаходяться в компоненті *"Практикум"*, який містить теоретичні відомості, алгоритми рішення, вправи та задачі для самостійної роботи студентів.

Важливим компонентом системи є *"Підручник",* в якому представлено теоретичний матеріал – це структурований гіпертекст з можливістю підтримки мультимедійних технологій.

Нарешті, інтегроване програмне середовище «МатЛог» містить компоненти – "*Тестування*" і "*Дискусії*". Компонент ***"****Тестування"* дозволяє автоматизувати весь процес тестування студентів, а компонент ***"****Дискусії"* призначено для спільного обговорення викладачем і студентами питань та проблем, які виникають у процесі вивчення предмету.

До складу інтегрованого програмного середовище «МатЛог» входять "*Робоче місце студента*" та "*Робоче місце викладача*".

Робоче місце викладача є комплексом програмних засобів, які забезпечують такі функції: формування груп навчання, управління навчальним процесом, формування навчального матеріалу для теоретичної частини занять, формування навчальних завдань для практичної роботи студентів та контрольних робіт тощо.

Робоче місце студента забезпечує такі функції: самостійну роботу над вивченням теоретичного матеріалу, виконання практичних завдань, виконання контрольних робіт, тестування, робота в групі.

Використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в освіті сприяє постійному динамічному оновленню мети, змісту, засобів, форм і методів процесів навчання і виховання. Використання комп'ютера як засобу навчання зумовлює завдання розробки науково обґрунтованих комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання як на рівні дидактики, так і на рівні методик навчання окремих предметів із урахуванням специфіки кожного з них [1].

Створення методичної системи навчання математичної логіки з використанням інформаційних технологій навчання в педагогічній системі підготовки спеціаліста передбачає чітке формулювання мети навчання, обґрунтований відбір змісту навчання, розробку методів навчання, створення засобів навчання і визначення організаційних форм навчання.

Одним із елементів методичної системи є організаційні форми навчання. Зупинимося на організаційних формах методичної системи навчання математичної логіки з використанням інформаційних технологій навчання (ІТН) у тому варіанті, коли ІТН представлено інтегрованим спеціалізованим програмним середовищем навчального призначення «МатЛог».

В вищій школі склалися наступні форми навчання: лекція, практичне (або семінарське) заняття, написання курсових та дипломних робіт. Невід'ємним елементом навчального процесу являється контроль знань (у форматі іспитів, заліків, колоквіумів, тестування і т.д.). Головною рушійною силою навчального процесу у вузі є самостійна робота студентів, без якої немає і не може бути процесу оволодіння знаннями, уміннями і навичками.

Основними організаційними формами навчання основам математичної логіки є лекційні і практичні заняття, а також самостійна робота студентів.

Слід відзначити, що з методичної точки зору традиційний (або класичний) підхід є досить досконалим, перевіреним часом. Він орієнтований на формування чітко (аксіоматично) визначених знань та методів дослідження високого рівня абстракції, як це і належить під час вивчення сучасної математичної теорії. Однак відповідний рівень практичних умінь та навичок не є адекватним. Справа не в тім, що викладачами досі не знайдено досконалих форм та методик формування практичних умінь та навичок. Суть проблеми в тому, що донедавна у викладача та студентів був відсутній адекватний інструментарій і, відповідно, не було можливості ні ефективно організувати навчальний процес, ні ефективно навчатися [1].

Недоліком є і те, що розв'язування майже всіх типів практичних задач математичної логіки пов'язано із значним обсягом рутинних логічних обчислень і супроводжується дуже громіздкими однотипними записами. Відомо, що в традиційних технологіях навчання математичної логіки, як і будь-якої іншої математичної дисципліни, не завжди використовується ефективний інструментарій (дошка, крейда, ганчірка – для викладача, зошит та авторучка – для студента). Таким чином, під час лекції викладач вимушено і свідомо спрощує системи прикладів, що ілюструють основні теоретичні положення, або взагалі їх уникає. У процесі практичного заняття значна частина часу витрачається студентами на виконання дій, які не пов'язані із суттю використовуваних алгоритмів і методів. Це, звичайно, заважає студентам зосереджуватися на основних моментах навчального матеріалу і виконувати достатню для надбання вмінь і закріплення навичок кількість завдань.

Практика свідчить, що більшість студентів не усвідомлюють належним чином зв'язків між основними теоретичними аспектами курсу та практичними задачами саме через те, що під час розв'язування останньої навіть методом, який є безпосереднім наслідком теореми, лише 5-10% часу вони витрачають на пошук та аналіз методу розв'язання, а 85-90% часу, що відведено на задачу, – на обчислення та переписування результатів.

Ще однією важливою компонентою навчального процесу є самостійна робота студентів. За традиційною методикою, вона полягає у виконанні поточних домашніх і довгострокових індивідуальних завдань, складених викладачем із кожної навчальної теми. Ці роботи студент повинен виконувати під час вивчення теми, а звіт надавати викладачеві після її закінчення. Перевірка індивідуальних завдань за традиційних форм навчання забирає у викладача значну кількість часу, що ніяк не відповідає його кваліфікації.

Отже, виявлені недоліки викладання курсу математичної логіки стосуються всіх компонентів навчального процесу: лекційної частини, практичних занять та виконання поточних та залікових контрольних завдань. Вони пов'язані не з методичними упущеннями, прорахунками або недоліками в роботі викладачів, а з об'єктивною невідповідністю між високим рівнем обчислювальної складності навчальних завдань та недосконалістю технологій навчання.

Розглянемо приклад проведення занять з курсу "Математична логіка" з використанням інтегрованого програмного середовища «МатЛог».

Організація лекційного курсу

Найважливішою формою навчання у вузі була і залишається лекція. Саме зміст і якість лекцій визначають роботу практичних занять і всіх інших форм навчання. Лекції проводяться в спеціальній аудиторії, яка обладнана сучасною проекційною технікою, що дозволяє, по-перше, використовувати комп'ютер, по-друге – демонструвати навчальний матеріал на достатньо великому екрані, не вдаючись до затемнення аудиторії. Крім такого обладнання, використовується і сучасна дошка.

Викладач може застосувати наступну методику проведення лекцій. Лекції читаються у звичайному для математичних лекцій традиційному плані, студенти при цьому конспектують основні означення і теореми. Викладач велику увагу приділяє роз'ясненню понять і доказам теорем, але, наприклад, докази теорем студенти в цей момент не конспектують, а лише слухають і намагаються їх зрозуміти і усвідомити. Потім у зошиті залишається місце і викладач указує, з якого місця електронного підручника студенту під час самостійної роботи слід законспектувати даний матеріал. Теоретичний матеріал сприймається не тільки "на слух", а ще й візуально, таким чином задіяно кілька видів пам'яті. При цьому, під час лекції викладач роз'яснення того або іншого поняття або доказу може проводити безпосередньо по тексту підручника, додаючи на дошці свої коментарі і уточнення. При цьому відбувається навчання студентів самостійній роботі з підручником і навчальною літературою взагалі.

При роботі з підручником на лекції викладачеві не обов'язково цілком дотримуватись тексту підручника. Необхідно прочитати разом із студентами основні означення, правила, формулювання теорем. Докази деяких теорем варто відтворювати на дошці, щоб при цьому студенти стежили за ними по тексту електронного підручника. По ходу доказу відповідати на питання які можуть виникати у студентів. Можна запропонувати студентам прочитати відразу якийсь пункт підручника і потім відповісти на питання, попросити виділити головне в прочитаному.

Під час лекцій викладач устигає проілюструвати теоретичні положення значно більшим обсягом прикладів. Студенти при цьому не ведуть ніяких записів, що дозволяє лектору по справжньому активно працювати з аудиторією, висвітлюючи всі нюанси теорії. Проілюструвати теоретичний матеріал можна, розглянувши приклади з підручника (рис. 1), а також під час розв'язання задач за допомогою СРЗ. Основний інструментарій викладача – дошка і крейда – виступають за такої технології лише як допоміжний елемент для відповідей на запитання студентів або подання додаткового матеріалу, що не висвітлено у підручнику.

Практичний досвід проведення лекцій з використанням системи «МатЛог» показує, що на відміну від традиційної форми лекційної роботи економію досягнуто за рахунок зменшення часу, який використовується на наведення прикладів та конспектування. Практика показала, що використання системи «МатЛог» достатньо для ефективної роботи. Інший демонстраційний навчальний матеріал практично не використовується.

Завдяки використанню СРЗ викладач спроможний розглянути на лекції більшу кількість прикладів. При чому приклади можуть бути складнішими, ніж завжди, тому що всі обчислення виконуватимуться автоматично програмою, а студенти під керівництвом викладача можуть зосередитись на логіці розв’язання задачі та на її змістовних аспектах.

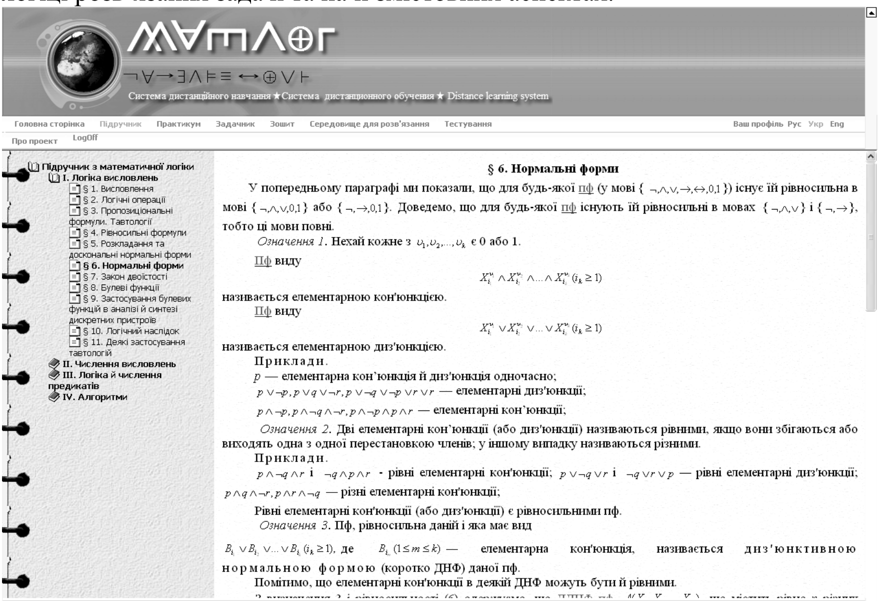


Рис. 1

Організація практичних занять

Якщо на лекції відбувається первинне знайомство з новим матеріалом, загальне орієнтування в ньому, то для засвоєння матеріалу на більш високому рівні, зокрема, на рівні відтворення і застосування необхідні практичні заняття. На них відбувається формування і відпрацьовування вмінь і навичок практичного застосування теоретичних знань, отриманих на лекціях і у підручниках. Під час практичних занять спілкування між викладачем і студентами проходить у рамках малих груп (15–20 осіб) і носить більш тісний характер, чим спілкування в ході лекції. Таке спілкування має велике виховне значення. Практичні заняття нерозривно зв'язані з усіма іншими формами вузівського навчального процесу – лекціями, консультаціями, самостійною роботою студентів. Ефективність практичних занять залежить від високої якості лекцій і від забезпечення цих занять якісними учбово-методичними матеріалами (посібниками) [3].

Система практичних занять по курсу математичної логіки повинна допомогти студентам в освоєнні широкого кола незвичних для них понять і методів даної науки, у формуванні умінь і навичок по застосуванню цих методів як в самій даній науці, так і у її додатках. Основою для організації практичних занять являються "*Практикум*" і "*Задачник*" системи «МатЛог».

Практичні заняття проводяться в сучасному комп'ютерному класі. Для проведення заняття використовують електронну версію посібника для практичних занять з курсу "Математична логіка", інтегровану (як компонента *"Практикум"*) в систему «МатЛог». Як правило, викладач, який веде практичні заняття (а це не обов'язково лектор), має власний погляд на організацію цього заняття. Даний практикум доповнює підручник системи «МатЛог». Кожна тема практичного заняття містить мінімум теоретичних відомостей, алгоритми рішення з детальними коментарями, вправи та задачі для самостійної роботи студентів. Теми занять відповідають темам підручника, в якому можна знайти необхідні теоретичні матеріали. Завдання практикуму в більшій частині являють собою серії однотипних задач, з яких одна наведена з детальним розв'язанням. Ці розв'язання доцільно розібрати на занятті, попередньо задавши їх студентам додому для самостійного знайомства. Маючи всі необхідні посібники, студенти самостійно вивчають чергову порцію матеріалу і розв'язують відповідні задачі. А коли вони прийдуть на практичне заняття, вони разом з викладачем розбирають ці задачі. На практичному занятті необхідно розв'язати і розібрати найбільш важливі і принципові задачі з кожної теми, зокрема, ті, які уже розв'язані в самому практикуму.

Окремо слід зазначити, що перед викладачем стоїть завдання – для кожної навчальної задачі з математичної логіки визначити той конкретний інструментарій, яким студент повинен користуватися, працюючи в СРЗ – основному модулі програмного середовища. Таким чином викладачеві надається певна свобода.

Як правило, навчальне завдання містить 6-8 навчальних задач. Зауважимо, що це в 2-3 рази більше, ніж за традиційної організації занять.

Розглянемо фрагмент практичної роботи.

Практичне заняття 3.

Тема: Рівносильність формул.

Мета: Засвоїти поняття рівносильності формул. Познайомити з основними рівносильностями алгебри висловлень. Сформувати вміння та навички застосування основних рівносильностей для перетворення формул.

План

- Рівносильність формул алгебри висловлень.
- Основні рівносильності алгебри висловлень.

Короткі теоретичні відомості

Дві пропозиційні формули A (X_1, X_2, ..., X_n) і B (X_1, X_2, ..., X_n) назвемо *рівносильними* (або *еквівалентними*), якщо для будь-яких наборів значень змінних X_1, X_2, ..., X_n вони приймають однакові значення. У цьому випадку будемо писати A (X_1, X_2, ..., X_n) ≡ B (X_1, X_2, ..., X_n) (або $A \equiv B$). Символ "≡" не є символом операції алгебри висловлень, а означає певне відношення між формулами, які знаходяться ліворуч та праворуч від символу "≡".

Беручи до уваги означення операції "↔", а також означення тавтології і рівносильності, можна зробити висновок, що кожну тавтологію, в якої головна операція еквіваленція, можна записати як рівносильність двох відповідних формул. Інакше кажучи, ця тавтологія породжує певну рівносильність. Так, тавтології (II) $\models \neg\neg p \leftrightarrow p$ (закон подвійного заперечення) (див. розділ I, §3 підручника) відповідає рівносильність (1°) $\neg\neg A \equiv A$; законам ідемпотентності (III) і (IV) відповідають рівносильності (10°) і (11°). Зазначимо, що кожна з таких рівносильностей отримує назву відповідної тавтології.

Перелічимо *найважливіші рівносильності* алгебри висловлень де A, B *і* C є будь-якою пропозиційною формулою:

(1°) $\neg\neg A \equiv A$ (закон подвійного заперечення)

(2°) $A \wedge B \equiv B \wedge A$
(3°) $A \vee B \equiv B \vee A$ (закони комутативності)
(4°) $A \leftrightarrow B \equiv B \leftrightarrow A$

(5°) $A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C$ (закони асоціативності)
(6°) $A \vee (B \vee C) \equiv (A \vee B) \vee C$

(7°) $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ (закон дистрибутивності $\wedge$ відносно $\vee$)

(8°) $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ (закон дистрибутивності $\vee$ відносно $\wedge$)

(9°) $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ (закони де Моргана)
(10°) $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

(11°) $A \vee A \equiv A$ (закони ідемпотентності)
(12°) $A \wedge A \equiv A$

(13°) $A \wedge 1 \equiv A$
(14°) $A \vee 0 \equiv A$
(15°) $A \wedge \neg A \equiv 0$
(16°) $A \vee \neg A \equiv 1$
(17°) $A \wedge 0 \equiv 0$ (властивості 0 та 1)
(18°) $A \vee 1 \equiv 1$
(19°) $A \rightarrow 1 \equiv 1$
(20°) $A \rightarrow 0 \equiv \neg A$

$$\left.\begin{array}{l}(21^\circ)\ A\to B\equiv\neg A\lor B\\(22^\circ)\ A\to B\equiv\neg(A\land\neg B)\\(23^\circ)\ A\land B\equiv\neg(A\to\neg B)\\(24^\circ)\ A\lor B\equiv\neg A\to B\\(25^\circ)\ A\leftrightarrow B\equiv(A\to B)\land(B\to A)\end{array}\right\}\ \text{(вираження одних операцій через інші)}$$

$$\left.\begin{array}{l}(26^\circ)\ A\land(B\lor A)\equiv A\\(27^\circ)\ A\lor B\land A\equiv A\end{array}\right\}\text{(закони поглинання)}$$

Використовуючи основні рівносильності алгебри висловлень, можемо від однієї формули переходити до рівносильної їй формули. Так само в будь-якій пропозиційній формулі можна замінити довільну її частину, що є пропозиційною формулою, рівносильною і при цьому одержати пропозиційну формулу, рівносильну даній. Такий перехід називається *рівносильним перетворенням* вихідної формули. У тих питаннях, в яких дану пропозиційну формулу можна замінити на рівносильну їй, основні рівносильності алгебри висловлень дозволяють приводити формули до більш простого (по числу символів) або більш зручного вигляду.

Хід заняття

Задача. Проводячи рівносильні перетворення з використанням основних рівносильностей, доведіть, що формула є тавтологією: $P\to(Q\to(P\land Q))$.

Розглянемо послідовність дій студента у “Середовищі для розв’язання задач” під час практичної роботи стосовно розв’язання даної задачі. В задачнику студент вибирає вказану задачу і натискає на посилання “*Додати до зошита*”. В зошиті необхідно виділити дану задачу і натиснути на посилання “*Розв’язати*”. Задача завантажується в СРЗ для розв’язання. СРЗ автоматично налаштовується на тему, до якої належить дана задача.

В залежності від теми, інтерфейс СРЗ змінюється. Набір інструментів для кожної теми різний, тому і зовнішній вигляд панелі інструментів динамічно міняється. Не всі інструменти одночасно можуть бути доступними. Процес розв’язання задачі в СРЗ подається як послідовність перетворень вихідних математичних об’єктів. І на кожному кроці розв’язання СРЗ інтелектуально визначає список припустимих перетворень. Інструменти, які можна задіяти для виконання таких перетворень, на панелі інструментів будуть активними і їх можна вибрати. Інші інструменти будуть не доступні для використання.

Робоче поле СРЗ відображає послідовність дій користувача та результати розв’язання задач. Послідовність дій – це послідовність кроків, на кожному з яких користувач виконує деяке символьне перетворення математичного об’єкта – формули алгебри висловлень. Інформацію, яку розміщує СРЗ в робочому полі, під час розв’язання задачі, можна порівняти з тою, що студенти записують у звичайний зошит, під час розв’язання задач на практичних заняттях. При такому порівнянні, робоче поле демонструє, як може виглядати протокол розв’язання задачі у звичайному зошиті.

Виконувати перетворення дозволяється тільки з формулою, яка знаходиться в останньому рядку робочого поля. Назвемо цей рядок *поточним*. Всі попередні рядки робочого поля (якщо вони є) відображають послідовність перетворень, які зробив користувач, щоб отримати формулу, яка знаходиться в поточному рядку. При цьому об'єкт (формула, підформула) перетворень підкреслено лінією і виділено іншим кольором, а дія над ним прокоментована словами (рис. 2).

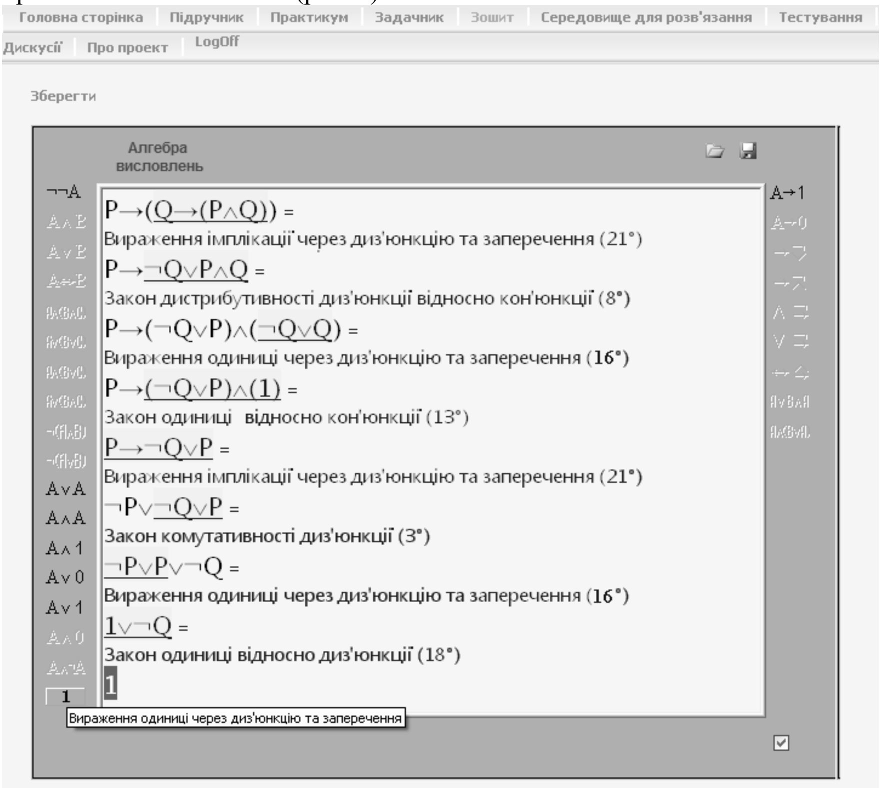


Рис. 2

Для доведення того, що формула $P\to(Q\to(P\wedge Q))$ є тавтологією, покажемо, що ця формула рівносильна 1 (істинному висловленню). На рис. 2 представлено один із варіантів встановлення тотожної істинності даної формули.

Розв'язані задачі зберігаються в зошиті користувача. Для виконання цієї дії необхідно натиснути на посилання "*Зберегти*" СРЗ (рис. 2).

Організація контролю знань

Суттєвими є зміни, що відбулися в організації поточного контролю знань. Контроль знань - важливий елемент навчального процесу. Він не тільки покликаний зафіксувати рівень і якість засвоєння знань, але і сприяти активізації пізнавальної активності учнів.

Однією з форм поточного контролю являється тестовий контроль за допомогою автоматизованої контролюючої системи (інтегровану в систему як компонента *“Тестування”*) який варто проводити після вивчення відповідного розділу з чотирьох розділів тесту (рис. 3). Студенти, що не пройшли заліковий рівень із першої спроби, змушені будуть проходити повторне тестування по даному розділу в додатковий час. Студенти, що пройшли в відведений термін всі тести, цілком можуть заслуговувати залік.

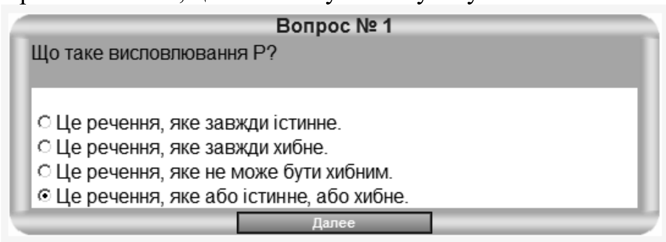


Рис. 3

Звернемо увагу на те, що не слід ідеалізувати можливості тестового контролю. Лише один такий контроль не в змозі виявити всі особливості студентів. Тому тестовий контроль не повинен повністю замінити традиційні форми контролю. Лише розумне сполучення тестової форми із традиційними формами контролю дасть об’єктивний результат.

Організація контрольних робіт

Контрольна робота – традиційна форма контролю знань з математики. Вона проводиться на практичному занятті і триває дві академічних години. Найбільше доцільно проводити контрольні роботи по темам, пов’язаним з алгеброю висловлень (розділ I підручника). Цей матеріал найбільше алгоритмічний і вимагає конкретних знань.

Поточні контрольні роботи виконуються в “Середовищі для розв’язання задач”. Розв’язки всіх задач на арифметичну правильність перевіряються засобами самого середовища. Після того, як контрольну роботу виконано, викладач оцінює її за кількістю розв’язаних задач та якістю розв’язання. Зауважимо, що арифметичних помилок у процесі розв’язання задачі не існує, таким чином викладач оцінює знання методу розв’язання задачі.

Організація заключного контролю

Екзамен в вузі – це не тільки форма контролю знань, але і форма навчання. Навчальне значення екзаменів проявляється насамперед у тому, що студент під час екзаменаційної сесії повторює весь навчальний матеріал, знову перечитує конспект лекцій, підручник, узагальнює і систематизує знання з предмету.

Підготовка до іспиту змушує студента зрозуміти логіку всієї науки в цілому, привести в систему розрізнені знання, які він протягом семестру або року накопичував при вивченні окремих тем, зрозуміти близькі і далекі перспективи розвитку даної науки.

Заключною формою контролю з математичної логіки, є, як правило, екзамен, якому передують колоквіуми. Викладачі проводять їх у комп'ютерному класі. Організація колоквіуму та екзамену фактично є традиційною. Основною особливістю є те, що студенти відповідають тільки на теоретичні питання, але в процесі підготовки та відповіді вони мають змогу користуватися системою «МатЛог», як це робив лектор. Загальна оцінка студента за курс виставляється лектором, який, окрім оцінки на теоретичні питання білетів екзамену, враховує оцінки студента за контрольні роботи.

Організація самостійної роботи

Самостійна робота студентів – основа вузівської системи підготовки спеціалістів. Маючи доступ до сервера, студенти у вільний від занять час працюють з теоретичним матеріалом (електронним підручником, посібником для практичних занять), розв'язують необхідну кількість завдань на закріплення чи повторення, обмінюються думками через дискусії. Ми вже відзначали, що під час лекцій студентів варто вчити самостійній роботі з підручником. Винятково корисно задавати студентам до наступної лекції самостійно розглянути відповідний матеріал підручника. У результаті на лекції студенти більш усвідомлено і продуктивно сприймають роз'яснення викладача по цьому матеріалу. Винятково важлива чітка організація самостійної роботи студентів з розв'язання задач. Щоб зробити ефективною аудиторну роботу, потрібно більша підготовча самостійна робота студентів дома. Етапи роботи студента у процесі розв'язання задач такі, як на практичних заняттях. Викладач, у свою чергу, в зручний для себе час перевіряє розв'язки задач, а також відкриває ті чи інші можливості (компоненти) для наступних занять.

Сформулюємо деякі основні висновки.

1. Використання інтегрованого програмного середовища системи навчання математичної логіки «МатЛог» сприяє не тільки інтенсифікації проведення практичних занять, а й значній економії часу під час вивчення теоретичного лекційного матеріалу. Лектор, у розпорядженні якого є комп'ютерне робоче місце і відеопроектор, озброєний могутніми та універсальними інструментами. Це дозволяє йому в незначному часовому інтервалі проводити актуалізацію опорних знань, ілюструвати теоретичні положення на практичних прикладах, більш докладно демонструвати зв'язок теми, що вивчається, з матеріалом попередніх лекцій. У свою чергу зекономлений час дозволяє глибше вивчити практично всі теми, розширити зміст теоретичного курсу, а за необхідності переробити структуру курсу, порядок його подання.

2. Найсуттєвіші зміни, порівняно з традиційними, відбулися в методиці проведення практичних занять та контрольних робіт. Виконання завдань за

допомогою системи «МатЛог» формує якісні практичні знання, вміння та навички студентів із методів математичної логіки. Фактично студент керує процесом розв'язання, ініціюючи виконання кожного кроку обчислень. Комп'ютер миттєво і правильно виконує обчислення і переписування, звільняючи користувача від зайвих витрат часу. Така методика, на нашу думку, є чи не найкращим вирішенням протиріч між обсягами навчального матеріалу і обмеженістю людських можливостей.

3. Значні переваги, як ми бачили, дає новий підхід і під час організації самостійної роботи студентів. По-перше, значно спрощується процес управління практичними заняттями. По-друге, у процесі оцінювання контрольних та індивідуальних завдань студентів викладач користується комп'ютерною технологією перевірки виконання завдань в цілому та перевірки правильності кожного кроку завдання. Це звільняє викладача від рутини пошуку помилок та надає йому суттєві можливості для індивідуальної роботи зі студентами.

Отже, вищезазначене дозволяє твердити, що використання комп'ютерних технологій підвищує інтерес студентів до проведених занять і сприяє більш свідомому ставленню до навчання. Крім цього, застосування сучасних методів опрацювання даних сприяє загальному розвиткові інформаційної культури студентів та їх професійному становленню.

Література:

1. Співаковський О.В. Теорія і практика використання інформаційних технологій у процесі підготовки студентів математичних спеціальностей: Монографія. – Херсон: Айлант, 2003.
2. Львов М.С., Сінько Ю.І. Про один підхід до побудови систем підтримки розв'язання математичних задач, конструйованих за умовою. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць. / Редкол. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2001. – Випуск 4. – 230 с. – С. 75-82.
3. Игошин В.И. Математическая логика в системе подготовки учителей математики. – Саратов: Слово, 2002. – 240 с.
4. Сінько Ю.І. Інтегроване програмне середовище системи навчання математичної логіки «МатЛог» // Інформаційні технології і засоби навчання. – Жовтень 2007. – №3. – [WWW document]. URL http://www.nbuv.gov.ua/e-journals/ITZN/em3/emg.html (19 листопада 2007 р.)

КОМПЬЮТЕРНОЕ И БЕСКОМПЬЮТЕРНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ СТУДЕНТОВ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

И.С. Храповицкий
г. Харьков, Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры

Внедрение Болонской системы подготовки специалистов в высших учебных заведениях требует более тщательного контроля знаний студентов в межсессионный период. С этой целью приходится разрабатывать варианты заданий для контрольных работ, варианты итоговых заданий по каждому модулю, тесты по разделам курса и по модулям. Все это требует много труда и времени. Предлагаемая компьютерная программа позволяет облегчить и ускорить подготовку этих материалов, а также проведение контролей.

Рассмотрим процесс составления тестов и использование их для тестирования студентов с помощью компьютеров и без компьютеров.

Подготовка тестов начинается с составления списка контрольных вопросов по разделу или по модулю курса. В зависимости от того, в каком виде студент должен дать ответ, вопросы делятся на три типа. К первому типу относятся вопросы, на которые студент выбирает правильный ответ из списка ответов, приведенных после вопроса, причем правильный только один ответ. Ко второму типу относятся вопросы, на которые студент выбирает правильные ответы из списка ответов, приведенных после вопроса, причем правильных ответов не меньше двух. Список ответов в обоих типах может содержать от 2 до 9 ответов. К третьему типу относятся вопросы, на которые студент конструирует ответ сам в определенном виде.

Тест оформляется в виде файла с определенным именем.

Начинается файл со строки (строк) заглавия. Начиная с первой позиции строки, записывается номер раздела курса, в конце которого ставится точка, за точкой указывается число вопросов в тесте, в конце которого также ставится точка. За точкой записывается заглавие теста. Например,

10.29.Матрицы.

За заглавием записываются вопросы и ответы на них. Вопрос, относящийся к первому типу, начинается с номера вопроса, который записывается в новой строке, начиная со второй позиции, количество ответов на вопрос, номер правильного ответа, разделенные точкой. После номера правильного ответа ставится точка и за ней записывается сам вопрос, причем текст вопроса не должен занимать в следующих строках первые три позиции. Затем, начиная с новой строки, записываются ответы. Каждый ответ начинается с номера ответа, который записывается в новой строке, начиная с третьей позиции, в конце которого ставится точка. За точкой записывается сам ответ, причем текст ответа не должен занимать в следующих строках первые три позиции. Затем записывается следующий вопрос и его ответы. Например,

1.3.1.Что называется матрицей?

1. Упорядоченная прямоугольная таблица чисел, взятая в круглые скобки.

2. Таблица чисел, взятая в круглые скобки.

3. Прямоугольная таблица чисел, взятая в круглые скобки.

2.3.1. Как называются числа, из которых составляется матрица?

1. Элементами.

2. Числами.

3. Составляющими.

При тестировании на компьютере для ответа на вопрос первого типа сначала следует выделить правильный ответ с помощью клавишей перемещения курсора по вертикали, а затем нажать клавишу Enter.

В вопросе, относящемуся ко второму типу, перед числом ответов на вопрос записывается знак $ доллара, после числа ответов ставится точка, за которой записываются номера правильных ответов в порядке их роста без разделительных знаков. Например,

3.$3.13. Какие типы матриц различают? Наберите номера правильных ответов в порядке их роста без разделительных знаков.

1. Квадратные.

2. Ромбовидные.

3. Прямоугольные.

При тестировании на компьютере для ответа на вопрос второго типа нужно набрать номера правильных ответов без всяких разделительных знаков, в указанном в вопросе порядке, а затем нажать клавишу Enter.

В вопросе, относящемуся к третьему типу, вместо количества ответов на вопрос записывается знак # решетки, а после него правильный ответ. Например,

*4.#.3. Сколько строк имеет матрица с размерами 3*4? Ответ укажите числом.*

При тестировании на компьютере для ответа на вопрос третьего типа нужно набрать в указанном в вопросе виде, а затем нажать клавишу Enter.

Итак, файл вопросов для тестов подготовлен. Осталось лишь набрать его и записать в память компьютера под выбранным именем. Набирать файлы вопросов нужно в кодировке DOS.

Теперь составляем файл со списком файлов вопросов “SPF”. В нем перечисляются имена файлов вопросов с названиями разделов курса. Каждое имя файла записывается в отдельной строке, начиная с первой позиции. После имени ставится точка и за ней записывается название раздела курса. Например,

LINAL.Системы.Метод Гаусса.

DETER..Определители.Правило Крамера.

MATR..Матрицы.

VEKTAL.Векторная алгебра.

Для тестирования с помощью компьютера следует запустить программу тестирования “TEST”, работа по которой выполняется в диалоговом режиме. По этой программе сначала спрашивается, на каком диске записаны файлы тестов. В ответ нужно набрать имя диска заглавной латинской буквой. Например, С. Затем спрашивается, сколько минут отводится на ответы. Ответ нужно дать числом. Например, 10. После этого нужно выбрать, указанным образом, разделы курса, по которым будет проведено тестирование, и указать, сколько вопросов из каждого выбранного раздела курса включается в тест. Дальше запрашиваются данные о студенте, необходимые для формирования протокола тестирования в файле “PROT”. Наконец, на экран выдается первый вопрос, на который студент выбирает ответ из предложенных ответов либо формирует самостоятельно ответ в зависимости от типа вопроса. После ввода ответа на экран выдается следующий вопрос. Это повторяется столько раз, сколько вопросов задано в тесте.

Вопросы теста выбираются случайным образом, при этом для равномерного распределения вопросов по их списку список делится сначала на равные по количеству вопросов части, а затем выбирается по одному вопросу из каждой части. Число частей равно числу вопросов в тесте. Случайным образом размещаются на экране и предлагаемые ответы на вопрос. Это сделано для того, чтобы исключить передачу номера правильного ответа другим студентам. После окончания ответа на экран выдается оценка, полученная студентом, с приглашением к студенту преподавателя звуковым сигналом.

Преподаватель записывает оценку. Набирает скрытно пароль (100) и либо вызывает следующего студента, либо заканчивает тестирование.

При конфликтных ситуациях преподаватель смотрит протоколы тестирования, просматривая файл “PROT”.

Если нет возможности проводить тестирование на компьютерах, то сначала следует подготовить варианты тестов, воспользовавшись программой “PRTEST”, отредактировать их в одном из редакторов, например, в WORD и распечатать. Пакет тестов включает в себя, кроме вариантов тестов, лист ответов, с помощью которого можно быстро получить результаты тестирования. Один вариант теста с пятью вопросами по теме “Матрицы” и лист ответов для пяти вариантов тестов имеют такой вид:

Вариант 3-1

1. Какие матрицы называются равными?

1. матрицы одинаковых размеров, в которых равны между собой соответствующие элементы.

2. матрицы с равными элементами.

3. матрицы, которые имеют одинаковые размеры.

2. Что называется матрицей?

1. Таблица чисел, взятая в круглые скобки.

2. Прямоугольная таблица чисел, взятая в круглые скобки.

3. Упорядоченная прямоугольная таблица чисел, взятая в круглые скобки.

3. Сколько столбцов имеет матрица третьего порядка?

4. Какие матрицы можно складывать?

1. любые.

2. с одинаковым числом строк.

3. число столбцов первой матрицы должно быть равным числу строк второй.

4. одинаковых размеров.

5. с одинаковым числом столбцов.

5. Какая матрица называется обратной для данной матрицы?

1. произведение которой на данную матрицу равна единичной матрице.

2. произведение которой слева и справа на данную матрицу равна единичной матрице.

3. матрица, которая равна единице, деленной на данную матрицу.

Лист ответов к тестам по разделу “Матрицы”

Вариант 3-1 1 3 3 4 2

Вариант 3-2 2 1 4 3 3

Вариант 3-3 2 1 1 $\frac{1}{|A|}C$ 3

Вариант 3-4 3 3 X=A^{-1}B 1 2

Вариант 3-5 2 $\frac{1}{|A|}C$ 3 4 3

Студент записывает ответы в таблице, в первой строке которой пишутся номера вопросов, а во второй номера правильных ответов или ответ. Например,

Иванов Сергей. Группа Ф-12. Вариант 3-1

1	2	3	5	6
1	3	3	4	2

Если ответ не помещается в клеточке, то его следует записать ниже таблицы, указав номер вопроса.

Число вариантов в пакете и число вопросов в тесте задаются по запросам программы PRTEST, которая работает в диалоговом режиме.

МОТИВАЦІЙНІ ДЕТЕРМІНАНТИ В СТРУКТУРІ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ

О.Е. Корнійчук
м. Київ, Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

Ефективність комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання вищої математики для економістів залежить від того, якою мірою вона *сприяє* усвідомленню студентами значимості економіко-математичних методів, *відповідає* на питання «*заради чого*?» ними вивчається вища математика, *забезпечує* формування у них позитивних мотивів до оволодіння професійними знаннями і вміннями, до набуття ділових і моральних якостей.

Сукупність мотивів, що зумовлює певну діяльність, утворює ієрархічну структуру, у якій ряд мотивів є домінуючими, а інші відіграють підпорядковану роль. Питання, які саме мотиви стануть для людини домінуючими, найбільш значиме у її вихованні та навчанні [8, 26].

З точки зору психологічного вивчення професіограм, якщо людина обирає професію економіста, фінансиста, податківця або бухгалтера, успіх її професійної діяльності залежить від наступних факторів [9]:

– *домінуючий спосіб мислення*: «*адаптація-координація*» (такі люди здатні узгоджувати цілі та розв'язки багатьох різноманітних задач одночасно, прагнуть до розвитку та інновацій) або «*застосування-регуляція*» (таким людям подобається розглядати різні аспекти цілісної системи для того, щоб забезпечити її правильне і точне функціонування);

– *домінуючий інтерес*: *конвенціональний* (стандартний) тип особистості – посидючий, ретельний, дисциплінований, акуратний. Віддає перевагу ясним, чітко сформульованим розпорядженням. Подобається розв'язувати типові задачі, виконувати канцелярські та розрахункові роботи;

– *додатковий інтерес*: *підприємницький* тип – винахідливий, практичний, енергійний, ініціативний, азартний. Добре справляється з роботою, що пов'язана з ризиком і вимагає швидкого прийняття рішень у невизначених ситуаціях. Контакти з людьми – численні;

– *особистісні якості*: відповідальність, креативність, розвинена інтуїція, ерудованість, комунікабельність, прагнення до особистого зростання.

Якості, що перешкоджають ефективності професійної діяльності:

- відсутність математичних здібностей;
- нездатність зіставляти, аналізувати й узагальнювати отримані факти;
- неуважність, недбалість, безініціативність;
- вузькість кругозору;
- відсутність прихильності до роботи з документами і числами;
- невміння використовувати сучасні комп'ютерні технології;
- відсутність морально-етичних норм.

Психологічний аналіз індивідуально-особистісних якостей фахівця економічного профілю, а також використання ідей базових концепцій менеджменту є корисними й необхідними елементами в побудові методичної системи навчання математики для економістів. Зокрема, під *менеджментом навчальної діяльності* будемо розуміти сукупність педагогічних принципів, методів, засобів і форм організації процесу навчання з метою підвищення його ефективності.

Сучасні теорії *менеджменту*, або управління соціально-економічними процесами, пропонують конкретні заходи щодо його удосконалення, спираючись на зростаючу роль людини в процесі професійної діяльності та у житті суспільства. Характерними категоріями для концепцій, наприклад Д. Мак-Грегора та Ф. Герцберга [12, 155], виступають *мотиви, неформальна організація, комунікація* та *участь*.

Теорії «*X*» та «*Y*» Д. Мак-Грегора розкривають різні погляди управлінців на ставлення працівників до своєї професійної діяльності.

«*Теорія X*» стверджує, що середній індивідуум тупуватий, ледащий, прагне за першої нагоди ухилятися від роботи, тому його потрібно постійно спонукати, змушувати, контролювати, направляти, погрожувати покаранням, щоб він напружено працював для досягнення поставлених цілей. Він бажає, щоб ним керували, намагається уникати відповідальності, не є честолюбним та більш за все піклується за свою безпеку.

«*Теорія Y*» виходить з того, що середній індивідуум за *відповідної підготовки та сприятливих умовах* не тільки бере на себе відповідальність, але й прагне до неї. Зусилля, що витрачаються для досягнення поставлених цілей, в цьому випадку пропорційні очікуваним винагородам. Здібність проявляти фантазію, винахідливість і творчий підхід до розв'язання проблем притаманні скоріше широкому, ніж вузькому, колу людей.

Концепцію Д. Мак-Грегора доповнює *теорія мотиваційної гігієни* Ф. Герцберга. В її основі лежить тезис про те, що праця (або навчання), що приносить задоволення, сприяє психологічному здоров'ю особистості. Згідно цієї теорії такі фактори, як сам процес роботи (навчання) і разом з тим особисті успіхи, зростання, визнання, ступінь відповідальності, зацікавленість, підсилюють позитивні мотиви поведінки людини, оскільки підвищують рівень задоволення своєю діяльністю.

Байдужість студентів, небажання навчатись, нерозуміння, заради чого їм потрібно напружуватись і вивчати ту або іншу дисципліну і як вона пов'язана з майбутнім професійним та особистим життям, багато в чому пояснюється недостатньою мотивацією та відсутністю *мотиваційної гігієни навчальної діяльності*, тобто сукупності заходів щодо створення ділового морально-психологічного клімату в процесі навчання.

У порівнянні з мотивацією навчання математичних дисциплін майбутніх вчителів математики, фізики, інформатики або інженерів-програмістів необхідність у мотивації вивчення курсу вищої математики студентами економічних спеціальностей зростає багатократно, набуваючи більш гнучкі та непрямолінійні форми.

В цьому випадку мотиваційна складова навчального процесу має спиратися на потреби економічної діяльності та впливати на формування економічного способу мислення й професійних компетентностей студентів, до переліку яких входять навички використання математичних та інформаційних методів і технологій (див. [10, 24]).

За нашим переконанням, вища математика має розглядатись в системі *мотиваційних детермінант*, тобто в сукупності основних факторів, які беруть участь в мотиваційному процесі та зумовлюють формування професійних компетентностей майбутніх економістів (рис. 1).

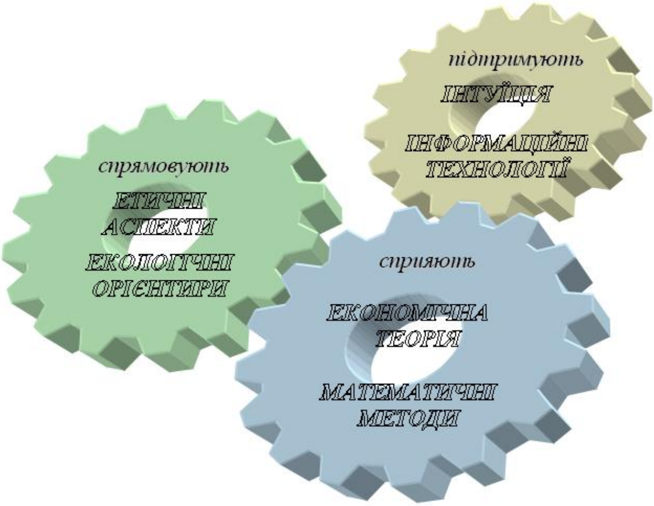


Рис. 1

Такі мотиваційні детермінанти, як знання економічної теорії та математичних методів *сприяють* процесу формування компетентностей економіста, етичні аспекти та екологічні орієнтири економічного способу мислення *спрямовують*. інформаційні технології та розвинена інтуїція *підтримують* цей процес.

З позиції педагогіки математики автором запропоновано розробку таких питань, як *еволюція формування економічної думки* [1], *етапи становлення математичних методів в економіці* та *роль інтуїції й комп'ютерних технологій у прийнятті економічних рішень* [3; 5; 7], *математичні моделі в економічних розрахунках на базі Mathcad* [4], *етичні аспекти економічного способу мислення* [2], *екологічні орієнтири* та *GRAN-ілюстрація й прогнозні обчислення еколого-економічної моделі* [6].

Зазначений матеріал містить *продуктивні методики* проведення занять з вищої математики і спрямовано на впровадження *ситуаційного навчання* (*кейс-методу*), що є основою бізнес-освіти і передбачає осмислення студентами реальних життєвих ситуацій. Частину з цих відомостей потрібно подавати порціонно у вигляді п'яти-десяти-хвилинних відступів, починаючи, наприклад, з запитання «Чи знаєте ви, що..?», інші – для постановки проблеми у вигляді ситуаційних задач та її вирішення. Тобто для створення такої атмосфери в аудиторії і поза нею, яка б заохочувала студентів міркувати, засвоювати необхідний комплекс знань, ділитися власними думками й брати активну участь в аналітичному процесі.

Власне кажучи, ідеї та принципи економічної науки можуть у значній мірі поповнити зміст і методологію сучасної педагогіки, зокрема системи навчання математичних дисциплін. Якщо викладач математики дбає про формування професійних компетентностей майбутніх економістів, прагне донести до свідомості студентів методи математики в поєднанні з основами й здобутками економічної науки, то все це суттєво впливає як на організацію навчального процесу, так і на структуру методичної системи навчання в цілому.

Як відомо, структуру будь-якої методичної системи навчання визначають *цільовий, змістовний* і *технологічний* компоненти. Сукупність методів, засобів та організаційних форм навчання є технологією навчання (див., наприклад, [11, 221]).

Враховуючи вплив мотиваційного середовища на складові методичної системи навчання вищої математики для економістів, подамо її у більш конструктивному вигляді, ніж традиційно прийнято (рис. 2):

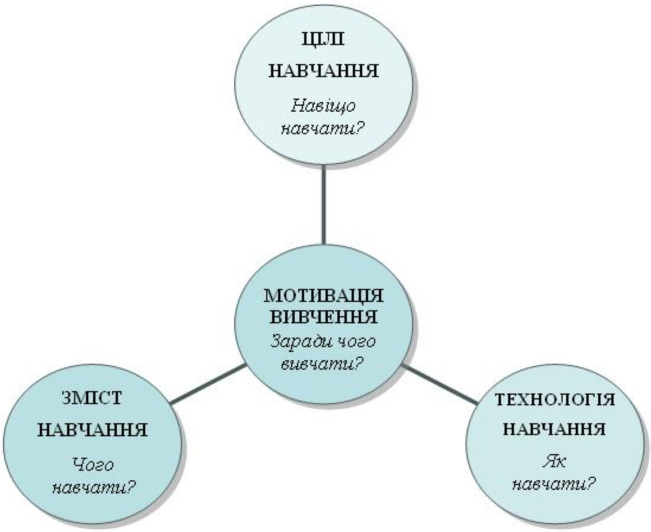


Рис. 2

Мотивація вивчення вищої математики студентами економічних спеціальностей містить сукупність різних спонукань до навчання: мотивів, потреб, інтересів, прагнень, цілей, уподобань, мотиваційних настанов тощо. Мотиваційний компонент має відповідати на запитання «*Заради чого вивчати*?», що визначає *детермінацію* навчального процесу взагалі.

Мотивація вивчення математичних понять і методів безпосередньо впливає на всі складові методичної системи навчання вищої математики для економістів. А саме:

1. Постановка *цілей навчання* орієнтується на конкретні мотиви. Успіх навчальної діяльності залежить від того, на що вона спрямована, до якої цілі при цьому прагнуть студенти: або цілі навчання виступають для них як мотивована потреба і особистісна цінність в опануванні, зокрема, вищої математики, або навчальна діяльність є лише засобом для досягнення цілей, не пов'язаних з тим, що ними вивчається («аби здати і забути»).

2. Сам *зміст навчання* (теоретичний матеріал, задачі, вправи), що подається не мотивовано, не має для студента будь-якого значення і не справляє на нього ніякого враження. Мотиваційний вплив спричиняє тільки той навчальний матеріал, інформаційний зміст якого враховує наявні та майбутні потреби студента. При цьому слід мати на увазі, що у всіх студентів, зокрема у тих, хто вивчає математику, існує потреба в постійній діяльності, у тренуванні окремих функцій (пам'яті, мислення, уявлення тощо), потреба у нових враженнях та емоційному наситі, потреба у пошуках особистого призначення та моральних основ життя. Той зміст, що не викликає проблемних питань, не цікавить студентів. Інформаційно бідний матеріал не має мотиваційного ефекту.

3. *Технологія навчання* значною мірою визначає ставлення студентів до своєї діяльності. Для формування позитивної сталої мотивації учіння важливо, щоб кожний студент відчув себе об'єктом навчально-виховного процесу, зрозумів, що цей процес організовано для нього, що цілі та завдання цього процесу – його особисті цілі, що, нарешті, він відіграє в цьому процесі не підпорядковану, а досить активну роль. Це передбачає застосування різних *форм, засобів та методів активізації навчально-пізнавальної діяльності*: проблемних лекцій, дискусій, господарських ситуацій (кейсів), презентацій, рольових та ділових ігор, тренінгових занять, комп'ютеризованих дослідницьких практикумів, композицій «заняття – позааудиторний захід» тощо.

Від того, з яких частин складається навчальний процес, як ці частини між собою співвідносяться, залежить результат навчання, його розвиваюча й виховна функція. Створення на заняттях мотиваційного середовища є першочерговим елементом для ефективної навчальної діяльності та розвитку широкого синтетичного мислення студентів економічних спеціальностей. Разом з тим цей процес виступає найважливішим і складним завданням для педагога.

Література:

1. Корнійчук О.Е. Еволюція формування економічного мислення // Педагогіка і психологія. – 2006. – № 1. – С. 22-29.

2. Корнійчук О.Е. Етичні аспекти економічного мислення // Актуальні проблеми економіки. – 2005. – № 6. – С. 3-14.

3. Корнійчук О.Е. Математика як складова в розвитку мислення сучасного економіста // Педагогіка і психологія. – 2007. – № 1. – С. 70-78.

4. Корнійчук О.Е. Математичні моделі в економічних розрахунках на базі *Mathcad* // Математика в школі. – 2006. – № 6. – С. 35-41.

5. Корнійчук О.Е. Напрями інтеграції математики з інформатикою в процесі підготовки молодших спеціалістів економічного профілю // Освіта. Технікуми, коледжі. – 2007. – № 1 (16). – С. 56-58.

6. Корнійчук О.Е. *GRAN*-ілюстрація та прогнозні обчислення еколого-економічної моделі // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2007. – №5 (12). – С. 131-136.

7. Корнійчук О.Е., Єрмаков В.М. Комп'ютерні технології у вивченні математики для економістів // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2004. – № 8. – С. 16-19.

8. Михалін Г.О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу. – К.: РННЦ «ДІНІТ», 2003. – 320 с.

9. Романова Е.С. 99 популярных профессий. Психологический анализ и профессиограммы. – СПб.: Питер, 2006. – 464 с.

10. Сучасна економічна освіта: Україна і Болонський процес / За ред. В.Д. Базилевича. – К.: Знання, 2006. – 326 с.

11. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: Монографія. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

12. Щекин Г.В. Как эффективно управлять людьми: психология кадрового менеджмента: Научно-практ. пособие. – К.: МАУП, 1999. – 400 с.

ЕЙДОГРАФІКА ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ КРЕАТИВНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

С.П. Параскевич
м. Херсон, Херсонський державний університет

Продуктивна діяльність сучасного викладача ВНЗ має здійснюватись на рівні системно-моделюючої діяльності і поведінки студентів. За таких умов викладач повинен володіти стратегіями перетворення предмета навчання у засіб формування креативної особистості студентів, їх потреб у самовихованні, самоосвіті, саморозвитку.

У цьому контексті математичні дисципліни мають низку безсумнівних переваг, про які багато і написано, і сказано. Водночас останнім часом мусується негативний вплив тотальної математизації на духовний світ людини. Логічне (раціональне) протиставляється образному (емоційному).

Тож пропонуємо незвичний ракурс: математика як складова гуманітарної науки, союз математики і мистецтва.

Погоджуємося, що знання, у фундамент яких не закладено раціональне зерно, є деструктивними. Так само небезпечним є і розвиток інтелектуальних здібностей у відриві від емоційно-моральної сторони мистецтва.

Це означає, що принцип естетичності має посісти належне місце у системі дидактичних принципів навчання математики як у школі, так і у ВНЗ.

Передача творчого досвіду та досвіду емоційно-ціннісного ставлення до людей і світу має забезпечити стійку мотивацію до активної пізнавальної діяльності, креативність як життєву потребу.

Нерідко сучасним студентам здається, що в математиці не залишилось місця ані для відкриття, ані для творчості. Усе відомо, досліджено, систематизовано і треба тільки завчити, зрозуміти, відтворити чужі думки, знахідки, доведення, розв’язання. А нечисленні недосліджені острови математичної науки XXI століття такі неприступні і страшні, що пропадає усяке бажання щось робити.

Такі думки не додають оптимізму, тому треба використовувати щонайменшу можливість для власного творчого злету студентів, культивуючи уміння бачити просте у складному і незвичне, непомічене у простому.
На підтвердження цих слів зупинимось тільки на одному аспекті окресленої проблеми.

Ейдографіка (гр. eidos – образ, graphika – живопис) – особливий різновид комп’ютерного малювання за допомогою графіків рівнянь. Це своєрідний симбіоз математики, комп’ютера і мистецтва [3].

Здавна математика була одним із мистецтв, яке ретельно вивчалось впродовж життя, і тільки згодом у свідомості людей утвердилась їх полярність.

У методиці навчання математики добре відоме малювання відрізками або змішане, з додатковим використанням кола та графіка квадратичної функції, рідше графіків тригонометричних функцій [6].

Пропонований напрям у розвитку ейдографіки пов'язаний із створенням рисунків виключно за допомогою однієї лінії, наприклад параболи або астроїди. Рідше використовується змішана техніка, яка надає широкі можливості втілити творчий задум шляхом застосування різноманітних ліній, різних способів задання цих ліній (включаючи неявний та параметричний) та полярні координати [3]. З програмних засобів, на нашу думку, найдоцільніше використовувати GRAN (кількість одночасно побудованих графіків необмежена) [1] та Advanced Grapher (не більше 30 одночасно побудованих графіків).

Практика переконує, що творче мислення звичайнісіньку лінію із сухого математичного поняття здатне перетворити на чудодійний засіб створення різноманітних графічних образів (рис. 1-4).

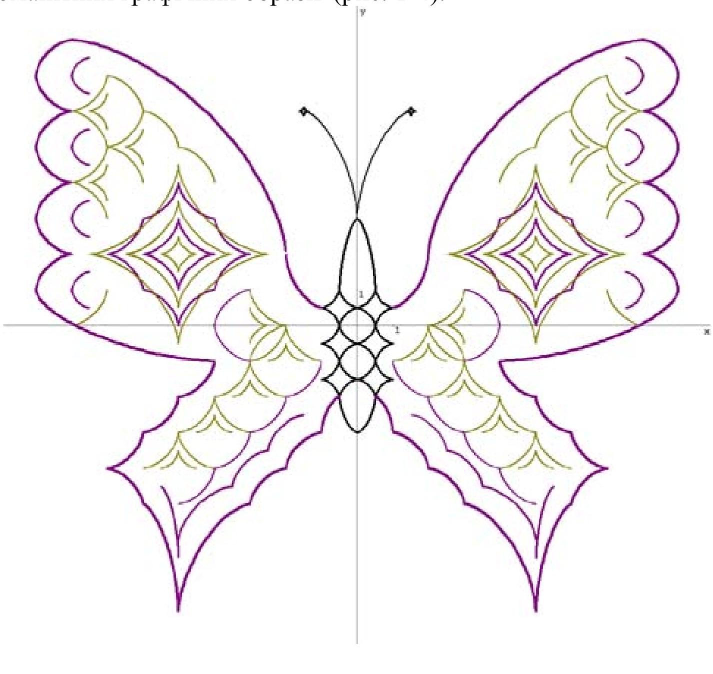


Рис. 1. Чарівні крильця. Ейдографіка. Програмне середовище GRAN.

Гармонізація логічного та образного, синхронізація ліво- та правопівкульового мислення, інноваційна спрямованість та чутливість до змін, здатність гнучко використовувати відомі підходи в нових умовах та моделювати різноманітні способи розв'язання проблеми, самостійність і оригінальність знаходять у ейдографіці потужну підтримку і джерело живлення.

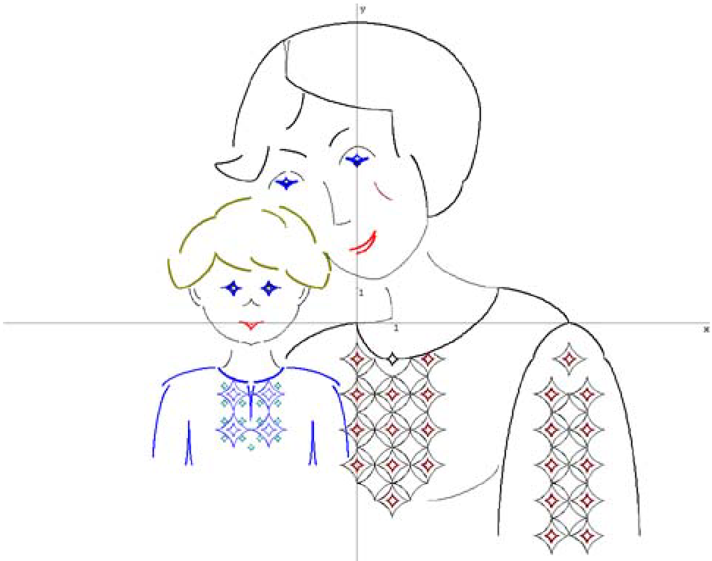


Рис. 2. Материнство. Ейдографіка. Програмне середовище GRAN.

Рис. 3. Голодомор. Ейдографіка. Програмне середовище GRAN

Постійний перехід від аналітичного задання лінії до її зображення і навпаки, перекодування інформації за схемою “знаково-символьне ↔ візуальне” сприяють як вдосконаленню математичної підготовки майбутніх учителів математики, так і посиленню культурологічної складової їх освіти [4; 5].

Як показало педагогічне дослідження, самостійне створення образів у техніці ейдографіки є продуктивною діяльністю і сприяє розвитку креативності студентів завдяки таким чинникам:

- інтегрованому поєднанню математичних та художньо-естетичних знань при посередництві комп'ютера;
- реальній можливості самовиразитися, створити щось нове, особистісно (а можливо й суспільно) значуще;
- інтерактивності та самобутності самого процесу творення;
- застосуванню сучасних інформаційних технологій (зокрема програмного комплексу GRAN та програмного засобу Advanced Grapher);
- збагаченню навчального процесу позитивними емоціями;
- активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів та їх самоактуалізації;
- еволюції художньо-естетичної культури від естетичного відчуття та потреби до художнього уміння.

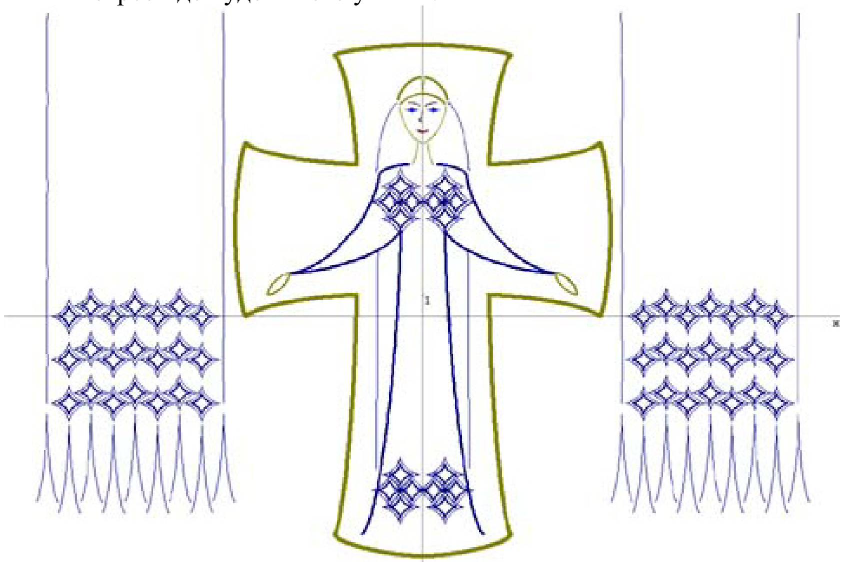


Рис. 4. Україна. Ейдографіка. Програмне середовище GRAN.

На думку самих студентів, ейдографіка допомогла їм:

- розкрити можливості, про які вони навіть не здогадувалися (42,3%);
- вперше створити (не скопіювати, не знаслідувати, а саме створити) щось незаангажоване, особистісно значуще, відчути насолоду творчої праці (38,1%);
- переконатись під час педагогічної практики у професійній значущості набутих знань та навичок (72,5%);
- розвинути асоціативну та образну пам'ять (36,7%);

- вдосконалити навички закономірного та безпомилкового мислення (29%);
- згармонізувати власне світосприйняття (41%).

Результати педагогічного експерименту підтвердили думку про можливість формування прагнення до творчості тільки в процесі активної продуктивної діяльності особистості [2].

Напрям подальших розвідок пов’язується зі створенням спецкурсу “Ейдографіка” у системі неперервної освіти учителів математики.

Література:

1. Жалдак М.І. Комп’ютер на уроках математики: Посібн. для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 303 с.
2. Лук А.Н. Мышление и творчество. – М.: Политиздат, 1976. – 144 с.
3. Параскевич С.П. Ейдографіка: теорія, методика, технологія. – Херсон: Олді-Плюс, 2008. – 217 с.
4. Параскевич С.П. Інструментарій педагогічної діяльності: графічні засоби навчання. – Херсон: Олді-Плюс, 2006. – 262 с.
5. Резник Н.А. Технология визуального мышления // Школьные технологии. – 2000. – №4. – С. 127-141.
6. Цукарь А.Я. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием образного мышления: Автореф. дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 / Новосиб. гос. пед. ун-т. – Новосибирск, 1999. – 33 с.

ДИНАМИЧЕСКАЯ КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА КАК СРЕДСТВО ИНТЕРПРЕТАЦИИ ПОНЯТИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

А.В. Ивановская
г. Керчь, Керченский государственный морской технологический университет
inv07@ukr.net

В настоящее время в сфере использования компьютерных технологий в высшей школе можно выделить два основных направления. Первое, теоретическое, подразумевающее использование компьютеров для изучения теоретических основ информатики, как науки об информационных процессах. Второе направление – прикладное, имеющее целью применение компьютеров в качестве технического средства обучения учебным дисциплинам. Остановимся более подробно на прикладном направлении.

«Визуальное мышление – это человеческая деятельность, продуктом которой является порождение новых образов, создание новых визуальных форм, несущих определенную нагрузку и делающих значение видимым» [1, 46]. «… Умелое использование комплекса графических образов в качестве целостного задания увеличивает определенным образом пропускную способность мозга, убыстряет протекание на этой базе сложных логических рассуждений. Объяснение этому можно найти хотя бы в том, что зрительные каналы переработки информации в 100 раз мощнее слуховых» [3, 185].

Математический анализ содержит больше количество понятий, имеющих абстрактный характер. Для облегчения понимания теоретического материала возможно создание компьютерных интерпретаций отдельных понятий, которое может осуществляться по двум направлениям:

– анимация (рассмотрение каждого понятия в динамике);
– варьирование некоторых параметров, приводящих к пониманию сути изучаемого понятия.

Отличие этих двух методов состоит в том, что в первом случае демонстрация сути изучаемого понятия идет по заранее запрограммированному алгоритму. Во втором случае студенту предлагается самому, изменяя значения некоторых параметров, прийти к определению понятия. Например, варьируя приращение аргумента Δx, приходим к выводу, что под касательной к кривой естественно понимать предельное положение секущей, из чего и следует геометрический смысл производной.

Одной из первых тем математического анализа является теория пределов. Для определения предела последовательности воспользуемся его геометрическим смыслом, а именно, что «число A является пределом числовой последовательности $\{a_n\}$, если для любого $\varepsilon>0$ найдется номер N, начиная с которого все члены последовательности будут заключены в ε-окрестности точки A, какой бы узкой она не была». Для наглядности рассмотрим следующие последовательности: $\left\{\frac{n+3}{n}\right\}$, $\left\{\frac{3n-3}{n}\right\}$, $\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}$. В процессе представления их в динамике с помощью MathCad члены последовательностей будут последовательно появляться на экране и, начиная с некоторого номера, окажутся в ε-окрестности прямых y=1, y=3, y=0 соответственно (рис. 1).

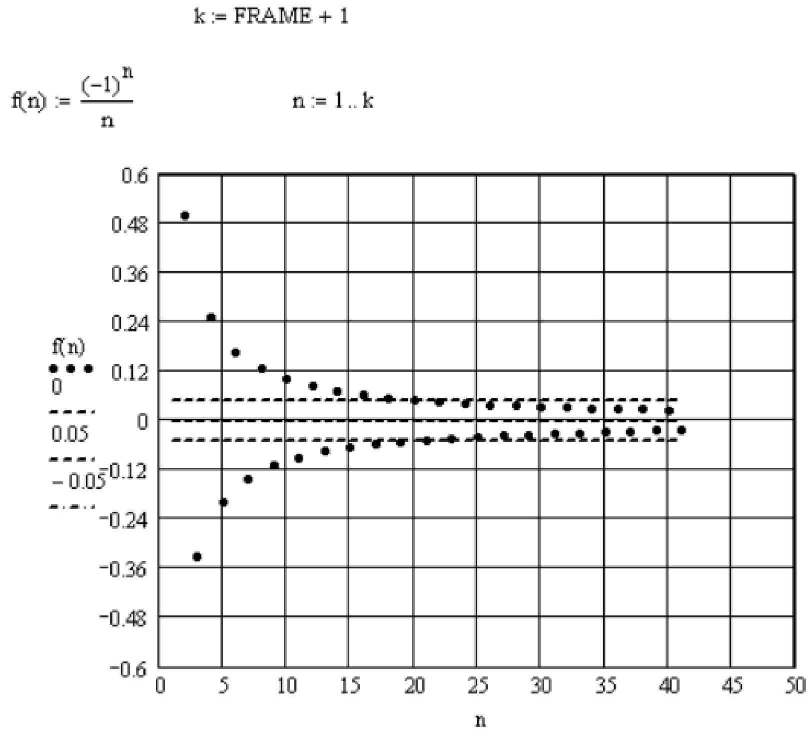


Рис. 1. Анимация числовой последовательности $\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}$

С понятием предела числовой последовательности тесно связано понятие предела функции в бесконечности и в точке. Если в первом случае переменная, возрастая, принимает только целые значения, то во втором случае переменная принимает любые значения.

Следуя методике, предложенной З.И. Слепкань [2, 391], рассмотрим поведение функции $f(x)=\frac{1}{2}x^2+2$, если значения x как угодно близко приближаются к числу 2. Значения аргумента x могут приближаться к числу 2 по-разному:

– пусть они образуют последовательность 1,9; 1,99; 1,999; ..., где $x_n \to 2$ при $n \to \infty$, а соответствующие значения функции образуют последовательность 3,8050; 3,9801; 3,9980; ..., где $\lim\limits_{n \to \infty} f\left(x_n\right) = 4$;

– пусть они образуют последовательность 2,1; 2,01; 2,001; ..., где $x_n \to 2$ при $n \to \infty$, а соответствующие значения функции в этом случае образуют последовательность 4,2050; 4,0201; 4,0020; ..., где $\lim\limits_{n \to \infty} f\left(x_n\right) = 4$.

Снова рассмотрим в динамике поведение данных последовательностей и придем к выводу, что какая бы последовательность значений аргумента x, имеющая пределом число 2, не была бы взята, пределом соответствующих последовательностей значений функции $f(x)$ будет число 4 (рис. 2).

$$x1 := \frac{FRAME}{20} \qquad x2 := 2.2 - \frac{FRAME}{200}$$

$$f(x) := \frac{1}{2}x^2 + 2$$

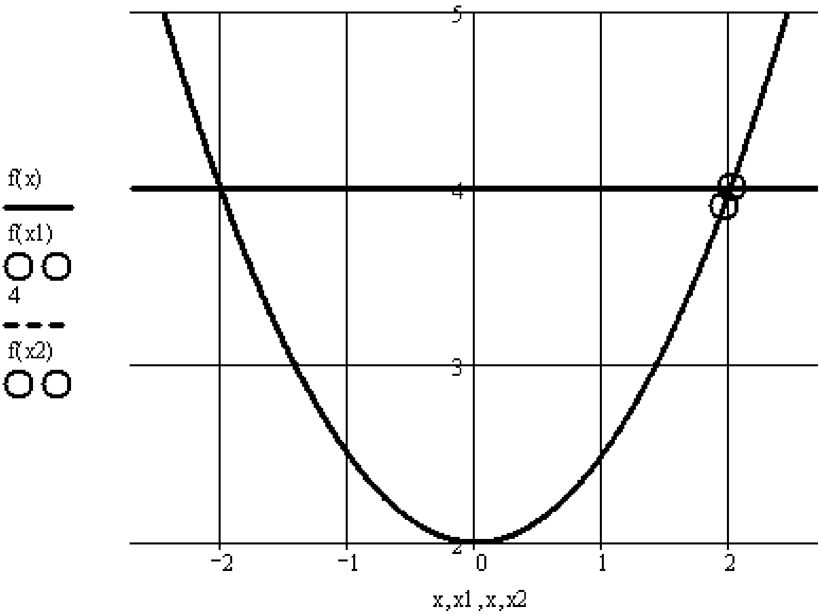


Рис. 2. Анимация сходимости последовательностей 1,9; 1,99; 1,999; ... и 2,1; 2,01; 2,001; ...

При решении ряда математических задач приходится рассматривать суммы, составленные из бесконечного множества слагаемых. Решение подобных задач изучается в теории рядов. Для определения суммы некоторой последовательности чисел необходимо решить вопрос о сходимости данного ряда.

Возьмем числовой геометрический ряд $a + aq + aq^2 + ... + aq^{n-1} = \sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1}$, составленный из членов геометрической прогрессии. Пусть a=1. С помощью математического пакета MathCad представим данную последовательность чисел в динамике: члены данного ряда будут последовательно появляться на координатной плоскости в соответствии с их порядковым номером. Рассмотрим два случая поведения членов данного ряда: при $|q|<1$ и $|q|>1$. Анализируя процесс анимации сходимости и расходимости ряда, видим, что в первом случае частичные суммы ряда «сбегаются» к прямой y=2, следовательно, ряд – сходящийся. Во втором же случае предела последовательности частичных сумм не существует, а значит, ряд расходится.

$$f(x,m) := \frac{-2}{\pi} \cdot \sum_{n=1}^{m} \frac{(-1)^n - 1}{n} \cdot \sin(n \cdot x) \qquad x := -\pi, -\pi + 0.01 .. \pi \qquad z(x) := \begin{vmatrix} 1 & \text{if } x \ge 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{vmatrix}$$

$$m := \text{FRAME}$$

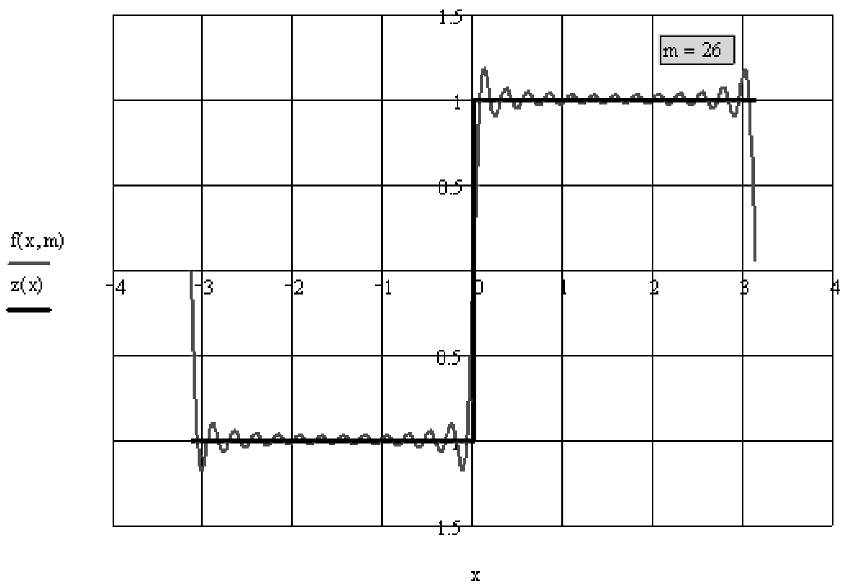


Рис. 3. Анимация процесса сходимости ряда Фурье для 26-ти первых членов в диапазоне [$-\pi$; π]

Приведем пример визуализации процесса сходимости функционального ряда. В качестве функционального ряда возьмем ряд Фурье. Процесс сходимости данного ряда также можно анимировать, что даст более наглядное представление о сути понятия аппроксимации функции тригонометрическими рядами. Выбор данного ряда неслучаен: он имеет наибольшее практическое применение в специальных дисциплинах, изучаемых на старших курсах студентами технических вузов.

Для примера возьмем кусочно-непрерывную функцию

$$f(x)=\begin{cases} -1; & -\pi \le x < 0 \\ 1; & 0 \le x < \pi \end{cases}$$

Данная функция нечетная, поэтому ее разложение в ряд Фурье имеет вид $f(x)=-\dfrac{2}{\pi}\sum\limits_{n}\dfrac{(-1)^n-1}{n}\sin nx$.

$$f(x,m) := \frac{-2}{\pi}\cdot\sum_{n=1}^{m}\frac{(-1)^n-1}{n}\cdot\sin(n\cdot x) \qquad x := -4\pi, -4\pi+0.01\,..\,4\pi \qquad z(x) := \begin{cases} 1 & \text{if } x \ge 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

$m := \text{FRAME}$

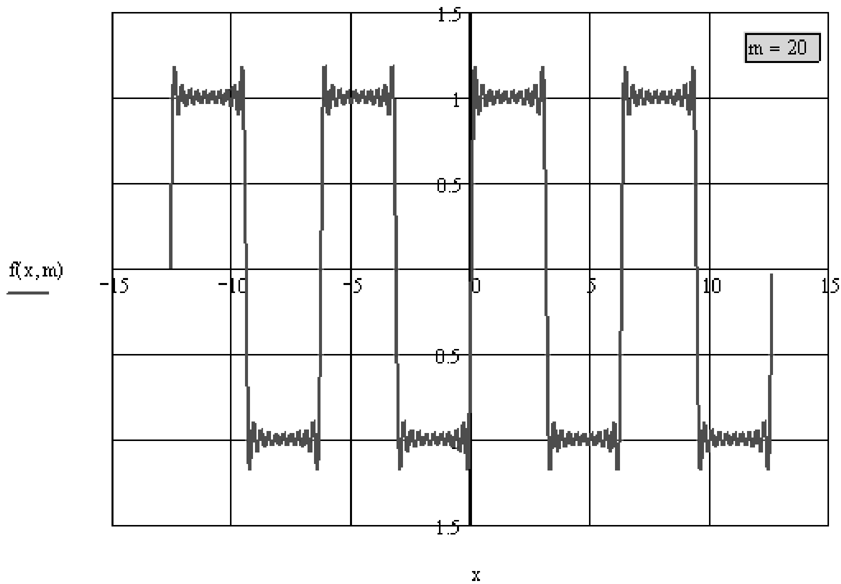


Рис. 4. Анимация процесса сходимости ряда Фурье для 20-ти первых членов в диапазоне [–4π; 4π]

После демонстрации процесса сходимости данного ряда с помощью анимационного минифильма, фрагмент которого приведен на рис. 3, студент получает графическую интерпретацию данного фундаментального понятия, что, безусловно, должно способствовать лучшему усвоению и закреплению учебного материала.

По результатам анимации процесса сходимости данного ряда на интервале $[-4\pi; 4\pi]$ можно сделать вывод, что в результате аппроксимации исходной функции тригонометрическим рядом мы получаем периодическую функцию с периодом 2π. Также студенту предлагается анализ общеизвестного эффекта Гиббса (рис. 4).

Таким образом, используя графические образы, можно знакомить и с другими сложными для понимания абстрактными математическими понятиями, что приводит к активизации познания студентами нового материала.

Литература:

1. Зинченко В.П. Современные проблемы образования и воспитания // Вопросы философии. – 1973. – №11.
2. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.
3. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Обучение математике в школе. – М.: Столетие, 1996. – 320 с.

Розділ II

Дидактика математики вищої школи

КОМПЛЕКСНО-ИНТЕГРАТИВНЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ МЕТОДИЧЕСКИХ КОНЦЕПЦИЙ

А.Л. Жохов
Россия, г. Ярославль, Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского
zhal1@mail.ru; zhal2@live.com

Комплексно-интегративный подход к исследованию и построению методических концепций требует применения во взаимосвязи, взаимном дополнении и взаимопроникновении трех, в общем-то, известных подходов – системного, деятельностного и культурологического. Методологический принцип соответствия метода исследования его объекту требует связать эти известные принципы в единое целое (систему), конкретизировать их применительно *к основному предмету и способу его рассмотрения* и *дополнить* теми, которые раскрывают сам *предмет рассмотрения*. В [4] обоснована целесообразность приводимой ниже трактовки отдельных принципов, распределенных по соответствующим группам: системности, учебной математической деятельности, культуросообразности, предметности.

Из группы **принципов системности** отметим следующие:

– *восхождение от абстрактного к конкретному.* В случае методических концепций соблюдение принципа требует обязательного перехода от теоретических моделей к реальным явлениям практики обучения математике и ее результатам, соотнесения первых со вторыми и их правдоподобного объяснения и диагностики;

– *единство синтеза и анализа*. Суть данного принципа – в требовании рассматривать основной конструкт исследования как систему элементов и, в то же время, как элемент некоторой объемлющей системы. При этом рассматривать их необходимо *под углом зрения выделенной цели* [3, 73], в том избранном отношении, в котором находит свое выражение сущность авторской позиции в определенной области знания [6, 75-76];

– *гносеологический принцип анализа генетически связанных структур*, который состоит в том, что «тенденции эволюции могут быть адекватно поняты лишь в сравнении с уже сложившимися формами» [3, 46];

– *принцип «бритвы Óккама»*, «принцип бережливости»: «сущности не следует умножать без необходимости», «бесполезно делать посредством многого то, что может быть сделано посредством меньшего» [2, 151].

Последние два принципа в применении к построению различных методических и педагогических концепций необходимо нацеливают исследователя на выполнение следующих *требований*:

1) прежде чем пытаться заменить ранее уже известные традиции, концепции, содержание, методы или образцы деятельности новыми или модными, необходимо внимательнейшим образом изучить первые;

2) такое изучение-исследование должно быть направлено в первую очередь на поиск тех первичных форм, а также условий и механизмов их развития, которые оказались источниками как устоявшихся традиций, так и тех новшеств, которые предлагает в своей концепции исследователь.

Иными словами, выстраивая, формируя свою концепцию, исследователь обязан устремиться к «точке разветвления» (бифуркации) устоявшихся традиционных форм, давшей начало тем другим, которые исследователь порождает и отстаивает. И, конечно же, должно соблюдаться «золотое правило» научного подхода: ссылки на авторитеты не могут стать достаточным основанием положений новой или относительно новой концепции.

В то же время, нельзя не учитывать, что исследователь, как и любой человек, в том числе и ученик, представляет собой самоорганизующуюся живую, «органичную» систему [2]. Следовательно, он в принципе предрасположен «творить свою судьбу», и только внешние обстоятельства могут повести его по другому пути, если у него недостаточным образом сформированы соответствующие механизмы ориентировки или воли творить ее. С учетом этого системный подход к построению психолого-педагогических и методических *концепций развития личности* требует еще одного принципа:

– *учета и предоставления возможностей для самостоятельного формирования индивидуальных механизмов развития обучаемых как самоорганизующихся систем* (в частности, *средствами математической культуры*).

Следование этому принципу требует заботиться о включении в разрабатываемую методическую систему по меньшей мере *двух типов заданий* для учащихся: *систем упражнений и систем учебных ситуаций.*

Основное назначение первых – формировать и развивать «адаптационные» [5, 29] механизмы личностного развития учащихся. К ним относятся те, которые способствуют активному приобщению учащихся к математической культуре и культуре мышления (работа с понятиями, теоремами и способами их доказательства, правилами и алгоритмами, типовыми задачами).

Основное назначение вторых – формировать и развивать «бифуркационные» механизмы личностного развития учащихся. Они возникают, начинают действовать и оказываются особенно полезными в «пороговых» состояниях организации «живой» системы. Переход через них «ведет к резкому качественному изменению протекающих в ней процессов, к изменению самой ее организации» [5, 32; 5, 34]. К ним, на наш взгляд, следует отнести ряд специфических для математики *способов познания, приемов мышления и способов ориентировки человека в мире*, выполняющих роль мировоззренческих механизмов обобщённой ориентировки [3; 4] (о них дальше).

Из совокупности принципов, характеризующих использование **теории деятельности**, в рамках рассматриваемого комплексно-интегративного подхода особо обратим внимание на те, которые относятся к образовательной области «Математика»:

– *принцип взаимодействия* друг с другом и миром математики. Принцип требует строить деятельности обучаемого и обучающихся как взаимодополняющие и поддерживающие друг друга в направлении на преобразование изучаемых математических объектов. При этом взаимодействие должно *реализовываться в разных планах (генетическом и функциональном, содержательном и структурном, репродуктивном и продуктивном) и во всех видах и формах познавательно-преобразующей деятельности*.

Рассматривая различные условия существования социальных систем, многие ученые выделяют особый вид взаимодействия – ***содействие.*** По А.Н. Аверьянову, это – «объединяющий процесс, укрепляющий взаимосвязь, взаимодополнение, взаимопомощь одних систем в противодействии с другими», важнейший положительный фактор эволюции, «обеспечивающий … виду наилучшие шансы жизни и распространения» [1, 159].

Взаимодействие в форме содействия следует рассматривать как один из *факторов успешности* протекания *совместной учебной деятельности* учителя и учащихся, отдельных учеников или различных групп учащихся друг с другом. Как показывает опыт [3], организация именно *совместной учебной деятельности и коммуникации* в их различных формах является **необходимым условием** достижения положительных результатов в формировании многих полезных для учащихся математико-мировоззренческих ориентиров и личностных качеств *и развития учащегося в его «мире учения»*.

– *принцип активности*, предписывающий рассматривать активность ученика как *его родовую сущность – потребность и способность*, пробуждающиеся и проявляющиеся во взаимодействии человека и мира и направленные на их познание и преобразование. Эта способность определяет примат «продуктивного, творческого начала над началом репродуктивным и рутинным, чем и обеспечивается системогенез деятельности» [6, 70].

В связи с этим принципом особо отметим факт индивидуально-социального начала высших психических функций человека. В частности это относится к часто противопоставляемым экстериоризации и интериоризации и приданию в этой паре главенствующего начала второму элементу.

На наш взгляд, более правы те, кто утверждает их взаимодополнительность и лишь относительную их распознаваемость в исследованиях деятельности человека и процесса усвоения им опыта предшествующих поколений. И если уж использовать эти понятия, как и связанные с ними «индивидуальное, социальное», то для характеристики процессов присвоения учащимся знаний, способов деятельности и т.п., культуры вообще, предпочтение надо отдавать активности учащегося, его творческому началу, экстериоризации и всячески поддерживать их. Поскольку без этого невозможно ни разумно объяснить, ни адекватно организовать эти процессы, если, конечно, не удовлетворяться только «простым присвоением» (К. Маркс).

К сказанному следует добавить, что некоторые учителя школ и преподаватели вузов, опираясь на свой опыт и опыт их учителей, часто не соглашаются с тем, что принцип активности применим к учащимся, поскольку, по их наблюдениям, они, особенно в условиях современной школы, «в учебе не проявляют ее» (из бесед с учителями). Думается, в этом выводе учителей содержится огромная доля истины, но заключается она лишь в том, что *активность у человека проявляется в поле его потребностей, мотивов и смыслов*. А отсюда следует лишь один вывод: традиционно организованное обучение в школе или вузе для современных учащихся, начиная примерно с 3-4-го классов, не попадает в это поле, либо уходит из него.

К этому же ряду принципов относится следующий:

– *мировоззренческой направленности и личностной ориентации процесса математического образования во всех его составляющих*: в содержании, технологиях, средствах и формах организации учебной деятельности, в отдельных звеньях целостного процесса. Соблюдение этого принципа необходимо как для построения полноценной методической концепции, так и *практического решения ее* проблем, особенно в условиях зарождающейся в наше время тенденции *гуманитаризации математического образования*.

Из серии **культурологических принципов** при построении методических концепций особенно важно использовать следующие [3; 4]:

– *культуросообразности и результативности*. *Системным критерием результативности* педагогического процесса *следует считать личность субъекта*, включенного в этот процесс (отдельного человека или группы), уровень ее развития. В частности, в рамках личностно ориентированного обучения математике в качестве такого критерия следует считать *уровень развития математической культуры и мировоззрения учащегося*;

– *учета доминанты развития учащегося и веры в его возможности*: в порождении смыслов и произведений культуры полноценно может участвовать любой обучаемый, хотя у каждого из них есть свое *пристрастие к той или иной грани культуры*, представляющее собой *доминанту его личностных смыслов*. В формировании математической культуры, математико-мировоззренческих ориентиров и качеств учащихся учителю необходимо не только учитывать, но и опираться на доминанты их личности;

– *диалога культур («участного мышления», «ответственного поступка», «мыслей **в** мире» – М.М. Бахтин)*. Смысл зарождается у человека при его «встрече» с Другим, на грани культур, в их диалоге на базе выбранного *произведения культуры*. Поэтому организация педагогического процесса должна предусматривать *создание условий для осуществления диалога культур его субъектов* [3; 4], формирование у них умений вступать в такой диалог и вести его вплоть до создания новых для его участников произведений культуры. Этот принцип определяет одно из условий творческого овладения растущим человеком культурой прежних поколений – ее воспроизводство и развитие вместо дублирования и часто бессвязного запоминания;

– *опоры и направленности на потенциальные возможности образовательных областей.* Любую образовательную область целесообразно рассматривать как *проекцию содержания соответствующей **грани культуры*** (со всеми ее ценностными, объектными, деятельностными и процессуальными составляющими), *обладающую специфическим для нее личностным потенциалом.* Согласно данному принципу, обучение предмету целесообразно организовывать так, чтобы этот потенциал играл роль опоры и, одновременно, ***открытой пониманию учащихся*** и доступной *цели* [8]. При этом цели лучше всего не задавать ученику извне, а создавать их и уточнять совместно с учащимися в ходе образовательного процесса *как модели прогнозируемого результата* [4].

Из **принципов** образовательной области «Математика» отметим:

– ***принцип учета специфики предмета*** *математики как грани культуры и как образовательной области;*

– ***соответствия*** *ведущей функции, личностной направленности и содержательной наполненности учебного предмета «Математика»*.

При определении такой функции можно исходить из общедидактического понимания функций учебного предмета [7, 196].

Ясно, что обучение математике, даже если оно осуществляется в рамках личностно-ориентированных концепций, не может и не должно брать на себя обязательства сформировать личность учащихся во всей её полноте, а тем более – передать им *весь* социальный опыт, даже в области элементарной математической культуры. Возникает вопрос: с какой главной целью математика должна вводиться в учебный план современной школы? В работах [3; 4] обосновано, что *основное назначение математического образования* в современной школе должно определяться **предметом математики как своеобразной грани культуры** и, как следствие, задаваться *двумя ведущими компонентами*, поэтапно сменяющими друг друга:

1) специфическими для математики *способами и средствами познания и преобразования* объектов природы и человека, способов ориентировки человека в окружающем мире, продуктов человеческой деятельности;

2) вполне определенным, *специфическим для математики* целостно структурированным (образно-символическим, абстрактно-теоретическим, модельным) восприятием, *ви́дением мира*.

Среди специфических для математики *способов познания и приемов мышления* помимо широко известных (анализ и синтез; логическое упорядочение данных и др.) в составе математической культуры имеет смысл особо выделить метод аналогий, моделирование, *коды записи и переработки информации*. К последним относятся: ***образный*** *(умственный),* ***словесный и словесно-символический, изобразительный****,* ***предметный*** *(овеществление) и* ***действенный*** *(перевод информации в физические или умственные действия)* [9]. Овладеть кодами и переходами между ними можно и нужно обучить учащихся, причём на материале уже школьной математики.

Из *способов ориентировки* полезными являются: переход от описания разрозненных фактов к строгим определениям и объединяющим абстракциям, от гипотез к их обоснованию и построению хотя бы «маленьких» теорий

(А.А. Столяр); стремление к описанию математической структуры сложных объектов, к определению и упорядочению связей между объектами (моделирование, аналогия), к переосмыслению модели как внутри математики, так и в ее применениях (интерпретация), к выявлению алгоритмов и стохастических моделей; стремление к определению круга задач для данного фрагмента теории и границ его использования и др.

Математика, первоначально явившаяся человеку как своеобразный язык, на котором «написана матрица мира», благодаря деятельности человеческого разума стала *гранью культуры человека* [4; 9]. Она накопила в себе и предоставляет современному человеку ***системные средства познания и идеального преобразования окружающего мира и себя в нём – математические модели, комплексы таких средств,*** представленные в виде различных *кодов записи информации*, ***способы оперирования моделями и результаты такой деятельности, отнесенные к различным видам человеческой практики.*** Вся система таких средств и способов составляет ***совокупный предмет математики***. Именно в развитии способности человека, в том числе учащегося школы или студента, раскрывать «для себя» этот предмет хотя бы в некоторых его фрагментах, *овладевать им как средством* познания *разумного* и *социокультурного* (культуросообразного) *преобразования* окружающего мира и себя в нем видятся основания и тенденция дальнейшего совершенствования математического образования. Всем этим необходимо руководствоваться при построении методических концепций.

Литература:

1. Аверьянов А.Н. Системное познание мира. – М.,1985.
2. Блауберг И.В. Проблема целостности и системный подход. – М.: Эдиториал УРСС, 1997. – 448 с.
3. Жохов А.Л. Как помочь формированию мировоззрения школьника: Кн. для учителя и не только для него. – Самара: ТОР, 1995. – 288 с.
4. Жохов А.Л. Научное мировоззрение в контексте духовного развития личности (образовательный аспект). – М.: ИСОМ, 2004. – 329 с.
5. Моисеев Н.Н. Алгоритмы развития – М.: Наука, 1987. – 304 с.
6. Суходольский Г.В. Основы психологической теории деятельности. – Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1988. – 168 с.
7. Теоретические основы содержания общего среднего образования / Под ред. В.В. Краевского, И.Я. Лернера. – М., 1983.
8. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о педагогической психологии. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.: ил.
9. Жохов А.Л. Стратегия и средства математического познания // Всероссийская научно-практ. конфер. «Задачи в обучении математике: теория, опыт, инновации». – Вологда, 2007. – С. 26–32.

КОНЦЕПТУАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО ПРОБЛЕМ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ

М.В. Шмигевський
м. Київ, Київський національній університет технологій та дизайну
shmyg@freenet.com.ua

Становлення нової системи освіти, орієнтованої на входження у європейський освітній простір, супроводжується суттєвими змінами в методиці викладання математики. Пошуки нових технологій навчання і вдосконалення раніше розроблених висувають на передній план реалізацію наступних завдань:

1. Залучення студентів до самостійної роботи з перших днів навчання у вищому навчальному закладі.
2. Прикладна спрямованість викладання математики.
3. Організація неперервної математичної освіти студентів.
4. Побудова навчального процесу на основі сучасних розробок у галузі інформаційних технологій і методів створення навчальних програм.

Останнім часом інтенсивно розробляються шляхи та засоби активізації пізнавальної діяльності студентів у двох основних аспектах: як засіб оволодіння знаннями, уміннями, навичками і як важливий шлях розумового розвитку особистості. У психолого-педагогічному плані основні тенденції вдосконалення освітніх технологій характеризується переходом від:

- навчання як функції запам'ятовування до навчання як процесу розумового розвитку;
- суто асоціативної, статичної моделі знань до динамічно структурованих систем розумових дій;
- орієнтації на посереднього студента до диференційованих та індивідуалізованих програм навчання;
- зовнішньої мотивації до внутрішньої морально-вольової регуляції.

При визначенні мети математичної освіти слід ураховувати два напрямки: утилітарний (прагматичний), спрямований на застосування математики в практичній діяльності і концептуальний, спрямований на підвищення ролі математики в загальному розвитку студента. Зміни, які проходять в останні роки, вказують на важливість концептуальних цілей навчання, причому ця тенденція буде підсилюватись.

"Життя прекрасне двома речами: можливістю вивчати математику і можливістю викладати її" – стверджував С. Пуассон. Відомо, що математика у всі часи мала незаперечне культурне і практичне значення, відігравала важливу роль у науковому, технічному і економічному розвитку.

Вивчення математики вдосконалює загальну культуру мислення, дисциплінує її, привчає людину логічно міркувати, виховує в неї точність і ґрунтовність аргументації. Серед інтелектуальних якостей, які розвиваються з допомогою математики перш за все виділяють логічне мислення: дедуктивне доведення, здатність до абстрагування, узагальнення, спеціалізації, вміння мислити, аналізувати, критикувати.

Вправи з математики сприяють набуттю раціональних якостей мислення і його виразу: порядок, точність, ясність, стислість. Це потребує уяви та інтуїції, дає почуття об'єктивності, інтелектуальну чесність, смак до дослідження і тим самим сприяє формуванню наукового світогляду.

Вивчення математики вимагає постійного напруження, уваги, здатності зосередитись; воно потребує наполегливості і закріплює позитивні навички роботи. Таким чином, математика виконує важливу роль як у розвитку інтелекту, у формуванні характеру, так і в оволодінні методами пізнання і перетворення світу.

Які ж основні принципи існують у викладанні математики? Спочатку сформулюємо ***класичні принципи відомого вченого і педагога Д. Пойа:***

1. Проявляйте зацікавленість своїм предметом.
2. Знайте свій предмет.
3. Знайте, яким шляхом можна вивчити те, що вам необхідне. Кращий спосіб вивчити – це відкрити самому.
4. Умійте читати за обличчями студентів. Прагніть побачити, чого вони від вас чекають, зрозуміти їх проблеми. Умійте поставити себе на їх місце.
5. Не обмежуйтесь голою інформацією, прагніть розвивати у студентів певні навички, необхідний склад розуму і звичку до методичної роботи.
6. Намагайтесь навчити їх здогадуватись.
7. Намагайтесь навчити їх доводити.
8. Вишукуйте в задачі те, що може знадобитись при розв'язуванні інших задач, за даною конкретною ситуацією намагайтесь знайти загальний метод.
9. Не видавайте свого секрету зразу – нехай студенти намагаються вгадати його до того, як ви його розкриєте, - надайте можливість студентам самим знайти якомога більше.
10. Користуйтесь допоміжними вказівками, але не нав'язуйте своєї думки насильно.

Ці принципи дуже вдало використовував у своїй педагогічній діяльності видатний учений ***А.М. Колмогоров.*** Він писав, що досконало викладати математику може лише той, хто сам нею захоплений і сприймає її як живу науку, що розвивається. Саме А.М. Колмогоров говорив, що треба вміти пробачати талановитим людям деякі вади їх характеру і поведінки, і врятував не одного з дуже відомих тепер математиків від виключення з університету.

Цікаві думки з приводу викладання, які поділяють багато творчих педагогів, сформулював ***А. Ейнштейн***: "Здається майже чудом, що сучасні методи навчання ще не зовсім задушили святу допитливість, тому що ця ніжна рослинка потребує, поряд зі свободою, перш за все заохочення. Велика помилка думати, що почуття обов’язку і примушування сприяють тому, щоб знаходити радість у пошуку і пізнанні. Здоровий хижий звір відмовився б від їжі, якби ударами батога його змушували безперервно їсти м’ясо, особливо якщо примусово пропонована їжа вибрана не ним...”.

Тому слід усі зусилля зосередити на пробудженні і заохоченні студентів до активного вивчення математики шляхом, наскільки це можливо, широкої особистої участі. Необхідно пробуджувати і підтримувати інтерес як до самої математики, так і до її застосувань, проявляти увагу до математичних думок самих студентів, прилаштувати навчання до індивідуальних здібностей і до еволюції мислення студентів і поступово диференціювати його стосовно до потреб їх майбутньої діяльності. Дуже важливо проводити спочатку експериментування з математичними об’єктами і відношеннями, а потім проводити дедуктивні міркування, навчити ставити задачі, знаходити дані, використовувати їх і отримувати результати. Треба вміти вивчати помилки студентів і бачити в них засіб пізнання процесу їх математичного мислення, робити вправи самоконтролю і виправлення власних помилок, розкрити перед студентами зміст понять наближення, порядку точності й вірогідності результатів. Треба надавати перевагу роздумам і міркуванням, а не муштрі і заучуванню напам’ять і обмежити роль пам’яті закріпленням фундаментальних результатів. Бажано пропонувати екзаменаційні запитання, які вимагають у більшій мірі математичного розвитку, ніж інтенсивної підготовки. Важливо заохочувати індивідуальні способи виразу, хоча б наближені, і постійно їх покращувати, приводити студента до точності й строгості шляхом вимог ясності власної думки, заохочувати як індивідуальні дослідження, так і роботу групою, сприяти зростанню числа студентів, які цікавляться математикою, і допомагати розвитку їх знань і здібностей шляхом організації гуртків, олімпіад, конференцій і поширення доступних для студентів книг і журналів.

Суттєво підкреслювати внутрішню єдність математики, не влаштовувати перепон між її розділами і зіставляти різні методи розв’язку даного питання, вказувати головні етапи історії математичних понять і теорій, що вивчаються. Необхідно підтримувати координацію математики з предметами, які використовують її, використовувати розвиток математичної думки для підвищення точності, ясності і стислості мови, слідкувати за збереженням контакту з життям і дійсністю.

Сформулюємо тепер ***основні положення викладання математики, які належать відомому вченому і педагогу Л.Д. Кудрявцеву:***

1. У курсі математики вивчаються математичні структури.
2. Математика єдина.
3. Зміст загального курсу математики не може бути визначений із суто прагматичної точки зору, яка ґрунтується лише на особливостях майбутньої спеціальності студента, без урахування внутрішньої логіки математики.

4. Метою при вивченні математики є здобуття студентами певних знань, уміння використовувати вивчені математичні методи, розвиток математичної інтуїції, виховання математичної культури.

5. Викладання математики повинно бути за можливістю простим, ясним, природним і базуватись на рівні розумної строгості.

6. Учити треба тому, що необхідно і чому важко навчитись самому.

7. Теореми існування необхідні для математичної освіти спеціалістів у галузі застосувань математики.

8. На перших етапах навчання треба віддавати перевагу індуктивному методу, поступово підготовлюючи і використовуючи дедуктивний підхід.

9. Навчання розв'язанню прикладних задач математичними методами не є завданням математичних курсів, а є завданням курсів за спеціальністю.

10. Яким розділам математики і в якому обсязі треба вчити студентів даної спеціальності – повинні визначати спеціалісти в цій галузі при консультації з математиками, а як цьому вчити – це справа професіоналів-математиків.

Останнім часом створюється нова концепція математичної освіти. Сформулюємо її основні положення:

1. Математика повинна розглядатись як діяльність людини, а не як готовий предмет.

2. Математика повинна впроваджуватися, а не нав'язуватися.

3. Вивчення повинно проходити у формі повторного відкриття, а не простої передачі ідей.

4. Дійсність повинна бути у значній мірі джерелом математичних ідей, ніж областю їх застосувань.

5. Особлива увага повинна бути приділена зв'язкам між математичними ідеями, а не ізольованим фактам.

6. Слід звертати увагу на багатство змісту курсу, а не на набори задач.

7. Слід домагатися утворення у студентів уявних образів предметів, а не лише досягнення формальної концепції.

8. Слід шукати багатосторонні підходи до нових концепції, а не лише розглядати різноманітні втілення цих концепцій.

9. Головним у вивченні математики є розуміння, а не навички.

Методологічно неправильно зводити перевірку математичного розвитку до вмінь і навичок рецептурного розв'язування простих стандартних задач. Такий шлях диктує хибне розуміння мети навчання, зводить його до тренування у розв'язку одних і тих же найпростіших задач. Така натренованість може досягатись без глибокого розуміння змісту математичних закономірностей і дуже швидко буде втрачена після завершення роботи над предметом. У першу чергу необхідно сформувати загальне уявлення про математику і її методи, логічний розвиток, графічну культуру, багаті просторові уявлення, розуміння ролі математики у сучасному світі і вміння, якщо знадобиться, скористатися відповідним довідником, поновити знання конкретних фактів. Не натренованість у розв'язуванні простих прикладів, яка досягнута сьогодні й повністю вивітрюється завтра, а досягнення певного рівня математичної культури, стилю мислення і суми знань (а не окремих навичок) – ось те, до чого в першу чергу слід прагнути при вивченні математики. Треба розвивати у студентів опорний трикутник головних проявів людського інтелекту: здатність до навчання, здатність до міркування, здатність до дії. І саме дисципліна дії необхідна людині, як і дисципліна мислення, і дисципліна мови. Вона дозволить подолати споглядальність, рефлективність і деякий інфантилизм сучасної інтелектуальної освіти, вкаже на прикладну спрямованість вивчення математики. При цьому формуються такі важливі вміння як попередній розгляд об'єкта, створення (вибір) математичної моделі, розв'язування і дослідження математичної задачі та інтерпретація математичних результатів.

Основною метою викладання математики у вищому технічному навчальному закладі є:

- повідомлення студентам теоретичних відомостей, необхідних для вивчення загальнонаукових, загально інженерних і спеціальних дисциплін, і навчання їх відповідному математичному апарату;
- виховання у студентів прикладної математичної культури, необхідної інтуїції та ерудиції в питаннях застосування математики;
- розвиток логічного і алгоритмічного мислення;
- ознайомлення студентів із роллю математики в сучасному житті й особливо в сучасній техніці, з характерними рисами математичного методу вивчення реальних задач;
- вироблення первинних навичок математичного дослідження прикладних питань: навички перекладу реальної задачі на адекватну математичну мову, вибір оптимального методу її дослідження, інтерпретації результатів і оцінювання їх точності;
- вироблення навичок доведення розв'язку задачі до практичного результату – числа, графіка, якісного висновку із застосуванням для цього адекватних обчислювальних засобів, а також таблиць і довідників;
- вироблення вмінь самостійно розбиратися в математичному апараті, який міститься в літературі, пов'язаній із спеціальністю студента.

Зміст курсу математики повинен бути достатньо широким і глибоким для ефективного розв'язування задач зі спеціальності. Тому необхідно систематично приводити у відповідність програму і характер цього курсу з неперервними змінами тенденцій розвитку застосувань математики. Поряд із класичними методами математичного аналізу треба викладати також нові методи, які створені протягом останніх років під безпосереднім впливом сучасної практики.

Для повноцінної математичної освіти слід будувати математичні курси з урахуванням вимог інженерних дисциплін, а при викладанні спеціальних інженерних курсів треба намагатися всебічно використовувати вже накопичені студентами математичні знання. Окрім цього, математичний апарат у підручниках із інженерних дисциплін має бути приведений у відповідність із тими знаннями, якими вже володіють студенти. Прагнення обійтися без математиків-професіоналів виховує хибне уявлення, що в сучасних інженерних дослідженнях, у питаннях керування технологічними процесами та при розв'язуванні виробничих завдань можна займатися неповноцінними логічними і алгоритмічними міркуваннями, майже повністю ігнорувати застосування математичних методів.

Сучасні концепції математичної освіти вимагають рішучого переходу до нового стилю викладання. Стиль і форма навчання математики повинна бути націлені на максимальний розвиток творчих здібностей студентів і формування їх пізнавальної активності. Для цього треба ширше використовувати на лекціях проблемний підхід, створювати проблемні ситуації, імітувати пошук, відкриття вже давно відомих істин, викликати зацікавленість у процесі навчання.

Звичайно, в математиці більш, ніж у будь-якій іншій дисципліні, роль викладача є першорядною. Викладач повинен мати математичну освіту суттєво більш високого рівня, ніж той, на якому він викладає. Ця освіта повинна обіймати не лише вивчення теоретичної математики, але й частини прикладної математики, загальну історію розвитку математики, методологію самої математичної науки. Відповідна педагогічна і психологічна підготовка повинна бути необхідним доповненням до математичної освіти і містити в собі досить ясне і зріле знання загальних принципів виховання людини. У цій підготовці повинні виділятись питання структурного розвитку інтелекту у зв'язку з формуванням математичного мислення. Треба піклуватись про те, щоб викладач був обізнаним із сучасним розвитком математики, її важливих застосувань, а також новітніх досягнень методики свого предмету. Викладач математики повинен користуватись у сучасному суспільстві повагою й гідним станом, на який йому дає право його наукова освіта і місія вихователя. Адже високий рівень математичної освіти є важливою умовою наукового, технічного, економічного і соціального розвитку кожної цивілізованої країни.

МАТЕМАТИЧНА ПІДГОТОВКА ІНЖЕНЕРІВ: СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ЇХ ТРАНСФОРМАЦІЇ

Ю.П. Буценко
м. Київ, Національний технічний університет України „КПІ”

Сучасний стан математичної підготовки студентів інженерних спеціальностей характеризується наступними особливостями:

1) зниженням рівня викладання математики в школі, яке, серед іншого, поєднується із загальним зниженням вимогливості щодо знань учнів, відсутністю значущості шкільних оцінок, низьким рівнем працездатності та відповідальності майбутніх студентів;

2) низьким рівнем привабливості інженерних спеціальностей (за винятком деяких – комп’ютерних, телекомунікаційних, традиційних для даного регіону);

3) наслідками демографічної кризи, які викликають зниження конкурсів до вузів;

4) зменшенням кількості годин, які відводяться на вивчення математики у вищих технічних навчальних закладах (причому, не тільки аудиторного часу, але й кількості контрольних та індивідуальних самостійних робіт, значення яких різко зростає в умовах перенесення акценту на самостійну роботу студентів), жорсткою регламентацією „форм контакту” між студентами та викладачами (що викликає, наприклад, ліквідацію колоквіумів, які забезпечували надзвичайно важливе спілкування лектора та студентів під час семестру);

5) „витісненням” вивчення математичних дисциплін у перші 2–3 семестри навчання, в результаті чого інтенсивність викладання матеріалу вступає у протиріччя з можливостями його засвоєння більшістю студентів.

Очевидно, що чіткої перспективи повного і остаточного вирішення названих проблем наразі немає, тому варто казати лише про перспективи їх трансформації.

Як нам здається, в наступні декілька років, у зв’язку із запровадженням незалежного тестування випускників шкіл, дещо підвищиться вірогідність “вхідних параметрів” абітурієнтів (маються на увазі результати незалежного тестування і, в меншій мірі, шкільні оцінки) з одночасним зниженням рівня завдань незалежного тестування для досягнення прийнятного рівня успішності при нині існуючому рівня знань випускників. Це, безпосередньо, буде явищем позитивним, оскільки як учні, так і батьки, отримують інформацію про дійсний рівень навчання та знань, але навряд чи вплине позитивно на сам рівень знань.

Підвищення привабливості інженерних спеціальностей може бути досягнуто лише в результаті істотного прийому промислового виробництва з одночасною “технічною” переорієнтацією суспільної свідомості. Тільки так об'єктивно важча та складніша інженерна освіта зможе конкурувати у свідомості молоді з економічною, юридичною, управлінською чи гуманітарною. Нині існуючи "перевиробництво" спеціалістів певних напрямів і відповідне збільшення конкуренції за робочі місця може справити лише незначний ефект.

Різкого збільшення кількості випускників шкіл, як відомо, в найближчі роки очікувати не доводиться.

На відміну від попередніх, четверта та п'ята проблеми носять суб'єктивний характер, проте пов'язані вони, перш за все, не із "злою волею" керівників випускаючих кафедр, інженерних факультетів та вузів, а з ситуацією, яка склалася в результаті впровадження болонських стандартів. Необхідність забезпечити підготовку за чотири роки фахівця, здатного виконувати службові обов'язки без додаткового навчання, зрозуміло, вимагає збільшення об'ємів викладання профілюючих дисциплін, включених до бакалаврського циклу. На жаль, враховуючи, що МОН України вважає за необхідне жорстко регламентувати гуманітарну підготовку студентів всіх спеціальностей, єдина можливість для такого збільшення полягає в "урізанні" фундаментальних дисциплін. Наразі нам, як і більшості викладачів технічних вищих навчальних закладів незрозуміле наступне:

а) чи не є нинішній бакалавр "перевиданням" колишнього випускника технікуму, і якщо це так, то на чому базується принципова відмінність між ними;

б) ким і як готуватимуться інженери в класичному розумінні цього слова;

в) чому магістерський ступінь сприймається на офіційному рівні виключно в плані підготовки наукових та викладацьких кафедр, якщо, наприклад, найвідоміша у нас магістерська програма МВА такої напрямленості не має.

Відповіді на ці питання є принципово важливими, оскільки вони визначатимуть зміст і наповнення навчальних планів спеціальностей, навчальних та робочих навчальних програм всіх дисциплін, в тому числі і фундаментальних. Зрозуміло, що з точки зору викладачів дисциплін фундаментальної підготовки, бакалаврський цикл хотілося б бачити циклом фундаментальної та загальноінженерної підготовки, поєднаної з дисциплінами вибраної студентами спеціальності. На базі такого циклу може бути організований вибір до магістратури, яка в такому випадку буде готувати не тільки наукові і викладацькі кадри, але й інженерів належної кваліфікації. Серйозною перепоною на такому шляху є інтереси випускаючих кафедр, які, очевидно, зосереджуючись переважно на підготовці магістрів, втрачають педагогічне навантаження. Слід зазначити, що існують і "внутрішні" проблеми фундаментальної підготовки, пов'язані з наступними обставинами:

а) низьким рівнем оснащення "фундаментальних" кафедр сучасною оргтехнікою та комп'ютерами, що не дозволяє модернізувати процес викладання, зробивши, наприклад, лекції більш наочними, а роботу студентів на практичних заняттях – більш індивідуальною, запровадивши комп'ютерні технології навчання та контролю знань, поповнивши програму алгоритмами чисельної реалізації математичних методів та моделювання відповідних процесів;

б) проблемами з оновленням викладацького складу кафедр, що забезпечують фундаментальну підготовку, викликаними низькою привабливістю спеціальностей "Математика", "Фізика", "Хімія" для молоді. Шлях розв'язання першої з цих проблем очевидний, що стосується другої, то автору здається доцільним використати зарубіжний досвід, поєднавши підготовку математиків та фахівців комп'ютерних спеціальностей в межах відповідних факультетів вузів. На жаль, єдиною позитивною рисою сьогоднішньої ситуації з фундаментальною підготовкою студентів вищих навчальних закладів, є впровадження кредитно-рейтингової системи, що дозволяє теоретично використовувати процедури академічної мобільності для організації "каскадування", тобто переміщення студентів між спеціальностями, факультетами та вузами у відповідності з їх рівнями підготовки, ставленням до навчання та особистими нахилами і бажаннями. Чи запрацює такий механізм і чи зможе він разом реальними запитами ринку праці вплинути на мотивацію студентів та організацію їх навчанні, сьогодні незрозуміло.

Література:

1. Протасов А.Г. Проблеми інженерної освіти в Україні в контексті Болонського процесу // Вища технічна освіта: проблеми та перспективи розвитку в контексті Болонського процесу. Тези доповідей VIII міжнародної науково-методичної конференції. –С. 23.

ВПЛИВ ІНТЕНСИВНОСТІ НАВЧАННЯ НА ЯКІСТЬ ЗАСВОЄННЯ МАТЕРІАЛУ З МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН В РАМКАХ КРЕДИТНО-МОДУЛЬНОЇ СИСТЕМИ

О.А. Білоус, Н.І. Одарченко, Т.В. Завальна
м. Суми, Сумський державний університет
eabelous@mail.ru

Приєднання України до Болонської хартії зорієнтувало вітчизняні навчальні заклади до Європейського простору освіти, поставило питання впровадження нових підходів і форм в організації та проведенні навчального процесу у вищій школі. Перехід до нових форм, систем навчання, зміни в організації навчального процесу привели до посилення впливу деяких факторів, дія яких в попередній традиційній системі навчання у вищій школі майже не відчувалася. В повній мірі до них можна віднести інтенсивність навчання, яка змінила свої параметри в результаті впровадження кредитно-модульної системи. Роботи з вивчення впливу цього фактору на якість навчання майже не зустрічаються в педагогічних дослідженнях. Так, автори робіт [1; 2] розглядають інтенсивність навчання як параметр, який можна змінювати в залежності від початкової підготовки, індивідуальних особливостей студентів, складності матеріалу, що вивчається під час роботи за дистанційною формою. В роботі [3] вказується на те, що висока інтенсивність навчальних занять з іноземної мови дає високі результати. Але, нажаль такі параметри, як рівень інтенсивності та числові характеристики величин, в роботах не приводяться. Залишилось поза увагою дослідників питання оптимальної інтенсивності навчального навантаження з дисциплін різних напрямків.

В даній роботі автори проводять кількісний аналіз інтенсивності математичної підготовки студентів університету до і після введення кредитно-модульної системи, висвітлюють позитивні і негативні моменти таких змін, аналізують наслідки такого процесу, роблять висновки. Необхідність такого дослідження встала перед авторами після двох років роботи в рамках кредитно-модульної системи навчання. Протягом цього часу аналіз результатів поточного та підсумкового контролю надавав факти погіршення якості засвоєння математичних дисциплін, які є фундаментальними для інженерних спеціальностей. В цілому така ситуація може призвести до зниження якості професійної підготовки майбутніх фахівців.

Так, середній рівень засвоєння знань студентами, що навчаються в рамках кредитно-модульної системи навчання, дещо нижчий, ніж у студентів, що навчались за старою схемою. Нажаль, явище постійного зниження якості математичної освіти з кожним роком на даний час поширюється серед вузів., що пояснюється впливом як об’єктивних, так і суб’єктивних факторів [4].

Введення кредитно-модульної системи організації навчального процесу в Сумському державному університеті призвело, перш за все, до корегування навчальних планів підготовки фахівців. Особливих змін відчув графік навчального процесу підготовки фахівців. Він передбачає розподіл навчального року на два семестри, кожен з яких розподіляється на три модульних цикли. Модульний цикл триває п'ять повних навчальних тижнів, протягом яких проводяться лекційні, практичні, лабораторні, індивідуальні заняття и завершується такий цикл атестаційним тижнем. Він передбачений для проведення контрольних заходів, підведення підсумків вивчення теми або розділу, ліквідації заборгованостей студентами, що з поважних причин були відсутні на заняттях. Такій підхід дозволяє викладати дисципліну, в залежності від її загального обсягу годин, протягом одного, двох, а іноді і більше модульних циклів. Робоча програма таких дисциплін складена так, що під час одного модуля вивчались один або декілька розділів. Відчула зміни і інтенсивність навчання.

Одним з генеральних факторів, що визначають продуктивність навчального процесу є час, необхідний для вивчення матеріалу. В ньому виділяються затрати часу на проведення навчального заняття (час для засвоєння інформації, її первинного осмислення, формування знань та їх закріплення, необхідна кількість повторень, тощо), а також час для самостійної роботи. Слід відзначити, що введення нової системи навчання значно зміщує акценти в сторону збільшення об'ємів самостійної роботи студента.

№	Дисципліна	Загальний обсяг годин	Інтенсивність		Зростання інтенсивності у %
			Кредитно-модульна система, годин на тиждень	Двосеместрова (звичайна), годин на тиждень	
1	Вища математика	540	15,42	10,58	145,7
2	Теорія ймовірностей та математична статистика	108	10,8	6,35	170,1

В таблиці наведені результати дослідження величини інтенсивності навчання підчас вивчення деяких математичних дисциплін у Сумському державному університеті. Так, дисципліна «Вища математика» для студентів напряму підготовки «Інженерна механіка» загальним обсягом 540 годин вивчається протягом семі модулів. В розрахунку на тижні навчання – протягом 35 тижнів, в середньому 15,42 годин на тиждень загального об'єму. Дисципліна «Теорія ймовірностей та математична статистика» для студентів напряму «Електроніка» загальним обсягом 108 годин вивчається протягом 2 модулів, в середньому 10,8 годин на тиждень. Для порівняння візьмемо інтенсивність навчання в рамках "минулої" (звичайної) двосеместрової системи. Тут дисципліна «Вища математика» вивчалась протягом трьох семестрів (51 навчальний тиждень), причому інтенсивність навчального навантаження складала 10,58 годин на тиждень. Для «Теорії ймовірностей» такий показник склав 6,35 годин на тиждень.

Порівняння результатів вказує на значне зростання фактору інтенсивності в рамках нової системи навчання. Такий розподіл часу викладання дисциплін має свої позитивні і негативні наслідки.

На наш погляд, цей фактор значно впливає на рівень засвоєння знань студентами. Визначена інтенсивність достатньо висока і складається ситуація, коли часу для засвоєння матеріалу, осмислення, розуміння понять, означень, теорем і законів практично не залишається. В цій ситуації такий ритм навчання впливає не тільки на формування системи знань, навичок і умінь, а й погіршує психоемоційний стан студента, формує негативне ставлення до предмету в цілому.

Слід відмітити ще одну особливість навчального процесу в новій формі. Так кожен модуль несе різну теоретичну і практичну завантаженість. Мова йде про те, що розподіл лекційних годин протягом модульних циклів нерівномірний. Наприклад, для дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» в перший модуль проводиться більшість лекційних годин (20 годин за 5 тижнів) і вони майже не підкріплюються практичними заняттями (10 годин), в той час як другий модуль насичений практикою (20 годин). Такий розподіл протягом модульних циклів теоретичного і практичного матеріалу призводе до ситуації, коли на студента буквально обрушується лавина інформації.

До позитивних факторів кредитно-модульної системи можна віднести розподіл дисциплін протягом семестру по модульних циклах. Навчальний процес побудований таким чином, що підчас певного модуля вивчається дві-три дисципліни, причому, поряд з математичною дисципліною, особливо на перших курсах університету, до вивчення пропонується декілька гуманітарних. Це надає можливість студенту зосередитись, направити всі сили на вивчення, розуміння, глибоке осмислення саме складної, математичної дисципліни.

Одним з рішень проблем, що висунуті в матеріалі статті, є перегляд робочої програми з ціллю виділення основних, «базових» розділів, тем. Метою вивчення дисципліни стане формування у студентів основних базових знань з певного розділу, так званих «обов'язкових результатів». Інший матеріал, що доповнює основний, а також більш складні завдання в рамках самостійної роботи запропонувати сильним студентам.

Сформулюємо деякі загальні висновки.

1. Чинні навчальні програми з дисциплін, що викладаються в рамках кредитно-модульної системи потребують вдосконалення. Не можна вважати оптимальним розподіл годин для вивчення математичних дисциплін.
2. В процесі навчання слід акцентувати увагу на основні теми і розділи, що формують базовий математичний рівень.

3. В рамках достатньо високої інтенсивності навчання набуває більшу значущість самоосвіта, самостійна робота студента.

Література:

1. Хуторской А.В. Предпосылки дистанционной педагогики / Преподавание в сети Интернет: Учеб.пособие/ Ответ. ред. В.И.Солдаткин. – М.: Высшая школа, 2003. – С. 678.
2. Рыбалко Е.В. (n.d./2007) *Сравнительный анализ дидактических принципов традиционного и дистанционного образования* [WWW document]. URL http://users.kpi.kharkov.ua/lre/seminar/19.htm (26 грудня 2007).
3. Петращук О.П. Організація та забезпечення процесу навчання (англійська мова). – К.: ЛЕНВІТ, 1997. – С.64-68.
4. Садовничий В.А. (8 мая 2001) *Математическое образование. Настоящее и будущее* [WWW document]. URL http://www.mmonline.ru/articles.php?mid=1008&topic=207 (26 грудня 2007).

ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ПІДХІД ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ НА СУЧАСНОМУ ЕТАПІ

Л.Д. Шиян
м. Луцьк, Волинський національний університет імені Лесі Українки

Модернізація вищої освіти вимагає пошуку нових засобів і технологій підвищення якості підготовки майбутніх фахівців. Одним із таких засобів є модульно-рейтингова система організації навчального процесу у вузі.

У ВНУ розроблена модульно-рейтингова система навчальної діяльності студентів на основі реалізації модульно-рейтингових технологій навчання різним дисциплінам та з врахуванням сучасних концепцій модернізації вищої професійної освіти.

Модульна організація процесу навчання кожної дисципліни спрямована, насамперед, на підвищення якості аудиторної та самостійної роботи студентів на протязі семестру. Використання рейтингових технологій допомагає забезпечити об'єктивність підсумкових оцінок з усіх дисциплін.

Структурування навчального матеріалу здійснюється у вигляді модулів за семестр. Формування модулів проводиться на основі освітнього стандарту навчальних дисциплін. Кількість семестрових модулів визначається провідним лектором. Так, наприклад, використання цієї системи роботи у ВНУ на першому курсі при читанні таких дисциплін як „Вступ до теорії ймовірностей" та „Інформаційні технології і прикладна статистика" на факультетах „Соціологія" і „Психологія" вимагає від викладача необхідної психолого-педагогічної підготовки, перебудови організаційних і методичних аспектів на новій технологічній базі навчально-виховного процесу.

Це дуже важливий крок в напрямку інтенсифікації та оптимізації навчально-виховного процесу у вищих школах. Для кожного модуля визначається, по-перше, його значення, яке залежить від ролі і місця розділу в курсі та між предметних зв'язків. По-друге, форми контролю:

- самостійна робота, в яку включені теоретичні питання і задачі;
- контрольна робота;
- розрахункові роботи, індивідуальне домашнє завдання і термін його проведення.

Контрольна робота містить як задачі підвищеного рівня складності, так і задачі з елементами творчості.

В індивідуальні домашні завдання включені запитання, які студенти повинні вивчити самостійно.

За результатами звітності за кожний модуль студент в 100-бальній шкалі одержує певну рейтингову оцінку, на основі сукупності яких з врахуванням значень модулів формується поточний (їх в семестрі два), семестровий та підсумковий рейтинги. Рейтингова оцінка за кожний модуль виставляється з врахуванням відповідей студентів на заняттях, їх активності як на лекціях, так і на практичних заняттях, виконання терміну здачі самостійних завдань. Для студентів з високим поточним рейтингом за їх бажанням проводиться поглиблене вивчення окремих тем курсу.

Необхідні дані про зміст семестрового курсу математики (як і інших дисциплін), термін контролю самостійних робіт, про принципи формування рейтингових оцінок, список літератури повідомляється студентам на початку семестру у вигляді спеціального документа „Пам'ятка по вивченню математики".

Досвід використання модульно-рейтингової системи навчання математики показує, що ця система дозволяє більш ефективно організувати самостійну роботу студентів, сприяє підвищенню якості засвоєння матеріалу, дає студенту можливість вибору рівня засвоєння змісту курсу (базового або підвищеного) та враховує його індивідуальні досягнення, що в підсумку дає можливість підвищити якість навчання математики.

Для введення модульно-рейтингової та кредитно-модульної системи навчання необхідно дотримуватись таких правил:

1. Забезпечити підготовленість викладачів і студентів працювати за модульно-рейтинговою системою.

2. Здійснити необхідну методичну підготовку викладачів до введення цієї системи.

3. Ввести науково обґрунтовану і методично забезпечити самостійну навчальну роботу студентів.

4. Чітко визначити навчальні модулі, обґрунтувати оцінювання кожного модуля в залікових одиницях.

5. Здійснити необхідну організаційно-методичну підготовку і відпрацювати систему аналізу і оцінювання знань, умінь та навичок кожного студента за результатами оволодіння певними модулями, підготувати комп'ютерні програми для використання тестових методик перевірки якості знань, проводити детальний облік результатів звітів за виконання модульних завдань, в індивідуальних планах викладачів повинні бути передбачені години на здійснення цього аналізу (чого в індивідуальних планах на сучасному етапі немає), визначити числові параметри переведення кількісних показників (кредитів) в офіційні оцінки знань студентів.

6. Забезпечити відкритість оцінювання навчальної діяльності студентів.

7. Визначити науково обґрунтовані об'єми навчальних завдань для самостійної роботи студентів з врахуванням бюджету часу, який виділяється на навчальну роботу [2].

Введення модульно-рейтингової та кредитно-модульної системи навчання у вузі показало, що така система має такі переваги для студентів:

- активізує самостійну роботу студентів вона стає ритмічною та систематичною на протязі семестру;
- формується позитивна мотивація в навчальній діяльності;

- стимулюється самостійність, ініціативність, відповідальність, творчість, значення, бережливість;
- студент отримує особисте задоволення від процесу навчання [1–3].

Для викладача існує: реальна можливість індивідуалізації навчання, диференційованого підходу; можливості допомогти студентам в навчальній роботі, рівномірно розподілити навантаження на протязі семестру.

Але введення кредитно-модульної системи навчання передбачає реорганізацію традиційної схеми „навчальний семестр – навчальний рік, навчальний курс”, раціоналізований поділ навчального матеріалу дисципліни на модулі і перевірки якості засвоєння теоретичного і практичного матеріалу кожного модуля, використання більш широкої шкали оцінювання знань, вирішальний вплив суми балів, які одержані на протязі семестру на підсумкову оцінку.

Така система вимагає від викладача чіткого планування всієї роботи, максимальної підготовки до кожного заняття, методичного забезпечення студентів [1].

Література:

1. Гусак П.М. Підготовка учителя: технологічні аспекти: Монографія. – Луцьк: Вежа, 1999. – 278 с.
2. Математика. Образование: Материалы XV международной конференции. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2007. – 264 с.
3. Освітні технології: Навчально-методичний посібник // О.М. Пєхота, О.М. Любарська та ін. – К.: А.С.К., 2001. – 202 с.

ТВОРЧА МАТЕМАТИЧНА РОБОТА ЯК ОСНОВА ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ НАВЧАННЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ДИСЦИПЛІН У ВИЩІЙ ШКОЛІ

О.А. Чемерис
м. Житомир, Житомирський державний університет імені Івана Франка
voa@zu.edu.ua

Сучасна фундаментальна підготовка майбутніх учителів не відповідає вимогам європейських стандартів. Особливо це стосується майбутніх учителів математики, оскільки система знань, умінь та навичок, якою оволодівають студенти фізико-математичного факультету, реалізується на високому рівні складності. Останнє зумовлює потребу узагальнення досвіду фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики та вимагає оновлення її теоретико-методологічних засад.

Досліджувана проблема привертає увагу багатьох науковців на етапі євроінтеграційних процесів у освіті. Вивчення питання забезпечення якості фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики представлене широким колом наукових досліджень. Проте проблема визначення системи науково-обґрунтованих та експериментально перевірених педагогічних умов, які дозволяють забезпечувати якість навчальних досягнень з основ фундаментальної підготовки студентів фізико-математичних факультетів педагогічних навчальних закладів є недостатньо дослідженою і потребує всебічного комплексного вивчення, а також створення якісно нової моделі навчального процесу, яка б відповідала сучасним тенденціям розвитку системи педагогічної освіти.

Забезпечення якості фундаментальної підготовки обумовлено використанням спеціально підібраної системи методів навчання, які являють собою способи послідовної взаємодії тих, хто навчається, й тих, хто навчає, що направлені на організацію засвоєння змісту навчання. Ознаки довільного методу: спрямованість на засвоєння певного елементу змісту освіти в його певному перевтіленні та організований педагогом характер навчально-пізнавальної діяльності студентів, що залежить від способу засвоєння цього змістового елементу. Методи повинні бути спрямовані на збагачення уяви, мислення, пам'яті, мовлення, розкриття суб'єктивного досвіду кожного. Організація експериментальної роботи передбачає використання як традиційних, так і нетрадиційних методів, які б дозволили сформувати в майбутніх педагогів готовність до виконання своїх професійних функцій. Вибір методів навчання за розробленою програмою спрямовано на досягнення якісного рівня знань. Одна з основних вимог до вибору методу – його активна і творча спрямованість.

Як багатомірне утворення, методи різносторонні, тому їх можна групувати чи класифікувати. В наш час відомі десятки їх класифікацій за різними ознаками: за джерелом передачі інформації (С.І. Перовський, Е.Я. Голант), за призначенням (М.А. Данилов, Б.П. Йосипов), за типом пізнавальної діяльності (І.Я. Лернер, М.М. Скаткін), за дидактичною метою (Г.І. Щукіна, І.Т. Огородников та інші), на основі поєднання методів викладання й методів навчання (М.І. Махмутов), за цілісним діяльнісним підходом (Ю.К. Бабанський) тощо.

Для якісної фундаментальної підготовки майбутніх учителів математики головним є не стільки міцне засвоєння студентами знань, умінь та навичок, скільки становлення творчого потенціалу особистості фахівця.

Виходячи з цього, методи навчання умовно поділимо за рівнем прояву творчого потенціалу на дві групи: 1) репродуктивні; 2) продуктивні.

При використанні *продуктивних методів* змінюються цілі викладача й студента.

Педагог ставить собі за мету активно формувати пізнавальні здібності, професійні інтереси й світогляд, досвід творчої діяльності. Оскільки останнє засвоюється лише при розв'язанні проблемних завдань, то діяльність викладача полягає ще і в організації проблемних ситуацій, під якими ми розуміємо психічний стан студента, що складається з трьох позицій: усвідомлення протиріч, сприйняття їх як труднощів і бажання їх розв'язати. Засобами, які допомагають викладачу ефективно організувати цей метод навчання, є задачі середнього й вищого рівня складності, додаткова література, що відображає ряд точок зору на одне й те саме питання, яке має в науці парадокси, звернені до реального життя та співвіднесені з науковими фактами.

Мета студента – активне творче пізнання, механізм якого відповідає науковому дослідженню (проблема, гіпотеза, доведення, висновки). Засоби для студента в цьому випадку частково або повністю збігаються із засобами для викладача.

Досвід творчої діяльності, засвоєний особистістю, готує її до участі в творчому перетворенні культури. Саме в цьому полягають якісні зміни особистості. Результатом навчання тут виступає наявність у студентів структур творчого мислення.

Розглянемо використання методу проектів на заняттях з проективної геометрії. *Творча математична робота* – це мультимедійна презентація, яка створюється за допомогою програми PowerPoint. Її завдання – узагальнити теоретичний матеріал та подати його, використовуючи логічно-наслідкові зв'язки, у вигляді слайдів та проілюструвати на прикладі розв'язання задачі.

Виконання студентами творчої математичної роботи впливає на розвиток всіх видів умінь, необхідних для здійснення професійної діяльності на високому рівні: гностичних, проектувальних, конструктивних, комунікативних та організаторських.

Рівень сформованості всіх умінь визначався нами за допомогою критеріїв, розроблених на основі аналізу психолого-педагогічної літератури та пілотажного опитування, проведеного серед учителів загальноосвітніх шкіл м. Житомира.

Шкала оцінювання умінь при виконанні творчої математичної роботи (критерії)

1. Використовувати можливості програми PowerPoint.
2. Вибирати зміст теоретичного матеріалу для презентації.
3. Складати план презентації.
4. Представляти теоретичний матеріал.
5. Логічно поєднувати слайди з теоретичним матеріалом.
6. Пояснювати розв’язання задачі на основі теоретичного матеріалу.
7. Конструювати малюнок до теорії, задачі.
8. Уміння робити висновки.
9. Уміння прокоментувати презентацію.
10. Уміння оцінювати презентацію.

Результати оцінювання рівня сформованості визначених умінь у студентів 21-23 груп фізико-математичного факультету Житомирського державного університету імені Івана Франка наведені у табл. 1, 2. Студентів ми поділили на три групи за схильністю до професії вчителя математики: 1) *високий* рівень: стійка схильність до обраної професії вчителя математики; 2) *середній* рівень: наявна схильність до обраної професії вчителя математики; 3) *достатній* рівень: нестійка схильність до обраної професії вчителя математики.

Опрацювання статистичного матеріалу проводилося методом відносних частот за методикою О. Смірнова. Сутність вказаної методики полягає в тому, що для аналізу рівня професійної діяльності в контексті фундаментальної підготовки учителя математики проводилася кількісна оцінка критеріїв за спеціально розробленими шкалами дискретних чисел (у нашому випадку 1-5), кожне з яких відповідає певному якісному стану тієї чи іншої характеристики структури професійної діяльності. За таких умов число "5" виражає прояв вміння на найвищому рівні, "3" – на середньому, "1" – вказує на абсолютну відсутність вияву вміння. Використання названої системи шкал забезпечило досягнення достатньої диференціації індивідуальних характеристик спеціальних умінь майбутніх учителів математики.

Для порівняльного аналізу за кожним із параметрів анкети підраховується відносна частота за наступною формулою:

$$\omega = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{5 \times n},$$

де ω – відносна частота вибраного параметру; n – кількість респондентів; x_i – оцінка i-им респондентом параметра; $\sum_{i=1}^{n} x_i$ – отримана сумарна кількість балів для вибраного параметра.

Таблиця 1

Рівень сформованості вмінь студентів-математиків при виконанні творчої математичної роботи вперше

Уміння	*Високий*		*Середній*		Достатній		$\hat{H}$
	О	*СО*	*О*	*СО*	*О*	*СО*	
9	0,76	0,78	0,57	0,56	0,45	0,47	13,92
2	0,78	0,76	0,62	0,63	0,43	0,46	16,98
8	0,80	0,79	0,60	0,60	0,34	0,36	16,99
1	0,80	0,81	0,63	0,61	0,41	0,48	22,18
7	0,82	0,80	0,60	0,59	0,44	0,47	21,21
4	0,82	0,84	0,58	0,59	0,38	0,41	11,12
10	0,84	0,82	0,62	0,58	0,35	0,38	21,37
3	0,84	0,83	0,65	0,63	0,45	0,48	15,21
5	0,84	0,83	0,62	0,61	0,48	0,49	16,58
6	0,84	0,85	0,63	0,64	0,43	0,46	9,60

Таблиця 2

Рівень сформованості вмінь студентів-математиків при систематичному виконанні творчої математичної роботи

Уміння	*Високий*		*Середній*		Достатній		$\hat{H}$
	О	*СО*	*О*	*СО*	*О*	*СО*	
8	0,90	0,89	0,88	0,93	0,62	0,65	6,89
3	0,94	0,93	0,80	0,85	0,76	0,81	15,78
4	0,95	0,93	0,81	0,80	0,63	0,69	21,13
9	0,95	0,96	0,87	0,90	0,63	0,70	13,57
10	0,96	0,94	0,93	0,90	0,59	0,68	7,34
5	0,96	0,95	0,78	0,79	0,66	0,71	16,20
2	0,99	0,97	0,89	0,87	0,65	0,70	17,02
6	0,99	0,98	0,86	0,88	0,59	0,66	9,67
7	1,00	1,00	0,93	0,94	0,72	0,71	10,22
1	1,00	1,00	0,97	1,00	0,70	0,78	12,78

Отримані таким чином дані ми звели до табл. 1, 2, що складаються відповідно до зростання відносних частот досліджуваних ознак в оцінці компетентними суддями вчителів математики (високий, середній та достатній рівні) та їх самооцінці. Критерієм розташування визначених структурних компонентів була обрана експертна оцінка компетентними суддями студентів високого рівня, оскільки такий підхід є найбільш об’єктивним щодо аналізу статистичного матеріалу.

При систематичному використанні творчої математичної роботи визначені вміння сформовані на високому та середньому рівнях не менш як у 70% студентів. Отримані результати свідчать, що метод проектів є ефективним у навчальному процесі.

Усього за експериментальною технологією працювало 98 студентів, серед яких високого та середнього рівнів сформованості вмінь при виконанні творчої математичної роботи досягли 87,5%, достатнього – 15,5%. У студентів, які вперше створювали презентацію, переважає низький рівень досліджуваних умінь – у 35% студентів.

На завершальному етапі водночас більш чітко окреслилися групи студентів за рівнем якості фундаментальної підготовки (високий, середній, достатній).

Вірогідність розбіжностей між групами студентів була доведена за допомогою $\hat{H}$–критерію Краскелла-Валліса. У цілому умова $\hat{H}>5{,}99$ виконується для кожної виділеної нами ознаки, що дає можливість дійти висновку про наявність суттєвої різниці між досліджуваними групами студентів.

Результати аналізу даних підтверджують гіпотезу про те, що рівень якості фундаментальної підготовки студентів-математиків можна суттєво підвищити шляхом озброєння майбутніх учителів математики спеціально розробленими формами, методами й засобами як основою професійної підготовки.

Вивчення та підбір продуктивних методів у навчанні фундаментальним дисциплінам у вищому навчальному закладі сприяє продовженню наукового пошуку за такими напрямками: удосконалення навчально-методичного забезпечення (створення підручників, комп’ютерних програм з урахуванням сучасних вимог до змісту фундаментальної підготовки); формування особистісних якостей майбутніх учителів математики; робота з обдарованими студентами тощо.

МЕТОДОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ, СИСТЕМНОМУ АНАЛИЗУ И ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ВЫПОЛНЕНИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТАМИ ИНСТИТУТА

В.Н. Смолий
г. Северодонецк, Технологический институт
Восточноукраинского национального университета им. В. Даля
vnsmolij@sti.lg.ua, vit@medialand.net.ua

Введение. Вся система высшего образования страны претерпела кардинальные изменения на протяжении последних нескольких лет, что связано, в частности с внедрением стандартов Болонского процесса в систему обучения и оценивания знаний студентов высшей школы. Постепенно формируются и систематизируются нормативы теории и практики дистанционного обучения. Невозможно себе представить научную, учебную и исследовательскую работу обучаемых без глобальной сети Internet. В соответствии с этим, претерпевают изменения содержание и дисциплины, читаемые в вузах, а также методология их изложения. В первую очередь это касается преподавания специальных технических дисциплин, связанных с компьютерной техникой и автоматизацией, аппаратным и программным обеспечением ЭВМ и др.

Практика показывает, что интеллектуально и духовно развитый человек способен приобретать новые знания, хорошо ориентируется в особенностях различных профессий, имеет возможность коренным образом изменить сферу своей профессиональной деятельности. Исходя из этого, следует признать, что главная задача учебного заведения – привить студенту вкус к образованию и помочь ему образовывать себя как личность. К сожалению, часто преобладает узкий подход, состоящий из трех этапов: изложение учебного материала, изучение материала, контроль результатов изучения. Такой подход формирует репродуктивную форму мышления (изучение – воспроизведение), приучает мыслить стереотипами и не может обеспечить выполнения всей полноты целей образования.

Образовательный процесс в вузах должен преследовать три основные цели [1]:

- интеллектуальное развитие, т.е. развитие умения мыслить, анализировать, сопоставлять, обобщать, делать прогнозы, планировать и т.п.;
- обучение, т.е. приобретение знаний, профессиональных навыков, развитие умения учиться и внутренней потребности в приобретении новых знаний;
- духовное развитие, т.е. развитие способностей постигать мир с помощью чувств, художественных образов, искусства, развитие умения чувствовать внутренний мир других людей и общаться с ними, закрепление мо-

ральных норм, как внутренней потребности духовно развитой личности.

Необходимым условием развития интеллектуальных способностей и высших типов мышления учащихся является фундаментальность образования. Этой цели должна служить вся совокупность предметов, изучаемых в высшей школе. В инженерном образовании основу этой совокупности составляют фундаментальные дисциплины, гуманитарные дисциплины и общеинженерные дисциплины. Только на этой основе могут изучаться специальные дисциплины.

Не умаляя роль традиционных методик физико-математической и общетеоретической подготовки, предполагается, что в настоящее время они могут рассматриваться лишь как первый этап фундаментальной подготовки обучаемого. На втором этапе необходимо привить студентам навыки анализа и обобщения получаемой информации. Эта задача может успешно решаться в рамках учебно-исследовательской работы студентов (УИРС).

Основная часть. Рассматривая теорию и методику обучения фундаментальным дисциплинам, следует уделить первостепенное внимание проблеме формирования взаимосвязи излагаемых дисциплин со специализацией подготавливаемого бакалавра, специалиста или магистра. Здесь первостепенную роль играет фактор оперирования понятиями выбранной специализации [2], проблемой выстраивания последовательности изучения объекта и алгоритма достижения некоторых оптимальных свойств изучаемого объекта. В этой проблеме выделяют фокус, через акторы, приводящий к реализуемым политикам. В качестве фокуса выступает максимальное овладение понятием, терминологией и функциональным аппаратом преобразований и расчетов. Акторами являются сформированные типовые представления о существующем объекте и способах его исследования, обобщение группы объектов по некоторой совокупности свойств с последующим их анализом и поведенческим прогнозированием, выделение некоторых наиболее эффективных стратегий анализа и синтеза группы объектов для формирования некоторых сценариев их оптимального поведения и др. Политиками призваны, как можно более рано, привить и увязать значение и смысл излагаемых дисциплин со специальностью и специализацией, увязать понятия и определения с частными конкретными установками, параметрами, свойствами и событиями, изложить методики оценивания, систематизации, прогнозирования, интеллектуализации, в частности, получения некоторых новых свойств и структуры изучаемого объекта.

Рассмотрим пример решения проблемы изложения раздела «Векторный анализ и матричные исчисления» дисциплины «Высшая математика» (для студентов специальности 8.092501 – Автоматизированное управление технологическими процессами направления базового высшего образования 0925 – Автоматизация и компьютерно-интегрированные технологии).

Следует особое внимание обратить на взаимосвязь излагаемого материала с профилирующей дисциплиной «Основы системного анализа». В частности, необходимо сравнить по ряду технологических и экономических показателей два технологических процесса или выбрать приоритетные параметры для предлагаемого сравнения. Здесь перед студентами необходимо не только поставить задачу ознакомления с регламентом технологического процесса, но и сформировать таблицу парных сравнений для последующего анализа методом анализа иерархий [3; 4]. Выбирая параметры для сравнения и исследуя вектор приоритетов, осуществляется обучение работе с векторами, матрицами, алгоритмам и методикам нахождения собственного вектора и значения матрицы. В результате выполнения данного задания получается импульс к интеллектуальному развитию посредством необходимости решения задачи достижения согласованности суждений по рассматриваемой проблеме, осуществляется обучения, причем как по вопросам математики, так и по специальной дисциплине с одновременным овладением современным аппаратом исследований, способствующим развитию обучаемых, как специалистов в рассматриваемой предметной области.

Рассмотрим вопросы изложения раздела «Теория вероятности и математическая статистика» дисциплины «Высшая математика» для подготовки студентов по той же специальности и того же направления базового высшего образования. Следует особое внимание обратить на взаимосвязь излагаемого материала с профилирующей дисциплиной или их комплексом, в частности – «Теория оптимального управления», «Искусственный интеллект» и «Основы автоматики и автоматизации».

Поставив перед обучаемыми задачу исследовать процесс производства сложноорганизованного изделия, удовлетворяющего ряду технико-экономических показателей [2], в начале необходимо составить таблицу переменных с указанием наименования, семантического и лингвистического обозначения и диапазона принимаемых значений. Далее следует рассмотреть возможные исходы и предложить механизм получения решения исходя из анализа имеющейся информации об объекте исследований.

Так, распределение вероятностей, определяемое по формуле Байеса, является лишь одним из инструментальных средств решения проблемы

$$p\left(\Theta_j / z_l, e_f\right) = \frac{p\left(\Theta_j\right) p\left(z_l / \Theta_j, e_f\right)}{\sum\limits_{j=1}^{k} p\left(\Theta_j\right) p\left(z_l / \Theta_j, e_f\right)}, \tag{1}$$

где $p(\Theta_j)$ – априорные вероятности состояний эксперимента; $p(z_l/\Theta_j, e_f)$ – условные вероятности исходов z_l эксперимента e_f; $p(\Theta_j/z_l, e_f)$ – апостериорные вероятности состояний Θ_j эксперимента e_f при исходах z_l.

Далее необходимо сформировать некоторую полную группу событий, соответствующую возможным исходам, например, как это сделано в [4], вида

$$P(y_1) + P(y_3|y_2) + P(y_4|y_2) + P(y_4|y_3) = 1, \tag{2}$$

где $P(y_1)$ – вероятность появления исхода y_1, $P(y_i|y_j)$ – вероятность появления исхода y_i при условии наступления y_j.

Сами величины условной вероятности для выражения (2) определяются соотношениями вида:

$$P\left(y_3 \middle| \overline{y}_2\right) = \frac{P\left(\overline{y}_2 \cap y_3\right)}{P\left(\overline{y}_2\right)}, \tag{3}$$

где $P(y_i \cap y_j)$ – вероятность совместного осуществления событий y_i, y_j.

В свою очередь, полная вероятность для инверсии первого исхода в (2) определяется выражением

$$P\left(\overline{y}_1\right) = P\left(\overline{y}_1 \middle| \overline{y}_2\right) P\left(\overline{y}_2\right) + P\left(\overline{y}_1 \middle| y_3\right) P\left(y_3\right) + P\left(\overline{y}_1 \middle| y_4\right) P\left(y_4\right), \tag{4}$$

где y_i, y_j – несовместные группы событий и их объединение является достоверным событием.

Собирая статистику по недостающим в (1) параметрам с помощью соответствующих математических моделей, получают значение апостериорной вероятности исходя из величины которой и осуществляют формирование продукционных правил с учетом таблиц соответствия вероятностных входов – возможным исходам.

К примеру, исход $\overline{y}_2$ наступает в случае превышения амплитуды колебаний блока ЭА и фазовых углов допустимых значений, в случае попадания собственных частот конструкции в рабочий интервал частот и в случае ультрагармонического резонанса, т.е.

$$\overline{y}_2 = y_5 \cup y_6 \cup \text{УГ}, \tag{5}$$

где

$$\begin{gathered} y_5 = (\overline{A}_x > |\overline{A}_x|) \cup (\overline{A}_y > |\overline{A}_y|) \cup (\overline{A}_z > |\overline{A}_z|) \cup \\ \cup (\overline{A}_\varphi > |\overline{A}_\varphi|) \cup (\overline{A}_\psi > |\overline{A}_\psi|) \cup (\overline{A}_\theta > |\overline{A}_\theta|), \end{gathered} \tag{6}$$

$$y_6 = \begin{cases} 1, & v_i \in [f_н \dots f_в] \\ 0, & v_i \notin [f_н \dots f_в] \end{cases}. \tag{7}$$

УГ обозначает наличие у рассматриваемого объекта эффекта резонансного взаимодействия [2].

Для устранения нежелательного исхода $\overline{y}_2$ и преобразования его в исход y_2 необходимо выполнить следующие действия

$$\textbf{Если } \overline{y}_2 \textbf{ то } КБ_1 \cap (ТСВ_2 \cup УА) \cap ИП_1. \tag{8}$$

Данный вопрос описан лишь для иллюстрации механизма получения новых знаний посредством правила продукций, что возможно и с помощью других способ, например фреймовых структур или семантических сетей.

Неоспоримым преимуществом применения подобного метода изложения материала и методики реализуемых расчетов является осуществление толчка сознания обучаемых к интеллектуальному развитию посредством необходимости решения задачи анализа или синтеза структуры, компоновки или параметров исследуемого сложноорганизованного объекта на основании обработки статистических данных и оценке вероятностных характеристик рассматриваемых событий и ситуаций. При этом осуществляется обучения, причем как по вопросам математики, так и по набору специальных дисциплин с одновременным овладением аппаратом искусственного интеллекта, способствующим развитию обучаемых, как специалистов в рассматриваемой предметной области.

Вывод. В работе рассмотрены особенности образовательного процесса в вузах в современных условиях, приведены особенности преподавания дисциплины «Высшая математика» на примерах изложения разделов «Векторный анализ и матричные исчисления» и «Теория вероятности и математическая статистика» в непосредственной взаимосвязи со специализацией обучаемых и с дисциплинами «Основы системного анализа», «Теория оптимального управления», «Искусственный интеллект» и «Основы автоматики и автоматизации». Это дает возможность осуществить толчок сознания обучаемых к интеллектуальному развитию, организовать процесс обучения и изложить материал естественным образом, способствующим развитию обучаемых, как специалистов в рассматриваемой предметной области.

Литература:

1. Генкин Б.И., Смолий В.Н., Генкина И.М. Организация учебно-исследовательской работы студентов в техническом ВУЗЕ // Вестник Херсонского государственного технического университета. – 2004. – №2(18). – С. 382-385.

2. Смолій В.М. Автоматизація процесів виробництва блоків електронних апаратів: Монографія. – Луганськ: Вид-во СНУ ім. В. Даля, 2006. – 124 с..

3. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.

4. Смолий В.Н. Исследование методов для анализа системы автоматизированного управления процессом производства электронных аппаратов // Праці Луганського відділення Міжнародної Академії інформатизації. – 2007. – №1(14). – С. 67-72.

УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСОМ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ В УМОВАХ МОДУЛЬНО-РЕЙТИНГОВОГО ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

В.В. Корольський
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Настоящее образование есть только самообразование, которое начинается ..., распростившись навсегда со всеми школами.
Д.И. Писарев

Наведене в епіграфі твердження повністю відображає сучасну концепцію освіти, яка передбачає перехід від принципу “Освіта на усе життя” до принципу “Освіта через усе життя”. Зрозуміло, що реалізація даної концепції освіти залежить від багатьох умов, як об’єктивного характеру, так і суб’єктивного. Головним з них, на наш погляд, є:

– ефективна самостійна робота студентів (СРС) для опанування теоретичного матеріалу математичної дисципліни і методів його застосування щодо розв’язку практичних завдань;

– чітке і зрозуміле представлення для викладачів і студентів мети, завдань, обсягів, шляхів, термінів виконання і оцінювання результатів самостійної роботи студентів;

– наявність мотивації з боку студентів до навчання і їх спрямованості на прояв творчої самостійності в усіх формах навчання;

– науково-обґрунтоване планування СРС;

– ефективне управління, контролювання й оцінювання результатів СРС;

– науково-методичне забезпечення СРС;

– створення необхідних організаційних та педагогічних умов управління самостійною пізнавальною діяльністю студентів.

Далі з усіх наведених умов забезпечення ефективної СРС будемо розглядати ті, що пов’язані з управлінням процесом СРС. Перед тим, як пропонувати певні моделі управління процесом СРС, розглянемо деякі принципи здійснення управління самостійної пізнавальної діяльності студентів. При цьому ми виходимо з трансформації відомих в педагогічній науці принципів управління пізнавальною діяльністю до умов модульно-рейтингового вивчення математичних дисциплін [1–3]. Деякі з принципів пропонуються вперше.

В умовах модульно-рейтингового навчання управління СРС в процесі опанування знаннями з математичних дисциплін в тій чи іншій мірі базується на наступних принципах управління:

– принцип деталізації змісту навчальної дисципліни у вигляді окремих доз теоретичного матеріалу та об’єднання певної кількості цих доз в окремі змістовні та навчальні модулі;

– принцип визначення мети вивчення окремого модуля і його впливу на вивчення наступних модулів;

– принцип визначення можливих напрямів застосування змісту виучуваного модуля в майбутній науковій та практичній діяльності певного фахівця (математика, фізика, біолога та ін.);

– принцип взаємовідповідності змісту запропонованих підручників та посібників і змісту лекцій;

– принцип алгоритмізації СРС в межах вивчення окремих модулів;

– принцип управління СРС за допомогою методичних інструкцій та рекомендацій;

– принцип самоконтролю СРС у формі тесту з еталоном відповіді або за допомогою редукції в межах вивчення тієї чи іншої дози матеріалу за допомогою підручника, тексту, лекцій, посібника;

– принцип послідовного та зворотного зв’язку в системах комунікації: “викладач – студент”, “студент – підручник, посібник” тощо з метою контролю якості виконання СРС.

Застосування вказаних принципів організації системи управління СРС передбачає, перш за все, перегляд базового поняття модульно-рейтингового навчання – поняття модуля. Цьому поняттю присвячена значна кількість публікацій. Наприклад, з точки зору [4, 4], модуль – це “відносно самостійна частина навального процесу, яка містить насамперед одне або кілька близьких за змістом і фундаментальних за значенням понять, законів, принципів тощо”. В університетах США семестровий курс навчальної програми (40-50 годин) розбивається на 10-12 модулів [5]; у практиці німецької освітньої системи модуль – це така програмно-змістова одиниця відносно завершеного циклу навчання, що характеризується дидактичною виваженістю цілей, форм, методів і засобів роботи викладача [6, 11]; з точки зору [7], модуль – окрема тема курсу навчальної дисципліни; дехто вважає, що модуль – певний фрагмент окремої виучуваної теми [8].

Зрозуміло, що різноманітне визначення модуля залежить від навчальної дисципліни і причетності до цієї дисципліни людини, яка сама пропонує своє бачення поняття навчального модуля. Але в будь-якому випадку модульна побудова вивчення будь-якої навчальної дисципліни базується на принципі блочного засвоєння навчальної програми дисципліни. З нашого власного досвіду, з урахуванням вказаних вище принципів управління СРС можна зробити висновок, що модуль – це не тільки об’ємно-тематична структура навчального матеріалу, але і набор певних алгоритмічних дій, спрямованих на самонавчання з елементами самоконтролю якості засвоєння певної дози теоретичного матеріалу і методів його застосування в практичних цілях. В контексті пропонує мого визначення модуля для здійснення управління СРС при вивченні його теоретичного змісту і набуття певних практичних умінь студентами викладачем виконується наступне:

1) зміст навчальної дисципліни структурується за допомогою певної кількості навчальних → змістових → мікромодулів;

2) у кожному модулі визначаються локальні дидактичні цілі;

3) у кожному з модулів:

– виділяються окремі його частини (питання) для суто самостійного опрацювання студентами послідовно з СРС по засвоєнню теоретичного матеріалу, викладає мого на лекціях і при розв'язку практичних завдань;

– передбачається внутрішній зворотній зв'язок з навчальними одиницями для самоконтролю студента своєї самостійної роботи (нами пропонується принцип редукції);

– міститься перелік питань, завдань, тестів для здійснення поточних і підсумкового контролю для оцінки результатів СРС, як самим студентом, так і викладачем;

4) кожен навчальний модуль містить вимоги засвоєння теоретичних знань і практичних умінь на одному з рівнів єврооцінок (A, B, C, D, E, Fx, F) і національної шкали.

Така структура модуля забезпечує послідовне управління СРС як з боку викладача, так і з боку студента, починаючи з визначення дидактичних цілей модуля і закінчуючи оцінкою результатів навчання, досягнутих студентом в процесі аудиторного навчання і при виконанні СРС.

Зупинимося на принципі послідовного та зворотного зв'язку в системі комунікації: "викладач – студент". Необхідною умовою виконання даного принципу є те, що при комунікації "викладач – студент" з метою перевірки якості засвоєння певних знань і умінь студент повинен: 1) продемонструвати знання і розуміння усіх базових понять (і тих, що вивчалися раніше), на яких ґрунтується теоретичний матеріал певної дози виучуваного модулю; 2) показати фізичну, геометричну, економічну і т.п. інтерпретацію базових математичних понять; 3) вміти використовувати одержані теоретичні знання для розв'язання практичних завдань. Зрозуміло, що управління СРС на потоці або в окремій академічній групі не може бути неперервним. В будь-якому випадку система управління СРС буде дискретною, але вона повинна мати чітку і зрозумілу для студента структуру. Нами розроблені різні варіанти системи управління СРС, в основі яких використовується діаграма, яка поєднує аудиторну компоненту навчального процесу, СРС і здійснення проміжних (поточних) рейтинг-контролів якості результатів засвоєння знань студентами, терміни здійснення рейтинг-контролів.

Література

7. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М.: МГУ, 1975. – 345 с.
8. Груздева В.И., Васильєв В.Н. Научно-практические основы управления

учебной работой студентов. – М.: НИИ ВШ, 1983. – 40 с.
9. Мазак Э., Холы К. Система управления самостоятельной работой студентов и ее использование в педагогической практике // Современная высшая школа. – 1988. – № 2.
10. Алексюк А.М. Педагогіка вищої школи. Курс лекцій: модульне навчання. – К., 1993. – 220 с.
11. Вазина К.Я. Саморазвитие личности и модульное обучение. – Н. Новгород, 1991. – 122 с.
12. Огнев'юк В.О., Фурман А.В. Принцип модульності історії освіти. – К., 1995. – 84 с.
13. Russell G.D. Modular Instruction // A Guide to the Design, Selection, Utilization and Evaluation of Modular Materials. Minneapolis: Burgess Publishing Company. 1974. – P. 5.
14. Prokopenko I., White I., Bittel J., Eckles R. Modular programs for supervisory development. Switzerland, Geneva: Introduction and Trainers Guide, 1981. – Vol. 1-5.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СИСТЕМЕ ДОВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ

А.И. Новиков
Россия, г. Рязань, Рязанский государственный радиотехнический университет
vm@rgrta.ryazan.ru

Деление математики, с позиций организации учебного процесса, на школьную и вузовскую – это реальность, хотя и изменчивая в исторической ретроспективе. Можно говорить еще об одной математике – довузовской, которая существует и весьма активно развивается параллельно школьной и вузовской. В настоящее время довузовская математика занимает очень важное место в технологической цепочке получения качественных знаний по математике.

Качество знаний по математике (но не только по математике), получаемых учащимися в российской школе, не удовлетворяет вузовских педагогов. Выпускники средней школы в основной своей массе не умеют считать, плохо знают тригонометрию, а некоторые из них вообще имеют смутное представление об этом разделе математики. Значительная часть выпускников школы имеет искаженные «знания» по разделу «Применение производной».

Несомненно, многие проблемы математического образования обусловлены недостатком аудиторного времени. Учитель не в состоянии компенсировать его совершенствованием методики преподавания. Хотя есть проблемные вопросы в школьном курсе, существование которых связано с несовершенством методического обеспечения по соответствующим разделам. К числу таковых относятся, например, разделы: «Обратные функции», «Применение производной к исследованию функций».

Исправить недостатки школьного математического образования в рамках вузовской математики (в нематематических вузах) сложно по той же причине: недостаточен объем аудиторного времени, отводимого на изучение всех разделов вузовской математики.

В советский период эти проблемы так же существовали, но они не были столь острыми. Школьные и вузовские программы сохраняли стабильность на протяжении многих лет, а объем аудиторного времени, отводимого на изучение математики, был больше и в школе, и в вузе.

Следует признать, что, вопреки официальным оценкам, качество образования вообще и математического в частности в настоящее время существенно ниже, чем 15–20 лет назад. Наличие отдельных школ и вузов с хорошим качеством образования – исключений – только подтверждает этот вывод.

Многие вузы не ждут лучших времен, а сами обеспечивают качественную подготовку своих абитуриентов в рамках факультетов довузовской подготовки (ФДП). Программа по математике ФДП может не только компенсировать систематические ошибки школьного образования, но и позволяет существенно расширить или углубить изучение тех разделов математики, которые приобрели особое значение в настоящее время.

Активное развитие компьютерных технологий стимулировало появление целого ряда новых специальностей, связанных с защитой информации, и привело к появлению в вузовском курсе математики нового раздела «Дискретная математика». В учебных планах названных специальностей важная роль отводится разделу «Теория чисел».

Это означает, что и в школьном курсе математики требования времени должны найти свое отражение. Отчасти это происходит. В школьный курс математики введены элементы теории вероятностей и математической статистики и, как следствие, элементы комбинаторики. Но одновременно сокращены часы на изучение арифметики.

На ФДП вузов с двухлетним циклом изучения математики (10, 11 классы) можно поставить достаточно серьезный курс по теории чисел, включающий в себя кроме традиционных вопросов вывод признаков делимости на простые и составные числа, построение канонического разложения целого числа, алгоритмы нахождения НОД и НОК целых чисел и в частности алгоритм Евклида нахождения НОД, решение линейных и квадратных уравнений в целых числах, более глубокое изучение иррациональных и в целом действительных чисел.

В разделе «Квадратичные функции» на ФДП можно изучить не только квадратичные функции одной переменной, но и двух и более переменных. Здесь можно и нужно подчеркнуть важность квадратичных функций в теории и методах решения экстремальных задач. Для этого необходимо изучить глубоко методы решения задач на безусловный экстремум, экстремальных задач с ограничениями и в частности с ограничениями в виде уравнений связи (классический условный экстремум), т.е. задачи вида

$$f(x,y) \to extr; \qquad \begin{cases} f(x,y) \to extr, \\ \varphi(x,y) \le 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} f(x,y) \to extr, \\ \varphi(x,y) = 0, \end{cases}$$

где $f(x, у)$ и (или) $\varphi(x, у)$ – квадратичные функции.

Раздел играет важную пропедевтическую роль. Необходимо не только научить слушателей решать такие задачи без использования аппарата математического анализа, что необходимо для вступительных экзаменов, но и заложить основы математической культуры в разделах «Квадратичные функции» и «Квадратичные формы».

Еще один важный раздел в программе ФДП вузов – «Производная и ее применения к решению задач». Это проблемный раздел в школьном курсе. Приведем ряд примеров в подтверждение этого тезиса. Подавляющее большинство абитуриентов выносят из школьного курса начал анализа устойчивое убеждение, что достаточные условия возрастания (убывания) функции на конечном или бесконечном промежутке являются одновременно и необходимыми, т.е. $f(x)$ определена и имеет конечную производную на промежутке X и нестрого (или строго) возрастает на этом промежутке, то $f'(x)>0$ на X.

В большинстве школьных учебников по алгебре и началам анализа приведены **достаточные** признаки возрастания и убывания функций [1; 2]. Достаточный характер признаков возрастания (убывания) в них **подчеркнут**. Если учитель не акцентирует достаточный характер теоремы хотя бы с помощью контрпримеров, то ученик неизбежно делает ложные выводы.

Еще сложнее ситуация с исследованием локальных свойств функции в окрестности точки и глобальных свойств непрерывной функции на отрезке с использованием и без использования производной. Определение точки локального экстремума в сознании выпускника школы отождествляется с необходимыми и (или) достаточными условиями локального экстремума в точке. Наконец, традиционная для вступительных экзаменов задача нахождения множества значений параметра p, при которых уравнение $f(x)=p$ имеет решение, $f(x)$ – непрерывная на отрезке $[a; b]$ функция, имеющая на $(a; b)$ конечную производную, не воспринимается большинством абитуриентов как задача нахождения множества значений $E(f)$ функции $f(x)$. Последняя задача решается стандартно, поскольку $E(f)=[f_{наим}; f_{наиб}]$.

Следует отметить, что в некоторых учебниках по алгебре и началам анализа, например, в учебнике А.Г. Мордковича [3] отмеченные вопросы с методической точки зрения изложены правильно. И хотя теоремы о необходимых и достаточных условиях возрастания (убывания) функции в книге не доказаны, что совершенно естественно для учебника, предназначенного для общеобразовательных учреждений, учебник не создает предпосылок для формирования ложных выводов. Даже теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной на отрезке функцией своих наименьшего и наибольшего значений в [3] приведена с примерами ее применения.

По нашему мнению, во всех случаях, когда при решении той или иной алгебраической задачи явно или неявно используется теорема Вейерштрасса, это необходимо подчеркивать.

Объемным и наиболее сложным разделом в школьном курсе математики является тригонометрия. Полноценное изучение тригонометрии и особенно обратных отображений и обратных тригонометрических функций требует достаточно большого объема времени. Физико-математические школы имеют необходимые ресурсы времени, в общеобразовательной школе их совершенно недостаточно. Но именно выпускники общеобразовательных школ составляют основной контингент технических вузов. Знание тригонометрии для большинства технических вузов является необходимым условием успешного изучения многих специальных курсов.

В ситуации, когда общеобразовательная школа в силу объективных причин не может обеспечить полноценное изучение тригонометрии, эту функцию моги бы взять на себя факультеты довузовской подготовки.

Школьное математическое образование отличается от вузовского относительной неспешностью в изучении материала. Это, естественно способствует его более надежному усвоению. Вузовская система обрушивает на студента с первых дней занятий огромный поток знаний, да еще и по отличной от школьной формы технологии: лекции – упражнения – самостоятельная работа.

Система довузовской подготовки и в этом смысле играет очень важную роль, поскольку на ФДП вузов реализуется схема организации занятий максимально приближенная к вузовской. Студенты, прошедшие через систему довузовской подготовки, легче адаптируются в первые дни и месяцы обучения в вузе.

Литература:

1. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. М.: Просвещение, 1990.
2. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Алгебра и начала анализа. М.: Просвещение, 2002.
3. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2003.

КЛАССИФИКАЦИЯ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПОВТОРИТЕЛЬНОМ КУРСЕ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Т.А. Ярхо, О.В. Небратенко, Т.В. Зайцева
г. Харьков, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
ali@lintec.net.ua

В силу разнообразных объективных причин в последние годы многие выпускники школ не обладают объемом знаний, достаточным для успешного прохождения вступительного тестирования по математике при поступлении в университеты технического и экономического профиля. Это вызывает необходимость чтения слушателям отделений факультетов довузовской подготовки университетов фундаментального повторительного курса по основным разделам элементарной математики.

При изложении темы «Показательные уравнения», после выделения простейших уравнений, основные приемы решений, как правило, разбираются на примерах ([1], [2]).

Принято считать [3], что классификацию показательных уравнений, ввиду большого многообразия встречающихся случаев, провести затруднительно. В [4] в дополнение к простейшим уравнениям выделено несколько видов показательных уравнений и методы их решения.

В работе [5] приведена методика решения различных видов показательных уравнений. В настоящей работе, в продолжение [4] и [5], предложена достаточно подробная классификация показательных уравнений, отличных от простейших, с указанием соответствующих алгоритмов решения, реализация которых проведена на конкретных примерах [6].

1. Уравнение вида $A_1a^{f(x)+k_1}+A_2a^{f(x)+k_2}+\ldots+A_na^{f(x)+k_n}=A$ (A, A_1, A_2, ..., A_n, a – некоторые действительные числа; $a>0$, $a\neq 1$).

С помощью замены $a^{f(x)}=t>0$ это уравнение сводится к линейному уравнению относительно t, а затем к уравнению вида $a^{f(x)}=b$ ($b>0$).

Пример 1. Решить уравнение $5^{x+2}+3\cdot 5^{x+1}-4\cdot 5^x=144$.

Решение. Запишем данное уравнение в виде $5^x\cdot 5^2+3\cdot 5^x\cdot 5-4\cdot 5^x=144$. Введем замену $5^x=t>0$. Уравнение примет вид $t(25+15-4)=144$, где $t>0$. Решая его, получим $t=\dfrac{1}{25}$. Возвращаясь к переменной x, имеем $5^x=5^{-2}$, откуда $x=-2$.

Ответ: $x=-2$.

Заметим, что при оформлении решения введение новой переменной t не является обязательным. Можно решать уравнение относительно $a^{f(x)}$. Так, в разобранном выше примере исходное уравнение приводится к виду

$$25\cdot 5^x+15\cdot 5^x-4\cdot 5^x=144$$

или $36\cdot 5^x=144$, откуда $5^x=5^{-2}$, $x=-2$.

2. Уравнение вида $A_1a^{f(x)+k_1}+A_2a^{f(x)+k_2}+\ldots+A_na^{f(x)+k_n}=C_1c^{f(x)+m_1}+$ $+C_2c^{f(x)+m_2}+\ldots+C_lc^{f(x)+m_l}$ (A, A_1, A_2, ..., A_n, C_1, C_2, ..., C_l, a – некоторые действительные числа; $a>0$, $a\neq 1$).

Путем преобразований в левой и правой частях уравнения его приводят к виду $Aa^{f(x)}=Cc^{f(x)}$, а затем к уравнению $\left(\frac{a}{c}\right)^{f(x)}=b$.

Пример 2. Решить уравнение $3^{x+1}+3^{x+2}-3^{x+3}=22\cdot 5^{x+1}-5^{x+3}$.

Решение. Преобразуем исходное уравнение:

$3^{x+1}+3^{x+1}\cdot 3-3^{x+1}\cdot 9=22\cdot 5^{x+1}-5^{x+1}\cdot 25\Leftrightarrow 3^{x+1}\cdot(-5)=5^{x+1}\cdot(-3)\Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{x+1}=\frac{3}{5}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x+1=1\Leftrightarrow x=0$.

Ответ: $x=0$.

3. Уравнение вида $P(a^{f(x)})=0$ ($a>0$, $a\neq 1$, $P(x)$ – заданная рациональная функция).

Замена переменной $a^{f(x)}=t>0$ сводит уравнение к виду $P(t)=0$. Решив последнее уравнение и отобрав его положительные корни (t_1, t_2, ..., t_m), последовательно решают уравнения $a^{f(x)}=t_k$, $k=\overline{1,m}$.

Пример 3. Решить уравнение $4^{\sqrt{3x^2-2x}+1}+2=9\cdot 2^{\sqrt{3x^2-2x}}$.

Решение. ОДЗ: $3x^2-2x\geq 0$; $x(3x-2)\geq 0$; $x\in(-\infty;0]\cup\left[\frac{2}{3};+\infty\right)$.

Запишем данное уравнение в виде $4\cdot 2^{2\sqrt{3x^2-2x}+1}+2=9\cdot 2^{\sqrt{3x^2-2x}}$.

Вводя замену $2^{\sqrt{3x^2-2x}}=t>0$, получим квадратное уравнение

$$4t^2+2=9t\Leftrightarrow 4t^2-9t+2=0.$$

Его корни $t_1=\frac{1}{4}>0; t_2=2>0$.

Возвращаясь к переменной x, имеем совокупность уравнений

$$\left[\begin{array}{l} 2^{\sqrt{3x^2-2x}}=\frac{1}{4} \\ 2^{\sqrt{3x^2-2x}}=2 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 2^{\sqrt{3x^2-2x}}=2^{-2} \\ 2^{\sqrt{3x^2-2x}}=2 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \sqrt{3x^2-2x}=-2 \\ \sqrt{3x^2-2x}=1 \end{array}\right.$$

Первое уравнение совокупности решений не имеет, поскольку $\sqrt{3x^2-2x}\geq 0$.

Решим второе уравнение. Поскольку его обе части неотрицательны, то после возведения обеих частей в квадрат, приходим к равносильному уравнению $3x^2-2x=1\Leftrightarrow 3x^2-2x-1=0$. Его корни $x_1=-\frac{1}{3}, x_2=1$ входят в ОДЗ.

Ответ: $x \in \left\{-\frac{1}{3};1\right\}$.

4. Уравнение вида $a^{2x}+p\cdot a^x\cdot bx+q\cdot b^{2x}=0$ (p, q, a, b – некоторые действительные числа; $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $b\neq1$).

После деления на b^{2x} уравнение сводится к уравнению вида 3. Действительно, разделив исходное уравнение на b^{2x}, получим $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x}+p\left(\frac{a}{b}\right)^x+q=0$. Для решения последнего уравнения достаточно ввести новую переменную $\left(\frac{a}{b}\right)^x=t>0$.

Пример 4. Решить уравнение $4\cdot3^{2x}-9\cdot2^{2x}=5\cdot6^x$.

Решение. Запишем исходное уравнение в виде $4\cdot9^x-5\cdot6^x-9\cdot4^x=0$.

Разделив обе части уравнения на $4^x>0$, получим равносильное уравнение $4\cdot\left(\frac{9}{4}\right)^x-5\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^x-9=0$. Вводя новую переменную $\left(\frac{3}{2}\right)^x=t>0$, приходим к системе

$$\begin{cases}4t^2-5t-9=0\\ t>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}t=\frac{9}{4}\\ t=-1\end{array}\right.\\ t>0\end{cases}\Leftrightarrow t=\frac{9}{4}.$$

Для нахождения x решим уравнение $\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{9}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{3}{2}\right)^x=\left(\frac{3}{2}\right)^2\Leftrightarrow x=2$.

Ответ: $x=2$.

5. Уравнение вида $A\cdot a^x+B\cdot b^x=C$ ($a\cdot b=1$) (A, B, C, a, b – некоторые действительные числа; $a>0$, $a\neq1$, $b>0$, $b\neq1$).

Обозначив $t=a^x$, в силу свойства $a\cdot b=1$, получим $b^x=\frac{1}{t}$. В результате имеем следующую систему относительно новой переменной t

$$\begin{cases}At+\frac{B}{t}-C=0\\ t>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}At-Ct+B=0\\ t>0\end{cases}.$$

Пример 5. Решить уравнение: $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x=4$

Решение. Так как $\sqrt{2-\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}=\sqrt{4-3}=1$, то $2-\sqrt{3}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$.

Пусть $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = t > 0$, тогда $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = \frac{1}{t}$.

Для нахождения t получим систему:

$$\begin{cases} \frac{1}{t}+t=4 \\ t>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2-4t+1=0 \\ t>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} t=2+\sqrt{3} \\ t=2-\sqrt{3} \end{array}\right. \\ t>0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2+\sqrt{3} \\ t=2-\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Для нахождения x имеем совокупность двух уравнений:

$$\left[\begin{array}{l} \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 2+\sqrt{3} \\ \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 2-\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{\frac{x}{2}} = 2+\sqrt{3} \\ \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(2+\sqrt{3}\right)^{-1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{2}=1 \\ \frac{x}{2}=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

Ответ: $x \in \{2, -2\}$.

6. Уравнение вида $[a(x)]^{b(x)}=[a(x)]^{c(x)}$ с множеством допустимых значений, определяемым условием $a(x)>0$.

Логарифмирование обеих частей уравнения по основанию d ($d>0$, $d\neq 1$) приводит к эквивалентному уравнению $b(x)\log_d[a(x)]=c(x)\log_d[a(x)]$.

Последнее уравнение эквивалентно совокупности двух уравнений

$$\left[\begin{array}{l} \log_d\left[a(x)\right]=0 \\ b(x)=c(x) \end{array}\right.$$

Пример 6. Решить уравнение $|x-2|^{10x^2-1} = |x-2|^{3x}$

Решение. ОДЗ: $x-2\neq 0$, $x\neq 2$.

Логарифмируя обе части уравнение по основанию 10, получим

$(10x^2-1)\lg|x-2|=3x\lg|x-2| \Leftrightarrow \lg|x-2|(10x^2-3x-1)=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \lg|x-2|=0 \\ 10x^2-3x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x-2|=1 \\ x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{1}{5} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \\ x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{1}{5} \end{array}\right. .$$

Ответ: $x \in \left\{-\frac{1}{5}, \frac{1}{2}, 1, 3\right\}$.

Литература:

1. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1996. – 348 с.

2. Судавная О.И. Пособие по математике для поступающих в вузы:

Учебное пособие. – СПб.: Питер, 2004. – 475 с.

3. Зайцев В.В., Рыжков В.В., Сканави Н.И. Элементарная математика. Повторительный курс. – М.: Наука, 1967. – 632 с.

4. Цыпкин А.Г., Пинский А.И. Справочное пособие по методам решения задач по математике для средней школы. – М.: Наука, 1989. – 576 с.

5. Ярхо Т.А., Небратенко О.В., Зайцева Т.В. Методика изложения темы «Показательные уравнения» слушателям подготовительных отделений университетов // Застосування та удосконалення методики викладання математики. Матеріали XIII регіонального науково-методичного семінару (25 травня 2007 р.). – Донецьк, 2007. – С. 107.

6. Небратенко О.В., Ярхо Т.А. Логарифмы. Логарифмические и показательные уравнения: Учебно-методическое пособие. – Харьков: ХНАДУ, 2007. – 39 с.

ОПТИМІЗАЦІЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ МАТЕМАТИКА-ФІЗИКА

В.В. Волчанський
м. Кіровоград, Державна льотна академія України
volya@intway.com

Вступ. Входження України до Європейського освітнього простору обумовлює стійку увагу дослідників до підвищення ефективності системи професійної підготовки фахівців з вищою освітою. З іншого боку, цільові моделі підготовки бакалаврів за всіма спеціальностями уніфікуються, що поглиблює розкол між фундаментальною (наприклад, фізика, математика) та спеціальною підготовкою (аеродинаміка, термодинаміка, радіоелектроніка та ін.). Приєднання до Болонського процесу передбачає скорочення часу, який відводиться на загальну теоретичну підготовку фахівців з одночасним підвищенням вимог до її якості, тобто приводить до класичного формулювання задачі оптимізації у математиці.

Незважаючи на солідний вік постановки задачі оптимізації у дидактиці, виконаної Ю.К. Бабанським, строга математична її постановка відсутня. З огляду на широке застосування методів логістики та дослідження операцій в економіці та соціальних науках [1], причину затримки слід шукати у дидактиці.

Аналіз досліджень і публікацій. Задача оптимізації дидактичних систем, сформульована у дидактиці, в авіаційній педагогіці до останнього часу залишалась нерозв'язаною [2].

Головною причиною цього, на нашу думку є те, що системотвірні критерії оптимізації, запропоновані Ю.К. Бабанським, не дозволяють здійснити її постановку без залучення інших ваг.

Оптимальне для педагогічної системи рішення має прийматись завчасно. Проте системотвірний критерій Ю. К. Бабанського, зорієнтований на кінцевий результат, не дозволяє здійснювати прогноз без залучення додаткових гіпотез.

У пошуку таких гіпотез і ваг дослідники (А.П. Верхола, 1988; В.П. Сергієнко, 1993 та ін.) звертались до зв'язків між компонентами системи. За нашим глибоким переконанням, під час виконання оптимізації дидактичних систем, дослідники фактично спирались не на традиційний критерій оптимізації.

Ще у 80-х роках А.П. Верхола [3] запропонував критерії для експертного визначення корисності окремої теми навчальної дисципліни, виходячи з її зв'язків з усіма іншими темами, дисциплінами та майбутньою професійною діяльністю. Приблизно у той же час подібним чином задача оптимізації була сформульована і Л.П. Леонтьєвим та О.Г. Гохманом [4]. Шлях розв'язання задачі оптимізації лабораторного практикуму у 90-х роках був запропонований В.П. Сергієнком [5], який звузив та конкретизував поставлену задачу.

Проте, ми вважаємо, що дослідники ще не у повній мірі усвідомлювали, що користуються принципово новим критерієм для оптимізації дидактичної системи. Тому дослідження значною мірою були інтуїтивні. Суттєвими свідченнями цього є те, що „оптимальне" рішення обґрунтовувалось експертними методами, ваги не мали психолого-педагогічного змісту, який би дозволяв їх вимірювати, а критерії їх одержання були занадто складні [6].

У попередніх роботах [6] нами вже були розкриті суть та переваги міцності зв'язків між модулями дидактичної системи, як критерію її оптимізації. Окремо хочеться підкреслити підтвердження наших теоретичних здобутків результатами експериментів. Понад тисячу вимірювань показали існування жорсткої лінійної залежності між даними, одержаними за допомогою традиційного критерію та шляхом вимірювання міцності зв'язків.

Постановка завдання. Не зупиняючись повторно на деталях критерію міцності зв'язків та пов'язаного з ним уточнення міжпредметних зв'язків, розглянемо можливості, які відкриває перед дидактикою його застосування.

Оптимізація зв'язків. Коротко нагадаємо, що запропонований нами критерій оптимізації змісту дидактичної системи полягає у такій його зміні, за якої внутрішні та зовнішні зв'язки цієї системи будуть максимальними за умов накладених зовні.

Міцність зв'язків дидактичної системи розраховується арифметичними методами, виходячи з міцності зв'язків між парами її модулів. В якості таких модулів, услід за П.Я. Гальперіним, ми обираємо навчальні задачі дисциплін (наприклад, з математики та фізики). При чому, систему утворюють не всі навчальні задачі дисципліни, а тільки типові, які мають бути внесені до нормативної моделі курсанта (екзаменаційні, завдання модульного контролю і т.п.). Це дозволяє зробити задачу оптимізації цілком доступною для розв'язання.

Слід зауважити, що прийом розчленування дидактичної системи на компоненти для визначення кореляції між ними використовувався дослідниками й раніше. Зокрема, він описаний у роботах Р.М. Макарова [2]. Проте Р.М. Макаров наводить поділ системи на компоненти, які принципово не могли використовуватись для її оптимізації. Безкорисність такого роду вимірювань виявив ще А.П. Верхола [3]. До прикладів таких вимірювань він відносить, наприклад, „визначення кореляції між успішністю студентів та їх віком, оскільки незалежно від результатів цього аналізу регулювання вікового складу студентів не входить до компетенції вузу" [3, 151]. Подібним чином, значення кореляції різних етапів підготовки льотного складу з його професійною діяльністю [2] не дають користі, оскільки жоден з цих компонентів не може бути виключений з системи.

Міцність же зв'язків між парою модулів системи визначається за „кореляційною лінійкою". „Поділками лінійки" є ранги експертної оцінки міцності, яким віднесені експериментально знайдені значення кореляції між успішностями розв'язання студентами відповідних задач.

Математична постановка задачі. Порівняння такої постановки задачі оптимізації з методами теорії графів свідчить, що одержані значення можна тлумачити як *ваги дуг* у мережі, *вузлами* якої є навчальні задачі дисципліни. На відміну від числових значень, одержаних нашими попередниками, ці значення міцності зв'язків належать до шкали відношень, що й дозволяє піддавати їх арифметичній обробці.

Якщо основним завданням оптимізації дидактичної системи вважати формування структури, компоненти якої міцно зв'язані, то воно буде тотожне до задачі побудови *максимального орієнтованого дерева* (лісу). Вершинами відповідного графа, згідно з положеннями діяльнісного підходу психології научіння, є задачі нормативної моделі учня.

Орієнтованість графа вказує на суттєвість напрямку зв'язку між двома його вузлами. Так у нашій постановці напрям зв'язку залежить від того, яка із задач розглядається в якості підзадачі до іншої. Наприклад, необхідно побудувати дерево з двома вершинами, якими є задача 1 з фізики та задача 2 з математики.

Задача 1. Камінь кинуто вертикально вгору з початковою швидкістю v_0. Знайти максимальну висоту його польоту [8].

Задача 2. Знайти екстремальне значення функції $y = bx–ax^2$, якщо швидкість її зміни у точці $x = 0$ становить v_0.

Зв'язок 1–2 передбачає використання під час розгляду навчальної задачі з математики ЗУН з фізики. Міцність цього зв'язку за таблицею має бути оцінена експертами за рангом 1 (r_{12}=0,01): вживання фізичного поняття „швидкість". У той час, як зв'язок 2–1 відноситься до 4 рангу міцності (r_{21}=0,38), оскільки обидві задачі приводять до однакової математичної моделі.

Максимальність дерева вказує на мету дослідження – прийняття рішення, що дозволить утворити таке дерево, вага якого (сума ваг між його дугами) буде максимально можливою. Таким чином, алгоритм оптимізації полягає у включенні до дерева (лісу) дуг, які забезпечують досягнення максимальної його ваги.

Умову задачі можна сформулювати так:

$$U = U(r_{ij}, x_i, x_j) \to max, \qquad (1)$$

де U – цільова функція; r_{ij} – міцність зв'язку між парою задач (вага дуги); x_i та x_j – „квантифікатори існування" (включення) вершин графа;

$$b_k \le \sum_{f=1}^{z} x_f \le c_k\,,\ f = \overline{1,z};\ k = \overline{1,l}\,, \qquad (2)$$

$$\sum_{k=1}^{l}\sum_{f=1}^{z} x_{fk} \ge b_j\,,\ f = \overline{1,z};\ j = \overline{1,s}\,, \qquad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{l}\sum_{f=1}^{z}x_{fk} \le a,\ f=\overline{1,z};\ k=\overline{1,l}\cdot \quad (4)$$

Тут межі числа компонентів k-го модуля (2); мінімальне число точок донора, зв'язаних з однією вершиною акцептора (3); максимальне число вершин графа (4).

Ліва частина цільової функції (1) відповідає критерію Ю.К. Бабанського і має зміст ефективності дидактичної системи. Права ж частина цієї функції визначає ефективність системи за її структурою, що дозволяє, виходячи з аналізу останньої, здійснювати прогноз.

Цільову функцію U часто називають „критерієм якості", або „критерієм ефективності" [7], що підтверджує наше припущення про необхідність відшукання відповідності між класичними критеріями оптимізації (за Ю.К. Бабанським, ліва частина рівності 1) та критеріями, які можуть виконувати функцію прогнозу (права частина рівності).

Як вже зазначалося, експеримент засвідчив існування стійкої лінійної залежності для виразу (1). Метод найменших квадратів (НМК) повертає параметри цієї залежності (табл. 1).

Нерівність (2) обмежує знизу і згори кількість задач з математики, що відносяться до одного розділу. Нерівність (3) дозволяє обмежити знизу число задач з усіх розділів математики, які мають зв'язки з довільною задачею з фізики. Нарешті нерівність (4) обмежує загальне число задач математики, які виносяться на екзамен (або для модульного контролю і т. ін.).

Табл. 1. *Параметри лінійної залежності значень критерію ефективності від міцності зв'язків між компонентами системи*

Група	***a***	***b***	***R***	***t***
Дані успішності розв'язання задач з фізики	0,935	0,194	0,909	4,156
З фізики, за умови, що всі члени групи успішно розв'язали задачі з математики	1,224	0,191	0,998	29,078
З фізики, за умови, що всі члени групи не розв'язали задачі з математики	0,226	0,195	0,779	2,763

Оптимізація змісту навчальної дисципліни при посиленні її зв'язків виконується у два етапи. Перший відноситься до реорганізації практичної частини навчального курсу й складається з 2 кроків:

Перший крок першого етапу: доповнення нормативної моделі новими компонентами.

1) <u>визначення напрямку зв'язку, котрий стає об'єктом дослідженн-</u>

ня;

При системотвірному напрямі зв'язку в якості акцептора слід прийняти ЗУН з фізики, котрі спираються на математичні моделі й методи (донор) на окремих етапах розв'язання своїх навчальних задач (відповідає класичним критеріям оптимізації).

При доповнюючому напрямі зв'язку в якості акцептора приймаються ЗУН навчального курсу математики, що спираються на фізичні (донор) навчальні задачі.

2) формування списку ЗУН курсу вищої математики, котрі використовуються при розв'язанні контрольних завдань курсу фізики;

2.1) одержання списку задач нормативної моделі математики і фізики;

Нормативна модель відображена, у першу чергу, в екзаменаційних білетах, завданнях для модульного контролю і т. п.

При цьому очікується, що „робоча" частина курсу цілком адекватна відповідній нормативній моделі, тобто забезпечує достатньо повне її досягнення.

2.2) одержання протоколів діяльності розв'язувача задач нормативної моделі курсу фізики;

Методом одержання протоколів є розв'язання задач експертами – педагогами, що викладають дану дисципліну. Протоколи повинні містити всі можливі раціональні способи розв'язання кожної задачі.

2.3) виділення у протоколах діяльності модулів, що відповідають розв'язанню підзадач, котрі входять до предметної області математики;

3) складання завдань для контролю якості математики на основі одержаних моделей та методів, а також об'єднання їх з існуючими завданнями в єдиний масив;

3.1) пошук задач предметної області математики, що відповідають виокремленим підзадачам фізики;

3.2) побудова задач предметної області математики, які відповідають тим підзадачам фізики, котрі ще не були представлені у математиці;

Другий крок першого етапу: видалення неефективних компонентів нормативної моделі.

4) експертна оцінка міцності зв'язків між розв'язаннями задач математики та фізики;

Міцність зв'язків визначається за допомогою „кореляційної лінійки", котра являє собою таблицю критеріїв та відповідних їм значень кореляції.

5) ранжування задач за міцністю зв'язків;

Ранжування модулів математики за міцністю їх зв'язків з фізикою виконується згідно з загальним значенням кореляції. Для цього може використовуватись арифметична сума (чи середнє значення).

Клітинки таблиці містять значення кореляції між відповідними модулями донора та акцептора, котрі були визначені експертами за допомогою „кореляційної лінійки”.

6) видалення задач нормативної моделі з математики найменш зв’язаних з задачами нормативної моделі фізики;

Найвідповідальнішим при видаленні задач з нормативної моделі донора є дотримання обмежень (2-4). Відповідна їй нерівність фіксує мінімально допустиме число задач одного навчального модуля або число модулів, що містяться у нормативній моделі.

Другий етап: корегування теоретичної частини курсу. Не дивлячись на те, що теоретична частина навчального курсу виконує обслуговуючу роль по відношенню до практичної частини, її корекція має значний вплив на загальну оптимальність системи.

Головним засобом оптимізації теоретичної частини є досягнення її відповідності практичній частині навчального курсу.

Не менш важливим завданням корекції теоретичної частини навчального курсу математики є дотримання рівню узагальнення, як у цілому, так і для окремих компонентів.

Даний етап полягає з наступних кроків:

1) складання графу, котрий відображає внутрішні зв’язки курсу математики;

а) визначення переліку понять, аксіом і теорем, необхідних для роботи практичної частини курсу;

Необхідний список одержують шляхом аналізу кожної задачі нормативної моделі донора узгодженості компонентів списку.

б) досягнення максимального рівню узагальнення елементів списку;

Процедура передбачає, по-перше, встановлення зв’язків (ребер графа) між поняттями, аксіомами та теоремами (вершинами графа). По-друге, до графа вносяться нові компоненти, котрі включають раніше внесені компоненти у формі частинних випадків (фіктивні вершини графа).

2) створення орієнтуючої основи навчальної діяльності, достатньої для успішного розв’язання навчальних задач з математики.

Головним засобом даної процедури є точне формулювання елементів графа відповідно до встановлених взаємовідношень.

За наведеною процедурою викладачами кафедри фізико-математичних наук ДЛАУ у 2006/07 н. р. були оптимізовані зв’язки навчального модуля „векторна алгебра” з курсом фізики. В результаті всі початкові компоненти курсу були замінені новими. За результатами дослідники уклали методичні рекомендації, які були рекомендовані кафедрою до друку.

Висновки. Сформульована нами задача оптимізації міжпредметних зв’язків:

1) відображає закономірності педагогічного процесу, підтверджується експериментально; її індикатори мають реальний психолого-педагогічний

зміст, можуть бути виміряні;

2) дана постановка задачі про оптимізацію належить до відомого у математиці класу задач;

3) задача оптимізації міжпредметних зв'язків у такій постановці може бути розв'язана кількісно та якісно;

4) результати оптимізації за даної постановки не тривіальні.

Література:

1. Машина Н. І. Математичні методи в економіці: Навчальний посібник. – К.: Центр навчальної літератури, 2003. – 148 с.
2. Макаров Р.Н. Наука. Истоки и движение цивилизации. Конструкция диссертационного исследования: Краткий энциклопедический справочник. – М.: МАПЧАК, 2004. – 1286 с.
3. Верхола А.П. Дидактические основы оптимизации процесса обучения дисциплинам вуза: Дис... д-ра пед. наук: 13.00.01 / Киевский технологический институт пищевой промышленности. – К., 1988. – 426 л.
4. Леонтьев Л.П., Гохман О.Г. Проблемы управления учебным процессом: Мат. модели. – Рига: Знание, 1984. – 239 с.
5. Сергієнко В.П. Оптимізація лабораторного практикуму з курсу загальної фізики у педагогічних інститутах: (на прикладі розділу «Молекулярна фізика. Вступ до термодинаміки»): Дис...канд. пед. наук: 13.00.02 / КДПІ ім. М.П. Драгоманова. – К., 1993. – 188 с.
6. Волчанський В.В. Модель зв'язків як основа оптимізації системи професійної підготовки // Наукові записки. – Випуск. 66 – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: КДПУ ім. В. Винниченка. – 2006. – Частина 2. – С. 34-39.
7. Жалдак М.І., Триус Ю.В. Основи теорії і методів оптимізації: Навчальний посібник. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 608 с.
8. Волчанський В.В., Філер З.Ю. Обґрунтування основних положень теорії диференціальних рівнянь за допомогою механіки // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. Випуск V: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2005. – Т.1: // Теорія та методика навчання математики. – С. 71-76.

ИДЕИ НЕЕВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ ФИЗИКИ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ УНИВЕРСИТЕТАХ

Т.В. Ломаева
г. Киев, Национальный педагогический университет им. М.П. Драгоманова

В основном курсе геометрии, предлагаемом студентам физико-математических факультетов педагогических университетов, идет изучение таких разделов геометрии, как аналитическая, проективная, дифференциальная геометрия, а также теория геометрических построений. Студенты-математики знакомятся с основаниями геометрии, где очень незначительное место отводится геометрии Лобачевского, в то время как студенты-физики, фактически, не знают основных ее понятий, в дальнейшем изучении курса физики также практически не пользуются ссылками на теоретические положения указанной геометрии, в то время как научное значение построений, обобщающих понятие геометрии, в основе которых лежит открытие Н. Лобачевского, сказалось с особой силой в начале XX века и сыграло очень важную роль в преобразовании физических представлений о пространстве и времени, которое произошло в это время.

Это преобразование было произведено теорией относительности, основное положение которой были сформулированы Эйнштейном в 1905 году.

Понятно, что для наблюдения всякого события необходимо знать, в каком месте и в какое время оно происходит, т.е. требуется определить координаты точки x, y, z и время t, отсчитанное по некоторым часам. Но всякая такая система отсчета, состоящая из осей прямоугольной системы координат и часов, должна быть связана с некоторым физическим телом. Если два тела движутся по инерции с разными скоростями друг относительно друга, то и системы координат, связанные с ними (так называемые инерциальные системы отсчета) будут различны. Установить понятие о системах отсчета пространственных координат и времени, нужно поставить вопрос о том, как должны преобразоваться все данные системы отсчета при переходе от одной системы к другой.

Согласно теории относительности два различных события, являющихся одновременными в одной инерциальной системе отсчета, не одновременны в другой инерциальной системе отсчета, движущейся относительно первой, а расстояние между точками, в которых происходят эти события, имеют различные значения в зависимости от того, в какой из этих статей отсчета они измеряются. Иначе говоря, ни расстояние между точками, в которых происходят события, ни промежуток времени между ними не являются инвариантными по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой. Инвариантным при таком переходе оказывается только соотношение между расстоянием и промежутком времени, которое выразится для событий бесконечно близких в пространстве и во времени следующей квадратичной формой:

$$ds^2=-c^2dt^2-dx^2-dy^2-dz^2,$$

где c – скорость света, а ds – элементарный интервал.

Очевидно, что преобразования систем отсчета образуют группу, которая имеет в современной физике фундаментальное значение и называется группой Лоренца, которая тесно связана с группой движений пространства Лобачевского. Законы физики инвариантны по отношению к группе Лоренца. Таким образом, точка зрения Клейна на геометрию как теорию инвариантов определенной группы преобразований определила геометрию этого четырехмерного многообразия.

Но эту геометрию можно рассматривать и как специальный случай геометрии Римана, положив в ее основу линейный элемент ds, выражающий интервал между двумя бесконечно близкими событиями. Эта точка зрения оказалась особенно существенной для дальнейшего развития теории Эйнштейна. В 1915 году он начал построение новой теории тяготения, которая в дальнейшем получила название общей теории относительности в отличие от той, которая была разработана ранее и носит название специальной.

Эйнштейн предложил, что поле тяготения проявляется в «искривлении» пространства, времени, т.е. в отступлении метрики четырехмерного пространства от евклидовой. Кроме того, он предположил, что поле тяготения, – а значит и структура пространства – времени – определяется распределением и движением масс. Отсюда вытекло, что поле тяготения выражается посредством некоторой римановой геометрии в многообразии событий, происходящих в окрестности тяготеющих масс.

Построение общей теории относительности натолкнулось на большие математические трудности, которые оказались бы непреодолимыми, разработан аппарат римановой геометрии. Только это обстоятельство позволило сравнительно быстро разработать новую теорию и извлечь из нее ряд достаточно важных и интересных следствий.

В частности, привлекая данные наблюдений в астрономии о распределении масс небесных тел в пространстве и об относительных скоростях их движения, теория относительности Эйнштейна дает возможность ставить вопрос о строении известной нам части вселенной.

Исследования ряда ученых, в особенности В.А. Фока, показывали, что геометрические идеи Н. Лобачевского находят применение не только в физике космических пространств, а и в физике атома.

Таким образом, актуальность и огромное значение геометрии Лобачевского во всеобъемлющих теориях современной физики неоспоримо, а, значит, существует необходимость в овладении основными понятиями студентов, получающих полноценно физико-математическое образование.

Возможность непосредственного приложения неевклидовой геометрии к физике, обнаруженная в теории относительности, способствовала повышению интереса к вопросам геометрии и дальнейшему развитию ее теории.

Один из первых шагов в этом направлении сделал Г. Вейль, который предпринял попытку построить такую геометрию, которая охватывала бы одновременно теорию гравитационного и электромагнитного поля. Оказалось, что риманова геометрия для этого уже недостаточна и потребовалось бы ее дальнейшее обобщение.

Геометрия, построенная Вейлем, основана уже не на введении линейного элемента, как геометрия Римана, а на задании закона параллельного перенесения вектора. Геометрия Римана оказывается, однако, частным случаем этой более общей геометрии, которая называется геометрией пространства аффинной связности.

Все сказанное дает основание невозможности переоценки роли геометрии в физике и необходимости изучения ее при подготовке высококвалифицированных специалистов.

ОПТИМІЗАЦІЯ ЗМІСТУ НАВЧАННЯ КУРСУ АЛГЕБРИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ СПЕЦІАЛЬНОСТІ «ІНФОРМАТИКА»

О.М. Яковлєва[1], П.А. Гілко[2]
[1] м. Одеса, Південноукраїнський державний педагогічний університет імені К.Д. Ушинського
[2] м. Одеса, Одеський національний університет імені І.І. Мечнікова
olganik65@mail.ru

У підготовці сучасного фахівця все більш зростає роль математики. Головним завданням модернізації математичної освіти є підвищення її якості, а цього не можна досягти без оптимізації змісту навчання залежно від отримуваної спеціальності. Загальний напрям модернізації математичної освіти припускає виключення з нього найменше важливих і найменше актуальних тем і додавання нового матеріалу, що забезпечує, перш за все, практичну орієнтацію студента, а також потреби інших дисциплін. Це розвантаження дасть можливість для модернізації змісту математичної освіти, де пріоритетнішими стають питання, пов'язані з реальними процесами в природі, техніці і суспільстві, наочним представленням їх математичних і комп'ютерних моделей. Неприпустимість зниження вимог до якості підготовки фахівців приводить до необхідності реорганізації схеми математичної освіти залежно від того, яку спеціальність отримує студент.

Зупинимося докладніше на питаннях вивчення курсу «Лінійна алгебра і аналітична геометрія» студентами спеціальності «Інформатика». Предметом курсу є вивчення властивостей таких математичних об'єктів як алгебри матриць, теорії визначників, теорії систем лінійних рівнянь, векторних просторів, векторної алгебри, теорії ліній на площині та поверхонь у просторі, лінійних операторів, квадратичних форм тощо. На основі засвоєння студентами принципів лінійної алгебри та аналітичної геометрії програма формує у них поняття про основні математичні об'єкти, уявлення про зв'язки алгебри з геометрією, математичним аналізом, фізикою, економікою, інформатикою та іншими математичними і прикладними дисциплінами, розвиває логічне, інтуїтивне та абстрактне мислення. Студенти опановують вживання математичної символіки для виразу кількісних та якісних відношень між об'єктами, методи дослідження аналітичного та чисельного рішення задач лінійної алгебри та аналітичної геометрії.

Однак, на наш погляд, цю програму можна удосконалити за допомогою оптимізації змісту курсу алгебри. Недоліком курсу алгебри ми вважаємо те, що він не містить елементів теорії множин, теорії відношень та числових систем, хоча ці теорії покладені в підстави сучасної алгебри. Передбачається, що студенти володіють основами цих понять зі школи. На жаль, доводиться констатувати, що переважна частина першокурсників не розуміє навіть відношення між числовими множинами за ознаками включення і розширення. Необхідно ввести вивчення властивостей таких математичних об'єктів, як множини, відношень на множинах, відображень множин, фундаментальних числових множин N, Z, Q, R, C. Було б доцільним розглянути метод математичної індукції та системні числа, роль яких неможливо переоцінити в інформатиці. Виходячи з теоретико-множинних уявлень, особливу увагу в структурі курсу лінійної алгебри для студентів спеціальності «Інформатика» повинно бути приділено найбільш важливим класам бінарних відношень: відношенням еквівалентності та відношенням порядку, а також взаємно-однозначним відповідностям між множинами. Без володіння базовими понять цих теорій студент-інформатик зіткнеться з труднощами при вивченні інших предметів: математичного аналізу, логіки, дискретної математики тощо. Наведемо невеликий приклад: при вивченні афінних перетворень площини студент-інформатик повинен володіти основами теорії матриць та методом координат на площині. Ці теми обов'язково вивчаються в курсі лінійної алгебри та аналітичної геометрії. З іншого боку, будь-яке афінне перетворення площини можна записати за допомогою комплексних чисел. Причому, якщо задане афінне перетворення в матричній формі, то його однозначно можна представити за допомогою деяких комплексних чисел, і навпаки, якщо афінне перетворення представлене за допомогою комплексних чисел, ми його можемо представити за допомогою матриць. Запис афінного перетворення в комплексній формі набагато зручніший. Однак, діюча програма не містить теми «Комплексні числа».

Звертаємо увагу на те, що теорія визначників в даному курсі розглядає визначники 2 та 3 порядків та їх властивості, а узагальнення на визначники *n*-го ступеня неможливо зробити без підстановок. Однак, курс не містить даної теми. Тема підстановок важлива для студентів спеціальності «Інформатика» не тільки для вивчення визначників довільного порядку, а й також і тому, що вона активно використовується в деяких розділах інформатики, особливо це стосується поняття циклу, можливості представлення підстановки у вигляді композиції циклів.

Природно, якщо ввести в курс всі запропоновані теми, то викладач не встигне викласти його у виділені учбові години. Аналіз практики навчання свідчить про те, що при надмірно швидкому темпі навчання студенти не встигають осмислювати учбовий матеріал, виконувати необхідні завдання, закріплювати вивчене, здійснювати самоконтроль. Все це обов'язково призводить до зниження ефективності навчання. Але і дуже повільний темп навчання не прийнятний при організації учбового процесу, оскільки він не лише веде до дефіциту часу при вивченні учбового матеріалу, але і знижує інтерес студентів. Можна говорити про наявність закономірної залежності ефективності навчання від вибору оптимального темпу навчання, що забезпечує максимально можливий в даних умови результат. Тому виникає необхідність деякі теми курсу залишити для самостійного вивчення студентами. На наш погляд, це можуть бути обрані питання в темах «Векторні простори», «Евклідові та унітарні простори», «Лінійні оператори», «Квадратичні форми», «Поверхні в просторі».

На жаль, останнім часом спостерігається тенденція до зменшення учбових годин, які виділяються на вивчення математичних дисциплін, при збереженні об'єму тем, які повинен засвоїти студент. Це може мати вельми негативні наслідки: вивчення математичних дисциплін поступово замінюватиметься знайомством з ними. З іншого боку, якщо із зменшенням учбових годин зменшувати об'єм тем, що вивчаються, то ми знову зіткнемося з труднощами. Кожна математична дисципліна є логічно зв'язаним ланцюжком визначень і теорем. Якщо в цьому ланцюжку виривати ланки, то буде загублена логіка викладу, що, врешті-решт, веде до зниження якості освіти. Ми бачимо рішення виниклої проблеми в необхідності диференціації процесу навчання, оптимізації його змісту та підвищення ефективності навчання залежно від отримуваної спеціальності і його регламентацією, обумовленою Державними освітніми стандартами та учбовими програмами.

Література

1. Проблемы подготовки учителей математики и информатики в педагогическом университете // Сборник научных статей под общей редакцией У.К. Слабина. – Витебск, 2005.

О ДЕЛИМОСТИ ЧИСЕЛ

И.И. Карпунин[1], Э.Д. Подлозный[2]
[1] Беларусь, д. Устье, Институт льна НАН Беларуси
[2] Беларусь, г. Минск, БИП – Институт правоведения
institute_len@tut.by

ТЕОРЕМА 1. Число регулярных простых чисел бесконечно.

Пусть $p_1, ..., p_s$ – произвольная конечная система иррегулярных простых чисел. Теорема будет доказана, если мы найдем иррегулярное простое число

$$p=\left(1\cdot\frac{p}{v}\right)\cdot\left(1:\frac{p}{v}\right)=\frac{B_m\cdot v}{A},$$

отличное от $p_1, ..., p_s=v_1\cdot f_1, ..., v_s\cdot f_s$, где v – регулярное простое; $\frac{p}{v}$ – сомножитель (дробное число > 1). p выбрано таким образом, что $p>v$. B_m – число числителя чисел Бернулли, A' – произведение регулярного числа v на a_1'; $a_1'=\frac{B_m}{p}$, где a_1' – целое число, полученное при делении числителя чисел Бернулли на иррегулярное число, т.е. $a_1'\cdot p=B_m$; $a_1'\cdot V=A'$ ($p=\frac{B_m\cdot v}{A'}$, если не сокращать числитель и знаменатель).

Предположим $n=r(v_1\cdot f_1-1)...(p_s\cdot v_s-1)$.

Так как для числа Бернулли B_{2R} мы имеем [1] $\left|\frac{B_{2R}}{2k}\right|\to\infty$ при $k\to\infty$, то при достаточно большом натуральном n рациональное число B_n/n будет по абсолютной величине >1.

Пусть p – простое число, входящее в его числитель (при несократимой записи). Если бы $(p-1)$ делилось на n, то, по теореме Штаудта [1], число p входило бы в знаменатель B_n, а это не по выбору числа p. Следовательно, $(p-1)\cdot$не делится на n, а поэтому p отлично от $p_1, ..., p_s$ (и от 2). Обозначим через m остаток от деления n на $(p-1)$, так что $n=m+a(p-1)$. Следует, что m – четное и $2\leq m\leq p-3$.

Вместе с n число m также не делится на $(p-1)$. Воспользовавшись сравнением Куммера [1], получим в кольце p–целых рациональных чисел сравнение

$$B_m/m\equiv B_n/n(\mathrm{mod}\,p)\equiv B_n/n\left[\mathrm{mod}\left(1\cdot\frac{p}{v}\right)\left(p:\frac{p}{v}\right)\right]\equiv B_n/n(\mathrm{mod}\ v\cdot f)\equiv B_m/n(\mathrm{mod}\ \frac{VB_m}{A_1'}).$$

Для обоснования разложения иррегулярного простого числа p на произведение двух простых сомножителей регулярного простого числа v на сомножитель f>1 (дробное число >1). Докажем следующую вспомогательную теорему.

Вспомогательная теорема. Если натуральное нечетное составное число m является произведением двух простых натуральных чисел q и k ($m=qk$) (1), то оно также является произведением третьего простого натурального нечетного числа v на дробное число f>1 ($v'\neq q'\neq k'$). Если k или q равно 1, то имеем частный случай m' – простое число ($m' = \frac{k' \cdot m'}{n'}$).

Для доказательства заметим, что 1 делит любое натуральное, поэтому достаточно предположить, что $k'>1$. Тогда $m'\cdot k'>m'$. Кроме того, также предположим, что равенство (1) выполняется при $s\neq n$, т.е. $m' = \frac{s' \cdot q' \cdot k'}{n'''}$;

$s'\cdot q'=H'$; $m' = \frac{H' \cdot k'}{n'}$, где s' – простое число, $s'\neq q'\neq k'$.

Поскольку $m'\geq k'>1>1$, для числа m' имеется предшествующее. Обозначим его $m'-2$. Оно может удовлетворять или не удовлетворять условию $(m'-2)\cdot k'>m'$. Если оно ему удовлетворяет, то для него имеется предшествующее, которое мы обозначим $m'-4$. Тогда условие $(m'-4)\cdot k'>m'$ может выполняться или не выполняться.

Повторение этого процесса привело бы к бесконечно убывающей последовательности чисел, если бы мы на некотором этапе не получили числа n' в числителе (как предшествующее предшествующему числу m'), для которого $n'\cdot k'$ не больше n'. Но $(n'+1)\cdot k'>m'$. Таким образом, на основании принципа бесконечного понижения (спуска), такое число n' найдется. Тогда либо $n'\cdot k'=m'$, либо $n'\cdot k'<m'$. Если $n'\cdot k'=m'$, то n' в числителе равно n' в знаменателе и случай 1 доказан.

Если же $n'\cdot k'<m'$, то $m'=n'\cdot k'+r'$ для некоторого r'. Так как $(n'+1)\cdot k'>m'$, $n'\cdot k'+k'>n'\cdot k'+r'$, то отсюда следует, что $k'>r'$. Наконец, если $m'=H'\cdot k'+s_1'$, где $s_1'<k'$, то $H'=n'$, иначе $H'<n'$ или $H'>n'$. Если $H'=n'+a'$ (при $H'>n'$) для некоторого a', $n'\cdot k'+r'=m'=H'\cdot k'+s_1'=n'\cdot k'+a'\cdot k'+s_1'$; $r'=a'\cdot k'+s'>k'$, что противоречит предположению. Аналогичным способом приводится к противоречию случай $n'>H'$. Следовательно, $H'=n'$ и $H'\cdot k'+r'=m'=H'\cdot k'+s_1'$. Видно, что $r'=s_1'$. Случай 2 доказан.

Таким образом доказано, что при любых значениях $s'\neq n'$ равенство $m' = \frac{s' \cdot q' \cdot k'}{n'} = \frac{s' \cdot m'}{n'}$ не выполняется. Аналогичным образом это относится к случаю, если m' – простое число ($m' = \frac{s' \cdot m'}{n'}$). Это означает, что если q' и k' – простые числа, которые являются сомножителями составного нечетного числа m', то это число может также являться произведением простого нечетого числа s' на $f' = \frac{q' \cdot k'}{n'}$ >1. В случае, если бы m' являлось простым числом, то аналогично (как и в том случае, если бы m' было составным числом) имеем $m' \cdot 1 = \frac{m' \cdot n'}{n'}$.

Следовательно, если p – иррегулярное простое число, т.е. $1 \cdot p = p$, разделим один из сомножителей на p/v, а другой умножим на p/v, где p выбрано таким образом, что $p>v$; $f=p/v>1$ ($f = s_1' + s_2'$) ($s_2' = r_2' / v$). Тогда

$$\left(1 \cdot \frac{p}{v}\right)\left(p : \frac{p}{v}\right) = p = (1 \cdot f)(p : f).$$

Таким образом, $p:f$ – регулярное простое число.

В случае, если $1 \cdot m = q \cdot k$, имеем:

$$1 \cdot m = \left(q \cdot \frac{v_1'}{q}\right)\left(k : \frac{v_1'}{q}\right) = v_1' \cdot \frac{m}{v_1'} = \left(\frac{k \cdot q}{v_1'}\right) \cdot (v_1').$$

Для обоснования общей закономерности делимости чисел, когда $\frac{c}{a}$ есть целое или дробное число (после деления c на a) заметим, что любое натуральное число c делится на $\frac{c}{a}$ (при $c>a$) независимо от того, является ли число $\frac{c}{a}$ >1 дробным или целым.

Что касается простого целого иррегулярного числа p, то это аналогично (что число p делится на $\frac{p}{v}$), где $\frac{p}{v} = f$ – всегда дробное число >1 (при $p>v$), где v – регулярное простое число.

Поэтому на прямой линии (по масштабу) независимо от того, является ли число $\frac{c}{a}$ целым >1 или дробным >1, оно откладывается a раз и в результате (по масштабу) на прямой линии образуется целое число c.

В этом общее сходство в закономерности делимости делящегося числа c на a и не делящегося, которым аналогично обладает простое иррегулярное число p при делении его на регулярное простое число v, что представляет частный случай деления числа c на a, когда $\frac{c}{a} = f > 1$ не является целым числом.

Это значит, что, если иррегулярное простое число p не делится на регулярное простое число v ($\frac{p}{v}$ – дробное число $f>1$), то имеет место сравнение

$p \equiv (\mathrm{mod}\,\dfrac{p}{v}) \equiv 0(\mathrm{mod}\,f)$, аналогично тому, как $c \equiv (\mathrm{mod}\,\dfrac{c}{a}) \equiv 0(\mathrm{mod}\,b)$ (где $\dfrac{c}{a}=b$ – целое число >1), либо $c \equiv (\mathrm{mod}\,\dfrac{c}{a}) \equiv 0(\mathrm{mod}\,f_1)$, если $\dfrac{c}{a}$ – дробное число, равное $f_1>1$ (при $c>a$).

Известно [3], что $h_1 \cdot h_2=h$; но $h : \dfrac{h}{h_1} = h_1$, где $\dfrac{h}{h_1} = h_2$, т. е. делится на h_2.

Допустим, h не делилось бы на h_2, то и в этом случае $h : \dfrac{h}{h_1} = h_1$. Это означает, что независимо от того, делится или не делится h на h_1 (является или не является h произведением двух сомножителей числа классов: $h = \pm \dfrac{\varphi(\beta)\cdot\varphi(\beta^3)...\varphi(\beta^{\lambda-2})}{2\lambda^{\mu-1}} \cdot h_2$), h делилось бы на дробное число >1, которое являлось бы нецелым.

Аналогично, если B_m делится на $\dfrac{B_m}{p}$, то в случае, если p – иррегулярно, имеем $B_m : a_1^{'} = p$ (где $a_1^{'}$ – целое число от деления числителя чисел Бернулли B_m на иррегулярное p).

В случае, если $B_m : a_2^{'} = p$ (где $a_2^{'}$ – дробное число >1 от деления числителя чисел Бернулли B_m на регулярное p, то в обоих случаях $\dfrac{B_m}{p} : B_m = p$ независимо от того, p делит B_m или p не делит B_m) [4].

Из литературы [3] известно, что λ тогда и только тогда делит числитель числа B_{n+1} (в нашем случае оно обозначено B_m), когда $\psi(\gamma^n)\equiv 0(\mathrm{mod}\,\lambda)$, если λ не делит числители чисел Бернулли B_2, B_4, ..., $B_{\lambda-3}$, то второй сомножитель $\psi(\gamma^{-j})$ в выражении $\left(x_1\cdot\gamma^{i-1} + x_2\cdot\gamma^{2(i-1)} + ... + x_\mu^{\mu(1-x)}\right)\psi\left(\gamma^{-1}\right)$ отличен от нуля по модулю λ (в нашем случае $\lambda=p$) в μ–1 случаях j=–1, –3, –5, ..., –λ+4, т.е. $\varphi(\gamma^n)\equiv 0(\mathrm{mod}\,\lambda)$, но $B_m : \dfrac{B_m}{p} = p$, где $\dfrac{B_m}{p}$ дробное или целое число >1 независимо от того, $\psi(\gamma^n)\equiv 0(\mathrm{mod}\,\lambda)$ или $\varphi(\gamma^n)\not\equiv 0(\mathrm{mod}\,\lambda)$.

Как известно [3], h – число классов эквивалентности дивизоров. Предел $\lim(s-1)\sum N(A)^{-S}$ одинаков при суммировании по любому классу. Поэтому $\lim(s-1)\sum(N)(A)^{-S}$, где суммирование происходит по всем классам, и равен числу h, умноженному на предел $\lim(s-1)\sum N(A)^{-S}$, где суммирование распространено на главный класс $h = \pm \dfrac{\varphi(\beta)\cdot\varphi(\beta^3)\cdot...\cdot\varphi(\beta^{\lambda-2})}{(2\lambda)^{\mu-1}} \cdot h_2 = h_1 \cdot h_2$;

$h_1 = \dfrac{\varphi(\beta)\cdot\varphi(\beta^3)\cdot\ldots\cdot\varphi(\beta^{\lambda-2})}{(2\lambda)^{\mu-1}}$, h_2 – индекс группы единиц вида: $\pm\alpha^R\prod(1-\sigma^v\alpha)^{\chi v}$ в группе всех единиц.

На основании выше изложенного, так как $B_n/n\equiv0(\mathrm{mod}\ v\cdot f)$, поэтому $B_m/m\equiv0(\mathrm{mod}\ v\cdot f)$ и $B_m\equiv0(\mathrm{mod}\ p)$. Так как m здесь равно одному из чисел в 2, 4, ..., $v\cdot f-3$ ($p=v\cdot f$; $p=\dfrac{B_m\cdot v}{A'}$), то по следствию теоремы [1] и доказанной теоремы [4; 5] число p – иррегулярное и их число бесконечно, но $p=v\cdot f=\dfrac{B_m\cdot v}{A'}$, где $\dfrac{B_m}{p}=a_1'$; $\dfrac{B_m}{v}=a_2'$, a_1' – целое число, a_2' – число с остатком после деления B_m на v. $\dfrac{B_m}{A'}=\dfrac{a_2'}{a_1'}=f$, то число регулярных простых чисел также бесконечно. Этим все сказано как о подлинности теоремы П. Ферма, так и о бесконечности регулярных простых чисел.

Обобщая полученные результаты [4; 5] и литературные данные [1–3], в дополнение к ранее высказанным предложениям [5], для доказательства предлагаются следующие высказанные предложения.

1. Доказать, что любое чётное количество простых чисел, начиная с двух, есть чётное число.
2. Доказать, может ли уравнение: $xy+t^ns=z^m$ быть разрешимым в целых числах, где $x\neq y\neq t\neq s\neq0$, x, y, t, s –простые числа, m, $n\geq3$.
3. Доказать, является ли число вида 2^n-1 простым числом при простом n.
4. Доказать, может ли уравнение: $(x+y)(x+y^2)...(x+y^n)=z^m$ иметь решение в целых числах ($x\neq y\neq0$, $m\neq n$, m, $n\geq3$).

Литература:

1. Боревич З.И., Шафаревич Н.Р. Теория чисел. – М.: Наука, 1985. – 368 с.

2. Постников М.М. Введение в теорию алгебраических чисел. – М.: Наука, 1980. – 239 с.

3. Эдвардс Г. Последняя теорема Ферма. – М.: Мир, 1980. – 480 с.

4. Карпунин И.И., Подлозный Э.Д. К вопросу о делимости чисел // Сучасні проблеми науки та освіти. 8-а Міжнародна міждисциплінарна науково-практична школа-конференція. – Харків, 2007. – С. 80.

5. Карпунин И.И., Подлозный Э.Д. О бесконечности множества простых регулярных чисел // Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє. Міжнародна науково-практична конференція. – К., 2007. – С. 14-15.

ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ СТУДЕНТАМИ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ ТЕХНИКУМОВ

И.М. Симкина
г. Мариуполь, Индустриальный техникум
Приазовского государственного технического университета
simkinai@mail.ru

При подготовке студентов техникумов к профессиональной деятельности и для дальнейшего обучения в вузах именно математическое образование является основой для изучения дисциплин естественнонаучного и специального циклов, фундаментом для дальнейшего самообразования. Министр образования и науки Украины сказал: «Уверен, что решение проблем техникумов и колледжей необходимо искать не в желании давать в техникуме образование по программам бакалавра университетского уровня и не в том, чтобы перейти в структуру университета, а в совершенствовании содержания и методов обучения, программ техникумов как заведений профессионального образования» [3].

В.Г. Скатецкий под профессиональной направленностью преподавания математики предлагает понимать такое изложение общего курса математики, которое предусматривает выполнение официальной программы курса и максимально учитывает потребности в математике, возникающие при изучении специальных дисциплин [4]. Анализ содержания дисциплин природно-научного и специального циклов различных электротехнических направлений обучения в техникумах показал, что при изучении дисциплин «Информатика», «Основы промышленной электроники и микропроцессорной техники», «Электрические аппараты», «Автоматика», «Системы управления электроприводом» и «Наладка электрооборудования» студенты на разном уровне обучения встречаются с разделом высшей математики – математической логикой (рис. 1), а именно – с разделом «Алгебра Буля». В результате изучения материала данного раздела студенты должны знать понятие высказывания, логические операции над ними, формулы алгебры логики, электротехническую трактовку формул алгебры логики, алгоритм упрощения релейно-контактных схем; студенты должны уметь работать с логическими операциями, составлять и преобразовывать формулы алгебры логики, упрощать релейно-контактные схемы. Анализ литературы по математической логике показал, что литература по данному разделу на соответствующем математическом уровне существует, однако в ней применена различная символика, предназначена она для факультативных занятий в школе, а, следовательно, не специализирована для электротехнических специальностей техникумов. Поэтому особенности изучения математической логики студентами электротехнических направлений техникумов нуждаются в исследовании.

Рис. 1. Установленные межпредметные связи раздела высшей математики «Математическая логика» с профессиональными дисциплинами

Для обучения студентов разделу «Математическая логика» необходимо 14 ч, из которых 2 ч. отведено на изучение теоретических основ данного раздела (введение понятий, например, «высказывания», «составные высказывания», операции математической логики), 6 ч. – на семинарские занятия (операции над высказываниями, формулы алгебры логики, упрощение сложных высказываний, упрощение релейно-контактных схем). На самостоятельную работу студентов с материалом данного раздела отведено 6 ч., на которых студенты решают задания с применением логических операций, на упрощение сложных высказываний формулами алгебры логики, упрощение релейно-контактных схем.

Методической концепцией построения профессионально-ориентированной технологии обучения математике, по утверждению В.И. Клочко [2], является существование задач, решение которых обуславливает использование математических моделей. При подборе задач производственного содержания необходимо руководствоваться принципами [5; 6]:

- не перегружать задачи сведениями и расчетами, превышающими силы и возможности студентов;
- подбирать задачу с четко выраженным математическим моментом, короткой прикладной частью, доступной для понимания;
- уровень излагаемого материала должен соответствовать уровню

образовательной подготовки студентов;
- задача должна соответствовать реальным требованиям современного производства и отображать его в учебном материале.

При изучении математической логики студентам предлагается решить задачи по упрощению релейно-контактных схем. При решении таких задач студенты рассматривают двухпозиционные переключатели, т.е. переключатели, которые могут находиться только в двух состояниях: в замкнутом (ток проходит) и в разомкнутом (ток не проходит). Данные переключатели собраны в электрическую схему, физическая природа которой может быть самой разнообразной и нас сейчас не интересует.

Связь между переключательными схемами и алгеброй высказываний устанавливается следующим образом. Каждому переключателю ставится в соответствие высказывание, истинное тогда, когда переключатель замкнут, и ложное, если переключатель разомкнут. Если два переключателя работают так, что один из них замкнут, когда другой разомкнут, и наоборот, то им ставятся в соответствие высказывания A и $\overline{A}$. На схемах переключатели обозначаются теми же буквами, что и соответствующие им высказывания. Переключателям, соединённым параллельно, будет соответствовать при этом дизъюнкция соответствующих высказываний; переключателям, соединённым последовательно, – конъюнкция высказываний. Каждой переключательной схеме, таким образом, будет поставлено в соответствие сложное высказывание, истинное тогда и только тогда, когда схема проводит ток. Это сложное высказывание можно исследовать методами математической логики. Если такое сложное высказывание удаётся упростить, то соответствующая схема допускает аналогичное упрощение. Естественно считать из двух схем более простой ту, которая содержит меньше переключателей.

В связи с разнообразием приведенных в литературе обозначений, применяемых в математической логике, необходимо отобрать единые требования в данном разделе, которые возможно применять и при изучении высшей математики и при изучении профильных дисциплин. В данной статье приведены следующие обозначения: конъюнкция (логическое умножение) и дизъюнкция (логическое сложение) обозначаются соответствующими стандартными математическими символами – умножением и сложением; переключатели изображаются в виде прямоугольников, т.к. изображение переключателя по соответствующему стандарту изучается студентами в последующих курсах.

Рассмотрим основные тождества и теоремы алгебры логики и дадим им электротехническую трактовку [1]:

1. $A \cdot A = A$ (два одинаковых последовательных контакта работают как один),
2. A+A=A (два одинаковых параллельных контакта работают как один),
3. $A + \overline{A} = 1$ (цепь постоянно замкнута),
4. $A \cdot \overline{A} = 0$ (цепь постоянно разомкнута),

5. $A+0=A$ (параллельно контакту обрыв цепи),
6. $A \cdot 0=0$ (последовательно контакту обрыв цепи),
7. $A+1=1$ (контакт зашунтирован перемычкой),
8. $A \cdot 1=A$ (последовательно с контактом имеется перемычка),
9. $\overline{\overline{A}} = A$ (двойное отрицание сигнала не меняет)

При упрощении релейно-контактных схем также применяются переместительный закон $A \cdot B=B \cdot A$, распределительный закон $A \cdot (B+C)=(A \cdot B)+(A \cdot C)$ и сочетательный закон $(A \cdot B)+(A \cdot C)=A \cdot (B+C)$.

Пример. Упростить схему, изображённую на рисунке 2.

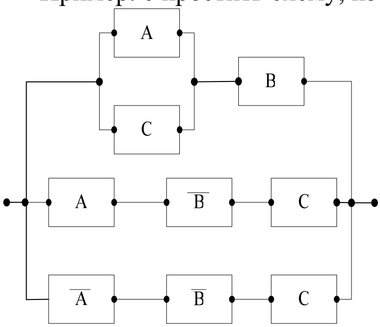


Рис. 2

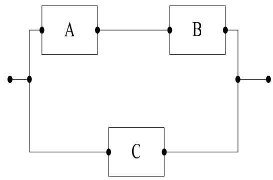


Рис. 3

Выписываем высказывание, соответствующее данной схеме, и упрощаем его:

$$\left(\left(A+C\right)\cdot B\right)+\left(A\cdot\overline{B}\cdot C\right)+\left(\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C\right)=\left(\left(A+C\right)\cdot B\right)+\overline{B}\cdot C\cdot\left(A+\overline{A}\right)=$$
$$=\left(A\cdot B\right)+\left(C\cdot B\right)+\left(\overline{B}\cdot C\right)=\left(A\cdot B\right)+\left(C\cdot\left(B+\overline{B}\right)\right)=A\cdot B+C$$

Следовательно, рассматриваемая схема может быть заменена более простой, изображённой на рисунке 3 и содержащей только 3 переключателя. Исходная схема содержала 9 переключателей.

В результате рассмотрения такого типа задач появляется возможность способствовать наглядному пояснению и пониманию сущности электротехнических преобразований.

Таким образом, изучение раздела «Математическая логика», решение прикладных задач данного раздела позволяет развить умения студентов применять математическое моделирование и установить межпредметные связи высшей математики со специальными дисциплинами профессиональной подготовки будущих младших специалистов электротехнического профиля, что приводит к повышению заинтересованности, лучшему восприятию студентами как математических дисциплин, так и активному овладению своею специальностью.

Литература:
1. Гершман А.С. Электрооборудование промышленных предприятий и ус-

тановок. – Краткие методические указания по изучению темы «Бесконтактные оперативные схемы»/ А.С. Гершман. – Днепропетровск, 1987. – 56 с.

2. Клочко В.І. Проблема трансформації змісту курсу вищої математики в технічних університетах в умовах використання сучасних інформаційних технологій/ В.І. Клочко // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – Донецьк: ТЕАН, 2004. – Вип. 22. – С. 10–15.
3. Ніколаєнко С.М. Доповідь міністра освіти і науки України на підсумковій колегії Міністерства 23 лютого 2006 року./ С.М. Ніколаєнко // Освіта. Технікуми, коледжі. – 2006. – № 1(14) – С. 2.
4. Скатецкий В.Г. Научные основы профессиональной направленности преподавания математики студентам нематематических специальностей (на базе химического факультета университета): Автореф. дис… д-ра пед. наук: 13.00.02/ Белорусский государственный педагогический университет. – Минск, 1995. – 35 с.
5. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя/ Н.А. Терешин. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
6. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Кн. для учителя/ И.М. Шапиро. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

ВИВЧЕННЯ ЗМІСТОВОГО МОДУЛЯ КУРСУ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ «ТЕОРІЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ ПОВЕРХОНЬ» В УМОВАХ КРЕДИТНО-МОДУЛЬНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ У ВНЗ

С.В. Петренко, М.М. Голод
м. Суми, Сумський державний педагогічний університет
імені А.С. Макаренка
GoldMary2007@yandex.ru

Процес об'єднання Європи, його руху на схід, супроводжується формуванням загального освітнього і наукового простору, розробкою єдиних критеріїв і стандартів у цій галузі, де якість вищої освіти є основою створення цього процесу.

Завдання, які поставлені в Національній доктрині розвитку освіти [1], перш за все, спрямовані на подальше підвищення якості освіти. Одним із визначальних напрямів розв'язання проблеми підвищення якості освіти є розвиток педагогічних систем, які здійснюють головний функціональний компонент освітньої системи, що забезпечує досягнення на цій основі нового більш високого рівня навчально-виховного процесу.

Сьогодні велика увага приділяється якості підготовки фахівців, їх конкурентоспроможності на ринку праці. На перший план освітньої політики в державі вийшли напрями:

– особистісна зорієнтованість освіти;
– оновлення її змісту та форм організації навчального процесу;
– запровадження освітніх інноваційних та інформаційних технологій.

Перед викладачами вищих навчальних закладів постали першочергові задачі: розробити навчально-методичні матеріали щодо організації навчальної діяльності студентів у процесі реформування вищої освіти.

Запровадження кредитно-модульної системи організації навчального процесу, за якою почали працювати ВНЗ України, стало важливою практичною проблемою. Метою даної системи є підвищення якості вищої освіти фахівців і забезпечення на цій основі конкурентоспроможності випускників та престижу української вищої освіти у світовому освітньому просторі. Дана система покликана виховати свідому особистість, яка здатна до самонавчання впродовж свого життя, сприяє його саморозвитку і відповідно підготовці до життя у вільному демократичному суспільстві. Навчання за кредитно-модульною системою спрямоване на самостійну освіту студента. Викладач виступає як консультант, який допомагає студенту краще зрозуміти навчальний матеріал. Упровадження цієї технології потребує ретельної підготовчої роботи щодо створення відповідного методичного забезпечення.

Кредитно-модульна система організації навчального процесу, як і будь-яка система навчання, орієнтована на те, щоб вона як дидактичний засіб органічно ввійшла в процес навчання. Це вимагає дотримання вимог, які враховують її специфічну мету й одночасно загальні цілі навчального процесу: освітні, розвиваючі, виховні.

Виникає ряд проблем, які необхідно вирішити з метою обґрунтування та розробки методичних систем, зорієнтованих на використання залікових освітніх одиниць і модульних технологій під час навчання вчителя математики у ВНЗ. Метою такого дослідження є визначення і уточнення мети та головних завдань фахової підготовки майбутнього вчителя математики у новій системі організації навчального процесу.

Мета фахової підготовки вчителя математики має бути, насамперед, підпорядкована загальним завданням навчання, виховання та розвитку особистості, зумовлених актуальними і перспективними соціальними потребами, переходом до нового інформаційного суспільства.

Поряд із цим особливого значення набувають такі суспільні цінності, як освіченість, здатність до саморозвитку та самовдосконалення, неперервне навчання і підвищення кваліфікації, вміння орієнтуватися у величезному інформаційному потоці, обслуговувати та використовувати інформаційні технології у власній професійній діяльності впродовж життя, уміння гнучко, критично мислити в нових умовах.

При визначенні мети та завдання фахової підготовки, варто врахувати, що провідна роль у теоретичних основах кредитно-модульної системи навчання вчителя математики, відведена особистісно-орієнтованій освітній парадигмі. Поряд із цим зазначимо, що за умов особистісної, тобто гуманістично орієнтованої освіти, в основу педагогічного цілепокладання доцільно взяти особистісно-орієнтоване навчання.

Метою професійної підготовки майбутнього вчителя математики за кредитно-модульною системою є забезпечення побудови студентом власної індивідуальної траєкторії базової фахової підготовки на основі використання освітніх кредитів і модульних технологій навчання, результатом реалізації якої є гарантоване досягнення людиною актуального суспільно-значущого рівня компетентності вчителя математики середньої школи та готовності до навчання впродовж життя.

Аналітична геометрія є однією з фундаментальних дисциплін при підготовці майбутнього вчителя математики відповідно до вимог інтеграції України до Європейського освітнього та наукового простору.

При вивченні курсу студенти одержують фундаментальну підготовку з аналітичної геометрії, вчаться розв’язувати основні типи задач, встановлюють зв’язок аналітичної геометрії з іншими дисциплінами природничо-математичного циклу, формують погляд майбутнього педагога на курс аналітичної геометрії, готуються до майбутньої роботи в школі.

В умовах КМС велика увага приділяється індивідуальному та самостійному навчанню студентів, і, відповідно, контролю знань та вчасній їх корекції. Важливим завданням в даних умовах є створення банку завдань для практичних та лабораторних завдань, самостійної та індивідуальної роботи студентів, а також для забезпечення перевірки якості знань.

Така система організації навчального процесу передбачає:

– відхід від класичної схеми навчання;

– раціональний поділ навчального матеріалу на модулі й перевірку якості засвоєння теоретичного і практичного матеріалу кожного модуля;

– перевірку якості підготовки студента до кожного практичного, семінарського та лабораторного заняття;

– можливість використання ширшої шкали оцінювання знань;

– вирішальний вплив суми балів, одержаної протягом семестру, на підсумкову оцінку з навчальних дисципліни;

– виховання особистості, здатної до самореалізації, професійного зростання й мобільності в умовах реформування сучасного суспільства.

Пропонуємо орієнтовну програму вивчення аналітичної геометрії в умовах кредитно-модульної системи навчання на прикладі змістового модуля «Теорія алгебраїчних поверхонь 2-го порядку». Даний модуль включає дві теми: «Вивчення алгебраїчних поверхонь 2-го порядку, їх канонічні рівняння» та «Загальна теорія поверхонь другого порядку», на який відводиться 14 годин лекційних та 14 годин практичних занять.

За кожний змістовий модуль студент отримує певну кількість балів та відповідну рейтингову оцінку за модуль. Планування та результати контролю вивчення даного модуля подано в табл. 1. Програми цих тем визначають об'єми знань та вмінь студента з даного курсу, що відповідає державному стандарту базової підготовки вчителя математики. Програма курсу аналітичної геометрії розрахована на два семестри навчання студентів спеціальності «Математика», зокрема, дані теми вивчаються у 2-гому семестрі.

В результаті засвоєння тем «Алгебраїчні поверхні другого порядку» і «Загальна теорія алгебраїчних поверхонь другого порядку». Студенти повинні знати конічні рівняння та загальний вигляд поверхонь 2-го порядку, вміти їх будувати, досліджувати та спрощувати загальне рівняння.

При вивченні даного матеріалу бажано використовувати комп'ютерні програми з метою позбавлення викладача зайвої роботи при побудові поверхонь і виконання правильної побудови на площині та формувати просторові уявлення. На наш погляд, запровадження модульно-рейтингової системи освіти є ефективним, дана система навчання сприяє мобільності студентів, стимулює систематичну та самостійну роботу студентів; підвищує об'єктивність оцінки знань; запроваджує здорову конкуренцію у навчанні; виявляє і створює умови для розвитку творчих здібностей; відсутньою стає потреба у перевантаженні пам'яті.

Література:

1. Україна. Президент. Про національну доктрину розвитку освіти: Указ ... 17 квітня 2002 р. №347/2002 // Офіційний вісник України. – 2002. – №6. – Ст. 860. – С. 1-13.

Таблиця1. Модуль 2. Теорія алгебраїчних поверхонь

	Зміст модуля		Кількість годин	Види контролю	Можливі бали
ПП.07.09	**2.1. Вивчення алгебраїчних поверхонь 2-го порядку, їх канонічні рівняння**		Теоретична частина – 8 год. Практична частина – 6 год.	Теоретична частина	**4**
ПП.07.09.04	Еліпсоїд			Практична частина	**3**
ПП.07.09.05	Одно- та двопорожнинні гіперболоїди			Індивідуальне завдання	**2-5**
ПП.07.09.03	Поверхні обертання			Самостійна робота за темою	**2-5**
ПП.07.09.06	Еліптичний та гіперболічний параболоїди			Самостійна робота (С)	**2-4**
ПП.07.09.01	Циліндричні поверхні	С			**13-21**
ПП.07.09.02	Конічні поверхні				
ПГІ.07.09.07	Лінійчаті поверхні				
ПП.07.10	**2.2. Загальна теорія** і **алгебраїчних ліній другого порядку**		Теоретична частина – 6 год. Практична частина – 8 год.	Теоретична частина	**3**
				Колоквіум	**2-5**
ПП.07.І0.01	Взаємне розміщення поверхонь з площиною та прямою			Практична частина	**4**
ПП.07.10.02	Дотична площина і нормаль			Самостійна робота за темою	**2-4**
				Індивідуальне завдання	**2-4**
				Контрольна робота	**2-5**
ПП.07.10.03	Центр поверхні				
ПП.07.10.04	Діаметральна площина			Самостійна робота (С)	**2-4**
ПП.07.10.05	Конус асимптотичних напрямів і асимптотичний конус	С			
ПП.07.10.06	Головні напрями поверхні				**17-29 Всього: 30-50**
					Всього: 60-100

НЕКОРЕКТНІСТЬ ЗАДАЧІ РОЗКЛАДАННЯ ВЕКТОРА

З.Ю. Філер[1α], О.М. Дрєєв[2β]
[1] м. Кіровоград, Кіровоградський державний педагогічний університет ім. Володимира Винниченка
[2] м. Кіровоград, Кіровоградський національний технічний університет
[α] filier@rambler.ru
[β] drey_sanya@mail.ru

Вступ. Для колінеарних ненульових векторів $\boldsymbol{a}$ і $\boldsymbol{b}$ рівняння $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$ має єдиний розв'язок відносно λ. У евклідовому просторі його можна знайти, множачи скалярно рівняння на вектор $\boldsymbol{b}$. Це дає $\lambda=(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})/b^2$. Для не колінеарних векторів указане рівняння не має розв'язків. Задача розв'язання цього рівняння є *некоректною* (тобто, розв'язок або не існує, або не єдиний, або "дуже чутливий" до малих змін умов) й через те, що *мала* зміна *напрямку* одного з колінеарних векторів приводить її до задачі, яка не має розв'язку. Тому її треба переформулювати так, щоби вона мала єдиний розв'язок завжди. Такого типу задачі виникають й в математичній статистиці, коли навіть для лінійного детермінованого зв'язку між масивами – векторами $\boldsymbol{a}(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ та $\boldsymbol{b}(b_1, b_2,\ldots, b_n)$ рівняння $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$ не має розв'язків, бо теоретично пропорційні елементи a_k та b_k через наявність похибок вимірювання чи обчислення стають непропорційними. Для таких задач К. Гаусом та А. Лежандром був запропонований метод найменших квадратів, де шукається значення λ, яке мінімізує квадратичну нев'язку – відхилення $(\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b})$.

1. **Знаходження мінімальної нев'язки.** Ми вже писали про доведення нерівності Коші-Буняковського за допомогою переходу до ортів векторів і дослідження нерівностей для модуля суми або різниці ортів. В цій статті ми використаємо дослідження функції – скалярного добутку

$$f(\lambda)=(\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b})=(\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b})^2. \tag{1}$$

За властивостями скалярного добутку $f(\lambda)\geq 0$ при всіх $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ і λ й дорівнює нулеві лише при $\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}=0$, коли $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$; мінімум $f(\lambda)=0$ при таких $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ і λ. Зараз ми пропонуємо дослідити функцію $f(\lambda)$ на мінімум й при не колінеарних векторах $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$.

1.1. Нев'язка в евклідовому просторі. Розглянемо найпростіший випадок евклідового простору для векторів $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ й скаляра $\lambda\in\mathrm{R}$. Тоді, використовуючи (1) та дистрибутивність скалярного добутку відносно різниці векторів та однорідність відносного скалярного множника, отримаємо $f(\lambda)=\lambda^2b^2-2\lambda(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})+a^2 \Rightarrow f'(\lambda)=2\lambda b^2-2(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})=0$, якщо $\lambda=\lambda_0=(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})/b^2$. Тоді мінімальне значення функції $f(\lambda)=f(\lambda_0)=a^2-(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})/b^2=(a^2b^2-(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^2)/b^2\geq 0$. Звідси випливає нерівність Коші-Буняковського (К.-Б.) $a^2b^2-(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})^2\geq 0$. Для геометричних векторів на площині або у тривимірному просторі вектор $\boldsymbol{a}-\lambda_0\boldsymbol{b}$ – перпендикуляр до вектора $\boldsymbol{b}$ (рис. 1, 2).

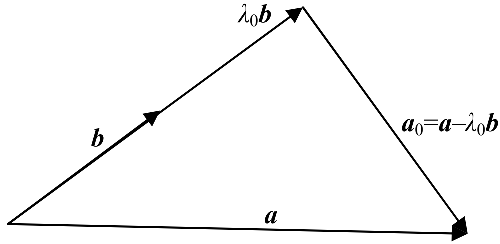
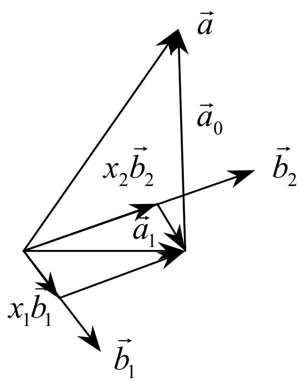


Рис. 1. Найкраще лінійне наближення вектора ***a*** за напрямком вектора ***b*** на площині



$\boldsymbol{a}_1=x_1\boldsymbol{b}_1+x_2\boldsymbol{b}_2$.
$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_0$.

Рис. 2. Найкраще лінійне наближення вектора ***a*** за напрямками векторів $\boldsymbol{b}_1$, $\boldsymbol{b}_2$ в просторі

1.2. В ермітовому (унітарному) просторі з комплексними значеннями скалярного добутку $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ й число λ, але невід'ємними значеннями скалярного квадрату – є функції $f(\lambda)$ у (1), використовуючи антикомутативність скалярного добутку $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})=(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a})^*$ (* – знак комплексного спряження) та винесення спряженого множника другого вектора у добутку $(\boldsymbol{a}, \lambda\boldsymbol{b})=\lambda(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$, отримаємо рівність $f(\lambda)=|\lambda|^2b^2-\lambda(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})-\lambda(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^*+a^2$. Підставивши сюди комплексне значення $\lambda=\alpha+i\beta$, отримаємо дійсне $f(\alpha, \beta)=(\alpha^2+\beta^2)b^2-(\alpha-i\beta)(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})-$ $-(\alpha+i\beta)(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^*+a^2$. Частинні похідні f_α та f_β у точці мінімуму повинні дорівнювати нулеві, що дає критичні значення α_0 та β_0: $\alpha_0=\mathrm{Re}((\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}))/b^2$, $\beta_0=-\mathrm{Im}(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}))/b^2\Rightarrow\lambda_0=(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})^*/b^2$. Тоді мінімальне значення функції $f(\lambda)=f(\lambda_0)=a^2-|(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})|^2/b^2=(\mathrm{a}^2b^2-|(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})|^2)/b^2$. Це дає ту ж саму нерівність Коші-Буняковського $|(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})|^2\leq a^2b^2$. Рівність тут буде для комплексних векторів, коли комплексний множник λ зробить ці вектори “колінеарними”. Пояснимо прикладом: нехай маємо вектори $\boldsymbol{a}(3, 2)$ та $\boldsymbol{b}(4, -1)$. Вони не є колінеарними, бо їх координати не пропорційні, але, розглядаючи їх як комплексні *числа* $\boldsymbol{a}=3+2i$ та $\boldsymbol{b}=4-1i$, знайдемо $\lambda_0=(3+2i)/(4-i)=(3+2i)/(4+i)/17= =(10+11i)/17$. Таким чином, $\lambda_0=10/17+i11/17$ – єдиний розв'язок рівняння в **C**. Він дає коефіцієнт розтягування $|\lambda_0|=\sqrt{10^2+11^2}\,/17$ вектора $\boldsymbol{b}$ та кут його повороту $\arg(\lambda_0)=\mathbf{arctg}(1, 1)$ для отримання вектора $\boldsymbol{a}$.

2. Елементарний підхід без використання диференціального числення. У підручниках алгебри зазвичай розглядається той самий квадратний тричлен $f(\lambda)=\lambda^2b^2-2\lambda(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})+a^2$ й використовується шкільне знання, що він приймає невід'ємні значення, а тому його дискримінант $4(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^2-4a^2b^2\le 0$. Такий самий підхід використано в брошурі [1, 4]. Там для доведення пропонується розглянути функцію $y=\sum_{i=1}^{n}\left(xa_i+b_i\right)^2$ $\sum_{i=1}^{n}(xa_i+b_i)^2$. Чому? Такий само штучний підхід уміщено в усіх підручниках лінійної алгебри та функціонального аналізу. Між тим, наш підхід пов'язаний із загальною ідеєю побудови регуляризуючого оператора для розв'язання некоректних задач, а мінімальна нев'язка вказує на відхилення отриманого "псевдорозв'язку" від неіснуючого розв'язку. Точніше, ми отримаємо абсолютну квадратичну похибку $f(\lambda_0)=(a^2b^2-|(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})|^2)/b^2$. Якщо вектори $\boldsymbol{a}$ і $\boldsymbol{b}$ вважати рівноправними, то доцільно оцінювати точність відношенням

$$\delta(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})=(a^2b^2-|(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})|^2)/(a^2b^2). \qquad (2)$$

Тут нев'язку дано й для комплексно-значних векторів в ермітовому просторі, де скалярний добуток є комплексно-значним; його модуль, як і модулі векторів $\boldsymbol{a}$ і $\boldsymbol{b}$, є *дійсними* числами.

У посібнику [2, 90; 2, 105] пропонується доведення нерівності К.-Б. за допомогою підрахунку $f(\lambda)$ при $\lambda=\lambda_0=(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^*/b^2$. *Чому* береться таке значення, автор не вказує. Про справедливість нерівності К.-Б. в *унітарному* просторі сказано, що "доведення проводиться за тією ж схемою, як і в дійсному випадку". Нагадаємо, що перше видання цієї книги вийшло у 1974 р., коли в масовій школі ще не вивчали диференціального числення. Та й мети дати мінімізуюче тлумачення указаного значення $\lambda_0=(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^*/b^2$, автор не ставить.

3. Наш підхід переноситься на векторні рівняння з багатьма (n) скалярними невідомими x_k типу

$$\boldsymbol{b}_1x_1+\boldsymbol{b}_2x_2+\boldsymbol{b}_3x_3+\ldots+\boldsymbol{b}_nx_n=\boldsymbol{a}. \qquad (3)$$

У випадку, коли квадратна матриця **B**, складена з стовпчиків $\boldsymbol{b}_k$, не вироджена, тобто її визначник не дорівнює нулеві, вектор $\boldsymbol{x}=\mathbf{B}^{-1}\boldsymbol{a}$. Якщо вектор $\boldsymbol{a}$ не лежить в оболонці, натягнутій на вектори $\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2,..., \boldsymbol{b}_n$, то задача не має розв'язку $\boldsymbol{x}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Регуляризація задачі досягається заміною задачі розв'язання несумісної системи (3) задачею знаходження вектора $\boldsymbol{x}$, який *мінімізує* сумарне квадратичне відхилення (нев'язку) $f(\boldsymbol{x})=(\mathbf{B}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{a})^2$. Це дає систему *нормальних* рівнянь, яка для лінійно незалежних рівнянь має єдиний розв'язок. При $n=2$ й не колінеарних $\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2$ нев'язкою є квадрат відстані кінця вектора $\boldsymbol{a}$ від площини векторів $\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2$, тобто квадрат довжини перпендикуляра $\boldsymbol{c}$, опущеного на вказану площину, бо умови – рівняння для пошуку x_1 та x_2, отримані диференціюванням по x_1 та x_2:

$$f_{x_1}(x_1, x_2)=2(x_1\boldsymbol{b}_1+x_2\boldsymbol{b}_2–\boldsymbol{a})\boldsymbol{b}_1=0,\ \ f_{x_2}(x_1, x_2)=2(x_1\boldsymbol{b}_1+x_2\boldsymbol{b}_2–\boldsymbol{a})\boldsymbol{b}_2=0,$$

є умовами перпендикулярності вектора-нев'язки $\boldsymbol{a}_0$ до векторів $\boldsymbol{b}_1$ та $\boldsymbol{b}_2$. При $n>2$ інші умови теж є умовами перпендикулярності вектора-нев'язки до векторів “базису” $\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2,..., \boldsymbol{b}_n$: $(x_1\boldsymbol{b}_1+x_2\boldsymbol{b}_2+\ldots+x_n\boldsymbol{b}_n–\boldsymbol{a})\boldsymbol{b}_k=\mathbf{0}$, $k=1, 2, \ldots, n$. У [1, 74-76] такий підхід проведено для кожної координати x_k, даючи їй приріст t_k, отримуючи квадратичну функцію від цього t_k, що веде до нормальної системи. Методами диференціального числення функції багатьох змінних ці рівняння отримуємо миттєво. Нагадаємо, що ця книжка вийшла тоді, коли вже 7 років у середній школі вивчалося диференціальне числення!

Якщо вектори $\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2,..., \boldsymbol{b}_n$ взаємно ортогональні, то для кожного з x_k маємо одне рівняння $(\boldsymbol{b}_k, \boldsymbol{b}_k)x_k=(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}_k)$, звідки $x_k=(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}_\mathrm{k})/b_k^2$.

У [1, 81] наводиться формула Гауса для мінімального квадратичного відхилення $f(\boldsymbol{x})=(\mathbf{B}\boldsymbol{x}–\boldsymbol{a})^2$ при $n=3$ (без виведення), але не вказується можливість *узагальнення* з неї нерівності К.-Б.

4. *Величина* нев'язки більш інформативна, ніж нерівність Коші-Буняковського. Формула (2) дає не тільки те, що чисельник додатний, а й *на скільки* він відрізняється відносно добутку модулів цих векторів. Він оцінює коефіцієнт К кореляції між векторами – масивами **a** та ***b*:**

$$\delta(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})=(a^2b^2–|(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})|^2)/(a^2b^2)=1–K,\ K=(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^2/(a^2b^2) \text{ в } \mathbf{R}. \quad (4)$$

Якщо вектори $\boldsymbol{a}$ і $\boldsymbol{b}$ ***колінеарні***, тобто відповідні координати пропорційні, то $K=1$. При неколінеарності цих векторів за нерівністю К.- Б. чисельник у виразі для $\delta(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ **додатний** й коефіцієнт $K<1$. Для незалежних випадкових значень елементів масивів $\boldsymbol{a}$ і $\boldsymbol{b}$ скалярний добуток $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})\approx0$ й $K\approx0$, що свідчить про відсутність суттєвого зв'язку (кореляції) між $\boldsymbol{a}$ та $\boldsymbol{b}$.

5. Лінійні регресії *a* на *b* та *b* на а. Якщо вектори $\boldsymbol{a}$ та $\boldsymbol{b}$ не колінеарні, то їх можна представити у вигляді $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}_0$ або $\boldsymbol{b}=\mu\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}_0$. Логічно, що пошук λ та μ з умов мінімізації модуля вектора $\boldsymbol{a}–\lambda\boldsymbol{b}$ чи $\boldsymbol{b}–\mu\boldsymbol{a}$, дасть ті ж значення $\lambda_0=(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})/b^2$, $\mu_0=(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})/a^2$, які дає мінімізація модулів векторів-нев'язок. Очевидно, $\lambda_0\mu_0=(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^2/(a^2b^2)=K\in[0; 1]$. Ці числа називають відповідно *коефіцієнтами регресії* $\boldsymbol{a}$ на $\boldsymbol{b}$ та $\boldsymbol{b}$ на $\boldsymbol{a}$. Вони мають однаковий знак “+” при $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})>0$ та “–” при $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})<0$. Для геометричних векторів $\boldsymbol{a}$ і $\boldsymbol{b}$ гострий кут між ними дасть знак “+”, тупий – знак “–”. Вектори нев'язок $\boldsymbol{a}_0$ та $\boldsymbol{b}_0$, як правило, різні й ортогональні відповідно векторам $\boldsymbol{b}$ та **а** (рис. 3).

При вивченні залежності між k стовпчиками аргументів та l стовпчиками-наслідками, задача полягає в мінімізації функції для матриць $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$ $S(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})=(\mathbf{A}\boldsymbol{x}–\mathbf{B}\boldsymbol{y},\ \mathbf{A}\boldsymbol{x}–\mathbf{B}\boldsymbol{y})$, що дає систему рівнянь: $(\mathbf{A}\boldsymbol{x}–\mathbf{B}\boldsymbol{y}, \mathbf{AE}_k)=0$, $(\mathbf{A}\boldsymbol{x}–\mathbf{B}\boldsymbol{y}, \mathbf{BE}_l)=0$. Запис в матричному вигляді цієї системи є $\mathbf{A}^\mathrm{T}\mathbf{A}\boldsymbol{x}–\mathbf{A}^\mathrm{T}\mathbf{B}\boldsymbol{y}=0$, $\mathbf{B}^\mathrm{T}\mathbf{A}\boldsymbol{x}–\mathbf{B}^\mathrm{T}\mathbf{B}\boldsymbol{y}=0$. Її можна записати у матричному вигляді з елементами матрицями

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} & -\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{B} \\ \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} & \mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0}_k \\ \boldsymbol{0}_l \end{bmatrix}.$$

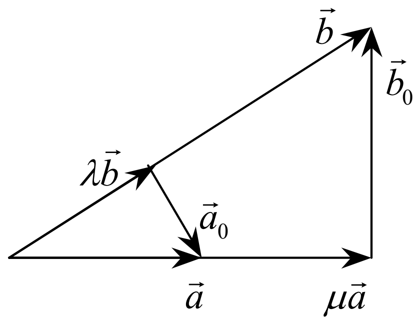


Рис. 3. Вектори-нев'язки, перпендикулярні векторам-аргументам $\boldsymbol{a}=\lambda b+a_0$, $\boldsymbol{b}=\mu\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}_0$.

Автор брошури [1] – відомий український математик, який народився в м. Старокостянтинові (зараз Хмельницька обл.). Він закінчив Київський університет у 1931 р., був учнем видатних українських математиків М.П. Кравчука та Г.В. Пфейфера, працюючи в Київському університеті та Інституті математики АН УРСР у Києві, де у 1941 р. захищає докторську дисертацію; з 1944 р. він працює в Харківському університеті.

Висновки

1. Аналізуються доведення нерівності К.–Б. засобами алгебри та аналізу. Відмічений штучний характер цих методів.
2. Пропонується йти від квадратичного наближення одного вектора колінеарним другому з умови мінімізації нев'язки (відхилу) в евклідовому векторному просторі. Отримані відповідні коефіцієнти, які є коефіцієнтами регресії одного вектора-масиву на другий.
3. Метод і результати переносяться на вектори в ермітовому просторі.
4. Показано, що результати виражають загальну лінійну залежність між векторами виду $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}_0$ чи $\boldsymbol{b}=\mu\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}_0$.
5. Дано статистичне тлумачення результатів. Показано за допомогою нерівності К.–Б., що коефіцієнт кореляції $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^2/(\mathrm{a}^2\, b^2)= \mathrm{K}\in[0;1]$.
6. Запропоновані підходи доступні студентам 1-го курсу, що вивчають вищу математику.

Література:

1. Дринфельд Г.И. Интерполирование и способ наименьших квадратов. – К.: Вища школа, 1984. – 103 с.
2. Воеводин В.В. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1980. – 400 с.

ВИКОРИСТАННЯ ПЕРШОЇ КВАДРАТИЧНОЇ ФОРМИ ПОВЕРХНІ В ГЕОМЕТРІЇ

П.І. Ульшин, М.М. Жигуліна
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Перша квадратична форма поверхні відіграє важливу роль при дослідженні властивостей поверхонь. Особливого значення цій величині надавав видатний німецький вчений К. Гаус (1777–1855). В своїй праці “Загальні дослідження про криволінійні поверхні” (1828), розглядаючи поверхню у вигляді нескінченно тонкої і гнучкої плівки, він показав, що диференціальна квадратична форма є квадратом елемента довжини і тому володіє метричними властивостями. В зв’язку з цим Гаус дивився на цю величину як на двовимірну “істоту”, яка живе в цій поверхні і визначає властивості її, незалежно від згину. Використовуючи першу квадратичну форму, К. Гаус створив новий розділ в математиці – внутрішню геометрію поверхні [1].

Перша квадратична форма поверхні має і інші використання. Розглянемо суть цього поняття. Нехай дано гладку поверхню Ф векторним рівнянням $\vec{r}=\vec{r}(u;\upsilon)$, $\vec{r}(u;\upsilon)$ – вектор-функція поверхні.

Першою квадратичною формою поверхні називається квадрат повного диференціала від вектор-функції її і позначається

$$I_1 = d\,\vec{r}^{\,2}\,. \tag{1}$$

Знаючи, що повний диференціал функції від двох змінних записується у вигляді $d\vec{r}=\vec{r}_u du+\vec{r}_\upsilon d\upsilon$, одержимо

$$I_1=Edu^2+2Fdud\upsilon+Gd\upsilon^2, \tag{2}$$

де введено позначення

$$E=\vec{r}_u^{\,2},\ F=\vec{r}_u\vec{r}_\upsilon,\ G=\vec{r}_\upsilon^{\,2}\,. \tag{3}$$

Формула (2) визначає першу квадратичну форму поверхні через її коефіцієнти (3) і частіше використовується для розв’язання задач.

За допомогою першої квадратичної форми можна вимірювати на поверхні довжину дуги лінії, величину кута між двома лініями та її площу. Розглянемо, як визначається формули для таких вимірювань.

Нехай на поверхні Ф: $\vec{r}=\vec{r}(u;\upsilon)$ дано лінію γ: $\vec{r}=\vec{r}(u;\upsilon)$. Знайдемо довжину дуги цієї лінії між точками M_1 і M_2 на ній.

Згідно формули Френе: $\dfrac{d\vec{r}}{ds}=\vec{\tau}$ запишемо $ds^2=d\vec{r}^{\,2}$. Звідси маємо $ds=\sqrt{I_1}$. Для інтегрування утвореного рівняння одержимо:

$$s=\int_{M_1}^{M_2}\sqrt{I_1} \tag{4}$$

Визначимо величину кута між лініями $\gamma_1 : \vec{r} = \vec{r}[u_1(t);\upsilon_1(t)]$ і $\gamma_2 : \vec{r} = \vec{r}[u_2(t);\upsilon_2(t)]$, які перетинаються в точці $M_0(t_0)$ на поверхні Ф: $\vec{r} = \vec{r}(u;\upsilon)$. Домовимося позначити диференціювання по змінних вздовж ліній γ_1 і γ_2, відповідно, через d і δ, а напрямні вектори дотичних до цих ліній в точці їх перетину будуть $d\vec{r}$ і $\delta\vec{r}$. Кут між цими векторами визначає кут між лініями γ_1 і γ_2 і знаходиться із формули

$$\cos\varphi = \frac{d\vec{r}\cdot\delta\vec{r}}{\left|d\vec{r}\right|\cdot\left|\delta\vec{r}\right|}. \qquad (5)$$

Визначивши вектори і їх модулі через коефіцієнти першої квадратичної форми поверхні і підставивши їх значення у формулу (5), одержимо

$$\cos\varphi = \frac{I_1(d,\delta)}{\sqrt{I_1(d)\cdot I_1(\delta)}}, \qquad (6)$$

де $I_1(d, \delta)=Edu\delta u+F(du\cdot\delta\upsilon+d\upsilon\cdot\delta u)+Gd\upsilon\cdot\delta\upsilon$, $I_1(d)=Edu^2+2Fdud\upsilon+Gd\upsilon^2$, $I_1(\delta)=E\delta u^2+2F\delta u\delta\upsilon+G\delta\upsilon^2$.

Формула для обчислення площі поверхні у вираженні через коефіцієнти першої квадратичної форми її записується так

$$\sigma = \iint_{\Phi} \sqrt{EG-F^2}\,dud\upsilon\ . \qquad (7)$$

За допомогою першої квадратичної форми можна визначити і деякі цікаві лінії на поверхні. Наприклад, якщо на поверхні Ф дано дві ортоганальні лінії, то кут між ними $\varphi=90°$. Із формули (6) маємо рівняння: $I_1(d, \delta)=0$. Це умова ортогональності двох ліній на поверхні.

Розглянемо приклади використання записаних формул при розв'язуванні задач.

<u>Приклад 1.</u> Знайти довжину дуги кривої γ: $U = \frac{1}{2}av^2$ ($a\neq0$), яка знаходиться між точками $A(u=0,\ \upsilon=0)$ і $B(u=2a,\ \upsilon=2)$ на поверхні Ф: $x = \frac{u}{2}\left(\sqrt{3}\cos + \sin\upsilon\right)$, $y = \frac{u}{2}\left(\sqrt{3}\sin\upsilon - \cos\upsilon\right)$, $z=a\upsilon$.

<u>Розв'язання.</u> Запишемо вектор-функцію поверхні і її похідні по параметрах u і υ:

$$\vec{r} = \left(\frac{u}{2}\left(\sqrt{3}\cos\upsilon + \sin\upsilon\right), \frac{u}{2}\left(\sqrt{3}\sin\upsilon - \cos\upsilon\right), a\upsilon\right),$$

$$\vec{r}_u\left(\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}\cos\upsilon + \sin\upsilon\right), \frac{1}{2}\left(\sqrt{3}\sin\upsilon - \cos\upsilon\right), 0\right),$$

$$\vec{r}_v\left(\frac{u}{2}\left(-\sqrt{3}\sin v+\cos v\right),\frac{u}{2}\left(\sqrt{3}\cos v+\sin v\right),a\right).$$

Підставляючи одержані значення частинних похідних вектор-функції поверхні у формули (3), одержимо: $E = 1$, $F = 0$, $G=u^2+a^2$.

Значення коефіцієнтів першої квадратичної форми підставимо у формулу (4). Знаючи, що $du=v\,dv$, виконуємо обчислення:

$$S=\int_A^B\sqrt{I_1}=\int_A^B\sqrt{du^2+\left(u^2+a^2\right)dv^2}=\int_0^2\sqrt{a^2v^2+\frac{a^2v^4}{4}+a^2}\cdot av=$$

$$=\frac{a}{2}\int_0^2\left(v^2+a^2\right)dv=\frac{10}{3}a$$

<u>Приклад 2.</u> Перша квадратична форма поверхні має вигляд: $I_1=du^2+(u^2+a^2)dv^2$ (a=const).

Визначити кут φ, під яким перетинаються лінії γ_1: $u+v=0$ і γ_2: $u-v=0$, що лежать на цій поверхні.

<u>Розв’язання</u>. Величина кута перетину ліній на поверхні визначається за формулою (6). Із умови задачі слідує, що E=1, F=0, $G=u^2+a^2$. Точка перетину ліній $\gamma_1\cap\gamma_2=K$ має координати $K(u=0,\ v=0)$.

Позначимо диференціювання вздовж ліній відповідно через d і δ, одержимо: $du=-dv,\ \delta u=\delta v$. Підставивши знайдені значення відповідних величин у формулу (6), після елементарних перетворень одержимо: $\cos\varphi=\dfrac{1-a^2}{1+a^2}$.

<u>Приклад 3.</u> Дано поверхню Ф: $x=u$, $y=v$, $z=uv$. Знайти загальне рівняння ліній, які перетинаються ортогонально з лініями u=const даної поверхні.

<u>Розв’язання.</u> Ортогональному перетину ліній на поверхні відповідає умовам ортогональності:

$$Edu\delta u+F(du\delta v+dv\delta u)+Gdv\cdot\delta v=0. \tag{8}$$

Запишемо вектор-функцію поверхні, визначимо частинні похідні від неї по параметрах u і v та обчислимо коефіцієнти першої квадратичної форми поверхні: $\vec{r}(u;v;uv)$, $\vec{r}_u(1;0;v)$, $\vec{r}_v(0;1;u)$; $E=1+v^2$, $F=uv$, $G=1+u^2$.

Позначимо диференціювання вздовж ліній u=const через δ. Враховуючи, що це v – лінії, одержимо: δ=0 і $\delta v\neq0$.

Підставимо значення знайдених величин в рівняння (8). Маємо

$$uvdu\delta v+(1+u^2)dv\delta v=0$$

Поділимо одержане рівняння на $\delta v\neq0$ і зведемо до вигляду, зручного для інтегрування:

$$\frac{udu}{1+u^2}+\frac{dv}{v}=0.$$

Після інтегрування одержимо:

$$\frac{1}{2}\ln(1+u^2)+\ln \upsilon=\ln c \Rightarrow \ln(1+u^2)+\ln \upsilon^2=\ln c^2 \Rightarrow (1+u^2)\upsilon^2=c^2$$

Відповідь: $(1+u^2)\upsilon^2=c^2$, c – довільна стала.

К. Гаус вперше довів твердження, що повна кривина гладкої поверхні визначається через коефіцієнти першої квадратичної форми її. Ця теорема, яку він назвав пречудовою (theorema egregium), стверджує, що повна (гаусова) кривина поверхні є об'єктом внутрішньої геометрії поверхні.

Пізніше, за допомогою дериваційних формул німецького математика Ю. Вейнгартена (1836–1910), які встановлюють зв'язок між вектор-функцією і її похідними даної поверхні та коефіцієнтами її першої квадратичної форми, визначено і інші об'єкти внутрішньої геометрії: геодезичну кривину лінії, геодезичну лінію, ейлерову характеристику поверхні і т.д.

Досліджуючи гладку поверхню при напівгеодезичній параметризації, встановлено [2], що перша квадратична форма її визначається за формулою:

$$I_1=du^2+Gd\upsilon^2, \tag{9}$$

а повна (гаусова) кривина має вигляд

$$K=-\left(\sqrt{G}\right)_{uu}\cdot\left(\sqrt{G}\right)^{-1}. \tag{10}$$

Звідси маємо диференціальне рівняння другого порядку

$$\left(\sqrt{G}\right)_{uu}+K\cdot\sqrt{G}=0. \tag{11}$$

Розв'язуючи рівняння (11) при різних значеннях K, встановлено класифікацію поверхонь постійної кривини: 1) поверхні нульової кривини (K=0), площина і їй ізометричні; 2) поверхні постійної додатної кривини (K>0), сфера і локально їй ізометричні; 3) поверхні постійної від'ємної кривини (K<0), псевдосфера і локально їй ізометричні.

Отже, ми розглянули важливість першої квадратичної форми поверхні для розвитку геометрії, а також і на конкретних прикладах показали використання її властивостей в навчальному процесі.

Література:

1.Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. II. – М.: Просвещение, 1987. – 352 с.

2. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1969. – 176 с.

ЩОДО ВИКЛАДАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ НА ІНЖЕНЕРНИХ ФАКУЛЬТЕТАХ ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ АГРАРНОГО ПРОФІЛЮ

І.І. Ковтун
м. Київ, Національний аграрний університет
ira@otblesk.com

Входження України в Болонський процес накладає на вищу освіту певні умови, зокрема, приділяється більша увага самостійній роботі студентів, вмінню розв'язувати вже на початкових курсах деякі практичні задачі. Навчити цьому можна і потрібно при викладанні курсу вищої математики. Розглянемо це на прикладі викладання диференціальних рівнянь.

Курс вищої математики на інженерних факультетах університетів аграрного профілю включає диференціальні рівняння як один із розділів вищої математики. Цей розділ має ще і важливий прикладний характер, пов'язаний з майбутньою спеціальністю студентів механіко-технологічного, енергетичного та інших факультетів. Тому доцільно вивчати не самі по собі диференціальні рівняння, але вивчати їх, маючи на увазі подальше застосування у практичній діяльності [3].

Враховуючи це, вважаємо, що однією з важливих практичних задач є знаходження математичної моделі фізичної, технічної, економічної та інших задач. На практиці потрібно задачу, яку розв'язуємо, спочатку записати, тобто скласти її математичну модель. Такою математичною моделлю, як відомо, є диференціальне рівняння або система диференціальних рівнянь. Математичні моделі окремих процесів є основою математичної моделі відповідного об'єкту в цілому.

Саме складання диференціального рівняння – це важлива, але і складна задача. Потрібно вміти перекласти фізичну задачу на математичну мову, записати задану задачу у вигляді диференціальних рівнянь чи систем диференціальних рівнянь. Вимоги до математичної моделі суперечливі. Необхідно, щоб модель описувала об'єкт або процес найточніше і була при цьому досить простою. Отже, потрібні відповідні навички. Виробити навички складання диференціальних рівнянь можна і треба при викладанні курсу диференціальних рівнянь, систематично розглядаючи задачі, пов'язані з майбутньою спеціальністю студентів. Це зацікавлює студентів і не виникає запитання: "А навіщо це нам потрібно?"

Для того, щоб зацікавити студентів і для того, щоб вони сприймали необхідність вивчення методів розв'язання диференціальних рівнянь, починаємо вивчення кожного типу рівнянь із задачі, бажано пов'язаною із майбутньою спеціальністю студентів, а також із соціальними чи економічними проблемами. Зрозумілими є і так звані геометричні задачі, враховуючи, що знання із геометрії отримано в школі. Формулюємо задачу, яку маємо розв'язати, і далі застосовуємо наступний підхід до складання диференціального рівняння [2]:

– визначаємо, з яким фізичним чи економічним законом пов'язана задача, що розглядається;
– вибираємо незалежну змінну або декілька змінних;
– вводимо функцію, що залежить від цієї змінної чи змінних;
– в залежності від умов задачі визначаємо швидкість чи прискорення зміни функції, тобто вводимо першу чи другу похідну;
– пов'язуємо незалежну змінну, функцію від цієї змінної та похідні;
– отримуємо диференціальне рівняння першого або другого порядку;
– враховуємо початкове положення і початкову швидкість (якщо вони визначені умовами задачі), тобто використовуємо початкові умови.

Розглядаючи диференціальні рівняння першого порядку, після означення таких рівнянь формулюємо, наприклад, наступні задачі.

1. Записати закон зміни швидкості руху ротора двигуна, що обертається з кутовою швидкістю, після виключення двигуна.

За незалежну змінну обираємо час. Шукана функція – кутова швидкість. Використовуючи закон динамічної рівноваги, дістаємо диференціальне рівняння першого порядку, в якому похідна від кутової швидкості пропорційна самій швидкості.

2. Встановити закон радіоактивного розпаду речовини, якщо відома її початкова маса.

За незалежну змінну обираємо час. Шукана функція – маса радіоактивної величини. Використовуємо те, що швидкість розпаду пропорційна масі, отримуємо диференціальне рівняння першого порядку.

3. Встановити силу натягу троса при швартуванні пароплава [4].

За незалежну змінну обираємо кут. Шуканою функцією є сила тертя. На малому відрізку троса сила третя пропорційна рівнодіючій сил, яка залежить від кута. Замінивши прирости функцій диференціалами, дістаємо диференціальне рівняння першого порядку.

Отже, ми переконуємося, що різні фізичні задачі приводять до аналогічних диференціальних рівнянь. У заданих задачах отримали диференціальні рівняння першого порядку. Отримавши диференціальне рівняння, що відповідає розглядуваній задачі, потрібно його розв'язати, тобто знайти функцію, що описує відповідний закон.Отже, розглядаємо типи диференціальних рівнянь першого порядку, що розв'язуються в квадратурах і зазначаємо, що в наведених вище задачах дістали диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними.

Визначивши тип диференціального рівняння, потрібно вміти його розв'язати. Особливо підкреслюємо важливість вміння розв'язування диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними, оскільки до розв'язування таких рівнянь зводиться розв'язування інших типів диференціальних рівнянь першого порядку. Подаємо схему розв'язування диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними, застосовуючи яку знаходимо функції, що описують шукані рухи.

В задачах, які наведені, розв'язками є експоненціальні функції.

Зазначимо, що при складанні диференціальних рівнянь часто використовується другий закон Ньютона, який містить прискорення – другу похідну від шляху по часу або першу похідну від швидкості, закон Гука, закон динамічної рівноваги та ін.

Перед тим, як ввести лінійні диференціальні рівняння, також розглядаємо задачі, що приводять до таких рівнянь Це, наприклад, такі задачі:

– знаходження закону руху тіла в середовищі з опором;
– визначення залежності сили струму в електричному колі, яке складається із послідовно ввімкнених джерела постійного струму, опору, самоіндукції та ін.

Формулюємо задачі і при введенні диференціальних рівнянь вищих порядків.

1. Диференціальне рівняння другого порядку, права частина якого не залежить ні від шуканої функції, ні від її похідної, отримуємо, розглядаючи задачу, про знаходження деформованої осі пружної призматичної балки з незмінним поперечним перерізом під дією довільних навантажень [1].
2. Диференціальне рівняння другого порядку отримуємо, розглядаючи рух космічного корабля, що стартує , наприклад, на Марс.
3. Диференціальне рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами отримуємо: при дослідженні вигину прямого брусу поперечного перерізу і при знаходженні закону руху кульки, що знаходиться між двома пружинами тощо.

Підкреслюємо, що останні дві різні фізичні задачі можна описати аналогічними диференціальними рівняннями другого порядку.

При такому викладенні диференціальних рівнянь є зрозумілою необхідність оволодівання методами складання диференціальних рівнянь і вміння їх розв'язування.

Література:

1. Долгов Н.М. Высшая математика. – К.: Выща школа, 1988. – 415 с.
2. Дюженкова Л.І., Дюженкова О.Ю., Михалін Г.О. Вища математика. Приклади і задачі. – К.: Видавничий центр "Академія", 2002. – 624 с.
3. Ковтун І.І. Диференціальні рівняння як математичні моделі фізичних процесів. Електронний посібник. – К.: НАУ, 2007. – 79 с.
4. Сикорский Ю.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями их к некоторым техническим задачам. – М.: Ком книга, 2005. – 160 с.

ОСОБЕННОСТИ ПРИБЛИЖЁННЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.Н. Беловодский, М.Ю. Сухоруков
г. Донецк, Донецкий национальный технический университет
belovodskiy@cs.dgtu.donetsk.ua

Введение. Затронутые ниже вопросы, на наш взгляд, в равной степени имеют отношение к разделам курсов высшей математики, обыкновенных дифференциальных уравнений и численных методов.

Постановка задачи. Одним из основных средств анализа нелинейных динамических систем является численное моделирование. В настоящее время распространены различные версии пакетов прикладных программ, они просты в эксплуатации. Однако, иногда их применение к исследованию даже простейших нелинейных систем даёт взаимно исключающие результаты. Описание одного из таких случаев и является целью данной работы.

Изучаемое уравнение. Имеет вид

$$\ddot{x} + x = -F(x, \dot{x}, t), \tag{1}$$

где

$$F = f(x) + \beta\,\dot{x} + \mu\cos t \cdot x + \zeta\, x\,,$$

$$f(x) = \frac{1}{2}k\{(x-\Delta) + |x-\Delta| + (x+1) - |x+1|\},$$

и является, по существу, нелинейным уравнением Матье с кусочно-линейной упругой характеристикой. При решении этого уравнения различными процедурами пакета MATLAB для начальных условий

$$x(0) = -5.0,\ \dot{x}(0) = 1.75 \tag{2}$$

и значений параметров β=0.02, μ=0.12, ζ=–0.75, k=1.553, Δ=4 были получены взаимно исключающие результаты. На рис. 1 представлены решения задачи (1), (2), полученные решателями ode45 и ode113, реализующими методы Рунге-Кутта 4-5-го порядков точности и экстраполяционный метод Адамса-Башворта-Мултона, соответственно. Для сравнения на рисунке приводится и график cos t. В каждом случае число расчётных точек на промежутке величиной T=2π задавалось равным 60, что обычно вполне достаточно при анализе таких систем.

Как показывает рисунок налицо существенные количественные и качественные различия. Если в первом случае (решатель ode113) установившиеся колебания имеют период равный периоду параметрического возбуждения, то во втором случае (решатель ode45) период стационарных колебаний равен удвоенному периоду возбуждения. Отметим, что разделились точки зрения и решателей ode23t, ode15s, реализующих метод трапеций и многошаговый метод переменного порядка, соответственно.

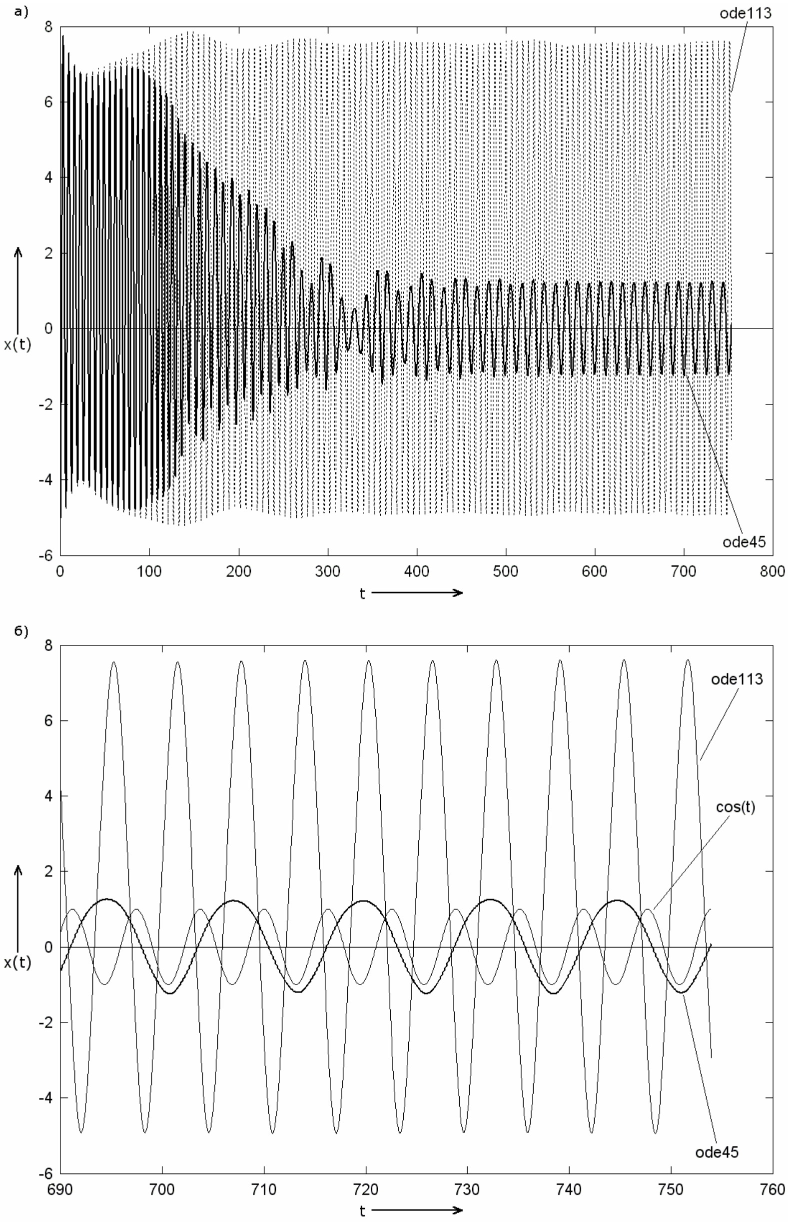


Рис. 1. Решения уравнения (1), даваемые решателями ode45, ode113 при $x(0)=-5.0$, $\dot{x}(0)=1.75$: а) на промежутке $t\in[0;\ 120T]$; б) на стационарном промежутке $t\in[90T;\ 120T]$

Предварительные предположения. На первый взгляд, причины обнаруженных различий лежат в области выбора точности интегрирования указанного уравнения. С этой целью были проведены специальные вычислительные эксперименты, предусматривающие варьирование числа расчётных точек на промежутке T, абсолютной (AbsTol) и относительной (RelTol) погрешностей интегрирования в достаточно широких диапазонах. Однако полученные результаты, сохранили, в целом отмеченное различие и не внесли дополнительной ясности в обнаруженное явление [1].

Далее, была предпринята попытка поиска объяснений путём анализа областей притяжения периодических режимов.

Область притяжения, её построение, анализ. Построение области притяжения проводилось на основе специально разработанных программ. Остановимся вкратце на их особенностях.

Предполагается, что изучаемый режим задаётся своим гармоническим составом A_0, A_1, B_1, …, A_m, B_m, т.е. набором коэффициентов ряда Фурье. Если гармонический состав неизвестен, то возможно задание начальной точки в сечении (t_0=0, например) области притяжения, которая «приводит» систему к исследуемому режиму. С помощью такой точки определение численного гармонического состава изучаемого режима производится автоматически.

Программа построения области притяжения, точнее, её сечения, организована следующим образом. Задаётся система дифференциальных уравнений, назначается метод её интегрирования и указывается период исследуемого режима T. Далее, задаётся промежуток интегрирования [t_0; $t_0+N\cdot T$], число P, где $h=T/P$ – шаг интегрирования, гармонический состав изучаемого режима или точка в сечении ($t=t_0$) области притяжения, область сканирования в виде прямоугольника, шаг сканирования и допустимая погрешность δ, которая представляет собой критерий идентичности сравниваемых гармонических составов.

Если гармонический состав изучаемого режима не задан, но указана одна из точек его области притяжения, то производится численное решение дифференциального уравнения для этой точки, выбираемой в качестве начальной, и определение гармонического состава решения на последнем промежутке интегрирования равном периоду T исследуемого режима. При достаточном значении $N\cdot T$ переходной процесс завершается и полученный таким образом гармонический состав используется в дальнейшем.

Анализ области сканирования проводится следующим образом. Производится выбор пробной (начальной) точки из заданной зоны, после этого система уравнений решается заданным методом и с заданным шагом. После получения решения системы производится спектральный анализ численного решения на последнем промежутке интегрирования, равном периоду T. Далее, производится сравнение последнего полученного спектрального состава с заданным. Если составы отличаются по норме не более, чем на величину δ, то выбранная начальная точка считается принадлежащей области притяжения заданного режима. В качестве нормы используется один из вариантов p-нормы, а именно, $p=\infty$, т.е., $\|x\|_\infty = \max_i |x_i|$. Описанная процедура повторяется для каждой следующей точки из зоны сканирования. После анализа всех точек они выводятся на фазовую плоскость с пометкой (например, цветом) какой области притяжения принадлежит каждая точка. Таким образом получается графическое преставление сечения области притяжения данного режима.

С использованием описанной программы было проведено построение сечение (t_0=0) области притяжения решения задачи (1), (2). Результаты показаны на рис. 2, где точками отмечены наборы начальных условий, при которых в системе устанавливаются колебания с периодом равным периоду параметрического возбуждения. Построение проводилось путем сканирования начальных условий $x(0)$, $\dot{x}(0)$ с шагом 0.1 по каждой из фазовых координат и последующего интегрирования уравнения (1) решателем ode45. Для определения гармонического состава исследуемого режима была выбрана начальная точка $x(0)$=–2.0, $\dot{x}(0) = -6.0$. Значение параметра δ было установлено равным 1.5. Наличие отдельных пустот внутри области притяжения на рис. 2, несмотря на визуальную близость численного и изучаемого режимов, вызывает определённые вопросы и требует дополнительного изучения.

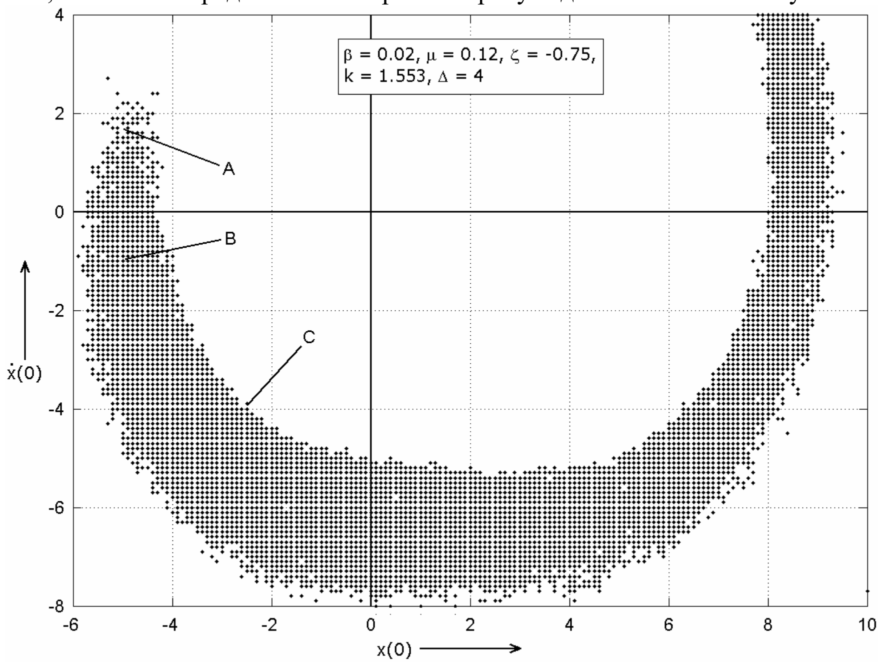


Рис. 2. Сечение (t_0=0) областей притяжения периодических режимов

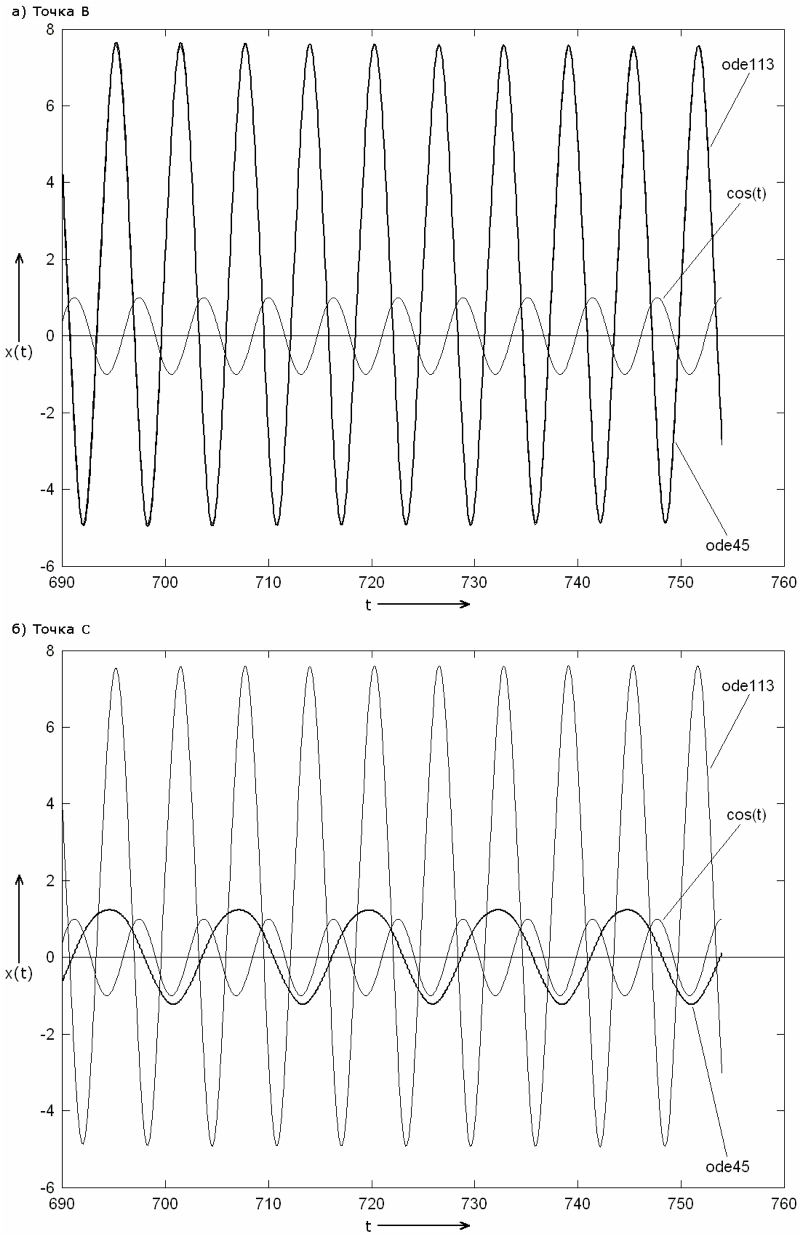


Рис. 3. Стационарные решения, полученные решателями ode45, ode113 в точках B ($x(0)$=–5.0, $\dot{x}(0) = -1.0$) и C ($x(0)$=–2.6, $\dot{x}(0) = -3.9$)

Оказывается, что «спорная» точка $x(0)$=–5.0, $\dot{x}(0) = 1.75$ (на рис. 2 она обозначена буквой A) расположена вблизи границы области притяжения, и это наталкивает на следующую мысль. В какой-то момент времени структура сечения областей притяжения становится достаточно тонкой и при малых, но разных по знаку, погрешностях численных решений решателей ode45 и ode113 соответствующие фазовые точки оказываются в зонах притяжения различных периодических режимов. После чего, через соответствующий переходной процесс фазовые траектории численных решений ode45, ode113 притягиваются к различным периодическим аттракторам. Если эта гипотеза имеет под собой какие-либо основания, то различные результаты решателей ode45 и ode113 можно ожидать и в других приграничных точках, и наоборот, во внутренних, – следует ожидать согласующихся результатов.

Действительно, проведённые контрольные расчёты, это предположение подтверждают. Так, на рис. 3 приведены их результаты для точек B ($x(0)$=–5.0, $\dot{x}(0) = -1.0$) и C ($x(0)$=–2.6, $\dot{x}(0) = -3.9$), указанных на рис. 2. Таким образом, приграничные точки следует рассматривать как точки, формирующие зону неопределённости системы.

Выводы. Изложенные результаты позволяют сделать следующие заключения.

1. В ряде случаев в поведении нелинейных динамических систем сохраняется элемент неопределённости, в частности, это выражается в том, что при определённых начальных условиях стационарные режимы движений наверняка установлены быть не могут. Такие начальные точки располагаются вблизи границ областей притяжения.
2. В практических приложениях, рекомендуемые начальные условия целесообразно выбирать с определённой отстройкой от этих границ, чтобы обеспечить совпадение результатов расчёта, полученных различными методами.

Литература:

1. Беловодский В.Н., Сухоруков М.Ю. Особенности численных решений обыкновенных дифференциальных уравнений. – Збірник науково-методичних робіт. – Вип. 3. – Донецьк: ДонНТУ, 2005. – С. 20-26.

СТІЙКІСТЬ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

З.Ю. Філер[1α], О.І. Музиченко[2β]
[1] м. Кіровоград, Кіровоградський державний педагогічний університет
ім. Володимира Винниченка
[2] м. Кіровоград, Державна льотна академія України
[α] filier@rambler.ru
[β] muzichenko_a@mail.ru

Вступ. Умови, за яких рух механічної системи є стійким, називають *критеріями стійкості.* Вперше розробкою критеріїв (необхідних та достатніх умов) стійкості займалися французький математики Ш. Ерміт (1856) та англійській механік Е. Раус (1877), а пізніше – німецький математик А. Гурвіц (1895). В 1936 році радянським вченим А.В. Михайловим та американським фізиком Г. Найквістом були розроблені більш ефективні критерії стійкості. При дослідженні систем порядку вище 4-го користуватися критеріями Рауса та Гурвіца вручну практично неможливо через необхідність проведення громіздких розрахунків; крім того, саме знаходження характеристичного полінома складних систем пов'язано з трудомісткими викладками.

Але з розвитком обчислювальної техніки та появою потужних комп'ютерів стає актуальною ідея алгоритмізації та наступної програмної реалізації критеріїв стійкості, створених в «до комп'ютерну еру».

Класичні критерії асимптотичної стійкості лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами Рауса і Гурвіца створені в XIX ст. і розраховані на ручні обчислення. Критерій Рауса достатньо структурований і циклічний, що дає змогу його реалізувати на ПЕОМ. Дещо складніша комп'ютерна реалізація критерію Гурвіца, але теж можлива.

Існуючі критерії стійкості діляться на дві групи: алгебраїчні та геометричні (частотні). До алгебраїчних належать критерії Гурвіца, Рауса та ін.; до геометричних – критерій Михайлова, Найквіста тощо. Розглянемо деякі з них.

Нехай дана система диференціальних рівнянь $\dot{x} = Ax$ має характеристичне рівняння $|A-\lambda E|=\det(A-\lambda E)=0$ або $a_n\lambda^n+a_{n-1}\lambda^{n-1}+\ldots+a_1\lambda+a_0=0$.

Нагадаємо, що розв'язки відповідного диференціального рівняння $a_ny^{(n)}+a_{n-1}y^{(n-1)}+\ldots+a_1y'+a_0y=0$ мають при $\lambda_k=\alpha_k\pm i\beta_k$ структуру $y(t)=\sum\limits_k e^{a_k t}\left(P_k(t)\cos(\beta_k t)+Q_k(t)\sin(\beta_k t)\right)$. Тут P, Q – многочлени в разі кратних коренів λ_k, степеня на одиницю меншої кратності. Якщо всі $\alpha_k<0$, то $e^{\alpha_k t}\to 0$ при $t\to+\infty$.

Якщо вдається розв'язати це рівняння, то критерієм асимптотичної стійкості є від'ємність дійсних частин всіх коренів λ_k. Але знаходження λ_k, навіть наближене, є складною проблемою для ручних обчислень; крім того похибки обчислень можуть привести до невірних висновків для малих $|\mathrm{Re}\ \lambda|$. Тому бажано отримати умови розташування всіх λ_k в лівій півплощині без їх знаходження. Зокрема, для квадратного рівняння *критерієм* асимптотичної стійкості є однаковість знаків всіх коефіцієнтів. При $a_n>0$ додатність всіх інших коефіцієнтів є її *необхідною* умовою.

Складемо *таблицю* Рауса за правилом: будь-який із коефіцієнтів таблиці Рауса c_{ki} при $i\geq 3$ (k означає номер стовпця, а i – номер рядка таблиці) можна знайти по формулі $c_{ki}=c_{k+1,\,i-2}-r_i c_{k+1,\,i-1}$, де $r_i=c_{1,\,i-2}/c_{1,\,i-1}$.

Кількість рядків таблиці Рауса дорівнює степеню рівняння плюс одиниця, тобто $(n+1)$. Коефіцієнтам з від'ємними індексами відповідають нулі [5, 79-90].

Критерій стійкості Рауса формулюється наступним чином.

Для стійкості системи автоматичного регулювання необхідно й достатньо, щоби коефіцієнти першого стовпчика таблиці Рауса були додатніми, тобто $c_{11}>0$; $c_{12}>0$; ..., $c_{1,\,n+1}>0$.

Розглянутий вище критерій реалізовано у вигляді програми, з використанням пакету для символьних розрахунків Maple 9.0. Результатом роботи програми є висновок про стійкість системи. В програмі існує два варіанта введення даних: через введення матриці системи та шляхом задання характеристичного рівняння. Результатом виконання програми є висновок про асимптотичну стійкість або нестійкість відповідної системи.

Критерій Михайлова. На відміну від критеріїв Рауса-Гурвіца, критерій Михайлова також застосовний і до систем із сталим запізненням.

Розглянемо диференціальне рівняння

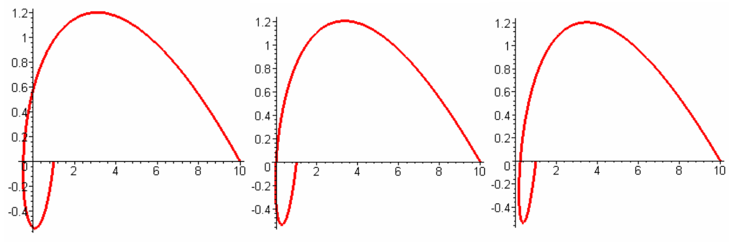
$$a_n y^{(n)}+a_{n-1}y^{(n-1)}+...+a_1 y'+a_0 y=0. \quad (1)$$

Його характеристичним многочленом є $f(\lambda)\equiv a_n\lambda^n+a_{n-1}\lambda^{n-1}+...+a_1\lambda+a_0$. Критерій Михайлова формулюється для годографа функції $f(i\omega)$: якщо при зміні ω від 0 до $+\infty$ радіус-вектор здійснює поворот на кут $\Phi=\dfrac{n\pi}{2}$ проти годинникової стрілки, то система асимптотично стійка. Існує й алгебраїчне формулювання цього критерію: корені дійсної $u(\omega)=\mathrm{Re}\ f(i\omega)$ та уявної $v(\omega)=\mathrm{Im}\, f(i\omega)$ частин функції $f(i\omega)$ при зміні ω від 0 до $+\infty$ чергуються, тобто між двома послідовними коренями однієї функції знаходиться точно один корінь другої [5, 91-95]. Очевидно $u(\omega)=a_0-a_2\omega^2+...$, $v(\omega)=a_1\omega-a_3\omega^3+....$

Недоліком критерію є необхідність розглядання нескінченного інтервалу зміни ω. Автори пропонують фінітизацію критерію за рахунок заміни $\omega=t/(1-t)$, $t\in[0;\ 1)$ та множення многочлену на $(1-t)^n$. При цьому годограф буде мати форму скінченої спіралі, радіус-вектор точок якої в разі асимптотичної стійкості робить навколо точки O поворот на кут $\Phi=n\pi/2$.

На рис. 1 зображено 3 випадки: а) стійка асимптотично, б) неасимптотично стійка, в) нестійка система. Відповідні рівняння відрізняються лише одним коефіцієнтом.

$\lambda^4 + 6\lambda^3 + 15\lambda^2 + 12\lambda + 10 = 0$; $\lambda^4 + 6\lambda^3 + 7\lambda^2 + 12\lambda + 10 = 0$; $\lambda^4 + 6\lambda^3 + 3\lambda^2 + 12\lambda + 10 = 0$



а) б) в)

Рис. 1

Критерій Михайлова для систем із запізненнями. Розглянемо диференціальне рівняння із сталими запізненнями $\tau_{n-k,j}$:

$$y^{(n)}(t)+\sum_{k=1}^{n}\left[a_{n-k}y^{(n-k)}(t)+\sum_{j=1}^{n}\left(b_{n-k,j}\,y^{(n-k)}\left(t-\tau_{n-k,j}\right)\right)\right]=0\,.$$

Пошук його розв'язку у вигляді $y(t)=e^{\lambda t}$ приводить до характеристичного рівняння

$$f(\lambda)\equiv\lambda^n+\sum_{k}\lambda^{n-k}\left(a_{n-k}+\sum_{j}b_{n-k,j}e^{-\lambda\tau_{n-k,j}}\right)=0\,. \qquad (2)$$

Для трансцендентного рівняння (2) алгебраїчні критерії не вдається модернізувати. Між тим, розроблений для рівнянь без запізнень критерій Михайлова дає висновок про стійкість розв'язків відповідного диференціального рівняння із запізненнями. Покажемо справедливість критерію Михайлова й для квазімногочлена (2). За принципом аргументу, якщо кількість коренів функції $f(z)$ у півкрузі дорівнює нулеві, то приріст аргументу вздовж діаметра рівний приросту аргументу на півколі, який при $R\to\infty$ дорівнює $n\pi$: $\Delta_{B_1B_2}\arg f(z)=\Delta_{B_1AB_2}\arg f(z)$ (рис. 2) [6, 56-57].

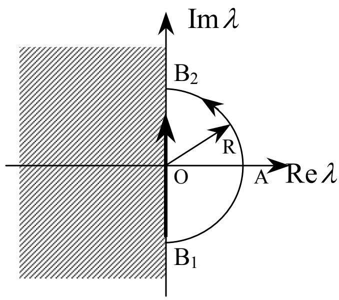
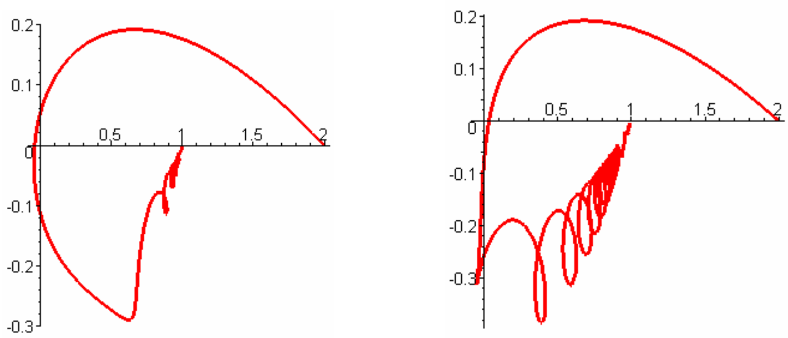


Рис. 2

Враховуючи, що за формулою Ейлера, при $\lambda=i\omega=it/(1-t)$ під знаками синуса та косинуса матимемо аргумент, який необмежено зростає при $t \to 1$, але самі ці тригонометричні функції обмежені і при $R \to \infty$ і в кінцевому рахунку не впливають на зміну аргументу. Але годограф при наявності суттєвих запізнень перестає бути гладким, як на рис. 1; з’являються дрижання, петлі, як на рис. 3.

$\lambda^4 + (3 - e^{(-0.3\,\lambda)})\,\lambda^3 + 4\,\lambda^2 + 2\,\lambda + 2 = 0$; $\lambda^4 + (3 - e^{(-2\,\lambda)})\,\lambda^3 + 4\,\lambda^2 + 2\,\lambda + 2 = 0$



а) б)

Рис. 3

На рис. 3а і 3б показано залежність стійкості розв’язків рівняння від величини запізнення (при τ=0.3 система стійка, а при τ=2 – нестійка, точка О не охоплюється годографом).

Можна запропонувати, встановивши стійкість системи з коефіцієнтами $a_k + \sum b_{k,j}$, відійти від 1 на таке мале ε, яке показує близькість числа m=2Ф/π до n, й встановлювати кут повороту годографа квазімногочлену $f_1(z)$ на відрізку [0; 1–ε], близькість числа m до n і в цьому випадку.

Якщо немає потреби візуалізації описаного повороту, можна знайти кут Ф як кінцеве значення φ розв’язку задачі Коші для рівняння $\varphi' = (v'\cos\varphi - u'\sin\varphi)/\sqrt{u^2+v^2}$, $\varphi(0)=0$. Якщо $2\varphi(1)/\pi = n$, то рівняння стійке асимптотично. Задачу Коші можна розв’язувати чисельно; немає необхідності її розв’язувати з високою точністю, враховуючи що $m = 2\varphi(1)/\pi$ повинне бути цілим числом. Якщо похибка розрахунку менша 0.5, то можна зробити правильний висновок про стійкість системи навіть при наближеному значенні m, що й реалізовано у створеній програмі. Введення даних в програму відбувається інтерактивно.

Висновки.

1. Розглянуто існуючі критерії стійкості лінійних систем (за Ляпуновим).

2. Пропонується алгоритм і програмна реалізація критерію Рауса.

3. Пропонується фінітизація критерію Михайлова замінами аргументу

$\omega = t/(1-t)$, $t \in [0; 1)$ та функції $(1-t)^n f(it/(1-t))$, яка робить годограф скінченим з можливістю зображення на екрані комп'ютера.

4. Критерій Михайлова застосовний і для рівнянь із запізненнями.

5. Якщо не потрібне зображення годографа, достатньо знайти кінцеве значення розв'язку задачі Коші для рівняння першого порядку відносно кута повороту φ годографа на проміжку $t \in [0; 1)$.

6. Побудовано комплекс програм, які реалізовують розроблені алгоритми. Програма протестована прикладами з [7, 39–41, 51–54].

Література:

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1971. – 240 с.
2. Иванов В.А., Чемоданов Б.К., Медведев В.С. Математические основы теории автоматического регулирования. – М.: Высшая школа, 1971. – 807 с.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1965. – 704 с.
4. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Изд. 3, испр. и доп. – М.: Высш. шк., 1967. – 564 с.
5. Теория автоматического управления / Под ред. А.В. Нетушила. Изд. 2. – М.: Высшая школа, 1976. – 400 с.
6. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980. – 352 с.
7. Филипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Изд. 2. – М.: Физматгиз, 1965. – 100 с.

ВИКЛАДАННЯ ТЕМИ «СТІЙКІСТЬ ЛДР ТА СИСТЕМ ЛДР» У ВТУЗАХ

О.Л. Вишневецький
м. Харків, Харківський національний автомобільно-дорожній університет
alexwish@mail.ru

У зв'язку з обмеженістю часу на викладання теми «Стійкість розв'язку лінійних диференціальних рівнянь (ЛДР) та систем ЛДР з постійними коефіцієнтами» у вищих навчальних технічних закладах ми вважаємо за доцільне формулювати теорему про умови стійкості так, щоб і її формулювання, і доведення були справедливі як для ЛДР, так і для систем ЛДР. А саме, ми пропонуємо формулювати та доводити теорему про стійкість розв'язку ЛДР та систем ЛДР наступним чином.

Нехай $x(t)$ – розв'язок ЛДР з постійними коефіцієнтами, p_j ($j=1, ..., n$) – корені характеристичного рівняння цього ЛДР.

Теорема.

1) Розв'язок $x(t)$ асимптотично стійкий $\Leftrightarrow$ $\operatorname{Re} p_j < 0$ ($j=1, ..., n$)

2) Розв'язок $x(t)$ нестійкий $\Leftrightarrow$ $\operatorname{Re} p_j > 0$ хоча б для одного j.

Доведення. Взагалі кажучи, розв'язуване ЛДР є неоднорідним (ЛНДР). За допомогою лінійної заміни невідомого питання про стійкість зводиться до випадку, коли розв'язуване ЛДР є однорідним ЛДР (ЛОДР). А саме, в якості нового невідомого треба узяти різницю між старим невідомим та розв'язком ЛНДР. Таким чином, можна обмежитись випадком ЛОДР.

Ми доведемо тільки обидва твердження «$\Leftarrow$». Добре відомо, що розв'язок ЛОДР є лінійною комбінацією функцій виду $t^k e^{\lambda t}$, де λ – корінь характеристичного рівняння ЛДР, k – невід'ємне ціле число. Хай $\lambda=a+ib$. Оскільки

$$\left|t^k e^{(a+ib)t}\right| = \left|t^k\right| \cdot \left|e^{at}\right| \cdot \left|e^{ibt}\right| = \frac{\left|t^k\right|}{\left|e^{-at}\right|},$$

то

$$\lim_{t\to+\infty}\left|t^k e^{(a+ib)t}\right| = \lim_{t\to+\infty}\frac{\left|t^k\right|}{\left|e^{-at}\right|} = \lim_{t\to+\infty}\frac{t^k}{e^{-at}}. \tag{1}$$

1) Якщо $\operatorname{Re} p_j < 0$, тобто $a < 0$, то чисельник та знаменник останнього дробу прямують до нескінченності при $t\to+\infty$; застосувавши k разів правило Лопіталя, одержуємо

$$\lim_{t\to+\infty}\frac{k!}{(-a)^k \cdot e^{-at}} = \frac{k!}{(-a)^k}\cdot\lim_{t\to+\infty} e^{at} = 0,$$

тобто границя (1) дорівнює нулю. Таким чином, кожен доданок розв'язку ЛОДР прямує до нуля при $t\to+\infty$. Тому і розв'язок в цілому має ту ж властивість.

2) Якщо $\operatorname{Re} p_j > 0$, тобто $a > 0$, то

$$\lim_{t\to+\infty}\left|t^k e^{(a+ib)t}\right| = \lim_{t\to+\infty}\left|t^k e^{at}\right| = \lim_{t\to+\infty} t^k e^{at} = +\infty .$$

Тому принаймні один з доданків розв'язку диференціального рівняння необмежений при $t\to+\infty$. Звідси випливає необмеженість розв'язку при $t\to+\infty$, тобто нестійкість розв'язку.

Твердження доведені.

Розглянемо питання про стійкість **системи** ЛНДР. Знов за допомогою лінійної заміни невідомих (нове невідоме дорівнює різниці старого невідомого та відповідної компоненти вектора-розв'язку) питання про стійкість системи зводиться до випадку, коли розв'язувана система є однорідною. Така система має вид $\mathbf{A}\boldsymbol{x}'=\mathbf{0}$, де $\mathbf{A}$ – матриця коефіцієнтів системи, $\boldsymbol{x}'$ – вектор-стовпець похідних невідомих функцій, $\mathbf{0}$ – нульовий вектор. Нагадаємо, що характеристичне рівняння **матриці A** має вид

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{E}) = 0,$$

а його корені – це власні числа матриці $\mathbf{A}$. Розв'язок системи $\mathbf{A}\boldsymbol{x}'=\mathbf{0}$ є сумою доданків розглянутого вище виду $t^k e^{\lambda t}$, де λ – корінь характеристичного рівняння матриці $\mathbf{A}$, k – невід'ємне ціле число. Тому наведені вище міркування доводять, що теорема 1 справедлива **і для систем ЛДР**.

Зауважимо, що для **систем** ЛДР змінюється (порівняно з випадком **одного** ЛДР) зміст поняття «характеристичний многочлен».

Наведемо прості приклади.

Дослідити стійкість ЛДР та систем ЛДР.

1) $x''-x'-2x=0$

Характеристичний многочлен $A(p) = p^2 - p - 2$ має корені $p_1 = 2$, $p_2 = 1$. Розв'язок нестійкий ($\operatorname{Re} p_1 > 0$).

2) $\begin{cases} x_1' = x_1 + x_2 \\ x_2' = -x_1 + x_2 \end{cases}$

Матриця коефіцієнтів системи $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Її характеристичне рівняння $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 1 \\ -1 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0$, тобто $(1-\lambda)^2+1=0$, має корені $\lambda=1\pm i$. Оскільки $\operatorname{Re} \lambda_1>0$, то розв'язок нестійкий.

3) $\begin{cases} x_1' = -x_1 + x_2 \\ x_2' = -x_1 - x_2 \end{cases}$

Матриця коефіцієнтів системи $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Характеристичне рівняння $\begin{vmatrix} -1-\lambda & 1 \\ -1 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0$, тобто $(1+\lambda)^2+1=0$, має корені $\lambda=-1\pm i$. Оскільки $\operatorname{Re}\lambda_1 = \operatorname{Re}\lambda_2 = -1 < 0$, то розв'язок асимптотично стійкий.

ПРИЛОЖЕНИЕ ВЗГЛЯДОВ ВЫГОТСКОГО ОБ ОБУЧЕНИИ И КОГНИТИВНОМ РАЗВИТИИ В ОРГАНИЗАЦИИ СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Л.М. Каракашева
Болгария, г. Шумен, Шуменски университет “Епископ Константин Преславски”
lkarakasheva@mail.bg

Введение

Динамические изменения современного общества предполагают и изменения в сторону эффективной организации учебного процесса в высшей школе, где формируется и новая роль современного преподавателя. Он призван организовывать, управлять, направлять и контролировать процесс обучения, он становится „гидом со стороны”, а не „мудрецом на сцене” [5, 312]. Студенты активизируются, выполняя такие действия, которые приводят к лучшему пониманию и осмыслению учебной информации. Исторические корни этого подхода мы можем обнаружить в трудах Л.С. Выготского.

Изложение

Закономерности умственного развития и обучения изучал целый выдающихся психологов: Ж. Пиаже, Дж. Брунер, Б. Скинер, С. Рубинштейн, А. Леонтьев, Д. Эльконин, П. Гальперин и др.

Шаг вперед к более глубокому пониманию связи между обучением и развитием сделал выдающийся русский психолог Л.С. Выготский.

Взгляды Выготского о когнитивном развитии могут стать основой для организации более эффективного процесса обучения студентов по математическому анализу.

В Болгарии проф. Иван Ганчев расширяет идеи Выготского о связях обучения с развитием и рассматривает их в процессе обучения по математике в средней школе [3, 40-68].

В статье [4] Е. Димитрова, аргументируя необходимость в упражнениях по высшей математике в Университете пищевых технологий в Пловдиве, использует идеи Выготского.

В последние годы прошлого века и в англоязычном мире [5], и в Болгарии [3] особой популярностью пользуются описания Зоны актуального развития (ЗАР) и Зоны ближайшего развития (ЗБР).

ЗАР – это совокупность установившихся высших психических функций индивидуума в данный момент развития, она определяется теми задачами, которые индивидуум может разрешить самостоятельно. Однако, хорошо известно, что с помощью взрослых или более компетентных сверстников человек может достичь большего, решить более трудные задачи, чем при самостоятельном подходе. В результате этой совместной деятельности обозначается совокупность еще не вполне созревших, но созревающих психических функций, которые в своей совокупности маркируют зону ближайшего развития.

Ключевым моментом для всей психологии обучения является “именно возможность путем сотрудничества с остальными людьми подняться на более высокую ступень интеллектуальных способностей, возможность перейти при помощи подражания от того, что ребенок может делать, к тому, что он еще не может. На этом основывается вся суть значения обучения для развития, это и представляет содержание понятия “зона ближайшего развития” [1, 295].

По мнению Выготского, обучение и развитие – “это два процесса, которые находятся в весьма сложных взаимоотношениях. Обучение только тогда является эффективным, когда оно опережает развитие. Тогда оно пробуждает и порождает целый ряд функций, находящихся в стадии созревания и лежащих в зоне ближайшего развития” [1, 298].

Как отмечает Е. Димитрова в [4, 345], “высшие психические функции в ЗАР и ЗБР индуцированы прежде всего знаниями, которые предыдущие поколения закрепили подходящим языком в разных носителях. Эта индукция осуществляется путем осмысленной практической деятельности”.

Для осуществления учебного процесса особенно важным является умение преподавателя применять на практике идеи Выготского.

Какие выводы можно сделать и как можно применить взгляды Выготского при организации семинарских занятий по математическому анализу?

1. Роль ассистента на занятиях заключается в том, чтобы помогать студентам и направлять процесс обучения, учитывая возможности студентов и обеспечивая необходимую помощь каждому студенту, исходя из уровня его когнитивного развития.

У каждого студента-первокурсника есть свои определенные ЗАР и ЗБР. Чтобы определить ЗАР студенческой группы, можно использовать подходящий тест, индивидуальные консультации и собеседование. Чтобы определить ЗБР студенческой группы, можно дать студентам контрольную работу с подходящими заданиями, включающими задачи-компоненты, а также и задачи, сопровождающиеся указаниями.

2. Во время семинарских занятий студенты должны работать над такими задачами, которые находятся в зоне ближайшего развития, т.е. это должны быть задачи, которые студенты все еще не умеют решать, но могут приобрести эти умения при помощи ассистента. В самом начале формирования этих умений существенное значение имеет помощь ассистента, на следующем этапе, предлагая задачи-компоненты, ассистент уже направляет студентов на самостоятельное решение, постепенно уменьшая помощь и подводя студентов к самостоятельному решению задач и к самоконтролю.

Исследования Выготского показывают, что “зона ближайшего развития имеет более непосредственное значение для динамики интеллектуального развития и ее успешности, чем для актуального уровня их развития”

[1, 293].

Кроме того, можно использовать возможности обучения в небольших группах, базируясь на теории, что студенты легче могут понять и осмыслить более сложные понятия, если будут работать в группе. Состав группы должен быть таким, чтобы в ней был хотя бы один студент, имеющий более солидные знания и способный проконсультировать остальных. Оптимальное количество студентов в такой группе – 3-4 студента.

В настоящее время особенно полезным может быть обучение при помощи персонального компьютера и использования диалоговых обучающих программ, "разработанных в соответствии с изложенными выше идеями об осознанном направлении обучения к $Z_{ЗБР}$" (символом к $Z_{ЗБР}$ обозначаются знания, соответствующие *ЗБР*) [2, 32].

3. Степень трудности предлагаемых задач на семинарских занятиях должна учитывать состав студенческой группы. Доказано, что в сотрудничестве студент может сделать больше, чем при самостоятельной работе, но "не бесконечно много, а только в известных границах, которые обусловлены состоянием его развития и его интеллектуальными возможностями" [1, 294].

Как правило, состав студенческой группы весьма разнороден. Есть студенты, имеющие существенные пробелы в знаниях по математике, полученных в средней школе, однако есть и такие студенты, которые заканчивали школу с усиленной подготовкой по математике. Если не учесть возможности обеих групп и давать для решения только задачи, предназначенные для среднестатистического студента, то трудности для слабых студентов оказываются непреодолимыми, а хороших студентов приходится обучать тому, что они могут и самостоятельно сделать. Этот факт вызван тем, что обучение осуществляется вне зоны ближайшего развития.

4. Предлагаемые для самостоятельной работы задачи должны стимулировать и предотвращать затухание психических функций в ЗАР.

Заключение

Взгляды Выготского о когнитивном развитии актуальны и сегодня; они могут направить усилия на введение новых элементов в планирование и организацию семинарских занятий по математическому анализу, в результате чего повысится эффективность процесса обучения студентов.

Литература:

1. Виготски Л.С. Мислене и реч. – София: Наука и изкуство, 1983. – 555 с.

2. Ганчев Ив. и др. Методика на обучението по математика. – Благоевград: Унив. изд. „Неофит Рилски", 2002. – 145 с.

3. Ганчев Ив. Основни учебни дейности в урока по математика. – София: Модул-96, 1999. – 198 с.

4. Dimitrova E. "The Tutor Classes in Teaching Higher Mathematics at the

University of Food Technologies, Plovdiv", Proceeding of the International Conference on Mathematics Education in Svishtov, pp. 344-349, Sofia, 2005.
5. Славин Р. Педагогическа психология. – София: Наука и изкуство, 2004. – 680 с.

ОДИН ИЗ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМЫ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ МАТЕМАТИКЕ

М.В. Таранова, Н.Г. Брагина
Россия, г. Новосибирск, Новосибирский государственный педагогический университет
bng@ngs.ru

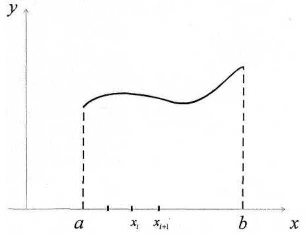
Дисциплина «Математический анализ» как предмет изучения имеет свою специфику. Например, объекты изучения данного предмета и их связи в которые они вступают друг с другом, являются абстрактными. Абстрактность понятий математического анализа вызывает использование их представлений. Однако в курсе математического анализа всякие выводы или суждения касаются не представлений, а самих абстрактных объектов. И репрезентации этих объектов являются лишь основой мысли, они действуют на воображение, ноне отождествляются с самими объектами. Это понимание дает основу методик введения нового понятия, конструирование которых на базе изученных, с одной стороны облегчает студенту восприятие нового через репрезентации освоенных абстрактных понятий, а с другой стороны, помогает формировать приемы их учебной и творческой деятельности. Проиллюстрируем сказанное на примерах.

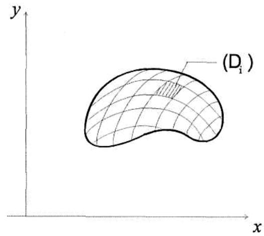
Пример 1. Введение понятия двойного интеграла как обобщение понятия определенного интеграла.

В начале лекции напоминается алгоритм введения понятия «определенный интеграл», а затем задается вопрос: «Можно ли обобщить понятие определенного интеграла функции одной переменной на функции двух переменных?». Студенты чаще всего выдвигают гипотезы: «1) Наверное, можно. 2) Можно. Но для этого область определения функции должна представлять собой прямоугольник, стороны которого параллельны координатным осям». Это предположение делается по аналогии с областью определения функции одной переменной.

При изложение материала записи лучше делать в двух частях доски. Например, в таком виде:

<table>
<tr><th>Определенный интеграл</th><th>Двойной интеграл</th></tr>
<tr><td>Пусть на отрезке [a, b] задана непрерывная функция $y=f(x)$.</td><td>Пусть в замкнутой области (D) плоскости Оxy задана непрерывная функция $z=f(x, y)$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Разобьем отрезок [a, b] (область (D)) на n элементарных отрезков (областей).</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>

$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$
Δx_i – длина i-того отрезка
на каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ выберем точку τ_i.</td><td>

$\Delta s_i = s_{i+1} - s_i$
Δs_i – площадь i-той области (D_i)
В каждой области Δs_i выберем точку (μ_i, η_i).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Найдем произведения</td></tr>
<tr><td>$f(\tau_i)\Delta x_i$</td><td>$f(\mu_i, \eta_i)\Delta s_i$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Составим сумму всех таких произведений</td></tr>
<tr><td>$\sum_{i=1}^{n} f(\tau_i)\Delta x_i$ – интегральная сумма функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.</td><td>$\sum_{i=1}^{n} f(\mu_i, \eta_i)\Delta s_i$ – интегральная сумма функции $f(x, y)$ в области (D).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Рассмотрим предел интегральной суммы, когда при $n \to \infty$ максимальный</td></tr>
<tr><td>шаг разбиения отрезка $[a, b]$ стремится к нулю
$$\lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\tau_i)\Delta x_i$$</td><td>диаметр d_i элементарной области разбиения Δs_i стремится к нулю
$$\lim_{\max d_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\mu_i, \eta_i)\Delta s_i$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Если этот предел существует и не зависит ни от способа разбиения отрезка $[a, b]$ (области (D)) на части, ни от выбора точек в них, то он называется</td></tr>
<tr><td>определенным интегралом функции $f(x)$ на $[a, b]$. Обозначают
$$\int_a^b f(x)dx$$</td><td>двойным интегралом функции $f(x, y)$ по области (D). Обозначают
$$\iint_{(D)} f(x, y)dxdy \text{ или } \iint_{(D)} f(x, y)ds$$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Таким образом, по определению:</td></tr>
<tr><td>$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\tau_i)\Delta x_i$$</td><td>$$\iint_{(D)} f(x, y)dxdy = \lim_{\max d_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\mu_i, \eta_i)\Delta s_i$$</td></tr>
</table>

Обобщением определенного интеграла на случай трех переменных является тройной интеграл. Введение этого нового понятия строится аналогично предыдущему.

Пример 2. Введение понятия криволинейного интеграла первого рода.

Естественным обобщением определенного интеграла на случай, когда область интегрирования есть некоторая кривая, является криволинейный интеграл. Методика введения этого понятия строится на основе идеи сопоставления, что, с одной стороны, позволяет формировать приемы учебно-исследовательской деятельности (анализ, сравнение и пр.), с другой стороны, способствует более глубокому и осознанному пониманию вводимого понятия.

Определенный интеграл	**Криволинейный интеграл I рода**
Пусть на отрезке $[a, b]$ задана непрерывная функция $y=f(x)$.	Пусть на плоскости Oxy задана некоторая кривая (L) длины l. Рассмотрим непрерывную функцию $f(x, y)$, определенную в точках кривой (L).
Разобьем отрезок $[a, b]$ на n отрезков. Длина i-того отрезка $\Delta x_i=x_{i+1}-x_i$	Разобьем дугу (L) точками M_0, M_1, ..., M_n на n произвольных дуг M_iM_{i+1} с длинами Δl_i.
На каждом отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ выберем точку τ_i	На каждой из дуг M_iM_{i+1} выберем точку $P_i(\mu_i, \eta_i)$
Найдем произведение $f(\tau_i)\Delta x_i$	Найдем произведение $f(\mu_i, \eta_i)\Delta l_i$
Составим сумму всех таких произведений	
$\sum_{i=1}^{n} f(\tau_i)\Delta x_i$ – интегральная сумма функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$.	$\sum_{i=1}^{n} f(\mu_i, \eta_i)\Delta l_i$ – интегральная сумма функции $f(x, y)$ по кривой (L).
Рассмотрим предел интегральной суммы, когда при $n\to\infty$ максимальный шаг разбиения $\Delta x_i\to 0$ $\lim\limits_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\tau_i)\Delta x_i$	Рассмотрим предел интегральной суммы, когда при $n\to\infty$ максимальная длина дуги $\Delta l_i\to 0$ $\lim\limits_{\max \Delta l_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\mu_i, \eta_i)\Delta l_i$
Если этот предел существует и не зависит ни от способа разбиения отрезка $[a, b]$ на части, ни от выбора точек в них, то он называется определенным интегралом функции $f(x)$ на $[a, b]$. Обозначают $\int_a^b f(x)dx$	Если этот предел 3 и не зависит ни от способа разбиения кривой (L) на части, ни от выбора точек в них, то он называется криволинейным интегралом по длине кривой (L) (или I рода). Обозначают $\int_{(L)} f(x, y)dl$
Таким образом, по определению	
$\int_a^b f(x)dx = \lim\limits_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\tau_i)\Delta x_i$	$\int_{(L)} f(x, y)dl = \lim\limits_{\max \Delta l_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\mu_i, \eta_i)\Delta l_i$

Аналогичным образом можно рассматривать теории пределов, непрерывности, дифференцируемости функций одной и нескольких переменных.

ЩОДО ПИТАННЯ ПРО ВРАХУВАННЯ ОСОБИСТІСНИХ АСПЕКТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

С.П. Демчик, Т.М. Сапіліді, В.М. Тимощук
м. Рівне, Рівненський державний гуманітарний університет
tymoschuk_v@ukr.net

Пошук, теоретичне обґрунтування і практичне запровадження ефективних шляхів у вирішенні конструктивних нововведень в освіті знаходять своє відображення у зверненні до особистісно орієнтованої взаємодії між викладачем і студентом, у спрямуванні навчального процесу на взаємне зростання їх як особистостей. Вдосконалення процесу навчання орієнтується на застосуванні різноманітних активізуючи методів, прийомів, засобів, інноваційних технологій навчання.

Сучасні дослідження переконують, що без активності студентів у навчальному процесі не може бути успішним засвоєння знань. Із цього приводу актуальною залишається проблема стимулювання пізнавальної активності й самостійності мислення студентів, що може знайти своє розв'язання за умови наукової розробки та застосування педагогічних інновацій. Це вимагає відповідної методики організації навчального процесу, яка б створювала сприятливі умови для усвідомлення студентами вагомості нових знань, давала б їм змогу продемонструвати свій інтелект, ерудицію, рівень самостійного аналізу, свої вміння робити висновки, узагальнення, свою здатність до формування конструктивних ідей.

Наше розуміння та впровадження модульного підходу до вивчення студентами факультету математики та інформатики Рівненського державного гуманітарного університету курсу математичного аналізу визначається такими факторами:

- механізм взаємодії викладача і студента на різних етапах навчального процесу як певного циклу навчально-пізнавальної діяльності передбачає зміщення акцентів з інформаційно-пізнавального на консультативно-координуючо-розвиваюче;
- орієнтація на зменшення кількості аудиторного навчального часу при вивченні дисциплін вимагає посилення ролі і переосмислення організації самостійної роботи студентів, яка координується і контролюється постійно;
- позитивні результати найбільш виявляються в ході самостійного пошуку, вирішенні проблемних ситуацій, які посилюють інтерес студентів до творчого розв'язання важливих проблем;
- фрагментарне залучення студентів до самонавчання не вирішує проблеми інтенсифікації навчального процесу. Лише систематичне включення елементів самоосвіти студентів у процесі їх навчання на всіх етапах дозволяє підвищувати рівень підготовки майбутніх вчителів, істотно активі-

зувати пізнавальну діяльність.

Ефективною формою реалізації особистісно орієнтованого навчання і розвитку творчого потенціалу особистості є самостійна робота. Колектив авторів працював над проблемою організації самостійної роботи студентів при викладанні математичного аналізу в умовах Болонського процесу. Зокрема, по матеріалу кожного семестру при вивченні дисципліни автори пропонують використовувати інтерактивні навчально-контролюючі комплекси як засіб самостійного навчання і самоконтролю, що реалізовується в індивідуальному режимі кожним студентом упродовж усього семестру.

Кожен із створених комплексів-модулів складається із наступних блоків:

- теоретичні відомості, що охоплюють матеріал всього семестру і являють собою розгорнутий курс лекцій дисципліни;
- зразки виконання завдань різного ступеня складності з використанням за необхідністю мультимедійних технологій (наприклад, для розділу «Кратні інтеграли» є можливість побачити на екрані перерізи поверхонь другого порядку, проекції утворених тіл на площину ХОУ, тощо);
- тестові завдання для перевірки рівня засвоєння теоретичного матеріалу, результати яких використовуються студентом виключно для самоконтролю;
- завдання трьох типів:

1) репродуктивні (такі, що забезпечують організацію первинної діяльності на основі визначеної моделі, – студенти розв'язують завдання за готовим зразком у типовій ситуації);
2) частково-пошукові (такі, що забезпечують самостійну діяльність з елементами самоконтролю, – студенти розв'язують завдання за алгоритмом, складеним напівсамостійно);
3) творчі (ці завдання забезпечують самостійну діяльність елементами творчості, – студенти розв'язують завдання за самостійно складеним алгоритмом у новій нестандартній ситуації).

Даний комплекс передбачає можливість вдосконалення кожного структурного елемента, зокрема модифікації процесу обробки результатів тестів та виконаних самостійно завдань творчого рівня.

Наш досвід викладання курсу математичного аналізу показав, що особистісно-діяльнісний підхід до навчання неможливий без попередньої діагностики навченості і научуваності студентів, рівневої та профільної диференціації навчання, раціонального поєднання колективної, групової та індивідуальної роботи зі студентами та належним чином організованої самостійної роботи. Студенти, які навчалися за допомогою вище описаних інтерактивних програм не тільки краще засвоювали основні означення, формулювання теорем і доведення їх, але і краще застосовували одержані знання для розв'язування задач. Впровадження таких програм позитивно впливає на розвиток пізнавальної активності студентів, дає змогу свідомо планувати дослідження, пов'язані із засвоєнням і застосуванням теоретичних питань, сприяє становленню самостійності в мисленні та діяльності, що є необхідною умовою підготовки висококваліфікованого спеціаліста.

Література:

1. Андрущенко В. Модернізація педагогічної освіти України в контексті Болонського процесу // Вища освіта України. – 2004. – №1.
2. Бондарчук Ю., Чуйко Г. Удосконалення форм і методів навчання відповідно до вимог Болонського процесу // Вища школа. – 2005. – №2.
3. Демчик С.П., Сапіліді Т.М., Тимощук В.М. Використання інтерактивних комп'ютерних програм як один із елементів технології модульного навчання // Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи. Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції, м. Полтава, 9-10 грудня 2003 року. – Полтава: ПДПУ, 2003.

ПРО МОДУЛЬНО-РЕЙТИНГОВУ СИСТЕМУ КОНТРОЛЮ ТА ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ З КУРСУ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Т.В. Колесник
м. Київ, Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
KolesnikTV@ukr.net

Багатоступенева система підготовки спеціалістів вищої кваліфікації вимагає впровадження технологій навчання, які були б зорієнтовані на розвиток творчих здібностей студентів, індивідуалізацію та диференціацію процесу навчання, формування навичок самостійного оволодіння та застосування знань. Сучасні технології навчання мають враховувати особливості навчальної діяльності, її зміст і структуру, мати особистісно-орієнтовану спрямованість, завдяки чому знання, уміння і навички перетворюються на засіб розвитку пізнавальних і особистісних можливостей студента [1].

Контроль навчально-пізнавальної діяльності студентів є важливим засобом управління процесом навчання у системі вищої освіти. Основною метою контролю та оцінювання знань є визначення якості засвоєння навчального матеріалу – рівня оволодіння знаннями. вміннями та навичками, передбаченими програмою навчальної дисципліни. Контроль, виконуючи навчальну, коригуючу, методичну, оцінювальну, діагностичну та виховну функції, позитивно впливає на засвоєння програмного матеріалу, сприяє вдосконаленню методики організації навчальних занять, підвищує відповідальність студентів і викладачів за рівень і якість знань, відкриває можливості для оцінки особистих якостей студентів. Завдяки цим функціям контроль сприяє підвищенню рівня знань та умінь з навчальної дисципліни, стимулює активну самостійну роботу студентів, створює умови для самореалізації особистості, забезпечує диференціацію та індивідуалізацію навчання, надає викладачу інформацію, необхідну для оцінки ступеня засвоєння навчального матеріалу та вдосконалення навчальної та методичної роботи [2].

На особливу увагу заслуговує модульний принцип структурування навчального матеріалу та рейтингова система контролю та оцінювання знань студентів. Основним структурним елементом модульної системи навчання є дидактичний модуль. Під дидактичним модулем розуміють відносно самостійний, функціонально-орієнтований фрагмент процесу навчання, який має власне програмно-цільове та методичне забезпечення і є елементом чітко відпрацьованої педагогічної технології. Модуль являє собою опрацьовану в структурному, семантичному відношенні інформацію, яка є компактною, щільною в своєму змістовому насиченні.

Зміст модуля-це розділ курсу, який містить одне фундаментальне поняття або кілька споріднених та взаємопов’язаних понять. Форма модуля передбачає різні види навчальної діяльності: лекції, практичні заняття, різні види контролю, завдання для самостійної роботи, які доцільні для засвоєння даного модуля та формування відповідних фундаментальних понять. Мета кожного модуля має бути чітко визначеною: інформаційна, систематизуюча, узагальнююча, підсумкова, проблемна. Дидактичне забезпечення кожного модуля передбачає розподіл навчального матеріалу на лекційний, для розгляду на практичних заняттях, для самостійного опрацювання студентами.

Гнучкість модульної системи передбачає індивідуалізацію та інтенсифікацію навчального процесу, що потребує удосконалення організації самостійної роботи студентів. Очевидно, що мірою самостійної роботи слід вважати ступінь самостійної розумової діяльності. Самостійна робота може відбуватися при будь-якій формі організації навчальної діяльності, зокрема, і під час лекцій, де мислення, звісно, є максимально керованим. Найбільш продуктивною є суто самостійна робота студентів без викладача, основною метою якої є формування самостійності як риси особистості, засвоєння знань та формування умінь і навичок, що стане необхідним у подальшому для творчого підходу до своєї професійної діяльності. До самостійної роботи слід віднести опрацювання конспектів лекцій, вивчення додаткової наукової та методичної літератури, самостійне опрацювання окремих питань програмного матеріалу, підготовка до практичних занять, контрольних робіт, колоквіумів, екзаменів та інших форм поточного та підсумкового контролю знань [3].

Нова структура вищої освіти передбачає фундаменталізацію освіти на першому ступені навчання шляхом підвищення ролі загальнонаукової підготовки, яка посилює базову освіту. Для широкого кола природничо-наукових фахів курс математичного аналізу відіграє основоположну роль у такій підготовці. Досвід викладання курсу математичного аналізу для студентів математичних та фізичних спеціальностей НПУ імені М.П. Драгоманова показує, що модульно-рейтингова система дозволяє підвищити ефективність та систематичність роботи студентів протягом семестру, істотно покращати їх самостійну роботу, одержати більш об’єктивну оцінку знань та рівня фахової підготовки кожного студента і визначити їх подальший шлях навчання за ступеневою системою підготовки спеціалістів.

Модульна технологія навчання на основі системно структурного підходу з рейтинговою системою контролю і оцінки знань студентів охоплює всі види навчальної діяльності студента при вивченні курсу математичного аналізу – від лекцій і практичних занять до екзамену. Навчальний матеріал курсу математичного аналізу кожного семестру поділяється на тематичні блоки – модулі, які містять одну або кілька тем і розраховані в середньому на 15–18 годин лекцій та практичних занять. Кожний такий модуль складається з трьох основних частин : програмної, навчальної та контролюючої. Програмна частина призначена для ознайомлення з основними програмними вимогами до результатів вивчення теми із зазначенням допустимих рівнів засвоєння. Навчальна частина складається з параграфів відповідно до теоретичного змісту навчального матеріалу теми та змісту практичних занять. Контролююча частина модуля виконує здебільшого діагностичну функцію і містить комплекси різнорівневих контрольних та тестових завдань , які слугуватимуть матеріалом для самопідготовки студентів до тематичної атестації. Ця частина модуля виконує одночасно і певну методичну функцію та призначена для здійснення самоконтролю в процесі вивчення математичного аналізу, оскільки студент має можливість самостійно оцінити якість вивчення того чи іншого питання, міцність сформованих вмінь і навичок, труднощі та прогалини, що виникли. Самоконтроль виховує самостійність, формує більш високий рівень мотивації навчання, стає додатковим навчальним засобом для формування механізмів інтелектуального контролю, корекції, вдосконалення способів навчальної діяльності – основи саморозвитку особистості.

До кожного модуля вказуються основні вимоги до рівня знань, умінь і навичок, література для опрацювання матеріалу, форми контролю та їх рейтингова оцінка. До відома студентів заздалегідь доводять зміст модулів, графік контролю та оцінювання у балах з кожного виду контролю. Замість традиційної вузівської шкали оцінок від "відмінно" до "незадовільно" доцільно використовувати 12-бальну систему оцінок для більш точного та диференційованого оцінювання якості і глибини знань.

Після вивчення кожного модуля або кількох змістовно пов'язаних між собою модулів проводиться тематичний контроль у вигляді контрольної роботи, колоквіуму та розрахунково-графічної роботи. Контрольна робота виконується студентами під час практичних занять і містить різнорівневі завдання у вигляді прикладів і задач після вивчення навчального матеріалу кожного модуля. Колоквіум призначений для перевірки знань студентів з певної частини теоретичного матеріалу і проводиться в усній або письмовій формі. Розрахунково-графічна робота виконується студентами в позааудиторний час за індивідуальними завданнями, зміст яких затверджує кафедра. Загальний семестровий рейтинг кожного студента включає також певну кількість балів за роботу на лекціях і практичних заняттях, виконання домашніх завдань, а також за необов'язкові види роботи (індивідуальні домашні завдання, участь у роботі наукового гуртка з математичного аналізу, олімпіад з математики тощо).

Важливим етапом у модульно-рейтинговій системі є підсумковий контроль, який проводиться в кінці семестру на матеріалі всіх дидактичних модулів і призначений для узагальнення і систематизації набутих знань. При вивченні математичного аналізу підсумковий контроль дозволяє встановити причинно-наслідкові зв'язки і відношення між поняттями та їх властивостями, виділити головне, розглядати окрему тему чи розділ як частину цілісної системи. Узагальнення і систематизація навчального матеріалу – два взаємопов'язані процеси, які передбачають розширення обсягу понять, перенесення їх на інші об'єкти на основі встановлення між ними істотних зв'язків і взаємозалежностей, що призводить до виявлення нових існуючих загальних зв'язків і закономірностей. Форми проведення підсумкового контролю можуть бути різними: тестування, співбесіда, комплексна контрольна робота або колоквіум тощо. За результатами підсумкового контролю кожний студент має можливість підвищити свій загальний семестровий рейтинг.

Переведення балів загального рейтингу в оцінку п'ятибальної системи проводиться за прийнятим критерієм оцінок. Функція оцінки, як відомо, не обмежується лише констатацією рівня навченості студента. Оцінка-важливий засіб позитивної мотивації, стимулювання учіння, впливу на особистість. Саме під впливом об'єктивного оцінювання у студентів створюється адекватна самооцінка, критичне ставлення до своїх досягнень.

Студенти, семестровий рейтинг яких становить 80-100% або 65-79% від максимально можливого, звільняються від екзамену і одержують відповідно оцінку "відмінно" та "добре". В середньому таких студентів виявляється 20-25%. Студенти, які мають кількість балів, що не перевищує 30% від максимально можливої кількості, тобто мають оцінку "незадовільно", не одержують залік і не допускаються до екзамену, як такі, що не виконали вимог начального плану.

Слід зазначити, що запровадження модульно-рейтингової системи потребує розробки, використання, постійного поновлення і вдосконалення методичного забезпечення для її здійснення: банк різнорівневих тестових і контрольних завдань для тематичного та підсумкового контролю, завдання для самостійної роботи тощо. Мова йде про створення інформаційно-дидактичних матеріалів для кожного модуля, диференційованих за рівнем навчальної діяльності студента (репродуктивна, продуктивна, творчо-пошукова), призначених для реалізації індивідуального та диференційованого навчання. Серед дидактичних матеріалів важливим є також і мотиваційний матеріал (система проблемних та евристичних задач і запитань, творчі і дослідницькі завдання, задачі міжпредметного змісту, історичні матеріали до відповідних тем тощо). Там, де це доцільно, студентам слід рекомендувати використовувати алгоритми і мову блок-схем та ілюструвати їх реалізацію. Важливим компонентом задачного матеріалу є прикладні задачі. Розгляд прикладних задач у різних розділах курсу математичного аналізу, складання відповідних математичних моделей, проведення комп'ютерного моделювання, в якому засобами динамічної графіки і мультиплікації імітується схема модельованого явища для різного набору параметрів або різних умов його протікання стане важливим кроком для формування у студентів вмінь математичного моделювання та проведення самостійних наукових досліджень.

Досвід показує, що модульно-рейтингова технологія навчання особливо ефективна на перших курсах, оскільки переважна більшість студентів досить важко адаптується до вузівської системи роботи, якщо відсутній постійний контроль за їх навчальною діяльністю. Часто через несистематичну роботу протягом семестру можна пояснити невдачі частини студентів під час першої екзаменаційної сесії.

Впровадження модульно-рейтингової системи навчання при вивченні математичного аналізу доводить, що ця технологія має майбутнє, оскільки спрямована на розвиток особистості, її індивідуально-психологічних особливостей і передбачає не тільки накопичення знань, але і формування механізму самореалізації майбутнього спеціаліста, розвиток його пізнавальних здібностей за рахунок оптимальної організації самостійної роботи. Навчити молоду людину самостійно поповнювати базу знань, сформувати її як творчу особистість, здатну до саморозвитку, можливо як за рахунок вдосконалення змісту навчальних програм, так і сучасними технологіями навчання, орієнтованими на використання нових інформаційних технологій.

Література:

1. Безпалько В.П. Слагаемые педагогической технологии. – М. Педагогика, 1989. – 190 с.
2. Одерий Л.П. Основы системы контроля качества обучения. – К.: ІСДО, 1995. – 131 с.
3. Чернилевский Д.В., Филатов О.К. Технология обучения в высшей школе. Учебное издание /под ред. Д.В. Чернилевского/. – М.: Экспедитор, 1996. – 228 с.

ПРО ОРГАНІЗАЦІЮ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ В УМОВАХ КРЕДИТНО-МОДУЛЬНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ

О.В. Мартиненко, О.М. Удовиченко
м. Суми, Сумський державний педагогічний університет
імені А.С. Макаренка
udovich_olga@pochta.ru

На сучасному етапі реформування системи освіти в Україні одним із головних завдань вищої школи є забезпечення ґрунтовної фундаментальної та спеціальної фахової підготовки майбутніх вчителів, формування і розвиток їх особистісних якостей як висококваліфікованих, професійно підготовлених спеціалістів. Одним із шляхів реалізації окреслених аспектів є впровадження в навчальний процес нових технологій, зокрема кредитно-модульної системи навчання. Основне призначення кредитно-модульної системи навчання – зміна організаційних засад педагогічного процесу у ВНЗ, яка забезпечує його демократизацію, умови для дійсної зміни місця студента в навчанні (перетворення його з об'єкта в суб'єкт цього процесу), запроваджується у дію принцип індивідуалізації навчання, надає навчально-виховному процесу необхідної гнучкості.

Кредитно-модульна система організації навчального процесу є безумовно позитивним чинником. Вона, з одного боку, стимулює систематичну роботу студента, що сприяє отриманню більш глибоких і тривалих знань, а з іншого дає можливість студенту уникнути того стресу, яким неодмінно є екзамен, хоча позитивний аспект екзамену –систематизацію всього навчального матеріалу в цілому – заперечити важко. Така організація роботи студента є тим більш актуальною, бо за останні роки з об'єктивних причин знизився рівень математичної підготовки більшості випускників шкіл.

Починаючи з минулого навчального року за даною системою працює СумДПУ імені А.С. Макаренка і, зокрема, фізико-математичний факультет. Саме тому актуальним є питання реалізації кредитно-модульної системи навчання при підготовці майбутнього вчителя математики.

Однією з основних математичних дисциплін при підготовці майбутнього вчителя математики є математичний аналіз, його вивчення має свої специфічні особливості. Основна частина курсу математичного аналізу є далекою від шкільного курсу математики, вона вивчає основні фундаментальні поняття математики (границя, похідна, інтеграл, числовий та функціональний ряд та інші), без глибокого засвоєння і розуміння яких неможливе розуміння багатьох застосувань математичного апарату у фізиці, технічних, економічних, соціологічних та інших дослідженнях.

Необхідною умовою організації навчального процесу за кредитно-модульною системою є наявність робочої навчальної програми з даної дисципліни, виконаної за кредитно-модульними засадами і доведеної до відома викладачів та студентів. У робочій навчальній програмі відображається конкретний зміст навчальної дисципліни математичного аналізу, послідовність та організаційно-методичні форми його вивчення, обсяг часу на різні види навчальної роботи, засоби і форми поточного та підсумкового контролю.

Нами розроблена робоча програма з математичного аналізу для студентів спеціальності «Математика», яка базується на кредитно-модульній системі організації навчального процесу. В її основі – правила модульного навчання, а саме: навчальний матеріал структурується з урахуванням чітко визначених дидактичних цілей; він організований як завершений блок задля конструювання єдиного змісту навчання, що реалізує дидактичну мету; відповідно до навчального матеріалу інтегруються різноманітні форми навчання.

Дана робоча програма ґрунтується на діяльнісному підході.

Програма курсу співвіднесена із спорідненими дисциплінами шляхом встановлення міжпредметних зв'язків. Особливе місце займають питання, пов'язані зі шкільним курсом математики та формуванням в особистості наукового світогляду.

Кредитно-модульна навчальна програма курсу розроблена з використанням системно-структурного підходу на основі логічного аналізу навчального змісту та освітньо-професійної програми підготовки вчителя математики, що відповідає Державному стандарту з математичного аналізу.

Особливості кредитно-модульної системи як специфічної навчальної технології вимагають забезпечення студентів інформацією щодо організації навчального процесу. Це можуть бути методичні матеріали, подані у різних формах.

Так, для студентів фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка розроблені відповідні методичні матеріали з курсу математичного аналізу, оформлені як методичний посібник.

Проаналізуємо його зміст. Спочатку подано опис предмета навчальної дисципліни, що включає предмет, рік підготовки студентів, напрям, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень та характеристику навчальної дисципліни (обов'язкова, рік підготовки, кількість годин для теоретичних та практичних аудиторних занять, індивідуальної та самостійної роботи та форма підсумкового контролю). Чітко сформульовані мета та завдання навчального курсу з конкретними вимогами як до теоретичних знань («знати»), так і до практичних вмінь («вміти»), кількість годин на кожний рік навчання подана посеместрово: аудиторні заняття (лекції, практичні заняття, індивідуальні заняття), самостійна робота, форми семестрового контролю.

Зміст тематичного планування навчального матеріалу відповідає семестрам та змістовим модулям у кожному семестрі.

Дуже важливим моментом для самоорганізації студентів є представлена таблицею структура залікового кредиту курсу та методика розподілу балів за виконання практичної частини, завдань індивідуальних і контрольних робіт та самостійну підготовку теоретичних питань.

Відкритим залишається питання щодо присвоєння певної кількості балів за відвідування занять.

Одним з важливих складників математичної освіти є практичні заняття з математичного аналізу. Лекції закладають підвалини наукових знань та світогляду, а практичні заняття закріплюють, розширюють та поглиблюють ці знання. З метою закріплення інформації, отриманої студентами на лекціях, більш детального вивчення теоретичних положень, формування вмінь та навичок практичного застосування здобутих теоретичних знань були розроблені теми практичних занять з математичного аналізу та практичні завдання до кожної з тем, а також зазначена наукова та навчальна література, список якої поданий дещо пізніше.

Часто практичне заняття починається з постановки задач та визначення мети. Цей момент для викладача є особливо відповідальним, оскільки саме в цьому проявляється педагогічні здібності викладача. Таке попереднє обговорення є підґрунтям для успішного виконання студентами практичних завдань. Потрібно постійно виховувати у студентів почуття відповідальності, звичку до самоконтролю, а тому іноді бажано давати задачі без відповідей. Підкреслимо, що важливою складовою практичних занять повинна бути самостійна робота студентів.

За умов кредитно-модульної системи навчання можна виділити такі форми самостійної роботи:

– самостійна робота по закріпленню і свідомому оволодінню лекційним матеріалом;
– опрацювання наукової та навчальної літератури, рекомендованої викладачем;
– самостійне вивчення деяких розділів та тем теоретичного курсу, спрямоване на поглиблення і вдосконалення знань, а також на формування навичок роботи з навчальною літературою;
– самостійне розв’язування задач з метою формування умінь і навичок практичного застосування вивченого матеріалу;
– підготовка доповідей для студентської наукової конференції;
– виконання курсових та дипломних робіт.

Самостійну роботу по формуванню умінь і навичок практичного застосування вивченого матеріалу студенти виконують у різних формах:

– виконання поточних домашніх завдань, які є однаковими для всіх студентів, що відповідають темі прочитаної лекції, і спрямовані на покращення засвоєння теоретичного матеріалу;
– виконання індивідуальних розрахункових завдань по розв’язанню типових задач, що відповідають певному модулю навчальної програми;

– написання самостійних робіт на практичних заняттях [1].

Завдання для індивідуальної роботи містять відповідні до теми задачі, причому запропоновано неменше, ніж 20 варіантів кожного завдання.

Успішне виконання самостійної роботи повинно забезпечуватись наявністю достатньої кількості відповідної наукової та навчальної літератури та можливістю отримати певну допомогу від викладача, тому для допомоги студентам при виконанні даних робіт зроблені посилання на відповідну літературу та запропоновані зразки розв'язування завдань з детальними поясненнями. У даному посібнику представлені завдання для самостійної роботи, які за змістом повністю відповідають теоретичній та практичній частинам даного курсу.

Однією з найважливіших форм співпраці «викладач – студент» є консультації, які можуть мати як груповий, так і індивідуальний характер.

Контрольні заходи якості підготовки фахівців в університеті є необхідним елементом зворотного зв'язку в навчальному процесі. Саме вони забезпечують визначення рівня виконання завдань навчання і дозволяють корегувати, при необхідності, хід навчального процесу. Однією з форм контролю засвоєння теоретичного матеріалу є колоквіуми, які доцільніше проводити окремо для кожного модуля.

Отже, питання до колоквіуму, запропоновані у даному методичному посібнику, дозволяють кожному студенту постійно контролювати свій рівень теоретичної підготовки.

Відомо, що далеко не кожний студент, а особливо першокурсник, може самостійно відшукати необхідну наукову та навчальну літературу, тому поданий у посібнику список рекомендованої наукової і навчальної літератури дозволяє студенту організувати своє навчання та є корисним при самостійному опрацюванні теоретичних та практичних завдань.

На наш погляд було доцільним подати у стислому варіанті основні теоретичні положення курсу математичного аналізу (відповідно до року навчання), а також проілюструвати теоретичний матеріал цікавими прикладами з детальним поясненням методики їх розв'язування.

Література:

1. Михалін Г.О. Формування основ професійної культури вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу: Дис. … докт. пед. наук: 13.00.02. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004.

ПРОФЕСІЙНА ЗНАЧИМІСТЬ ОСНОВНИХ ТЕОРЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ

Л.І. Дюженкова[1α], Г.О. Михалін[1β], О.Ю. Дюженкова[2γ]
[1] м. Київ, Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
[2] м. Київ, Міжрегіональна академія управління персоналом
[α] dujen@yandex.ru
[β] ki@ifmion.npu.edu.ua
[γ] oduzen@yandex.ru

Вивчення основних теорем диференціального числення надає можливості глибокого аналізу властивостей функцій та їхніх похідних. Ці теореми встановлюють зв'язки між окремими властивостями функцій та їх похідних, що становить теоретичну основу застосувань диференціального числення та розкриває широкі можливості для різноманітних застосувань. Саме внаслідок своєї значимості вони й названі основними теоремами диференціального числення.

До них належать теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші і Дарбу. Їх називають також теоремами про середнє, бо вони в деякій мірі характеризують середнє значення функції на певному проміжку.

Вони є специфічними теоремами саме для функції дійсної змінної і не є правильними для комплексно значних функцій. Це можна проілюструвати за допомогою механічного тлумачення похідної [6].

Справді, якщо матеріальна точка, рухаючись прямолінійно з певного початкового положення, пройшла за час t_0 максимально можливий шлях $s(t_0)$, то для того, щоб повернутися у початкове положення (теорема Ролля) , чи якесь попереднє положення (теорема Ферма), ця точка повинна зупинитися у момент часу t_0, тобто має виконуватись рівність $\upsilon(t_0)=s'(t_0)=0$. Тоді як, рухаючись у комплексній площині, де закон руху описується комплекснозначною функцією дійсної змінної $z=z(t)$, $t\in[t_1;\, t_2]$, вона може повернутися у початкове положення, ніде не зупиняючись ($\upsilon(t)=z'(t)\neq 0\ \forall t\in[t_1;\, t_2]$). Наприклад, якщо закон руху описується функцією $z(t)=e^{it}$, $t\in[0;\, 2\pi]$, то $z(0)=z(2\pi)=e^0=1$, проте $z(t)=ie^{it}\ \forall t\in[0;\, 2\pi]$.

Тому теорема Ролля, а отже, й теорема Лагранжа, не мають місця для комплекснозначних функцій. Разом з тим для таких функцій має місце нерівність Лагранжа: $|z(t_1)-z(t_2)|\leq|z'(t^*)|\cdot|t_1-t_2|$, що має важливі застосування (наприклад, за допомогою цієї нерівності можна довести критерій сталості комплекснозначної функції на даному проміжку.

При доведенні теорем Ролля, Лагранжа і Коші доцільно підкреслити, що серед цих теорем найменш загальною є теорема Ролля, а найбільш загальною – теорема Коші, проте остання є наслідком теореми Ролля, а теорему Лагранжа доцільно не доводити окремо за допомогою теореми Ролля, а дістати як наслідок теореми Коші. Отже, на прикладі названих теорем доцільно спростовувати поширену помилкову думку, що менш загальне твердження є наслідком більш загального.

Важливо підкреслювати, що всі три умови теореми Ролля є суттєвими, тобто якщо принаймні одна з них не виконується, то теорема Ролля не є правильною [3]. Це можна підтвердити такими прикладами:

1) функція $f(x)=\frac{1}{x}$, коли $0<x\le 1$ і $f(0)=1$, неперервна на проміжку $(0; 1]$, диференційована в інтервалі $(0; 1)$ і $f(0)=f(1)=1$ Проте $f'(x)=-\frac{1}{x^2}\ne 0 \quad \forall x\in(0;1)$. Це пояснюється тим, що порушену умову теореми Ролля про неперервність функції саме на відрізку, а не на довільному проміжку;

2) функція $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$, $x\in[-1;1]$, є неперервною на відрізку $[-1; 1]$ та диференційовною в інтервалі $(-1; 1)$, крім точки $x=0$. Однак $f'(x)=\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\ne 0$ для всіх $x\in(-1; 1)$. Тут порушено умову диференційовності функції в інтервалі $(-1; 1)$;

3) нехай $f(x)=e^x$, $x\in[0; 1]$ Дана функція неперервна на відрізку $[0; 1]$, диференційована на ньому, причому $f'(x)=e^x\ne 0$. У цьому випадку не виконується умова $f(a)=f(b)$, оскільки $f(0)=1\ne e=f(1)$.

Геометричний зміст теореми Ролля: якщо функція задовольняє умови теореми Ролля, то на графіку цієї функції знайдеться принаймні одна точка, в якій дотична паралельна осі *OX*.

Якщо $f(a)=f(b)=0$, то теорему Ролля можна сформулювати так: між двома нулями функції лежить хоча б один нуль похідної. Тому теорему Ролля іноді називають *теоремою про нулі похідної*.

Геометричний зміст теорем Лагранжа та Коші: на дузі *AB* знайдеться точка, у якій дотична паралельна січній *AB*. Таких точок може бути й декілька.

Неважко помітити, що теорема Ролля є частинними випадком теореми Лагранжа, коли січна *AB* паралельна осі *OX*, тобто, коли $f(a)=f(b)$. У випадку теореми Коші вважаємо, що дуга *AB* задана параметрично [3].

При доведенні теореми Лагранжа пропонується ввести в розгляд допоміжну функцію, проте, як правило, в існуючих посібниках не пояснюється, звідки береться ця функція і як її запам'ятати студенту.

Подаючи відповідний матеріал майбутнім інженерам, можна і не пояснювати, звідки береться відповідна допоміжна функція, оскільки їх більше цікавить кінцевий результат. Для майбутніх учителів математики бажано не тільки пояснити причину появи такої функції, а й знайти разом з ними таке доведення, у якому ця допоміжна функція з'являється природним чином.

Оскільки теорему Лагранжа можна розглядати як наслідок теореми Коші, то досить провести міркування лише для теореми Коші.

При цьому появу допоміжної функції можна обґрунтувати так:

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(c)}{g'(c)} \Leftrightarrow \left((f(b)-f(a))g-(g(b)-g(a))f\right)'(c)=0 .$$

Тепер природно виникає функція

$$\varphi(x)=(f(b)-f(a))g(x)-(g(b)-g(a))f(x),\ x\in[a;b],$$

що задовольняє умови теореми Ролля на відрізку $[a; b]$, а тому існує така точка $x \in[a; b]$, що $\varphi'(c)=0$. Отже, справджується шукана рівність. Теорему Лагранжа звідси дістаємо при $g(x)=x$ [4].

Враховуючи, що формулу Лагранжа можна записати у вигляді $\Delta y=f'(x+\theta\Delta x)\Delta x$, $0<\theta<1$, її називають також *формулою скінченних приростів*, оскільки вона виражає точне значення приросту функції Δy через похідну в деякій точці інтервалу $(a; b)$ і скінченне значення приросту аргументу Δx.

У теоремі Лагранжа вказується лише на існування точки, для якої справедлива формула Лагранжа, проте, незважаючи на цей недолік, використання даної теореми як в математичному аналізі, так і в суміжних науках надзвичайно широке.

Теорема Лагранжа має також і *механічну інтерпретацію* [1]. Якщо $s=s(t)$, $t_1<t<t_2$ – закон руху матеріальної точки, то відношення $\frac{s(t_2)-s(t_1)}{t_2-t_1}$ характеризує середню швидкість руху за проміжок часу $[t_1; t_2]$. Теорема Лагранжа стверджує, що в деякий момент часу $c\in(t_1; t_2)$ миттєва швидкість неодмінно збігається із середньою швидкістю: $\frac{s(t_2)-s(t_1)}{t_2-t_1}$, $c\in(t_1; t_2)$.

Іншими словами, серед усіх можливих швидкостей $s'(t)$, $t\in[t_1; t_2]$ неодмінно знайдеться така швидкість $s'(c)$, що коли її підтримувати сталою, то за той самий проміжок часу $t\in[t_1; t_2]$ точка пройде той самий шлях $s(t_2)-s(t_1)$, що і при русі із змінною швидкістю $s'(t)$: $s(t_2)-s(t_1)=s'(t)(t_2-t_1)$.

Якщо при цьому русі в деякий момент часу t^* доводиться повертати назад, то для цього швидкість треба повністю погасити: $s'(t^*)=0$ (теорема Ролля). Зрозуміло, що ці інтерпретації правильні лише тоді, коли закон руху $s(t)$ задовольняє умови, які відповідають умовам теорем Ролля і Лагранжа.

До теорем Дарбу про нульове значення похідної та про проміжні значення похідної доцільно підійти, відштовхуючись від механічного тлумачення похідної: якщо матеріальна точка рухається вздовж прямої $s=s(t)$, причому її початкове положення збігається з кінцевим, то в деякий момент часу ця точка повинна була зупинитися, щоб почати рух в протилежному напрямі. Це відразу наводить на думку, що коли точка у різні моменти часу t_1 і t_2 має протилежні напрямки руху, то в якийсь момент часу t_0, що лежить між t_1 і t_2, ця точка повинна зупинитися. У цьому й полягає суть першої теореми Дарбу, з якої вже неважко дістати її узагальнення про проміжні значення похідної (знову більш загальне твердження є наслідком менш загального!).

Варто зауважити, що у випадку неперервної похідної на даному проміжку теореми Дарбу є наслідками теореми Больцано-Коші про проміжні значення неперервної функції. Однак похідна функції дійсної змінної може бути й розривною функцією, до якої теорема Больцано-Коші не застосовна. Тому природно виникає питання, якими можуть бути точки розриву похідної. Виявляється, що похідна може мати лише точки розриву другого роду, а тому вона взагалі не має точок розриву на тих проміжках, де є монотонною, бо монотонна функція може мати точки розриву лише першого роду.

Дані факти доцільно обговорити зі студентами, причому деякі доведення можна винести на самостійне опрацювання. Значно важче обґрунтувати твердження про те, що похідна функція дійсної змінної може бути розривною на множині додатної міри, як завгодно близької до міри відрізка [a; b], на якому задана функція [7].

Такі задачі можуть бути предметом вивчення для найсильніших студентів, схильних до математичних досліджень.

Зауважимо, що перш ніж давати точні формулювання теорем Дарбу, доцільно поставити питання: «Чи може функція Діріхле бути похідною деякої функції?», «Чи може похідна деякої функції бути монотонною, проте розривною у певних точках?» тощо.

Наведені міркування є важливими для майбутнього вчителя математики, тому що вони розкривають проблемний метод навчання, яким має володіти кваліфікований вчитель.

Для закріплення матеріалу можна запропонувати студентам розв'язати наступні задачі [2].

1) Довести таке узагальнення теореми Ролля: нехай функція f диференційовна в інтервалі (a; b) і $f(a+)=f(b-)\neq\infty$. Тоді $\exists c \in (a;b) : f'(c) = 0$. У чому полягає узагальнення?

2) Які числа можуть бути точками c з теореми Ролля для функції $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)$?

3) За допомогою теореми Лагранжа довести дані нерівності:

а) $|\sin\alpha - \sin\beta| \leq |\alpha - \beta| \ \ \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$;

б) $arctg\, x - arctg\, y \leq x - y \ \ \forall x > y$.

4) Довести, що $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+...+\frac{1}{2n}\right)=\ln 2$.

Викладені ідеї реалізовані у навчальних посібниках [2; 3; 6], розміщених на сайті НПУ імені М.П. Драгоманова http://www.ifmion.npu.edu.ua.

Література:

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – К.: Вид-во А.С.К., 2003. – 648 с.

2. Дюженкова Л.І. та ін. Математичний аналіз у задачах і прикладах. Ч. 1. – К.: Вища школа, 2002. – 462 с.

3. Дюженкова Л.І., Дюженкова О.Ю., Михалін Г.О. Вища математика. Приклади і задачі. – К.: Академія, 2003. – 624 с.

4. Дюженкова Л.І., Деканов С.Я., Михалін Г.О. Індуктивний підхід до застосування допоміжних функцій при доведенні тверджень математичного аналізу // Тези Міжнародної науково-практичної конференції “Математична освіта в Україні: минуле, сьогодення, майбутнє (16-18 жовтня, 2007, Київ). – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2007. – С. 169–170.

5. Михалін Г.О., Дюженкова Л.І. Диференціальне числення функцій однієї змінної. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 1998. – 98 с.

6. Михалін Г.О. Професійна підготовка вчителя математика у процесі навчання математичного аналізу. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2003. – 320 с.

7. Натансон И.П. Теория функции вещественной переменной. – М.: Наука, 1974. – 480 с.

ТЕОРЕМА КОШІ

З.Ю. Філер
м. Кіровоград, Кіровоградський державний педагогічний університет
імені Володимира Винниченка
filier@rambler.ru

Вступ. Класична формула Коші про відношення приростів двох диференційованих функцій несиметрична, як і кожна пропорція, бо на нуль ділити не можна. Між тим, існує симетрична форма пропорції $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ – відповідний визначник $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}=0$. Тут рядки й стовпчики рівноправні, бо при зміні їх місцями визначники змінюють тільки знак, що не впливає на рівність визначника 0. Крім того, доведення теореми Коші, аналогічне доведенню теореми Лагранжа з побудови спеціальної допоміжної функції та застосуванням для неї теореми Ролля, достатньо громіздке [1–6]. Автор ставить мету позбутися цих недоліків та узагальнити теорему Коші: Якщо функції $u(x)$, $v(x)$ неперервні на відрізку $[a, v]$, $v(a)\neq v(v)$ й $\exists\ u'(x)$, $v'(x)$ в (a, v), то $\exists\ c\in(a, v)$, така, що $\frac{u(b)-u(a)}{v(b)-v(a)}=\frac{u'(c)}{v'(c)}$. У [6] розглядається лише теорема Лагранжа. У довіднику [5] теорема Коші названа «узагальненою теоремою про середнє значення (Коші)».

Симетрична форма теореми Коші. Розглянемо функцію

$$\varphi(x)=\begin{vmatrix} u(b)-u(a) & v(b)-v(a) \\ u(x)-u(a) & v(x)-v(a) \end{vmatrix}. \tag{1}$$

Очевидно, $\varphi(a)=0$ (другий рядок складається тоді з 0), та й $\varphi(v)=0$, бо тоді рядки визначника однакові. Тоді за теоремою Ролля існує точка $c\in(a; v)$, у якій похідна $\varphi'(c)=0$. Але похідна від цього визначника буде визначником, у якого взяті похідні від другого рядка, що й дає симетричну форму теореми Коші: якщо функції $u(x)$, $v(x)$ диференційовані в інтервалі $(a; v)$, то $\exists c\in(a; v)$, у якій справедлива рівність

$$\begin{vmatrix} u(b)-u(a) & v(b)-v(a) \\ u'(c) & v'(c) \end{vmatrix}=0. \tag{2}$$

Тут можлива рівність 0 будь-якого елементу визначника.

Зазвичай, теорему Коші використовують для доведення *правила Лопіталя*: стовпчики визначника (2) пропорційні, тобто відношення приростів функцій дорівнюють відношенню їх похідних, а при $v–a\to0$ й точка $c\to a$.

Окреме застосування теореми Лагранжа до чисельника й знаменника дає 2 незалежні точки C_1 і C_2. Лише при $u'(a)\neq 0$, $v'(a)\neq 0$, коли достатньо однократного застосування правила Лопіталя, цього достатньо.

Наслідок. Теорема Лагранжа. Якщо взяти $v(x)=x$, то $v'(x)\equiv 1$ й отримуємо *теорему Лагранжа*: якщо функція $u(x)$ диференційована в $(a; v)$, то $\exists c\in(a; v)$, для якої справедлива рівність $u(v)-u(a)=u'(c)\cdot(v-a)$. Вона має просте механічне та геометричне тлумачення: переміщення $u(v)-u(a)$ за час $T=v-a$ дорівнює середній швидкості, яка досягається в деякій "середній" момент c. На графіку час–переміщення $(x, u(x))$ хорда AB паралельна дотичній у деякій середній точці c (рис. 1), бо кутовий коефіцієнт дотичної дорівнює похідній, а кутовий коефіцієнт хорди – відношенню $u(v)-u(a)$ до $v-a$.

Кінематично-геометричне тлумачення теореми Коші. На рис. 1 показана траєкторія руху точки $\mathrm{M}(u(x); v(x))$ на площині $u\mathrm{O}v$. Час x на ній виступає в ролі параметра. Вектор переміщення $\boldsymbol{r}(v)-\boldsymbol{r}(a)=\mathbf{AV}$ *колінеарний* вектору швидкості $\boldsymbol{w}(c)=(u'(c); v'(c))$.

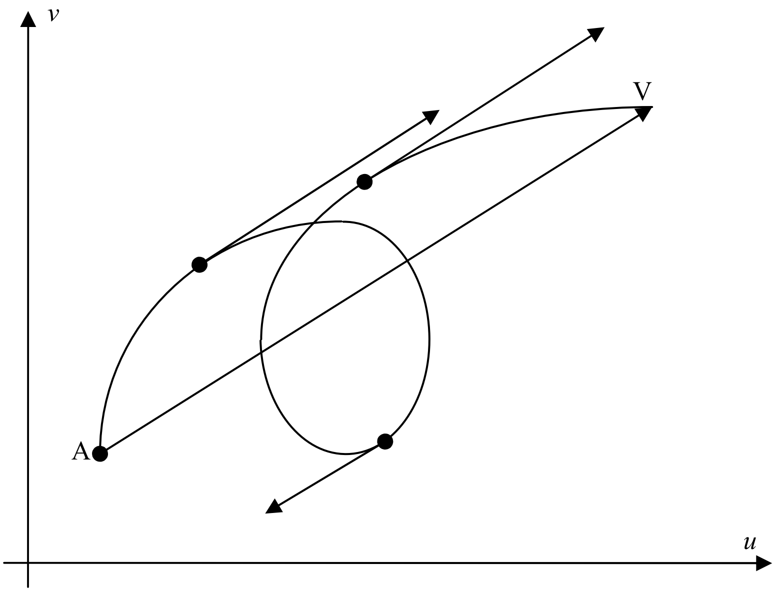


Рис. 1

В [4; 5] наведені аналогічні рисунки, які трактуються як траєкторія руху, заданого параметрично.

Середня швидкість не дорівнює швидкості в "середній точці". Але вже тут не справедлива рівність $\boldsymbol{r}(v)-\boldsymbol{r}(a)=\boldsymbol{w}(c)\cdot(v-a)$. Вектор $\boldsymbol{w}(c)=\boldsymbol{r}(\mathrm{c})$ лише колінеарний вектору переміщення $\boldsymbol{r}(v)-\boldsymbol{r}(a)$. Це означає, що існує таке *число* k, що $\boldsymbol{r}(v)-\boldsymbol{r}(a)=k\boldsymbol{w}(c)$, яке необов'язково дорівнює часу руху $v-a$. Крива-годограф вектора $\boldsymbol{r}(x)$ може по різному "блукати" з точки A в точку B. Десь дотична з направляючим вектором швидкості $\boldsymbol{w}(c)$ колінеарна хорді **AB**. Тут середня швидкість $\boldsymbol{w}_{\text{сер}}=|AB|/(v-a)\neq\boldsymbol{w}(c)$ у загальному випадку.

Теорема Коші-Лагранжа для комплексної функції дійсної змінної. Через те, що комплексне число $z=x+iy$ можна трактувати й як точку M(x; y) на площині xOy, і як комплексну функцію $f(x)=u(x)+iv(x)$ з дійсними x, $u(x)$, $v(x)$, то можна очікувати справедливості теореми Коші-Лагранжа: для диференційованої на (a; v) комплексної функції $f(x)$ знайдуться дійсні числа k й $c\in(a; v)$, для яких справедлива формула Коші-Лагранжа

$$f(v)-f(a)=kf'(c). \qquad (3)$$

Доведення випливає з пропорційності рядків визначника (2): існує таке (дійсне) число k, що $u(v)-u(a)=ku'(c)$, $v(v)-v(a)=kv'(c)$. Помноживши другу рівність на уявну одиницю $i=\sqrt{-1}$, отримаємо рівність (3).

Дійсність числа k означає, що $f(v)-f(a)$ и $f'(c)$ мають, як комплексні числа, однакові аргументи. Тобто, можна сформулювати теорему Коші *для комплексної функції дійсної змінної* так: якщо $f(x)=u(x)+iv(x)$ диференційована на відрізку (a; v), то на ньому знайдеться точка c, для якої справедлива рівність $arg(f(v)-f(a))=arg(f'(c))$. Тут важлива дійсність числа k, аргумент якого дорівнює нулеві.

Теорема Коші-Лагранжа для комплексної функції комплексної змінної. Якщо $z=x+iy$, то для диференційованої функції $f(z)$ на лінії, заданій параметрично $x=x(t)$, $y=y(t)$, $t\in(\alpha; \beta)$, знайдеться точка C, яка визначається параметром $\gamma\in(\alpha;\beta)$, та дійсне число k, для яких справедлива рівність

$$f(z(\beta))-f(z(\alpha))=kf'(z(\gamma))(z(\beta)-z(\alpha)). \qquad (3a)$$

Доведення повторює прийом, використаний у попередньому пункті. Підкреслюємо, що число k дійсне; навіть для дійсних $f(z(\beta))$ й $f(z(\alpha))$ k може відрізнятися від 1. *Прикладом* є функція e^z при $z_0=0$ та $z_1=\pi i$. Тоді $e^{\pi i}-e^0=-2$, а $kf'(z(\gamma))\Delta z=ke^{z(\gamma)}$ є дійсним при $k=2/\pi$ й $\gamma=i\pi/2$.

Можливості узагальнення теореми Коші. З кінематично-геометричного трактування теореми Коші здавалося б логічним мати загальну теорему про існування на просторовій кривій точки, де дотична колінеарна вектору переміщення. Але простий контр приклад гвинтової лінії показує, що це не вірно: твірна AB циліндра не колінеарна в жодній точці вектору дотичної до гвинтової на поверхні цього циліндра (бо сталий скрут лінії всюди її піднімає на сталий кут до "екваторіального" перерізу, відмінний від прямого) (рис. 2). Але за допомогою збільшення порядку визначника можна довести існування точки $c\in(a; v)$, для якої справедлива рівність для трьох диференційованих функцій $u(x)$, $v(x)$, $w(x)$ відповідного визначника:

$$\begin{vmatrix} \Delta u & \Delta v & \Delta w \\ u'(a) & v'(a) & w'(a) \\ u''(c) & v''(c) & w''(c) \end{vmatrix} = 0. \qquad (4)$$

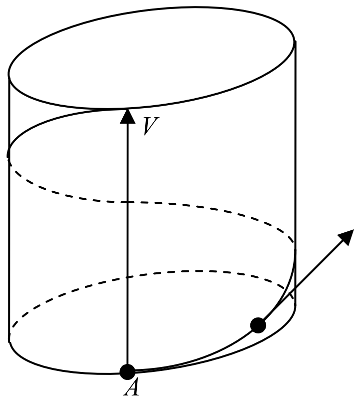


Рис. 2

Не існування вектора дотичної, колінеарної січній – твірній циліндра AB. Кінематичне тлумачення: вектори переміщення, початкової швидкості та прискорення в деякій точці $x=c$, компланарні: мішаний добуток векторів $\boldsymbol{r}(v)-\boldsymbol{r}(a)$, $\boldsymbol{r}'(a)$, $\boldsymbol{r}''(\mathrm{c})$ дорівнює нулеві. *Доведення* використовує теорему Ролля для функції-визначника типу (4) з третім рядком з різниць $u'(x)-u'(a)$, $v'(x)-v'(a)$, $w'(x)-w'(a)$. Похідна від нього в середній точці й дасть потрібне. **Теорему у такій формі неважко узагальнити й на n>3.** Визначник n-го порядку тоді матиме в останньому рядку похідні (n–1)-го порядку в «середній» точці *с*. *Перший* рядок може бути побудований з визначених інтегралів типу $\int_a^b u_k(x)dx.$ Тоді другий рядок міститиме числа $u_k(a)$, третій – $u'_k(a)$, тощо. Тоді в останньому рядку будуть похідні (n–2)-го порядку в «середній» точці *с*. При n=2 отримуємо теорему про відношення інтегралів $\dfrac{\int_a^b u(x)dx}{\int_a^b v(x)dx} = \dfrac{u(c)}{v(c)}$ для неперервних функцій $u(x)$, $v(x)$ в точці $c\in(a;\, v)$. Звідси випливає й теорема по середнє в інтегралі при $v(x)\equiv 1$. Ця формула має прості фізичні тлумачення (відношення мас стержнів однієї довжини пропорційні відношенню густин в деякій спільній точці або пройдені шляхи пропорційні відношенню швидкостей в один момент тощо).

Разом із узагальненням формули Тейлора, запропонованим автором [1], це дає для розв'язків задач Коші з однаковими початковими умовами й різними «правими» частинами для рівняння n-го порядку $\frac{y(x)-L[y(x),a]}{z(x)-L[z(x),a]}=\frac{y^{(n)}(c)}{z^{(n)}(c)}$, де $L[u(x), a]=u_0(x-a)y(a)+u_1(x-a)y'(a)+$ $+u_2(x-a)y''(a)+\ldots+u_{n-1}(x-a)y^{(n-1)}(a)$ – розв'язок однорідного рівняння зі сталими коефіцієнтами, а $u_k(x-a)$ – розв'язок рівняння $L[u(x), 0]=0$ з початковими умовами $u_k^{(i)}(0)=\delta_{ki}$, де δ_{ki} – символ Кронекера: $\delta=1$ при $k=i$ й 0 при $k\neq i$. Так, для розв'язків рівняння $y''+\omega^2y=f_k(x)$ маємо $\frac{y_1(x)-y(a)\cos\omega(x-a)-y'(a)\sin(x-a)}{y_2(x)-y(a)\cos\omega(x-a)-y'(a)\sin(x-a)}=\frac{f_1(c)}{f_2(c)}$, де $c\in(a, x)$. Тут чисельник і знаменник – вимушені коливання з нульовими початковими умовами, а праві частини – зовнішні сили в «середній» момент.

Наведені результати й методи можуть бути використані в різних розділах математичного аналізу, а також фізики та загальнотехнічних дисциплін.

Висновки

1. Аналізується класична форма теореми Коші. Показана її асиметрія й штучність методів доведення.

2. Пропонується запис формули Коші за допомогою рівності визначника нулеві, який спрощує доведення й знімає асиметрію.

3. Дається механічне трактування формули Коші для руху на площині, показана відмінність середньої швидкості від швидкості "в середній" точці.

4. Дається інтегральна форма теореми Лагранжа й пояснюється, чому на прямій коефіцієнт k пропорційності між приростом функції та її похідної в середній точці дорівнює довжині інтервалу інтегрування, а на площині – ні. Пропонується узагальнення й механічне трактування формули Коші на просторовий випадок, показана загальна неможливість використання формули Лагранжа не тільки на площині, а й в просторі.

5. Розглядається теорема Коші для комплекснозначної функції. Наводяться приклади застосування теореми та її узагальнень.

Література:

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. – М.-Л.: ГИТ-ТЛ, 1947. – 690 с.

2. Шилов Г.Е. Математический анализ (функции одного переменного). Ч. 1 и 2. – М.: Наука, 1969. – 528 с.

3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Для втузов. Т.1. – М.: Наука, 1976. – 456 с.

4. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа для втузов. Изд. 5, стереотип. – М.: Наука, 1967. – 736 с.

5. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. Изд.6, доп. и испр. – М.: Физматгиз, 1963. – 872 с.

6. Шварц Л. Анализ. Т. 1. – М.: Мир, 1972. – 824 с.

ПРО ЕКВІВАЛЕНТНІ ДУГИ ТА КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ ВЗДОВЖ НИХ

С.Я. Деканов[α], Л.І. Дюженкова[β], Г.О. Михалін[γ]
м. Київ, Національний педагогічний університет ім. М.П. Драгоманова
[α] DekanovSY@ukr.net
[β] dujen@yandex.ru
[γ] ki@ifmion.npu.edu.ua

Вступ. Означення криволінійних інтегралів, наприклад, $\int\limits_{AB} P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy$ чи $\int\limits_{AB} f(z)\,dz$, базуються на рівнянні дуги, а не на геометричному тлумаченні дуги. Разом з цим у деяких твердженнях, пов'язаних з криволінійними інтегралами, та у їхніх доведеннях рівняння дуги явно не використовується (формула Гріна). У багатьох задачах крива теж задається геометрично (відрізок, трикутник, парабола, круг, еліпс тощо) і передбачається, що студенти у змозі самі написати якесь її рівняння. Тому є необхідність домовитися про спосіб вибору рівняння дуги та дослідити умови незалежності інтегралів від рівняння дуги.

1. Поняття неперервної кривої і дуги. *Неперервною кривою* (або просто *кривою*) у довільному нормованому просторі X називають множину

$$\Gamma=\{(t, z(t)) : z(t)\in X,\ t\in\langle\alpha;\ \beta\rangle\},$$

де $z=z(t)$ – неперервна на проміжку $\langle\alpha;\ \beta\rangle$ функція, що набуває значень з простору X. При цьому множину

$$\Gamma_X=\{z=z(t)\in X : t\in\langle\alpha;\ \beta\rangle\}$$

називають *слідом кривої* Γ у просторі X, а рівняння

$$z=z(t),\ t\in\langle\alpha;\ \beta\rangle,$$

називають *рівнянням* (або *параметричним рівнянням*) *кривої* Γ.

Якщо $X=\mathbb{R}^2$ ($X=\mathbb{C}$), то $z(t)=(x(t),\ y(t))$ ($z(t)=x(t)+iy(t)$) і функції $x=x(t)$ та $y=y(t)$ є неперервними на $\langle\alpha;\ \beta\rangle$.

Дугою неперервної кривої Γ називають її частину $\Gamma_1=\{(t,\ z(t)) : t\in\langle\alpha_1;\ \beta_1\rangle\}$, що відповідає певному відрізку $[\alpha_1;\ \beta_1]\subset\langle\alpha;\ \beta\rangle$. Зокрема, якщо $\langle\alpha;\ \beta\rangle=[\alpha;\ \beta]$, то крива Γ також є дугою. При цьому, якщо $z(\beta)=z(\alpha)$, то Γ називають *замкненою дугою* (або *контуром*).

Криву Γ (зокрема, дугу) називають *простою* (або *кривою Жордана*), якщо $z(t_1)\neq z(t_2)$ $\forall t_1\neq t_2$: $\langle\alpha;\ \beta\rangle\supset\{t_1,\ t_2\}\neq\{\alpha;\ \beta\}$, тобто слід кривої не має точок самоперетину.

Оскільки крива цілком визначається своїм рівнянням $z=z(t)$, то часто кривою називають функцію $z(t)$ і записують Γ: $z=z(t)$, $t\in\langle\alpha;\ \beta\rangle$. Проста ж крива цілком визначається своїм слідом, тому часто кривою називають її слід.

2. Поняття еквівалентних, або однакових дуг. Вирішимо питання про те, коли дуги можна вважати однаковими, або рівними.

Зрозуміло, що розумним чином визначені “однакові дуги” повинні мати однакові сліди, і ця умова є найістотнішою для однаковості дуг. Але однаковість слідів не завжди достатня для того, щоб вважати дуги однаковими. Наприклад, дуги

$$\Gamma_1: \ z = z_1(t) = t + i \cdot 0, \ t \in [0;1], \ \Gamma_2: \ z = z_2(\theta) = \sin^2\theta, \ \theta \in [0;\frac{3\pi}{2}]$$

і

$$\Gamma_3: \ z = z_3(\tau) = 2\tau + i \cdot 0, \ \tau \in [0;\frac{1}{2}],$$

мають однакові сліди – відрізок [0; 1] дійсної осі. Проте з фізичної точки зору дуги Γ_1 і Γ_2 слід вважати різними, оскільки ці дуги характеризують шляхи, якими рухається матеріальна точка, і в першому випадку матеріальна точка проходить шлях від точки 0 до точки 1 один раз, а у другому випадку матеріальна точка проходить шлях від точки 0 до точки 1 (коли $\theta \in [0;\frac{\pi}{2}]$), потім від точки 1 до точки 0 (коли $\theta \in [\frac{\pi}{2};\pi]$) і, нарешті, знову від точки 0 до точки 1 (коли $\theta \in [\pi;\frac{3\pi}{2}]$).

Для вирішення питання про однаковість дуг Γ_1 і Γ_3 природно спочатку звести до спільного проміжку проміжки зміни параметрів (часу) τ і t. Це можна зробити за допомогою взаємно однозначного відображення φ: $[0;\frac{1}{2}] \leftrightarrow [0;1]$, наприклад, $t=\varphi(\tau)=2\tau$, $\tau \in [0;\frac{1}{2}]$. А далі, якщо дістанемо, що $z_1(t)=z_1(\varphi(\tau))=z_3(t)$ $\forall\tau \in [0;\frac{1}{2}]$ (для вказаних дуг це так і є), то природно вважати дуги Γ_1 і Γ_3 однаковими.

У зв’язку з проведеними міркуваннями доцільно ввести наступне означення.

Назвемо дуги Γ_1: $z=z_1(t)$, $t\in\langle\alpha_1; \beta_1\rangle$ і Γ_2: $z=z_2(\tau)$, $\tau\in\langle\alpha_2; \beta_2\rangle$ *еквівалентними* (або *однаковими* чи *рівними*), якщо існує неперервна зростаюча функція $t=\varphi(\tau)$, яка взаємно однозначно відображає відрізок $[\alpha_2; \beta_2]$ на відрізок $[\alpha_1; \beta_1]$ і така, що $z_1(\varphi(\tau))=z_2(\tau)$ $\forall\tau[\alpha_2; \beta_2]$.

3. Критерій еквівалентності простих незамкнених дуг. *Нехай дуги* Γ_1*:* $z=z_1(t)$, $t\in[\alpha_1; \beta_1]$ *і* Γ_2*:* $z=z_2(\tau)$, $\tau\in[\alpha_2; \beta_2]$ *прості і незамкнені. Ці дуги еквівалентні тоді й тільки тоді, коли вони мають однакові початкові точки (тобто* $z_1(\alpha_1)=z_2(\alpha_2)$*) і спільний слід.*

□ Покладемо $\varphi(\tau) = z_1^{-1}(z_2(\tau))$, $\tau\in[\alpha_2; \beta_2]$. Легко бачити, що функція φ є неперервним взаємно однозначним відображенням $[\alpha_2; \beta_2]$ на $[\alpha_1; \beta_1]$, а тому вона строго монотонна. Оскільки

$$\varphi(\alpha_2) = z_1^{-1}(z_2(\alpha_2)) = z_1^{-1}(\alpha_1) = \alpha_1,$$

то функція φ зростаюча. Крім цього,

$$z_1(\varphi(\tau)) \equiv z_1 \circ z_1^{-1}(z_2(\tau)) \equiv z_2(\tau) \text{ на } [\alpha_2; \beta_2].$$

Отже, криві Γ_1 і Γ_2 еквівалентні.

Достатність доведено, а необхідність очевидна. ■

4. Однакова орієнтація дуг. Незамкнені дуги, що задовольняють умови критерію пункту 3, назвемо *однаково орієнтованими*.

Зрозуміло, що у випадку замкнених дуг той критерій неправильний, оскільки збіг початкових точок не гарантує однакової орієнтації дуг.

Уточнимо поняття однакової орієнтації замкнених дуг.

Нехай Γ_1: $z=z_1(t)$, $t\in[\alpha_1; \beta_1]$ і Γ_2: $z=z_2(\tau)$, $\tau\in[\alpha_2; \beta_2]$ – прості контури із спільним слідом і спільною початковою точкою (тобто $z_1(\alpha_1)=z_2(\alpha_2)$). Тоді функція $\varphi(\tau) = z_1^{-1}(z_2(\tau))$, $\tau\in(\alpha_2; \beta_2)$ неперервна, взаємно однозначно відображає інтервал $(\alpha_2; \beta_2)$ на інтервал $(\alpha_1; \beta_1)$ і тому вона строго монотонна. Якщо функція φ зростаюча, то назвемо контури Γ_1 і Γ_2 *однаково орієнтованими*, а якщо спадна – то *протилежно орієнтованими*.

5. Критерій еквівалентності простих контурів із спільним початком. *Якщо контури* Γ_1 *і* Γ_2 *прості, мають спільну початкову точку і спільний слід, то вони еквівалентні тоді й тільки тоді, коли однаково орієнтовані.*

□ Оскільки функція $\varphi(\tau) = z_1^{-1}(z_2(\tau))$, $\tau\in(\alpha_2; \beta_2)$ неперервна, зростаюча і обмежена, то, довизначивши її у точках α_2 та β_2 рівностями

$$\varphi(\alpha_2) = \lim_{\tau\to\alpha_2+} \varphi(\tau),\ \varphi(\beta_2) = \lim_{\tau\to\beta_2-} \varphi(\tau),$$

дістанемо існування функції φ, неперервної та зростаючої на $[\alpha_2; \beta_2]$, яка “здійснюватиме еквівалентність” контурів Γ_1 і Γ_2. ■

6. Еквівалентість довільних простих дуг. Нехай контури Γ_1 і Γ_2 прості і мають спільний слід, а початкові точки $A_1\in\Gamma_1$ і $A_2\in\Gamma_2$, причому $A_1=z_2(\tau^*)$, $\tau^*\in(\alpha_2; \beta_2)$. Розглянемо контур

$$\Gamma_2^*:\ z = z_2(\alpha_2 - \tau^* + \tau) = z_2^*(\tau),\ \tau \in [\tau^*; \tau^* + (\beta_2 - \alpha_2)],$$

який має з контуром Γ_1 спільну початкову точку. Контури Γ_1 і Γ_2 назвемо *однаково* (*протилежно*) *орієнтованими*, якщо однаково (протилежно) орієнтовані контури Γ_1 і Γ_2^*.

Неважко довести, що має місце

Критерій еквівалентності простих дуг. *Прості дуги, що мають спільний слід, еквівалентні тоді й тільки тоді, коли вони однаково орієнтовані.*

7. Зв'язок між інтегралами вздовж еквівалентних дуг. Вирішимо тепер питання про криволінійні інтеграли другого роду вздовж еквівалентних (однакових чи рівних) дуг.

Теорема 1 (про рівність інтегралів вздовж еквівалентних дуг). *Нехай дуги* Γ_J: $x=x_J(t)$, $y=y_J(t)$, $t\in[\alpha_J; \beta_J]$, $j \in \overline{1,2}$, *еквівалентні і спрямлювані (зок-*

рема кусково гладкі), а функція $f(x, y)$ неперервна на спільному сліді цих дуг. Тоді

$$\int_{\Gamma_1} f(x,y)\,dx = \int_{\Gamma_2} f(x,y)\,dx\,.$$

Ця теорема доводиться аналогічно до теореми про заміну змінної у визначеному інтегралі від функції однієї змінної.

Зрозуміло, що твердження, аналогічне теоремі 1, має місце і для криволінійних інтегралів за ординатою.

Таким чином, враховуючи теорему 1 і твердження пунктів 3, 5, 6, дістаємо наступне твердження.

Теорема 2 (про рівність криволінійних інтегралів вздовж еквівалентних дуг). *Якщо дуги* Γ_1 *і* Γ_2 *прості, спрямлювані (зокрема кусково гладкі), мають спільний слід і однаково орієнтовані, а функції* $P(x, y)$ *і* $Q(x, y)$ *неперервні* (*функція* $f(z)$ *неперервна*) *на сліді цих дуг, то*

$$\int_{\Gamma_1} P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy = \int_{\Gamma_2} P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy \quad \left(\int_{\Gamma_1} f(z)\,dz = \int_{\Gamma_2} f(z)\,dz \right).$$

Спираючись на останню теорему, можна зробити домовленість про те, що у твердженнях та задачах, пов'язаних з криволінійними інтегралами, **якщо дуга задається геометрично, то слід вибрати довільне просте кусково гладке представлення цієї дуги.**

Викладені ідеї реалізовано у посібнику: *Жалдак М. І., Михалін Г. О., Деканов С. Я.* Математичний аналіз. Функції багатьох змінних: Навч. посібник. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2007. – 430 с.

Висновки. Часто те, що очевидне, дуже важко довести. Проте доводиться це робити, оскільки не менш часто те, що очевидне, насправді не є правильним.

Справжній учитель навчає так, що для його учнів усе очевидне і не потребує доведень. Проте час від часу справжній учитель розкриває своїм учням очі, демонструючи, що очевидне для них насправді є неправдою, викликаючи цим самим здивування і бажання активного навчання.

УМОВИ ДИФЕРЕНЦІЙОВАНОСТІ ФУНКЦІЇ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ

З.Ю. Філер
м. Кіровоград, Кіровоградський державний педагогічний університет
ім. В. Винниченка
filier@rambler.ru

Вступ

Поняття комплексного *числа* виникло внаслідок потреби знаходити корні кубічного рівняння (за формулами Кардано) ще в першій половині XV стор. *Алгебраїчна форма* комплексного числа (КЧ) $\alpha=a+b\sqrt{-1}$ протрималася до Ейлера, який (не зразу!) увів, замість оперативного символу кореня квадратного з мінус одиниці, літеру ***i*** від французького imaginaire – *уявний*.

Форми задання аргументу та функції комплексної змінної

Учні в школі та студенти у ВНЗ зазвичай вивчають дві форми комплексного числа – алгебраїчну $z=x+iy$ та тригонометричну $z=\rho e^{i\varphi}=\rho(\cos\varphi+i\sin\varphi)$. Остання рівність завдячує формулі Ейлера $e^{i\varphi}=\cos\varphi+i\sin\varphi$. У цьому способі компоненти ρ і φ входять несиметрично, на відміну від алгебраїчної форми $x+iy$. Ми пропонуємо *гібридну* форму $z=e^{\theta+i\varphi}$, яку логічно назвати *показниковою*. Часто так звуть форму $z=\rho e^{i\varphi}$. Очевидно, $\theta=\ln\rho$, $d\theta=d\rho/\rho$.

Зазвичай розглядають лише алгебраїчну форму функції $W=u+iv$. Логічно розглядати ще тригонометричну та показникову форми функції $W=Re^{i\Phi}$ та $W=e^{\Theta+i\Phi}$, $\Theta=\ln R$, $d\Theta=dR/R$. Таким чином, можна розглядати 9 способів задання *комплексної* функції *комплексного* аргументу (табл. 1).

Табл. 1. Способи задання функцій комплексної змінної (ФКЗ)

Аргумент	Функція		
	Алгебраїчний	Показниковий	Тригонометричний
Алгебраїчний $z=x+iy$	$W=u+iv$, $u(x, y)$, $v(x, y)$	$W=e^{\Theta+i\Phi}$, $\Theta=\ln R$, Θ, $\Phi(x, y)$	$Re^{i\Phi}$, $R(x, y)$, $\Phi(x, y)$
Показниковий $z=e^{\theta+i\varphi}$	$W=u+iv$, $u(\theta, \varphi)$, $v(\theta, \varphi)$	$W=e^{\Theta+i\Phi}$, $\Theta=\ln R$, Θ, $\Phi(\theta, \varphi)$	$Re^{i\Phi}$, $R(\theta, \varphi)$, $\Phi(\theta, \varphi)$, $\theta=\ln\rho$
Тригонометричний $z=\rho e^{i\varphi}$	$W=u+iv$, $u(\rho, \varphi)$, $v(\rho, \varphi)$	$W=e^{\Theta+i\Phi}$, $\Theta=\ln R$, Θ, $\Phi(\rho, \varphi)$	$Re^{i\Phi}$, $R(\rho, \varphi)$, $\Phi(\rho,\varphi)$

Очевидно, $\theta+i\varphi=\ln z$, $\Theta+i\Phi=\ln W$.

Умови диференційованості функції комплексної змінної (ФКЗ)

Зазвичай первинним є означення, пов'язане з означенням похідної як границі відношення приросту функції до приросту аргументу:

$\lim\limits_{\Delta z \to 0}\left(\Delta w / \Delta z\right) = \dfrac{dw}{dz}$. Для *виведення* умов диференційовності використовують аналог структури приросту функції дійсної змінної $\Delta w = A\Delta z + o(\Delta z)$, де величина A не залежить від Δz. Але в загальному випадку це невірно, бо другий доданок є нескінченно малою *вищого порядку* відносно Δz, крім першого члену може бути ще один член виду $B\Delta z^*$, де множник Δz^* є спряжене до приросту Δz число (змінна). Ясно, що не всі функції КЗ мають похідну. Наприклад, функція $w = x - iy$ не є диференційованою, бо дріб $\Delta w/\Delta z = (\Delta x - i\Delta y)/(\Delta x + i\Delta y)$ має модуль, рівний 1 при всіх x та y, але не прямує до одної границі при зміні напрямку проміня (кута φ), на якому взяті точки z. Якщо $\Delta z = \rho e^{i\varphi}$, то $\Delta z^* = \rho e^{-i\varphi}$ й $\Delta w/\Delta z = e^{-2i\varphi}$ залежать від φ.

Тому умовою диференційованості повинна бути відсутність члену $B\Delta z^*$ у складі приросту $\Delta w = A\Delta z + B\Delta z^* + o(\Delta z)$. Це еквівалентне вимозі $B = 0$. Далі вже працює техніка виведення. Очевидно, $\Delta x = (\Delta z + \Delta z^*)/2$, $\Delta y = -i(\Delta z - \Delta z^*)/2$ й можна від приростів Δx і Δy перейти до Δz і Δz^*, отримавши з рівності $B = 0$ класичну умову Даламбера–Ейлера $u_x = v_y$, $u_y = -v_x$, яку часто називають умовами Коші–Рімана. Гадаю, що «строге» доведення цих умов не є їх відкриттям, бо еталони строгості мають історичний характер і змінюються з появою нових ідей та методів. Тому історично вірно ці рівняння називати умовами Даламбера–Ейлера (Д.-Е.). Таке виведення автор бачив на лекції Ю.Л. Далецького у КПІ в 1969 р. й використав у «Методичних вказівках...», виданих у ДПІ в 1972 р. [1]. Такий підхід після традиційного описується й в [5, 262].

У [6, 67] вводять оператори комплексного диференціювання $\dfrac{\partial}{\partial z} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x} - i\dfrac{\partial}{\partial y}\right)$, $\dfrac{\partial}{\partial z^*} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x} + i\dfrac{\partial}{\partial y}\right)$, за допомогою яких для функції КЗ умови Д.-Е. можна записати у вигляді рівності $\dfrac{\partial f}{\partial z^*} = 0$, яка свідчить, що у складі функції $f(z, z^*)$ аргумент z^* фактично відсутній.

Інші форми умов диференційованості ФКЗ

Усі 9 комбінацій таких умов уміщені в табл. 2.

Логарифмуванням переходимо від нелінійної тригонометричної форми аргументу $z = \rho e^{i\varphi}$ та функції $w = Re^{i\Phi}$ перейти до лінійної форми для логарифмів $\ln z = \theta + i\varphi$, $\ln w = \Theta + i\Phi$. Для них і записані умови в другому стовпчику. Враховуючи, що $\theta = \ln \rho$, а $\Theta = \ln R$, отримаємо, що $\partial\theta = \dfrac{\partial\rho}{\rho}$, $\partial\Theta = \dfrac{\partial R}{R}$.

Це й дає формули третього стовпчика та першого стовпчика й третього рядка. Доведення останніх умов у класичному підручнику [2] пропонується як вправа (с. 105): 4. Написати умови Коші-Рімана в полярних координатах.

Відп.: $\frac{\partial u}{\partial\rho}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial v}{\partial\varphi}$, $\frac{\partial v}{\partial\rho}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial\varphi}$. При $\rho\neq0$ ця формула еквівалентна вказаній формулі в таблиці, де ρ може бути рівним нулеві. Інші 7 формул з таблиці нам у літературі не зустрічалися. Очевидно, $\frac{dw}{dz}=\frac{w}{z}\frac{d(\ln R+i\Phi)}{d(\ln r+i\varphi)}$, якщо другий множник – похідна ln w по ln z існує.

Табл. 2. Умови диференційованості ФКЗ

Аргумент	Функція		
	Алгебраїчний u+iv	Показниковий $e^{\Theta+i\Phi}$	Тригонометричний $Re^{i\Phi}$
Алгебраїчний z=x+iy	$u_x = v_y$	$\Theta_x = \Phi_y$	$R_x/R = \Phi_y$
	$u_y = -v_x$	$\Phi_x = -\Theta_y$	$R_y/R = -\Phi_x$
Показниковий z=$e^{\theta+i\varphi}$	$u_\theta = v\varphi$	$\Theta_\theta = \Phi\varphi$	$R_\theta/R = \Phi\varphi$
	$u\varphi = -v_\theta$	$\Phi_\theta = -\Theta\varphi$	$R\varphi/R = -\Phi_\theta$
Тригонометричний z=$\rho e^{i\varphi}$	$\rho u\rho = v\varphi$	$\Theta\rho = \Phi\varphi$	$\rho R\rho/R = \Phi\varphi$
	$u\varphi = -\rho v\rho$	$\Phi\rho = -\Theta\varphi$	$\rho\Phi\rho = -R\varphi/R$

Добуток $\rho\partial\varphi$ є довжиною дуги кола радіусу ρ з центральним кутом $\partial\varphi$. Цю дугу можна вважати при малому $\partial\varphi$ другим катетом трикутника з першим катетом $\partial\rho$, які можна описати комплексним числом $\partial\rho+i\rho\partial\varphi$. Тому ці умови мають чіткий «геометричний» смисл.

Застосування результатів

Очевидно, $\frac{\partial}{\partial\theta}=\rho\frac{\partial}{\partial\rho}$, $\frac{\partial\Theta}{\partial t}=\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial t}$. Це дає для похідних другого порядку рівності $\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}=\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\right)$, $\frac{\partial^2\Theta}{\partial t^2}=\frac{1}{R}\left(\frac{\partial^2 R}{\partial t^2}-\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial t}\right)$. Це дає для лапласіана в полярних координатах для диференційованої функції W=u+iv, $u(\rho, \varphi)$, $v(\rho, \varphi)$ – аналітичних функцій – рівняння Лапласа Δu=Δv=0; у полярних координатах $\Delta u\equiv\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}+\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial\rho}\right)$=0. Зазвичай обидві частини ділять тут на ρ^2.

Умови Д.-Е. гарантують рівність нулю інтегралу диференційованої функції по замкненому контуру, бо $f(z)dz=(u+iv)(dx+idy)=udx-vdy+i(vdx+udy)$, а умова рівності нулеві інтегралу від $Pdx+Qdy$ є рівність частинних похідних $P_y=Q_x$. Формули Д.-Е. й забезпечують потрібні рівності. На це вказується й в [2, 148-149]. Фактично, це свідчить про існування диференційованої *первісної* $F(z)$ аналітичної функції $f(z)$ та всіх її первісних будь-якого порядку ($F'(z)=f(z)$). Зазвичай, підкреслюється лише існування *похідних* всіх порядків функції, яка має похідну (першу). Диференційовані функції КЗ мають виняткові *внутрішні* зв'язки – крім диференційованості, її дійсна та уявна частини тісно пов'язані між собою. Це дає змогу знайти одну з них, знаючи другу, з точністю до сталої [3, 186; 4, 18]. Задавши функцію в одній точці, знаходимо її однозначно.

Ці функції створюють комплексний *потенціал* $w=u+iv$: лінії $u(x, y)=\mathrm{const}$ є лініями рівня скалярного поля $u(x, y)$, вектор же $\boldsymbol{a}=\mathrm{grad}\,u$ в кожній точці перпендикулярний відповідній лінії рівня вздовж лінії $v(x, y)=\mathrm{const}$, тому $dv=\frac{\partial v}{\partial x}dx+\frac{\partial v}{\partial y}dy=\frac{\partial u}{\partial y}dx-\frac{\partial u}{\partial x}dy=0$ за умови Д.-Е., звідки маємо рівняння $dx/\frac{\partial u}{\partial x}=dy/\frac{\partial u}{\partial x}$. Це є диференціальним рівнянням векторних ліній (ліній току) поля $\boldsymbol{a}=\mathrm{grad}\,u$ [3, 186].

Рівняння Д.-Е. є *тонкою* властивістю: невелика неточність у параметрах, які входять *незалежно* у вирази для $u(x, y)$, $v(x, y)$ чи $R(\rho, \varphi)$, $\Phi(\rho, \varphi)$, може порушити ці тотожності й сказатися на наслідках, роблячи відповідну функцію недиференційованою. Це вимагає уважності при використанні наближених та чисельних методів, створених для функцій *дійсної* змінної.

У книзі [7, 328] умови Д.-Е. узагальнені на випадок комплексних функцій багатьох комплексних змінних для аргументів $z_k=x_k+iy_k$ й алгебраїчної форми функції $f=P+iQ$ у формі системи $\frac{\partial P}{\partial x_k}=\frac{\partial Q}{\partial y_k}, \frac{\partial P}{\partial y_k}=-\frac{\partial Q}{\partial x_k}$, $k=1, 2, ..., n$.

Ці ж умови в [6, 68] записані у вигляді $\frac{\partial f}{\partial z_k^*}=0$, $k=1, 2, ..., n$.

Приклади

1. Відмітимо, що в [2, 104] пропонується перевірити виконання умов диференційованості для функцій $f(z)=z$, z^2, z^n, e^z, $\sin z$, $\cos z$. Для аргументу $z=x+iy$ треба виділити дійсну та уявну частину $u(x, y)$, $v(x, y)$ функції $f(z)$, а потім застосувати умови Д.-Е. (у першому рядку та першому стовпчику табл. 2). Але, знаючи, що всі формули диференціювання, виведені для дійсного аргументу, залишаються справедливими для відомих *елементарних* функцій, отримаємо для цього завдання $f'(z)=1$, $2z$, nz^{n-1}, e^z, $\cos z$, $-\sin z$. Таким чином, похідні (однозначні) існують, тому умови Д.-Е. повинні виконуватися. Перші 2 функції легко представити в алгебраїчній формі, третя та та четверта просто виражають у тригонометричній чи показниковій формі. Для 2 останніх функцій можна отримати лінійні комбінації показникових функцій $(e^{iz}+e^{-iz})/2$ та $-i(e^{iz}-e^{-iz})/2$.

2. Для функції $f(z)=z^2$ у тригонометричній формі маємо $w=\rho^2 e^{2i\varphi}$. $R=\rho^2$, $\Phi=2\varphi \Rightarrow$ умови $\rho R\rho/R=\Phi\varphi$, $\rho\Phi\rho=-R\varphi/R$ задовольняються (2=2, 0=0).

Велику кількість задач дають збірники Кисельова, Краснова, Макаренка з ТФКЗ та збірник Чудесенка зі спецрозділів вищої математики.

Висновки

1. Розглянуті різні умови диференційованості комплексної функції комплексної змінної (ФКЗ) при різних способах завдання як аргументу z, так і функції $w(z)$.

2. Поряд з *алгебраїчними* та *тригонометричними* формами завдання аргументу z і функції $w(z)$, розглянуті *показникові* форми $e^{\ln r + i\varphi}$, r – модуль, а φ – аргумент. У останній формі дійсна та уявна частини показника входять адитивно, що дає змогу використати умови алгебраїчного завдання комплексної змінної. Отримані 9 варіантів умов, розміщені в табл. 2.

3. Показано, як з отриманими операторами диференціювання знаходиться лапласіан для різних способів завдання компонент ФКЗ.

Література:

1. Филер З.Е. Методические указания к изучению курса «Теория функций комплексного переменного». Ч.1. – Донецк: ДПИ, 1980. – 68 с.

2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Изд. 9. – М.: ГИТ-ТЛ, 1954. – 444 с.

3. Сборник задач и упражнений по специальним главам высшей математики. Учеб.пос. для втуз. // Кручкович Г.И. и др. – М.: Высш.шк., 1970. – 512 с.

4. Высшая математика. Специальные главы. // Чинаев П.И. и др. – К.: Вища шк., 1977. – 368 с.

5. Шабат В.В. Аналитическая функция // Матем. энциклоп. Т.1. – М.: СЭ, 1977. – С. 262- 274.

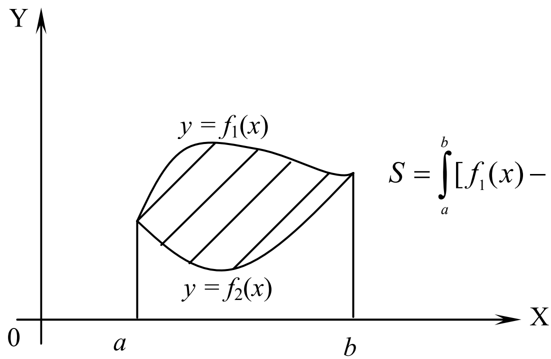
6. Соломенцев Е.Д. Коши–Римана условия // Матем. энциклоп. Т.3. – М.: СЭ, 1982. – С. 67–68.

7. Шварц Л. Анализ Т. II. – М.: Мир, 1972. – 528 с.

ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ В ЕКОНОМІЦІ

М.М. Кіяновський[1], Н.М. Кіяновська[2], Л.П. Бєла[2]
[1] м. Кривий Ріг, СІТ ВАТ «АрселорМіттал Кривий Ріг»,
[2] м. Кривий Ріг, Криворізький технічний університет

Поняття визначеного інтеграла виникло у зв’язку з розв’язуванням задач геометрії (насамперед, задачі про обчислення площі криволінійної трапеції) і фізики (зокрема, задачі про визначення шляху, пройденого точкою при прямолінійному русі, якщо відома миттєва швидкість; роботи змінної сили; маси неоднорідного стержня).



$$S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]\, dx$$

Традиційно склалося так, що у вузівських курсах математичного аналізу студенти здебільшого вивчають незалежно від спеціальності лише геометричне та фізичне застосування визначеного інтегралу. Тому <u>формується обмежене, нецілісне сприйняття цього поняття з подальшою втратою ефективності якості спеціаліста економічної спеціальності – випускника ВНЗ</u>. Студент не може самостійно узагальнити та застосувати матеріал до задач своєї спеціальності.

Метою вивчення інтегрального числення студентами економічних спеціальностей є економічний аналіз діяльності підприємства з визначенням усіх внутрішніх виробничих резервів з мобілізацією останніх у подальшій експлуатації, а також висвітлення основних об’єктів аналізу таких як виробництво і реалізація продукції, собівартість, прибуток та рентабельність тощо з отриманням оптимальних значень цих показників.

На цей час існує досить велика кількість методик навчання вищої математики, але вони майже не містять задач прикладного характеру, в яких студенти могли б навчитися за даними умовами економічного змісту обирати відповідний математичний апарат. В більшості посібників розглядають прикладне значення інтегрального числення для студентів технічних спеціальностей і ні якою мірою не згадують інших напрямків підготовки.

Обов’язково при викладанні матеріалу необхідно наводити або давати на самостійне опрацювання приклади, поріднені зі спеціальністю студентів.

Сформулюємо інтегральні залежності стосовно деяких економічних процесів:

Якщо $V=(t)$, $D(t)$ та $П(t)$ – змінні витрати, доход та прибуток підприємства, то їх середнє значення за час від t_0 до tі знаходять за формулами:

$$V_c = \frac{1}{t_1 - t_0}\int_{t_0}^{t_1} V(t)dt\,;\; D_c = \frac{1}{t_1 - t_0}\int_{t_0}^{t_1} D(t)dt\,;\; П_c = \frac{1}{t_1 - t_0}\int_{t_0}^{t_1} П(t)dt\,,$$

Якщо $V'(x)$, $D'(x)$ та $П'(x)$ – функції маргінальних (граничних) *витрат, доходу та прибутку* при реалізації x одиниць деяких виробів, тоді зміни витрат, доходу та прибутку при зростанні реалізації виробленої продукції від a до b одиниць обчислюють за формулами:

$$V(b) - V(a) = \int_a^b V'(x)dx;$$

$$D(b) - D(a) = \int_a^b D'(x)dx;$$

$$П(b) - П(a) = \int_a^b П'(x)dx$$

відповідно.

При розгляді використання інтегрального числення в пошуках шляхів зростання економічного показника прибутку

Маргінальна функція прибутку фірми має вигляд

$$П'(x) = 23{,}5 - 0{,}01x.$$

Знайдемо величину зростання прибутку фірми, коли реалізація виробів зростає з 1000 до 1500 одиниць.

Величину зростання прибутку фірми знайдемо за формулою:

$$П(b) - П(a) = \int_a^b П'(x)dx$$

$$\int_{1000}^{1500} (23{,}5 - 0{,}01x)\, dx = (23{,}5\text{-}0{,}01x)\, dx = (23{,}5\, x - 0{,}01\, \frac{x^2}{2}) \Big|_{1000}^{1500} =$$

$$= 23{,}5\cdot 1500 - 0{,}005\, (1500)^2 - 23{,}5\cdot 1000 + 0{,}005\cdot(1000)^2 =$$

$$= 35250 - 11250 - 23500 + 5000 = 5500.$$

Отже, прибуток зросте на 5500 гривень.

Таким чином, застосування формалізованих моделей економічних процесів у контексті інтегрального числення робить процес сприйняття студентом більш прозорим і зрозумілим для використання в економічному аналізі діяльності реальних підприємств, що обумовлює ефективність підготовки спеціалістів з економіки з погляду питання конкурентноздатності на ринку праці.

Література:

1. Кривуца В.Г., Барковський В.В., Барковська Н.В. Вища математика. Практикум. – К.: ЦУЛ, 2003. – 536 с.
2. Барковський В.В., Барковська Н.В. Математика для економістів. – К.: НАУ, 1997. – 397 с.
3. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. – К.: Зодіак–ЕКО, 2000. – 512 с.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ

Т.В. Емельянова, В.С. Лаврова
г. Харьков, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
eme-tatyana@yandex.ru

В настоящее время дисциплина «Математическое программирование» является одной из математических дисциплин, изучаемых в высших технических учебных заведениях Украины. Такая ситуация связана с тем, что умение решать задачи оптимизации необходимо специалистам не только компьютерного, но и многих технических направлений.

Результативность обучения базируется на многих составляющих, в том числе на соответствующей базисной подготовке, на создании условий, стимулирующих достижение учебных целей, поставленных перед читаемой дисциплиной. Готовность студентов к самостоятельному решению задач обусловлена в большой степени качественной математической подготовкой. Дисциплина «Математическое программирование» базируется на основных разделах курсов математического анализа, численных методов, дискретной математики.

Широкий класс задач управления составляют экстремальные задачи, в математических моделях которых условия на переменные задаются равенствами и неравенствами. Задачи математического программирования, связанные с решением практических вопросов, как правило, имеют большое число переменных и ограничений, поскольку возникает желание учесть при построении модели возможно большее число входных данных. Однако при дальнейшем изучении явления оказывается, что влияние многих из них на решение незначительно. Математическая модель с большим числом параметров приводит к задаче оптимизации функций с большим числом параметров. К настоящему времени разработаны алгоритмы решения таких задач, известны пакеты прикладных программ. В то же время необходимо знание существа вопроса, теоретических основ математического программирования.

Изложение дисциплины «Математическое программирование» начинается с темы «Линейное программирование». В линейном программировании рассматриваются задачи оптимизации линейной функции, а множество, на котором ищется экстремум целевой функции, задается системой линейных равенств либо неравенств.

Многие задачи управления составляют класс экстремальных задач, математические модели которых можно считать линейными. Базовыми задачами считаем задачи оптимизации с двумя параметрами. Решение геометрическим методом задач программирования с двумя переменными сводится к построению выпуклого многоугольника решений системы линейных ограничений, нахождению опорных решений задачи, направления возрастания (убывания) целевой функции, построению линий уровня и выделению линии, имеющей одну общую точку с многоугольником решений. В этой точке целевая функция принимает наибольшее (наименьшее значения). Эта точка является оптимальным планом задачи.

Решение задач программирования графическим методом носит иллюстративный характер и способствует полному пониманию алгоритмов решения задач оптимизации. Лишь после изложения геометрического метода решения имеет смысл перейти к аналитическим методам решения и их анализу. Разбор графического решения полезен для интерпретации аналитического решения задач большей размерности.

Целочисленное программирование один из основных разделов математического программирования. Геометрический метод оказывается чрезвычайно полезным при изложении основ целочисленного линейного программирования и объяснении алгоритма решения методом Гомори. Одним из мощных методов решения задач целочисленного программирования является метод ветвей и границ. В случае двух переменных графическое истолкование метода ветвей и границ способствует лучшему пониманию идеи метода. Очевидным становится правило выбора решения: выбор множества, дробление на подмножества, выбор перспективного подмножества, дальнейшее дробление, выбор и т.д. Изложение алгоритмов решения этих задач следует начинать с получения решения графическим методом. Приведем пример графического решения методом ветвей и границ задачи целочисленного линейного программирования.

Пример. Решить методом ветвей и границ задачу целочисленного линейного программирования

$f(x_1, x_2)=x_1-x_2\to\min$

$5x_1-x_2\le15,$

$-x_1+2x_2\le6,$

$-7x_1+2x_2\le0,\ 0\le x_1\le5,\ 0\le x_2\le5,\ x_1,\ x_2$ – целые.

Решение. Записываем вспомогательную задачу

$f(x_1, x_2)=x_1-x_2\to\min$

$5x_1-x_2\le15,$

$-x_1+2x_2\le6,$

$-7x_1+2x_2\le0,$

$0\le x_1\le5,\ 0\le x_2\le5.$

Переменные x_1, x_2 могут быть нецелочисленными. Оптимальный план (1; 3,5) этой задачи достигается в точке A(1; 3,5) (прямая (1) линия уровня целевой функции), значение целевой функции f(A)= –2,5 (рис. 1). Переменная x_2 принимает нецелочисленное значение 3,5. Интервал [0; 5] значений x_2 поделим на два: [0; 3] и [4; 5] (применили правило дробления). Записываем две вспомогательные задачи:

1) $f(x_1, x_2)=x_1-x_2 \to \min$
$5x_1-x_2 \le 15,$
$-x_1+2x_2 \le 6,$
$-7x_1+2x_2 \le 0,\ 0 \le x_1 \le 5,\ 4 \le x_2 \le 5.$
2) $f(x_1, x_2)=x_1-x_2 \to \min$
$5x_1-x_2 \le 15,$
$-x_1+2x_2 \le 6,$
$-7x_1+2x_2 \le 0,\ 0 \le x_1 \le 5,\ 0 \le x_2 \le 3.$

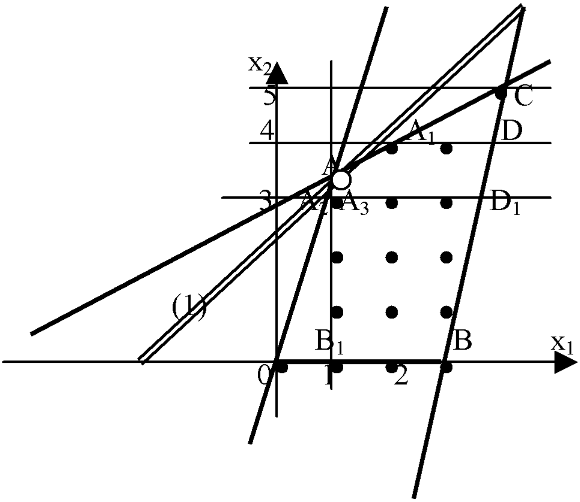


Рис. 1

Оптимальный план первой задачи (2,4), ему соответствует вершина A_1 треугольника A_1CD (рис. 1), $f(A_1) = -2$. Оптимальный план второй задачи (6/7; 3), ему соответствует вершина A_2 четырехугольника OA_2D_1B, $f(A_2) = -15/7$. Первый оптимальный план – целочисленный (рекордный план). Множество решений второй задачи может содержать оптимальный план, поскольку $f(B) = -15/7 < f(C) = -2$, его называют перспективным.

Во второй задаче переменная x_1 принимает нецелое значение, поэтому интервал [0; 5] значений x_1 разбиваем на два: [0; 0] и [1; 5]. Составляем, соответственно, две вспомогательные задачи:

1.1) $f(x_1, x_2)=x_1-x_2 \to \min$
$5x_1-x_2 \le 15,$
$-x_1+2x_2 \le 6,$
$-7x_1+2x_2 \le 0,\ 0 \le x_1 \le 0,\ 0 \le x_2 \le 3.$
1.2) $f(x_1, x_2)=x_1-x_2 \to \min$
$5x_1-x_2 \le 15,$
$-x_1+2x_2 \le 6,$
$-7x_1+2x_2 \le 0,\ 1 \le x_1 \le 5,\ 0 \le x_2 \le 3.$

В задаче 1.1) оптимальный план (0; 0) – вершина O, f(O)=0, в задаче 1.2) оптимальный план (1; 3) – вершина A_3 четырехугольника $A_3D_1BB_1$, $f(A_3) = –2$.Оба плана целочисленные. За оптимальный план задачи принимаем план $A_1(2; 4)$, $f(A_1) = –2$, поскольку для получения этого решения было решено меньшее число подзадач.

Изложение дисциплины «Математическое программирование» от простого к сложному, от геометрического истолкования методов решения к алгоритмам численного решения приводит к существенному повышения качества знаний студентов высших технических заведений некомпьютерного направления.

МІСЦЕ І РОЛЬ СТАТИСТИКИ В ФОРМУВАННІ ФАХІВЦІВ ЕКОНОМІЧНОГО НАПРЯМКУ

Є.Р. Беńкович
м. Павлоград, Західнодонбаський приватний інститут економіки і управління
benkovitch@mail.ru

В системі фундаментальної підготовки сучасного економіста математична освіта є не лише важливою складовою, а й елементом загальної культури фахівця. Найважливішою складовою математичної підготовки сучасного фахівця у будь-якій галузі народного господарства є прикладна статистика. Її методи дуже активно використовуються у технічних дослідженнях, економіці, менеджменті, інших напрямках розвитку теорії та практики. Оволодіння сучасними методами збирання, обробки й аналізу статистичної інформації, використання математично-статистичних методів надає змогу оцінити підприємницькі й фінансові ризики, створити умови для підвищення ефективності виробництва на основі вірогідної оцінки стану й можливостей різних сфер діяльності, своєчасного визначення тенденцій, прогнозування їх розвитку та оцінки функціонування ринкових відносин.

Історично статистика пов'язана з необхідністю удосконалення форм господарювання, розвитком економіки, соціології, політології. Формуванню статистики як науки сприяли розвиток бухгалтерського обліку та первинної реєстрації фактів, нагромадження масових даних і необхідність їх узагальнення [4].

Термін «статистика» означає опис економічного або політичного стану держави. За роки розвитку науки було багато різних визначень цього поняття. Сучасні визначення пропонують, що статистика означає кількісний облік масових, насамперед, соціально-економічних, явищ і процесів. Статистикою називають також науку, яка об'єднує принципи та методи роботи з масовими числовими даними - кількісними характеристиками означених явищ і процесів [4]. А.Т. Мармоза у своїх працях зазначає, що «нині під терміном «статистика» розуміють такі три пов'язані між собою значення: 1) суспільну науку; 2) збирання статистичних даних про різні явища та процеси суспільного життя; 3) цифри, які характеризують рівні, розміри та обсяги певних суспільних явищ». В 1954 році академік Б.В. Гнеденко так визначив це поняття: «Статистика складається з трьох розділів:

1) збір статистичних відомостей, які характеризують деякі одиниці масових сукупностей;
2) статистичне дослідження отриманих даних, що виявляють закономірності, які можуть бути встановлені на основі масового спостереження;
3) розробка прийомів статистичного спостереження і аналізу статистич-

них даних [2]».

Остання частина цього визначення складає зміст математичної статистики.

Прикладна статистика і математична статистика - це різні наукові дисципліни. Математична статистика є фундаментом для прикладної статистики. Її курс складається з методології аналізу даних, доказу теорем, алгоритмів розрахунків та ін. Прикладна статистика направлена на вирішення реальних завдань, тому містить нові постановки математичних задач аналізу статистичних даних, які розвивають та обґрунтовують нові методи збирання, обробки та аналізу масових статистичних даних: спостереження, зведення і групування, складання статистичних таблиць, обробку статистичних графіків, визначення та аналіз рядів динаміки тощо. Прикладна статистика – це дисципліна, яка є центром статистики, при використанні методів якої у конкретній галузі знань отримують дисципліни професійного спрямування: статистика в промисловості, статистика у медицині, статистичні методи в економіці та інше (галузеві статистики).

На сучасному етапі роль статистики значно підвищується, що зумовлено переходом до ринкової економіки та розвитком різноманітних форм власності. Значно зростає роль практичної підготовки студентів з прикладного застосування статистичних методів.

Для розв'язання означеної проблеми у нашому вищому навчальному закладі розроблена система викладання навчальних дисциплін, покликана покращити якість математичної підготовки студентів.

На першому етапі – першому курсі – студенти вивчають інтегрований курс «Вища математика для економістів», чверть якого присвячена питанням теорії ймовірностей та математичної статистики.

На другому етапі – другому курсі – студенти продовжують математичну підготовку, вивчаючи дисципліни «Статистика» і «Економічно-математичне моделювання», де багато уваги приділяється проблемам економічної статистики, розглядаються конкретні питання статистики національного багатства, продукції, статистики цін і тарифів, статистичне вивчення ринку та інше. На цьому ж етапі до вивчення курсу ми впроваджуємо комп'ютерні технології. Використання спеціалізованих програм вузького призначення сприяє розвитку у студента здібності до самоосвіти, наполегливості при вивченні нового програмного забезпечення, поширенню його кругозору, що у свою чергу підтримує концепцію «навчання протягом всього життя» у контексті Болонського процесу [1].

На третьому етапі – другому і третьому курсі – для поглиблення знань з прикладної статистики ми розробили два спецкурси: «Обчислювальний практикум на ПЕОМ», у якому студенти розглядають рішення завдань математичної статистики засобами Excel, та «Інформаційні системи в статистиці», де для вирішення пропонованих студентам завдань використовують професійний пакет STATISTICA. Використання комп'ютерних технологій сприяє формуванню у студентів необхідних якостей економічної культури, а також навичок застосування математичної теорії в дослідженні функціонування соціально-економічних систем. Поєднання теоретичного матеріалу з практикою, вирішення конкретних задач прикладної статистики за допомогою професійних комп’ютерних систем дає можливість більш ретельно вивчати теоретичні основи у практичному спрямуванні, розуміти сутність розрахункових формул, оцінювати кінцеві результати з економічної точки зору.

Підсумки:

Статистичні методи обробки даних, якими оперує прикладна статистика, дозволяють планувати розвиток промисловості, народного господарства; передбачити розвиток суспільства та країни, що значно підвищує її роль у сучасному суспільстві. Ми вважаємо, що рівень підготовки сучасного фахівця економічного напрямку зі статистики недостатній. Для розв’язання цієї проблеми необхідно шукати нові підходи до викладання існуючих дисциплін математичного циклу, нарощувати кількість годин, розробляти та впроваджувати у навчальний процес спецкурси з комп’ютерною підтримкою. Такий підхід до визначеної проблеми допоможе сформувати фахівцяекономіста, здатного аналізувати та покращувати діяльність свого підприємства.

Література:

1. Бенькович Є.Р. Роль комп’ютерних технологій при вивченні математичної статистики в економічному ВНЗ // Вища освіта України – Додаток 3 (т. 3) – 2006 р. – Тематичний випуск «Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору». – К., 2006. – С. 325–329.
2. Гнеденко Б.В. Очерк по истории теории вероятностей. – М.: УРСС, 2001. – 88 с.
3. Налімов В.В. О возможностях метафорического использования математических представлений в психологии // Психологический журнал. – 1981. – №3. – С. 39-47.
4. Статистика: Підручник / С.С. Герасименко, А.В. Головач, А.М. Єріна та ін.; За наук. ред. д-ра екон. наук С.С. Герасименка. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К.: КНЕУ, 2000. - 467 с.

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ СТУДЕНТОВ-СОЦИОЛОГОВ

С.В. Демьянко[α], Н.Б. Яблонская[β]
Беларусь, г. Минск, Белорусский государственный университет
[α] demyanko@tut.by
[β] natsev@tut.by

Математика как одна из фундаментальных наук настолько глубоко проникла во все области естественнонаучного знания и социальной жизни, что даже такие, казалось бы, далекие от математики гуманитарные науки, как филология, психология, политология и др. используют математические методы и модели при обосновании и разработке своих гипотез, закономерностей и предположений.

При детальном рассмотрении оказывается, что нет таких социальных явлений в этом мире, которые нельзя было бы выразить с помощью средств и методов современной математики. Математическое и социально-гуманитарное знание сближает также то, что, как отмечает профессор В.А. Еровенко, «*математическую науку с точки зрения требований обоснованности можно расположить между ремеслом и искусством*» [1, 90]. Необходимость изучения математики на нематематических факультетах обусловлена не только требованиями, предъявляемыми фундаментальным университетским образованием к специалисту с высшим образованием, которое предполагает умение ориентироваться во всех областях знания. Согласно коллективному мнению профессорско-преподавательского состава кафедры общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, математическое образование формирует мировоззрение учащихся и студентов, которое не может быть восполнено изучением только гуманитарных дисциплин.

«*Рожденные без социологии» современные науки уже давно подвергнуты воздействию ее «миссионерства», так как, даже не будучи специалистом в области социально-гуманитарного знания, человек обладает «социологическим взглядом» в той мере, в какой он осознанно или неосознанно использует соответствующие социологические категории*. Поскольку социология изучает различные грани человеческой жизни в социуме с помощью своих «специфических» средств, т.е. социологического наблюдения, различного вида социологических опросов, анкетирования и др., такие понятия, как «множество», «объединение множеств», «пересечение множеств», «среднее значение», «среднее квадратичное отклонение» и др. должны быть не только на слуху у студентов, студенты должны в достаточной степени хорошо уметь ими «управлять». Именно для решения этой задачи курс «Основы высшей математики для социологов» строится максимально компактно, логично и адаптировано их будущей специальности.

Курс «Основы высшей математики» для студентов-социологов на факультете философии и социальных наук БГУ состоит из 36 часов лекционных, 20 часов практических занятий и 12 часов КСР. В отличие от других нематематических специальностей, здесь даже не встает вопрос о необходимости изучения математики для социологии, так как «математическая грамотность» является важнейшей составляющей профессионального образования социологов. Социологическое исследование включает в себя четыре основных этапа: разработка теоретической концепции и программы исследования; полевой период (сбор первичных данных и их подготовка для обработки); обработка и анализ данных; итоговые отчеты и публикации. Ни один из этих этапов не может обойтись без математических средств и методов. Поэтому социологией нельзя заниматься, проникшись только свойственным прошлым временам оптимизмом по поводу самодостаточности практики, характерным для научного знания в эпоху Просвещения.

На кафедре общей математики и информатики механико-математического факультета БГУ, при участии ведущего специалиста по математическим методам в социологии из Института социологии НАН Беларуси Н.Н. Леонова, разработана следующая структура курса «Основы высшей математики для социологов» (по укрупненным темам):

I. Основы теории множеств.

II. Элементы комбинаторики.

III. Основы теории вероятностей.

IV Случайные величины.

V. Матрицы. Системы линейных уравнений.

Каждый из перечисленных разделов рассматривается в приложении к социологии. Для студентов-социологов математику нельзя преподавать изолированно от их будущей профессии. Мы отдаем себе отчет в том, что среди различных «аргументов», вследствие которых математика иногда преподается для социологов изолированно, наиболее реальным и существенным в плане оправдания такой «ущербной» математической установки является лишь один – некомпетентность преподавателя математики в таком учебном курсе. Не зацикливаясь на вненаучных аспектах преподавания математики, остановимся кратко на обосновании необходимости каждого из перечисленных разделов. Так как различные явления социальной жизни порождают разную классификацию, разбиение общества на «классы» (или множества), которые, будучи организованы по какому-нибудь одному признаку (или группе признаков), могут пересекаться, дополнять один одного, включаться, вычитаться или взаимодействовать еще каким-либо образом, нужно уметь вычислять пересечения этих «классов», их объединения, разности, отличия, давать их количественные характеристики. С этой задачей как нельзя лучше справляется теория множеств. Заметим, что отличительной особенностью социально-общественных структур является их «кластерность» и «нечеткость». Кластерность означает, что общество, как правило, состоит из отдельных групп, маленьких или не очень, но в чем-то близких друг другу людей. С помощью простейших понятий функционального анализа между элементами такого множества можно установить «меру сходства». Нечеткость можно интерпретировать как отсутствие четких границ у такого рода групп. Это понятие также можно формализовать с помощью математического аппарата нечетких множеств, использующего понятие вероятности.

В курсе «математика для социологов» мы не ставим целью показать, что в социологии должны существовать жесткие идеалы и нормы использования математических методов. «*Не стоит фетишизировать математическую доказательность вашего исследования. ... Однако существует определенный объем информации в виде набора приемов и методов, незнание которого для социолога-практика является как минимум дурным тоном*». Эта эмоциональная цитата взята из учебного пособия по математическим методам в социологии [2, 5]. Авторы этого пособия Р.Л. Агабекян и др. предостерегают от обеих крайностей – и от «математического радикализма» при проведении социологического исследования, и от «гуманитарного снобизма» так называемой понимающей социологии, вообще обходящейся без математического и количественного анализа.

При проведении различных исследований общественной жизни физически невозможно исследовать каждого отдельно взятого человека как социальный объект. Здесь исследователю на помощь приходит закон больших чисел. Например, исследуя проблему профориентации молодежи, социологи в качестве объекта исследования выделяют молодежь, в качестве предмета – те ее качества, которые влияют на выбор профессии. Формулируется гипотеза исследования, т.е. предположительное объяснение исследуемой проблемы, которое нужно подтвердить либо опровергнуть в ходе исследования. Общность, которая изучается в данном исследовании, называется генеральной совокупностью (вся молодежь, или сельская молодежь, или городская молодежь и т.п.). Однако вся генеральная совокупность обычно не исследуется. Та часть генеральной совокупности, которая непосредственно охватывается данным исследованием, называется выборкой. По полученным на выборке данным выводы распространяются на всю генеральную совокупность. Поэтому выборка должна быть репрезентативной, т.е. состав выборки по выделенным параметрам должен приближаться к соответствующим пропорциям в генеральной совокупности. Мера подобия (или степень отклонения) называется ошибкой выборки. Надежной считается выборка с ошибкой в 3-5%. Существуют специальные коэффициенты для расчета объема выборки в зависимости от допустимого уровня ошибки. Сами же выборки строятся с помощью методов теории вероятностей и математической статистики.

Хотя из-за временной ограниченности курса «Основы высшей математики для социологов» не представляется возможным рассмотреть также необходимые для решения многих задач социологии такие разделы математики, как математическая логика, математическое моделирование, дискретный анализ, теория графов, функциональный анализ, студенты получают достаточную начальную базу для того, чтобы можно было успешно ориентироваться в данной социологической информации и уметь ее правильно количественно обрабатывать. На современном рынке труда востребованы многие специальности для которых профессионально важно знание математических моделей общества, начиная с уровня государственного управления и кончая частными туристическими агентствами. В связи с этим, можно сослаться на авторитетное мнение профессора В.И. Малыхина: «*Интересно также отметить, что использование математических моделей социально-экономической структуры общества считается менее плодотворным, чем математическое моделирование экономии. Возможно и так. Тогда тем более следует развивать это направление математического моделирования*» [3, 4]. Но для такой работы необходимо поднимать уровень математической грамотности студентов-социологов.

Французский философ Огюст Конт ввел термин «социология» и благодаря нему социология впервые была разработана как определенная научная система. По Конту, науки распределяются согласно естественной классификации следующим образом: математика, астрономия, физика, химия, биология, социология. Чтобы подчеркнуть связь социологии с другими позитивными науками, он часто называл ее «социальной физикой». Для математиков эта классификация интересна тем, что каждая из указанных в ней наук предполагает наличие элементарных фактов из предшествующих наук. В обзоре сформировавшихся наук своего времени Конт установил, что все они базируются на «принципе детерминизма», который подтвердился во всех природных мирах, от мира математических абстракций до среды социальной жизни. Отметим также, что психологию он подразделяет на биологию и социологию, но в основании его иерархии лежит математика.

По классификации Конта, математика считается простейшей наукою, а социология наиболее сложною. Если это положение верно, то математика должна быть доступна для всех, а социология только для выдающихся умов. В действительности мы наблюдаем совершенно обратное явление: математика доступна немногим, а о социальных вопросах рассуждают все. Происходит это оттого, что в математике нельзя делать ошибочных умозаключений, потому что малейшая погрешность в мышлении приводит в математике к явному абсурду; между тем ошибочное суждение в социологии не всегда обнаруживается, и потому в этой науке возможны прямо противоположные выводы, и нет критерия для правильной оценки выводов. Короче говоря, в математике нельзя ошибаться, а в социологии можно делать сколько угодно вообще говоря «ошибочных» умозаключений, до завершения целостной социологической концепции, поскольку, в отличие от хорошо формализованного знания, в социологии нет безответных вопросов.

Практическая задача социологии, в нашем понимании, заключается в том, чтобы на основе фундаментального университетского образования, немыслимого без современного математического знания, в процессе своего применения «поднимать» общество на новый уровень его рациональности. Правда, не совсем понятно, как такое в реальной жизни может произойти, поскольку это трудно поддается констатации. Мы все же надеемся, что такое применение социологии будет способствовать проникновению научного мышления в «ненаучный мир». Система университетского образования является одной из важнейших компонентов социальной системы общества. Поэтому настоящая задача математического образования социологов состоит в приведении этого компонента в соответствии с потребностями новой социально-экономической организации страны без потери интеллектуального уровня фундаментального университетского образования.

Литература:

1. Еровенко В.А. Вера в силу знания: К философским проблемам математического образования // Беларуская думка. – 2007. – №2. – С. 85–92.

2. Агабекян Р.Л., Кириченко М.М., Усатиков С.В. Математические методы в социологии: Учебное пособие для вузов. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2005. – 192 с.

3. Малыхин В.И. Социально-экономическая структура общества: Математическое моделирование. – М.: Юнити-Дана, 2003. – 175 с.

О НЕОБХОДИМОСТИ РАЗВИТИЯ ВЕРОЯТНОСТНОГО СТИЛЯ МЫШЛЕНИЯ У СТУДЕНТОВ-БИОЛОГОВ

Н.В. Кепчик
Беларусь, г. Минск, Белорусский государственный университет
Nat.Kepchik@gmail.com

Практика показывает, что изложение теории вероятностей и математической статистики сразу в строго формализованном виде на основе теории меры не способствует выработке у учащихся (особенно у студентов-нематематиков) правильных интуитивных понятий, связанных с этими дисциплинами. Существует своего рода вероятностный стиль мышления, который формируется поэтапно, по мере углубления в эти разделы математики.

Возникает вопрос: «Что такое «стиль мышления» и как он вырабатывается?» Четкий ответ на этот вопрос не дан. Но в повседневной жизни мы употребляем понятия «деловой стиль мышления», «математический стиль мышления», «гуманитарный стиль мышления» и т.д. Используя эти выражения, мы имеем в виду некоторые специфики мышления. «Более строгий подход к этому понятию требует характеризовать его как основу научной методологии, отражающей принципиальные позиции, завоеванные в результате предшествующего познания материального мира» [1].

Рассматривая эволюцию стилей мышления в естествознании, например, Сачков Ю.В. [2] выделяет три познавательных этапа:

1-й этап – жесткодерминистический стиль мышления (он ограничивается возможностью применения в сфере познания простых прямых отношений и используется в процессе исследования новых областей как первый этап поиска закономерностей и их математического выражения);

2-й этап – вероятностный стиль мышления с математической теорией вероятности (он раскрывает возможности глубокого изучения закономерностей существования материального мира, так как включает, с одной стороны, необходимость конкретизации всего случайного разнообразия и сути составляющих элементов в их единстве и непрерывной взаимосвязи, а с другой стороны – необходимость абстрактного выяснения общих устойчивых закономерностей, проявляемых их совокупностью в сложных системах);

3-й этап – кибернетической стиль мышления (он заключается в наложении на вероятностный стиль принципа раскрытия причин, функционирования эффекта избирательности проявления признаков, свойств, способов поведения, являющихся предпосылкой автоматического управления, саморегуляции и направленности событий, причем это наложение может быть осуществлено только при использовании ЭВМ для познания высокоорганизованных систем).

В данной работе нас интересует значимость вероятностного стиля мышления у студентов-биологов. Другими словами, важность формирования понимания у учащихся того, что и в биологии случайность находиться в диалектическом единстве с закономерной необходимостью.

Для того, чтобы развить вероятностный стиль мышления у студентов, в первую очередь, необходимо сформировать готовность к адекватному восприятию понятий статистики и вероятности. Как правило, состояние готовности оценивают по наличию или отсутствию у студента элементов стохастической культуры (от греческого stochastikos – умеющий угадывать, случайный). К этим элементам относятся [5]:

1) группировка данных по определенному признаку; целенаправленный и организованный перебор элементов;
2) анализ информации, представленной в виде таблиц, графиков и диаграмм;
3) ощущение степени случайности в явлениях окружающей действительности и использование для ее оценки адекватных вероятностных терминов («достоверно», «маловероятно» и т.д.);
4) узнавание равновозможных исходов испытания, основанное на «соображениях симметрии»;
5) умение найти среднее значение выборки и выявить наиболее характерный для нее элемент;
6) представление о репрезентативной выборке;
7) знание о статистической устойчивости в мире случайного (о появлении закона больших чисел);
8) знание явлений природы и техники, подчиненных закону нормального распределения; ощущение количественных соотношений значений случайной величины, имеющей нормальное распределение;
9) оценка и сравнение шансов (вероятностей) событий в испытаниях с очевидным числом равновозможных исходов; выявление «справедливых» и «несправедливых» игр, страховок и т.п.

К сожалению, приходя на первый курс университета, не все учащиеся владеют вышеперечисленными элементами. В первую очередь это связано с недостатками школьного курса математики. Ведь сегодня, как правило, только учебная программа специализированных старших классов (математических, экономических и т. п.) содержит некоторые элементы стохастики (в основном элементы комбинаторики и некоторые основные понятия теории вероятностей). Хотя, как известно, уже в возрасте 10–13 лет ученик в состоянии интуитивно осознавать тенденции в небольших по объему «учебных» выборках, а в возрасте 13–16 лет – совершать обобщения, работать с достаточно объемными выборками и создавать вероятностные модели для решения несложных прикладных задач.

Недостаток развития стохастической культуры учащихся ощущают не только преподаватели высшей математики, но и преподаватели других нематематических курсов потому, что вероятностные законы универсальны и стали основой описания научной картины мира. Современные физика, биология, химия во многом построены и развиваются на вероятностно-статистической базе.

Так, конец XX века ознаменовался бурным развитием биологии, прежде всего – генетики. Но, к сожалению, несовершенство школьного математического образования и недостаточно сформированное вероятностное мышление учащихся создают трудности в процессе формирования естественнонаучного взгляда на мир у студентов-биологов. Ведь такие вопросы общей биологии, как вопросы генетики популяций, закон Харди-Вайнберга, эволюция путем естественного отбора, формы отбора, не могут быть поняты без представлений о статистических закономерностях. Например, без хорошо сформированного вероятностного стиля мышления механизм естественного отбора представляется как просто «выживание» сильнейшего, а лучшее выживание менее приспособленной формы в конкретной небольшой популяции остается загадкой, законы Менделя просто учащимися зазубриваются без выяснения и понимания закономерности наследования признаков.

Остановимся более подробно на законах Менделя (которые изучаются уже в средней школе).

Так, 1-й закон Менделя (закон единообразия гибридов первого поколения) звучит следующим образом: при скрещивании гомозиготных особей, отличающихся одной парой признаков, все потомство фенотипически однообразно. Это означает, например, при скрещивании гомозиготного желтого гороха (генотип *AA*) с гомозиготным зеленым горохом (генотип *aa*) все потомство будет желтым, но гетерозиготным (генотип *Aa*).

Далее Менделем был сформулирован 2-й закон (закон расщепления): при скрещивании гибридов F_1 между собой во втором поколении происходит расщепление признаков на исходные родительские в отношении 3:1 (3 части составляют особи с доминантным признаком в фенотипе, 1 часть приходится на особи с рецессивным признаком в фенотипе). На примере с горохом, это значит, что каждое из выросших растений гороха имело один из четырех возможных генотипов *AA*, *Aa*, *aA*, *aa*, причем растения с комбинациями генов *AA*, *Aa*, *aA* будут иметь желтые семена (так как ген *A*, определяющий желтый цвет, является доминантным), а растения с генотипом *aa* будут иметь зеленые семена (так как ген *a*, определяющий зеленый цвет, является рецессивным). Чтобы понять эту закономерность, надо не только обладать чисто биологическими знаниями, но и владеть такими понятиями, как частота наступления события, равновозможные события, вероятность случайного события, независимые события, вероятности совместного наступления двух событий, элементами комбинаторики, знать правила умножения и сложения вероятностей. А также понимать, что расщепление потомков по фенотипу 3:1 означает ни что иное как то, что вероятность появления потомков одного фенотипа равна 3/4, а другого – 1/4.

3-й закон Менделя (закон независимого наследования признаков) звучит следующим образом: расщепление по каждой паре признаков идет независимо от других пар признаков. Опыт, подтверждающий этот закон, тоже соответствует схеме классической вероятности. В этом опыте Мендель использовал для дигибридного скрещивания гомозиготные растения гороха, различающиеся по двум парам признаков: по окраске: желтые и зеленые семена (определяемые парой генов A и a); по форме: гладкое и морщинистое семена (определяемые парой генов B и b, где ген B определяет гладкость семени и является доминирующим, а ген b определяет морщинистость семени и является рецессивным). На последнем этапе опыта сеялись желтые гладкие семена с комбинацией генов $AaBb$. В результате выросли растения, у которых были возможны 16 равновероятностных комбинаций генов. Из этих комбинаций 9 соответствуют желтым гладким семенам, 3 – желтым морщинистым, 3 – зеленым гладким и 1 – зеленым морщинистым. Мендель установил, что во втором поколении наблюдается расщепление потомков по фенотипу в отношении 9:3:3:1, и сделал вывод, что признаки наследуются независимо. Без владения такими понятиями, как независимые события и вероятность их одновременного наступления невозможно понять, что вероятности появления потомков четырех фенотипов соответственно равны 9/16, 3/16, 3/16, 1/16, и что вывод Менделем сделан из наблюдаемого расщепления.

Суть вероятностной логики мышления заключается в понимании случайных событий как проявлении закономерных событий. И общие положения вероятностного стиля мышления (ВСМ) можно сформулировать следующим образом:

- вероятностный стиль мышления связан с возрастанием значения абстрактного мышления учащегося;
- вероятностный стиль мышления ориентирует исследователя на раскрытие всего разнообразия и возможных конкретных случайных проявлений потенциальных возможностей системы, познание общих тенденций частоты реализации этих возможностей;
- вероятностный стиль мышления включает представление о неоднозначности сложных систем;
- вероятностный стиль мышления предопределяет изучение разнообразных возможностей структурного взаимодействия элементов, составляющих молекулу, с тем, чтобы познать зависимость от этого проявляемых молекулой свойств;
- вероятностный стиль мышления, учитывая объективность случайных явлений, позволяет ввести в науку неоднозначные системы как объект исследования и открывает способы их познания;
- вероятностный стиль мышления способствует более широкому и полному восприятию фактического материала и особенно его осмыслению.

Литература:

1. Судьина Е.Г. Вероятность в биологии. – К.: Наук. думка, 1985. – 94 с.
2. Сачков Ю.В. Эволюция мышления в естествознании // Вопр. философии. – 1968. – №4. – С. 70–81.
3. Баврин И.И. Краткий курс высшей математики для химико-биологических специальностей. – М.: Физматлит, 2003. – 328 с.
4. Гольдфаин И.И. Элементы теории вероятностей в современном школьном курсе биологии // Математика в школе. – 2003. – №3. – С. 50–51.
5. Ткачева М.В., Василькова Е.Н., Чуваева Т.В. О готовности учащихся к изучению стохастики // Математика в школе. – 2003. – №9. – С. 56–61.

ФОРМИРОВАНИЕ НАУЧНОГО МИРОВОЗЗРЕНИЯ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА “ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ”

Л.И. Щелкунова[1], С.С. Шульгина[2]
[1] г. Харьков, Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры
[2] г. Харьков, Харьковская национальная академия городского хозяйства
l_shelkunova@mail.ru

Одной из ключевых задач современной системы образования является подготовка квалифицированных специалистов, умеющих критически мыслить, самостоятельно принимать решения и адаптироваться в быстро меняющихся информационных пространствах.

Важнейшей составляющей на пути решения этой задачи является формирование научного мировоззрения будущего специалиста. Для построения научно обоснованной системы взглядов и представлений об окружающем мире при изучении математики необходимо обосновывать введение новых понятий, идей и методов с использованием наглядных образов, аналогий или примеров. Важно при этом увязывать новые знания с уже имеющимися, донося до сознания не частности, а принципы. Такой подход помогает уяснить место математики в системе современных знаний, её роль в решении практических задач, а также способствует целостному, системному постижению действительности.

Этим принципам обучения необходимо следовать систематически, учитывая уровень подготовки студентов. Безусловно, указанные принципы не вызывают сомнения, но при их реализации возникают проблемы методического характера: как организовать учебный процесс, как раскрывать важные и сложные вопросы, заинтересовав студентов разных способностей, а значит, активизируя их работу.

Известно, что одной из эффективных форм обучения является использование проблемных ситуаций. Какие вопросы, в какой момент и в какой форме следует ставить перед студентами при изучении разных разделов математики?

Опыт показывает, что при изучении раздела ”Теория вероятностей” интересно и важно затронуть проблему связи дискретного и непрерывного, случайного и закономерного, расширив тем самым представление студентов о закономерностях окружающего мира.

Принцип дополнительности понятий является одним из основных научных принципов, согласно которому некоторые понятия, являясь несовместимыми, должны восприниматься только как дополняющие друг друга. Раскрытие этого принципа помогает убеждать студентов в том, что полнота описания действительности заключается в понимании дополнительности понятий. Остановлюсь подробнее на опыте рассмотрения идеи дополнительности случайного и закономерного или хаоса и порядка при изучении курса “Теория вероятностей”.

Проблему взаимосвязи этих понятий интересно поставить в начале изучения курса. Например, в форме вопроса: “Что является определяющим в окружающем мире – случайность или закономерность?” Студенты, которые осознанно раскрыли аналогичные вопросы дополнительности понятий в предыдущих разделах математики, утверждают, что это две сущности, которые не исключают, а дополняют друг друга. Характер же этой взаимосвязи раскрывает закон больших чисел в форме теорем Чебышева, Бернулли и других. Важно подчеркнуть, что в этом взаимодействии нет симметрии. Если для появления закономерности необходимо большое количество случайностей, то порой достаточно несколько закономерностей для появления случайности. Яркой иллюстрацией тому являются стихийные бедствия. Эта асимметрия носит название “стрелы времени” и определяет направление всех процессов от прошлого к будущему.

Здесь важно и своевременно донести до сознания студентов, что детерминистский и стохастический подход в математических исследованиях предполагает разные мировоззренческие позиции. Но при этом они не исключают друг друга. Закономерности теории вероятностей – это тоже детерминизм, но детерминизм более широкого типа, который в качестве предельного случая включает детерминизм жёсткий, в реальных условиях наблюдаемый лишь приближённо. Хорошей иллюстрацией сказанного является классическая механика Ньютона, детерминистская модель которой адекватно описывает процессы взаимодействия макротел до тех пор, пока не появляется необходимость описания, например, электромагнитных явлений. Для этих целей используют стохастический подход и, собственно, современная научная картина мира базируется на квантово – статистической теории.

К числу фундаментальных понятий теории вероятностей относятся и такие понятия, как энтропия и информация. Изучение этих понятий также даёт возможность подчеркнуть мировоззренческую значимость математики. Так, энтропию можно интерпретировать как меру неопределённости случайной величины, т.е. нехватку информации, существующую до наблюдения этой величины. Другими словами, до эксперимента существует неопределённость относительно того, какое из своих значений примет случайная величина. После того, когда наблюдение произведено, неопределённость устраняется, а значит, информация – это убыль неопределённости. Важно подчеркнуть, что с понятиями энтропии и информации тесно связано развитие таких дисциплин, как математическая теория информации, теория кодирования, теория поиска и др.

Конечно, в современных условиях с учётом сокращения количества учебных часов на изучение математики становится всё сложнее разрабатывать подходы к раскрытию таких глубоких вопросов познания. Тем не менее нельзя жалеть ни сил, ни времени на решение таких задач. Для этого необходимо в начале изучения курса снабдить наиболее подготовленных студентов литературой, поставить задачу и сформулировать перечень вопросов, предоставив возможность самостоятельной последовательной проработки материала. Очень интересно и полезно ознакомить студентов с содержанием книги известного венгерского математика, популяризатора математики А. Реньи “Трилогия о математике”, а также с его “Письмами о вероятности”.

Вопросов, касающихся реализации указанных идей, больше, чем ответов. Но опыт показывает, что такой подход к изучению математики помогает в решении задачи формирования личности, способной ориентироваться во множестве противоречий современного мира, а также прививает у будущих специалистов потребность познавательной систематической деятельности.

Литература:

1. Гнеденко Б.В. Введение в специальность. – М.: Наука, 1991.
2. Реньи А. Трилогия о математике. – М.: Мир, 1980.
3. Мигдал Л. Поиск истины. – М.: Молодая гвардия, 1983.
4. Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції “Проблеми математичної освіти”(ПМО–2005). – Черкаси, 2005.

ПРОБЛЕМА НАВЧАННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ У СВІТЛІ ІСТОРИЧНОГО РОЗВИТКУ НАУКОВИХ ТЕОРІЙ

Г.О. Михалін[α], С.Л. Надточій[β]
м. Київ, Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова
[α] ki@ifmion.npu.edu.ua
[β] svnadtoch@rambler.ru

1. Вступ. Анкетування викладачів педагогічних університетів, які викладають теорію ймовірностей і математичну статистику для майбутніх учителів математики, аналіз навчальних програм, підручників та навчальних посібників, якими користуються вони та їх студенти, показали, що багато викладачів ще й досі вводять поняття ймовірності за допомогою так званого „класичного означення". Це означення важко назвати коректним, оскільки в ньому використовують поняття рівноможливості (або рівноймовірності), в результаті чого дістають тавтологію (зачароване коло) [1; 2; 3]. Крім того, таке „означення" ймовірності виключає розгляд нерівномірних розподілів ймовірностей на дискретних множинах точок та розгляд рівномірних і нерівномірних розподілів ймовірностей на неперервних множинах точок, оскільки класична ймовірнісна модель є всього лиш одним з безлічі прикладів задання ймовірнісної міри, коли розглядається рівномірний розподіл ймовірностей на скінченній множині точок. Тому, на нашу думку, доцільно використовувати словосполучення „класичне тлумачення ймовірності", а не „класичне означення ймовірності".

Задля уникнення небезпеки повторення тих математичних, методичних та історико-філософських недоречностей та неузгодженостей, з якими неодноразово стикалися протягом становлення самої науки та її вивчення, наведемо аналіз історії розвитку теорії ймовірностей.

2. Етапи розвитку наукової теорії. У розвитку будь-якої науки можна виділити окремі етапи, пов'язавши їх з можливістю подання цієї теорії менш або більш широкому колу учнів. У статті [3] ці етапи подано так.

- ***Етап зародження теорії***. На цьому етапі переважають суб'єктивно-інтуїтивні методи введення основних понять та одержання основних фактів теорії. На етапі зародження теорія доступна лише досить вузькому колу вчених, кожен з яких, як правило, має свій погляд на теорію.

- ***Етап первинного обґрунтування***. На цьому етапі переважає ще суб'єктивно-інтуїтивне сприйняття основних фактів теорії. Саме тому вона сприймається лише невеликою кількістю вчених. Послідовники засновників теорії роблять перші спроби обґрунтування, а тому і спрощення основних фактів теорії. Завдяки цим спробам теорія все більше ґрунтується на об'єктивних істинах і стає доступною для вивчення найближчими учнями вчених, які працюють над розвитком теорії.

- ***Етап достатнього обґрунтування***. Обґрунтування та спрощення основних фактів теорії досягає такого рівня, що з'являється можливість вивчення теорії досить широким колом учнів: студентами університетів, а не тільки найближчими учнями вчених, які розвивають теорію.
- ***Етап остаточного обґрунтування***. На цьому етапі основні поняття теорії майже повністю позбавляються суб'єктивно-інтуїтивних відтінків. Для математичної теорії характерне створення відповідної аксіоматики. Теорія не тільки набуває найабстрактнішого, найзагальнішого вигляду, завдяки якому значно розширюються межі її застосування, а й, як це не парадоксально, саме завдяки загальності, з'являється можливість для найпростішого, найдоступнішого подання основ теорії найширшому колу учнів, включаючи учнів загальноосвітніх шкіл. Це досягається за рахунок того, що логічно послідовне подання теорії на відміну від подання її на інтуїтивно правдоподібному рівні може бути позбавленим громіздкості і розпливчастості думки, невід'ємним наслідком яких є багатослівність, що аж ніяк не пов'язана із суттю справи.

3. Аналіз історичного розвитку теорії ймовірностей. Проілюструємо етапи розвитку теорії ймовірностей за наведеною схемою.

Зародження теорії ймовірностей часто пов'язують з азартними іграми, які сягають своїм корінням найдавніших часів. Одними з перших були ігри, пов'язані з киданням *астрагалів* – кісток з кінцівок тварин. Астрагали були зручними для гри, бо могли випадати чотирма різними сторонами. Починаючи з V тис. до н.е. гра в астрагали (та інші ігри) зафіксована в глиняних фігурках, барельєфах, малюнках [4, 25]. Археологічні розкопки говорять про поширення азартних ігор в Древньому Єгипті, Греції, Римі. Але довгий час гравці не підраховували ймовірності різних комбінацій. Такі підрахунки почалися, коли в грі з'явилися хазяїн та гравці, кожен із своєю роллю.

Гральні кості використовувалися також і для різних віщувань. Тут теж ще не було стимулу для створення теорії, оскільки будь-яка спроба передбачити результат трактувалася як невіра в бога.

Однією з перших задач, яку можна віднести до теорії ймовірностей, є підрахунок числа різних можливих результатів при підкиданні кількох гральних кубиків. Перші такі підрахунки відносяться до X-XI ст. [4, 28]. Отже, можна сказати, що ***етап зародження теорії ймовірностей*** починається з часів, коли виникали і розв'язувалися елементарні задачі, пізніше віднесені до ймовірнісних. Закінчується цей період роботами італійських математиків Л. Пачолі (1445-1514), Д. Кардано (1501-1576), Н. Тарталья (1499-1557), Г. Галілея (1564-1642) та ін.

У розділі „Незвичайні задачі" праці „Сума знань з арифметики, геометрії, відношень і пропорційності" (1494) Пачолі помістив кілька задач на справедливий розподіл ставки між двома гравцями, якщо гра не була завершеною. І хоча Пачолі ділив ставку пропорційно до набраних очок (чи виграних партій), без врахування ймовірнісних міркувань, ці задачі зіграли важливу роль у становленні теорії ймовірностей.

У праці Н. Тарталья „Загальний трактат про число та міру" (1560) також розглядаються задачі про справедливий розподіл ставки. Причому Тарталья відмітив недоліки розв'язання цих задач Пачолі, і сам вважав, що відхилення від половини ставки має бути пропорційним різниці виграних партій. Тобто він теж користувався звичайними арифметичними методами, не звертаючись до ймовірнісних міркувань.

У праці „Книга про гру в кості" (1526) Д. Кардано наблизився до розуміння статистичної закономірності, висловив деякі міркування щодо так званого закону великих чисел, використовував теорему множення ймовірностей для незалежних подій, впритул підійшов до означення ймовірності за допомогою рівноможливих подій: „Отже, є одне загальне правило для підрахунку (величини ставки при грі у кості): необхідно враховувати загальну кількість можливих випадків і число способів, якими можуть з'явитися дані випадання, а потім знайти відношення останнього числа до числа можливостей, що залишилися для випадання; приблизно у такій же пропорції визначаються відносні розміри ставок для того, щоб гра йшла на рівних умовах" [4, 33].

Г. Галілей у своїх роботах, зокрема „Діалогах про дві головніші системи світу", одним з перших поставив питання про оцінку похибок спостережень. А у праці „Про випадання очок при грі в кості" дав найповніше розв'язання задачі про число всіх можливих результатів при киданні трьох гральних костей. І тут Галілей фактично користується поняттям ймовірності, хоч ніде не виділяє і не визначає його [4, 68].

Етап первинного обґрунтування теорії ймовірностей можна пов'язати з працями найвидатніших вчених XVII-XVIII ст.: французьких математиків П. Ферма (1601-1665), Б. Паскаля (1623-1662), А. де Муавра (1667-1754), Ж. Бюффона (1707-1788), нідерландських математиків Х. Гюйгенса (1629-1695) і Я. де Вітта (1625-1672), англійських математиків Е. Галлея (1656-1742) і Т. Байєса (1702-1761), швейцарських математиків Я. Бернуллі (1654-1705), М. Бернуллі (1687-1759), Д. Бернуллі (1700-1782), Л. Ейлера (1707-1783).

Переписка Б. Паскаля і П. Ферма (1654) була суттєвим кроком у розвитку теорії ймовірностей, не зважаючи на те, що вони самі не виділили ні поняття ймовірності, ні теореми множення ймовірностей як нові поняття й властивості, хоч і користувалися ними у неявній формі. Центральне місце в переписці посідає розв'язання згадуваної задачі про справедливий розподіл ставки. Паскаль ділить ставку пропорційно ймовірностям виграшу при продовженні гри, застосовуючи арифметичний трикутник, пізніше названий його іменем. А Ферма пропонує розділити пропорційно ймовірностям виграшу всієї зустрічі.

У 1657 р. вийшла перша друкована робота з теорії ймовірностей – трактат Х. Гюйгенса „Про розрахунки в азартних іграх". В передмові автор зазначив: „В усякому разі, я вважаю, що при уважному вивченні предмета читач помітить, що має справу не лише з грою, а й що тут зароджуються основи дуже цікавої й глибокої теорії” [4, 56]. Вся праця складається зі вступу та 14 тверджень. Уже у вступі Гюйгенс виділяє поняття „шанс”, що, по суті, є досить усвідомленим поняттям ймовірності. У твердженнях розглядаються деякі властивості шансу, фактично визначається математичне сподівання для дискретної випадкової величини у вигляді ціни шансу та розглядаються розв'язання задач про розподіл ставки та задач, пов'язаних з киданням костей.

У 1713 р. була видана книга Я. Бернуллі „Мистецтво припущень”, яка, незважаючи на те, що залишилася незакінченою, стала значним кроком до початку етапу достатнього обґрунтування. Вона складається з чотирьох частин. Перша містить у собі повний текст згадуваної вище книги Х. Гюйгенса та зауваження Я. Бернуллі до кожного з 14 її тверджень. Друга частина присвячена теорії сполук, третя містить 24 задачі про азартні ігри з повним їх розв'язанням. Основною ж частиною книги є четверта – „Застосування попереднього вчення до цивільних, моральних та економічних питань”. Вона завершується доведенням теореми Я. Бернуллі, тобто закону великих чисел у найпростішій формі. Але із заголовку видно, що автор ставив за мету розгляд застосувань теорії ймовірностей.

У цій частині Я. Бернуллі дає досить добре пояснення статистичної ймовірності. Він пише: „І що не дано вивести апріорі, те, принаймні, можна одержати апостеріорі, тобто з багаторазових спостережень результатів у подібних прикладах. Тому, що треба передбачати, що деяке явище згодом у стількох же випадках може відбутися або не відбутися, у скількох при подібних же умовах раніше воно було відміченим як таке, що відбулося або не відбулося... Цей емпіричний спосіб визначення числа випадків за спостереженням не новий і не незвичайний... тому усі постійно дотримуються його у повсякденній практиці” [4, 95].

Племінник Якоба Бернуллі М. Бернуллі теж наполегливо займався теорією ймовірностей. У 1709 р. він захистив дисертацію „Про застосування мистецтва припущень у питаннях права”. Робота складається з передмови, дев'яти розділів і наслідків. Ймовірність він вводить як степінь вірогідності, яка відрізняється від неї як частина від цілого, вірогідність він позначає одиницею [4, 78]. У своїй роботі М. Бернуллі чітко виділяє теорію ймовірностей („Мистецтво припущень”) в окрему дисципліну, дає означення ймовірності, хоча й не вважає це поняття центральним, більшу увагу відводить математичному сподіванню.

Д. Бернуллі у своїх роботах з теорії ймовірностей розв'язував, крім суто ймовірнісних задач, також і задачі, пов'язані з питаннями народонаселення та астрономічними питаннями. Його роботи ввели в дослідження ймовірнісних питань більш потужний та більш формальний математичний апарат.

Д. Бернуллі та Л. Ейлер будують щільності розподілу ймовірностей, а це вже відкриття дуже важливих властивостей ймовірності.

Т. Байєс у своїй праці „Досвід розв'язування однієї задачі вчення про випадок" також намагається дати означення термінам „шанс" або „ймовірність", які він ототожнює, щоб припинити усілякі суперечки про значення слова, яке у звичайній мові вживається у різному розумінні. Зокрема, на початку роботи одним із означень є: „Імовірність будь-якої події є відношенням значення, яке дається сподіванню, пов'язаному з настанням події, і значення очікуваного у цьому випадку прибутку" [4, 141]. Він чітко ввів поняття умовної ймовірності, одержав біноміальну криву розподілу ймовірностей та її основні властивості, вказав правило знаходження ймовірностей того, що шукана ймовірність знаходиться у заданих межах.

Етап достатнього обґрунтування теорії ймовірностей тісно пов'язаний з працями багатьох видатних математиків XIX ст. та першої чверті XX ст. Мабуть, початком цього етапу можна вважати фундаментальне дослідження французького математика П. Лапласа (1749-1827) „Аналітична теорія ймовірностей", видане у 1812 р. Він, можна сказати, підвів підсумки значного етапу формування базових ймовірнісних понять, надавши їм чітку математичну форму, довів теореми, які зараз називаються теоремами Муавра-Лапласа, побудував теорію помилок спостережень і метод найменших квадратів, використовував основні теоретичні результати для практичних задач. Свою математичну модель він будував, виходячи з десяти принципів, перші два з яких – визначаючі:

Перший принцип: Ймовірність – це відношення числа сприятливих результатів до числа всіх можливих.

Другий принцип: Але це передбачає рівноймовірність всіх результатів.

Рівноможливими П. Лаплас вважав дві події, якщо немає ніяких підстав вважати здійснення однієї події більш можливим, ніж іншої [4, 157].

Отже, першим навів класичне тлумачення ймовірності Лаплас. Разом з тим він чітко обмежив використання своєї моделі.

Після робіт Лапласа виникає можливість викладання теорії ймовірностей в університетах. При цьому основні поняття вводилися по суті так, як це робив Лаплас.

Подальший розвиток теорії ймовірностей і статистики характеризується не меншою драматичністю ідей, помилок, парадоксів. Так, відомий математик та енциклопедист Ж. Даламбер (1717-1783) при розв'язуванні задачі: „Яка ймовірність того, що при дворазовому підкиданні монети герб з'явиться хоча б один раз?" вважав рівноможливими такі три результати: герб з'явиться при першому підкиданні, при другому підкиданні, не з'явиться зовсім. А сприятливими вказаній події є два з них. Тому шукана ймовірність буде ⅔. Історія помилки Даламбера демонструє обмеженість класичного підходу та серйозні помилки при його абсолютизації.

Саме Даламбер, мабуть, першим поставив принципово важливі питання: про визначення ймовірності у випадках нерівноможливих результатів та якою ймовірністю можна нехтувати [4, 133].

У поширенні теорії ймовірностей у Російській імперії, до складу якої входила й Україна, важливу роль зіграли видатні математики українського походження В.Я. Буняковський (1804-1889) та М.В. Остроградський (1801-1861). У 1846 р. вийшла фундаментальна робота В.Я. Буняковського „Основи математичної теорії ймовірностей", де автором фактично введена російська термінологія, яка майже без змін використовується і сьогодні. В роботах М.В. Остроградського також відчувався вплив книги Лапласа.

Найінтенсивніші дослідження з теорії ймовірностей на теренах Російській імперії велися у Петербурзькій математичній школі, засновником якої є великий російський математик П.Л. Чебишов (1821-1894). Він визначає теорію ймовірностей як математичну дисципліну з відомими елементарними ймовірностями, на основі яких за правилами і законами теорії ймовірностей визначають інші ймовірності. Рівноможливі події П.Л. Чебишов означає так: „Якщо з певного числа різних подій при відомих обставинах одна повинна здійснитися необхідним чином і нема особливих причин чекати якусь з цих подій переважно перед іншими, то такі події відрізняємо назвою рівноможливих". Поняття „ймовірності події" він тлумачить, як „відношення числа рівноможливих випадків, сприятливих для події, до числа усіх рівноможливих випадків" [4, 180-181].

Основні питання, якими займався П.Л. Чебишов, це закон великих чисел та гранична теорема для сум незалежних випадкових величин.

А.А. Марков (1856-1922), один з видатних учнів П.Л. Чебишова, у 1913 р. видав книгу „Числення ймовірностей", за якою протягом багатьох років навчалися російські математики. У цій книзі він також дає класичне тлумачення ймовірності. При цьому дві події він називає рівноможливими, якщо немає підстав чекати одну з них переважною перед іншою. Декілька подій він назвав рівноможливими, якщо кожні дві з них є рівноможливими. З цього приводу А.А. Марков робить зауваження: „На мою думку різні поняття визначаються не стільки словами, кожне з яких може у свою чергу вимагати означення, скільки нашим відношенням до них (понять), яке прояснюється поступово" [4, 189].

Крім того, А.А. Марков – засновник одного з важливих розділів теорії ймовірностей – вивчення залежних випадкових величин.

У 1900 та 1901 рр. вийшли роботи О.М. Ляпунова (1857-1918), в яких автор довів граничну теорему для випадкових величин з набагато меншими обмеженнями, ніж вимагали П.Л. Чебишов та А.А. Марков. Саме у формулюванні О.М. Ляпунова гранична теорема одержала назву центральної граничної теореми теорії ймовірностей [4, 186].

Отже, Петербурзька школа дала потужний поштовх розвитку теорії ймовірностей.

Невід'ємною умовою розвитку будь-якої наукової теорії є критичне ставлення до неї частини вчених, які у своїх працях розкривають ті моменти у теорії, які внаслідок недостатньої обґрунтованості ведуть до парадоксів, а внаслідок недостатнього розвитку незастосовні до багатьох практичних задач. Серед таких критиків теорії ймовірностей доцільно, крім Ж. Даламбера, назвати французьких математиків Ж. Бертрана (1822-1900) та А. Пуанкаре (1854-1912), які своїми парадоксами підкреслили нечіткість та неточність основних понять теорії ймовірностей, а тому поставили питання про відповідні уточнення. Завдяки цим працям стало зрозумілим, що класичне означення ймовірності через рівноможливі події – це фактично тавтологія або зачароване коло, оскільки рівноможливість по суті є рівноймовірність.

Крім того, класичне означення ймовірності неприйнятне до більшості задач фізики, техніки, статистики, біології тощо.

На початку XX ст. в усіх працях з теорії ймовірностей наводилося класичне означення ймовірності, введене Лапласом. Хоча з розвитком науки ставало зрозумілим, що теорія ймовірностей потребує логічного обґрунтування – обґрунтування за допомогою аксіоматичного методу. Це було здійснено видатним російським математиком А.М. Колмогоровим (1903-1987), який у 1933 р. у Берліні німецькою мовою і в 1936 р. у Москві російською видав книгу „Основні поняття теорії ймовірностей” [5]. У цій книзі А.М. Колмогоров на основі теорії міри виклав свою систему аксіом теорії ймовірностей і теоретико-множинну інтерпретацію її основних понять. За словами угорського математика А. Реньї, він тим самим включив теорію ймовірностей у „кровоносну систему сучасної математики”, зробивши її рівноправною серед математичних теорій [6, 190]. З виходом книги А.М. Колмогорова починається ***етап остаточного обґрунтування теорії ймовірностей***.

Після створення аксіоматичної теорії ймовірностей всі пізніші концепції зобов’язані враховувати цю універсальну абстрактну базу, що має численні успішні застосування.

4. Висновки. Особливістю теорії ймовірностей і математичної статистики є те, що історія їх виникнення, становлення і розвитку наповнена різноманітними парадоксами, непорозуміннями, ідеологічними та релігійними обмеженнями та заборонами. Навіть прості ймовірнісні задачі, що виникали з практичних потреб та ігрових ситуацій, приводили до гострої й тривалої полеміки видатних вчених не лише навколо базових питань теорії ймовірностей, але й навколо глибинних філософських питань об’єктивного й суб’єктивного, можливого й неможливого, випадкового й вірогідного.

Цю особливість теорії ймовірностей не можна ігнорувати при навчанні учнів та студентів цих питань. Адже на перших етапах вивчення теорії ймовірностей викладач (учитель) в процесі подання матеріалу та студент (учень) в процесі його сприймання неминуче стикається з тими ж складними філософськими проблемами, численними забобонами й помилками. Тому аналіз історії становлення та розвитку науки особливо важливий при відборі змісту, методів та засобів навчання.

Сьогодні теорія ймовірностей і математична статистика є одними з основних напрямків розвитку сучасної математики, які мають свою аксіоматику, розвинутий математичний апарат, важливі теоретичні результати й численні застосування. Можна стверджувати, що в наш час саме ймовірнісно-статистичне описання процесів природи й суспільства є найбільш повним та адекватним.

Література:

1. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Елементи стохастики з комп’ютерною підтримкою: Посібник для вчителів. – Вид. 3-є, допов. // Математика. – 2002. – № 22-23. – С. 1-120.
2. Жалдак М.І., Михалін Г.О. Про вивчення елементів стохастики у школі // Математика в школі. – 2004. – № 9-10. – С. 7-12.
3. Михалін Г.О., Слука О.В. Про вивчення основних понять теорії ймовірностей у шкільному курсі математики // Комп’ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редкол. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова. – Вип. 3. – 2001. – С. 167-173.
4. Майстров Л.Е. Развитие понятия вероятности. – М.: Наука, 1980. – 270 с.
5. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – 2-е изд. – М.: Наука, 1974. – 120 с.
6. Реньи А. Трилогия о математике. (Диалоги о математике. Письма о вероятности. Дневник. – Записки студента по теории информации.) Пер. с венгер. / Под ред. и с предисл. акад. АН УССР проф. Б.В. Гнеденко. – М.: Мир, 1980. – 376 с.

САМОСТІЙНА РОБОТА СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ЕЛЕМЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

А.О. Розуменко[1], З.О. Баранова[1], А.М. Розуменко[2]
[1] м. Суми, Сумський державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка
[2] м. Суми, Сумський національний аграрний університет

Проблемі ефективної організації і розвитку навичок самостійної роботи студентів вищих навчальних закладів приділяється досить багато уваги в наукових і навчальних установах різних рівнів. Активізація самостійної роботи студентів набуває особливого значення в умовах модернізації вищої професійної освіти, впровадження модульно-кредитної технології навчання.

Основними завданнями вищої професійної освіти можна вважати такі:

1) розвиток у студентів навичок самоосвіти;
2) інтенсифікація та індивідуалізація навчання;
3) розробка сучасної структури навчальних дисциплін;
4) впровадження сучасних інформаційних технологій.

На нашу думку, розв'язання зазначених завдань можливо тільки за умови підвищення ролі самостійної роботи студентів при засвоєнні навчального матеріалу, а також посилення відповідальності викладачів за організацію та контроль такої роботи.

Планування, організація, моніторинг та корекція результатів самостійної навчальної роботи студентів є складним багатоаспектним процесом. Організація та методичний супровід самостійної роботи студентів є однією з актуальних проблем вищої школи, яка пов'язана з введенням державних освітніх стандартів.

Зміст поняття самостійної роботи і пов'язані з ним питання розглядаються в працях цілого ряду дослідників (Ю.К. Бабанський, Б.П. Єсипов, Т.І. Шамова, П.І. Підкасистий та ін.).

Поняття „самостійна робота" використовується авторами в різних значеннях. Самостійну роботу визначають як:

- метод;
- прийом;
- засіб навчання;
- форму організації діяльності тих, хто навчається.

У широкому розумінні: самостійна робота – це сукупність всієї самостійної діяльності студентів, як у навчальній аудиторії, так і поза нею, під керівництвом викладача і за його відсутності. У той же час, самостійна робота є важливою формою навчального процесу.

Обсяг загальних знань людства дуже швидко росте. Тому необхідно впроваджувати нові технології навчання, спрямовані на підготовку фахівців з високим творчим потенціалом, готових до безперервної освіти, здатних до самостійного прийняття рішень. Необхідно навчати не конкретним знанням, а способам швидкого та ефективного засвоєння знань, умінню вчитися. В цьому напрямі важко переоцінити значення самостійної роботи студентів, яка передбачає:

- використання активних методів навчання;
- розвиток творчих здібностей студентів;
- перехід до індивідуалізованого навчання з урахуванням потреб і можливостей студентів.

Дослідники виділяють такі психолого – педагогічні функції самостійної роботи студентів:

1) стимулює інтерес до запропонованого матеріалу;
2) сприяє формуванню знань, умінь і навичок для вирішення пізнавальних завдань і розвитку прийомів розумової діяльності;
3) створює умови для формування психологічної готовності поповнення власних знань при розв'язування нових завдань.

Досвід роботи у вищих навчальних закладах дозволяє зробити висновок про те, що значна частина студентів психологічно не готова до самостійної навчальної діяльності. Студенти мають різний рівень підготовки, різний рівень розвитку здібностей, уміння навчатися і різний рівень навчальної мотивації. Психологічно готові працювати самостійно тільки ті студенти, які мають позитивну навчальну мотивацію. Для того, щоб самостійна робота студентів була ефективною, необхідно враховувати:

- рівень складності завдань (завдання мають бути зрозумілими і доступними для розв'язання);
- вибір змісту навчального матеріалу для самостійного опрацювання (з урахуванням реальних можливостей, потреб та інтересів студентів);
- характер завдань (індивідуальні або групові);
- послідовність і логіку викладу навчального матеріалу.

Одним із стратегічних напрямків модернізації вищої освіти є виховання самостійності, відповідальності, розвитку інтелектуальних здібностей у майбутніх фахівців. Тому в сучасних умовах змінюється роль викладача в навчальному процесі: він організовує і направляє пізнавальну діяльність студента. Не можна „передати знання". Їх можна повідомити. Студент повинен опанувати їх шляхом власної самостійності. Самостійна діяльність формує у студентів психологічну установку на систематичне поповнення своїх знань і є необхідною умовою самоорганізації власної навчальної, а згодом і професійної діяльності.

Отже, самостійну роботу студентів вищих навчальних закладів доцільно розглядати як один із видів навчально – пізнавальної діяльності, орієнтованої на загальноосвітню і професійну підготовку під керуванням викладача.

Введення в шкільний курс математики ймовірносно-статистичної змістової лінії зумовило необхідність перегляду змісту та вдосконалення методики викладання елементів стохастики в вищих педагогічних навчальних закладах. Збільшилась кількість годин на вивчення курсу „Теорія ймовірностей та математична статистика”. За державним стандартом на засвоєння цього курсу відводиться 4 кредити , тобто 216 годин, половина з яких планується на самостійне опрацювання матеріалу [1]. Отже, потребує подальшої розробки методичне забезпечення цього курсу.

З деякими статистичними поняттями студенти знайомі ще з курсу шкільної математики (статистичне спостереження; генеральна сукупність і вибірка; варіаційні ряди і найпростіші їх характеристики; полігон, гістограма, медіана, мода, середнє арифметичне та дисперсія вибірки тощо). Але в школі елементи статистики вивчаються оглядово, на рівні загальних уявлень. У процесі вивчення даного курсу в педагогічному університеті необхідно забезпечити засвоєння майбутніми вчителями математики змісту основних статистичних понять, усвідомлення специфіки статистичних методів , вміння розв’язувати статистичні задачі різного рівня складності. На нашу думку, з метою більш ефективного засвоєння навчального матеріалу діяльність студентів доцільно організувати за такою схемою:

- засвоєння теоретичного матеріалу теми;
- колективне розв’язування різних типів задач теми під керівництвом викладача;
- самостійне розв’язування комплексних завдань, що містять задачі різних типів.

Специфіка навчального матеріалу з математичної статистики зумовлює певні методичні особливості організації контролю і корекції знань студентів. Ми вважаємо недоцільним проводити традиційну контрольну роботу з даного розділу. Основні типи задач з відповідних тем вимагають досить громіздких обчислень, що потребує багато часу для їх розв’язання. Тому для самостійної роботи пропонуємо студентам комплексне графічно-розрахункове завдання, яке містить задачі двох типів.

В першій задачі студентам пропонується вибірка із 100 варіант. Необхідно:

– побудувати ранжувальний ряд, інтервальний варіаційний ряд, полігон, гістограму, вибіркову функцію розподілу. По формі статистичної кривої зробити гіпотетичний висновок про відповідний теоретичний розподіл випадкової величини, що досліджується;

– обчислити вибіркові числові характеристики: вибіркову середню, моду, медіану, розмах і коефіцієнт варіації, середнє квадратичне відхилення. За допомогою одержаних значень вибіркових числових характеристик зробити висновок про форму статистичної кривої розподілу і про гіпотетичний закон розподілу випадкової величини;

– із заданою надійністю провести інтервальні оцінку математичного сподівання, дисперсії та середнього квадратичного відхилення генеральної сукупності випадкової величини, що досліджується [2].

Друга задача має прикладну спрямованість. Майбутнім вчителям пропонується застосувати метод перевірки статистичних гіпотез при опрацюванні результатів деякого „педагогічного” експерименту.

З лекційного курсу студентам відомо, що у випадку педагогічних досліджень статистичні гіпотези формулюються таким чином:

- гіпотеза про відсутність відмінностей характеристик двох груп (нульова гіпотеза);
- гіпотеза про значущість відмінностей характеристик двох груп (альтернативна гіпотеза).

В педагогічних дослідженнях критичні значення статистичних критеріїв визначають для рівня значущості α=0,05. Статистичні критерії вибирають у залежності від того, яка шкала вимірювань використовується і який об’єм вибірки опрацьовується.

Отже, студенти повинні проаналізувати умову задачі, сформулювати нульову та альтернативну гіпотези, обґрунтувати вибір відповідного статистичного критерію, застосувати вибраний критерій і зробити висновок про прийняття чи відхилення нульової гіпотези дослідження [3].

На практичних заняттях студенти знайомляться з алгоритмами розв’язання сформульованих завдань. Кожен студент виконує свій варіант і усно доповідає викладачу про свої результати.

В даному випадку доцільним є об’єднання зусиль викладача математичної статистики та викладача інформатики. Після виконання свого завдання безпосередньо, так би мовити, „вручну”, запропонувати студентам „перевірити” себе за допомогою комп’ютера [4]. Виконання запропонованих завдань значно полегшується при використанні таких прикладних програм, як Microsoft Excel, Statistica.

Література:

1. Галузеві стандарти вищої освіти. Напрям підготовки 0101 Педагогічна освіта. Спеціальність 6.010100 Педагогіка і методика середньої освіти. Математика. Затверджено наказом МОН України від 02.10.2002 року №546.
2. Удод В.О. Лекції по теорії ймовірностей та математичній статистиці.- Суми: Сумська обласна друкарня, 1999. – 188 с.
3. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). – М.: МЗ – Пресс, 2004. – 67 с.
4. Жалдак М.І. та ін. Теорія ймовірностей і математична статистика з елементами інформаційної технології: Навч. посібник. – К.: Вища школа, 1995. – 351 с.

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ПЕРЕДУМОВИ МОДЕРНІЗАЦІЇ ЗМІСТУ І ПОБУДОВИ МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ СТОХАСТИКИ В ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ КОЛЕДЖАХ

Т.М. Задорожня
м. Ірпінь, Національний університет державної податкової служби України

Побудова методичної системи навчання стохастики, орієнтованої на розвиток особистісних якостей та формування широкого кола важливих компетентностей студентів фінансово-економічних коледжів, неможлива без врахування їхніх вікових психологічних особливостей. До психологічних факторів належать вікові та індивідуальні особливості студентів, а також психологія педагогічної взаємодії між усіма складовими процесу навчання.

За нашим дослідженням, лише 6,7% студентів першокурсників не досягають 15-річного віку на початок навчання. Тому ми можемо віднести їх до старшого шкільного віку або до періоду ранньої юності (з 14–15 до 17 років, випускники 9-х класів). А це особливий вік – це перехідний період від дитинства до ранньої юності. “Він характеризується рядом нових моментів у фізичному і психологічному розвитку дитини, нових психологічних особливостях, які складають складне і суперечливе психологічне обличчя підлітка. Великі зміни з’являються в пізнавальних процесах і мисленні. Подальший розвиток самосвідомості зумовлює прагнення посісти нове місце в системі стосунків з навколишніми людьми. Підліток починає вважати себе дорослим, хоче бути дорослим, прагне до самостійності, вимагає поваги до своєї особистості, врахування його зрослих можливостей, інтересів і прав” [1].

Старшокласник, переходячи із середньої школи до коледжу, вступає в нову соціальну ситуацію, яку характеризує не лише новий колектив, але й направленість на майбутнє: на вибір способу життя, професію, друзів і т.д. Необхідність вибору диктується самим життям, ініціюється батьками, спрямовується навчальним закладом. У цей період головного значення набуває ціннісно-орієнтована активність. Незважаючи на те, що 58,9% студентів обрали напрям освіти за порадою батьків, досить швидко починають вважати його власним. Спостерігається їх прагнення до автономії, до самостійності. За нашим опитуванням, невелика частина старшокласників – 26,7 % – свідомо підійшла до вибору майбутньої професії. Цей вибір диктується не тільки орієнтацією на своє покликання, на сферу діяльності, в якій людина зможе себе максимально реалізувати, бути корисною іншим, але й кон’юнктурою, практичною цінністю даної професії в конкретній ситуації суспільного розвитку нашої країни.

Кожний віковий період у житті людини визначається сукупністю багатьох факторів, які виступають у ролі його показників. У дослідженнях Д.Б. Ельконіна виділяється три основних показники, фактори, які обумовлюють як сам розвиток, так і його періоди. "Певний вік в житті дитини, або відповідний період її розвитку, – це порівняно замкнутий період, значення якого визначається передусім його місцем і функціональним значенням на загальній кривій дитячого розвитку. Кожен вік, чи період, характеризується такими показниками:

– певною соціальною ситуацією розвитку або тією конкретною формою стосунків, у які вступає дитина з дорослими в даний період;

– основним або провідним типом діяльності (існує кілька різних типів діяльності, які характеризують певні періоди дитячого розвитку);

– основним психічним новоутворенням (у кожному періоді вони можуть бути різними: від окремих психічних процесів до характеристик особистості)" [2].

Пераховані показники знаходяться у складній взаємодії і зазнають взаємовпливу. Слід враховувати, що вікові особливості – це не щось незмінне, притаманне дітям певного віку в усі часи. Вони інші, ніж були кілька десятків років тому. Вони різні і сьогодні для дітей, які потрапили до різних соціальних ситуацій, враховуючи перший показник.

Наші першокурсники, в силу того, що починають вирішувати самостійно багато нових для себе питань (навчальних, побутових), швидше дорослішають, стають більш самостійними і впевненими, ніж ті, хто залишився у школі. У них швидше відбувається перехід до наступного вікового періоду – студентського. Цю особливість слід враховувати, адже в соціально-психологічному плані студентство вирізняється вищим освітнім рівнем та рівнем пізнавальної мотивації. Тому дуже важливо це не втратити.

Враховуючи, що першокурсник коледжу включається в новий тип провідної діяльності – навчально-професійної, її правильна організація і буде визначати його становлення як майбутнього спеціаліста економічної галузі.

Важливим показником студентів як суб'єктів навчальної діяльності служить їхнє уміння виконувати всі види і форми цієї діяльності. Як показують проведені дослідження, більшість студентів на початку першого курсу не вміють слухати і записувати лекції, виділяти основне, конспектувати літературу, виступати перед аудиторією. Тому перше і досить важливе психолого-педагогічне завдання викладачів – формування старшокласників як суб'єктів навчальної діяльності. Передусім необхідно допомогти їм сформувати уміння планувати, організовувати свою діяльність, вчитися з повною віддачею, спілкуватися. Прикладний характер змісту стохастики дозволяє активніше використовувати самостійну роботу студентів.

Для вироблення навичок систематичної самостійної роботи після вивчення кожної теми з теорії ймовірностей і математичної статистики ми пропонуємо студентам короткострокові та довгострокові домашні завдання. До короткострокових ми відносимо: опрацювання теоретичних питань, які не були розглянуті на заняттях, підготовку невеликих історичних повідомлень з математики або повідомлень, пов'язаних з майбутньою професією, що використовуватимуться для розв’язування прикладних задачах. Довгострокові – розрахункові роботи, які пов’язані з самостійним або за консультацією викладача розв’язуванням індивідуальних завдань після кожної теми.

Завдяки такому підходу реальними стають виховні та розвивальні цілі:

- розвиток логічного і творчого мислення студентів;
- самостійно здобувати знання, проводити невеликі стохастичні дослідження;
- формувати вміння опрацьовувати різні фінансово-економічні та математичні джерела, складати опорні схеми, конспекти;
- формувати такі важливі якості особистості, як самостійність, наполегливість, уважність, активність, працелюбність.

Незважаючи на значне збільшення обсягу пам’яті та значний розвиток стійкості уваги, зростання працездатності дітей старшого шкільного віку, слід враховувати, що максимально продуктивне сприйняття матеріалу відбувається приблизно протягом 20 хвилин. Відносно середній рівень продуктивності сприймання зберігається протягом 35 хвилин. Певні труднощі із сприйманням навчального матеріалу, які ведуть до його втрат, починають проявлятися після 45 хвилин неперервної однотипної роботи. Врахування цих особливостей є важливим для правильної організації навчальної діяльності, оскільки тривалість одного заняття складає 1 годину 20 хвилин.

Відомо також, що до 21 року показники уваги є нижчими в порівнянні з наступними віковими періодами, а враховуючи ще й досить посередню математичну підготовку (лише 20% відмінників серед абітурієнтів), особливостям концентрації уваги слід приділити особливе місце. При вивченні стохастики не слід використовувати громіздке подання матеріалу. Доцільними будуть невеликі порції концентрованого теоретичного матеріалу з великою кількістю зрозумілих, взятих з життя або професійно спрямованих прикладів. Активне залучення до співпраці студентів теж сприятиме підвищенню уваги.

Протилежною є динаміка розвитку пам’яті. Її показники для старшого шкільного віку значно перевищують середні, а це свідчить про наявність можливостей її активного використання для засвоєння нового матеріалу в процесі пізнавальної діяльності. “У цьому віці у дитини активно проявляються і працюють різні види пам’яті, що дозволяє їй запам’ятовувати і зберігати великі обсяги різної інформації, використовуючи з різною інтенсивністю різні механізми запам’ятовування і зберігання в залежності від характеру матеріалу” [3].

Використовуючи образну, словесно-логічну пам’ять, не слід нехтувати зоровою. Доцільним є використання та створення схем-орієнтирів та схематичних записів під час вивчення теоретичного матеріалу із стохастики. Їх ефективність підтверджена практичною діяльністю педагогів-новаторів В.Ф. Шаталова, В.П. Іржавцевої та ін. Використання цих видів унаочнення на заняттях з теорії ймовірностей і математичної статистики дозволяє досить швидко проводити актуалізацію опорних знань з стохастики та повторити необхідну інформацію перед розв'язуванням задач. Приклад: блок-схема "Властивості ймовірності" (табл. 1).

Таблиця 1. Блок-схема " Властивості ймовірності"

$P(A)\geq 0$	Для довільної випадкової події A
$P(\Omega)=1$	Для вірогідної події
$P(A_1+A_2+...)=P(A_1)+P(A_2)+...$	Для попарно несумісних події
$P(\varnothing)=0$	Для неможливої події
$0\leq P(A)\leq 1$	Для довільної події
$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$	Для довільних випадкових подій ($A\subset\Omega$, $B\subset\Omega$)
$P(A+B+C)=P(A)+P(B)-P(C)-$ $-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$	$A\in S$, $B\in S$, $C\in S$ – довільні випадкові події
$P(A_1)+P(A_2)+...+P(A_n)=1$	Випадкові події A_1, A_2, ..., A_n попарно несумісні і в сумі дають вірогідну подію
$P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)$	Випадкові події A і $\overline{A}$ – протилежні, тобто $A\cdot\overline{A}=\varnothing$ і $A+\overline{A}=\Omega$

Результати нашого експерименту показали, що використання схем, побудованих за типом змістового узагальнення, особливо доцільно на етапі узагальнюючого повторення. На таких заняттях проводиться систематизація розрізнених відомостей, отриманих студентами в процесі вивчення навчального матеріалу, узагальнюються окремі положення.

Важливим компонентом навчальної діяльності є мотив, мотивація. У загальному плані мотив – це те, що визначає, стимулює, спонукає людину до будь-якої дії, що входить до визначеної цим мотивом діяльності.

Складність і багатовекторність проблеми мотивації зумовлює велику кількість підходів до розуміння її сутності, природи, структури (П.Я. Гальперін, О.М. Леонтьєв, С.Л. Рубінштейн та ін.).

Трактування мотиву пов'язують з переживанням потреби (бажання) і її задоволенням (С.Л. Рубінштейн), з "опредметненою потребою" (О.М. Леонтьєв).

За П.Я. Гальперіним, мотивація – перший обов'язковий етап формування розумових дій. Вона може бути внутрішньою або зовнішньою що до діяльності, але завжди залишається внутрішньою характеристикою особистості.

У період старшого шкільного віку мотивація навчання зазнає якісних змін. Старшокласник, як суб'єкт навчальної діяльності, через специфіку соціальної ситуації розвитку, в якій він знаходиться, характеризується якісно іншим змістом цієї діяльності, а саме – професійним. По-перше, поряд з внутрішніми пізнавальними мотивами засвоєння знань з основ наук, що мають особистісну змістову цінність, з'являються широкі соціальні і вузько особистісні зовнішні мотиви, серед яких мотивам досягнення відводиться значне місце. Навчальна мотивація якісно змінюється за структурою, оскільки сама навчальна діяльність є для старшокласника засобом реалізації життєвих планів. Основним внутрішнім мотивом для більшості є орієнтація на результат. Для того, щоб вивчення стохастики входило в плани першокурсника, вона повинна мати чітку професійну спрямованість.

У деяких старшокласників спостерігається послаблення і нестійкість мотивів та інтересів до навчання. Це виникає внаслідок певних власних невдач в цьому процесі. Самолюбство, ще не впевнене відчуття дорослості породжують прагнення зробити вигляд, ніби оцінки успіхів у навчанні не мають для них істотного значення. Як показують спостереження, зниження мотивації і послаблення інтересу до навчання може бути пов'язане з нетактовністю викладача або несправедливою оцінкою знань студентів.

Щоб запобігти байдужості та для підвищення позитивних емоцій і інтересу під час вивчення стохастики, ми дотримувались таких вимог:

- для введення нових понять і тверджень початково підбирались і розглядались на занятті вправи, запитання, що вмотивовували це введення;
- обов'язково з'ясовувалась можливість застосування нового матеріалу, а також, наскільки можливо, розглядався його економічний зміст;
- використовувалися прикладні задачі фінансово-економічного змісту;
- комп'ютерна підтримка використовувалася для задач з великою кількість даних;
- стимулювалися емоційні досягнення мети, успіху від розв'язування задачі. (Створювалися умови для гарантованого успіху кожного учня, йому пропонувалися такі завдання і задачі, які він міг виконати. Потім учнів попереджали, що наступні завдання будуть складніші, а насправді давали аналогічні. Після того, як у студентів зростала віра в себе та впевненість у своїх здібностях, виникало задоволення від навчання, їм пропонували справді складніші завдання (за методом, описаним Л.М. Фрідманом). У результаті нам вдалося сформувати у студентів стійку позитивну мотивацію до самостійної навчальної роботи.);
- систематично створювалась атмосфера важливості виконання завдань, результатами яких студенти можуть скористатися на наступних курсах при вивченні професійно спрямованих дисциплін;
- оцінювання усних відповідей обов'язково обґрунтовується, а результати письмових робіт не оголошуються, після виставлення оцінок, роботи повертаються до власників.

Потрібні мотиви можуть бути сформовані у студентів тільки в процесі їхньої власної діяльності. Досить важливо, щоб зміст навчання, цілі і завдання, які ставить викладач, мали для них зрозумілий і значимий смисл.

Ми погоджуємося з думкою С.Л. Рубінштейна: “Для того щоб, учні по-справжньому включилися в роботу, необхідно, щоб поставлені перед ними завдання, були не тільки зрозумілими, але й внутрішньо сприйнятими ними, тобто, щоб вони були значимими для учнів і знайшли відгук та опорну точку в його переживанні” [3].

Для опрацювання методики навчання учнів теорії ймовірностей і математичної статистики важливо враховувати психологію розумової діяльності учнів старшого шкільного віку та особливості сприйняття цієї теорії, виявити основні мотиваційні фактори щодо потреби у вивченні саме теорії ймовірностей і математичної статистики студентами фінансових та економічних коледжів і в випадку їх відсутності довести, що стохастика для них є практично значимою, саме основи цієї науки допоможуть їм розв’язувати завдання пов’язані з невизначеністю.

Підтверджують цю думку і слова відомого американського психолога Дж. Брунера, які повною мірою можуть бути віднесені до теорії ймовірностей. Він вважав, що при оцінюванні курсу математики спеціальні математичні знання, що передаються з його допомогою, важливі не більше, ніж та дисципліна розуму, яку він дає, і та довіра до переданої системи знань, яку він виховує. Фактично обидві цілі нерозривно пов’язані: жодна не досягається без іншої. Істинним змістом цього конкретного курсу, як і іншого, є людина, її природа, як представник певного біологічного виду, і фактори, які формують і продовжують формувати її людські якості [4], а збагнути людську природу, сутність неможливо без поняття випадкового, імовірнісного.

Тому дидактична мета вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики в коледжах, ліцеях (зокрема, фінансово-економічних) полягає в забезпеченні:

- наукового розуміння своєрідності відображення теорією ймовірностей найпростіших законів про кількісні відношення в природі, суспільстві і виробництві;
- розуміння сутності елементарних методів наукових досліджень і доведень, які використовуються в теорії ймовірностей та елементарних умінь побудови ймовірнісних моделей прикладних задач і їх розв’язування;
- ймовірнісної та статистичної підготовки, достатньої для вивчення інших навчальних предметів професійного спрямування; для практичного застосування в певній галузі виробництва, сфері обслуговування і бізнесу чи для продовження освіти.

Досягнення цієї мети залежить від багатьох факторів:

- від змісту навчання, від того, якими знаннями, уміннями і навичками оволодівають студенти в процесі навчання, в якому порядку та як поєднані з іншим навчальним матеріалом, наскільки свідомі та міцні вміння та навички;
- від того, як пов’язане навчання теорії ймовірностей з навколишнім

світом, на основі яких життєвих уявлень, явищ і фактів формуються абстрактні ймовірнісні поняття, які практичні застосування набувають отримані знання і вміння;

- від того, як пов'язане навчання теорії ймовірностей з іншими предметами, чи створює навчання стохастики необхідну базу, основу для навчання інших предметів;
- від організації процесу навчання теорії ймовірностей і математичної статистики, зокрема застосовуваних методів, прийомів та засобів навчання;
- від того, як навчається сам учень, як він ставиться до навчання, який інтерес виявляє до предмета, які цілі він перед собою ставить [5].

Відомо, що цілеспрямованість навчальної діяльності визначається, насамперед, домінуючими навчально-пізнавальними мотивами (вибір майбутньої професії, пізнавальний інтерес до деяких предметів), які спрямовують діяльність учня на досягнення певних цілей навчання.

Навчальна діяльність стає провідною за умови, коли цілі навчання сприймаються учнями як власні. Такого трактування навчальної діяльності дотримувались Л.С. Виготський, В.В. Давидов, О.М. Леонтьєв, С.Л. Рубінштейн.

"Провідна діяльність – це така діяльність, розвиток якої зумовлює найголовніші зміни у психічних процесах і психологічних особливостях дитини на даній стадії її розвитку" [6]. Тому виділяються три основні ознаки навчальної діяльності:

1) у ній виникають нові види діяльності;
2) у ній формуються або перебудовуються психічні процеси;
3) від неї залежать у певний період розвитку дитини психологічні зміни її особистості.

Відповідно до періодизації Д.Б.Ельконіна, провідною діяльністю в шкільному періоді для старшого віку є навчально-професійна.

На думку З.І. Слєпкань, математична діяльність ґрунтується на спеціальних прийомах, які повинні враховувати орієнтовно-операційний зміст і відповідати віковим особливостям учнів [7].

Прийоми навчальної діяльності досить тісно пов'язані з розумовою діяльністю. Співвідношення між цими двома рядами прийомів є неоднозначним: "Звичайно в навчальній діяльності учня за прийомами навчальної роботи приховуються прийоми розумової діяльності… Деякі прийоми розумової діяльності навіть повністю збігаються з прийомами навчальної діяльності" [8]. Такими, наприклад, є прийоми порівняння і встановлення причинних зв'язків та інші.

Успіх у вивченні теорії ймовірностей зумовлений рівнем оволодіння такими прийомами розумової діяльності як аналіз, абстрагування, систематизація, порівняння, аналогія тощо, які досліджувались багатьма психологами та дидактами. Загальні прийоми розумової діяльності вивчені. Вони інваріантні відносно об'єктів мислення.

Як приклад, розглянемо питання про причинні зв'язки. Систематичне виявлення причинних зв'язків різних понять у процесі вивчення теорії ймовірностей сприяло б більш ефективному засвоєнню основ цієї специфічної науки.

За програмою схема Бернуллі вивчається після вивчення випадкових подій, теорем додавання і множення ймовірностей. Тому в учня інколи складається враження, що схема Бернуллі не має зв'язку із попереднім матеріалом і є деякою частинною задачею, не такою вже важливою для подальшого розвитку теорії. Події і пошук ймовірностей окремих подій породжують уявлення про "статичність" питань, що розглядаються, а теореми множення і додавання – лише про "алгебру" подій і ймовірностей. Схема ж Бернуллі несе в собі "динаміку", оскільки в ній розглядаються послідовності незалежних випробувань, в кожній з яких відбувається або не відбувається деяка подія. Задача знаходження ймовірності появи m успіхів в n випробуваннях передбачає розгляд множинності. Сама термінологія (послідовність випробувань, в кожному випробуванні успіх – або невдача) асоціює рух. Тому пошук відповіді на причинність двох понять теорії ймовірностей, які викладаються в безпосередньому сусідстві, сприятиме не тільки активізації процесу вивчення і засвоєння цих знань, але й розвитку розумової діяльності студента.

Сформованість прийомів розумової діяльності значно підвищує ефективність процесу навчання і зокрема стохастики. Те, що свідоме застосування прийомів абстракції, порівняння, встановлення причинних зв'язків між поняттями та твердженнями створює для цього надійні передумови підтверджують результати спостережень психологів, дидактів, вчителів дослідників.

Сьогодні змінюються погляди на навчальну функцію математики. Формальне навчання математики повинно поступитися такому, яке дозволить глибше пізнати, дослідити навколишній світ. Це прагнення підтримує сучасна педагогіка, яка популяризує навчання через відкриття, через творчість під час вирішення проблем. Йдеться про метод навчання, за основу якого взято організацію проблемних ситуацій, що приводять від конкретного до абстракції через, нехай фантастичні, ситуації. Не повчати, а допомагати навчатися – головне правило активного навчання. Коли викладач організовує процес навчання і є помічником для учнів в отриманні знань, тоді органічно проходить і включення різних організаційних форм для відпрацювання і закріплення вивченого матеріалу. Стохастика вимагає саме активних методів навчання, залучення студентів до процесу пізнання.

Усвідомлене засвоєння навчального матеріалу відбувається не тоді коли студенти отримують готові знання, а коли з'ясовують нові для них факти в процесі аналізу умови задачі, проведення досліду. Найбільшою мірою це стосується і цілком можливо за умови використання не лише фронтальної, а й групової та індивідуальної роботи з студентами.

Для організації активного навчання вихідною є проблема, сформульована вчителем. Навчальна діяльність скерована на ставлення запитань та знаходження відповідей на них, висування гіпотез та їх перевірку доступним студентові шляхом забезпечує певну свободу вибору напрямів пошуку, веде до активної математичної діяльності. Творення ідей типове для аналізу стохастичного сюжету прикладної задачі з наступним виділенням саме тієї ідеї, що дасть можливість сформулювати центральну гіпотезу її розв’язання.

Активність виникає ще й тоді, коли є позитивне ставлення до предмета, є знання і бажання продовжити діяльність після навчальних занять. Тому для розвитку інтересу до теорії ймовірностей не можна покладатися лише на зміст матеріалу, що вивчається. Якщо студенти групи не залучені до активної діяльності, то будь-який змістовний матеріал викликає лише споглядальний інтерес до предмета. У цьому випадку бажаним є включення в педагогічний процес завдань творчого характеру, які не є нав’язаними ззовні, викладачем, а реалізують творчу пізнавальну діяльність зсередини. У дослідженнях Г.І. Щукіної організація і характер проходження (протікання) пізнавальної діяльності студентів виділені як одне із джерел формування пізнавального інтересу студентів. Із цього джерела надходить багато стимулів: різноманітність форм самостійної роботи, оволодіння новими способами діяльності, елементи дослідження, творчі і практичні роботи. Усе це створює широкий діапазон емоцій студента: усвідомлення власного зростання, радість оволодіння більш досконалими способами навчальної діяльності, задоволення, відчуття успіху, гордість за успіх друзів.

Наш досвід підтверджує, що своєчасно сформовані стимули сприяють пізнавальній активності, справляють позитивний вплив на результати навчання.

Зокрема при вивченні стохастики важливо чітко визначитись із способами навчально-предметних дій, які забезпечували б не лише констатаційний рівень сприйняття навчального матеріалу, але й усвідомлене сприймання та засвоєння, що є необхідною передумовою його застосування до розв’язування прикладних задач. Серед них: визначення характеру подій, обчислення частоти та відносної частоти, оцінювання ймовірності події за її відносною частотою або означенням чи властивостями; обчислення математичного сподівання випадкової величини за її законом розподілу; складання плану стохастичного дослідження, застосування ймовірнісних моделей у найпростіших випадках для оцінювання ризику, для прийняття рішень в ситуаціях пов’язаних з невизначеністю.

Література:

1. Эльконин Д.Б. Психологическое развитие в детских возрастах / Под ред. Д.И. Фельдштейна. – М.: Издательство «Институт практической психологии», Воронеж: НПО «МОДЭК», 1995. – 416 с.

2. Пастушок Г.С. Методика викладання математики на економічних факультетах вищих закладів освіти: Дис. ... канд. пед. наук: 12.00.02.- Острозька академія, 2000. – С. 245.

3. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. – 2-е изд. – М.: Учпедгиз, 1947. – 704 с.

4. Брунер Дж. Психология познания: Пер. с англ. – М.: Прогресс, 1977. – 412 с.

5. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математики в школе. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.

6. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні основи вивчення математики: Математичний посібник. – К.: Рад. школа, 1983. – 192 с.

7. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. – М.: Просвещение, 1968. – 288 с.

8. Курындина К.Н. Из опыта преподавания теории вероятностей в Брянской ЮМШ // Математика в школе. – 1976. – №2. – С. 71-73.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДА ПРОБЛЕМНИХ СИТУАЦІЙ ПРИ ВИКЛАДАННІ КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Н.Ю. Іохвідович, І.В. Подкопай, Р.В. Посилаєва
м. Харків, Харківський державний технічний університет будівництва та архітектури
podkopay_ira@mail.ru

Сучасна дидактика в основу навчання ставить творчу самостійну роботу студента, в перетворенні студента з пасивного споживача знань в активного користувача набутих знань.

Шлях до цього починається на лекції, продовжується на практичному занятті і в самостійній роботі студента.

Задача викладача на лекції і на практичному занятті полягає не лише в тому, щоб викласти плановий матеріал, але і в спонуканні студентів до обговорення матеріалу, що викладається, а, в найкращому випадку, і до висловлювання власних ідей і пропозицій щодо виучуваної теми.

На наш погляд, такому підходу до проведення лекцій і практичних занять відповідає один з методів проблемного навчання, а саме: створення і використання проблемних ситуацій при викладанні матеріалу лекцій і при проведенні практичних занять.

Викладач ставить питання, на яке аудиторія ще не має відповіді за результатами попередньо викладеного матеріалу.

Наприклад, в лекції на тему "Диференціал функції" можна поставити таке питання.

"Відомі дві позначки похідної $\frac{dx}{dy}$ і $f'(x)$, тобто можна записати $\frac{dx}{dy}=f'(x)$. Чи можливо вираз, що стоїть в лівій частині рівності, розглядати як відношення, тобто чи можна записати $dy=f'(x)dx$. Якщо можна, то що означає цей запис?"

Або при викладанні теми "Ряди" у студентів практично завжди виникає питання: "А нащо нам це потрібно? Де це можна застосувати?". На це можна задати зустрічне питання: "Як, з Вашої точки зору, обчислюються значення тригонометричних, показникових, логарифмічних і інших функцій в калькуляторі і таблицях?".

Застосування проблемних ситуацій дозволяє активізувати аудиторію, зацікавивши студентів тим матеріалом, що викладається, заохотити студентів до самостійного мислення і зробити, в ідеалі, студента співавтором викладача.

Чим частіше викладач застосовує цей метод навчання, тим ймовірніше, що студенти будуть не лише пасивними слухачами того, що викладається, а й приймуть активну участь в обговоренні, а іноді, і в доведенні тих формул і теорем, які вивчаються в даній темі.

Наведемо ще деякі приклади проблемних ситуацій і відповідних питань.

Тема “Похідна”.

I. Який зв’язок існує між неперервністю функції і наявністю похідної функції?

Наприклад,

1) Функція має похідну на інтервалі $(a; b)$. Чи є ця функція неперервною на інтервалі $(a; b)$?

2) Функція неперервна на відрізку $[a; b]$. Чи має така функція похідну на відрізку $[a; b]$?

3) Функція неперервна в точці. Чи існує в цій точці похідна функції?

II. Як знайти похідну степенево-показникової функції $y=u(x)^{v(x)}$, якщо відомі похідні функцій $u(x)$ і $v(x)$?

(Наштовхнути аудиторію на використання властивості логарифма $\ln N^k=k\ln N$).

III. Теорема Ролля.

1) Чи може бути зв’язок між коренями диференційованої функції і коренями похідної цієї функції?

2) Чи є вірним твердження: між коренями диференційованої функції завжди є корінь похідної цієї функції?

IV. Теорема Лагранжа.

Якщо відомі значення диференційованої функції на кінцях відрізка $[a; b]$, чи можна обчислити значення похідної цієї функції хоча б в одній точці інтервалу $(a; b)$? (Використати геометричний зміст похідної).

V. Екстремуми функції.

1) Чи можливо, щоб функція досягала екстремуму на кінцях відрізка або лише у внутрішніх точках відрізка?

2) Якщо функція в точці $x_0\in[a; b]$ має максимум (мінімум), означає чи це, що в цій точці функція має найбільше (найменше) значення на відрізку $[a; b]$?

VI. Чи мають геометричний зміст нерівності $f''(x)>0$ ($f''(x)<0$).

Тема: “Диференціальні рівняння”.

1) Відомо, що розв’язки рівняння $y'=x$ мають вигляд $y=x^2/2+C$, де C – довільна стала. Чи не суперечить це теоремі про єдиність розв’язків диференціального рівняння?

2) Аналогічне питання можна сформулювати і для розв’язків рівняння $y''=f(x, y, y')$.

3) При розв’язанні рівняння $y'+p(x)y=q(x)$ розв’язок шукаємо у вигляді $y=u\cdot v$. Чому дві невідомі функції краще шукати, ніж одну? Після застосування даної підстановки одержимо рівняння $u'v+u(v'+p(x)v)=q(x)$. Як обрати функцію $v(x)$ найкращим для нас способом?

Тема: “Ряди”.

1) Чи важливою є умова монотонного спадання членів ряду в ознаці Лейбниця? (навести приклад, коли невиконання цієї умови призведе до розбіжності знакопочережного ряду).

2) Чи можна переставляти члени ряду, тобто застосовувати ті закони додавання, які справедливі для скінчених сум?

3) Чому виникає поняття ряду, що збігається абсолютно і умовно? Чим відрізняється ряд, що збігається абсолютно, від ряду, що збігається умовно?

4) Чи виконуються теореми про неперервність суми неперервних функцій, про почленне інтегрування і диференціювання суми функцій для рядів (тобто для нескінченого числа членів в сумі).

5) Чи може степеневий ряд мати область збіжності $x\in(-\infty; a)\cup(b; c)$?

6) Якщо для функції одержано розкладання в степеневий ряд, чи можна стверджувати, що це ряд Тейлора (Маклорена) для цієї функції?

На наш погляд застосування вище означеної методики допоможе студенту розвинути вміння самостійно мислити і поповнювати свої знання, краще орієнтуватися в потужній течії наукової інформації.

ЕЛЕМЕНТИ НЛП ПРИ ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИКИ

Т.І. Лукащук
м. Харків, Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Нейролінгвістичне програмування (НЛП), як наука [1], з'явилось на перетині наук: психології, педагогіки, неврології. Слово – головний інструмент, за допомогою якого людина передає інформацію іншій людині або аудиторії студентів. Як за допомогою слова вплинути на свідомість та підсвідомість студента так, щоб він не тільки сприйняв інформацію, але й засвоїв її на довготривалий термін? Ці та інші запитання розглядає окремо наука педагогіка. Окремо вони розглядаються в психології. Неврологія вивчає психічний стан людини в будь-якій ситуації. Нейролінгвістичне програмування як наука пропонує комплексний підхід до проблеми впливу слова або графічного зображення на стан людини, в тому числі – в процесі навчання.

НЛП розробляє модель об'єкта, який треба вкласти в свідомість слухача. Якщо слухач буде тримати свій сенсорний апарат відкритим, тобто студент буде готовий до сприйняття нової для нього інформації, то він набуває нових здібностей, здібностей розуміти.

Будь-яка людина, з якою ви налагоджуєте контакт, перебуває в одній з репрезентативних систем мислення (або модальностей) [1]. НЛП пропонує таку класифікацію репрезентативних систем: візуал – це людина, яка при сприйнятті нової інформації внутрішньо створює зорові образи; аудіал – це людина, яка подумки вербально говорить щось самому собі про нові образи, з якими він знайомиться; кінестетик – це людина, яка при сприйнятті інформації відчуває кінестетичний стан: відчуває наголос, який робить лектор при викладанні теми, бачить розмір літери, якщо формули записані на дошці або моніторі, чує тембр голосу викладача, розпізнає колір дошки або монітору, на яких ведеться викладання нового матеріалу. Визначити, в якій з репрезентативних систем уявлень перебуває слухач, можливо, якщо звернути увагу на слова, які людина вживає прослухавши щось нове для себе: „очі мої цього б не бачили", така реакція може свідчити про те, що ця людина більше схильна до візуального сприйняття реальності. Або, „краще я б цього не чув" – така реакція може свідчити про те, що людина більше схильна до аудіального сприйняття. Кінестетик може сказати, чи не надто голосно ви розмовляєте, хоча хтось з іншою мотивацією поведінки можливо не помітив би, чи надто голосно розмовляє його співбесідник.

Субмодальності – це менші елементи репрезентативної системи, наприклад, колір, розмір, яскравість, відстань, розташування.

Якщо ми навчимось розпізнавати субмодальності, то нам відкриється цілий світ способів впливу на мозок людини, його поведінку.

Субмодальність можна визначити як спосіб, за допомогою якого мозок людини сортує та кодує досвід, знання.

Знання модальностей та субмодальностей відкриває шляхи до практичного розуміння того, як працює наше мислення, а, головне, до вміння керувати ним [2]. Дослідами доведено, що більша частина людей відноситься до візуалів тобто до тих, у кого превалюєзорова репрезентація.

До візуальноі субмодальності фахівці-психологи відносять яскравість зображення. Збільшення або зменшення яскравості зображення змінює наші відчуття. Як за звичай, збільшення яскравості зображення підсилює вплив на свідомість. На контрасті збільшення – зменшення яскравості зображення на дисплеї комп'ютера, наприклад, може бути досягнуте посилення засвоєння нового матеріалу при персональному навчанні за комп'ютерними технологіями або при дистанційному навчанні.

На даному етапі розвитку сучасної цивілізації, коли комп'ютерні технології впроваджуються у всі сфери діяльності людини, комп'ютерні технології навчання набувають більш широкого застосування. Отже, збільшення яскравості зображення посилює відчуття сприйняття інформації у більшості людей. Зменшення яскравості зображення – зменшує відчуття.

Однією з візуальних субмодальностей є також розмір зображення. У більшості слухачів, як правило, більше за розмірами зображення збільшує реакцію сприйняття інформації. менше зображення – зменшує. Нерідко при викладанні нового матеріалу на лекції з застосуванням дошки ви можете почути з аудиторії „пишіть крупніше". Така реакція виникає у студента не тому, що в нього послаблений зір, хоча може бути й таке, а тому, що на підсвідомому рівні йому зручніше одночасно з конспектуванням засвоювати новий матеріал, коли він наданий, скажімо, більш крупними літерами. Нерідко при викладанні нового матеріалу ми користуємось посиланням на вже відому формулу чи то малюнок, чи то якоюсь схемою та записуємо її десь на дошці у кутку для довідок меншим шрифтом. Та частина студентів, яка знайома з цим матеріалом, сприймає зі зображення зменшеним шифром без коментарів. Т і ж студенти, хто бачить ці написи зменшеним шифром вперше, зразу ж від коментують „ Пишіть крупніше". На цьому прикладі ми можемо від слідкувати вплив на підсвідомість, отже, й на мозок розміру зображення.

Ще однією з субмодальностей є колір. Якщо міняти колір на зображенні, то стає можливим відслідкувати його вплив на підсвідомість, а, отже, на свідомість при сприйнятті інформації. Нерідко викладач користується кольоровою крейдою для підвищення ефективності засвоєння нової інформації.

До візуальної субмодальності відносять також відстань, з якої ми розглядаємо зображення. Вплив відстані може спостерігати на відчуття від зображення кожен з нас може спостерігати перебуваючи, наприклад, в художньому музеї. Ми розглядаємо чи то картину, чи то скульптуру, чи то будь який інший витвір мистецтва, ми підходимо до нього ближче чи далі, чи з того боку, чи з іншого. При цьому наші відчуття при спостереженні за об'єктом різні.

Митець, створюючи свій витвір, вибирає ракурс, найбільш придатний для створення найбільш вдалого образу з його точки зору. З цього приводу не зайві спостереження за аудиторією студентів: у більшості випадків, відмінники слухають лекції. розташовуючись у перших рядах. Балетні спектаклі, частіше за все, краще спостерігати з дальніх рядів. Отже, відчуття сприйняття посилюються чи послаблюються залежно від відстані, з якої ми спостерігаємо за об'єктом.

Швидкість подачі інформації також має великий вплив на відчуття при сприйнятті інформації. Що краще: надати більше інформації на лекції відповідно з більшою швидкістю, чи менше інформації, але з меншою швидкістю. Це запитання , скоріше, риторичне. Все залежить від мети лекції, від підготовленості слухачів та інших чинників.

Одним з основних принципів передачі інформації є принцип послідовності у викладанні. При викладанні математики цей принцип особливо актуальний. Знання таблиці похідних та вміння диференціювати для студентів технічних вузів неможливе без знання та володіння математичним апаратом, який студент набуває за часи навчання у середній школі. Надалі при вивченні розділу вищої математики „інтегральне числення" ми спираємось на знання з розділу „диференціальне числення".

Важливим принципом навчання є принцип накладання. В НЛП принципом накладання називається принцип суміщення візуального та аудіального сприйняття реальності. В педагогіці під принципом накладання розуміють подання нової інформації на базі вже відомої. Цей принцип дозволяє підняти рівень аудиторії, недостатньо підготовлений для слухання нового матеріалу, розставивши акценти при викладанні теми на, скажімо, елементарних речах, які були недостатньо засвоєні свого часу деякими слухачами.

При викладанні математики діє принцип суміщення, як поєднання візуального сприйняття та аудіального. Лектор формулює умову теореми, або умову задачі, супроводжує текст графічним зображенням, підключає елементи впливу на підсвідомість студента чи то наголосом, чи то підкреслюючи графічно якусь важливу деталь, зосереджуючи на ній увагу студента. Принцип накладання діє також, як накладання нової інформації на раніше вивчену.

Керувати свідомістю студента, направляти його думки у потрібному напрямі – це мистецтво викладача. Сучасним інструментом, який стає у нагоді викладачам, є комп'ютерні технології.

В Харківському національному автомобільно-дорожньому університеті розроблені комп'ютерні технології для вивчення математики іноземними слухачами підготовчого відділення. При розробці цих комп'ютерних тестів були задіяні група фахівців (професіоналів-програмістів та математиків). Це трудомісткий процес – підготовка текстів для таких технологій, але користування цими технологіями дає позитивні результати. При розробці текстів завдань для іноземних слухачів підготовчих відділень за комп'.ютерними технологіями автори користувались основними положеннями теоріє нейрон-лінгвістичного програмування За декілька підходів до теми, яку засвоює студент, в його підсвідомості відкладається об'єкт, який студент має засвоїти. Студент всебічно його розглядає та надає на нього всебічну відповідь. Робота „студент – комп'ютер" носить характер індивідуальної роботи. Наголос на індивідуальній роботі студента рекомендує робити Болонська конвенція, до рішень якої приєдналась система освіти нашої держави.

Література:

1. Елецкая Е.А., Бубличенко М.М. Методы и приемы НЛП и как они работают. – М.: Феникс, 2007. – 249 с.

2. Бендлер Р. Пора что-то менять. – К.: София, 2006. – 304 с.

ДЕЯКІ МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИКЛАДАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ У ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ

І.В. Пасічник[1], І.В. Щербина[1], К.С. Татарко[2]
[1] м. Дніпропетровськ, Національна металургійна академія України
[2] м. Київ, Національний університет «Києво-Могилянська Академія»
valsy_k@bigmir.net

Основна мета впровадження кредитно-модульної системи навчання (КМС) – це підвищення якості підготовки фахівців і забезпечення їх конкурентоспроможності в Україні та на міжнародному рівні. Пріоритети загальноєвропейської освіти полягають в наданні молодому поколінню знань про спільну європейську спадщину та практичних умінь пристосовуватися до життя й навчання в різних країнах Європи. Слід зазначити, що адаптація системи вищої освіти України до вимог Європейської кредитної трансферної системи (ECTS) вимагає значної підготовчої роботи, в якій чільне місце займає структуризація навчальних планів, розробка нового методичного забезпечення з акцентом на зростання об'єму самостійної роботи студентів та створення фонду для проведення контрольного оцінювання на основі тестових завдань.

Визначимо деякі аспекти перехідного періоду на основі досвіду викладання вищої математики на кафедрі вищої математики Національної металургійної академії України. Підготовка методичного забезпечення та фонду завдань для проведення контрольних заходів і домашніх індивідуальних робіт носила динамічний характер. Розробка матеріалів та їх експериментальна перевірка відбувалась в умовах збереження традиційних форм та стандартів навчання. Значну увагу було приділено визначенню рівня складності завдань, їх кількості та оцінюванню в балах. Збільшення самостійної роботи студентів вимагало зміни методики викладання і засобів контролю засвоєння матеріалу. Значно збільшився час, відведений на перевірку контрольних робіт (модулів) та на індивідуальні консультації студентів.

Розглянемо докладніше один з важливих аспектів методики сучасного викладання вищої математики у вищих технічних навчальних закладах. Майбутній інженер вивчає математику з практичною, прикладною метою. Він висуває до курсу вищої математики відповідні вимоги, які необхідно враховувати. Потреби виробництва вимагають не тільки вміння теоретично міркувати, виконувати розумові і практичні дії при розв'язуванні навчальних математичних задач з абстрактними даними, але й вміння виконувати адекватну систему дій в реальних технологічних ситуаціях. Тому перед викладачами математики стоїть важлива задача – навчати студентів математизувати, теоретично аналізувати практичні ситуації пов'язані з виробництвом, економікою, технікою. Досвід показує, що перехід від абстрактного до конкретного для багатьох студентів є не менш важким, ніж перехід від конкретного до абстрактного. Студенти, які розуміють тенденцію руху математичного знання до практики, швидше усвідомлюють важливість математичних знань як засобу опису фізичних теорій, законів.

Проблеми застосування математичних знань на практиці потребують формування у студентів навичок аналізувати і синтезувати ситуації, конкретизувати загальні абстрактні положення в конкретних ситуаціях, розглядати один і той самий об'єкт або явище під кутом зору різних систем знань. Сприяти цьому можна різними способами.

Доцільним є введення історичної інформації про те, як засобами математики були розв'язані нові технічні задачі. Наприклад, моряк І.П. Колонг розвинув теорію усунення девіації компаса, скориставшись властивостями кривої, відкритою Б. Паскалем – равлика Паскаля; інженер-електрик Ч.П. Штейнмец, використовуючи тригонометричну форму комплексного числа, розробив метод розрахунку кіл змінного синусоїдального струму.

Ще більш ефективним, але значно складнішим в реалізації, є включення в процес викладання задач практичного змісту, що дозволяє використовувати зв'язки між предметами, що вивчаються в навчальному закладі. Труднощі тут значні: а) майже всі застарілі підручники з математики не мають задач з практичним змістом; б) формулювання і розв'язання прикладних задач вимагає від викладачів і студентів поєднання математичних і спеціальних знань; в) важливим фактором є резерв часу, доводиться обирати: чи розглянути задачу з фізичним змістом, чи розв'язати декілька суто математичних прикладів, щоб закріпити навички розв'язування типових задач.

Розглянемо деякі приклади з курсу математичного аналізу, диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей та інших розділів вищої математики (деякі з них наведені в методичній літературі [1], [2])/

Задача 1.

Газова суміш містить оксид азоту і кисню. Знайти концентрацію кисню, при якій оксид азоту, який є в суміші, окислятиметься з максимальною швидкістю.

Швидкість реакції $2NO+O_2=2NO_2$ виражається формулою $v=kx^2y$, де x – концентрація NO в будь-який момент часу; y – концентрація O_2; k – стала швидкості реакції, що не залежить від концентрації реагуючих компонентів, а залежить лише від температури.

Якщо концентрації газів виразити в об'ємних процентах, то $y=100–x$ і $v=kx^2(100–x)$. Далі маємо

$$v'_x=k(200x–3x^2).$$

Оскільки $k\neq0$, то $v'_x=0$ при $x_1=0$ і $x_2=\frac{200}{3}$; $\frac{d^2v}{dx^2}=k\left(200-6x\right)$;

$\left.\frac{d^2v}{dx^2}\right|_{x=x_1}>0$; $\left.\frac{d^2v}{dx^2}\right|_{x=x_2}<0$.

Отже, при $x=0$ швидкість окислення мінімальна, а при $x=\frac{200}{3}$ максимальна, тобто швидкість окислення оксиду азоту буде максимальною, коли газова суміш міститиме $y=100-\frac{200}{3}\approx 33{,}3\%$ кисню.

<u>Задача 2.</u>

Яка робота виконується під час стискання гвинтової пружини на 5 см, якщо для стискання пружини на 1 см витрачається сила 4 Н. Стиск гвинтової пружини пропорційний прикладеній силі.

Сила F і стискання x за умовою пропорційні: $F=kx$, де k – стала. При $x=0{,}01$ м, $F=4$ Н, тому з рівності $4=k\cdot 0{,}01$ знаходимо $k=400$, отже $F(x)=400x$, $0\le x\le 0{,}05$. Тому маємо $A=400\int\limits_0^{0,05} xdx=0{,}5$ Дж.

<u>Задача 3.</u>

Досліджується корозійна стійкість сталі 18Cr–10Ni–2Mo (сталь, що містить у вагових відсотках 18% хрому, 10% нікелю, 2% молібдену). Для дослідження було відібрано 12 зразків, вироблених на підприємстві M, та 15 зразків, вироблених на підприємстві N. Відомо, що брак у їх продукції складає відповідно 2% й 3%. Знайти ймовірність того, що випадково вибраний зразок буде мати дефект.

Нехай подія A – випадково вибраний зразок має дефект. Складаємо гіпотези:

H_1 – зразок, вироблений на підприємстві M;

H_2 – зразок, вироблений на підприємстві N.

З умови задачі видно, що

$$P(H_1)=\frac{12}{27}=\frac{4}{9}\approx 0{,}44, \qquad P(H_2)=\frac{15}{27}=\frac{5}{9}\approx 0{,}56;$$
$$P_{H_1}(A)=0{,}02, \qquad P_{H_2}(A)=0{,}03.$$

Отже $P(A)=P(H_1)\cdot P_{H_1}(A)+P(H_2)\cdot P_{H_2}(A)=\frac{4}{9}\cdot 0{,}02+\frac{5}{9}\cdot 0{,}03\approx 0{,}026.$

<u>Задача 4.</u>

З деякого набору виробів товстостінного прокату з низьколегованої конструкційної сталі 10Г2С1, серед яких 80% (після інтенсивного охолодження) мають однорідну за перетином структуру, відібрано 15 зразків. Знайти ймовірність того, що серед цих зразків 12 мають однорідну структуру.

Застосуємо формулу Бернуллі: $P_n(K)=C_n^k\cdot p^k\cdot q^{n-k}$, $k=0, 1, ..., n$.

$n=15$; $k=12$; $p=0{,}8$; $q=1-0{,}8=0{,}2$.

Тоді $P_{15}(12)=C_{15}^{12}\cdot 0{,}8^{12}\cdot 0{,}2^3=\frac{15!}{12!\cdot 3!}\cdot 0{,}8^{12}\cdot 0{,}008\approx 0{,}2551.$

Ефективний підхід до комп’ютерної реалізації науково-технічних розрахунків пов’язаний з використанням комп’ютерних пакетів, таких як MathCAD, Maple та ін. Отже, одним з напрямків викладання вищої математики у технічному ВНЗ є формування у студентів навичок використання комп’ютерних пакетів для проведення математичних та інженерних розрахунків.

Всі розглянуті вище методи дозволяють, як показує практика, підвищити мотивацію і рівень навчання студента, особливо, якщо вони застосовуються разом з впровадженням КМС. За статистичним аналізом, який щорічно проводить кафедра вищої математики, абсолютна успішність студентів, що навчаються за цією системою, зросла у 2006 році в середньому на 4 відсотка у порівнянні з результатами 2003 року (до проведення експерименту). Більшість студентів за опитуванням, проведеним викладачами, вважають, що засвоєння знань за кредитно-модульною системою навчання відбувається якісніше, ніж за традиційною. А якщо студент краще розуміє матеріал дисципліни, йому стає цікавіше вчитися. Наявність пізнавального інтересу до предмета більш за все впливає на успіхи в навчанні, що, у свою чергу, є показником ефективності роботи викладача.

Література:

1. Ганулiч В.К., Мохонько А.З. та ін. Збірник прикладних задач з математики (для будівельних спеціальностей). – Львів: ДУ «Львівська політехніка», 1999. – 224 с.
2. Пасічник І.В., Сясєв А.В., Маринчук Л.В. Теорія ймовірностей та випадкові процеси. Частина 1: Конспект лекцій. – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2005. – 52 с.

ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ДИСЦИПЛІНИ “ВИЩА МАТЕМАТИКА” У СУЧАСНИХ УМОВАХ

Л.І. Вовк
м. Полтава, Полтавський університет споживчої кооперації України
Vovk-82@mail.ru

У ПУСКУ дисципліна “Вища математика” вивчається студентами спеціальностей 7.091706 “Технологія зберігання, консервування і переробки плодів і овочів”, 7.091707 “Технологія зберігання, консервування і переробки м’яса”, 7.091711 “Технологія харчування”. Опитування провідних викладачів, які викладають загальноосвітні та спеціальні дисципліни, а також вивчення відповідних робочих навчальних програм привело нас до висновку про необхідність доповнити навчальний матеріал з дисципліни “Вища математика” завданнями з застосуванням елементарної математики. Проведення додаткових занять з повторення навчального матеріалу з елементарної математики не дало суттєвого покращення початкових знань студентів, тому ми розробили завдання з різних тем вищої математики з застосуванням понять та виразів елементарної математики. А саме завдання, які містять: числа з різними знаками; десяткові та звичайні дроби; радикали; натуральні та десяткові логарифми; степені (в першу чергу з основою десять); тригонометричні функції; формули скороченого множення.

Як показує досвід, студенти найкраще сприймають і запам’ятовують навчальний матеріал перших трьох розділів дисципліни “Вища математика”. Тому логічним і доцільним є розробка завдань з застосуванням елементарної математики у першу чергу при вивченні цих розділів.

Під час вивчення розділу “Лінійна алгебра” можна давати завдання на обчислення таких визначників:

$$\begin{vmatrix} \sin x & 1 \\ \cos^2 x & -\sin x \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & \ln a & \ln a^2 \\ 1 & 2\ln a & \ln \ell \\ 1 & \ln 1 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a^2-ab+b^2 & a-b \\ a^2+ab+b^2 & a+b \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} \sqrt{2} & -1 \\ \sqrt{6} & 2\sqrt{3} \end{vmatrix}$$

При вивчення матриць є значні можливості урізноманітнювати завдання введенням логарифмів, тригонометричних функцій, радикалів тощо. Наприклад, $\sin 60^0 \cdot \begin{pmatrix} \cos 60^0 & \sin 30^0 \\ \operatorname{tg} 60^0 & \operatorname{ctg} 30^0 \end{pmatrix}$; $\frac{1}{e}\begin{pmatrix} e^2 & e^0 \\ e^{-1} & \frac{1}{e} \end{pmatrix}$; $\frac{1}{10}\cdot\begin{pmatrix} 10^{-2} & 10^2 \\ \frac{1}{100} & 10^6 \end{pmatrix}$.

У завданнях на розв’язування систем лінійних рівнянь ми рекомендуємо застосовувати не тільки системи з цілими коефіцієнтами, а й такі:

$$\begin{cases} 9x-3z=1200 \\ -\dfrac{1}{5}x+\dfrac{4}{5}y\ -\dfrac{1}{10}z=180 \\ -\dfrac{1}{5}x-\dfrac{3}{10}y+\dfrac{9}{10}z=50 \end{cases}$$

Під час навчання розділів “Векторна алгебра” та “Аналітична геометрія” доцільно вводити завдання з застосуванням дробових чисел. Обов’язковою вимогою до завдань розділу “Аналітична геометрія” повинна бути графічна ілюстрація отриманого результату, оскільки грамотно будувати графіки є необхідним умінням, яким повинен володіти майбутній інженер-технолог.

Під час вивчення розділу “Математичний аналіз” елементарну математику ми рекомендуємо застосовувати обережніше, щоб не розсіювати увагу студентів від суті обчислення границь, диференціювання тощо. Доцільно застосовувати елементарну математику при обчисленні приросту функції, обчисленні границь, знаходження значення похідної, інтегруванні визначеного інтегралу з застосуванням у межах інтегрування не цілих чисел, а різноманітних виразів. Наприклад, $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{5}}\frac{dx}{x^3}$; $\int_{-e^2}^{e^3}\left(3x^2-\frac{1}{x}\right)dx$; $\int_{\ln 2}^{-\ln 3}(2-x)dx$.

Найкращою формою проведення навчальних занять для закріплення матеріалу ми вважаємо групову навчальну діяльність, яка дозволяє реалізувати природне прагнення до спілкування, взаємодопомоги і співпраці. Відомо, що деяким студентам буває психологічно складно звертатися за поясненнями до викладача і набагато простіше – до одногрупників. Ми пропонуємо студентам допомагати один одному у навчанні. Протягом декількох років ми спостерігаємо користь таких пропозицій як для студентів з нижчим рівнем знань, так і для більш успішних студентів. Перші мають реальну можливість навчатись без негативних оцінок. А другі розвивають свої комунікативні та лідерські здібності, вміння доступно подавати матеріал; перевіряють і закріплюють свої знання.

На початку першого семестру ми проводимо роз’яснювальну роботу про користь допомоги один одному, даємо психологічну настанову на виконання такої роботи. (Практичні психологи рекомендують давати психологічні настанови на виконання тієї чи іншої роботи для повнішого застосування можливостей мозку.) Щоб залучити студентів до допомоги, ми створюємо атмосферу співробітництва, даючи завдання малим групам студентів по виділеним темам. Якщо ці завдання для позааудиторної роботи, то ми даємо рекомендації, де виконувати цю роботу (у гуртожитку, у читальному залі, за допомогою електронної пошти або загальноміської комп’ютерної мережі тощо). Винагородою для студентів, які допомагали у навчанні іншим, є додаткові бали. Це дає їм можливість отримати високі семестрові оцінки без складання іспиту та збільшити канікули.

Ведучі світові компанії активно працюють з проблемою створення стійкої конкурентної переваги. Ми вважаємо, що з їх здобутками потрібно знайомити студентів для мотивації навчання. Коучінг, НЛП, тренінг, HR – це нові терміни, які нерідко зустрічаються у періодичних виданнях та стосуються самонавчаючих організацій. Microsoft, General electric, British Petroleum є прикладами таких компаній. Для підтримки рівня ефективної, якісної, конкурентоспроможної роботи необхідно впроваджувати, освоювати та застосовувати нові знання та навички. Але темпи появи нового настільки високі, що тільки підбором персоналу, що відповідає сучасним вимогам економіки і ринку, питання не розв'язати. Персонал потребує регулярного розвитку. Якщо раніше можна було один раз навчивши робітника (або найнявши вже навченого), далі тільки слідкувати за якістю його роботи, то зараз отримані вчора знання швидко старіють і стають недостатніми.

Керівник Microsoft Білл Гейтс говорить, що високого рівня індивідуальних знань недостатньо для сучасних динамічних ринків: "Сила кожної компанії не у знаннях – сила у спільному застосуванні знань". Важливою задачею є творення за рахунок застосування, розвитку ідей один одного. Це стосується обміну накопичених і нових знань. Найбільше значення має не стільки кількість знань окремого співробітника, а те, яким чином знання мобілізуються на виконання спільної роботи. Керівники ведучих компаній впевнились у тому, що спільне застосування знань є необхідною умовою стійкої конкурентноздатності компанії. Компанії виробили такі способи ефективного управління знаннями: створення атмосфери, яка сприяє обміну знаннями та співробітництву; виділення пріоритетних напрямків, у яких обмін знань найбільш цінний; створення технічних засобів (локальних мереж) для можливостей обміну знаннями; винагорода за вклад у копилку знань. Неважко провести аналогію між нашими здобутками і здобутками ведучих компаній.

Таким чином, наші прийоми сприяють не тільки підвищенню ефективності навчання студентів, а й готують їх до успішної роботи у майбутньому.

Література:

1. (n.d./2007) [WWW document]. URL www.euro-bt.com/ru/top/articles (5 січня 2008)

ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

С.Б. Сиваш
г. Одесса, Одесский национальный морской университет
rusboris@rambler.ru

На сегодняшний день в большинстве технических вузов Украины внедрена кредитно-модульная система обучения. Возможно, она обладает некоторыми достоинствами по сравнению с традиционной, когда студенты независимо от текущей успеваемости сдают экзаменационную сессию: сейчас студенты, имеющие достаточно высокий рейтинг, автоматически переводятся на следующий курс. Однако при такой системе обучения резко ухудшается уровень теоретической подготовки будущего специалиста: контрольные работы и экзамены проводятся, как правило, в письменной форме, а теоретические вопросы формулируются в виде тестов. При таком подходе студент задается целью не разобрать и выучить теоретический материал, а угадать ответы, и к решению большинства задач подходит формально, в лучшем случае запоминая алгоритм решения. К сожалению, большинство сегодняшних выпускников общеобразовательных школ не может продемонстрировать прочную подготовку по основным естественно-научных дисциплинам. В связи с этим особенно остро в настоящее время стоит задача подготовки высококвалифицированных инженеров.

Высшие технические учебные заведения готовят специалистов в большинстве областей естествознания. Одной из важнейших задач в процессе обучения является формирование у будущих инженеров четких представлений о физических, механических процессах и методах их математизации, построения соответствующих математических моделей и разработке наиболее эффективных методов их исследования. Существенную роль в этом играют базовые дисциплины, прежде всего – высшая математика и инженерные дисциплины. Безусловно, для овладения ими необходимо прочное знание элементарной математики. Никакие навыки работы с ПК не заменят естественно-научных представлений, и большую помощь в познании природных процессов играют прикладные задачи. Их необходимо рассматривать не только в качестве иллюстрации теоретического материала, но и для более глубокого понимания вопросов, непосредственно связанных с направлением практической деятельности.

Как правило, изучение высшей математики в вузе начинается с линейной и векторной алгебры. Рассмотренные в школьном курсе математики системы двух линейных уравнений обобщаются на 3-х и n-мерный случаи. При этом решаются многие задачи экономического и производственного содержания, приводящие к решению таких систем. На примере этих же задач можно продемонстрировать универсальность математических методов:

умея находить обратную матрицу, можно легко решать задачи с различными начальными условиями, изменяющими правые части систем линейных алгебраических уравнений.

Сложно переоценить важность такого раздела высшей математики, как векторная алгебра. Без знания векторов невозможно достаточно хорошо овладеть практически ни одним из разделов физики. А в математике применение векторов позволяет значительно упростить многие выкладки и доказательства, не говоря уже о компактности большинства записей. В соединении же с системой координат векторная алгебра служит основой аналитической геометрии. При ее изучении большое внимание уделяется исследованию кривых второго порядка на плоскости и в пространстве. В космологии они выступают как траектории небесных тел, а благодаря оптическим свойствам нашли применение во многих инженерных разработках. К примеру, рефлекторы прожекторов, телескопов, автомобильных фар, антенн спутникового телевидения имеют форму параболоидов вращения. Ряд задач оборонного направления (в частности, определение координат источника звука в воздухе или воде) также приводит к исследованию кривых второго порядка.

Большое внимание при изучении высшей математики уделяется понятиям предела и непрерывности функции. Еще Архимед при выводе формул объемов и площадей различных фигур фактически использовал понятие предела. Однако прошло больше 2000 лет, прежде чем его идеи воплотились в теории интегрального исчисления. А теория пределов окончательно сформировалась лишь к концу XIX столетия. При изучении большинства природных явлений мы сталкиваемся с непрерывными функциями. Например, температура тела, которое охлаждается или нагревается – непрерывная функция времени (за малый промежуток времени изменение температуры также мало). Длина металлического стержня – непрерывная функция температуры (малые изменения температуры мало изменяют длину стержня). Замечательными примерами непрерывных функций могут служить всевозможные законы движения тел, выражающие зависимость пути, пройденного телом, от времени. В то же время законы, описывающие процессы импульсного характера, дают примеры разрывных функций.

Изучая понятие производной функции, чаще всего говорят о ее геометрическом и механическом смысле. В то же время весьма полезно уметь выполнять приближенные вычисления при помощи дифференциала – ведь далеко не всегда под рукой есть необходимые таблицы значений корней, тригонометрических и трансцендентных функций.

Практически в каждой проблеме экономического, управленческого или технического характера возникают вопросы оптимизации процессов, описываемых вполне определенными функциями. Это задачи, связанные с минимизацией всевозможных затрат, выбором оптимальных условий эксплуатации агрегатов и т.д. В них, как правило, выбираются допустимые значения параметров управления, оптимизирующие целевую функцию. И здесь поистине огромен выбор прикладных задач, иллюстрирующих применение различных методов оптимизации как для функций одной, так и нескольких переменных.

В разделе «Интегральное исчисление» чаще всего геометрической иллюстрацией служит задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Значительно расширить область применения интегрирования помогают задачи, в которых необходимо вычислять всевозможные объемы, площади поверхностей тел вращения, длины дуг кривых. К необходимости интегрирования приводит множество задач с практическим содержанием. В экономике это всевозможные расчеты затрат (электроэнергии, различных ресурсов), производительности и т.д., в инженерных отраслях – вычисление моментов инерции, работы силы при различных перемещениях, кинетической энергии, давления жидкостей.

Богатейшим полем для иллюстрации примеров служит такой раздел высшей математики, как дифференциальные уравнения. К ним приводят многие задачи, связанные с температурными процессами. Все более актуальными становятся проблемы атомной энергетики, и здесь в качестве примера можно привести задачу на вычисление скорости распада радиоактивных веществ. Все эти примеры представляют глубокий практический интерес.

С самого начала обучения студент должен получить общее представление о содержании и возможностях математических методов, которые впоследствии должны быть усвоены им. Несомненно также и то, что изучение основных разделов высшей математики, достаточно полно иллюстрируемое примерами из различных областей естествознания, вызовет у студента живой интерес и желание глубже, полнее изучить дисциплины, знание которых необходимо для будущей профессиональной деятельности инженера.

Литература:

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. – Т. 1 – М.: Наука, 1985. – 429 с.

2. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1977. – 416 с.

3. Клайн М. Математика. Поиск истины. – М.: Мир, 1988. – 205 с.

СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

А.Д. Тевяшев, О.Г. Литвин
м. Харків, Харківський національний університет радіоелектроніки
tevjashev@kture.kharkov.ua

Зважаючи на реформування системи освіти, введення рейтингової системи оцінки знань, вимоги підвищення якості освіти, особливу роль відіграє наявність якісного методичного забезпечення дисципліни та вміння правильно організувати навчальний процес.

Отже, виникає потреба у виданні навчальних посібників нового типу, які б забезпечували сучасні вимоги до освіти та сприяли правильній організації навчального процесу.

І. Методичне забезпечення дисципліни.

Автори представляють збірник навчальних посібників у п'яти частинах під загальною назвою «Вища математика у прикладах та задачах», відзначених грифом МОН України [1–5].

Наводимо характеристику вказаних посібників.

– Частини 1–3 збірника посібників: *повна відповідність до навчальних програм, системність, доступність*; *наявність* повного комплекту матеріалів для всіх розділів математики, необхідних для занять, як аудиторних, так і домашніх, а саме: короткі теоретичні відомості, численні типові задачі з розв'язаннями, задачі для практичних занять з відповідями, індивідуальні розрахункові завдання зі зразками виконання, довідковий матеріал; *можливість використання* як довідника, розв'язника та задачника.

Така структура навчальних посібників дозволяє навіть студентам з низькою математичною підготовкою досягти певного позитивного рівня при вивченні дисципліни.

– Частина 4 збірника посібників: *наявність* для всіх розділів математики повного комплекту варіантів контрольних робіт з відповідями; *наявність* довідкового матеріалу з усього курсу «Вищої математики».

– Частина 5 збірника посібників «Тести» *є новим видом навчальної літератури*, аналоги якої авторам невідомі, *містить* повний комплект тестів з усіх розділів «Вищої математики».

У зв'язку з новаторським характером Частини 5 збірника навчальних посібників «Тести» наводимо більш детальну характеристику цієї частини.

1. Навчальний посібник є *новим видом навчальної літератури*, текст його оригінальний, без запозичень. Науково-теоретичний рівень є високим, зміст відповідає програмі та сучасним вимогам до викладання вищої математики, якісно оформлений.

2. Навчальний посібник містить *повний комплект тестів* з усіх розділів «Вищої математики», а саме: 12 тестів, які включають понад 3000 питань з

відповідями.

3. Навчальний посібник містить *довідковий матеріал* з усіх розділів математики, що підвищує ефективність самостійної роботи студентів під час підготовки до тестувань.

4. Навчальний посібник містить *словник математичних термінів* складений українською, російською та англійською мовами, що суттєво полегшує для студентів використання посібника.

5. Авторами введена *блокова структура побудови тестів*, згідно з якою кожному розділу «Вищої математики» відповідає один тест, кожний тест розбивається на теми, кожна тема розбита на блоки питань з відповідями.

6. Завдяки блоковій структурі побудови тестів, авторам вдалося розташувати *в одному посібнику* тести з усіх розділів «Вищої математики».

Це дає можливість, при необхідності, легко повертатись до повторення і контролю матеріалу, який вивчався раніше. Отже, робота з навчальним посібником стає етапом в навчанні та систематизації накопичених знань.

7. Блокова структура побудови тестів дозволяє збільшувати кількість тем в тестах та кількість блоків в темах, тобто є можливість розширення тестів для врахування специфіки спеціальностей і напрямків.

8. *Наявність відповідей* до всіх задач створює передмови для самоперевірки та контролю засвоєння знань.

9. Наведені тести можуть бути використані для проведення бланкового тестування, де пропонуються завдання «з відкритою відповіддю», які розв'язуються студентом та перевіряються викладачем.

10. Завдяки наявності відповідей в тестах, їх зручно використати для формування завдань для контрольних робіт.

11. Наявність книги з тестами дає змогу студентам попередньо підготуватися до тестування.

12. Наведені тести можуть бути використані для поточного та підсумкового тестування, для оцінки остаточних знань.

13. Одночасно з виданням навчального посібника випущено диск, який містить комп'ютерну систему тестування OpenTest та вказані тести. Придбання такого диску дозволить бажаючим пройти тестування особисто. Маючи навчальний посібник, де наведено правильні відповіді, та диск для тестування, можна ретельніше підготуватись до контрольних тестувань.

14. Наявність твердої копії та диску забезпечить самоконтроль, якісне комп'ютерне тестування, а також об'єктивність рейтингового оцінювання знань.

Навчальні посібники [1–5] неодноразово перевидавались, пройшли апробацію в декількох вищих навчальних закладах України.

Навчальні посібники використовуються студентами як денної, так і заочної форм навчання.

II. Організація навчального процесу.

З метою підвищення ефективності використання навчальних посібників та організації навчального процесу нами запроваджена видача кожному студенту на першій лекції з курсу методичних матеріалів [6], що є планом роботи на семестр. Методичні матеріали розробляються лектором. В них наведено всі контрольні заходи, література, зміст лекцій та практичних занять, система оцінювання. Фрагмент з таких методичних матеріалів для курсу «Математичного аналізу» (І курс, І семестр) наведено в додатку 1.

Ці «Методичні матеріали» важливі як для студентів, так і для викладачів. Студент чітко знає теми всіх лекцій і практичних занять, терміни проведення контрольних робіт, терміни здачі індивідуальних завдань, підсумкових тестувань та зміст усіх цих заходів, завдяки тому, що вказана література з відповідними посиланнями.

Отже, роль цих методичних розробок в організації навчального процесу позитивна, бо є путівником, як для студентів, так і викладачів.

Використання навчальних посібників у навчальному процесі, а також організація роботи з допомогою вказаних матеріалів дає позитивні результати.

ІІІ. Дистанційне навчання.

З метою забезпечення дистанційного навчання з дисципліни на основі збірника навчальних посібників [1]–[3], [5] складено електронний навчальний посібник під назвою «Вища математика у прикладах та задачах» [7], який представлено в Internet.

IV. Перспективні методичні розробки.

Авторами розроблено та подано до друку навчальний посібник під назвою «Вища математика. Збірник задач» [8].

У порівнянні з існуючими збірниками задач з «Вищої математики», цей збірник задач має ряд позитивних чинників, а саме:

– міститься в одній книзі;

– містить задачі для практичних занять з *усього* курсу з *відповідями*;

– містить індивідуальні розрахункові завдання з *усього* курсу з *відповідями* та посилання на те , де знайти зразок виконання таких завдань;

– містить довідковий матеріал з усього курсу вищої математики та з елементарної математики;

– містить термінологічний словник, в якому найбільш важливі терміни з математики представлені українською, російською та англійською мовами.

Зауважимо, що в збірнику задач наведено 13 індивідуальних завдань, які складаються з певної кількості задач, представлених у 31 варіанті. Це обумовило наявність більш ніж 4 500 задач з відповідями, різних за тематикою, рівнем складності та охоплюють весь курс. Враховуючи, що виконання індивідуальних розрахункових завдань відноситься до самостійної роботи студентів, наявність відповідей до них, які, до речі, друкуються вперше, є дуже важливим фактом, бо це створює передумови для самоперевірки, контролю та засвоєння знань, сприяє активізації самостійної роботи студентів, що відповідає сучасним вимогам до освіти та організації навчального процесу. Наявність великого за об’ємом довідкового матеріалу з математики полегшує роботу зі збірником задач.

Зауважимо, що в збірнику задач послідовність розділів, умови задач і символіка в основному відповідають навчальним посібникам [1–3]. Отже, для розглядуваного збірника задач навчальні посібники [1–3] є розв’язниками.

Автори показали та реалізували системний підхід до організації навчання студентів з вищої математики. Врахували суб’єктивні та об’єктивні фактори, що впливають на математичну підготовку студентів. Врахували вимоги та особливості денної, заочної та дистанційної форм навчання.

Автори сподіваються, що такий підхід до освіти сприятиме підвищенню фундаментальної підготовки з вищої математики. Автори сподіваються що такий системний підхід може бути використаний та реалізований при вивченні інших дисциплін.

Література:

1. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г. Вища математики у прикладах та задачах. Ч. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функцій однієї змінної. – К.: Кондор, 2006. – 588 с.

2. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г., Кривошеєва Г. М. та ін. Вища математики у прикладах та задачах. Ч. 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних. – К.: Кондор, 2006. – 460 с.

3. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г., Кривошеєва Г. М. та ін. Вища математики у прикладах та задачах. Ч. 3. Диференціальні рівняння. Ряди. Функції комплексної змінної. Операційне числення. – К.: Кондор, 2006. – 608 с.

4. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г., Титаренко О. П. та ін. Вища математики у прикладах та задачах. Ч. 4. Аудиторні контрольні роботи. Індивідуальні завдання. – К.: Кондор, 2006. – 556 с.

5. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г., Кривошеєва Г. М. та ін. Вища математики у прикладах та задачах. Ч. 5. Тести. – Харків: ХНУРЕ, 2007. – 512 с.

6. Литвин О. Г. Методичні матеріали до впровадження рейтингової оцінки знань з використанням іспиту. Курс «Математичний аналіз». Факультет КН, І курс, І семестр. – Х.: ХНУРЕ, 2007. – і8 с.

7. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г., Кривошеєва Г. М. та ін. Електронний навчальний посібник «Вища математики у прикладах та задачах». – Харків: ХНУРЕ, 2007.

8. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г., Кривошеєва Г. М. та ін. Вища математики. Збірник задач. – Харків: ХНУРЕ, 2008. – 730 с. (подано до друку).

Додаток 1

Методичні матеріали
до впровадження рейтингової оцінки знань з використанням іспиту
Курс «Математичний аналіз»

1. Контролі, індивідуальні завдання, тестування, література

Контролі:

1. Диференціювання функцій:
   а) АКР № 0 (30 хв.). Використати для підготовки: [1], інд. з. № 5, ст. 476, задача 1 (тільки пункти а), б), в)), вар. 1–31.
2. Границі. Неперервність. Диференціювання:
   а) АКР № 1 (90 хв.);
   б) Інд. з. № 1.
3. Інтегрування функцій:
   а) АКР № 2 (90 хв.);
   б) Інд. з. № 2.

Індивідуальні завдання:

Інд. з. № 1: – [1], інд. завд. № 4, ст. 466, задача 3,
– [1], інд. завд. № 5, ст. 476, задача 1.
Інд. з. № 2: – [2], інд. завд. № 1, ст. 291, задача 1.
Варіант кожного завдання обирається за номером студента у журналі.

Підсумкове комп'ютерне тестування:

1. Границі. Неперервність – [3], гл. 1, § 3, тест 1.3.
2. Диференціальне числення функцій однієї змінної – [3], гл. 1, § 4, тест 1.4.
2. Інтегральне числення функцій однієї змінної – [3], гл. 2, § 1, тест 2.1.

Література:

1. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г. Вища математика у прикладах та задачах. Ч. 1. – Х.: ХНУРЕ, 2004. – 592 с.
2. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г., Кривошеєва Г. М. та ін. Вища математика у прикладах та задачах. Ч. 2. – Х.: ХНУРЕ, 2002. – 440 с.
3. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г., Кривошеєва Г. М. та ін. Вища математика у прикладах та задачах. Ч. 5. – Х.: ХНУРЕ, 2007. – 512 с.

2. Система оцінювання

Рейтингова оцінка в балах:

АКР № 1	Інд.з. № 1	**КТ 1**	АКР № 2	Інд.з. № 2	**КТ 2**	**КТ 1 + + КТ 2**	Підс. тест.	**Загаль-ний рей-тинг**	Іспит	Σ
15–26	3–4	**18–30**	15–26	3–4	**18–30**	**36–60**	9–16	**45–76**	15–24	**60–100**
Особистий рейтинг										

Особистий рейтинг заповнюється особисто студентом на протязі семестру при отриманні відповідних балів.

Шкала переводу оцінок:

96–100 90–95	5	A B	66–74 60–65	3	D E
75–89	4	C	35–59 1–34	2	FX F

Позначення:

АКР	–	аудиторна контрольна робота;
Інд. з.	–	індивідуальне завдання;
КТ	–	контрольна точка;
Підс. тест.	–	підсумкове тестування.

3. Зміст лекцій

Математичний аналіз, I *семестр* (60 *годин*)

№ 1 Числові послідовності	№ 2 Функції. Класифікація. Границі	№ 3 Границі	№ 4 Неперервність. Точки розриву	№ 5 Порівняння нескінченно малих
№ 6 Використання еквівалентних нескінченно малих	№ 7 Похідні	№ 8 Похідні	№ 9 Диференціал	№ 10 Похідні та диференціали вищих порядків
№ 11 Теореми про диференційовані функції	№ 12 Правило Лопіталя	№ 13 Формула Тейлора	№ 14 Дослідження функцій	№ 15 Дослідження функцій
№ 16 Невизначений інтеграл	№ 17 Невизначений інтеграл	№ 18 Заміна змінної, інтегрування частинами	№ 19 Інтегрування раціональних дробів	№ 20 Інтегрування раціональних дробів
№ 21 Інтегрування ірраціональних виразів	№ 22 Інтегрування тригонометричних виразів	№ 23 Визначений інтеграл	№ 24 Визначений інтеграл	№ 25 Застосування визначеного інтеграла
№ 26 Невласні інтеграли	№ 27 Невласні інтеграли	№ 28 Функції багатьох змінних	№ 29 Функції багатьох змінних	№ 30 Екстремуми функцій багатьох змінних

4. Зміст практичних занять

Математичний аналіз, I *семестр* (48 *годин*)

№ 1 Техніка диференціювання (правила диф. 1-7, ф-ли диф. 1-13)	№ 2 Техніка диференціювання (обернені тригон. функ. – правило 7 і ф-ли 10-13)	№ 3 1) **АКР №0** (30 хв.) 2) Границі *Видача інд. з.* № 1	№ 4 Границі	№ 5 Границі
№ 6 Границі	№ 7 Неперервність. Точки розриву	№ 8 Похідні	№ 9 Похідні. Диференціал	№ 10 **АКР № 1** (90 хв.) *Здача інд. з.* № 1
№ 11 Аналіз АКР № 1. Похідні та диференціали вищих порядків. Правило Лопіталя	№ 12 Правило Лопіталя	№ 13 Дослідження функцій та побудова графіків	№ 14 Невизначений інтеграл *Видача інд. з.* № 2	№ 15 Невизначений інтеграл
№ 16 Невизначений інтеграл	№ 17 Невизначений інтеграл	№ 18 Невизначений інтеграл	№ 19 Визначений інтеграл	№ 20 **АКР № 2** (90 хв.) *Здача інд. з.* № 2
№ 21 Аналіз АКР № 2. Застосування визначеного інтеграла	№ 22 Невласні інтеграли	№ 23 Невласні інтеграли	№ 24 Підсумкове комп’ютерне тестування	

ОСОБЕННОСТИ ИЗЛОЖЕНИЯ ТЕМЫ «ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ» В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Т.А. Ярхо
г. Харьков, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
ali@lintec.net.ua

Использование теории рядов связано, прежде всего, с вычислением значений функций и интегралов, а также приближенным интегрированием дифференциальных уравнений. Поэтому указанный раздел является одним из основополагающих в программе общего курса высшей математики, читаемого в технических университетах.

При обучении математике студентов, для которых эта дисциплина не является профилирующей, обычно возникают трудности поиска оптимального стиля изложения, сочетающего формальную математическую строгость, доступность и наглядность. В этом смысле ряды доставляют дополнительные трудности, связанные с необычностью самого объекта изучения, являющегося по существу «суммой бесконечного числа слагаемых».

Данная работа ставит целью преодоление перечисленных проблем в части систематического изложения в указанном стиле важных аспектов темы, которые недостаточно отражены либо вовсе не изложены в известной учебной литературе по курсу высшей математики для технических университетов.

1. Определение числового ряда и его сходимости

Операция сложения чисел (действительных либо комплексных) позволяет найти сумму S_n любого их конечного набора $u_1, u_2, ..., u_n$:

$$S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n.$$

Действие сложения подчинено переместительному, сочетательному и распределительному законам.

Рассмотрим теперь бесконечную последовательность действительных чисел

$$u_1, u_2, ..., u_n, ...$$

Определение. Выражение

$$u_1 + u_2 + ... + u_n + ... \qquad (1)$$

называется числовым рядом (или просто рядом), а элементы последовательности $u_1, u_2, ..., u_n, ...$ – членами ряда.

Для обозначения ряда (1) применяют следующую запись:

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n \qquad (2)$$

Само по себе выражение (1) никакого определенного смысла не имеет, потому что действие сложения определено лишь для конечного числа слагаемых. Следовательно, этому выражению предстоит приписать смысл. Очевидно, это следует сделать так, чтобы “бесконечная сумма”, прежде всего, была “похожа” на обычные суммы.

Определение. Сумма n первых членов ряда (1)

$$S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$$

называется n-ой частичной суммой (или отрезком) этого ряда.

Очевидно, первая, вторая, третья и т.д. частичные суммы ряда.

$$S_1 = u_1,$$
$$S_2 = u_1 + u_2,$$
$$S_3 = u_1 + u_2 + u_3,$$
$$. \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; .$$

составляют бесконечную последовательность. Эту последовательность частичных сумм $\{S_n\}$ будем сопоставлять с рядом (1).

Определение. Ряд (1) называется сходящимся, если последовательность $\{S_n\}$ его частичных сумм имеет конечный предел:

$$\lim_{n\to\infty} S_n = S$$

Значение S этого предела называют суммой ряда (1) и пишут:

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} u_n \ ,$$

придавая тем самым символу (1) или (2) числовой смысл.

Определение. Ряд (1) называется расходящимся, если последовательность его частичных сумм $\{S_n\}$ предела не имеет (в частности, если члены последовательности частичных сумм неограниченно возрастают по модулю).

Заметим, что всякая сумма конечного числа слагаемых является частным случаем сходящегося ряда. Действительно, пусть дана некоторая сумма

$$u_1 + u_2 + ... + u_k. \tag{3}$$

Приписав к ней бесконечное число нулей, мы получим ряд

$$u_1 + u_2 + ... + u_k + 0 + 0 + ... + 0 + ... \, . \tag{4}$$

Очевидно, что для этого ряда

$$S_1 = u_1;$$
$$S_2 = u_1 + u_2$$
$$. \; .$$
$$S_к = u_1 + u_2 + ... + u_k;$$
$$S_{k+1} = u_1 + u_2 + ... + u_k + 0 = S_k;$$
$$S_{k+2} = u_1 + u_2 + ... + u_k + 0 + 0 = S_k;$$
$$. \; .$$

Значит, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S_k$.

Поэтому ряд (4) сходится, и его сумма равна S_k, то есть сумме (3).

Содержание теории числовых рядов состоит в установлении их сходимости или расходимости и в вычислении сумм сходящихся рядов.

2. Непосредственное доказательство сходимости или расходимости ряда

Ряд считается заданным, если известно правило, по которому для любого номера n можно записать соответствующий член ряда. В этом случае член ряда описывается как некоторая функция своего номера. Аналитическое выражение этой функции $u_n = f(n)$ называют общим членом ряда.

Можно доказывать сходимость или расходимость каждого ряда, а также вычислять сумму сходящегося ряда, опираясь непосредственно на определения сходимости и суммы. А именно, в каждом случае можно попытаться составить аналитическое выражение для n-ной частичной суммы ряда и найти предел этого выражения при неограниченном возрастании n.

Пример. Рассмотрим ряд

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}.$$

Запишем n-ную частичную сумму ряда

$$S_n=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}.$$

Слагаемые этой суммы могут быть представлены в виде:

$$\frac{1}{1\cdot 2}=1-\frac{1}{2};\ \frac{1}{2\cdot 3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3};\ \frac{1}{3\cdot 4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4};\ \frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}.$$

Поэтому

$$S_n=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=1-\frac{1}{n+1}.$$

$$\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1-\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}=1.$$

Таким образом, данный ряд является сходящимся, и его сумма S=1.

Пример. Рассмотрим ряд

$$1-1+1-1+\ldots+(-1)^{n+1}+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}.$$

Выпишем последовательность частичных сумм этого ряда:

$$S_1 = 1,\ S_2 = 0,\ S_3 = 1,\ S_4 = 0,\ \ldots .$$

Очевидно, что всякая частичная сумма с четным номером равна 0, а всякая частичная сумма с нечетным номером равна 1. Последовательность частичных сумм данного ряда предела не имеет. Следовательно, этот ряд расходится и не имеет суммы.

В рассмотренных примерах мы устанавливали сходимость или расходимость ряда непосредственным или «естественным» путем, пользуясь определением сходимости и формулой для n-ой частичной суммы ряда.

Однако, в большинстве случаев этот путь оказывается неудобным из-за трудностей явного вычисления частичной суммы ряда S_n, нахождения компактной формулы для нее и определения предела последовательности $\{S_n\}$.

В связи с этим, представляют интерес методы анализа рядов, позволяющие вычислять их суммы непосредственно, минуя вычисление частичных сумм. Также представляют интерес приемы, позволяющие устанавливать сходимость и расходимость рядов без нахождения их сумм (так называемые признаки сходимости рядов).

3. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 1. Если ряд

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots$$

сходится, то его общий член стремится к нулю при неограниченном возрастании его номера:

$$\lim_{n\to\infty} u_n = 0 .$$

Следствие (достаточный признак расходимости ряда). Если общий член ряда не стремится к нулю при неограниченном возрастании его номера, то ряд расходится.

Следует твердо помнить, что рассмотренный необходимый признак сходимости ряда не является достаточным, т.е. из того, что n-й член ряда стремится к нулю при $n\to\infty$ еще не следует, что ряд сходится (ряд может и расходиться).

Пример. Рассмотрим так называемый гармонический ряд

$$1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} . \tag{5}$$

Здесь

$$\lim_{n\to\infty} u_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0 ,$$

тем не менее, гармонический ряд расходится. Докажем это.

Предположим противное: пусть гармонический ряд сходится, и его сумма равна S. По определению сходящегося ряда это означает, что $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S$, где S_n – частичная сумма ряда.

Тогда также справедливо равенство $\lim\limits_{n\to\infty} S_{2n} = S$, так как при $n\to\infty$ и $2n\to\infty$. Вычитая из последнего равенства предыдущее, будем иметь

$$\lim_{n\to\infty} S_{2n} - \lim_{n\to\infty} S_n = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(S_{2n} - S_n \right) = 0 \tag{6}$$

Рассмотрим разность

$$S_{2n} - S_n = \left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{2n} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n} \right) = \left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \right.$$

$$\left. + \ldots + \frac{1}{2n} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n} + \ldots + \frac{1}{2n} = \frac{n}{2n} = \frac{1}{2}.$$

Таким образом, $S_{2n} - S_n > \dfrac{1}{2}$.

По теореме о предельном переходе в неравенстве

$$\lim_{n\to\infty}\left(S_{2n} - S_n\right) \geq \frac{1}{2},$$

что противоречит равенству (6). Следовательно, гармонический ряд расходится.

4. Критерий Коши сходимости ряда

Напомним одну важную теорему из теории пределов, называемую критерием Коши существования предела последовательности.

Теорема 2. Пусть

$$S_1, S_2, ..., S_n, ... \qquad (7)$$

некоторая числовая последовательность.

Для того, чтобы она имела конечный предел, необходимо и достаточно, чтобы для любого числа $\varepsilon>0$ существовал такой номер $N=N(\varepsilon)$, что для всех $n>N$ и $n'>N$ справедливо

$$\left|S_{n'} - S_n\right| < \varepsilon.$$

Как видно, суть состоит в том, что элементы сходящейся последовательности безгранично сближаются между собой, по мере возрастания их номеров.

Применим сформулированную теорему 2 к теории рядов, считая (7) последовательностью частичных сумм ряда, а $n'=n+\mathrm{m}$, где $m>0$ – целое число.

Теорема 3 (критерий Коши сходимости ряда).

Для того, чтобы ряд

$$u_1 + u_2 + ... + u_n + ... \qquad (8)$$

сходился, необходимо и достаточно, чтобы последовательность его частичных сумм

$$S_1, S_2, ..., S_n, ...$$

обладала следующим свойством: каково бы ни было $\varepsilon>0$, существует такой номер $N=N(\varepsilon)$, что для всех $n>N$ и всех целых $m>0$ имеет место неравенство

$$|S_{n+m} - S_n| < \varepsilon \qquad (9)$$

Разъясним смысл теоремы 3. Для сходимости ряда (8) необходимо и достаточно, чтобы по любому заданному $\varepsilon>0$ нашелся такой номер N, что сумма любого числа последовательных членов ряда с номерами, большими N, меньше ε. Другими словами, сходимость ряда означает, что сколь угодно «длинные» суммы его последовательных членов должны быть малыми, если только они состоят из «достаточно далеких» членов ряда.

Рассмотрим на примере использование критерия Коши для доказательства сходимости ряда.

Пример. Доказать, что ряд $1 + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{3^2} + ... + \dfrac{1}{n^2} + ... = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^2}$ сходится.

Доказательство. В силу критерия Коши, нужно найти такое число N, что при всех $n>N$ и произвольном целом $m>0$ будет выполняться неравенство

$$|S_{n+m}-S_n|<\varepsilon,$$

каково бы ни было положительно число ε. Имеем

$$\left|S_{n+m}-S_n\right|=\left|\left(1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}+\ldots+\frac{1}{(n+m)^2}\right)-\left(1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{n^2}\right)\right|=\left|\frac{1}{\left(n+1^2\right)}+\frac{1}{(n+2)^2}+\ldots+\frac{1}{(n+m)^2}\right|=\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{(n+2)^2}+\ldots+\frac{1}{(n+m)^2}$$

Так как $\frac{1}{k^2}<\frac{1}{k(k-1)}=\frac{1}{k-1}-\frac{1}{k},(k>1)$, то

$$\frac{1}{(n+1)^2}<\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1};$$

$$\frac{1}{(n+2)^2}<\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2};$$

....

$$\frac{1}{(n+m)^2}<\frac{1}{n+m-1}-\frac{1}{n+m},$$

поэтому

$$\left|S_{n+m}-S_n\right|<\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)+\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n+m-1}-\frac{1}{n+m}\right)=$$

$$=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+m}<\frac{1}{n}.$$

Получили: при произвольном натуральном n и целом $m>0$ имеет место неравенство:

$$\left|S_{n+m}-S_n\right|<\frac{1}{n}.$$

Зададим теперь произвольное $\varepsilon>0$ и положим $N=\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$, где $\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$ – целая часть числа $\frac{1}{\varepsilon}$.

Тогда для $n>N$, так как n – целое число, справедливо:

$$n\geq\left[\frac{1}{\varepsilon}\right]+1>\frac{1}{\varepsilon},$$

откуда $n>\frac{1}{\varepsilon}$, а следовательно, $\frac{1}{n}<\varepsilon$, значит, $\left|S_{n+m}-S_n\right|<\frac{1}{n}<\varepsilon$.

Таким образом, для произвольного ε>0 найден номер $N=\left[\dfrac{1}{\varepsilon}\right]$, такой что для всех $n>N$ при любом целом $m>0$ выполняется неравенство:

$$|S_{n+m}-S_n|<\varepsilon.$$

По критерию Коши сходимости ряда, данный ряд сходится.

В принципе, можно было бы сходимость любого ряда исследовать по критерию Коши. Однако тогда, приступая к изучению какого-либо нового ряда, мы вынуждены были бы каждый раз начинать исследование "с нуля". Возможности изучения рядов при этом ограничились бы использованием индивидуальных особенностей каждого из изучаемых рядов, а теория рядов представляла бы собой набор разрозненных задач.

Для систематического построения теории числовых рядов, прежде всего, необходимо установить связи между поведением одних рядов и поведением других. Это позволит в дальнейшем использовать сведения, полученные в результате анализа одних рядов, для упрощения исследования других рядов.

5. Свойства сходящихся рядов

5.1. Свойства сходящихся рядов, подобные свойствам конечных сумм

Понятие суммы числового ряда существенно отличается от понятия суммы конечного числа слагаемых тем, что включает в себя предельный переход. Однако, некоторые свойства обычных сумм переносятся и на суммы числовых рядов. Рассмотрим эти свойства.

Теорема 4 (ассоциативный закон для сходящихся рядов).

Если в сходящемся ряде

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots \tag{10}$$

произвольно объединить соседние члены в группы, не нарушая порядка членов:

$$\left(u_1+\ldots+u_{n_1}\right)+\left(u_{n_1+1}+\ldots+u_{n_2}\right)+\left(u_{n_2+1}+\ldots+u_{n_3}\right)+\ldots$$

и найти суммы v_1, v_2, v_3, ... членов, входящих в каждую из групп, то составленный из этих сумм ряд

$$v_1 + v_2 + v_3 + \ldots \tag{11}$$

будет сходиться и иметь ту же сумму, что и первоначальный ряд (10).

Из теоремы 4 вытекает:

Следствие. Если в результате описанного в условии теоремы 4 объединения получен расходящийся ряд (11), то и первоначально взятый ряд (10) также расходится.

Замечание 1. Теорема, обратная теореме 4, вообще говоря, неверна. Из сходимости ряда (11) сходимость ряда (10) может и не следовать (так же, как из сходимости какой-нибудь подпоследовательности, вообще говоря, не следует сходимость всей последовательности). Таким образом, если ряд (11) сходится, и члены его является алгебраическими суммами конечного числа слагаемых

$$\left(u_1+\ldots+u_{n_1}\right)+\left(u_{n_1+1}+\ldots+u_{n_2}\right)+\left(u_{n_2+1}+\ldots+u_{n_3}\right)+\ldots,$$

то, опустив скобки в этом ряде, можно получить расходящийся ряд.

Пример. Рассмотрим сходящиеся ряды:

$$(1–1) + (1–1) + \ldots + (1–1) + \ldots = 0 + 0 + \ldots + 0 + \ldots$$

$$1 – (1–1) – (1–1) – \ldots – (1–) –\ldots = 1 – 0 – 0 – \ldots – 0 – \ldots .$$

Суммы этих рядов соответственно равны 0 и 1. Опустив скобки в каждом из рассмотренных сходящихся рядов, получим расходящийся ряд:

$$1 – 1 + 1 – 1 + \ldots + (–1)^{n+1} +\ldots = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}.$$

Замечание 2. В частном случае, если все члены исходного ряда (10) положительны, теорема, обратная теореме 4, справедлива, то есть из сходимости ряда (11) следует сходимость исходного ряда (10).

Теорема 5. (дистрибутивный закон для сходящихся рядов).

Пусть дан некоторый ряд

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots, \tag{12}$$

C – произвольное, отличное от 0 число. Тогда ряд

$$Cu_1 +Cu_2 + \ldots +Cu_n + \tag{13}$$

сходится тогда и только тогда, когда сходится ряд (12).

Если ряд (12) сходится, и сумма его равна S, то сумма ряда (13) равна CS.

Пример. Исследовать сходимость ряда $-2-1-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-\ldots$.

Решение. Данный ряд образован умножением на число –2 всех членов гармонического ряда:

$$-2-1-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-\ldots=-2\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots\right).$$

Поскольку гармонический ряд расходится, на основании теоремы 5, расходится и данный ряд.

Замечание 3. Теоремы 4 и 5 устанавливают свойства ассоциативности и дистрибутивности для рядов, аналогичные свойствам конечных сумм. Теорема, аналогичная коммутативности сложения, о возможности переставлять в ряде члены, носит более узкий характер и справедлива уже не для всех рядов. В частности, для рядов с положительными членами произвольная перестановка членов не нарушает сходимости рядов и не изменяет суммы сходящихся рядов.

Теорема 6. Пусть дан ряд

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots \tag{14}$$

с неотрицательными членами, а ряд

$$v_1 + v_2 +\ldots + v_n + \ldots \tag{15}$$

получается из ряда (14) произвольной перестановкой его членов.

Тогда, если ряд (14) сходится, то ряд (15) также сходится и имеет ту же сумму, что и ряд (14).

Сходящиеся ряды можно почленно складывать и вычитать. Справедлива

Теорема 7. Пусть

$$u_1 + u_2 + ... + u_n + ... \tag{16}$$

и

$$v_1 + v_2 +... + v_n + ... \tag{17}$$

два сходящихся ряда, соответственно, с суммами $S^{(1)}$ и $S^{(2)}$. Тогда ряд

$$(u_1\pm v_1) + (u_2\pm v_2) + ... + (u_n \pm v_n)+\ldots \tag{18}$$

также сходится, и его сумма равна $S^{(1)}\pm S^{(2)}$.

Пример. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{3^{n-1}}\right)$.

Решение. Данный ряд представляет собой сумму двух рядов:

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+...+\frac{1}{2^{n-1}}+...=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}} \tag{19}$$

(19)

и

$$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{3^{n-1}}+...=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^{n-1}}\ . \tag{20}$$

Ряды (19) и (20) сходятся, так как представляют собой ряды, составленные из элементов геометрической прогрессии со знаменателями, соответственно равными $q_1=\frac{1}{2}<1$ и $q_2=\frac{1}{3}<1$. Их суммы, соответственно, равны

$$S^{(1)}=\frac{1}{1-q_1}=2;$$

$$S^{(2)}=\frac{1}{1-q_2}=\frac{3}{2}.$$

На основании теоремы 7, данный ряд сходится, и его сумма

$$S=S^{(1)}+S^{(2)}=2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}.$$

5.2. Дальнейшие свойства сходящихся рядов

Теорема 8. На сходимость ряда не влияет присоединение к нему конечного числа новых членов, расположенных на произвольных местах. Если исходный ряд сходится, то сумма нового ряда получается прибавлением суммы присоединенных членов к сумме исходного ряда.

Следствие. На сходимость ряда не влияет отбрасывание конечного числа его членов. Если исходный ряд сходится, то сумма нового ряда получается из суммы исходного ряда вычитанием из нее суммы отброшенных членов.

Пример. Исследовать сходимость ряда $\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+...$.

Решение. Данный ряд образован в результате отбрасывания первых пяти членов гармонического ряда

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\ldots+\frac{1}{n}+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}.$$

Так как гармонический ряд расходится, то на основании следствия теоремы 8, данный ряд также является расходящимся.

6. Признаки сходимости рядов

Признаками сходимости рядов называют приемы, позволяющие устанавливать сходимость или расходимость числовых рядов.

К числу необходимых и достаточных признаков сходимости относится прием непосредственного установления сходимости ряда, путем составления последовательности его частичных сумм и выяснения вопроса о существовании ее предела. Другим необходимым и достаточным признаком является критерий Коши сходимости ряда.

Стремление к нулю общего члена ряда по мере роста его номера является признаком сходимости, однако, только необходимым, но не достаточным.

Факт отсутствия стремления к нулю общего члена ряда с ростом n является достаточным признаком расходимости ряда.

К достаточным признакам сходимости рядов с неотрицательными членами относят признаки сравнения, признак Даламбера, признаки Коши (радикальный и интегральный), подробно рассмотренные в известной литературе.

Завершим изложение замечаниями о преимуществах и недостатках различных признаков сходимости рядов с неотрицательными членами.

Существуют примеры, показывающие, что интегральный признак Коши позволяет сделать заключение о поведении ряда в тех случаях, когда признаки Даламбера и Коши не решают вопроса о характере сходимости, то есть когда

$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=1 \text{ и } \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}=1\,.$$

В целом следует иметь в виду, что признаки Даламбера и Коши обладают достаточно большой широтой применимости и относительно несложны при практическом использовании. Однако, во многих случаях они оказываются недостаточно «чувствительными».

Являясь необходимым и достаточным, признак Коши обладает идеальной «чувствительностью». Однако, его практическое применение во многих случаях затруднительно, поскольку зачастую вычисление несобственного интеграла представляет собой сложную задачу.

Литература:

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
2. Воробьев Н.Н. Теория рядов. – М.: Наука, 1970.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. – К.: Вища школа, 1993. – 648 с.
4. Ярхо Т.А. Числовые ряды. Конспект лекций. – Харьков: ХНАДУ, 2004. – 51 с.

СПЕЦИФИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ПСИХОЛОГИЯ»: АДАПТИРОВАННЫЙ КУРС

Н.Б. Яблонская[α], С.В. Демьянко[β]
Беларусь, г. Минск, Белорусский государственный университет
[α] natsev@tut.by
[β] demyanko@tut.by

Для студентов-психологов Белорусского государственного университета предусмотрен односеместровый курс «Основы высшей математики», который состоит из 24 часов лекционных и 44 часов практических занятий. Следует отметить, что изучаемые в данном курсе разделы математики ориентированы на специализацию студентов, что дает дополнительную мотивацию при его изучении. Кроме того, он подготавливает их к изучению курса «Математические методы в психологии», который содержит в себе необходимые для работы психолога разделы математической статистики.

Основной целью курса «Основы высшей математики для психологов» является повышение уровня математической подготовки студентов и ориентация их на использование математических методов при проведении психологических исследований.

В первую очередь при подготовке ориентированного на специализацию студентов курса необходимо ответить на вопросы: Какую роль играет математика в образовании будущих психологов? Не является ли она ненужной дополнительной нагрузкой для студента-гуманитария или, наоборот, помогает наиболее полно раскрыть суть изучаемой дисциплины?

Математика является значительной, очень важной частью общечеловеческой культуры и это указывает на необходимость ее изучения при получении университетского образования, в том числе и студентами различных гуманитарных специальностей. Математика формирует качества мышления, необходимые для полноценного функционирования человека в современном обществе. Прежде всего, она развивает абстрактное мышление студентов, включающее логическое (дедуктивное) мышление, алгоритмическое мышление, а также такие его качества, как сила и гибкость, конструктивность и критичность. Она воспитывает такой склад ума, который требует критической проверки и логического обоснования тех или иных положений и точек зрения, а это необходимо любому профессионалу. Однако роль математики этим не ограничивается. Изучение математики оказывает большое влияние на формирование личных качеств человека. Изучение математики приучает к полноценной аргументации и предостерегает от необоснованных обобщений. В математике аргументация, не обладающая характером полной, абсолютной исчерпанности признается ошибочной; здесь нет «наполовину доказанных» и «почти доказанных» утверждений. Человек, приученный к этому на занятиях по математике, использует полноценную аргументацию и в других видах деятельности [1, 30]. Отдельно также следует остановиться на роли математики при овладении студентами-психологами своей будущей профессией.

Психологи охотно использовали язык математики для формулирования своих законов. Польский психолог Т. Томашевский, например, долго искал «словесную» формулировку открытого им закона «о побуждении человека к действию», но в результате выразил этот закон математической формулой $D=f(V, P)$, согласно которой решение, приводящее к действию D, есть функция ценности цели V и вероятности ее реализации P. Недаром Иммануил Кант писал, что в любой теории столько науки, сколько в ней математики. А известный математик Рене Декарт, внесший значительный вклад также и в развитие психологии, утверждал, что психология не может существовать без математики [2, 6]. Кроме того, из истории психологии хорошо известно, что, например, психофизика начала свое развитие с установления математических закономерностей (знаменитая формула Вебера-Фехнера). В настоящее время математические процедуры обязательно входят в такие разделы психологии как психометрика, психодиагностика, дифференциальная психология. Современная психогенетика, например, широко использует такой раздел высшей математики, как структурное моделирование и т.д. С другой стороны, многие фундаментальные психологические теории, например: теория деятельности А.Н. Леонтьева, теория развивающего обучения В.В. Давыдова, психоанализ Фрейда, трансактный анализ Берна и другие хорошо известные теории, были созданы без всякой опоры на математику. В то же время главное отличие отраслей психологических знаний, использующих математические методы, заключается в том, что их предмет исследования не только может быть описан, но измерен. Возможность измерения того или иного психологического феномена, свойства, характеристики, черты и т.д. открывает доступ для применения методов количественного анализа, а значит, и соответствующих вычислительных процедур [3, 8].

Современная психология использует в своих исследованиях математику для достижения следующих целей:

– планирование эксперимента и прогнозирование ожидаемых результатов;
– статистическая обработка результатов эксперимента;
– разработка и построение математических моделей различных психических явлений, процессов и состояний.

Именно правильное применение математической статистики позволяет психологу:

– доказывать правильность и обоснованность используемых методических приемов и методов;
– строго обосновывать экспериментальные планы;
– обобщать данные эксперимента;

– находить зависимости между экспериментальными данными;
– выявлять наличие существенных различий между группами испытуемых;
– строить статистические предсказания;
– избегать логических и содержательных ошибок и многое другое.

Математическая статистика в руках психолога может и должна быть мощным инструментом, позволяющим не только успешно лавировать в море экспериментальных данных, но и, прежде всего, способствовать становлению его объективного мышления [3, 9].

Немалую роль играет и тот факт, что использование языка математики расширяет видение мира ученого-гуманитария. Овладение им позволяет эффективно использовать в своей работе достижения естественных наук, заимствовать методы исследования, разработанные модели, проводить аналогии при решении собственных задач.

Математика является своеобразным пропуском в мир естественных наук. Иногда приходится сталкиваться с ситуацией, когда начинающий студент отталкивает все, что содержит формулы, апеллируя тем, что он «гуманитарий». Такое отторжение идет еще со школьной скамьи, но изучать математику необходимо, и важное значение здесь имеет то, насколько сильно будет увязан изучаемый курс с будущей специальностью студента. Преподавание математики и информатики для студентов-нематематиков осуществляется сотрудниками кафедры общей математики и информатики БГУ на основе концепции профессиональной направленности преподавания, в содержание которой входит принцип адаптации этих курсов к требованиям математической и компьютерной подготовки соответствующих специалистов [1, 31].

Курс «Основы высшей математики для психологов» состоит из нескольких разделов. Первый из них «Основы теории множеств». Одна из важнейших задач психологии – понять, как человек мыслит, как он видит окружающий его мир и себя в нем. Внешний мир представляется человеку через конкретные предметы и явления. Каждый предмет обладает рядом признаков. Сравнивая различные предметы, можно обнаружить в них некоторые общие признаки, что позволяет объединить их в определенный класс (множество). Для психологии понятие множества является весьма продуктивным, ибо психологов как раз и интересуют процессы образования понятий, выделения признаков и их обобщения [2, 9].

Второй раздел курса – «Элементы комбинаторики. Теория вероятностей». Приведем лишь некоторые примеры использования различных тем этого раздела в психологии.

1. Элементы комбинаторики. Классическая вероятность.

– В цветовом тесте М. Люшера: задача о возможности составления различных комбинаций из шести цветов; подсчет вероятности предпочтения определенного цвета при гипотезе о чисто случайном выборе.

– Различные вариации задач о ранжировании по степени субъективной важности базисных ценностей, значимых для людей, претендентов на какую-либо должность.

2. Условная вероятность. Независимые события.

– Определение зависимости событий при ранжировании ценностей, литературных персонажей.

– Расчет вероятности решения определенной задачи, при условии того, что решено фиксированное число задач.

– В задачах об избрании конкретного кандидата на пост депутата, при условии, что определенное число депутатов набрало необходимое число голосов.

3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

– В тестировании в задачах о распределении трех групп ценностей по различным спискам для реализации теста ценностных предпочтений и анализ возможности того, что выбор испытуемого окажется за ценностями определенного типа.

4. Повторные испытания. Формула Бернулли.

– Определение вероятности правильного решения определенного числа заданий определенным количеством испытуемых.

– Определение вероятности столкнуться с представителем того или иного класса профессий согласно классификации психолога Е.А. Климова в тех или иных условиях.

– Определение вероятности сходства темпераментальных черт в семейных парах.

– Задача о вероятности успешного выбора претендента на должность с определенными личностными качествами.

Третий раздел курса – «Случайные величины». Некоторые из возможных примеров:

– Исследование результатов референдума в нахождении закона распределения максимального значения положительных ответов на фиксированное число вопросов.

– Построения распределения вероятностей числа серий непрерывного предъявления символов в процедуре предъявления символов и маскеров на экране компьютера.

Кроме указанных выше разделов курса студентам в минимальном объеме преподаются элементы векторной алгебры и математического анализа для их знакомства с математическими структурами, используемыми в курсе «Математические методы в психологии». К сожалению, небольшой объем курса «Основы высшей математики» не позволяет остановиться на этих полезных разделах более подробно, а также дать студентам понятие о математической логике и теории графов.

Одной из основных задач психологии как науки является выявление и исследование закономерностей, которым подчиняются реальные процессы.

Решение этой задачи невозможно без использования математического аппарата. Исходя из этого, курс «Основы высшей математики для психологов» построен таким образом, чтобы дать студентам полезный практический навык работы.

Литература:

1. Компьютерная и математическая грамотность – основа интеллектуальной безопасности и имиджа страны / В.А. Еровенко [и др.] // Вышэйшая школа. – 2007. – № 3. – С. 27–32.
2. Ганичева А.В., Козлов В.П. Математика для психологов. – М.: Аспект Пресс, 2005. – 239 с.
3. Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов. – М.: Московский психолого-социальный институт: Флинта, 2006. – 336 с.

О МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ НА ФАКУЛЬТЕТАХ ЭКОНОМИЧЕСКОГО И ГУМАНИТАРНОГО ПРОФИЛЯ

Т.С. Петрушина[α], В.И. Садовничий[β]
Беларусь, г. Минск, Белорусский государственный университет
[α] Petrushina@bsu.by
[β] sadovnich@mail.ru

Проанализировав и обобщив свой опыт преподавания на факультете международных отношений БГУ, авторы настоящей статьи попытались сформулировать и обосновать некоторые свои соображения по вопросам содержания и методики преподавания курса «Основы высшей математики».

Начнем с двух, казалось бы, простых вопросов, которые нередко можно услышать на первой же лекции или семинарском занятии от еще вчерашних школьников. Первый вопрос – «Зачем нужны основы высшей математики будущему экономисту, менеджеру, а уж тем более, культурологу или филологу?». Второй вопрос – «Что это за основы?»

Помимо высказываний великих и тезисов о развитии абстрактного и логического мышления, высокого общеобразовательного уровня выпускников высших учебных заведений нашей страны, на наш взгляд, на первый вопрос должен быть дан максимально аргументированный и развернутый ответ. Несмотря на массовость высшего образования, в большинстве своем каждый абитуриент, поступающий на тот или иной факультет высшего учебного заведения, достаточно ясно представляет специфику работы по своей будущей специальности. И в наш век бурного развития информационных технологий, следствием которого является огромный поток информации, каждый современный человек, а обучаемый тем более, оценивает получаемые в той или иной области знания, ту или иную учебную дисциплину, равно как и ее содержание, зависящее от методики преподавания, с точки зрения их будущей полезности.

Учитывая выше сказанное, вводные лекции курса «Основы высшей математики» для будущих экономистов и менеджеров можно было бы построить на основе обзора как классических, так и новейших методов экономического анализа и менеджмента с точки зрения применения в них математического аппарата, основанного на том или ином разделе высшей математики. Это многофакторные линейные и нелинейные модели, а также их корреляционный анализ, методы многомерного рейтингового анализа с применением матричной алгебры, статистические методы Дельфи и Монте-Карло, моделирование в микроэкономике на основе задач линейного программирования [1], [2] и др.

Что касается основной части курса, то есть смысл, по мнению авторов, больше придерживаться академического подхода к его содержанию и методике преподавания, учитывая при этом применимость того или иного раздела в конкретных макро- и микроэкономических моделях и методах. Однако при разработке курса лекций и тем практических и семинарских занятий необходима жёсткая «привязка» материала к будущей профессии студента, потому что чисто академический подход, оставшийся нам еще с советских времен, наряду с такими, безусловно, положительными факторами, как большой охват теоретического материала из разных математических дисциплин, доказательство фундаментальных теорем, зачастую вел к ситуации, когда бывший студент уже, будучи специалистом в своей области, просто не знал, а часто и боялся применить «столь высокие материи» в своей работе и научно-исследовательской деятельности.

Более подробно остановимся на вопросах методики преподавания курса «Основы высшей математики» для некоторых гуманитарных специальностей. Для филологов и студентов, изучающих современные иностранные языки, вступительная лекция могла бы быть посвящена развитию математической лингвистики, начиная с работы О.С. Кулагиной «Об одном способе определения грамматических понятий на базе теории множеств» (Проблемы кибернетики. – М., 1958). Эта наука, которая пока еще не оформилась в отдельную вузовскую дисциплину, широко использует аппарат теории множеств, комбинаторики и теории вероятностей. Поэтому для студентов данной специализации курс «Основы высшей математики» можно построить на изучении именно этих трех «китов», что и было блестяще продемонстрировано в [3].

Аналитическая геометрия и философия Платона, логика высказываний и дедуктивный метод в математике и гуманитарных науках, бесконечность и бесконечно малые в математике и философии, искусствознании, философия пифагореизма и герменевтика – вот, на наш взгляд, отправная точка для вышеназванного курса для будущих философов, культурологов, историков [6].

Кроме того, чтобы «проверить алгеброй гармонию», культурология имеет еще один, несомненно, важный математический инструмент – «Золотое сечение» (F≈1,618), задача по нахождению которого была сформулирована в «Началах» Евклида и подтверждена открытием замечательного ряда чисел Фибоначчи φ_i $\left(\varphi = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\varphi_{n+1}}{\varphi_n}\right)$. В современной математике этот инструмент расширен и обобщен матрицами Фибоначчи и обобщенным «Золотым сечением». Именно эта тематика может служить материалом вводной лекции для культурологов. Следующей темой может быть история развития математики как части общемировой культуры. А в основе курса высшей математики для культурологов, по-видимому, должны лежать теория вероятностей и математическая статистика, на которых основано большинство численных методов в искусствознании [4]. Курс «Основы высшей математики» также может быть дополнен некоторыми разделами линейной алгебры и аналитической геометрии с целью овладения студентами методики исследования произведений скульптуры, живописи, архитектуры с помощью «Золотого сечения». Теоретический материал не должен быть чрезмерно формализован. С большим интересом студенты воспринимают в качестве пояснений нетривиальные примеры, доказательства и парадоксы. Так, в качестве теоретико-множественного доказательства по принципу математической индукции (здесь же понятия пустого, конечного, счетного множества) при введении в теорию множеств и комбинаторику можно привести пример из книги замечательного математика и философа Бернарда Больцано «Учение о науке», суть которого заключается в следующем. Пусть множество истинных утверждений суть пустое множество (предложение А). Тогда, как следствие, множество ложных утверждений есть универсальное множество мощности континуум. Но если бы это было бы так, то само предложение А о том, что любое утверждение ложно, было бы истинно. Следовательно, множество истинных утверждений не пусто и содержит, как минимум, один элемент, что само по себе есть истинное утверждение, которое добавляет во множество истинных утверждений еще один элемент. И, наконец, имея как минимум n истинных утверждений, аналогичным образом получим как минимум $n + 1$ элемент множества истинных утверждений. И так далее… Таким образом доказано, что и множество истинных утверждений содержит бесконечно много элементов [5, 71].

И, наконец, третий вопрос, который нередко можно услышать от студентов и который также указывает еще одно направление модернизации математического образования – «Какой смысл в вычислении интегралов, обратных матриц и т.п., если все это уже давно можно вычислить с помощью компьютера?» Действительно, еще в прошлом веке появилось значительное количество пакетов прикладных программ (MathCAD, Mathematica, OpenCalc и др.), которые успешно справляются с теми или иными задачами подобного рода. Поэтому, конечно же, нет смысла нагружать студентов, особенного гуманитарного и экономического профиля излишними громоздкими вычислениями. Однако без глубоких и твердых знаний основ будущий специалист не сможет ни грамотно построить математическую модель, ни поставить задачу той или иной прикладной программе. Отсюда напрашивается вывод, что курсы «Основы высшей математики» и «Основы вычислительной техники и информационных технологий» должны взаимно дополнять друг друга, что и укладывается в общую тенденцию информатизации, как среднего, так и высшего образования, в том числе и математического.

Современная математика в сочетании с информатикой становится как бы междисциплинарным инструментарием, который выполняет две основные функции: первую – обучающую специалиста – профессионала умению правильно задавать цель тому или иному процессу, определять условия и ограничения в достижении цели; вторую – аналитическую, т. е. «проигрывание» на моделях возможных ситуаций и получение оптимальных решений.

Несмотря на новые веяния и проблемы методики в математическом образовании, всегда стоит помнить слова великого Л.Н. Толстого: «Математика имеет задачей не обучение исчислению, но обучению приемам человеческой мысли при исчислении».

Литература

1. Эддоус М., Стендсфилд Р. Методы принятия решений. Пер. с англ. под ред. член-корр. РАН Н.И. Елисеевой. – М.: Аудит, 1997.
2. Савицкая Г.В. Анализ хозяйственной деятельности предприятия: учебник, изд. 4-е, перераб. и дополн. – М.: ИНФРА-М, 2007.
3. Еровенко В.А. Основы высшей математики для филологов: методические замечания и примеры: курс лекций. – Минск, 2006.
4. Петров В.М. Количественные методы в искусствознании. – М.: Смысл, 2000. – Вып. 1.
5. Больцано Б. Учение о науке (избранное). Пер. с нем. Б.Н. Федорова. – Санкт-Петербург: Наука, 2003.
6. Бычков С.Н., Зайцев Е.А. Математика в мировой культуре. Учебное пособие. – Москва: РГГУ, 2006.

ФОРМУВАННЯ КОГНІТИВНО-ТВОРЧОЇ КОМПЕТЕНЦІЇ В СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

В.А. Петрук[α], О.П. Прозор[β]
м. Вінниця, Вінницький національний технічний університет
[α] sledopit@svitonline.com
[β] el.przr@mail.ru

Випускник технічного ВНЗ не може набути необхідних професійних знань без якісного засвоєння ним матеріалу фундаментальних дисциплін, які, як правило, вивчаються на першому та другому курсах, знання яки є базовими для свідомого засвоєння студентами знань із спеціальних дисциплін.

У процесі фундаментальної підготовки майбутніх фахівців з вищою технічною освітою виявлена низка суперечностей між:

– якісною фундаментальною підготовкою для набуття необхідних професійних компетенцій і скороченням годин аудиторних занять для циклу цих дисциплін;

– збільшенням годин для самостійного опрацювання першокурсниками теоретичного матеріалу і низьким рівнем вмінь самостійної роботи;

– традиційною системою підготовки майбутніх фахівців з вищою технічною освітою і необхідністю в індивідуальному творчому характері їхньої практичної діяльності;

– вимогами впровадження інтерактивних технологій навчання і недостатніми розробками для фундаментальних дисциплін.

Одним із можливих шляхів часткового розв’язання цих суперечностей є компетентністний підхід, тобто отримання бажаного результату освіти через сукупність компетенцій. Компетентністний підхід досі є предметом наукових дискусій в різних країнах світу. За визначенням Міжнародної комісії Ради Європи, компетенції особистості – готовність використовувати засвоєні знання, навчальні вміння і навички, а також способи діяльності в практичному житті для виконання практичних і теоретичних завдань[1].

В даній роботі ми розглядаємо формування когнітивно-творчої компетенції. Під цим терміном розуміємо сукупність навичок самостійної пізнавальної діяльності, знання і вміння організації планування, аналізу, рефлексії, самооцінка пізнавальної діяльності, обчислювальні навички, навички використання імовірнісних та статистичних методів пізнання; креативні навички продуктивної діяльності: володіння прийомами дій в нестандартних ситуаціях, евристичними методами розв’язання проблем, здатність використовувати знання для формування власних можливих варіантів дій, прийняття рішень [5].

Нові принципи компетентністно-орієнтовної освіти, індивідуального підходу, вимагають впровадження активних форм та методів навчання. Як показує практика, традиційні методи навчання в умовах зменшення кількості годин на вивчення програмного матеріалу стають мало ефективними. Традиційне навчання по суті є формою передачі інформації від викладача до студента та отримання зворотної інформації щодо рівня оволодіння останніми знаннями. Натомість, нас цікавить прояв компетентності у вмінні планувати і організовувати навчальну діяльність, самостійно здобувати знання і застосовувати їх в нових ситуаціях для розв'язування практичних завдань.

Вивчення вищої математики в технічних ВНЗ є специфічним. Специфіка її проявляється в тому, що ця дисципліна читається протягом першого та другого курсів, в період, з одного боку, адаптації вчорашнього школяра до умов навчання у ВНЗ та формування колективу групи з іншого. Тому в коло завдань викладача, поряд із завданням формування знань, умінь і навичок, входить сприяння формуванню колективу та створення умов для адаптації студента в цьому колективі.

Наведені вище аргументи спонукають нас використовувати колективну навчальну діяльність в малих групах. Керуємося відомим фактом: незвичні для студентів форми навчальної роботи активізують їхню розумову діяльність і пожвавлюють навчальний процес. Ми практикуємо поділ академічних груп на підгрупи, з розрахунку 4–5 осіб в підгрупі. Поділ на підгрупи відбувається наступним чином.

На першому навчальному тижні студентам пропонується так звана «нульова» контрольна робота за матеріалами шкільного курсу математики. Вона покликана надати викладачу більш-менш об'єктивну інформацію щодо рівня наявності знань у студентів. На початку навчання викладач отримує якомога більше інформації про рівні навчальних досягнень, особливості сприймання матеріалу кожного студента, а також з'ясовує характер стосунків у групі. На основі отриманої суб'єктивної інформації про рівень сформованості колективу та за результатами проведення поточного контролю знань, формується склад малих груп. Студенти в групі мають бути різнорідними за рівнем навчальних можливостей, але при цьому комплектація групи має бути приблизно однакового рівня.

Наведемо приклад організації навчальної роботи у процесі вивчення теми «Границя функції». На лекції викладач у процесі підведення висновків до теми «Розкриття невизначеностей» складає разом зі студентами «шпаргалку», де вказано типи невизначеностей та методи їх розкриття. Практичне заняття розпочинається розподілом академічної групи на підгрупи, яки отримують картки із завданням. Картки містять різнорівневі за ступенем важкості завдання, які передбачають як вміння розв'язувати задачі за зразком, так і задачі підвищеної складності. Приклад картки:

1. Обчислити границі наступних функцій:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+3x-5}{1-x^2}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-4x+3}{\sqrt{4x^4-3x+5}}$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$; 5) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{9x^2+17x-2}{x^2+2x}$; 6) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$; 8) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{1+\sqrt[7]{x}}{1+\sqrt[5]{x}}$; 9) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{1-\sin\frac{x}{2}}{\pi-x}$.

Викладач виконує роль консультанта: координує та скеровує роботу груп в правильне русло, при необхідності надає допомогу. Генераторами ідеї виконання завдання може бути будь-хто із членів групи. Роль «сильних» студентів – побачити шлях виконання завдання, або ж вловити ідею запропоновану викладачем та розтлумачити матеріал слабшим. Завдання слабших студентів – поставити запитання сильнішим, отримавши відповіді, розібратися в проблемі. Таким чином, відбувається залучення середніх і слабких студентів до енергійної інтелектуальної діяльності. Кожен член групи прагне успішно виконати завдання, набути необхідних навичок застосування теоретичних положень до розв'язання задач. За таких умов кожен має рівні можливості навчання відповідно до своїх здібностей. Так, завдання (1) є схожим на приклад, який наводив викладач, тому його розв'язування не викликає труднощів у студентів. Завдання (2) для студентів з високим рівнем навчальних досягнень не є складним. Пригадавши внесення під знак кореня і застосувавши операцію ділення на найвищий степінь, яка використовувалась в попередньому прикладі, вони легко можуть його розв'язати і пояснити студентам з нижчим рівнем навчальних досягнень. Приклад (4) є складним. Він вимагає узагальнення прийому діяльності, який використовувався в (2). Викладач дає деякий час на висування пропозиції щодо його розв'язування, якщо її не висловлено – вказує напрям на можливість повторного внесення під знак кореня, студенти з високим рівнем підготовки (в кожній групі обов'язково є такий студент) реалізує підказку викладача, розв'язує приклад і пояснює іншим.

Мета таких занять – розвиток у студентів наступних вмінь: формувати проблему математичною мовою; розв'язувати її, використовуючи математичні знання та методи; складати алгоритм розв'язання задачі; планувати послідовність виконання завдання; встановлювати та пояснювати причинно-наслідкові зв'язки; доводити та спростовувати твердження; формулювати пізнавально-проблемні запитання; висловлювати припущення, висувати гіпотези; знаходити до однієї задачі кілька правильних варіантів її розв'язання і обирати серед них найбільш раціональний; генерувати варіанти розв'язування задачі; зосереджувати увагу на одному об'єкті навчальної діяльності; розподіляти увагу між різними об'єктами навчальної діяльності;

інтегрувати матеріал з різних математичних тем, необхідних для виконання поставленого завдання; змінювати план діяльності в залежності від зміни умов її виконання; прогнозувати результати діяльності; формулювати та записувати остаточні результати розв'язання; інтерпретувати отримані результати; організовувати навчальну діяльність у взаємодії; проявляти готовність до взаємоконтролю в групі; оцінювати навчальні дії членів групи; оцінювати свої досягнення тощо. Тобто, відбувається формування складових когнітивно-творчої компетенції.

Таким чином, оскільки, спільна робота передбачає співпрацю та взаємодопомогу членів групи, то створенні умови сприяють формуванню колективу, допомагають студентам адаптуватися в ньому. Виникають відносини, які організовують співробітництво, налаштовують учасників на спільне розв'язання поставленої задачі, насичують спілкування морально-психологічним змістом. Відбувається вплив на особистість студента, формуються такі його якості, як самостійність, ініціативність, толерантність, здатність успішно взаємодіяти з іншими, вміння працювати в команді, вміння запобігати та виходити з конфліктних ситуацій, тощо.

Література:

1. Овчарук О. Ключові компетентності: Європейське бачення // Управління освітою. – 2003. – №3. – С. 6-9.

2. Компетенция или компетентность // www.auditorium.ru/aud/discuss.

3. Сидорчук Т.А. Система творческих заданий как средство креативности на начальном этапе становления личности: Автореф. дис. канд. пед. наук. – М., 1998. – 21 с.

4. Симановский А. Социальные механизмы формирования интеллектуальной творческой способности учащихся // Психологическая наука и образование. – 2002. – №3. – С. 76.

5. Хуторской А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты // Интернет-журнал «Эйдос». – 2002. – 23 апр. http://www.eidos.ru/journal/2002/0423.htm

6. Stain B.S. Memory and Creativity // Handbook of Creativity. – Ed. of J.A. Glover and other. – Plenum Press, N.Y. and London. 1988.

НОВІ МЕТОДИ ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

О.П. Ліннік
м. Київ, Національний авіаційний університет
aplinnik@mail.ru

Модернізація вищої освіти вимагає нових підходів, як до організації навчального процесу, так і до організації самостійної роботи студентів (СРС). Проблема організації СРС завжди займала важливе місце на різних етапах розвитку вищої школи [1].

Слід зазначити, що особливо багато уваги приділяється самостійній роботі студентів при кредитно-модульній системі навчання (КМСН) [2]. Переваги застосування КМСН в тому, що вона інтегрує в собі все те прогресивне, що надбано в теорії і практиці.

Відомо, що при КМСН скорочення об'єму аудиторної роботи, безпосередньо підвищує значення і статус СРС [2]. Самостійна робота сприяє розвитку умінь студента працювати з науковою літературою і інформаційними ресурсами. Особливе значення при організації самостійної роботи при КМСН має мотивація студентів до самостійного навчання.

Прийнято розрізняти зовнішню, внутрішню і процесуальну мотивацію. При сучасному розвитку ринку праці основне значення приділяється використанню процесуальної мотивації, заснованої на розумінні студентами корисності і значущості виконуваної роботи [3]. Тому методичний зміст СРС повинен орієнтуватися на вирішення майбутнім фахівцем конкретних, практичних проблем, з використанням інструментарію з різних областей знань. Крім традиційних форм організації СРС, можна використовувати і такі: підготовку до ділової гри; рецензування студентських робіт самими студентами, складання глосаріїв, підготовку і написання наукових оглядів, статі та ін. Поза сумнівом, посилення ролі самостійної роботи продиктоване сучасним педагогічним менеджментом, який обумовлює відповідну методичну підтримку.

Для правильного і ефективного планування і організації СРС необхідно [4]:

- забезпечити навчально-методичну підтримку і індивідуальність завдань на самостійну роботу студентів;
- видати завдання СРС на початку навчального року (семестру);
- розробити поточну і підсумкову форми контролю;
- встановити час консультацій з СРС.

В останні роки число аудиторних годин, що виділяється на математичні дисципліни в технічних вузах, скорочено, при цьому змістовна частина курсів, згідно з наявними стандартами технічних спеціальностей, не зменшилася, а в деяких розділах навіть розширилася. Ці тенденції диктують особливий підхід до викладу матеріалу предмету «Вища математика».

Для ефективного освоєння студентами лекційного матеріалу заздалегідь із загального курсу математики необхідно виділити розділи для самостійного вивчення і розробити методику, засновану на комп'ютерних технологіях, яка дозволяє студенту в зручне для нього час освоювати навчальний матеріал.

До таких розділів можна, наприклад, віднести наступні теми: криві і поверхні другого порядку; полярні координати, побудову кривих, заданих в полярних координатах та в параметричній формі; дослідження і побудову графіків функції; механічні застосування інтегралів.

Для ефективності СРС необхідно забезпечити студента методичними і навчальними матеріалами, програмою, а також критеріями оцінки отриманих результатів.

Так як студенти перших курсів ще не мають навики самостійної роботи, не вміють працювати з підручниками, необхідно при розробці методичного і комп'ютерного забезпечення врахувати цей фактор.

Форми організації СРС при вивченні ними курсу вищої математики не такі вже різноманітні, принаймні в реальній практиці викладання. Більшість з них цілком традиційна і здатна більш менш ефективно охоплювати лише частину студентської аудиторії. Однією з причин цього є, на наш погляд, явна перевантаженість робочих програм з математики теоретичним матеріалом. Будувати самостійну роботу студентів на такій основі важко. До того ж викладач, який проводить практичні заняття, звичайно старається розв'язати із студентами максимальну кількість найрізноманітніших задач, навіть не замислюючись, що тим самим багато кого з них він ставить в безнадійне становище. Такі студенти з їх різним рівнем підготовки, швидкістю мислення просто не встигають за нав'язаним їм темпом. Як наслідок цього, самостійна робота в більшій своїй частині переноситься додому у вигляді домашніх завдань. А дві-три модульні контрольні роботи, проведені в семестрі за планом, звичайно вносять зайву нервозність в середовище студентів і багато кого з них просто лякають непередбачуваністю результатів.

Основна ідея нашого підходу до організації СРС молодших курсів при вивченні ними математики полягає в тому, що кожне практичне заняття цілком перетворити на самостійну роботу. Була розроблена відповідна система стимулювання, багато в чому відмінна від стандартних. Лекції було підготовлено з практичним застосуванням теоретичного матеріалу, щоб ними можна було користуватися одразу ж на практичних заняттях.

Спочатку новий підхід був апробований зі студентами заочного відділення, а потім зі спеціальностями денного відділення напрямів «Радіотехніка» та «Авіація і космонавтика». Новий підхід швидко перейшов в нову методику організації всього навчального процесу з математики і виявився дивно добре пристосованим для роботи з середніми і навіть слабкими студентами, даючи їм реальну можливість самим від заняття до заняття заробляти собі бали рейтингової оцінки знань. До середнього рівня підготовки стало підійматися набагато більше число студентів, що можна вважати результатом експерименту.

Початковим моментом організації СРС є розробка змістовного аспекту СРС. Циклова комісія здійснила спробу розробки навчально-методичного забезпечення СРС з курсу вищої математики у формі навчально-методичного посібника, який представлений на паперовому носії і в електронному вигляді [5].

Навчально-методичний посібник складається з чотирьох частин:

I частина	Модуль 1. Елементи лінійної алгебри Модуль 2. Елементи аналітичної геометрії Модуль 3. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне числення функції однієї змінної.
II частина	Модуль 1. Комплексні числа. Інтегральне числення функції однієї змінної Модуль 2. Диференціальне числення функції кількох змінних Модуль 3. Диференціальні рівняння
III частина	Модуль 1. Ряди Модуль 2. Кратні, криволінійні, поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля Модуль 3. Функції комплексної змінної Модуль 4. Операційне числення Модуль 5. Чисельні методи
IV частина	Модуль 1. Теорія ймовірностей: випадкові події Модуль 2. Теорія ймовірностей: випадкові величини Модуль 3. Елементи математичної статистики

В кожному модулі визначено: теоретичний матеріал модуля, який необхідно розглянути; вимоги до знань і умінь студентів; питання для самоперевірки; індивідуальні тестові завдання і вказана основна література.

Розміщення розроблених навчально-методичних матеріалів на сайті внутрішньовузівської мережі дозволить студентам, які працюють в комп'ютерних класах, вихід у внутрішньовузівську мережу, опрацювати лекційний матеріал, готуватися до практичних занять з даної теми, перевірити рівень засвоєння матеріалу за допомогою підсумкового тесту, а викладачу здійснювати організацію, контролювати хід і результати самостійної роботи студентів.

Основні зусилля викладачів, які застосовують КМСН, повинні бути направлені на організацію СРС, що полягає:

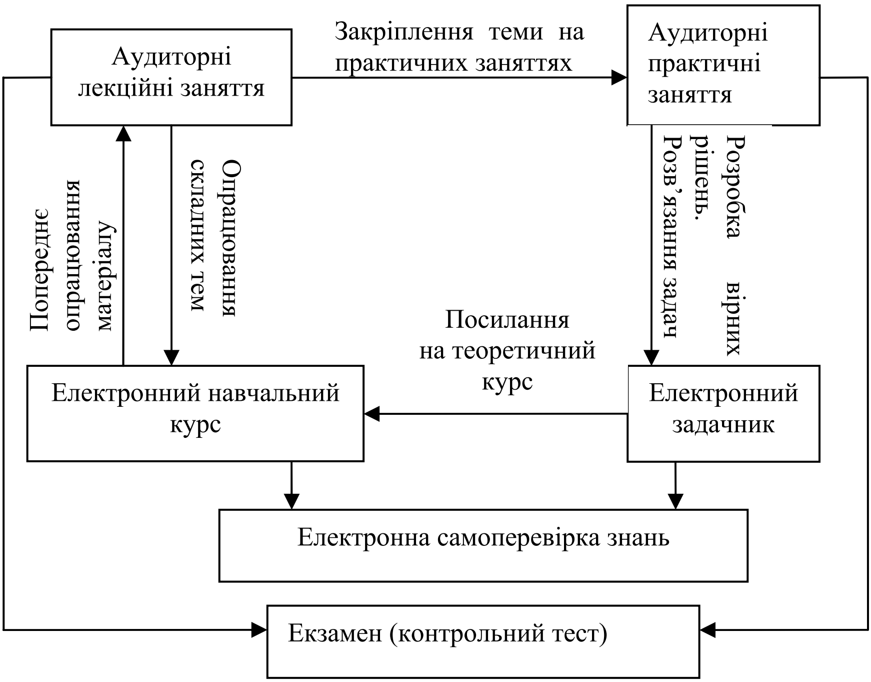
- у формуванні високого ступеня самоосвіти студентів, заснованy на мотивації студентів до виконання СРС;
- в ефективному плануванні і організації СРС, залежно від курсу і спеціальності студента;
- в посиленні і активізації стимулюючої і консультаційно-методичній

ролі викладача;

♦ в інформаційній і методичній підтримці студентів, використанні комп'ютерних технологій і інтерактивних методів в побудові довірчих і партнерських відносин між студентами.

Актуальною на теперішній час є задача підвищення частки СРС. При цьому досягається адаптація інформаційного потоку (наприклад, швидкість сприйняття інформації визначає сам студент) [6].

Систему навчання при цьому можна представити наступною схемою:



Використання електронного освітнього ресурсу в учбовому процесі визначає рішення задач:

1. Розробка і створення електронних навчальних курсів, посібників, задачників і баз даних тестових завдань.

2. Організація і проведення занять в електронному освітньому середовищі, СРС.

Таким чином, підвівши підсумок вище сказаному, для організації СРС необхідне виконання наступних умов:

- сформувати достатній ступінь підготовленості студентів до самостійної роботи, певний рівень самодисципліни студентів;
- розробити нормативи за визначенням об'ємів позааудиторної СРС для викладача і для студента, здійснювати календарне планування ходу і

контролю виконання СРС;

- наявність спеціальної навчально-методичної літератури. Разом з конспектами лекцій, збірками задач і іншими традиційними матеріалами, необхідні їх електронні версії, нові покоління тренажерів, автоматизованих навчальних і контролюючих систем, які дозволяли б студенту в слушний час і в звичному для нього темпі самостійно опрацьовувати матеріал.
- висока забезпеченість обчислювальною технікою, розмножувальною технікою, доступною для викладачів і студентів;
- посилення консультаційно-методичної ролі викладача;
- можливість вільного спілкування студентів між собою, між студентами і викладачем;
- перебудова традиційних форм навчальних занять, звільнивши їх від школярських методів навчання.

Використання інноваційних технологій в організації самостійної роботи студентів сприяє значному підвищенню їх навчально-пізнавальній ролі в навчальному процесі та поліпшенню якості математичної підготовки майбутніх авіаційних фахівців.

Література:

1. Про затвердження Положення про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах від 02.06.93 № 161.
2. Наказ МОН України № 48 від 23.01.04. «Про проведення педагогічного експерименту з кредитно-модульної системи організації навчального процесу» / Інформаційний вісник Вищої освіти № 13/2004. – С. 9.
3. Алексюк А.М. та ін. Організація самостійної роботи студентів в умовах інтенсифікації навчання: Навчальний посібник. – К.: ІСДО, 1993. – 336с. – Рос. мовою.
4. Козаков В.А. Самостоятельная работа студентов и ее информационно-методическое обеспечение. – К.: Вища школа, 1990. – 248 с.
5. Денисюк В.П., Репета В.К. Вища математика. Модульна технологія навчання: Навч. посібник: У 4 ч. – К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006.
6. Жалдак М.І., Хомік О.А. (30 листопада 1998) Формування інформаційної культури вчителя [WWW документ]. URL www.icfcst.kiev.ua/SYMPOSIUM/Proceedings/Galdak.doc (02 березня 2008)

ВПРОВАДЖЕННЯ КРЕДИТНО-МОДУЛЬНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ НА ПРИКЛАДІ ДИСЦИПЛІНИ „ВИЩА МАТЕМАТИКА”

М.А. Кислова[1], Г.А. Горшкова[2], С.Ф. Максименко[2]
[1] м. Кривий Ріг, Криворізький інститут Кременчуцького університету економіки, інформаційних технологій та управління
[2] м. Кривий Ріг, Криворізький металургійний факультет Національної металургійної академії України

Для того, щоб визначити степінь навчання студентів кожній дисципліні, виділяють об’єм знань, який є необхідним для засвоєння згідно учбової програми, що складає базовий об’єм знань. Базові знання являють мінімум державного освітнього стандарту. Але й серед базових знань виділяють ті, які повинні залишатися в пам’яті з будь-якої дисципліни. Так , наприклад, знання вищої математики неможливе без розуміння та використання таких понять, як похідна функції та інтеграл від функції. Вивчення всіх інших, подальших розділів , неможливе буз знання цих двох тем.

Для визначення степеню навчання студентів, використовують педагогічні тести, за допомогою яких можна також перевірити і вміння використовувати одержані знання. На всіх рівнях засвоєння знань можна виділити чотири види вмінь:

1. Вміння пізнавати об’єкти, поняття, факти, закони, моделі.
2. Вміння діяти за схемою, за відомим алгоритмом, за правилом.
3. Вміння аналізувати ситуацію, виділяти головне та будувати процедури, що дозволяють отримати розв’язок тестового завдання.
4. Вміння знаходити оригінальні розв’язки.

Чотири види вмінь не входять в протиріччя з теорією поетапного формування розумових дій, в основу якої і покладено метод розробки автоматичного тестування з метою оцінки засвоєння знань, вмінь та навичок. Це дозволяє не тільки створювати експертні системи оцінки степені навчання студентів, а й побудувати гнучку динамічну рейтингову систему контролю знань.

Однією з особливостей комп’ютерної технології навчання є можливість керувати процесом засвоєння знань на основі чіткої систематизації та структуризації курсу. Цей підхід дозволяє вкласти в кожну складову частину учбової програми певний ваговий коефіцієнт і на цьому побудувати системний підхід до оцінки знань.

Структурно-логічний підхід до змісту навчання, а потім систематизація та структуризація предмету сприяє наступному:

1. Формуванню у студентів системних знань.
2. Підвищенню об’єктивності самооцінки та оцінки знань.
3. Можливості більш об’єктивного та глибокого аналізу степеню за-

своєння окремих фрагментів учбової програми.

У відповідності з виділеними учбовими елементами можна автоматизувати процес об'єктивної та неперервної оцінки знань. Оцінка результатів навчання грає певну роль в коригуванні та направленості результату навчання у відповідності з поставленою метою. В цьому випадку оцінка знань стає ефективним інструментом підвищення учбово-пізнавальної активності студента. З'являється можливість самоконтролю знань та розробки експертно-навчальної, а потім і рейтингової системи контролю знань. Створення експертно-навчальних та рейтингових систем контролю допомагає обрати правильний напрям в розв'язанні ще однієї з важливих проблем: в розробці єдиного підходу до оцінки професіоналізму випускника учбового закладу. На сучасному етапі єдиною об'єктивною оцінкою якості підготовки спеціаліста є його оцінка підприємствами та організаціями. Але цей метод неможливо застосувати в процесі підготовки спеціаліста, тому стали розробляти цілі учбово-методичні комплекси керування якістю підготовки, що включають в себе такі задачі:

1. Формування еталонів якості підготовки спеціалістів.
2. Розробка засобів контролю на базі еталонів якості.
3. Розробка та проведення процедури порівняння досягнутого рівня підготовки з еталоном якості.

Комп'ютерні технології навчання дозволяють розробити експертно-навчальні системи оцінки знань, вмінь та навичок. В основу таких експертних систем повинні бути покладені принципи теорії поетапного формування розумових дій та вмінь. Серед цих принципів можна виділити наступні:

1. Перехід до планування учбового процесу у відповідності з рівнем засвоєння знань.
2. Введення в учбовий процес кількісного виміру степені завершеності процесу навчання у вигляді коефіцієнту засвоєння.
3. Експертно-навчальна система оцінки знань, вмінь та навичок повинна утворюватись з урахуванням двох вищеназваних принципів.

Система контролю знань в вищих навчальних закладах нашої країни на сучасному етапі вступає в протиріччя з сучасними вимогами до підготовки кваліфікованих спеціалістів. Головний її недолік – вона не сприяє активній та ритмічній самостійній роботі студентів. Вже на початку другого, в кращому випадку, третього семестру студенти починають розуміти, що домашні завдання виконувати вчасно зовсім не обов'язково, їх можна принести та захистити на останньому занятті, або взагалі перед самим екзаменом. Така система: "завчив, здав, забув", не тільки посилює навантаження на студента та викладача, а й має як результат нестійкі знання. При проведенні комплексних контрольних робіт на старших курсах з певних предметів, наприклад, з математики, якість знань складає близько 20%.

Крім того, існуюча система зрівнює всіх: студента, який вчасно захистив домашнє завдання, та студента, що виконав це завдання в останню мить. Вони вважаються такими, що однаково встигають. При цьому в багатьох випадках екзаменаційна оцінка ніяк не враховує попередньо захищену роботу.

Для виходу з даної ситуації існує два шляхи: кредитно-модульна та рейтингова системи.

Кредитно-модульна система полягає в тому, що весь предмет розбивається на певну кількість модулів, після вивчення кожного з яких студентом здається модуль. В кінці кожного семестру або четверті підсумкова оцінка виставляється за результатами одержаних кредитів.

Як приклад, розглянемо розбиття дисципліни „Вища математика" на модулі для студентів спеціальності МЛ, МО, напрямок „Металургія".

На даній спеціальності дисципліна „Вища математика" вивчається протягом шести семестрів по 10 навчальних тижнів кожен. Розподілення модулів має вигляд:

Перший семестр:

1. Матриці, визначники та їх застосування.
2. Вектори та їх застосування.
3. Аналітична геометрія на площині.
4. Аналітична геометрія у просторі.

Другий семестр:

1. Функції, границі, неперервність.
2. Похідна, диференціал та його застосування.
3. Дослідження функції та побудова її графіка.
4. Функції багатьох змінних та їх застосування.

Третій семестр:

1. Комплексні числа та методи інтегрування.
2. Невизначений інтеграл.
3. Визначений та невласний інтеграли.
4. Застосування визначеного інтегралу.

Четвертий семестр:

1. Подвійний та криволінійний інтеграли, їх застосування.
2. Диференціальні рівняння першого порядку.
3. Диференціальні рівняння другого порядку.
4. Числові ряди.

П'ятий семестр:

1. Степеневі ряди та їх застосування.
2. Ряди Фур'є та їх застосування.
3. Елементи теорії скалярного поля.
4. Елементи комбінаторики.

Шостий семестр:

1. Випадкові події.
2. Випадкові величини.

3. Елементи математичної статистики.

4. Застосування методів математичної статистики.

Вимір навчального навантаження студента здійснюється у кредитах. Кредит – це одиниця виміру навчально навантаження студента, необхідного для засвоєння залікового модуля. Кожен заліковий кредит оцінюється за 12-бальною шкалою. Контроль за вивченням модуля з вищої математики відбувається написанням та захистом (якщо необхідно) модульної контрольної роботи. Якщо студент несвоєчасно склав попередні кредити, то він все одно має право на вивчення наступних кредитів з даної дисципліни.

Оцінка успішності з кожної дисципліни здійснюється у формі диференційованого заліку, який проставляється у парних семестрах. Для отримання цього заліку студентові необхідно скласти усі залікові модулі. Заліковий модуль вважається складеним, якщо оцінка з нього вища, або дорівнює 4 балам.

Диференційований залік проставляється автоматично за результатами складання залікових модулів і не передбачає проведення додаткових контрольних заходів. В деяких випадках, якщо студент бажає поліпшити свою оцінку, він може скласти екзамен з даного предмету. Екзаменаційна оцінка вважається остаточною, навіть якщо вона менша за оцінку диференційованого заліку.

Розділ III

Професійна підготовка вчителя математики

ДИДАКТИЧЕСКАЯ УСТАНОВКА НА СИСТЕМНО-СТРУКТУРНУЮ НАПРАВЛЕННОСТЬ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Н.Г. Шило
Россия, г. Новосибирск, Новосибирский государственный педагогический университет
shilo_ng@mail.ru

В настоящее время в практике обучения математике реализация системности в деятельности преподавателя приобретает особую значимость, поскольку она ориентирует преподавателя на осуществление системных, скоординированных и взаимосвязанных действий в своей профессионально-педагогической работе, посредством выработанных у него системных знаний и навыков; обеспечивает преподавателя методологическим аппаратом, включающего системно-структурные средства, системные знания и методы действий в условиях процесса обучения математике; формирует особое ценностное качество личности преподавателя, выражающееся в наличии потребности к творчеству, проявляющееся в стремлении конструировать, проектировать, моделировать, разрабатывать и воплощать современные инновационные образовательные технологии. Для системности в действиях преподавателя характерны активность (внутренняя и внешняя); интенция и антиципация; интегративность и целостность; детерминированность; вариативность и алгоритмичность; высокая степень организованности, упорядоченности и последовательность.

Профессионально-педагогическая деятельность преподавателя математики традиционно включает следующие виды деятельности: преподавательскую (собственно-предметную, или математическую), учебно-методическую, воспитательную, культурно-развивающую и управленческую, обусловленные педагогическими и дидактическими принципами, закономерностями, функциями и задачами процесса обучения и воспитания подрастающего поколения.

Однако полагаем, что исходной для всех видов профессионально-педагогической деятельности является системно-методологическая, выполняющая функцию первоосновной структурной единицы системы всех деятельностей, с одной стороны, а с другой – она как бы «сопрягая интегрирует» все виды деятельности, то есть является стержневой, которая пронизывает каждую из них, и вследствие этого проявляется в них и функционирует по законам каждой из них, то есть, можно сказать, что системно-методологическая деятельность несет на себе системообразуюшее отношение, определяющего целостность профессионально-педагогической деятельности.

Данный вид деятельности предполагает реализацию системности в деятельности преподавателя, которую мы трактуем в двух аспектах: методологическом и дидактическом.

В первом (методологическом) аспекте системность в деятельности преподавателя предстает с двух сторон: объективной, которая выражает системное свойство деятельности преподавателя, и субъективной, которая проявляется как осознанная «системная стратегия» в практических и умственных действиях преподавателя, осуществляемая произвольно или непроизвольно.

Системность в деятельности, определяемая как свойство деятельности, обнаруживается в её системной особенности, поскольку, деятельность, согласно определению Г.П. Щедровицкого, есть система с многочисленными и весьма разнообразными функциональными и материальными компонентами и связями между ними. Данное свойство деятельности отображает её процессуальную структурно-иерархическую целостность взаимосвязанных и взаимопроникающих функционально-организованных структурных единиц деятельности: целей, задач, мотивов, потребностей, средств, действий, способов действий, исходного материала (изучаемых предметных знаний) и конечного продукта (результата), получаемого в результате целенаправленных и целесообразных воздействий преподавателя на исходный материал. То есть, можно сказать, системность в деятельности преподавателя означает наличие существенных признаков системы в его деятельности.

Системность в деятельности преподавателя, трактуемая как «системная стратегия» этой деятельности, обусловлена актуализацией методов системного подхода в деятельности. Если взять за основу общее определение стратегии как целенаправленного плана действий, объединенных общей идеей, то под «системной стратегией» деятельности будем понимать направленную на достижение конечных результатов последовательность системных практических и умственных действий, объединенных общей идеей создания (или воссоздание) системы. Причем, в отличие от строго алгоритмической последовательности действий, для системной стратегии свойственна вариативность выполнения действий. Она обоснована и обусловлена тем, что в основе выполняемых системных действий лежат системно-структурные средства, для которых характерны признаки конструирования, проектирования и моделирования.

То есть, обобщая, можно сказать, что системная стратегия в деятельности преподавателя предполагает наличие у него специального системно-направленного методологического аппарата (инструмента, средства), с помощью которого он реализует целесообразные действия в заданных условиях процесса деятельности. Данная ориентация актуализирует и опосредствует методологическую и собственно-предметную, или математическую деятельность преподавателя – владеть системными способами действий, применяемых при анализе, описании, конструировании (построении), проектировании и моделировании системных объектов (знаний, их блок модулей), разработке и планировании этапов учебно-познавательного и воспитательного процессов, управлении ими, при решении различных видов задач, создании учебных планов, программ, составлении текстов изложения и объяснения изучаемого предметного материала и т.д. Такое представление системности в деятельности преподавателя отображает особое системное качество мышления преподавателя, его особый системный стиль и способ деятельности, которые, безусловно, являются одним из ключевых условий самостоятельного ориентирования преподавателя в потоке новой информации, в современных идеях и знаниях (основного признака компетентности преподавателя), мобильности, гибкости, правильности принятия решения в той или иной проблемной ситуации – то есть всего того, что составляет основные требования к уровню профессиональной подготовки учителей математики.

Второй (дидактический) аспект системности в деятельности преподавателя выражается в дидактическом требовании как исходном положении, которым руководствуется учитель в процессе обучающей (учебно-дидактической) деятельности. Данное дидактическое требование предполагает, во-первых, сформированность у преподавателя соответствующих системных взглядов, знаний, умений и системных подходов (приемов, способов и методов) к обучению учащихся и их продуктивное применение в практике, а во-вторых – проявление системно-структурной направленности деятельности, предполагающее наличие реальной полиструкторности всех видов деятельности преподавателя в осуществлении особой технологий обучения, включающей комплекс взаимосвязанных системных средств, методов и процедур системного подхода, и использование принципов системного подхода в разработке, организации и управлении образовательно-воспитательным процессом.

Дидактическая установка на сформированность специального системно-понятийного аппарата означает не только представления о системе (её существенных признаках), системных средствах и способах действия, но и сформированность знаний и действий по их применению, что более значимо, на наш взгляд. Для реализации данной установки необходима специально организационно-ориентируемая адаптационно-пропедевтическая работа, предусматривающая специальный комплекс дидактических заданий.

Дидактическая установка на системно-структурную направленность деятельности преподавателя, с одной стороны, отображает полиструктурность организации различных видов деятельности преподавателя как кооперации и зависимости одних видов деятельности от других, и соответственно их взаимопроникновение. Так, например, методологическая деятельность и соответствующие ей средства, методы и знания органически включается в собственно-предметную (математическую), которая лежит в основе обучающей (учебно-дидактической) деятельности, при этом каждая последующая деятельность детерминируется предыдущей. А, с другой стороны, – предполагает реализацию в обучающей деятельности преподавателя процедур системного подхода, направленных на рассмотрение (изучение, исследование) любых объектов обучения с позиции их внутренних и внешних системных свойств и связей, обусловливающих их целостность, устойчивость, внутреннюю организацию и функционирование, их многомерность и иерархичность – когда объект наряду с другими объектами рассматривается как часть целого более высокого порядка.

Реализация учителем процедур системного подхода в организации обучающей деятельности прослеживается на следующих иерархических уровнях деятельности:

– на содержательно-ориентировочном уровне, основными показателями являются: 1) четкая организация структуры содержания обучения – иерархия его частей, доведенная до неделимых далее элементов (дидактических единиц) в рамках рассматриваемой системы, в результате использования системного метода анализа и синтеза; 2) установление соответствующих выявленной структуре дерева или матрицы целей обучения, определяющих идейно-содержательную направленность изучения и усвоения каждой части, и отображающих упорядоченность взаимосвязи между ними;

– на процессуально-исполнительском уровне, актуализирующем применение системных действий, системных методов конструирования, проектирования и моделирования, и соответствующих системно-структурных, собственно-предметных (математических) и дидактических средств, которые в целом направлены на обеспечение функциональной организованности процесса изучения (усвоения) и реализацию дидактических единиц, выделенных в содержании обучения;

– на организационно-технологическом (методическом) уровне, предусматривающем детальную разработку системы дидактических заданий как частных требований достижения конечного результата обучения. Учитель при разработке этой системы дидактических заданий руководствуется основными принципами системного подхода: целостности, выражающей новое интегративное свойство всей системы дидактических заданий, реализующей ведущие идеи обучения, которые следует довести до сознания учащихся; структурной полноты, когда каждое задание необходимо, а всех вместе достаточно; иерархического строения заданий по возрастающей сложности и проблемности заданий; организованной упорядоченности и преемственности выполнения заданий и т.д.

Разумеется, каждая процедура системного подхода включает мыслительные операции (сопоставления, сравнения, анализа и синтеза, обобщения и классификации, сериации и т.д.) и опирается на определенные знания. Так, процедура выделения подмножеств элементов непосредственно связана с классификацией элементов множества по определенному основанию, а последняя опирается на знание понятий «включение», «объединение» и «пересечение» множеств и т.п.

Специфическая особенность дидактического требования о системно-структурной направленности деятельности преподавателя заключается в том, что его реализация инициирует осуществление системной стратегии в обучающей деятельности (методологический аспект), которая означает направленную на достижение конечных целей обучения последовательность взаимосвязанных и скоординированных действий преподавателя, объединенных общей идеей курса обучения. К общим идеям (целям) курса обучения мы относим: идею генерализации основных содержательных линий курса обучения, их ведущие цели (идеи, замыслы), основные понятия, методы, средства; идею формирования общих системных приемов мыслительных операций на конкретном учебном материале; идею построения (воссоздания) знаний в систему, т.е. формирования системных знаний, с этой целью обеспечение учащихся системно-структурными средствами, правилами их использования и т.д.; идею обеспечения целостности восприятия учебного материала, посредством схем, графов, таблиц и т.д.; идею осуществления последовательности усвоения учебного материала – преемственность, переход от простого к сложному, от известного к неизвестному; идею рационального использования того или иного приема, способа, метода действий; идею обобщения, подведения под понятие; идею воплощения логических отношений между компонентами учебного материала, их причинно-следственную зависимость («последующее вытекает из предыдущего», «опирается на предыдущее»), альтернативность, симметричность отношений и т.д.

Вслед за введенными определениями системности в деятельности преподавателя математики сама собой возникает проблема организации специальной работы по ее осуществлению. Методический ход этой организационной работы предполагает, в нашем представлении, следующие этапы:

I. Введения в учебную программу обучения будущих учителей специального теоретического курса, обеспечивающего знаниевый и практический опыт реализации системности в профессионально-педагогической деятельности. Одним из таких курсов в рамках цикла профессионально-педагогических дисциплин является разработанный нами специальный курс «Системно-методологические основы деятельности преподавателя математики», проводимый в течение нескольких последних лет. Содержательно-информационный блок данного спецкурса включает в себя философско-методологическую (аналитическую и системно-конструктивную), психолого-педагогическую (мотивационно-когнитивную и коммуникативную), процессуально-дидактическую (функционально-организаторскую) теоретическую подготовку актуализации учительской деятельности, учитывая закономерности, функции и обязанности будущего преподавателя в условиях современной образовательной системы; праксиологический (активно-деятельностный) блок предстает как системно-ориентированная технология формирования и реализации системных способов и навыков осуществления профессионально-педагогической деятельности преподавателя в предстоящем обучении математике. Специальные практические и теоретические задания, имеющие проектно-конструктивный и моделирующий характер, также выполняются в период пассивной, активной (стажерской) и преддипломной практики. Специфической особенностью данного спецкурса является то, что он, не нарушая учебного графика, структуры учебного процесса и логики обучения студентов педагогического вуза, начиная с 3-го курса, проводится в рамках курса «Теории и методики обучения математики (общие вопросы)» после изучения основных дисциплин предметно-математической, обще гуманитарной и естественнонаучной подготовки.

II. Организация специального обучения профессиональным знаниям и навыкам, формирование которых позволит самостоятельно актуализировать системность в предстоящей деятельности, посредством учебно-дидактического комплекса блоков дидактических заданий (задания-информация, задания-требования и задания-рефлексия, являющиеся источником активной деятельности студентов), реализованных на предметно-содержательной области знания. Организации специального обучения предусматриваются специальные формы и методы усвоения и приобретения опыта осознанного применения системных навыков в предстоящей деятельности преподавателя математики. К основным методам и формам относятся такие как, например: накопительный кейс-метод, метод умственного эксперимента и различные формы самостоятельно-индивидуальной и коллективно-кооперативной работы.

III. Реальное стремление и потребность в осуществлении системности в собственной деятельности студентов педагогического вуза на уровне их учебной деятельности и в реальных условиях педагогической практики. Особенность этого этапа проявляется в практическом закреплении приемов и методов системной стратегии профессионально-педагогической деятельности, которыми являются системное моделирование и конструирование теоретических и практических проектов (содержания учебного предмета, дидактических технологий, этапов урока и процесса обучения математике), на семинарских и практико-лабораторных занятиях учебной деятельности студентов в курсе «Теории и методике обучения математике» в форме курсовых, дипломных и проектно-практических работ.

Таким образом, дидактическая установка на системно-структурную направленность деятельности преподавателя математики, предстает как особый дидактический инструмент, который способствует осознанному конструированию содержания учебного предмета и этапов процесса обучения математике, структурированию организованности собственной деятельности преподавателя в процессе обучения; как особая форма нормативности практических действий, организованности и координирования сознательных системно-функциональных действий (праксиологический аспект); как особое ценное качество личности и ее развития, выражающееся в наличии мотива и потребности к творчеству (креативу), которое проявляется в стремлении конструировать, проектировать, моделировать, разрабатывать и воплощать современные инновационные технологии (аксиологический аспект).

В связи с этим, можно констатировать, что реализация системности в деятельности преподавателя математики, с одной стороны, позволяет повысить продуктивность и эффективность математической, учебно-дидактической деятельности преподавателя, способствует оптимизации процесса обучения учеников математике и тем самым поднимет качество математического образования, а с другой – повышает уровень профессиональной подготовки будущего преподавателя математики.

Литература:

1. Глобалистика: Энциклопедия / Гл. ред. И.И. Мазур, А.Н. Чумаков; Центр научных и прикладных программ «ДИАЛОГ». – М.: ОАО Изд. «Радуга», 2003. – 1328 с.

2. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года / Распоряжение Правительства Российской Федерации от 29 декабря 2001 г. № 1756-р г. Москва.

3. Шило Н.Г. Технология формирования и реализации системности в деятельности преподавателя математики (теоретический аспект): Учебное пособие для учителей и студентов педагогических специальностей. – Новосибирск: Изд-во НИПКиПРО, 2007. – 142 с.

4. Щедровицкий Г.П. Избранные труды. – М.: Шк. культ. полит., 1995. – 800 с.

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПОВЫШЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО УРОВНЯ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

М.В. Таранова
Россия, г. Новосибирск, Новосибирский государственный педагогический университет
bng@ngs.ru

Внедрение профильного обучения в общеобразовательные школы невозможно осуществить только через реформирование номенклатуры изучаемых вопросов школьного курса математики. Совершенно ясно, что необходимо решать ещё и проблемы методологической и методической грамотности учителя. Ведь от культуры учителя, его кругозора, глубины познаний, как в области конкретной, преподаваемой им науки, так и в области её теоретических и философских проблем зависит качество обучения школьников математике. Поэтому вопросы методологической грамотности учителя на сегодняшний день особенно актуальны. Действительно, анализ практики учителей математики свидетельствует о том, что в последнее время наметилась тенденция к «однобокому» совершенствованию форм обучения, тогда как содержательная сторона учебного процесса остаётся вне поля внимания учителя. Да и под содержанием обучения, чаще всего, учителя понимают набор тем и предметных задач по школьному курсу математики. Такое положение можно объяснить рядом причин. Наиболее существенной, по нашим исследованиям является недостаточное владение учителями теоретическими основами методики математики. Так, например, в 2005–2007г.г. был проведён эксперимент, содержание которого заключалось в том, что мы протоколировали уроки математики в 10 средних школах г.Новосибирска и области. Выбор школ основывался на личном желании руководителей и учителей принять участие в исследовании. К протоколу нами была разработана специальная форма приложения из двух частей, первая из которых заполнялась до начала урока, а вторая – после урока. В первую часть протокола заносились ответы на следующие вопросы:

1. Сколько задач Вы предлагаете учащимся для решения во время урока?
2. Как часто Вы даете задачи для самостоятельного решения?
3. Как часто Вы используете прием решения задач по образцу (в процентном отношении к количеству решаемых задач на уроке)?
4. Часто ли Вы используете прием составления задачи?
5. Какие цели Вы ставите, включая в урок ту или иную задачу?

Во вторую часть протокола заносились следующие результаты: общее количество задач, решенных на уроке; задания, которые выполнялись учащимися самостоятельно, и основные характеристики работы над задачей.

Для анализа мы взяли 100 уроков. Наличие подобного протокола и приложения к нему дало нам возможность оценить средние затраты учебного времени на работу с задачами на одном (1 ч. 20 мин., эксперимент проходил в старших классах) уроке и выявить характер этой работы.

По первому вопросу протокола (Сколько задач вы предлагаете решить на уроке?) мы наблюдали практически 100%-ное совпадение количества запланированных и решенных задач. Однако следует отметить характерную особенность работы над задачей: учебные цели работы над задачей в большинстве случаев перед учащимися не ставились. Так, например, из 302 задач, решенных на уроках, только к 7 были поставлены учебные цели: «Проверьте, как вы можете применить алгоритм исследования решения системы двух линейных уравнений с параметром, если …», «Будем учиться решать задачи на построение угла между прямой и плоскостью». Однако и при постановке этих целей учащиеся лишь решали задачи. Их деятельность ничем не отличалась от выполнения задания: «Исследуйте систему линейных уравнений с параметром, если …», «Построить угол между прямой и плоскостью, если …». Ни в ходе решения, ни после него не было сделано ни одного обобщения. Поставленная цель не определяла деятельность учащихся.

На второй вопрос протокола «Как часто Вы даете задачи для самостоятельного решения?» были получены следующие результаты. Количество задач, которые учитель назвал по первой части протокола, совпало с количеством задач по второй части. По мере изучения темы росло число самостоятельных работ. Однако мы отметили то, что после изучения теоретического материала учитель обычно давал номера упражнений, которые ученик должен выполнить самостоятельно. Проверка решения, выполненного учащимися, проводилась (в 92% случаев) – фронтально. Она заключалась в сравнении правильного решения и выполненного, причем правильность решения чаще всего устанавливал учитель, реже учащийся показывал правильное решение на доске. Остальные самостоятельные работы проводились с целью контроля. Лишь в 50% случаев после самостоятельной работы учителем проводился анализ допущенных ошибок.

По третьему вопросу протокола «Как часто Вы используете прием решения задач по образцу?» 72% участников эксперимента ответили: «Часто».

На четвертый вопрос «Часто ли Вы используете прием составления задач?» 100% опрошенных учителей ответили: «Зачем их составлять, когда есть столько хороших задач и не хватает учебного времени для того, чтобы все их решить. Пусть научатся (старшеклассники – М. Т.) решать хотя бы то, что дает учитель во время урока …» Действительно, во время эксперимента учащиеся решали только готовые задачи.

При ответе на вопрос: «Какие цели Вы ставите, включая в урок ту или иную задачу?» были названы самые разнообразные. Здесь оказались и общие: «развивать мышление», «развивать воображение», «повторять пройденное», «учить решать задачи», и более конкретные: «научить решать уравнения данного вида», «закреплять навыки решения дробно-рациональных уравнений» и др. Некоторые учителя вместо цели называли вид или характер работы: «решать самостоятельно», «работать над оформлением».

Всего к 302 задачам было сформулировано более 90 различных целей, в определенной мере отличающихся друг от друга. Сопоставление названных целей с характером работы над соответствующими задачами на уроке показало, что зависимости между содержанием, видом деятельности учащихся при работе над задачей (упражнением) на уроке и указанной учителем перед уроком целью ее включения в урок нет. Старшеклассники во всех случаях работали над упражнением для достижения практической цели «решить задачу», то есть получить ответ на вопрос.

Данные эксперимента показали, что:

- в школьной практике роль задачи понимается узко;
- никакой зависимости между содержанием и видами деятельности над задачей на уроке и указанной учителем целью ее включения в урок нет.

В то время как знание учителем теоретических основ учебной деятельности (В.В. Давыдов, Д.Б. Эльконин и др.), теоретических основ методики обучения решению задач (Ю.М. Колягин, В.И. Крупич и др.) даёт возможность учителю выработать стратегию обучения школьников математике, которая будет побуждать ученика к творческой деятельности. С целью пояснения сказанного приведём пример использования методологических знаний при разработке методики использования динамических задач на уроках стереометрии.

Информационную структуру предметной задачи, согласно исследованиям Ю.М. Колягина, В.И. Крупича, определяют следующие компоненты: условие, требование, базис, способ решения.

В методике обучения и воспитания школьников выделяют, в основном, три уровня овладения учащимися приемами и способами действий: репродуктивный, частично-поисковый и творческий. В соответствии с этим Ю.М. Колягин, В.М. Крупич и др. выделяют следующую типологию задач: стандартные, обучающие, поисковые, проблемные (творческие) [18; 19; 23; 24; 25].

Стандартными или обучающими называют задачи, где неизвестен один компонент информационной структуры задачи.

Поисковыми или частично-поисковыми называют задачи, где неизвестны два компонента информационной структуры задачи.

Творческими или проблемными называют задачи, где неизвестны три или более компонентов ее информационной структуры.

Поскольку усвоение действий происходит только при взаимодействии субъекта деятельности с объектами (носителями действий), то, предлагая задачи, в которых неизвестны два или более компонента, мы создаем для учащихся условия, при которых обучение способствует формированию у них УИД, и в конечном итоге повышает эффективность процесса усвоения математического содержания учащимися.

Так, например, автором, на основе типологии задач (Ю.М.Колягин, В.И. Крупич и др.) сконструированы приемы организации деятельности учащихся в процессе обучения математике. Содержание и сущность этих методических приемов заключается в следующем: учитель посредством учебных заданий побуждает учащихся к решению совокупности динамических задач, полученной из предметной посредством изменения ее информационной структуры, оставляя последовательно неизвестным один, затем два и более компонентов. Тем самым, на одном и том же объекте, организуя деятельность учащихся на репродуктивном, частично-поисковом, а затем и творческом уровнях.

Рассмотрим методику использования динамических задач при обучении учащихся приемам построения сечений многогранников.

Предметная задача 1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M расположена на ребре BB_1. Постройте сечение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, содержащей точку M и вершины A и C данного куба. Найдите периметр и площадь построенного сечения данного куба, если его ребро имеет длину *a*.

Учитель предлагает учащимся решить данную предметную задачу 1. Учащиеся решают предложенную задачу (делают необходимые пояснения к решению, выполняют построение сечения куба $ABCD\ A_1B_1C_1D_1$ плоскостью MAC). После проверки и обсуждения решения задачи 1 учитель предлагает учащимся решить задачу, в которой компоненты информационной структуры задачи остаются теми же, однако положение точки M на ребре BB_1 не зафиксировано, точка M движется.

Предметная задача 2. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M движется по прямой, содержащей ребро BB_1. Исследуйте вид сечения данного куба плоскостью AMC в зависимости от положения точки M. Оцените периметр и площадь получаемых сечений куба $ABCD\ A_1B_1C_1D_1$ плоскостью AMC, если ребро данного куба имеет длину *a*.

Учитель предлагает учащимся на изображении куба построить несколько сечений, передвигая точку M по прямой BB_1.

Учащиеся строят сечения, наблюдают, сравнивают, делают выводы, оформляют решение задачи в тетрадях.

Решение предметной задачи 2.

Рассмотрим крайние возможности при движении точки M по прямой, содержащей ребро BB_1.

Если точка M неограниченно приближается к вершине B куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, то сечение будет стремиться занять положение квадрата ABCD. При этом периметр (P) сечения будет больше площади треугольника ABC, то есть P> $2a + a\sqrt{2}$, где $a\sqrt{2} = AC$ и 2*a*=AB+BC, а площадь сечения S больше площади треугольника ABC: S> $\frac{a^2}{2}$.

Если точка M движется по ребру BB_1, то сечением данного куба плоскостью

АМС будет треугольник, поскольку секущая плоскость пересекает три грани куба. При этом $P \le 3a\sqrt{2}$ и $S \le \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Если точка М движется по лучу B_1X, то сечение будет иметь вид равнобедренной трапеции. При неограниченном удалении точки М от вершины B_1 по лучу B_1X, секущая плоскость стремиться занять положение плоскости A_1C_1C.

Проверка и обсуждение решения задачи 2 проходит с использованием компьютерной программы: «Динамические задачи» которая создана автором данной работы (компьютерное исполнение А.В. Лончаков). На экране монитора решение задачи 2 (виды сечений в зависимости от положения точки М на прямой BB_1 в динамике).

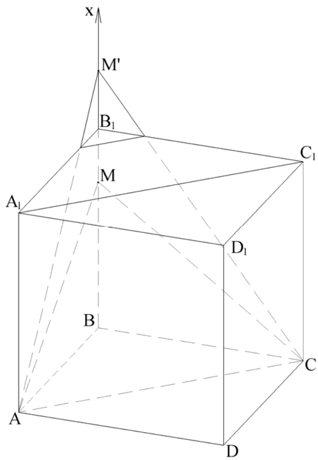


Рис. 1. Чертеж к решению задачи

Следующим этапом работы с предметной задачей 2 является этап конструирования новых связей в задаче.

Этот этап в зависимости от уровня подготовки учащихся, можно организовать двумя способами.

Первый способ организации конструирования задачи заключается в том, что учитель помогает учащимся, посредством учебных заданий конструировать новые связи в задаче.

Например. Учитель предлагает старшеклассникам зафиксировать положение точки М на ребре BB_1 куба ABCD $A_1B_1C_1D_1$, а затем проанализировать способ построения сечения данного куба плоскостью, содержащей точки М, С и К, где К – это точка движущаяся по ребру AA_1.

Эту задачу можно отнести к задачам поискового уровня, поскольку в информационной структуре задачи неизвестным являются два компонента: требование и способ решения.

Второй способ конструирования задачи заключается в том, что учитель предоставляет учащимся возможность по решению задачи, в информационной структуре которой отсутствуют три компонента.

Предметная задача 3. В кубе ABCD $A_1B_1C_1D_1$ точки M, N, и K расположены на его поверхности так, что M, N и K не принадлежат одной прямой. Найдите способ построения сечения данного многогранника плоскостью, содержащей три данные точки.

Учащиеся самостоятельно или под руководством учителя выполняют поставленную задачу на основе анализа, сравнения и обобщения полученных данных в ходе исследования задачной ситуации.

Проверка и обсуждение решения учебно-исследовательской задачи проводится у доски учащимся под руководством учителя.

Следующим этапом работы с предметной задачей 2 является: составление учащимися собственной задачи.

Учитель предлагает учащимся обобщить данные, полученные в ходе решения динамических задач и самостоятельно составить и решить задачу на построение сечения куба, пирамиды плоскостью, проходящей через три точки, не лежащие на одной прямой. Учащиеся приступают к выполнению задания.

Практика использования динамических задач в процессе обучения старшеклассников математике показала, что часть учащихся составляют задачи, аналогичные предметной задаче 2. Решая составленную задачу, эти учащиеся совершенствуют базовые умения. Другие школьники на основе динамических моделей конструируют свои задачи и такую деятельность учащихся можно отнести к математическому творчеству. Так, например, задача о построении сечения куба плоскостью, содержащей точки на его трех скрещивающихся ребрах общеизвестна, однако, если учащийся составил ее самостоятельно, то его деятельность можно назвать творческой.

Литература:

1. Атанасян Л.С. Геометрия: Учебник для 10 – 11 кл. средн. шк. – 2-е изд / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 1993. – 207 с.

2. Байков Ф.Я. Воспитание у школьников интереса к исследовательской работе // Советская педагогика. – 1965. – №7 – С. 23–25.

3. Балл Г.А. О психическом содержании понятия «задача» // Вопросы психологии. – 1970. – №6. – С. 75–85.

4. Балл Г.А. О психическом содержании понятия «задача» // Вопросы психологии. – 1970. – №6. – С. 75–85.

5. Баранова Е.В. Методические основы использования учебных исследований при обучении геометрии в основной школе: Автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Саранск: Изд-во Мордовского госпединститута, 1999. – 17 с.

6. Гурова Л.Л. Психологический анализ решения задач. – Воронеж: Изд-во Воронежского ун-та, 1976. – 327 с.

7. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования. – М.: Педагогика, 1986. – 240 с.

8. Епишева О.Б. Деятельностный подход как теоретическая основа проектирования методической системы обучения математике: Автореф. дисс. … д-ра пед. наук. – Тобольск: Изд-во Тобольск. госпедин-та, 1999. – 54 с.

9. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. 1. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М.: Просвещение, 1977. – 108 с.

10. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. 2. Обучение математике через задачи и обучение решению задач. – М.: Просвещение, 1977. – 142 с.

11. Краевский В.В. Проблемы научного обоснования обучения. – М.: Просвещение, 1977.

12. Крупич В.И. Содержание и структура учебной деятельности в обучении математике // Психолого-педагогические основы обучения математике в средней школе. Ч. I. – М.: Прометей, 1992. – С. 24–48.

13. Крупич В.И. Модель систематизации структур текстовых задач школьного курса математики // Задачи как цель и средство обучения математике учащихся средней школы. – Л.: Изд-во ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1981. – С. 13–25.

14. Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач. – М.: Прометей, 1995. – 166 с.

15. Саранцев Г.И. Упражнение в обучении математике. – М.: Просвещение, 1995. – 240 с., ил. (Библиотека учителя математики).

ШЛЯХИ ПІДНЕСЕННЯ ЯКОСТІ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ У ВИЩІЙ ШКОЛІ

В.С. Лутфуллін, М.В. Лутфуллін
м. Полтава, Полтавський державний педагогічний університет
імені В.Г. Короленка
mwl@pdpu.poltava.ua

Одним з головних завдань професійної підготовки майбутнього вчителя є озброєння студента глибокими і систематичними знаннями з тих навчальних предметів, які відповідають обраній педагогічній спеціалізації. Цілком закономірно, що навчальний план, за яким здійснюється підготовка вчителя математики, передбачає засвоєння студентами багатьох математичних дисциплін. Успішне оволодіння знаннями, уміннями і навичками з цих дисциплін можливе лише тоді, коли студент має ґрунтовну підготовку з математики в обсязі програм загальноосвітньої школи.

На жаль, як свідчить практика, в значної частини студентів-першокурсників така підготовка є недостатньою. Наприклад, при виконанні самостійної роботи, що складалася з кількох простих завдань на рівні шкільної програми, більшість студентів-першокурсників не змогла раціонально виконати обчислення суми членів арифметичної прогресії з порядковими номерами від 11 до 20, а деякі студенти не знайшли навіть правильного значення цієї суми.

Перед студентами, які мають прогалини у шкільній математичній підготовці так само, як і перед їхніми викладачами, гостро постає проблема усунення цих прогалин. У цьому зв’язку слід постійно пам’ятати слова акад. І.П. Павлова з його «Листа до молоді»: «Ніколи не беріться за наступне, не засвоївши попереднього. Ніколи не намагайтеся прикрити прогалини своїх знань...»

Цілком очевидною є також необхідність попередження і усунення тих прогалин, які виникають у процесі засвоєння студентами тих математичних дисциплін, що вивчаються в педагогічному університеті. Такі прогалини з’являються насамперед у студентів з недостатньою шкільною математичною підготовкою. Але від суттєвих недоліків у засвоєнні нових і складних математичних дисциплін не захищені повною мірою навіть ті студенти, котрі під час навчання у школі досягли досить високого рівня математичного розвитку.

Поширеним недоліком математичної підготовки випускників шкіл є також формальний характер засвоєння знань. Цей недолік виразно простежується в тих випадках, коли учні одержують для самостійного виконання практичні завдання без попередньо розглянутих прикладів їх виконання. П. Підкасистий констатував невпевненість і навіть повну безпорадність при виконанні таких завдань з різних предметів у багатьох учнів IV–VI, VIII і навіть X класів.

Типовими причинами формального засвоєння знань є заучування навчального матеріалу без належного його розуміння і недостатня увага учителів математики до самостійного розв'язування задач учнями. Згубного впливу механічного заучування навчального матеріалу зазнав на собі в гімназичні роки видатний математик М.М. Лузін (1889–1950). «Вчителі з математики, з геометрії особливо, – згадував він, – примушували вчити напам'ять теореми і доведення. Механічна пам'ять у мене була слабка, і я став все відставати і відставати. Вчився я посередньо через «фантазування» і відсутність механічної пам'яті». При такому навчанні відмітки з математики дедалі погіршувались [5, 114].

Формалізм у засвоєнні математичних дисциплін, як зазначав А.Я. Хінчін, полягає у неправомірному домінуванні у свідомості й пам'яті учнів «звичного зовнішнього (словесного, символічного або образного) виразу математичного факту над змістом цього факту» [7, 9].

Згубні наслідки формального засвоєння знань сучасними школярами яскраво підтверджуються дослідженнями А. Кшижовського (Польща). Аналізуючи фактичний рівень розуміння школярами фізичних величин і законів фізики, він встановив, що на питання тестів значна кількість учнів дає відповіді, що цілком позбавлені сенсу. Ось приклади таких відповідей: «Робота – це рух за одиницю часу»; «Робота, теплота і температура є енергією»; «Енергія – це сила, зосереджена в даному тілі»; «Ідеальний газ не існує, він створений тільки для того, щоб могли бути газові закони»; «Силові лінії поля – це лінії, по яких рухаються сили. Стрілки вказують напрямок руху» [9]. А. Кшижовський звертає увагу на наявність у телевізійних програмах численних некоректних формулювань, які стосуються сучасної науки і техніки. Ці недоречності також пов'язані з формальним засвоєнням знань школярами минулих років навчання.

Досвід кращих викладачів математики переконує в тому, що одним з найефективніших засобів вирішення проблеми усунення формалізму і прогалин у засвоєнні знань є самостійне розв'язування задач. Зазначимо, що М.М. Лузін успішно подолав вади незадовільного викладання математики в гімназії завдяки студенту-репетитору, який наполегливо привчав свого учня замість заучування теорії використовувати її насамперед для розв'язування задач. Згадуючи про це, М.М. Лузін писав: «Мої відмітки з математики стали підвищуватися, повернулися «трійки», потім «четвірки», а через рік і «п'ять». Я став кращим «розв'язувачем задач» у класі». Саме розв'язування задач стало причиною пробудження у Лузіна-гімназиста науково-професійного інтересу до математики [5, 114].

Проведені нами дослідження свідчать, що найбільші труднощі у викладанні математики і, зокрема, в організації самостійного розв'язування задач школярами і студентами пов'язані з надмірним сукупним навчальним навантаженням, що є причиною багатьох негараздів у навчально-виховному процесі середньої і вищої школи [4].

Навчальні перевантаження належать до тих дидактичних проблем, історія яких налічує багато століть. Про гальмівний вплив надмірних навчальних завдань на розумовий розвиток учнів писав ще давньоримський педагог М.Ф. Квінтіліан. Виключно важливого значення усуненню навчальних перевантажень надавали Я.А. Коменський, А. Дістервег, К.Д. Ушинський, Д.І. Менделєєв, В.П. Вахтеров, С.Т. Шацький. Видатні математики Ж.Л. Бертран, М.В. Остроградський, О.М. Крилов, М.М.Крилов намагалися створити умови для усунення навчальних перевантажень у системі вищої освіти.

Я.А. Коменський порівнював досконале викладання з військовим мистецтвом і цінував у ньому насамперед стислість. Той, хто шукає швидкої перемоги над ворогом, зазначав він, той не затримується біля менш важливих укріплених місць, але зосереджує сили на оволодінні головним військовим пунктом, будучи впевненим, що при досягненні цієї мети інші укріплення перейдуть на його бік. Так само і в навчанні: «якщо буде з’ясоване основне, другорядне випливатиме з нього саме собою». Тому «було б нескінченно нудною, розтягнутою і заплутаною справою, якщо б хто-небудь побажав навчати спеціальним подробицям (наприклад, всім особливостям трав і тварин, робіт ремісників, назвам інструментів тощо)» [«Велика дидактика», розд. XIX].

У зв’язку з виключною гостротою цієї проблеми А. Дістервег обґрунтував необхідність мінімізації обсягу навчального матеріалу і звертався до вчителя з відповідним правилом викладання: *«Навчай якомога менше! Тоді ти будеш навчати учня лише найсуттєвішому, найголовнішому, тоді ти зможеш ґрунтовно взятися за цей матеріал, закарбувати його міцно у свідомості учня»*. Учителі, здатні так навчати, *«з року в рік все сильніше скорочують навчальний матеріал і доводять його врешті-решт до неминучого мінімуму. Це справжні вчителі»* [8, 395].

Д.І. Менделєєв був глибоко переконаний в тому, що при складанні навчальних програм для вищих закладів освіти *«треба вміти відрізнити суттєво необхідне, що визначає світогляд і напрям діяльності»* від того, що становить подробиці. Необхідно також, щоб у змісті вищої освіти *«не було тих гнітючих дрібниць, які частіше відштовхують від справи, аніж приваблюють до неї»* [6, 194]. Саме такий зміст навчальних дисциплін найбільше сприяє розвитку наукових інтересів студентів, що, на думку Менделєєва, є найнеобхіднішою умовою інтелектуального і професійного розвитку особистості в період навчання у вищій школі. Якщо немає *«цього інтересу, немає цього вільного бажання взнати суть справи від знавця – даремним буде все, залишиться тільки школа, хіба тим лише відмінна від гімназії, що предмети більш спеціалізовані і не можуть вивчатися без попередньої підготовки. Тоді і потрібно заводити такі школи, а народу відмовитися від наукової самостійності»* [6, 71–72].

У пошуках шляхів подолання навчальних перевантажень у вищій школі великої цінності набуває педагогічна спадщина акад. М.М. Крилова (1879–1955), видатного математика, керівника відділу математичної фізики Академії наук УРСР. Розроблені ним курси диференціального й інтегрального числення були зразком стислого викладу навчального матеріалу. Стиснутий лише до найбільш важливого курс забезпечував велику економію часу не тільки у викладі фактичних знань, але й в розвитку мислення.

В сучасній системі освіти проблема навчальних перевантажень, як свідчать результати досліджень В.П. Беспалька, не лише не знайшла свого вирішення, а навіть загострилася і продовжує загострюватись [1, 152-153]. Результати цих досліджень дозволяють стверджувати, що подолання навчальних перевантажень школярів і студентів становить найбільш актуальну проблему сучасної дидактики.

Чи не єдиною країною в сучасному світі, яка, нарешті, розпочала рішучий наступ на навчальні перевантаження школярів, є Сінгапур. В 1995 р., за результатами міжнародного дослідження якості математичної і природничонаукової освіти, ця країна зайняла перше місце. Не заспокоюючись на досягнутому, органи влади Сінгапуру вимагають подальшого скорочення (на 15–20%) навчального матеріалу практично з усіх предметів з метою вивільнення часу на формування загальнонавчальних умінь. Модернізація змісту освіти в Сінгапурі має неперервний характер [3, 23]. Такий шлях відкритий для всіх інших країн, у тому числі і для України.

Обґрунтована Дістервегом, Менделєєвим та іншими видатними педагогами вимога звільнення навчальних програм і підручників від численних і несуттєвих дрібниць має бути визнана важливим принципом навчання в середній і вищій школі. У вищих закладах освіти цей принцип вимагає концентрації уваги студентів на повному і глибокому розумінні системи найважливіших математичних понять, на оволодінні вміннями практичного застосування набутих теоретичних знань.

Необхідною умовою глибокого засвоєння теорії, на нашу думку, є творче поєднання концентричного і лінійного викладу навчального матеріалу. Безумовно цінним у цьому зв’язку є досвід Г.С. Федоренкової, яка викладає математику в школі. Кожний навчальний рік у класах, де вона працює, являє собою два концентри. У першому півріччі учні попередньо оволодівають теоретичним матеріалом в обсязі, що передбачається навчальною програмою на весь рік. В цей час учням доводиться обмежуватись розв’язуванням мінімальної кількості простих прикладів і задач. Але в другому півріччі створюються найсприятливіші умови для необхідної деталізації, уточнення, глибокого осмислення і закріплення теоретичного матеріалу. В цей час значно зростає кількість розв’язуваних на уроках і вдома задач, підвищується рівень їх складності. Особливу увагу приділяє Г.С. Федоренкова організації самостійної роботи учнів [2, 147-157]. На нашу думку, такий підхід до організації навчального процесу може знайти належну інтерпретацію у викладанні фундаментальних математичних дисциплін у вищій школі.

В сучасній методиці викладання математики вимога звільнення навчальних програм і підручників від численних і несуттєвих дрібниць знайшла творче застосування і конкретизацію в концепції укрупнення дидактичних одиниць, розробленій П.М. Ерднієвим. На нашу думку, реалізація цієї концепції має актуальне значення для піднесення якості математичної освіти на всіх її рівнях: від початкової школи до підготовки математиків-науковців.

Література:

1. Беспалько В.П. Теория учебника. – М.: Педагогика, 1988. – 160 с.
2. Границкая А.С. Научить думать и действовать. – М., 1991. – 175 с.
3. Ковалева Г. Причины падения международного рейтинга российского образования // Дайджест педагогічних ідей і технологій. – 2003. – № 2. – С. 23–25.
4. Лутфуллін В.С. Концепція навчання з повним засвоєнням знань: виникнення, історичний розвиток, шляхи реалізації // Збірник наукових праць ПДПУ ім. В.Г. Короленка, серія «Педагогічні науки», випуск 5. – Полтава, 2006. – С. 29–38.
5. Математика. Сборник научно-методических статей. – М.: Высшая школа, 1972. – С. 114–115.
6. Менделеев Д.И. Сочинения. – В 25 т. – Т. XXIII. – Л.–М.: Изд-во Академии наук СССР, 1952. – 387 с.
7. О формализме в школьном преподавании математики // Изв. АПН РСФСР, вып. 4. – М.–Л., 1946. – С. 9–11.
8. Хрестоматия по истории зарубежной педагогики / сост. А.И. Пискунов. – М.: Просвещение, 1971. – 560 с.
9. Krzyzowski Adam. O definowanowaniu pojkж fizycznych // Fizyka w szkole. – 1978. – №2. – S. 56–59.

ДИФЕРЕНЦІАЦІЯ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ЧЕРЕЗ УРІЗНОМАНІТНЕННЯ СПЕЦКУРСІВ

О.С. Чашечникова
м. Суми, Сумський державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка
chash-olga@yandex.ru

Побудова змісту навчання на інваріантній основі надає можливість запобігти перевантаження навчальних програм. Введення курсів за вибором відповідно «Концепції профільної освіти...» розв'язує цю проблему частково: пропонуються курси за вибором з метою поглиблення і розширення змісту саме профільних предметів.

Математика не входить у "професійне ядро" предметів у класах нематематичного профілю; учні перенавантажені (зокрема, різноманітними спецкурсами з предметів ядра відповідно профілю навчання).

Підкреслимо: вибір учнем навчання у класі нематематичного профілю не є ознакою його небажання або неспроможності вивчати математику на достатньо високому рівні. Тому урізноманітнення спецкурсів може йти за такими напрямками:

– спецкурси інтегрованого характеру, що демонструють використання математичних методів при вивченні профільних предметів, в процесі відповідної професійної діяльності;

– спецкурси з математики, метою яких є надання можливості учням отримати якісну підготовку з математики (пропонуємо спецкурс "Геометричні побудови на площині");

– спецкурси з математики, метою яких є розвиток інтелектуальних і творчих здібностей учнів, творчого мислення через поглиблення знань за рахунок включення завдань на дослідження, творчого характеру (пропонуємо спецкурс "Побудова нестандартних графіків функцій і рівнянь" [1]).

Зокрема, прикладом спецкурсу інтегрованого характеру є спецкурс "Математичні методи в біології". Мотивацією його вивчення може стати демонстрування учням реальних прикладів прояву математичної гармонії у природі. Один з них – особливості многогранників, що є моделями бджолиних сот; різноманітний вигляд їх перерізів, залежно від обраної площини перерізу (рис. 1).

Такі нетрадиційні ракурси розгляду відомих з першого погляду звичних об'єктів дозволяють розвинути пізнавальний інтерес учнів, формувати в них нешаблонність мислення. Водночас аналіз практики викладання математики (в тому числі – у класах математичного профілю) свідчить про недоцільність і неефективність проведення спецкурсів, зміст яких є розширенням шкільної навчальної програми за рахунок включення питань з різних розділів "вузівської" математики. Іноді такі спецкурси сприймаються учнями формально.

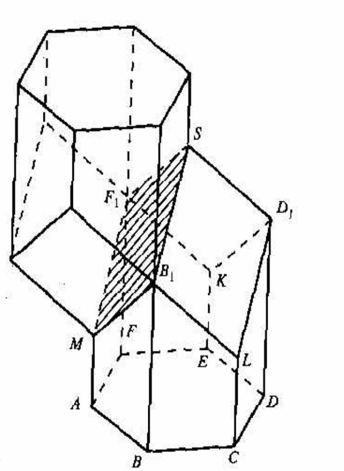


Рис. 1

Необхідно враховувати, що стосовно програмного матеріалу для класів нематематичного профілю у змісті геометрії використовується менше шаблонів, ніж в алгебрі. Тому з метою розвитку творчого мислення учнів у процесі навчання математики недоцільно зменшувати увагу вивченню геометричного матеріалу (така тенденція стала поширюватись після того, як випускний іспит з геометрії було відмінено).

В основній школі геометричним побудовам на площині не приділяється достатньо уваги через низку причин (зокрема, через те, що задачі на побудову не входять у зміст атестаційних робіт, вступних іспитів). Недостатність навчального часу на вивчення відповідної теми у курсі геометрії раніше деякою мірою згладжувалася тим, що в курсі математики у 6 класі достатньо детально розглядалися основні геометричні побудови за допомогою циркуля і лінійки. Таке прагматичне відношення до виділення "важливих" і "неважливих" тем курсу математики працює не на користь розвитку мислення учнів. Як результат: при вивченні геометричних побудов на площині основна увага приділяється методу геометричних місць; на практиці домінують завдання на побудову трикутників.

Проведення першої частини спецкурсу "Геометричні побудови на площині" є доцільним протягом 1 семестру у 9 або 10 класі, що надає можливість протягом року вивчати й питання іншого спецкурсу.

Таблиця 1

№	Тема	Література
Частина I. "Геометричні побудови на площині"		
1.	*Функції креслярських інструментів. Що значить «розв'язати задачу на побудову"? Схема розв'язування*	*1.1; 1.5;1.6*

№	Тема	Література
	задач на побудову. Скільки розв'язків може мати задача на побудову?	
2.	*Поняття про визначальні точки фігури.*	*1.5,1.6*
3.	*Основні задачі на побудову (побудова трикутника за трьома сторонами; побудова кута, що дорівнює даному; побудова бісектриси кута; поділ відрізка навпіл; побудова прямої, що перпендикулярна даній). Побудова четвертого пропорційного відрізка.*	*1.5;1.6*
4.	*Геометричне місце точок. Основні геометричні місця точок на площині. Сутність методу геометричних місць.*	*1.1; 1.5;1.6*
5.	*Рухи (симетрія відносно точки; симетрія відносно прямої; поворот; паралельне перенесення). Подібні перетворення. Гомотетія.*	*1.8*
6.	*Сутність методу геометричних перетворень.*	*1.1; 1.5;1.6*
7.	*Сутність алгебраїчного методу.*	*1.1; 1.5;1.6*
8.	*Золотий переріз. Алгебраїчне розв'язання задачі на золотий переріз.* [Застосування алгебраїчних властивостей золотого перерізу. Геометрична інтерпретація розв'язання квадратних рівнянь].	*1.6*
9.	Розв'язування задач штучними методами	*1.1*
1*0.*	*Поняття про просту фігуру, рівноскладені та рівновеликі фігури. Побудова рівновеликих фігур (метод розбиття фігури і метод доповнення).*	*1.5*
	Частина ІІ. "Геометричні побудови у стереометрії"	
1.	*Паралельне проектування. Основні властивості паралельних проекцій. Ортогональне проектування.*	*2.1*
2.	*Зображення просторових фігур на площині.* [Побудова ортогональних прямих і площин]. *Особливості зображення комбінацій просторових фігур.*	*2.1; 2.3; 2.4*
3.	*Методи побудови перерізів многогранників.*	*2.1; 2.2*
4.	*Побудова перерізів тіл обертання.*	*2.2*

Література для проведення спецкурсу

1.1. Бурда М.І. Розв'язування задач на побудову в 6-8 класах. – К.: Рад.шк., 1986. – 112 с.

1.2. Методика розв'язування задач на побудову / О.М. Астряб, О.С. Смогоржевський, М.Б. Гельфанд та ін. – К.: Рад. шк., 1960. – 386 с.

1.3. Тесленко І.Ф. Алгебраїчний метод розв'язування конструктивних задач. – К.: Рад. шк., 1957. – 122 с.

1.4. Тесленко І.Ф. Геометричні побудови. – К.: Рад. шк., 1956. – 140 с.

1.5. Тесленко И.Ф., Чашечников С.М., Чашечникова Л.И. Методика преподавания планиметрии. – К.: Рад. шк., 1986. – 159 с.

1.6. Чашечникова Л.Г., Петренко С.В., Чашечникова О.С. Геометричні побудови на площині. – Суми: Ярославна, 1999. – 98 с.

1.7. Четверухин Н.Ф. Методы геометрических построений. – М.: Учпедгиз, 1952. – 147 с.

1.8. Яглом И.М. Геометрические преобразования. – Ч.1. – М.: ГИТТЛ, 1955. – 280 с.

2.1. Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Геометрия 10-11: Учеб. пос. для уч. шк. и классов с углубл. изуч. математики. – 3-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 1992. – 464 с.

2.2. Бевз Г.П. Методика розв'язування стереометричних задач. – К.: Рад. шк., 1988. – 192 с.

2.3. Болтянский В.Г. Элементарная геометрия. – М.: Просвещение, 1985. – 320 с.

2.4. Четверухин Н.Ф. Изображения фигур в курсе геометрии. – М.: ГУПИ, 1958. – 216 с.

При розгляданні даних питань на уроках геометрії, в процесі індивідуальних та факультативних занять, при проведенні спецкурсу «Методи геометричних побудов», в процесі самостійної роботи учнів ефективним є використання розробленого нами навчального посібника [1.6], що підтверджено експериментально.

Особливу увагу звертаємо на такі питання:

1. *Необхідно ознайомити учнів з поняттям «визначальні точки»*, введеним у посібнику [1.5, 50]: ***визначальні точки фігури*** – точки, що однозначно задають (визначають) фігуру. Побудову фігур, що вивчаються в шкільному курсі математики, можна звести до побудови їх визначальних точок.

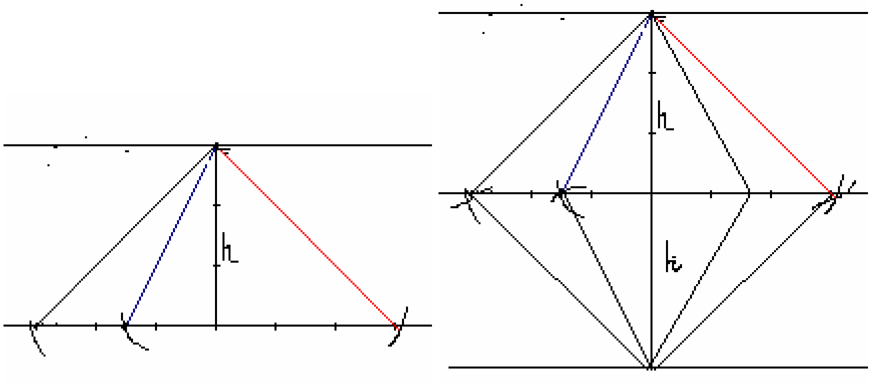
Визначальними точками трикутника є три його вершини, прямої – будь-які дві точки, що належать даній прямій; променя – дві його точки, одна з яких є початком променя; відрізка – дві точки, що є кінцями даного відрізка і т. ін.

Завдання на дослідження, спрямовані на розвиток творчого мислення: 1) чи можна вважати визначальними точками трикутника а) три його вершини; б) три точки – середини його сторін; 2) чи можна однозначно задати коло а) трьома його точками; б) двома точками (розглянути можливі варіанти); 3) які точки можуть бути визначальними а) для відрізка; б) для променя; в) для прямої?

2. Важливим є питання про кількість розв'язків задачі на побудову [1.5; 1.6]. Якщо у задачі на побудову *не висуваються вимоги до розташування шуканої фігури, то різними розв'язками задачі вважаються нерівні фігури, що задовольняють вимогу.* Наприклад: "Побудувати трикутник за двома сторонами і висотою, що проведена до третьої сторони". У загальному випадку ($a\rangle b\rangle h$) ця задача має два розв'язки (рис. 2а). На рисунку розв'язками є трикутники ABC та AB_1C.

Якщо у задачі на побудову *висуваються вимоги до розташування шу-*

каної фігури, то *різними розв'язками задачі вважаються навіть рівні фігури, що задовольняють вимогу, якщо вони відрізняються розміщенням на площині*. Наприклад: "Побудувати трикутник за двома сторонами a і b та висотою h, що проведена до третьої сторони, якщо задана пряма, якій належить третя сторона трикутника". У загальному випадку ($a\rangle b\rangle h$) різними розв'язками є також рівні трикутники, що відрізняються розміщенням на площині (рис. 2б). На рисунку розв'язками є трикутники ABC, AB_1C, A_1BC, A_1B_1C, ABC', AB_1C', A_1BC', A_1B_1C'.



а) б)

Рис. 2

Пропонуючи учням дослідити кількість розв'язків задач, запропонованих вище, можна полегшити їх роботу, доповнивши умови попередніх задач: "Сторони трикутника мають довжини a і b, висота h. Розглянути випадки: а) $a\rangle b\rangle h$; б) $a\rangle b$, $b=h$; в) $a=b$, $b\rangle h$".

Завдання, спрямоване на усвідомлення учнями того, як визначати кількість розв'язків задачі на побудову: "Дослідити, скільки розв'язків має задача. Побудувати: 1) коло з центром O; 2) коло з радіусом R; 3) коло з центром O і радіусом R; 4) коло з центром O і радіусом R, що проходить через точку A; 5) коло з центром O, що проходить через точку A; 6) коло з радіусом R, що проходить через точку A; 7) коло з радіусом R, що проходить через точки A і B; 8) коло з радіусом R, якщо на дотичній до нього прямій a задано точку дотику A".

Відносно розв'язування задач на побудову у стереометрії необхідно відмітити: на даному етапі найчастіше в школі обмежуються побудовою паралельних проекцій фігур. Хоча завдання на побудову зустрічаються і в сучасних збірниках завдань із стереометрії.

Для формування графічної грамотності учнів доцільно більше уваги приділяти таким задачам: "Точки A_1, B_1, C_1 – проекції точок A, B, C на площину α відповідно. Побудувати пряму перетину площин ABC і α». В процесі розв'язування цієї задачі формується уміння учня не тільки працювати з готовим зображенням просторових фігур на площині, але й самостійно його виконувати. При чому вимоги до виконання рисунку в даному випадку відрізняється від вимог до рисунків, які виконуються в процесі розв'язування задач на обчислення та доведення.

У даному випадку необхідно працювати водночас в умовах певної "невизначеності" (площина *ABC* не є явно наданою) і при наявності конкретних вимог до зображення (задані точки, що належать площині *ABC*), що вимагає від учня підключити власне "просторове бачення". Для правильного виконання рисунку старшокласнику необхідно залучити теоретичні знання (знання аксіом і теорем) і використовувати їх нестандартно.

Відмітимо також те: для формування графічної грамотності учнів в процесі навчання геометрії нами експериментально підтверджено ефективність виконання ними задач на побудову у безклітинних зошитах – зошитах для малювання. Ця ідея не є новою: у 20-х роках XX сторіччя, вивчаючи геометрію у третьому класі, учні робили рисунки тільки на нелінованому папері; у 50-х роках після виконання рисунків по клітинках переходили до виконання рисунків на нелінованому папері. Доцільно пропонувати учням виконувати завдання на побудову без допомоги циркуля та лінійки (від руки) паралельних прямих, рисунки просторових фігур у бесклітинннних зошитах. З метою формування позитивного настрою, підвищення самооцінки учнів корисно спонукати їх порівнювати власні графічні роботи з попередніми, акцентувати увагу на вдосконалення графічних навичок, допомагати побачити прогрес у власних вміннях.

Підкреслимо: формуванню графічної грамотності учнів і студентів сприятиме доцільне поєднання традиційних та новітніх дидактичних засобів навчання. У даному випадку мається на увазі використання динамічних комп'ютерних програм (найбільш сприятливі для сприймання візуалами і аудиалами) поряд з моделями і розгортками фігур; наочними посібниками, що моделюють рухи, в тому числі, - виготовленими самими учнями та студентами, що покращує сприймання матеріалу кінестетиками.

Проведений експеримент, аналіз власного досвіду роботи демонструє, що використання нестандартних завдань в процесі навчання математики учнів класів нематематичного профілю реально підвищує їх зацікавленість у вивченні предмету, допомагає запобігти надмірному прагматизму у підході до вивчення математики. А це впливає позитивно як на якість їх знань та вмінь з математики, так і на розвиток їхнього творчого мислення, результати чого, в свою чергу, сприяють й підвищенню рівня підготовленості з предметів "профільного ядра", формують основу для подальшого навчання та самонавчання.

Для учнів класів математичного профілю розв'язування нестандартних завдань запобігає надмірній заалгоритмізованості мислення, занадто вузький спрямованості пізнавальних інтересів; мотивує відповідальне відношення до вивчення не тільки предметів математичного циклу, сприяє підвищенню їх ерудованості, виховує постійне прагнення до самовдосконалення. Запропоновані нами спецкурси з математики спрямовані на розвиток творчого мислення учнів, що навчаються у класах різного профілю.

Література:

1. Чашечникова О.С., Чашечнікова Л.Г., Мартиненко О.В. Програма спецкурсу «Графіки функцій та рівнянь, аналітичний вираз яких містить тригонометричні функції» // Математика в школі. – 2007. – №2–5.

ВИКОРИСТАННЯ ФІЗИКИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

О.С. Прудкий[1α], З.Ю. Філер[2β]
[1] м. Керч, Керченський економіко-гуманітарний інститут
Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського
[2] м. Кіровоград, Кіровоградський державний педагогічний університет
імені Володимира Винниченка
[α] alex_pruds@mail.ru
[β] Filer@kw.ukrtel.net

Все більше і більше вчителів шкіл та викладачів вищих навчальних закладів зіштовхуються з проблемою міжпредметних зв'язків, від розв'язання якої значною мірою залежить підвищення ефективності навчання й виховання учнів. У школі учень має засвоїти систему знань не тільки з даного предмета, а й пізнати зв'язки даного предмета з іншими. При цьому міжпредметні зв'язки повинні відбивати об'єктивно існуючі зв'язки між науками про природу й суспільство. Але у сучасній школі вчитель повинен не тільки показати ці зв'язки, але і направити мислення учнів у правильному руслі.

Проблема сучасної школи здебільшого не в замалій кількості годин на ту чи іншу дисципліну (хоча це також дуже важливий фактор), а в тому, що діти сучасного покоління перестали мислити на будь-якому рівні.

Практика показала, що той матеріал, який учень засвоїв на уроці, не повторюється вдома, а якщо і повторюється, то тільки для того, щоб заспокоїти свою совість, тобто відкрив підручник, прочитав не вдумуючись в матеріал, закрив книжку, вирішення прикладів списав з розв'язника і все. На цьому все мислення закінчилося. Якщо самостійну роботу дати одразу після того, як розповісти матеріал, то результати будуть набагато кращі, ніж якщо дати цю саму роботу на наступному уроці, після того, як учні виконають домашнє завдання.

Викладання математики в сучасній школі дійшло вже до того, що учні 11 класу не пам'ятають основних математичних дій: суми, різниці, добутку, частки, та як знаходити той чи інший невідомий член цієї дії. В 11 класі, начебто вже випускному, де збираються не найгірші учні, розв'язання рівняння типу $ax+b=c$ стає важкою задачею для близько 70 відсотків учнів.

Деякі люди можуть сказати, що винен вчитель, що не навчив, але вчитель, на нашу думку, – останній, кого потрібно звинувачувати у цьому. Результат вивчення математики у школах України, дуже гарно показало незалежне зовнішнє тестування, де менше ніж 5 учнів отримали оцінку 12.

Проілюструємо на прикладі однієї зі шкіл результати навчального процесу стосовно математики і стосовно фізики. З табл. 1 видно, що учні, які мають високий рівень знань з цих дисциплін, менший за 10%.

З гуманізацією шкільної освіти, почало втрачатись учнями бажання вчитися та досягати певних результатів. Найрозповсюджена думка середнього учня: “для чого старатись щось робити, якщо мене навіть з одиницею переведуть у наступний клас”. Змінити ситуацію можна лише на державному рівні.

Таблиця 1. Успішність з математики та фізики

Паралель	Кількість учнів у паралелі	Кількість учнів, які мають 10-12 з математики	Кількість учнів, які мають 10-12 з фізики
5	75	5	–
6	76	4	–
7	70	5	4
8	38	3	3
9	50	3	2
10	52	3	3
11	54	4	3

Перехід до 12-тирічного навчання призводить до зменшення годин на тиждень математики та фізики. Так, наприклад кількість годин фізики у 7-му класі (цей рік – перший рік навчання фізики за новою програмою) складає всього одну годину на тиждень, тоді як раніше ця кількість була вдвічі більша. При такій кількості годин викладання фізики без міжпредметних зв’язків просто неможливе. Через те, що в 7-му класі в цьому році ввели хімію, відомості про склад речовини можна вивчати не так глибоко, як раніше, а робити акцент на більш фізичних явищах.

З точки зору математики при вивченні теми “Рівномірний рух”, потрібно більше уваги приділяти непрямолінійному руху, тобто руху по колу, по лінії, у яку входять прямолінійні відрізки та частини кіл різного радіусу. Це призведе до пригадування та покращення учнями знань, які вони отримали у 6-му класі при вивченні довжини кола та площі круга.

При вивченні закону Ома потрібно також згадати матеріал 6-го класу – пропорції. Практика показує, що ця тема є досить важкою для багатьох учнів 6-го класу сучасної школи.

Гонитва вчителів фізики розв’язати якомога більше прикладів за той час, який відводиться на викладання тої чи іншої теми, призводить до поверхневого закріплення теми, з використання прикладів на одну-дві дії. Дуже багато вчителів взагалі не доводять задачі до кінцевого результату, але як раз він створює проблемну ситуацію для учнів. Якщо той самий вчитель буде викладати в тому ж класі алгебру і геометрію, він при розгляданні тем на повторення міг би використати фізичні задачі для повторення, тим самим закріплюючи знання учнів з обох дисциплін. В такий спосіб покращувати знання уміння і навички учнів потрібно не тільки в 7-му класі, а протягом усього курсу фізики.

Гарне ставлення вчителів до використання учнями калькуляторів на уроках призвело до того, що діти не вміють додавати та віднімати, не кажучи вже про множення і ділення. Практика показала, що використання простої таблиці квадратів двозначних чисел, у старому підручнику з алгебри 8 кл. для деяких учнів була взагалі проблемою, а використання таблиць Брадіса для відшукання значення “нестандартного” кута призвело до гальмування процесу навчання. Два уроки учні тільки вивчали таблицю і шукали значення кутів, не розв’язуючи задач взагалі.

У програмі вивчення математики початкової школи немає вже пункту додавання і віднімання в стовпчик. Через це дуже багато дітей помиляються при виконанні цих дій, а в подальшому – у множенні та діленні.

При повторенні та систематизації матеріалу у 9 класі перед складанням іспиту для отримання свідоцтва про неповну середню освіту будуть дуже корисними задачі про рівноприскорений рух як систематизація квадратних рівнянь. На практиці було доведено, що використання цих задач добре посприяло розумінню та закріпленню учнями знань не тільки з алгебри, а й з фізики.

Ці ж самі задачі варто використовувати в 11 класі при обчислені похідної та інтегралів, бо фізичним змістом похідної від шляху, як відомо, є швидкість, а похідна від швидкості – прискорення; отже, знаючи функцію залежності $s(t)$, можемо з легкістю знайти швидкість і прискорення. Як правило, це використовується лише в вищій школі, але для чого це робити у вищих навчальних закладах, коли це можна робити у школі замість простих прикладів типу “знайти похідну $y=ax^2+bx+c$”, яких дуже багато у сучасних підручниках з алгебри і початків аналізу 10-11 кл.

Вступ до Болонського процесу дехто розуміє як спрямування контролю знань учнів та студентів до простих тестових завдань, які дуже часто містять тільки перевірку теоретичної частини матеріалу, або задачу на знаходження (угадування) множника, або дільника. Введення модулів та балів призводить іноді до того, що студент отримує залік за те, що приходив на всі заняття, що, доречи, схоже на ситуацію у середній школі, де згідно нормам оцінювання 1 потрібно ставити лише за те, що учень прийшов на урок.

Зменшення кількості годин на вивчення вищої математики та теорії ймовірностей призводить до або поверхового вивчення, або взагалі виключення з курсу деяких важливих тем.

Задача про рівноприскорений рух тіла допомагає формуванню поняття многочлена Тейлора. Використовування поняття сталої різкості r (похідної прискорення) дає многочлен Тейлора 3-ого ступеня $s=s_0+v_0t+a_0t^2/2+rt^3/3!$.

Коливальні процеси допомагають при вивченні тригонометрії.

Уся теорія диференціальних рівнянь тісно пов’язана з механікою і фізикою. Ми починаємо із задачі про радіоактивний розпад, де природно виникає поняття про початкову умову, переходячи потім до задач динаміки матеріальної точки і системи таких точок. Але ж теорія диференційних рівнянь може дати студентам набагато більше корисної інформації – так, з вигляду розв'язку рівняння можна говорити про стабільність системи та умов, при яких цю систему можна вивести з ладу. Навести студентам той факт, що кожний орган людського тіла має свою амплітуду та частоту коливання, та якщо на тіло подіяти ззовні навіть звуковими хвилями дуже малої частоти, людський організм почне хворіти. Також можна привести приклад частих хвороб людей, які живуть біля повітряних електростанцій через те, що гвинти обертаються досить повільно і стають джерелом звукових коливань малої частоти.

Наведемо типи задач з практичним змістом на уроках математики.

7 клас

1. Задачі на знаходження часу руху, швидкості та довжини траєкторії, складеної з різноманітних частин кіл різних радіусів.

2. Задачі на поєднання тем "Сила, робота, потужність" і "Рівномірний рух" при повторенні пропорції та лінійних рівнянь у алгебрі.

8 клас.

3. Задачі на взаємодію напруги, опору та сили струму з використанням пропорції та закону Ома.

4. Обчислення загального опору електричного кола без обчислення окремо взятих значень опору для кращого оперування учнями звичайними дробами.

9 клас

5. Задачі про рівноприскорений рух, про пошук окремих параметрів s, v, v_0, a, t. Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту, без врахування опору. Побудова траєкторії руху, знаходження дальності та висоти польоту з використанням законів рівномірного руху та вільного падіння. Тлумачення траєкторії як параболи, а висоти підйому як ординати точки максимуму (вершини параболи).

6. Зв'язок між масою, силою та прискоренням для прямолінійного руху.

7. Знаходження роботи сили, направленої під відомим кутом до лінії руху, зокрема, за допомогою скалярного добутку. Падіння тіла по похилій площині без врахування сили опору та з її врахуванням.

10–11 класи

8. Знаходження швидкості нерівномірного руху за допомогою похідної, а також прискорення за законом зміни швидкості.

9. Розв'язання обернених задач – пошуку шляху за швидкістю руху, кількості зарядів за відомою швидкістю, швидкості нерівномірно прискореного руху за відомим законом прискорення тощо за допомогою інтегралу.

10. Знаходження сили струму за законом зміни кількості зарядів на обкладинках конденсатора за допомогою диференціювання.

11. Розв'язання задач про радіоактивний розпад, зокрема, внаслідок Чорнобильської аварії, а також, про розмноження бактерій за допомогою розв'язання диференціального рівняння $\frac{dy}{dt} = ky$ при $k<0$ й при $k>0$. Вико-

ристання властивостей показникової функції.

11. Розв'язання задач про вільні коливання математичного маятника за допомогою рівняння $y''+\omega^2 y=0$ та про вимушені гармонічні коливання при ігноруванні силами опору.

12. Вивчення законів оптики, зокрема, відбиття та заломлення.

У класах з поглибленим вивченням математики та фізики можна розглядати задачі на пошук комплексних коренів характеристичного рівняння для вивчення коливального руху тіла на пружині з урахуванням лінійного опору та струму в коливальному контурі.

У малокомплектних школах зазвичай математики та фізику, а часто, й інформатику в одному класі викладає один учитель. Це сприяє органічному об'єднанню матеріалу з математики та відповідних понять фізики. Обчислення при цьому можна виконувати на уроках з інформатики.

Література:

1. Прудкий О.С., Філер З.Ю. Використання фізики та інформатики на уроках математики // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. Збірник наукових праць. – Вип. VI. – Т.1. – Кривий Ріг: НМетАУ, 2006. – С. 113–117.

2. Філер З.Ю., Кононенко Ю.А. Механічні аналогії формули Тейлора // Наукові записки. Серія: педагогічні науки. Вип. 16. – Кіровоград: РВГІЦ, 1999. – С. 102–112.

РОЗВИТОК ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ 5-6 КЛАСІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИКИ

О.В. Віхрова, Є.В. Денисенко
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Об'єктивні закономірності суспільного розвитку значно посилили питому вагу творчих елементів в найрізноманітніших галузях людської діяльності. Це вимагає підвищення пізнавальної активності, самостійності мислення формування високоінтелектуальної особистості. Одним із найважливіших показників розвитку інтелекту людини є рівень логічної складової, адже саме логічне мислення необхідне для чіткого лаконічного і вичерпного висловлювання думок, упевненості в міркуваннях, формування вмінь абстрагуватися від конкретного змісту і зосереджувати ся на структурі своєї думки, розвитку інтуїції тощо.

Значна роль у формуванні і розвитку логічного мислення людини належить математиці. У проекті стандарту освітньої галузі "Математика" підкреслено, що "вирішальне значення для системи шкільної освіти має формуючий аспект предмету математики, широкі можливості його для інтелектуального розвитку особистості". Йдеться, насамперед, про розвиток логічного мислення, просторових уявлень та уяви, пам'яті, уваги, алгоритмічної культури, вмінь встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між окремими фактами, обґрунтовувати твердження, математизувати реальні ситуації [3].

Програма з математики як для основної, так і для профільної школи націлена на розвиток мислення учнів, зокрема абстрактного, логічного, алгоритмічного [5]. При цьому високий рівень розвитку логічного мислення учнів розглядається і як мета математичної освіти і як основа ефективного опанування учнями математичними знаннями, а в майбутньому, знаннями в будь-якій галузі діяльності людини. Психологи підкреслюють, що соціальний досвід людини формує певний рівень правильності і логічності суджень і може проходити стихійно, без знання системи необхідних прийомів, їх змісту і послідовності формування. Але стихійне формування та розвиток логічного мислення учнів є недостатньо надійним та ефективним. Доцільніше зробити процес формування логічного мислення учнів цілеспрямованим і керованим вчителем.

Не заперечуючи значення таких фундаментальних дисциплін як фізика, хімія, біологія у розв'язанні даного завдання, зазначимо, що домінуюча роль у вирішенні питання формування логічного мислення школярів належить математиці. Це обумовлено, насамперед, змістом математичної освіти, дедуктивною основою побудови математичних знань.

Серед шляхів реалізації завдання розвитку логічного мислення можна виділити два основні напрямки: 1) введення у змістовий компонент шкільної математичної освіти деяких понять, правил, законів класичної математичної логіки з метою підсилення його логічної складової; 2) опосередковане формування та розвиток логічного мислення (тобто відповідних логічних знань і умінь) школярів на основі диференціації навчання математики з використанням програмового матеріалу, без розширення змістового компоненту, в процесі розв'язування доцільного підібраної системи вправ з логічним навантаженням відповідно віковим особливостям учнів.

Перший напрямок доцільно реалізовувати у школах і класах з поглибленим вивченням математики та у загальноосвітніх школах через систему факультативних занять. Свідомому засвоєнню понять формальної логіки сприятиме розв'язуванню логічних задач. Типізація логічних задач, яка проведена на основі понять і законів логіки, що домінують у процесі їх розв'язування та деякі методичні особливості навчання учнів розв'язуванню логічних задач розглядалась у роботі [2].

Ми виходимо із положень, обґрунтованих І.Л. Нікольською [4], про те, що:

- введення і вивчення логічних понять і операцій над ними проводити на основі теоретико-множинного підходу;
- введення логічних понять проводити на базі фактичного програмованого матеріалу шкільного курсу математики, що дозволяє впорядкувати розгляд логічних та математичних понять і пов'язати їх вивчення.

Другий напрямок реалізується у процесі вивчення математики у загальноосвітніх школах і передбачає розробку відповідного методичного забезпечення навчального процесу. Акцент при цьому ставиться на формування та розвиток логічних умінь учнів за рахунок опанування логічних умінь учнів за рахунок опанування логічних основ окремих умінь і засвоєння їх операційного складу, що відбувається у процесі розв'язування доцільно підібраної системи математичних вправ з логічним навантаженням [1].

Аналіз програми з математики та діючих підручників для 5–6 класів показав, що:

1. Курс математики 5–6 класів є, в основному, пропедевтичним: значний обсяг матеріалу поглиблює і розширює матеріал початкової школи, разом з тим багато тем є пропедевтикою вивчення систематичних курсів алгебри і геометрії.

У курсі математики 5–6 класів розширюється поняття числа за рахунок введення нових числових систем і правил дій над числами; формуються навички перетворення та обчислення буквених виразів, здійснюється функціональна пропедевтика, змінюється співвідношення між індуктивними та дедуктивними міркуванням, передбачається розуміння учнями умовних та категоричних тверджень. Вивчення математики у 5–6 класах передбачає вміння учнів проводити певні логічні операції з поняттями: наводяться різні види означень понять; здійснюється поділ та класифікація понять тощо. Все це вимагає певний рівень сформованості логічних вмінь учнів.

2. Програмою з математики 5–6 класів не передбачено вивчення понять

і правил логіки у явному вигляді, хоча необхідність формування логічних знань та умінь школярів доведена теоретично і практично. Специфіка процесу розвитку логічного мислення учнів цього віку полягає у тому, що формування логічних знань і умінь не відбувається у ході вивчення окремої теми, а триває протягом вивчення майже всього курсу математики 5–6 класу.

3. У діючих підручниках математики для 5–6 класів вправ логічного характеру представлено недостатньо. Вони переважно одного типу, позначаються зірочкою, тобто мають підвищений рівень складності. Логічні вправи викликають інтерес переважно у сильних учнів, слабкі до них навіть не приступають. Тому, враховуючи вікові особливості учнів 5–6 класів та специфіку програмового математичного матеріалу вважаємо за доцільне не включати елементи математичної логіки в курс математики 5–6 класів в явному вигляді, а формувати логічні знання учнів цього віку, опосередковано, виділяючи логічну складову програмового математичного матеріалу, використовуючи при цьому вправи з логічним навантаженням, яким потрібно доповнити практичний матеріал діючих підручників. Система логічних вправ, яку доцільно пропонувати учням 5–6 класів повинна бути спрямована на:

– опосередковане засвоєння логічних фактів, законів, правил у поєднанні з процесом формування логічних умінь;

– формування у учнів, переважно в неявному вигляді, комплексу логічних знань, що включаю знання елементів логіки, знання про логічні помилки. Знання про логічні основи окремих умінь;

– формування всіх видів логічних знань у процесі засвоєння математичного матеріалу діючої програми, без розширення змісту освіти.

Література:

1. Акуленко І.А. Система диференційованих вправ з логічним навантаженням як засіб розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів при вивченні математики: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – К., 2001.
2. Віхрова О.В., Білоусова Г.М. Навчання розв’язуванню логічних задач на уроках математики // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія 3. Фізика і математика у вищій та середній школі. Вип. 1. – К.: НПУ, 2005. – С. 61-65.
3. Державний стандарт загальної середньої освіти в України. Освітня галузь “Математика”. Проект. – К.: Генеза, 1997. – 63 с.
4. Никольськая И.Л. Привитие логической грамотности при обучении математике: Автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 1973. – 26 с.
5. Програми загальноосвітніх навчальних закладів, шкіл, ліцеїв та гімназій фізико-математичного, природничонаукового, економічного, гуманітарного профілів: Математика. 5–11 кл // Математика. – 1999. – № 39-42. – 95 с.

РОЛЬ ЗАДАЧ У ФОРМУВАННІ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

І.В. Лов'янова, Г.О. Приходько
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет
Lovian_ira_vas@mail.ru

Першочерговим завданням математичної освіти є формування в учнів загальних прийомів мислення, просторової уяви, здатності розуміти зміст поставленої задачі, умінь логічно міркувати та засвоювати навички алгоритмічного мислення. Одночасно, як показує досвід, у шкільному віці одним з ефективних способів розвитку мислення є розв'язування школярами нестандартних логічних задач.

У дослідженнях останніх років психологи, дидакти й методисти переконливо показали, що уміння розв'язувати задачі напряму не залежить від кількості розв'язаних задач. Якщо навіть учень розв'язав багато задач, але в нього не сформований загальний підхід до аналізу задачі, пошуку плану розв'язання, самостійно розв'язувати задачі він не зможе.

<u>Мета даної статті</u> – розкрити роль пізнавальних задач у формуванні логічного мислення учнів та запропонувати методичні прийоми введення таких задач у зміст навчання математики.

Розглянемо, яку роль відводять задачам у процесі розвитку мислення вчені у психолого-педагогічній літературі. Так, особливу роль навчальній задачі в розвитку мислення відводив Г.С. Костюк. Характеризуючи навчальні задачі як "структурні одиниці навчального матеріалу" [2, 21], автор диференціює їх за провідною роллю тих чи інших психічних процесів (розділяючи на розумові, перцептивні, мнемічні, імажинативні), підкреслює необхідність забезпечення розумовим задачам центрального місця у структурі навчання.

Мисленнєві дії зумовлюються змістом задач, на розв'язання яких вони спрямовані. А зміст задач визначається об'єктивним світом через потреби, інтереси людини і наявні вже в неї знання. У взаємодії людини із зовнішнім світом часто виникають проблемні ситуації, тобто такі обставини, за яких вона зустрічається з чимось новим, невідомим і водночас істотно важливим для неї, таким, що вона не може одразу з'ясувати. У міру того, як людина усвідомлює ситуацію, з'ясовує дані в ній умови, ситуація перетворюється на задачу, яка спонукає до пошуків шляхів з'ясування невідомого через розкриття зв'язків із тим, що відоме, дане в умові.

Здійснено багато психологічних досліджень процесу розв'язування різних видів мисленнєвих задач (С.Л. Рубінштейн [5], Н.О. Менчинська [3], О.К. Тихомиров [7]). Процес цей відбувається як складна аналітико-синтетична діяльність суб'єкта, під час якої співвідносяться умови задачі й вимоги, які вона ставить до людини, кінцева мета розчленовується на ряд часткових цілей, результати досягнення кожної попередньої мети включаються як засіб досягнення наступної. Відбувається мислене перетворення ситуації одержуваними результатами, переформулювання задачі. Одна й та ж задача змінюється для суб'єкта в міру того, як він через мислену взаємодію з об'єктами, відбитими в образах, поняттях про них просувається вперед у здобуванні потрібної для її розв'язання інформації. Послідовність розв'язання часткових задач, на які розчленовується складна задача, визначається загальним задумом суб'єкта, його внутрішнім планом дій. Якщо задача належить до відомої суб'єкту категорії, він знаходить раціональний спосіб її розв'язання. Коли ж задача нова, проблемна, шлях розв'язання якої невідомий суб'єктові, йому доводиться вдаватися до пошуків, висувати гіпотези, догадки, застосовувати різні стратегії дії. До того ж є задачі, які розв'язуються кількома способами, і суб'єкт може вибирати серед них ті, що здаються йому найекономнішими й найефективнішими.

Розрізняють задачі різної *складності* й *трудності*. Складність їх обумовлюється відбитими в змісті об'єктивними умовами, якістю й кількістю елементів проблемних ситуацій, співвідношеннями між ними. Трудність визначається вимогами, які ставить задача до суб'єкта, і наявними в нього даними для її розв'язання (знаннями, уміннями, здібностями). У процесі роботи над задачею вибірково актуалізуються й вводяться в дію ті чи інші елементи попереднього досвіду суб'єкта, вони допомагають у роботі. Проте, якщо попередній досвід не відповідає умові задачі, він гальмує її розв'язання [1].

Виконані Г.С. Костюком дослідження і сформульовані висновки дають підставу стверджувати, що задачі відіграють важливу роль у розвитку мислення учнів, проте ефективність формування певних якостей особистості залежить від того, в якій мірі зміст задачі й характер складання системи задач відповідають сутності феномена, який формується.

Виходячи з того, що розумова діяльність учнів стимулюється задачами, в літературі розрізняють:

а) задачі, що використовуються у процесі набування знань і вмінь;

б) задачі, що використовують для закріплення одержаних знань.

До кожної групи входять задачі, які потребують як репродуктивної, так і активної, самостійної, творчої діяльності, задачі, які приводять до відкриття нових знань та способів діяльності. В психолого-педагогічній та методичній літературі такі задачі називають *пізнавальними*. Змістом такої задачі є проблема, в основі якої лежить протиріччя між відомим і шуканим. Розв'язування пізнавальних задач спрямоване на одержання нових знань про природу і суспільство, на створення нових засобів пошуку знань [8].

Працюючи над розробкою вимог до системи пізнавальних задач, що сприятиме інтелектуальному розвиткові учнів розглянемо, як сучасна дидактика підходить до їх типології. Так, В.Ф. Паламарчук [4] стверджує, що психологічною основою для розробки різної типології пізнавальних задач, по суті справи, з'явилася класифікація прийомів розумової діяльності. Запропонована автором класифікація містить ряд інваріантних прийомів розумової діяльності, таких як: аналіз і виділення головного, порівняння, узагальнення і систематизація, визначення і пояснення понять, конкретизація, доведення і спростування, прийоми, необхідні в проблемному навчанні. Це відбиває психологічні закономірності мислення в навчанні, сучасні тенденції до посилення розвивальних функцій у процесі навчання. Найбільш практичною є типологія пізнавальних задач, побудована з урахуванням основних ланок процесу навчання. При цьому структурний аналіз пізнавальних задач показує, що крім змістової інформації задача завжди містить в явному чи прихованому виді визначені розумові дії чи операції. Чим складніша задача, тим вище її ієрархічне місце в типології, тим більше розвинутих процедур пізнавальної діяльності вимагає вона від учнів [4, 145].

В.Ф. Паламарчук на підставі трьох критеріїв: рівня пізнавальної самостійності учнів, характеру прийомів, етапу навчального пізнання – конструює тривимірну типологію пізнавальних задач і при цьому підкреслює, що система пізнавальних задач повинна охоплювати всі типи аспектних проблем; вирішуватися всіма типами методів даної науки; навчати всіх процедур творчої діяльності; дотримуватися принципу поступового наростання складності; враховувати методичні умови та необхідність індивідуалізації.

Особливу цінність, становлять пізнавальні задачі, які потребують самостійного пошуку шляхів розв'язування, його здійснення та перевірки, виявлення і виправлення помилок. Тому закономірно, що такі задачі називають *пошуковими пізнавальними задачами* та широко їх застосовують у формуванні пізнавальної самостійності учнів.

Найяскравішим прикладом таких задач є задачі в геометрії середньої та старшої школи, перед розв'язанням яких необхідно виконати додаткові побудови. Пошукові пізнавальні задачі присутні у всіх навчальних підручниках, але на жаль не завжди наділені увагою вчителів і самих учнів.

Поряд з пошуковими пізнавальними задачами знаходяться і *перспективні пізнавальні задачі*, розв'язування яких потребує попереднього розв'язування цілого ряду більш часткових задач.

Наведемо приклад. Розглянемо задачу (геометрія 10-й клас, тема: "Перпендикулярність прямих і площин").

Доведіть, що через дану точку площини можна провести одну і тільки одну перпендикулярну до неї пряму.

Це типова перспективна пізнавальна задача, перед розв'язуванням якої, доцільніше було б розв'язати наступну: Доведіть, що через будь-яку точку A можна провести пряму, перпендикулярну до даної площини α. А після того задачу: Доведіть, що через точку, яка не належить даній площині, не можна провести більш, ніж одну пряму, перпендикулярну до площини.

На пізнавальні задачі необхідно не просто звертати увагу на уроках математики, а й намагатися розв'язувати їх у системі, продумуючи кожний наступний крок. Виходячи з поставлених перед нами завдань у дослідженні і на основі вищезазначеного аналізу, сформулюємо загальнодидактичні вимоги до системи задач, складені у відповідності до вимог, які висуваються до системи евристичних задач під час навчання математиці [6, 46].

1. Добір системи задач має відповідати змісту курсу природничих дисциплін, а самі задачі – їх функціям у процесі навчання.
2. Кожна задача має ідейну і технічну складність, тому важливим у системі задач є чергування пріоритетів ідейної і технічної складності.
3. На прикладі однієї-двох задач системи доцільно розглядати різні способи і методи розв'язання, а потім порівнювати отримані результати з різних точок зору (стандартність і оригінальність, використані прийоми мисленнєвої діяльності, практична цінність), що може стати в пригоді при розв'язанні інших задач системи і засвоєнні прийомів мисленнєвої діяльності.
4. Система задач має поступово ускладнюватися від більш легких і знайомих до менш легких і знайомих задач.
5. Осмислення умінь, використаних при розв'язанні задач одного типу, полегшує розв'язання задач інших типів.
6. Добір задач системи треба здійснювати диференційовано для різних типологічних груп учнів.
7. Задачі системи мають сприяти міжпредметному узагальненню набутих знань і перенесенню умінь.
8. До системи задач необхідно включати різні за структурую і змістом задачі.
9. Деякі задачі системи варто пропонувати у вигляді гіпотез, а в системі необхідно передбачати їхній розвиток.
10. Треба передбачати можливість розв'язування деяких задач системи різними методами або способами, при цьому обов'язковим є аналіз кожного способу розв'язання задачі й вибір найраціональнішого.
11. Система задач має сприяти інтелектуальному розвиткові учнів.

Висновок.

1. Підсумовуючи слід відмітити, що уміння розв'язувати задачі слід віднести до складного пізнавального вміння. Ступінь оволодіння вмінням розв'язувати задачі визначає якість знань учнів, можливість здійснення самостійної пізнавальної діяльності.

2. Не кількість задач, що розв'язуються, а метод підходу до їхнього розв'язування визначає навчальний ефект. Важливо навчити учнів загальному підходу до розв'язування будь-яких задач.

3. Зазначене вище викликає потребу в пізнавальних задачах та в їх пред'явленні в системі, що, у свою чергу, допомагає вчити мислити, одночасно формуючи об'єктивність, критичність, логічність, гнучкість мислення.

Література:

1. Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості. – К.: Радянська школа, 1989. – 608 с.
2. Костюк Г.С. Навчання і психічний розвиток учнів // Психологічна наука, учитель, учень. – К., 1979. – С. 19–32.
3. Менчинская Н.А. Проблемы учения и умственного развития школьника: Избр. психол. труды / АПН СССР. – М.: Педагогика, 1989. – 219 с.
4. Паламарчук В.Ф. Дидактические основы формирования мышления учащихся в процессе обучения. Дис. … докт.пед.наук: 13.00.01. – К., 1984. – 327 с.
5. Рубинштейн С.Л. Проблемы общей психологии. – М.: Педагогіка, 1973. – 424 с.
6. Скафа О. Задача як форма і засіб формування евристичної діяльності // Рідна школа. – 2003. – № 7. – С. 43–46.
7. Тихомиров О.К., Терехов В.А. Значение и смысл в процессе решения мыслительной задачи // Вопросы психологии. – 1969. – № 4. – С. 66-84.
8. Тюріна В. Пізнавальна перспектива і перспективні задачі: формування самостійності // Рідна школа. – 1997. – №9. – С. 38-40.

ОБ ОДНОМ ПРИЕМЕ РАЗВИТИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ НА ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ

А.М. Петров[1], О.Д. Пташный[2], Т.Б. Кузема[3]
[1] г. Харьков, Харьковский национальный педагогический университет им. Г.С. Сковороды
[2] г. Харьков, Украинская инженерно-педагогическая академия
[3] г. Севастополь, Севастопольский государственный гуманитарный университет
ptashniy@mail.ru

Как известно, мышление представляет собой многокомпонентную целостную систему, основная функция которой заключается в сложном, абстрактном отражении сущности предметов и явлений. Мышление является объектом изучения многих наук (философии, физиологии и т.д.). При этом исследование мышления с точки зрения каждой из наук характерными для них методами связано с выделением в изучаемой проблеме специфических черт. Так, в частности, психологические исследования мышления наряду с другими аспектами рассматривают вопросы, связанные с решением «мыслительных задач», а также вопросы управления мыслительной деятельностью учащихся.

Естественной целью управления является результативность обучения, то есть, вообще говоря, формирование у обучаемого умения действовать адекватно ситуации. Эффективность обучения зависит от многих факторов, в частности, необходимо учитывать не только логику усвоения материала, не только те конкретные действия, которые должны выполняться учащимися в процессе усвоения знаний, но и условия, обеспечивающие формирование этих действий. Создавая затем эти условия, можно, тем самым, строить, конструировать и сами действия. Но такой подход не осуществим без учета закономерностей мыслительного процесса, различным образом протекающего в зависимости, например, от возрастных особенностей учащегося, от уровня его развития, наконец, от содержания усваиваемых знаний.

Задачу называют стандартной для субъекта, если он владеет алгоритмом решения класса задач, к которому относится данная задача. Элементы творчества в этом случае как раз и связаны с идентификацией имеющейся задачи с задачной моделью того или иного класса задач, но не простым перебором вариантов, а с помощью предварительного анализа задачной ситуации, выделения существенных признаков, связей и т.д. Однако, если рассматриваемая задача, относящаяся к достаточно широкому классу задач, является нестандартной для субъекта, то на первый план выдвигается проблема создания алгоритма (если это вообще возможно) решения родовой задачи данного класса (конечно, если нас интересует способ решения массовой задачи, а не только результат решения данной индивидуальной задачи). Но разрешимость данной проблемы зависит от того, владеет ли субъект некими умениями по конструированию алгоритма решения массовой задачи.

Таким образом, на наш взгляд, неявной, но одной из важнейших целей образования должно являться обучение учащихся «общему алгоритму» на основе составления конкретных алгоритмов. При этом совершенно очевидно, что в этих случаях, под алгоритмами, понимается нечто иное, отличное от того, что подразумевается под этим понятием в математике. В литературе часто говорят о предписаниях алгоритмического типа. Н.Н. Ржецкий (1969) описывает подобного рода «алгоритмические структуры» как некоторую последовательность действий, представляющую собой: 1) общий анализ обстановки, уяснение цели (требуемого результата, надежности) и данных (исходных условий); 2) выделение существенного с точки зрения требуемого результата и действия; 3) выделение факторов, определяющих надежность действия и результат; 4) разработка методики действия (составление алгоритма); 5)выполнение действия (применение алгоритма); 6) проверка правильности действия, результативности; 7) анализ действенности алгоритма и его коррекция [3, 97].

Такого рода предписания характеризуются вариативностью условий, многозначностью и вариативностью приемлемого результата, некоторую и притом достаточно высокую степень надежности в достижении каких-то вариативных значений результата (под надежностью действия обычно понимают вероятность достижения необходимого результата действий в заданных условиях).

Весьма важным представляется исследование мыслительных процессов, с помощью которых нестандартная задача может быть сведена к «рутинной». Естественным представляется такой ход решения задачи, поиск которого предусматривает «уменьшение неопределенности» предмета задачи на каждом шаге (Л.Л. Гурова говорит об «ограничении разнообразия» [1, 18]) до тех пор, пока не будет найден алгоритм решения – т.е. пока задача для данного субъекта станет рутинной. В этом случае, как отмечает Ю.Н. Кулюткин, «... тип экспликативных отношений, составляющих содержание действий по определению искомого, известен, ... процесс импликации от данного к новому становится строго детерминированным, а весь поиск в целом приобретает ... стандартизованный характер» [2, 25]. Роль стандартных методов, без сомнения, весьма велика – чем большее число таких методов имеется в арсенале человека, тем субъективно меньше «разнообразия» в тех или иных задачах, с которыми он сталкивается, тем большее число ситуаций классифицируется им как типовые. В стандартных ситуациях поиск практически всегда должен носить стандартный же характер.

С нашей точки зрения важно изучение массовых учебных задач, главная особенность которых, как утверждает Л.Л. Гурова, в том, что при их решении обучаемый ищет и находит общий способ подхода к конкретно-частным задачам определенного класса, которые впоследствии решаются как бы с ходу, сразу правильно [1, 68]. При этом, в отличие от практических задач, главной целью их решения является, с одной стороны – усвоение субъектом именно общего метода решения задач некоторого класса, а с другой – приобретение им известного опыта в конструировании абстрактных (общих) алгоритмов, т.е., иными словами, приобретение навыков выработки определенных стратегий поведения в нестандартной ситуации.

Если говорить о теоретическом мышлении, то одной из важнейших его характеристик является анализ полученного решения задачи, как основа содержательного обобщения.

Предлагая проанализировать некий результат, преподаватель ставит уточняющие вопросы с целью эвристического получения его обобщения. К примеру, направление анализа "школьной формулы" $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ разложения квадратного трехчлена на множители может задаваться вопросом о предполагаемом виде разложения на множители многочлена третьей, четвертой и т.д. степени. Результатом анализа является эвристическое получение общего разложения

$$P_n(x)=a_0(x-\alpha_1)^{k_1}(x-\alpha_2)^{k_2}\ldots(x-\alpha_l)^{k_l}.$$

Если обратить внимание учащихся на то, что $(ax^2+bx+c)\vdots(x-x_1)$, то обобщение приведет к «следствию из теоремы Безу».

Подобные обобщения способствуют постепенному формированию у обучаемых навыков самостоятельной постановки вопросов, задающих направления анализа. Обратимся, например, к определению непрерывности функции в точке:

$$(f(x) \text{ – непрерывна в точке } x_0) \overset{def}{\Leftrightarrow} \left(\lim_{\Delta x\to 0}\Delta f(x_0,\Delta x)=0\right).$$

Тот факт, что в данном случае малому изменению аргумента соответствует малое изменение функции, должен «натолкнуть» обучаемых на мысль о том, что для непрерывной функции может быть поставлена задача о «прогнозировании» ее значений. Т.е. задача о том, как, располагая информацией об изучаемой функции в точке x_0 найти ее значение в близкой к ней точке x. Обдумывание этой задачи с геометрической точки зрения может мотивировать получение уравнения касательной к графику функции, с тем, чтобы при значениях x, близких к x_0 заменить кривую прямой и получить результат

$$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0).$$

Анализ этого равенства с целью обобщения может привести к задаче «приближения» функции $f(x)$ многочленом второй, третьей и т.д. степени и к получению формулы Тейлора.

В условиях значительного сокращения аудиторного учебного времени в высшей школе подобные эвристические обобщения, зачастую, заменяют строгие формальные выкладки (которые студенты могут найти в учебной литературе). Однако это компенсируется тем, что такая методика способствует интеллектуальному развитию студентов, вносит в учебную работу элементы исследования.

Литература:

1. Гурова Л.Л. Психологический анализ решения задач. – Воронеж.: Изд-во Воронежского университета, 1976. – 327 с.

2. Кулюткин Ю.Н. Эвристические методы в структуре решений. – М.: Педагогика, 1970. – 232 с.

3. Ржецкий Н.Н. О содержании понятий “надежность” и “алгоритм” в учебной деятельности // Вопр. психологии. – 1969. – №3. – С. 93-98.

ПРО РОЛЬ НАБЛИЖЕНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ КУЛЬТУРИ УЧНІВ

Л.О. Черних, М.О. Беспалько
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет
laracher@pochta.ru

Для сучасної математичної освіти актуальною залишається проблема формування в учнів обчислювальної культури. Це пов’язано з тим, що випускник школи повинен бути підготовлений до застосування математики в практичній діяльності, при вивченні інших наук, в процесі оволодіння професією. Ускладнення та збільшення різноманітних видів практичної діяльності, виникнення і розвиток наук та виробництва, удосконалення обчислювальних засобів, розвиток відповідних розділів математики тільки доповнюють список обчислювальних задач, роблять обчислення все більш значущими. Разом з широким розповсюдженням числа, з розвитком обчислювальних засобів, які знімають проблему трудомістких обчислень, перетворюючи раніше неможливе і практично нездійсненне в легке і кожному доступне, загострюється проблема грамотного і коректного використання числа.

Уявлення учнів про число і практику обчислень поглиблюються і розширюються знаннями про наближені значення чисел і величин. Одним з перших науковців, які звернули увагу на необхідність дотримання правил наближених обчислень був академік О.М. Крилов. Щоб наближені обчислення ввійшли в шкільний курс математики найбільше зусиль доклав В.М. Брадіс. Вперше в наших школах тему «Наближені обчислення» стали опрацьовувати в 1959 р. Протягом багатьох наступних років на її вивчення в курсі арифметики 6 класу відводилося 11 годин. Згодом її розподілили між кількома класами, неодноразово змінювали її зміст і кількість годин, протягом яких вивчали цю тему [2].

Першочерговим етапом створення методичної системи вивчення наближених обчислень в основній школі є оптимальний вибір структури навчального матеріалу. Для неї найпринциповішим питанням є питання вибору провідного методу наближених обчислень, якому підпорядковуються усі інші ключові питання, а саме: спосіб подання наближених значень чисел і величин, та їх числових характеристик. Шкільна практика вимагає раннього, поступового та систематичного ознайомлення учнів з наближеними обчисленнями. Причиною цього є те, що відповідні відомості не засвоюються учнями у завершеному вигляді, а потребують тривалого шляху розвитку та активної самостійної діяльності.

Вивчення наближених обчислень в школі відбувається в декілька етапів:

1) початкова школа: пропедевтика наближених обчислень;

2) перша половина основної школи: точні та наближені значення величин, джерела їх одержання, округлення чисел;

3) друга половина основної школи: похибки та точність наближення, дії над наближеними значеннями величин;

4) старша школа: застосування наближених обчислень.

Перші два етапи займають стійкі позиції в програмах та підручниках. Третій етап реалізується в останньому розділі алгебри «Елементи прикладної математики» [1]. Четвертий етап не є реалізованим.

За новою програмою математики 12-річної школи [3; 4] наближені обчислення згадуються тільки в 6 та 10 класах, якщо не рахувати правила округлення десяткових дробів у 5 класі. В темі «Звичайні дроби» (6 кл.) пропонується вивчати наближені значення чисел та дії над ними, правила підрахунку цифр. В темі «Тригонометричні функції» (10 кл.) відмічається, що учень повинен обчислювати значення тригонометричних виразів за допомогою тотожних перетворень і обчислювальних засобів із заданою точністю. Нова програма не спрямована на підвищення якості знань учнів про наближені обчислення.

Виховання обчислювальної культури – одне з важливих завдань шкільної математичної освіти, що стає найбільш актуальним в основній і старшій школі. Ми вважаємо, що починати з п'ятого класу основної школи ще не пізно, оскільки початкова школа працює, переважно, з невеликими натуральними числами. Там вимога абсолютної точності на уроках математики відповідає уявленням, сформованим на базі досвіду. Але вже при переході до великих натуральних чисел, а, тим більше, раціональних, повинно проявитися протиріччя, яке сформулював академік О.Д. Олександров словами: «Або абсолютна точність без зв'язку з реальністю, або зв'язок з реальністю без абсолютної точності». Сучасна практика викладання, підручники, методики, посібники ігнорують це протиріччя. Ніхто не стверджує, що в реальності є абсолютна точність, але задачі з практичним змістом розв'язують як ідеальні, тобто абсолютно точні. Тому, якщо в п'ятому класі не почати відповідну роботу, то в учнів сформується неадекватна картина реального світу.

Наближені обчислення мають велике прикладне значення. Як відомо, процес застосування математичних методів до розв'язування практичних задач складається з трьох етапів:

1) побудова математичної моделі;

2) внутрішньомодельне розв'язання;

3) інтерпретація одержаного математичного результату, тобто встановлення його зв'язку з вихідними дачними.

Побудова математичної моделі в цьому процесі часто безпосередньо пов'язана з вимірюваннями. Точність вимірювань суттєво впливає на вибір математичної моделі і визначає вибір алгоритму внутрішньомодельного розв'язання. Не менш важливим є оцінювання точності одержаного результату. Систематична і свідома реалізація всіх етапів математичного моделювання у процесі вивчення в школі наближених обчислень дасть змогу забезпечити мотивацію вивчення й усвідомлення учнями значущості математики.

В різні роки у шкільній практиці була спроба вивчати всі три основні методи наближених обчислень. В традиційному курсі арифметики у 6 класі (за старою нумерацією класів) вивчались правила підрахунку правильних цифр. У курсі алгебри 7 класу вивчався метод меж – метод строгого врахування похибок. У 8 класі була спроба вивчати другий метод строгого врахування похибок – метод врахування границь похибок. Цим методом користуються в лабораторних роботах з фізики, в технічних науках. Зараз стан вивчення наближених обчислень в школі не задовольняє вимоги сучасності і перебуває на низькому рівні [5].

Використання в середній школі мікропроцесорної техніки, зокрема мікрокалькуляторів, висуває нові вимоги до вчителя, який має добре знати можливості нових обчислювальних засобів, а також правила їх використання при розв'язуванні різноманітних навчальних задач. Велика кількість цифр, висвітлюваних на індикаторі мікрокалькулятора, при виконанні розрахунків не знижує актуальності завдання оцінювання точності результатів та їх округлення. Однією з основних причин, що існують стосовно точності тих чи інших розрахунків за формулами, є ступінь точності вихідних даних. Інші причини, що впливають на точність обчислень, – це технічні можливості мікрокалькулятора, насамперед обмеженість його розрядної сітки.

Слід зауважити, що при стихійному проникненні калькуляторів у школу, при відсутності продуманої методики використання мікрокалькуляторів у початковій школі виникає загроза втрати в учнів культури обчислень і втрати «відчуття числа». Проявляється це, перш за все, в тому, що, звільнені від необхідності виконувати обчислення самостійно, учні забувають таблицю множення і таблицю додавання однозначних чисел, припиняють виконувати усно прості обчислення, не вміють швидко робити наближену оцінку величини результату.

Досвід свідчить про те, що учні без особливих труднощів сприймають теоретичні відомості і практичні прийоми наближених обчислень. Однак при подальшому вивченні курсу математики ці знання втрачаються, бо автори шкільних підручників та вчителі математики не достатньо дбають про систематичне розв'язування задач, навіть практичного змісту, з реальними, тобто наближеними даними. Разом з тим потреба в наближених обчисленнях виникає в учнів при подальшому вивченні багатьох шкільних дисциплін. Все це свідчить про необхідність детальної розробки методики вивчення наближених обчислень у курсі математики і забезпечення використання здобутих знань і вмінь під час вивчення суміжних предметів.

Література:

1. Бевз Г.П. Алгебра: Проб. підруч. Для 7–9 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 1996. – 303 с.
2. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – 3-є вид., перероб. і допов. – К.: Вища шк., 1989. – 367 с.
3. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 5–9 класи (12-річна школа) // Математика в школі. – 2006. – №2. – С. 2–15.
4. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 10–12 класи (старша школа) // Математика в школі. – 2006. – №3. – С. 2–11.
5. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.

ПРОБЛЕМА ВИВЧЕННЯ САМОРОЗВИТКУ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ У ПРОЦЕСІ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ

С.М. Соколовська
м. Житомир, Житомирський державний університет імені Івана Франка
ssm7@zu.edu.ua

На сучасному етапі розбудови системи вищої освіти виникає потреба суспільства у педагогах нового типу – освіченої, компетентної, творчої особистості, яка має вміння і навички швидко і оперативно реагувати на зміни в професійному середовищі та вміння самостійно навчатися протягом усього життя. Сутність підготовки фахівця полягає у формуванні у нього системи знань і якостей особистості, необхідних для виконання різних функцій професійної діяльності педагога. Адже професійний розвиток (зокрема саморозвиток) студента – майбутнього вчителя тісно пов'язаний з особистісним розвитком, його неможливо відокремити від його життєвого шляху. У цьому контексті актуальною є проблема створення умов для професійного саморозвитку майбутніх фахівців.

Шляхи модернізації вищої освіти відповідають європейським вимогам щодо приєднання України до Болонського процесу. Але принципи Болонської декларації, зокрема кредитно-модульна система навчання, повинні оптимально поєднуватись з класичною спадщиною минулого, національною культурою та сучасним педагогічним досвідом. Один з принципів кредитно-модульної системи, індивідуалізація і диференціація навчання, дає змогу враховувати індивідуальні особливості та інтереси студентів, створювати максимально сприятливі умови для розвитку їх здібностей і нахилів [1]. Тому сьогодні, як ніколи, викладач повинен навчитися бачити в студентові особистість, розуміти всю складність її структури, враховувати його вікові та індивідуальні особливості, створювати умови для особистісного розвитку та мотивацію для саморозвитку. Саме на особистісний розвиток і направлена сучасна освіта. Реалізація цього передбачає розвиток особистісно-професійних якостей, які визначають внутрішнє розуміння мети і завдань педагогічної діяльності.

Згідно з „Концепцією педагогічної освіти України", педагогічна освіта покликана забезпечити формування вчителя, здатного розвивати особистість учня, зорієнтованого на особистісний та професійний саморозвиток і готового творчо працювати в різних типах сучасних навчальних закладів.

Провідна роль у формуванні особистості майбутнього вчителя належить мотивації його навчальної діяльності, що забезпечує ефективність формування професійної компетентності. Виникає проблема мотивації професійної підготовки і саморозвитку. Мотивація – одне з найважливіших питань сучасної педагогіки і психології. Мотив – це імпульс або намір, який примушує людину діяти певним чином. Система мотивів кожної людини існує за власними законами, які бувають незрозумілі оточуючим і не завжди піддаються зовнішнім впливам. Мотивації виникають, розвиваються і зникають, подібно до того, як відбувається це в природі зі стихійними силами [2]. Професійний обов'язок вчителя – використати їх і при цьому не заподіяти шкоди жодній особистості. Психологи вважають, що при аналізі мотивацій слід зосереджуватись на факторах, які спонукають до дій. Ці фактори включають в себе потреби, мотиви і спонуки. Але жодна найдосконаліша зовнішня система мотивів, потреб не досягне поставленої мети, якщо не знайде у самої особистості підтримки, перетворюючись із зовнішніх умов у внутрішні фактори її саморозвитку.

Категорія „саморозвиток" на даний момент є одним з ключових понять у філософії, соціології, психології та у такій галузі знання, як синергетика. Аналіз досліджень М. Бахтіна, М. Бубера, Г. Гегеля, К. Роджерса, П. Щедровицького, В. Франкла дозволяє виокремити ряд суттєвих ознак цього феномену. Саморозвиток – внутрішній процес, визначений спосіб реагування людини на вплив середовища, усвідомлене вдосконалення себе самою людиною.

У дослідженнях М. Боритка, Б. Вульфова, О. Газмана, В. Іванова, М. Сергєєва визначається, що саморозвиток майбутніх викладачів – обов'язкова складова сучасної освіти, показник суб'єктності вчителя на всіх етапах його неперервної педагогічної освіти.

Аналіз досліджень К. Абульханової-Славської, О. Єрмолаєвої дає підстави для висновку, що суттєвою характеристикою саморозвитку є свідома якісна самозміна самого себе, яка є головним внутрішнім механізмом індивідуально-особистісного розвитку. Якісним показником процесу становлення суб'єктності людини є її цілеспрямований саморозвиток.

В енциклопедичних словниках є різні тлумачення поняття „саморозвиток"; в одних випадках воно ототожнюється із внутрішньою довільною зміною системи, що визначається її протиріччям; в інших – саморозвиток трактується як саморух, що супроводжується переходом на більш високий ступінь організації, оскільки ці поняття рівнозначно відображають загальні причини розвитку. Проте поняття "саморозвиток" і "саморух" не повністю збігаються. Відмінність між ними та сама, що й між поняттями рух і розвиток [3].

Порівняння визначень поняття „саморозвиток" дозволяє дійти висновку, що саморозвиток – це внутрішній процес самозміни системи внаслідок дії власних протиріч, вищий рівень саморуху. При цьому система, що розвивається, має бути відкритою, оскільки внутрішні ресурси не можуть довго забезпечувати її існування.

Ключовими словами цього поняття є: внутрішній процес; процес самозміни; якісна само зміна самого себе; внутрішній механізм розвитку; процес цілеспрямованих змін. Аналіз філософських, психолого-педагогічних досліджень дозволяє визначити, що саморозвиток особистості студента – це вмотивована, свідома діяльність, спрямована на професійно-педагогічне становлення.

Оскільки в межах традиційного навчання активізація навчання студентів практично неможлива, то збільшення питомої ваги їх самостійних зусиль тісно пов'язується зі зміною технологій навчання. Актуальною є проблема особистісного зростання майбутнього вчителя як основи його самостійності в оволодінні змістом освіти; стимулювання розвитку та саморозвитку студента.

Останнім часом у ряді університетів та технічних вузів намітилась тенденція розробки нових технологій навчання, в основу яких покладено модульний принцип його організації (А. Алексюк, І. Прокопенко, В. Панченко, Ю. Устинюк, А. Фурман, П. Юцявічене та ін.). Автори стверджують, спираючись на результати експериментального навчання, що за умов модульної організації навчального процесу підвищується ефективність навчання студентів. Остання зумовлена, насамперед, тим, що студенти стають активними суб'єктами навчальної діяльності. Варто зазначити, що сучасний етап розвитку педагогіки вищої школи характеризується пошуком нових шляхів реалізації потенціалу творчого співробітництва викладачів та студентів. Одним з них є розширення академічної самостійності студентів, яка базується не стільки на засвоєнні підготовленої викладачем інформації, скільки на самостійному пошукові знань. Вдосконалення педагогічного процесу, самоосвіта та саморозвиток особистості можливі за умов її вміння творчо вирішувати проблеми, здатності змінювати усталені догми уніфікованого навчання, пропонуючи натомість демократизм вищої освіти, право на вільне особистісне волевиявлення кожного.

Аналіз педагогічної практики переконує, що успадковане інформаційно-догматичне навчання, яке ще не повністю викоренене, загострює суперечності між вимогами, що постають перед спеціалістами у сучасних умовах, та рівнем їх готовності до професійної діяльності.

Під час модульного навчання оптимізується розвивальний вплив засвоєних знань. Чим більший обсяг навчального матеріалу, тим сприятливіші умови для постановки проблемної задачі, використання елементів проблемного викладу, дослідницьких методів.

Кредитно-модульна система організації навчального процесу підготовки фахівців відкриває нові можливості у системі вищої школи. Вона сприяє створенню умов для самореалізації особистості, задовольняє потреби держави у кваліфікованих педагогах.

Домінуючою метою професійної підготовки студентів в умовах вищого навчального педагогічного закладу повинно бути формування готовності майбутнього вчителя до педагогічної творчості, яка зумовить професійний і особистісний саморозвиток педагога і всебічний розвиток творчих можливостей студентів. Відмінною особливістю професійного саморозвитку є його спрямованість, “яка задається не лише існуючою у професійній підготовці системою вимог, але й через прогнозування ним тих вимог, які можуть бути пред’явлені майбутньою професією” [4].

Особливості впровадження кредитно-модульної системи вимагають від студента самостійно обирати навчальні дисципліни в структурно-логічній послідовності і давати зобов’язання вчасно їх засвоювати. Тому виникає протиріччя між необхідністю самостійного вибору і невмінням студентів самостійно перебудувати засоби навчально-пізнавальної діяльності відповідно до нових умов навчання. Це викликає у них почуття розгубленості, незадоволення та веде до негативного ставлення до навчання в цілому, та інші.

В рамках досліджуваної проблеми було проведено анкетування студентів І курсу фізико-математичного факультету Житомирського державного університету імені Івана Франка. Метою анкетування було визначити розуміння студентами сутності поняття “саморозвиток”, відмінності понять “саморозвиток” і “самовдосконалення”; визначити самооцінку студентів процесу саморозвитку, також уточнити фактори, які впливають на цей процес. Було запропоновано три визначення поняття “саморозвиток”, 59% студентів означають дане поняття як розвиток, який здійснюється без стороннього втручання, в результаті чого відбувається самовдосконалення; в той же час на питання “чи відрізняються поняття саморозвиток і самовдосконалення” 79% сказали “так”. Студенти самі собі протирічать. Це говорить про те, що студенти не розуміють змістової сторони даного процесу. 36% респондентів саморозвиток розуміють як “…процес подолання суперечностей, проектування власної особистості у відповідності із своїми потребами та вимогами суспільства”, і лише 5% “ … як внутрішній процес самозміни системи внаслідок дії внутрішніх протиріч…” Це свідчить, що проблема саморозвитку особистості залишається неусвідомленою першокурсниками і не зрозумілою для них. На питання “Чи здійснюєте Ви саморозвиток?” 89% майбутніх вчителів відповіли позитивно, але більшість з них не розуміють складових процесу саморозвитку та методів впливу на цей процес. Ефективність саморозвитку особистості залежить від самопізнання, від розуміння того, якою є особистість і якою прагне стати.

Особливого значення ця проблема набуває в контексті особистісного і професійного самовизначення студентів. Нова суспільна ситуація не створює таких нормативних засад для самовизначення, вона вимагає послідовної внутрішньої роботи, оцінки та прогнозування великої кількості змінних.

Потреба особистості в реалізації себе в суспільстві, яке динамічно, але не завжди послідовно і рівномірно змінюється, виступає в наш час як основна проблема педагогіки, психології та всього комплексу суспільних дисциплін.

Література

1. Шубін О. Адаптація університету до Болонського процесу // Вища школа. – 2005. – №6. – С.13.

2. Сидоренко Е. В. Мотивационный тренинг. – СПб.: Речь, 2000. – С. 171.

3. Філософський словник/ За ред. В.І. Шинкарука. – 2 вид., перероб. і доп. – К.: Голов. ред. УРЕ, 1986. – 800с.

4. Пехота Е. Н. Индивидуализация профессионально-педагогической подготовки учителя: Монография. – Под. общ. ред. И. А. Зязюна. – К.: Вища школа, 1997. – С. 176.

НАВЧАННЯ САМОСТІЙНОМУ ПОШУКУ РОЗВ'ЯЗАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ – ВАЖЛИВА СКЛАДОВА НА ШЛЯХУ РОЗВИТКУ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ УЧНЯ

Н.В. Богатинська[α], Л.О. Черних[β]
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет
[α] djina@ctvnet.dp.ua
[β] laracher@pochta.ru

Не буде великим перебільшенням твердження про те, що вся діяльність людини, суспільства складається із щоденного розв'язування великої кількості задач у всій різноманітності їх змісту, ролі, способів розв'язання. Більшість з них розв'язується людиною у процесі цілеспрямованої і планомірної діяльності; деякі з цих задач виникають раптово і вимагають від людини самостійного прийняття рішення у незапланованому порядку незалежно від готовності і умінь розв'язати їх вірно.

Математична освіта спряжена з подоланням труднощів, її пронизує напруження фізичних і духовних сил – один з істотних елементів пізнання. У ньому учнями оцінюється краса самого пошуку вірного розв'язання, радісне почуття, пов'язане з ним. Необхідно уміти мислити, уявляти, самостійно знаходити незвичайне у звичайному.

Шкільна математика уявляє собою навчальну дисципліну, при вивченні якої учень може відчути радість від маленького відкриття, несподіваного чи парадоксального розв'язання задачі. Це явище математиці властиве більше, ніж іншим шкільним предметам. У творі одного з учнів Криворізького Центрально-Міського ліцею є такі рядки: «Я люблю математику, бачу стрункість її формул, гармонію математичних законів. Коли бачу розумне, оригінальне розв'язання задачі – своє або чуже, – завжди про себе або у голос говорю: «Красиво!». Для мене оволодіння математичними поняттями – це радість і страждання. Іноді нічого не розумієш, нічого не можеш розв'язати, – тоді на душі важко. На щастя, так буває не завжди. Іноді радість приходе. Перебереш на аркуші паперу або в голові декілька варіантів розв'язання задачі – зрештою знайдеш потрібний, найкращий варіант. Це і є радість». Почуття радості і задоволення від творчої праці прекрасні самі по собі, вони мають сильний вплив на особистість учня.

Про особливе значення математики у розвитку учнів зазначав ще у XVIII ст. М.В. Ломоносов: «Математику вже для того слід вивчати, бо вона розум до ладу приводить».

Математика сама по собі розум школяра не впорядковує. Все залежить від організації навчання, способу викладання. Дійсно, можна так викладати математику, що навіть при оптимальному відборі змісту, голови дітей заповнюються великою кількістю нудних формул, довгих обчислень і перетворень без відповідного розуміння їх мети і призначення. Внаслідок цього одержуються носії ізольованих даних, у кращому випадку знань, без адекватного розумового розвитку. Звичайну задачу можна зробити творчою, якщо створити в класі атмосферу пошуку, розмірковувань, коли учні розпочинають самостійно шукати і знаходити декілька способів розв'язання однієї й тієї ж самої задачі, знаходять нестандартні шляхи розв'язування традиційних задач. Все це важливі складові на шляху розвитку здібностей і духу творчого пізнання. Одного разу учням 5 класу вчителька запропонувала накреслити прямокутник розмірами 1×10 клітинок і заштрихувати одну десяту його частину. Майже ніхто з учнів не наважився заштрихувати клітинку усередині прямокутника; штрихували одну з крайніх клітинок. Іншого разу їм було запропоновано відмітити дві точки і сполучити їх лінією. Знову більшість учнів приклали лінійку до даних точок і сполучили їх відрізком. І навіть після того, як на дошці була зображена хитромудра крива, яка сполучала ці точки, деякі учні були здивовані: «Хіба так можна креслити у зошиті?». Ці приклади говорять про те, що вже у молодших класах ми привчаємо дітей до стереотипності мислення, сковуємо їх ініціативу, а потім вони вже самі для себе створюють у кожному конкретному випадку обмеження, які не дають багатьом з них побачити нешаблонні міркування під час аналізу і розв'язання задач. Неминучий висновок: головне завдання навчання математики – вчити міркувати мислити. І жоден шкільний предмет не може конкурувати з можливостями математики у розвитку творчої особистості.

Ефективним засобом розвитку творчої особистості є шкільні математичні задачі. Саме при розв'язуванні задач створюються умови для активного застосування математичних знань, формуються такі якості особистості, як звичка до систематичної праці, відповідальне ставлення до справи, прагнення до пізнання і постійного удосконалення навичок, потреба в контролі і самоконтролі, здатність працювати самостійно і творчо. Учнів захоплює сам процес пошуку способу розв'язання задачі, знаходження оригінальних, лаконічних, красивих розв'язань. Розв'язування математичних задач, як правило, передбачає пошук особливих міркувань, які приводять до поставленої мети і тим самим стає – нехай досить скромним, – творчим актом. Саме цей творчий, дослідницький характер математичних задач більше, ніж будь-що інше, притягує молоді сили інтелекту учня, який поступово розвивається і міцніє.

Навчають учнів розв'язувати задачі, формують навички дослідницької роботи уроки, на яких учень є активним учасником пошуку способу розв'язання, зазнає при цьому і радість відкриття, і прикрість поразки. Першовідкривачем математичних істин може бути і вчений-математик, який досліджує проблему, ніким ще не розв'язану, і звичайний учень, який розв'язує шкільну задачу, тисячу разів розв'язану іншими, і вперше розв'язану ним самостійно. Чим складніше задача, чим більше вона вимагає розумових зусиль, зусиль волі, пам'яті, тим більше учень зазнає радості і задоволення самим собою, розв'язавши її.

Розв'язування задач – творчий процес, який не завжди можна алгоритмізувати. Як показують спостереження, найважливішу роль при цьому відіграють практика, навички. Щоб навчитись розв'язувати задачі, треба їх розв'язувати. Але неправильно було б думати, що все залежить тільки від кількості розв'язаних задач. Багато важить і система пропонованих учням задач, і ті зауваження, якими супроводжує їх учитель, і загальні поради щодо пошуків розв'язань, складання планів оформлення розв'язань і таке інше.

Одним із найважливіших етапів розв'язування задачі є пошук способу розв'язання. Для багатьох задач в математиці розроблені послідовності загальних положень, які утворюють відомі загальні правила, алгоритми розв'язання задач певного типу. У цьому випадку мова йде про стандартні задачі.

Як навчитись розв'язувати стандартні задачі? По-перше, розпізнати тип задачі; по-друге, згадати загальне правило, алгоритм розв'язання; по-третє, розв'язати достатню кількість подібних задач, які забезпечують закріплення, засвоєння алгоритму і вироблення навичок його застосування.

Значно важчим є розв'язування нестандартних задач, для яких у математиці немає готових правил, алгоритмів розв'язання.

Більшість методистів, висвітлюючи питання методики навчання учнів розв'язувати математичні задачі, головний наголос роблять на загальних рекомендаціях щодо пошуку способу їх розв'язання. Одна з найважливіших рекомендацій: не розпочинати розв'язування задачі до тих пір, доки не переконаєтесь, що текст задачі вивчений повністю і ясно зрозумілий, усвідомлені всі дані і шукані величини, усвідомлений характер функціональної залежності між ними.

Будь-яку задачу коротко можна записати так:

$$A \Rightarrow X,$$

де A – умова задачі, X – її вимога.

Пошук способу розв'язання задачі можна здійснювати за допомогою синтетичних і аналітичних міркувань.

При синтетичних міркуваннях хід думок відбувається від умови задачі до її вимоги. Логічною основою таких міркувань є аксіома: з істинного твердження випливає й істинний логічний наслідок. Знаючи умову A, можна підібрати послідовність тверджень A_1, A_2,…A_n, X, які безпосередньо випливають з A. Схематично такі міркування можна представити так:

$$A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow A_n \Rightarrow X$$

Синтетичні міркування прості з логічної точки зору, тому і більшість задач шкільної математики розв'язується за допомогою таких міркувань.

Проте синтетичні міркування не позбавлені недоліків: важко здогадатися, в якому напрямку необхідно спрямувати хід думок, щоб прийти до вимоги задачі. Тому у процесі розв'язування більшості нестандартних задач схема синтетичних міркувань має дещо інший вигляд:

$$A \Rightarrow \begin{array}{l} \nearrow \; \Rightarrow A_1^{(1)} \Rightarrow A_2^{(1)} \Rightarrow A_3^{(1)} \ldots \\ \nearrow \; \Rightarrow A_1^{(2)} \Rightarrow A_2^{(2)} \Rightarrow A_3^{(2)} \ldots \\ \searrow \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \searrow \; \Rightarrow A_1^{(n)} \Rightarrow A_2^{(n)} \Rightarrow A_3^{(n)} \ldots \Rightarrow X \end{array}$$

Отже, якщо учень розв'язує невідому йому задачу, то хід думок при синтетичних міркуваннях, як правило, відбувається стихійно, а саме: з умови виводяться всі можливі наслідки, деякі з яких, можливо, виявляться зайвими. При цьому немає гарантії, що така послідовність міркувань призведе до бажаного результату. Тільки на n-ому випробуванні учень зможе натрапити на потрібну послідовність міркувань. Якщо ж цього не відбудеться, то задача залишиться не розв'язаною.

На відміну від синтетичних міркувань, більш досконалими є аналітичні міркування. За допомогою аналітичних міркувань особливо зручно розв'язувати задачі на доведення.

Аналітичні міркування виступають у двох основних формах:

– у формі низхідного аналізу (аналіз Евкліда);

– у формі висхідного аналізу (аналіз Паппа).

Розглянемо детальніше основні форми аналітичних міркувань.

При низхідному аналізі міркування розпочинають так: припускають, що доводжуване твердження X є істинним і на основі виведених звідси наслідків дістають відоме істинне твердження. Схема міркувань при цьому має наступний вигляд:

$$X \Rightarrow A_n \Rightarrow \ldots \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_1 \Rightarrow A$$

Такі міркування не можна вважати строгими доведеннями. Припустивши істинність доводжуваного твердження і одержавши вірний наслідок, висновок про те, що припущення є вірним, є безпідставним. Це означає, що міркування за допомогою аналізу Евкліда не мають доказової сили. Тому спадає на думку питання: «Яка користь від таких міркувань?». Відповідь на це питання є зрозумілою. Напрямок міркувань при аналізі Евкліда протилежний напрямку синтетичних міркувань. Тому аналіз Евкліда зручно використовувати при пошуку способу розв'язання нестандартних задач. Якщо напрямок думок знайдено, подальші доведення здійснюють за допомогою синтетичних міркувань. Такий процес розв'язування задач можна представити у вигляді наступної схеми:

(міркування при аналізі Евкліда)

$$X \Rightarrow A_n \Rightarrow \ldots \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_1 \Rightarrow A$$

$$A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow A_n \Rightarrow X$$

(синтетичні міркування)

У такому випадку говорять, що задачу розв'язано аналітико-синтетичним методом.

При висхідному аналізі (аналізі Паппа) міркування здійснюють наступним чином. Для доведення істинності твердження X підбирають таке твердження A_n, з якого безпосередньо випливає X. Якщо A_n є істинним, то істинним є й доводжуване твердження X. Аналогічно для доведення істинності твердження A_n підбирають таке твердження A_{n-1}, з якого безпосередньо випливає A_n. Ці міркування проводять до тих пір, доки не знайдуть твердження A_1, яке випливає з умови задачі A. Схема таких міркувань має наступний вигляд:

$$X <= A_n <=\ldots<= A_2 <= A_1 <= A$$

Висхідний аналіз має доказову силу і є методом доведення математичних тверджень.

Розв'язування математичних задач здійснюється на основі і за допомогою пізнавально-мисленнєвих операцій (аналіз, синтез, аналогія, порівняння, узагальнення, систематизація, конкретизація, спеціалізація), загальних навчальних дій (підведення під поняття, виведення наслідку, дії по актуалізації та вибору знань, необхідних для розв'язання кожної конкретної задачі тощо).

Процес розв'язування математичних задач сприяє формуванню особливого стилю мислення, а саме: дотримуванню формально-логічної схеми міркувань; лаконічному вираженню думок, чіткому їх розчленуванню; точності символіки; потребі обґрунтувань.

Отже, розв'язування багатьох задач вимагає здатності до активної творчої діяльності, знаходити в кожній конкретній ситуації найбільш оптимальне розв'язання. Тому є не дивним те велике значення, яке сучасна наука надає вивченню процесу людської діяльності як у сфері виробництва, так і у навчанні.

Література:

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики. – К.: Вища школа, 1997. – 367 с.
2. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.
3. Ильин Е.Н. Путь к ученику. – М.: Просвещение, 1968. – 222 с.
4. Осинская В.Н. Формирование умственной культури учащихся в процес се обучеия математике. – К.: Рад. шк., 1989. – 192 с.
5. Осинская В.Н. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9-10 классах. – К.: Рад. шк., 1980. – 143 с.
6. Семушин А.Д., Кретинин О.С., Семенов Е.Е. Активизация мыслительной деятельности учащихся при изучении математики. – М.: Просвещение, 1988. – 60 с.

ОДИН З АСПЕКТІВ УПРАВЛІННЯ В ОСВІТІ. ПРОБЛЕМА ОРГАНІЗАЦІЇ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ РОБОТИ УЧНІВ З МАТЕМАТИКИ У НАВЧАЛЬНОМУ ЗАКЛАДІ

Л.Г. Чашечнікова, О.С. Чашечникова, Ю.М. Ганцева, О.М. Нестеренко
м. Суми, Сумський державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка

Дискусії в пресі підтверджують зацікавленість та занепокоєння станом якості сучасної вітчизняної математичної освіти з боку вчених, вчителів та викладачів математики, які працюють у навчальних закладах різного типу. Прагнення поступово наблизитися до міжнародних норм і стандартів в освіті пов'язано з посиленням уваги до організації самостійної діяльності школярів та студентів. Один з аспектів цієї проблеми – організація дослідницької діяльності учнів з математики, виникає питання про вдосконалення керівництва нею. Не остання роль у вирішенні цього питання відводиться адміністрації шкіл. Які саме функції шкільної адміністрації в організації дослідницької діяльності учнів ми бачимо?

Перш за все, – *діагностуюча функція*. У ході підготовки до проведення цієї роботи значна увага має бути приділена підбору педагогічних кадрів. Важливим (але, як свідчить аналіз практики, часто нереалізованим) кроком є застосування відповідної професіограми, за якою визначається *професійна придатність*, під якою розуміють сукупність якостей, що визначає успішність формування придатності до конкретної діяльності і сукупності сформованих професійних знань, навичок, вмінь, психологічних, фізіологічних та інших якостей і властивостей, що забезпечують ефективність виконання професійних завдань. Ключовими мають бути висновки психолога щодо здатності конкретного вчителя до ефективної організації дослідницької діяльності учнів.

Через те, що здійснення попереднього кроку залежить значною мірою від наявності у навчальному закладі фахівців щодо питань профвідбіру саме на науковій основі, зупинимося на деяких менш складно діагностованих знаннях та вміннях, якими має володіти вчитель математики для того, щоб ефективно організовувати дослідницьку діяльність учнів.

Одна з умов продуктивності дослідницької діяльності учнів – *цілеспрямоване керівництво нею вчителем математики, який є зацікавленою творчою особистістю*.

Спираючись на результати попереднього дослідження [1], ми розглядаємо педагогічні здібності як здібності до розв'язування педагогічних завдань (проблем). Серед їх компонентів нами виділені наступні [2]: здатність до постанови мети (цілепостановча ЦЗ); здатність до розробки стратегії та тактики вирішення завдання (СЗ та ТЗ відповідно); здатність оцінити результати діяльності (ОЗ); здатність до інтелектуального самозбагачення (ІСЗ) (рівень розвитку ІСЗ визначає, наскільки дієвими стають нові набуті знання і вміння); інтелектуальна компетентність (ІнК). Проілюструємо прояв вищевказаних здібностей.

В процесі виконання творчих математичних завдань (детально див. [1]):

ЦЗ Здатність виявити і сформулювати проблему математичною мовою.

ТЗ Здатність аналізувати проблему, прогнозувати, передбачати кінцевий результат, сукупність засобів і прийомів досягнення мети.

СЗ Здатність: до пошуку шляхів розв'язання, до підбору найбільш корисної в конкретному випадку інформації, до вияву явних і неявних зв'язків; до самокерівництва власною діяльністю; оперативність мислення.

ОЗ Здатність: до знаходження і критичної оцінки всіх можливих варіантів, що містяться в умові, способів розв'язування і обґрунтованого вибору з них найбільш раціонального.

В творчому педагогічному процесі (більш детально див. [2]):

ЦЗ Здатність: виявити та сформулювати педагогічну проблему на основі діагностики рівнів розвитку та навченості учнів; чітко ставити дидактичні, розвиваючі, виховні цілі.

ТЗ Здатність: проаналізувати сформульовану проблему, прогнозувати, сукупність засобів і прийомів досягнення наміченої мети.

СЗ Здатність: до пошуку шляхів вирішення проблеми, підбору ефективних методів, прийомів, засобів навчання; добору конкретного навчального матеріалу; до керівництва діяльністю; оперативність мислення.

ОЗ Здатність: до знаходження, критичної оцінки всіх можливих варіантів, способів вирішення педагогічної проблеми, до обґрунтованого вибору з них найбільш ефективного, відповідного віковим та індивідуальним особливостям учнів; до створення системи оперативного двостороннього зв'язку у системі "вчитель ↔учень", до оцінки та своєчасної корекції процесу і результатів діяльності учнів та до самооцінки і самокорекції.

Вчитель математики, спроможний доцільно організовувати дослідницьку діяльність учнів, чітко бачити мету діяльності та відповідно до неї підбирати методи та прийоми розвитку творчої особистості школярів конкретного віку; спрямовувати їхню самостійну пошукову діяльність. Підкреслимо необхідність спроможності попереднього обмірковування й побудови «звичайних» уроків, на яких відбувається здобування учнями опорних знань, без наявності яких творча діяльність з математики є неможливою. Необхідно продумати рівень, на якому будуть вивчатися питання певної теми (це стосується як теоретичних питань, так і методів розв'язування завдань, з якими доцільно ознайомити учнів; на якому рівні буде відбуватися систематизація знань, їх контроль). Оптимальними мають бути засоби формування творчої активності учнів у процесі вивчення конкретної теми.

Вчитель – керівник і організатор учнівської дослідницької діяльності, – допомагає учням здобути прийоми самоосвітньої творчої роботи, навички ефективного вирішення проблем, які будуть у подальшому виникати в ході їх майбутньої професійної діяльності. Звичайно, що організація дослідницької діяльності учнів потребує від вчителя постійної роботи по самовдосконаленню, що, в свою чергу, вимагає як великої витрати часу вчителя, так і певних матеріальних витрат (на придбання необхідної літератури, можливі відвідування семінарів, участі у конференціях та інше).

Необхідною є матеріальна підтримка вчителя, що творчо працює, гідна його праці заробітна платня, яка, перш за все, дозволить зменшити увагу вчителя до різноманітних «приробітків», належна моральна підтримка зацікавлених у творчій діяльності вчителів, які здатні пробудити та підтримувати зацікавленість учнів у дослідницькій діяльності. Сприяння творчій роботі вчителя робить й результати його праці більш помітними. Це один з аспектів функцій *планування* та *сприяння.* Інші аспекти полягають в тому, що адміністрація має заздалегідь планувати та здійснювати систему вдосконалення вчителів, яку необхідно розглядати ширше, ніж проходження традиційних так званих «курсів». Таку систему доцільно доповнити сприянням (зокрема, – матеріального плану) участі вчителів в роботі конференцій, семінарів, круглів столів не тільки регіонального рівня.

Організаційна функція адміністрації полягає у домовленості щодо організації консультацій з боку науковців, викладачів вищих навчальних закладів; з бібліотеками міста про допомогу вчителям та учням у пошуку джерел інформації, забезпеченням літературою з теми дослідження; щодо надання можливості роботи учасників дослідницької діяльності в комп'ютерній мережі.

Контролююча та *оцінююча* функції взаємопов'язані. Контроль та оцінка мають бути комплексними (як з точки зору оцінки роботи учнів, так і вчителя) та повинні носити коригуючий та стимулюючий характер.

Важливою є *інформаційна функція* в управлінні дослідницькою діяльністю учнів з математики. Її сутність – довести інформацію про результати діяльності певної «дослідницької групи» учнів, її ефективність до відома не тільки всіх учнів навчального закладу, педагогічного колективу, але й ознайомити з ними представників інших навчальних закладів міста, регіона та ін. Відмітимо: ця функція пов'язана з попередніми: відбувається деякий багатобічний взаємозбагачуючий зв'язок, спрямований на стимулювання, обмін досвідом роботи, вдосконалення всієї системи організації дослідницької діяльності учнів з математики.

Література:

1. Чашечникова О.С. Розвиток математичних здібностей учнів основної школи. – Дис. … к.пед.н. – К., 1997. – 208 с.

2. Чашечникова О.С. Проблема взаємопов'язаності процесів формування і розвитку творчих здібностей старшокласників та майбутніх вчителів математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжн. зб. наук. робіт. – Вип. 18. – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2002. – С. 19-33.

ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ РОБОТИ ШКОЛЯРІВ З ПІДРУЧНИКОМ МАТЕМАТИКИ

Т.І. Дейніченко
м. Харків, Харківський національний педагогічний університет
імені Г.С. Сковороди
deynichenko-education@ukr.net

В епоху інформатизації суспільства, коли потік інформації непомірно зростає, важливого значення набуває спроможність кожної людини до самонавчання, навички якого повинні формуватися ще зі шкільної лави. Вірно орієнтуватися в потоці інформації, навчитися вибирати головне, швидко опановувати сутність проблеми, розглядаючи її в тісному взаємозв'язку з іншими явищами та процесами оточуючого середовища, допомагає оволодіння прийомами раціональної роботи з друкованим текстом. Дитина, яка навчиться в школі працювати з підручником, не буде почувати себе безпорадною, коли в майбутньому виникне проблема займатися самонавчанням.

Але, як свідчить вивчення масової практики, питанню формування вмінь роботи з підручником приділяється недостатньо уваги. У часткових методиках викладання математики, в удосконалених програмах середньої школи, як правило, перелічуються вміння практичного характеру, якими повинен оволодіти кожний учень, і менше уваги приділяється формуванню загальнонавчальних умінь, які допомагають учням самостійно поповнювати і поглиблювати знання. На основі аналізу досвіду роботи вчителів-практиків, дидактів, методистів ми дійшли висновку, що поняття "вміння працювати з книгою (підручником)" ними частіше визначається неповно і використовується в якості аксіоматичного.

З метою з'ясування причин утруднень, які виникають у школярів у самостійній роботі з текстом підручника, уточнення прийомів їхньої роботи під час опрацювання навчального тексту, було проведено опитування учнів (всього 138 чол.). На основі обробки результатів анкети з'ясовано, що завжди читають підручник під час виконання домашнього завдання з математики лише 34,8% учнів 7–8 класів.

Серед причин, чому школярі читають підручник інколи, або зовсім не читають (65,2%) були названі такі:

а) маю достатньо знань, отриманих на уроці (23,2%);

б) читаю, якщо цього вимагає завдання вчителя (21,7%);

в) підручник написаний незрозуміло (11,6%);

г) використовую іншу літературу, або конспект, складений на уроці (8,7%).

Аналіз відповідей учнів про прийоми роботи з текстом показав, що

– читають, не роблячи ніяких нотаток ні в тексті, ні на аркуші паперу 37,7% учнів;

– роблять позначки або нотатки 62,3% учнів.

У науково-педагогічній, психологічній та методичній літературі автори (В. Буряк, Л. Доблаєв, А. Жохов, Л. Концева, І. Лернер, А. Ліпкіна, М. Матюхіна, І. Нікольська, К. Патріна, М. Підручна, З. Раманаускас, І. Сафір, А. Смірнов, Г. Янченко та інші) виділяють велику кількість прийомів роботи з текстом, серед яких, на нашу думку, головними виявляються: читання-пошук і відокремлення суттєвого; читання-пошук відповідей на запитання; складання плану прочитаного; самоперевірка засвоєння прочитаного; переказ прочитаного (переклад на “власну” мову); складання конспектів, тез; перекомпонування і сортування матеріалу; складання схем, графіків, діаграм, малюнків тощо; формулювання запитань і відповідей до окремих частин тексту; наведення власних прикладів тощо. Усі ці прийоми спрямовані на структурування тексту та змісту матеріалу, здійснення мислительних операцій аналізу, синтезу, узагальнення тощо та фіксацію отриманого знання.

Під структуруванням навчального матеріалу розуміють процес виявлення його елементів (значущих частин) і встановлення суттєвих зв’язків між ними, тобто створення структурно-функціональної моделі, що відповідає цілям вивчення конкретного матеріалу. Побудова такої моделі тексту і змісту матеріалу дозволяє розглядати один і той же матеріал з різних боків, складати план тексту, виділяти в ньому головне, ставити і відповідати на запитання до різних його частин, фіксувати основні його положення, опановувати техніку роботи з текстом. Невміння працювати з текстом є однією з причин слабкого засвоєння навчального матеріалу, фрагментарного уявлення, заучування непов’язаних між собою фактів, тверджень, понять [3, 76].

Одержані нами експериментальні дані [2] свідчать про те, що значна кількість учнів не володіє вмінням структурування тексту і змісту навчального матеріалу. Так, майже у 40% учнів робота з підручником полягає у використанні низки прийомів, що приводить врешті-решт до запам’ятовування тексту, а саме:

- читають параграф підручника і запам’ятовують, переказуючи прочитане напам’ять;
- читають, запам’ятовують текст, переказують прочитане, зазираючи у підручник;
- заучують напам’ять правила, визначення, теореми.

Тільки 24,6% від загальної кількості учнів (в основному діти з високим рівнем розумового розвитку) проводять у неповному обсязі структурування та фіксацію матеріалу, а саме:

- подумки поділяють прочитане на частини, виділяючи головну думку кожної частини тексту (складають план) і запам’ятовують (10,2%);
- відокремлюють зрозуміле від незрозумілого, намагаючись розібратися в ньому (8,7%);
- зіставляють новий матеріал з наявними знаннями, наводять свої

приклади (5,8%).

Аналіз відповідей учнів, які працюють із текстом підручника "з олівцем і ручкою" показав, що в основному їхня техніка роботи зводиться до різних позначок у тексті і нотаток на окремому аркуші паперу.

Учні, які працюють із текстом підручника і роблять у ньому позначки олівцем (29,0% від загальної кількості), найчастіше використовують такі прийоми роботи:

- поділяють за допомогою олівця текст на частини (14 осіб);
- підкреслюють у тексті головне, читають і запам'ятовують тільки те, що підкреслено (16 учнів);
- підкресливши головне, читають увесь параграф знову (10 осіб).

Серед відповідей учнів, які працюючи з текстом підручника, роблять нотатки на аркуші паперу (33,3% від 138 осіб), найчастіше зустрічаються такі:

- помічають для себе на аркуші паперу окремі думки (23,1%);
- пишуть тези (17,3%);
- складають письмовий план прочитаного (25%);
- пишуть конспект (19,2%);
- роблять схеми або складають таблиці на базі прочитаного (15,4%), (при цьому кожен учень міг давати кілька відповідей; всього отримано 52 відповіді).

Із відповідей учнів можна побачити, що лише 14,5% учнів завжди відповідають на контрольні запитання до тексту параграфа, решта учнів працює з контрольними запитаннями у випадку, коли одержали відповідне завдання від учителя.

У процесі роботи над запитаннями учні використовують такі прийоми:

- знов перечитують параграф і відшукують відповідь на запитання (27,5%);
- визначають, до якої частини параграфа відноситься запитання і перечитують її (59,4%);
- подумки переформульовують запитання у вигляді "що дано і що треба довести" і відповідають на нього (13%).

Таким чином, для більшості учнів основним прийомом роботи є пошук прямої відповіді на контрольне запитання в тексті параграфа.

Отже, результати анкетування, педагогічні спостереження показали, що утруднення, які виникають в учнів у самостійній роботі над текстом підручника, головним чином пов'язані з несформованістю раціональних прийомів роботи з текстом. Виходячи з цього, ми припустили, що усуненню означених недоліків сприятиме організація надання педагогічної допомоги в цьому виді навчальної роботи за такими напрямами: у структуруванні навчального матеріалу і фіксації структури; здійсненні мислительних операцій; роботі з контрольними запитаннями.

Педагогічна підтримка різним групам учнів у самостійній роботі з підручником мала характер комбінації превентивної й оперативної. Превентивна опосередкована підтримка здійснювалась за допомогою роздавального дидактичного матеріалу в вигляді технологічних карт, які є своєрідними "посередниками" між учнем і текстом підручника, або розгорнутої інструкції до виконання завдання. Оперативна опосередкована допомога здійснювалась, в основному, за рахунок організації взаємодії учнів у групах.

У процесі розробки технологічних карт-інструкцій щодо роботи з текстом підручника ми враховували таке:

1. Організація самостійної роботи учнів з теоретичним матеріалом підручника має на меті навчити учнів читати насамперед математичний текст, оскільки передовий досвід свідчить, що саме уміння читати підручник з математики, математичну літературу сприяє кращому засвоєнню методів самостійного вивчення фізики, хімії, біології, технічних дисциплін тощо. Як відомо, зміст і форми роботи з підручником визначаються рівнем навченості та научуваності учнів, сформованістю вмінь роботи з математичним текстом, його змістом (Я. Жовнір, М. Терьошин та інші). Тому, в залежності від рівня підготовленості учнів до цієї роботи, доцільно пропонували їм самостійно опрацьовувати теоретичний матеріал за підручником один-два рази на чверть.

2. Особливості тексту фізико-математичного характеру, до яких можна віднести [1; 6; 7]:

- високий рівень узагальнення й абстракції, наявність математичних понять, термінів, формул, символів, теорем, правил тощо;
- наявність схематичних рисунків, пов'язаних із змістом тексту, що вимагає паралельного читання тексту і розглядання, вивчення рисунків;
- наявність багатьох шрифтів (курсив, розрядка, петит), якими виділяють визначення, теореми, правила, примітки;
- стиль викладу: чіткість, лаконічність, строгість;
- наявність посилань на наведені раніше теореми, визначення, задачі, аксіоми, що потребує уваги, усвідомленого володіння попередніми фактами і забезпечує засвоєння наступного навчального матеріалу;
- використання подвійної мови – понятійної і мови формул (кодування).

Разом з тим, аналіз підручників, наукової, технічної літератури показує, що будь-який навчальний або науковий текст містить, як правило, такі основні елементи [5]:

- вступ, у якому наводиться необхідний для подальшого розуміння відомий матеріал, що утворює орієнтовну основу наступних дій (посилання на відомі факти, досліди, аксіоми, теореми, опорні задачі тощо);
- нові поняття (визначення), міркування, які обґрунтовують саме таке введення понять та їх визначень;
- певне твердження про властивості поняття (зв'язок з іншими поняттями, структура, теорема тощо);

- доведення цього твердження (аргументація);
- висновки з твердження (узагальнення, ілюстрація, можливе використання);
- винятки (рамки вживання).

До особливостей підручника слід віднести і те, що він розрахований на “середньостатистичного” учня, тому його текст не враховує різниці між рівнями розвитку учнів, рівнями їх попередньої підготовки, через що, в кожному конкретному випадку деякі структурні одиниці можуть бути відсутніми або недостатньо розвинутими. З огляду на це, педагогічна допомога в роботі з підручником для різних груп учнів повинна включати доповнення і підсилення окремих структурних одиниць тексту.

3. Для озброєння школярів уміннями працювати з текстом важливо, як зазначає В. Лозова [4], щоб учні спочатку уявили структуру самого тексту, саме тому слід рекомендувати учням читати текст два рази: під час першого (орієнтовного читання) основну увагу приділяти структурі тексту (для виділення основного та допоміжного в матеріалі), попередньо ознайомившись із контрольними запитаннями, завданнями; під час другого (основного) читання учням рекомендується проводити аналіз основної думки параграфа, робити необхідні записи. Цієї методики ми дотримувались і в нашому дослідженні.

4. Технологічні карти слід будувати таким чином, щоб учитель мав змогу, доповнюючи і підсилюючи окремі їх частини, здійснювати різні прийоми диференційованої допомоги, адекватної тим утрудненням, які можуть виникнути в учнів у роботі над текстом параграфа, структурою визначення, теоремою, правилом тощо.

Отже, складання технологічної карти-інструкції щодо самостійного опрацювання тексту підручника потребує уточнення ступеня сформованості раціональних прийомів роботи учнів з підручником математики. Інструкції повинні містити варіативні прийоми-підказки (підказки, які спрямовані на пошук загальних способів виконання завдання та підказки, що залежать від конкретного типу завдання) і будуватися як моделі-зразки тих процесів, які мають здійснюватися учнями.

Література:

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – 3-тє вид., переоб. і допов. – К.: Вища шк., 1989. – 367 с.: іл.

2. Дейніченко Т.І. Диференціація навчання в процесі групової форми його організації (на прикладі предметів природничо-математичного циклу): Автореф. дис… канд. пед. наук: 13.00.09 / ХНПУ імені Г.С. Сковороди. – Харків, 2006. – 21 с.

3. Жохов А.Л., Сафир И.Ф. Структурирование учебного материала как средство организации самостоятельной работы учащихся при обучении математике // Самостоятельная работа учащихся в процессе обучения матема-

тике: Кн. для учителя: Из опыта работы / Сост. Ю.Д. Кобалевский. – М.: Просвещение, 1988. – С. 76-89.

4. Лозова В.І., Троцко Г.В. Теоретичні основи виховання і навчання: Навчальний посібник / Харківський держ. пед. ун-т ім. Г.С. Сковороди.– 2-е вид., випр. і доп. – Харків: ОВС, 2002. – 400 с.

5. Підручна М.В., Янченко Г.М. Самостійна робота учнів з математичним текстом // Радянська школа. – 1987. – №4. – С. 44-47.

6. Раманаускас З.Л. Формирование умений самостоятельной работы с учебником // Советская педагогика. – 1983. – №3. – С.49-51.

7. Самостоятельная деятельность учащихся при обучении математике (формирование умений самостоятельной работы): Сб. статей / Сост. С.И. Демидова, Л.О. Денищева. – М.: Просвещение, 1985. – 191 с.: ил. – (Б-ка учителя математики).

ІГРОВІ ФОРМИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ЯК ЗАСІБ ГУМАНІЗАЦІЇ

І.В. Лов'янова, Н.М. Пашук
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет
Lovian_ira_vas@mail.ru

Сучасна гуманістична спрямованість навчання вимагає від вчителя послідовної реалізації найважливіших принципів дидактики – принципу розвивального навчання, єдності навчання, виховання і розвитку.

Постає питання, як має бути організоване навчання, щоб забезпечити наукове пізнання учнем дійсності або його учіння і психічний розвиток. Проблема учіння як створення учнем уявлень про навколишню дійсність за допомогою формування особистісно-значущого образу світу і побудови моделей індивідуального пізнання є провідною проблемою педагогіки.

Аналіз педагогічної спадщини минулого дає змогу говорити про те, що проблема гуманізації навчання, освіти й виховання завжди виникала в складних ситуаціях суспільного життя. Усі прогресивні діячі свого часу саме школу вважали могутнім важелем перетворення суспільного життя. Сподіваючись на могутню силу вихователя, вони були впевнені в тому, що перетворення людської вдачі, олюднення умов навчання дають можливість перебудувати суспільство на гуманістичних і демократичних засадах. Тому всі вони говорили про реформу школи, суть якої убачали в тому, щоб перетворити школу на майстерню людяності, щоб школа повністю повернулася до особистості вихованця, надаючи простір для всебічного прояву справжньої індивідуальності й своєрідності.

Збільшення розумового навантаження на уроках математики примушує задуматися над тим, як підтримати в учнів інтерес до матеріалу, що вивчається, їх активність впродовж всього уроку. Виникнення інтересу до математики в багатьох учнів залежить від методики її викладання, від того, на скільки вміло буде побудована учбова робота. Учбова діяльність повинна бути організована так, щоб школярі могли опановувати потоками інформації, закріплювати знання й уміння. Треба подбати про те, щоб на уроках кожен учень працював активно і захоплено, і використовувати це як відправну точку для виникнення і розвитку допитливості, глибокого пізнавального інтересу.

<u>Мета даної статті</u>: обґрунтувати значення ігрових форм навчання на уроках математики з метою гуманізації освітнього процесу.

Звернімось до сучасного розуміння базових понять «форми», «методи», «засоби» навчання, так, як їх висвітлює В.Ф. Паламарчук [2, 56].

Зміст категорії «форма навчання» в сучасній дидактиці розкривається через поняття «система навчання» і «форма навчального заняття». Кожна система навчання визначає організацію вивчення змісту освіти в часі і просторі. Це передбачає розподіл навчального матеріалу за роками та протягом року; місце навчання; контингент учнів; обсяг занять залежно від вікових та інших індивідуальних особливостей учнів; засоби навчання; пріоритетні форми навчальних занять; роль учителя в організації навчально-пізнавальної діяльності учнів тощо.

Найбільш поширеною є класно-урочна система занять, відома ще з часів Я.А. Коменського. Важливим компонентом системи занять є навчальне заняття. Це, за визначенням дидактів, обмежена в часі, здійснювана в певному місці з певною групою учнів ланка навчального процесу, в межах якої досягається завершена, але часткова дидактична мета.

Цілі навчання досягаються різними формами, тобто способами організації занять. Сучасна дидактика визначає різні форми навчання: урок, семінар, диспут, дидактична гра, практикум, екскурсія, домашні завдання, залік, колоквіум тощо.

В дидактиці формою навчання вважається структурне оформлення його змісту в часі й просторі, а методом – спосіб взаємопов’язаної діяльності вчителя і учнів, спрямованої на досягнення мети. Історико-логічний аналіз цих категорій переконує в тому, що на різних етапах розвитку школи їхній зміст та функції були різними, а застосування на практиці помітно залежало від соціальних завдань школи і педагогіки. Наприклад, у 20-і роки, в період бурхливих перетворень освіти, коли метою суспільства й вітчизняної школи було формування нової людини, форми і методи навчання набували активного, діяльнісного характеру. Саме тоді виникли й оформились дослідницький метод, евристичний метод, метод проектів. Дидакти України у 60–80-х роках вели наполегливий пошук нових форм уроку. Тому свого часу типологія уроків, обгрунтована В.О. Онищуком, була прогресивною: вона ґрунтувалась не на зовнішніх ознаках, а на сутнісній ознаці навчання – дидактичній меті, відзначалася певною різноманітністю і варіативністю. Ця типологія і досі поширена на практиці. Це:

– урок засвоєння нових знань;
– урок засвоєння умінь і навичок;
– урок застосування знань, умінь і навичок;
– урок узагальнення і систематизації знань;
– урок перевірки і корекції знань, умінь і навичок;
– комбінований урок.

Довге життя цієї типології пояснюється також її зручністю для практичного застосування, технологічністю.

Трансформування суспільства і освіти наприкінці XX ст. породило зміни у формах і методах навчання, які дещо нагадують процеси 20-х років, бо розвиток культури є неперервним.

В інноваційних освітніх закладах з’явилися нові типи уроків: інтегровані, міжпредметні, бінарні, із різновіковим укладом учнів, театралізовані.

Найбільшою мотиваційною силою відзначаються і форми навчання, які органічно відповідають віковим особливостям учнів. До них належить, зокрема, гра – форма діяльності, в якій мета переноситься з результату на процес.

У педагогіці цю стародавню форму людської діяльності трансформовано в дидактичні ігри різних видів: рольові, імітаційні, ситуаційно-рольові та інші.

У практиці навчання часто застосовуються кросворди, шаради, вікторини, драматизації, уявні мандрівки. Усе це – не власне ігри, а ігрові форми, які мають свої важливі функції і місце у навчанні.

Відмітними ознаками дидактичної гри будь-якого типу є: умовність (імітація у процесі гри певної реальної діяльності); наявність проблеми, навіть – конфлікту, зіткнення різних думок, ставлення до проблеми; невизначеність ситуації (гра не має однозначного розвитку або результату); розподіл ролей між учасниками гри; вмотивованість навчання самим процесом гри.

Структурними елементами гри є мета, ролі, зміст, сюжет, ситуація.

Методика підготовки і проведення гри умовно розподіляється на три етапи: підготовчий, основний, підсумковий. На підготовчому етапі вчитель визначає тему заняття, формулює його мету і завдання, розробляє ігровий сюжет, проблемні запитання, визначає ролі, подумки «програє» урок. Власне гра передбачає інструкцію вчителя, розподіл ролей, ознайомлення з правилами і змістом гри, її проведення. Підсумковий етап має на меті аналіз, оцінку заняття і результатів, визначення переможця, стимулювання учасників.

Як приклад заняття у формі гри наведемо гру «Чарівна скринька», яку можна використати в процесі вивчення теми: «Чотирикутники».

Тип уроку: урок узагальнення та систематизації знань. Гра пропонується учням на етапі узагальнення і систематизації основних понять теми. Учні класу поділені на команди. У кожній команді 4-6 чоловік. Скільки одержалося команд, стільки вчителем запропоновано скриньок. Капітан кожної команди вибирає скриньку для своєї команди і відкриває її. У кожній скриньці складено 50 карток, на яких зображені чотирикутники, паралелограми, прямокутники, ромби, квадрати, трапеції. Крім цих фігур, у кожній скриньці є аркуш, на якому записане завдання команді. Наприклад: серед фігур знайти прямокутники; записати всі властивості прямокутника; довести, що діагоналі прямокутника рівні.

Кожна команда працює над своїм завданням. На виконання завдання відводиться 5-7 хвилин, тому мають працювати всі члени команди. Перемагає та команда, яка першою дає правильні відповіді на всі запитання скриньки. Для отримання оцінки один із членів команди має право захистити «скарб» своєї скриньки, відповівши біля дошки на одне з поставлених запитань скриньки.

Гру «Математична мозаїка» можна проводити при вивченні дій з натуральними й раціональними числами, при вивченні властивостей степенів, при перевірці вивчених властивостей і законів і т. ін. Грати можуть по 2-5 чоловік (клас поділити на відповідну кількість груп). Гра складається з карток із малюнками, розрізаними навпіл. На звороті кожної половинки пишемо завдання, наприклад: -5 + 3, а на відповідній половинці цієї ж картки відповідь -2. Деякі відповіді можуть співпадати, бо можуть зустрічатися, наприклад, такі завдання, як:

$$5 \cdot (-4) = -20 \qquad \text{і} \qquad (-40) : 2 = -20.$$

Аби уникнути непорозумінь, слід писати такі завдання різними кольорами. Усі половинки перемішуються і роздаються учням. Той, хто перший розпочинає гру, пропонує будь-який приклад і кладе свою картку поруч. Перевернувши обидві половинки, дивляться, чи дістали відповідний малюнок. Хто помилився, забирає картки собі і втрачає хід. Якщо учень правильно поклав картку, він задає новий приклад і т.д. Якщо в кого-небудь є приклад і відповідь до нього, то він може викласти свої картки на стіл, не втративши при цьому ходу. Виграє той, хто перший здасть картки.

У процесі гри в дітей виробляється звичка зосереджуватися, працювати вдумливо, самостійно, розвивається увага, пам'ять, жага до знань. У грі найповніше виявляються індивідуальні особливості, інтелектуальні можливості, здібності дітей.

Гра дає змогу непомітно і без зусиль втягнути навіть слабких учнів у процес пошуку розв'язку, який викликає у них зацікавленість. При цьому діти вчаться уважно вслуховуватися в питання, в них розвивається логічне мислення, математичне мовлення [1, 56].

Цілком природно, що саме у грі слід шукати приховані можливості для успішного засвоєння учнями ідей, понять, формування необхідних умінь та навичок.

Найбільшої ефективності набуває урок на якому відбувається поєднання різних форм навчання. Незалежно від того, з якими формами поєднуються ігрові форми навчання в структурі уроку залишаються мета і завдання, які повинні бути осмислені учнями, мотивація діяльності, узагальнення здобутих знань і методів пізнання. З цієї точки зору питання ефективності поєднання ігрових форм з іншими формами навчання потребує додаткових досліджень.

Література:

1. Горобець Л., Позименко Л. Гра – шлях дітей до пізнання світу // Математика в школі. – 2001. – № 4. – С. 56–58.
2. Паламарчук В., Рудаківська С. Від творчої особистості – до нових технологій навчання // Рідна школа. – 1998. – №6. – С. 52–62.

РОЗВИТОК ГРАФІЧНОЇ ГРАМОТНОСТІ УЧНІВ 7-9 КЛАСІВ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

В.Г. Моторіна
м. Харків, Харківський національний педагогічний університет
ім. Г.С. Сковороди

Швидкий розвиток інформаційних технологій і застосування їх в освіті надають нових можливостей для розширення й поновлення змісту предметів, що вивчаються, поглиблення навчальної бази учнів графічною грамотністю і надання цьому певної значущості. У цьому зв'язку набувають нового значення проблеми розвитку графічної грамотності на уроках математики, креслення. Важливість навчання графічній грамотності диктується її роллю в навчанні, розвитку і вихованні, а саме, в розвитку мислення, пізнавальних здібностей, просторових уявлень та просторової уяви учнів, виробленні практичних умінь і навичок. В сучасному виробництві все ширше застосовується подання інформації у вигляді графічних залежностей, як найбільш економічних, наочних і змістовних. Графічні засоби подання інформації застосовуються в різних областях візуальної комунікації для того, щоб полегшити процес мислення, уяви, прискорити розв'язання проблеми. Малюнок, графік, креслення є компактним, ємним засобом, за допомогою якого думки передаються у вигляді графічних висловлювань. Основою графічної грамотності є розвиток просторових уявлень і просторової уяви учнів, а такої навчання їх різноманітним методам реалістичних, спрощених та умовних зображень, що застосовуються в різних областях науки і техніки, у виробництві. Особлива роль у розвитку графічної грамотності в школі належить малюванню, кресленню і геометрії. При вивченні математики (побудова геометричних креслень, графіків функцій, графічні способи розв'язування задач) учні засвоюють теоретичні основи графічних побудов. Графічна грамотність як складовий компонент всебічної підготовки повинна здійснюватись на протязі всього періоду навчання в школі послідовно і цілеспрямовано.

Будь-який учень, що закінчив IX клас, в тій чи іншій формі продовжує свою освіту. Дев'ятирічна школа являє собою деякий проміжний етап в системі математичної освіти кожного школяра, тому на базі одержаних знань будується подальше навчання. Говорячи про вимоги до графічної підготовки учнів VII-IX класів, необхідно враховувати характер і рівень використання цих знань на наступних ступенях освіти, як в самому курсі математики, так і при вивченні суміжних дисциплін.

Графічна грамотність – це вміння читати різноманітні графічні зображення (креслення, схеми, малюнки, графіки і т.ін.), вміння їх будувати (виконувати) за допомогою різноманітних креслярських інструментів, а також від руки і на око, вміння акуратно, раціонально оформлювати записи, моделювати й конструювати графічні ситуації, оперувати графічними об'єктами на ЕОМ.

Розглядаючи поняття графічної грамотності учнів з позицій педагогіки та методики викладання, виділимо дві сторони графічної грамотності учнів - об'єктивну у вигляді системи графічних знань і суб'єктивну, що проявляється у графічній діяльності учнів. Під графічними знаннями будемо розуміти знання учнями графічного методу, який використовується у шкільному курсі математики. Сукупність способів умовного графічного зображення визначається як графічний метод. В навчанні графічний метод може трактуватися як сукупність способів оперування графічною моделлю, що включає в себе способи дії в самій графічній моделі і способи встановлення зв'язків з іншими моделями одного й того ж явища. Суб'єктивна сторона графічної грамотності проявляється в графічній діяльності. Структура графічної діяльності і умови її формування в учнів детально описані у Б.Ф. Ломова, О.Д. Ботвинникова, І.С. Якиманської та ін. Автори під графічною діяльністю розуміють діяльність, що пов'язана в основному з виконанням і читанням креслення. І.С. Якиманська вважає, що графічна діяльність здійснюється при оперуванні графічними моделями і є самостійним видом навчальної діяльності. Графічна діяльність на уроках математики здійснюється при побудові і читанні креслень і графіків.

В основу навчання учнів графічним знанням покладена діяльна концепція навчання, вихідним положенням якої є діяльнісний підхід до процесу навчання, розгляд навчання як активної діяльності учнів з засвоєння знань, способів їх надбання. Засвоєння знань іде не само по собі, а в процесі формування видів діяльності. Будь-який вид діяльності може здійснюватися різними способами в залежності від поставлених цілей і задач. Ці способи навчальної діяльності одержали назву прийомів навчальної роботи. Прийом роботи включає в себе перелік операцій дії. Цей перелік може носити характер вказівок, рекомендацій, правил і т.д. Враховуючи, що до складу входять операційні та обґрунтовані знання (як умови виконання дії), то послідовність операцій будь-якого прийому повинна відображати наявність необхідних знань для виконання дії. На основі теорії поетапного формування розумових дій виділяють чотири етапи в процесі формування прийомів читання і побудови креслень і графіків: 1) підготовчий; 2) ознайомчий; 3) засвоєння прийомів; 4) етап застосування. Ціллю підготовчого етапу є формування в учнів мотиву оволодіння відповідними прийомами побудови і читання креслення, графіках Він відповідає мотиваційному етапу формування розумових дій. Ціллю ознайомчого етапу є виділення орієнтовної основи дії, побудови і читання креслення, графіка. Цей етап дає змогу учням засвоювати зміст дії (склад її операцій, правило виконання), а вчителю – здійснювати об'єктивний контроль за виконанням кожної з операцій, що входять в дію. Тут учень оволодіває заданою дією (її змістом).

Ціллю третього етапу є засвоєння учнями прийомів побудови та читання креслень і графіків На цьому етапі відпрацьовується прийом у цілому, дія виконується у формі проговорення про себе і зазнає подальших змін за параметрами узагальнення і згорнутості.

Ціллю четвертого етапу застосування є така ступінь його засвоєння, коли він може застосовуватись у всіх вихідних ситуаціях. Етап застосування прийомів відповідав етапу формування дії як внутрішнього, розумового.

Прийоми роботи з кресленням при вивченні понять, доведенні теорем, розв'язуванні задач.

1. Прийом варіації форми і положення фігури, супроводжуваний поясненням учителя.

Вчитель, вводячи нове поняття, ставить мету, щоб учні засвоїли суттєві ознаки, навчилися порівнювати, узагальнювати. Але ця мета не досягається повністю в умовах використання стандартних креслень. Стандартні креслення наштовхують учнів на сприйняття окремих ознак фігур за суттєві ознаки. Звідси поширені помилки типу: трикутник прямокутний, якщо прямий кут унизу, верхній кут завжди тупий. Використання одних стандартних геометричних креслень є неповноцінним використанням геометричної наочності, і в цих умовах пояснення вчителя і геометрична наочність діють в різних напрямках, внаслідок чого пояснення в значній мірі втрачають свою керівну і організуючу силу. Нерідко, виділяючи лише окремі ознаки фігур в процесі їх пізнавання, учні звужують об'єм засвоєних понять, що утруднює узагальнення і систематизацію. Геометрична наочність забезпечує варіацію ознак фігур, сприяє усвідомленню суттєвих ознак. Пояснення вчителя організує діяльність учнів на вірне сприйняття креслення, абстрагування суттєвих ознак, що входять до змісту понять, від окремих ознак конкретних фігур, вчить оволодівати вмінням використовувати одержані знання при розв'язуванні задач. Відповідність між словом (терміном) і образом досягається в учнів в процесі широкої варіації – форми і положення фігур, оперування поняттями та їх ознаками. При цьому немає необхідності в дуже великій кількості варіацій. Важливо тільки, щоб серед фігур було дві-три фігури, форма і положення яких не є стандартними.

2. Прийом розглядання фігури з різних точок зору використовують у випадку, коли деяку фігуру креслення необхідно розглянути з різних позицій і виділити необхідні властивості. В результаті проходить виділення фігури з одних зв'язків і включення в нові шляхом поєднання з другими фігурами креслення.

3. Прийом розпізнавання фігур (підведення під поняття, встановлення виду фігури) не завжди є кінцевою метою. Частіше всього належність до поняття встановлюється для того, щоб використати якусь властивість поняття, одержати наслідки належності фігури до деякого класу фігур.

4. Прийом виділення геометричної фігури, знаходження потрібної фігури на кресленні і її виконання проходять на основі створеного в учня уявлення про неї, зорового образу, що є носієм відповідного поняття, в якому

повинні бути відображені суттєві ознаки цього поняття.

Кожне поняття повинно бути правильно зрозумілим, свідомо й чітко засвоєно всіма учнями ще на уроці. Ця мета досягається, якщо в процесі введення поняття використовується прийом варіації форми і положення фігур у супроводі пояснення учителя. Але поняття повинно закріплятися на даному і повторюватися на наступних уроках шляхом відтворення учнями означення (або опису), наведення ілюструючих і конкретизуючих його прикладів, проведення логічного аналізу означення та іншої творчої роботи, використання поняття в міркуваннях і висновках. На цьому етапі використовуються прийоми роботи з кресленням, а саме: прийом виділення геометричної фігури, прийом розглядання фігури з різних точок зору. При контролі за засвоєнням поняття використовуються різноманітні прийоми роботи з кресленням, прийоми побудови і читання (аналізу) фігур. Формування прийомів роботи з кресленням при введенні, закріпленні і застосуванні означень розвиває мислення школярів, сприяє глибокому і міцному засвоєнню суті, змісту і об'єму поняття, виключає формалізм і орієнтує школярів на смислове, логічне запам'ятовування.

Перша задача, що постає перед учнями при засвоєнні доведення теорем – задача засвоїти текст теореми і у відповідності з ним навчитися виконувати креслення. При побудові креслення слід звертати увагу учнів на розмежування того, що будується самим учнем для доведення. Своєрідність засвоєння геометричних теорем полягає в тому, що воно здійснюється на основі сприйняття креслення і тісно пов'язане з розвитком просторових образів. Уміння бачити малюнок, переосмислювати його елементи є важливою умовою пошуку доведення теореми. При вивченні перших доведень учитель повинен привчати школярів до правильного розуміння ролі креслення, до усвідомлення того факту, що креслення, нічого не доводить, а лише полегшує пошук доведення, його розуміння і проведення. При такому правильному підході до креслень та інших наочних засобів навчання, широке використання їх сприяє свідомому і міцному засвоєнню учбового матеріалу, успішному розвитку не тільки образного, а й абстрактного мислення.

Розглянуті прийоми роботи з кресленням при вивченні понять використовують при доведенні теорем, розв'язуванні задач, засвоєнні та узагальненні матеріалу. Порівняння фігур, включення окремого елементу в різні фігури креслення і вираження його в термінах цих фігур має особливе значення при доведенні теорем. Прийоми тісно зв'язані між собою. Виділяючи на кресленні фігури і перераховуючи їх властивості, як названих в тексті, так і тих, що безпосередньо випливають з них, в учнів формуються образи понять відрізка і кута, геометричних фігур та їх елементів, вони вчаться оперувати поняттями. Важливим прийомом роботи з кресленням при доведенні теорем є прийом розглядання фігури з різних точок зору (переосмислення). Уявне переконструювання креслення означає, що учні повинні бачити на кресленні не тільки те, що дано за умовою, але й інші фігури, які на ньому можна виділити, побачити з допомогою уяви. Розглянуті прийоми взаємозв'язані і утворюють складне уміння читати геометричні креслення.

Під прийомами читання геометричного креслення розуміють ті способи діяльності учня, які допомагають йому усвідомити креслення у відповідності з умовою задачі, подумки перетворити, переконструювати креслення і на основі цього відкривати для себе нові властивості фігур і відношення між ними. Важливою умовою успішного розв'язання геометричних задач, доведення теорем, свідомого засвоєння матеріалу є навчання учнів прийомам "читання" креслення.

В літературі відомі такі визначення поняття читання креслення:

1) Г.О. Владимирський під читанням креслення розуміє правильне уявлення фігури за кресленням. Такий підхід вважається невдалим. По-перше, розв'язування задачі може здійснюватися без уявлення фігури-оригіналу. По-друге, дуже часто при розв'язуванні задачі здійснюється сприйняття зображення фігури, а не її уявлення. Як підкреслює О.К. Артемов [1], нерідко зустрічаються в навчанні випадки уявлення фігури, однак така операція не є єдиною і переважаючою.

2) І.С. Якиманська [3] читання креслення трактує як особливості сприйняття і розуміння креслення різними учнями. Ми додержуємося точки зору О.К. Артемова, що поняття читання креслення доцільно визначати як усвідомлення креслення у відповідності з умовою задачі, а під геометричним кресленням маємо на увазі як малюнок, виконаний у відповідності з умовою задачі, так і розумове уявлення цього малюнка. При розв'язуванні задач слід використовувати і прийом переформування задачі і її запитання в термінах нового розуміння креслення. Суть цього прийому полягає в заміні того, що потрібно зробити в даній задачі, новою вимогою, рівносильною першій, але такою, що полегшує розв'язання даної задачі. Слід відмітити, що перетворення вимоги задачі іноді може бути і неоднозначним.

Для формування в учнів прийому переформування умови задачі доцільні відповідні вправи. Даний прийом входить також до складу складного вміння читати геометричні креслення. Розв'язок кожної більш-менш складної геометричної задачі розпадається на ряд етапів. Суть прийому - учням пропонується до набору даних, які маються, самостійно поставити запитання і відповісти на нього, тобто сформулювати і розв'язати проміжну задачу. Вміння виділяти просту геометричну задачу при розв'язанні складної має величезне значення, але не забезпечує повністю розв'язання останньої. Важливо, щоб виділена проста задача була необхідною для розв'язання складної. Труднощі у виділенні простої задачі: 1) невміння виділити невідомі величини; 2) зіставити відомі й невідомі величини; 3) виділення простої задачі іноді неправомірно визначається особливостями креслення, яке спотворюється при виконанні. Процес розв'язування геометричних задач потребує від учнів уміння розглядати геометричне явище з різних боків відносно різних фігур, відносити один і той же елемент до різних понять. Такого роду розумові операції нерідко утрудняють учнів.

Прийоми читання графіків функцій. Прийом читання і графіків функцій передбачає знання учнями словесного формулювання властивостей функцій, їх аналітичного і графічного відображення, вміння виконувати переклад цих формулювань із словесної мови до графічної і навпаки. Як узагальнений прийом читання графіків функцій ми розглядаємо послідовність операцій, що включає перерахування властивостей, які характеризують функцію, її властивості на графічній мові (знаходження умови виконання властивостей функції за графіком, переклад кожної властивості функції разом з умовою її виконання на словесну мову і навпаки, контроль за виконаною дією). Виділяють такі компоненти вміння будувати і читати графіки функцій:

1) уміння креслити графіки функцій – складається з наступних компонентів: а) аналіз залежностей величин, виражених таблично, формулою; б) визначення аргументу і функції даної залежності величин; в) складання таблиці значень аргументу і відповідних значень функції; г) зображення осей координат, позначення осей координат, початку координат, стрілок на них; д) зазначення назв осей координат (зазначення величин, що відкладаються на осях координат); е) показання найменувань величин, значення яких зображені на осях координат; ж) вибір і показання масштабу; з) показання точок і їх значень на осі аргументу і відповідних точок і значень на осі функції (на основі таблиці значень аргументу і відповідних значень функції); і) визначення положень точок графіка; к) побудова графіка за знайденим й точками; л) інтерпретація лінії графіка, що виражає залежність між величинами.

2) у читанні графіка виділяються такі компоненти: а) визначення величин, залежність між якими виражена графіком; б) визначення осей координат, на яких зображені значення відповідних залежних величин; в) визначення величин, які є аргументом і функцією; г) визначення за формою графіка характеру залежностей величини.

Встановлено, що вивчення теоретичного матеріалу повинно органічно поєднуватися з виконанням графічних робіт. Зміст вправ повинен бути спрямованим на засвоєння учнями прийомів читання креслення і графіка, розвиток прийомів навчальної роботи і розумової діяльності. Прийом роботи – це спосіб дії в конкретній ситуації, спрямований на розв'язання поставленої задачі. За кожним прийомом роботи приховуються певні прийоми розумової діяльності: порівняння, аналіз, синтез, абстрагування суттєвих особливостей предметів і явищ, узагальнення, систематизація. Озброєння учнів прийомами роботи передбачає одночасне засвоєння відповідних прийомів розумової діяльності. Знання прийомів роботи з кресленням при вивченні понять, теорем, розв'язуванні задач, а також прийомів читання графіків функцій необхідне для здійснення міжпредметних зв'язків креслення з математикою, фізикою і трудовим навчанням, а також для підготовки школярів до їх майбутньої практичної діяльності.

Система вправ, котра спрямована на формування графічних умінь в учнів 7-9 класів при вивченні математики. Виділяються чотири групи задач, що відповідають етапам формування прийомів читання і побудови креслень і графіків: особливе місце займають задачі на актуалізацію графічних уявлень (геометричних фігур і їх властивостей, функцій і їх властивостей), на виконання окремих операцій, прийомів, на відпрацювання прийому в цілому, і задачі, що відбивають окладні випадки застосування прийомів. Практичні роботи розглядаються в системі і задовольняють вимогам системності, повноти і цілісності, органічного зв'язку окремих видів, послідовності, перспективності, інтегративності, варіативності. Теоретичний аналіз літератури дозволив виділити види графічної діяльності учнів при навчанні математиці, що сприяє активізації мислення учнів. Діяльність, що пов'язана з виконанням завдань: 1) репродукування графічних зображень, копіювання вихідних даних; 2) виконання завдання за зразком, необхідне для створення запасу понять і уявлень, вироблення графічних умінь і навичок. Діяльність, яка пов'язана з розв'язуванням задач, сприяє активізації мислення і пізнавальних здібностей учнів, розвиває мислення, просторове бачення. Корисними є: відповіді на запитання (охоплюються задачі, що потребують відповідей на конкретно поставлені запитання до графічного зображення); порівняння зображень (задачі, що розвивають в учнів вміння виділяти суттєві і несуттєві ознаки зображень у процесі їх порівняння); створення зображення за словесно заданою умовою (створення образу предмета за словесним описом з послідуючим виконанням креслення предмета); читання креслень і графіків; задачі з неповними даними (задачі, в яких відсутній елемент повинен бути знайдений самим виконавцем у процесі пошуку розв'язання на основі умови задачі); задачі, пов'язані з різноманітними перетвореннями просторових властивостей або положення зображених предметів; творчі задачі.

Розв'язування задач за готовими кресленнями. Розв'язування задач за готовими кресленнями розширює можливості учнів правильно будувати креслення, виділяти на кресленні дані та шукані величини, з найменшою витратою часу закріплювати одержані теоретичні знання, розвивати геометричне мислення, мову і здатність геометричного бачення, перекладати короткий запис у графічний і навпаки, оволодівати прийомами розв'язування геометричних задач.

Складання учнями задач за готовими кресленнями. Навчаючи розв'язанню задач по геометрії в школі, вчитель і учні виконують наступну послідовність розумових і практичних дій: аналіз задачі – побудова креслення – пошук розв'язку задачі – запис розв'язання. Ланцюжок дій, у якому на першому місці був би аналіз готового креслення, а потім як наслідок, складання задачі і її розв'язання, практично не здійснюється. Можна припустити, що цей факт є однією з причин неміцного і неглибокого засвоєння геометричного матеріалу, тобто учні, опанувавши діями в звичній ситуації, не завжди можуть використати ці дії іншій ситуації. Таким чином, у шкільному викладанні присутня лише одна сторона геометричного компонента математичних здібностей, що з алгоритмічним і логічним компонентами був виведений А.М. Колмогоровим. Інша сторона, що включає здатність витягати необхідну інформацію з заданої конфігурації шляхом її аналізу і доповнення, включаючи пошук ідеї за допомогою малюнків, моделей чи фігур уявного представлення, вимагає подальшого розвитку.

При навчанні розв'язанню задач з геометрії важко переоцінити роль креслення. Креслення сприяє аналітико-синтетичній діяльності того, якого навчають, при розв'язувані задач. У процесі складання задач за готовими кресленнями учню необхідно правильно сприймати запропоновану конфігурацію, тобто володіти, як говорять, «геометричною пильністю» кожного учня є однією з важливих задач навчання геометрії. Навички складання задач учні здобувають при розгляді різних вправ. Система таких вправ може включати задачі наступних видів:

1. Задачі, умова яких сформульовано у виді тексту і для розв'язання яких необхідно виконати креслення.

Ціль використання цих задач у даному випадку полягає в тому, щоб учні могли розпізнавати побудовану конфігурацію на готових кресленнях, що сприяло б їхньому правильному сприйняттю.

2. Задачі, умова яких представлено у виді креслення і символічного запису відношень між елементами, поставлене питання задачі.
3. Задачі, умова яких представлена у виді креслення і символічного запису, але питання задачі не поставлене.
4. Задачі, умова яких ілюструється кресленням, але запис даних і питання задачі відсутні.

Система таких вправ виконує дві основні функції: по-перше, використання готових креслень збільшує ефективність уроку, тому що частина задач може бути розв'язана усно, а розв'язання іншої задачі може бути записане схематично. Причому, використання цих задач дозволяє дотримуватися визначеної пропорції в побудові самими учнями креслення до задачі й аналізі вже готового креслення, що дозволяє продемонструвати помилки учня (якщо вони є) на кресленні і найбільш вдале розташування даних задач на готовому кресленні; по-друге, що приводяться задачі – креслення без запису даних є базою для дослідження можливих випадків співвідношення між елементами креслення, тобто підводять до нових питань задачі, які учні самі формулюють, складають і потім самі вирішують. Для засвоєння конфігурації і властивостей її елементів корисно, щоб у системі вправ 1-4 було те саме опорне креслення. Під останніми розуміються такі геометричні конфігурації, що «несуть» основні теоретичні положення якої-небудь теми (розділу), можуть використовуватися для ознайомлення з поняттями і теоремами теми і використовуються при розв'язанні більшості задач досліджуваного розділу. Це положення повинне бути враховане в навчанні складанню задач таким чином, що опорні конфігурації повинні бути, у першу чергу, джерелом складання задач.

Графічні диктанти. Практика кращих вчителів підтверджує, що для подолання труднощів, пов'язаних з побудовою креслення як при закріпленні понять, так і за текстом задач, корисно проводити графічні диктанти. Графічні диктанти учні можуть виконувати як від руки, так і з допомогою креслярських інструментів. Диктант грає індуктивну роль, якщо вчитель вибрав для уроку метод індуктивного пошуку. Виконуючи запропоновані побудови учні виявляють властивості фігур, відношення між їх елементами. Диктант сприяє і дедуктивному напрямку уроку при доведенні теорем, розв'язуванні задач. Виконуючи диктант, учні аналізують, реалізують певний план розв'язання і доведення. За допомогою диктанту можна повідомляти додаткову інформацію і контролювати рівень засвоєння матеріалу.

Графічне розв'язування геометричних задач на обчислення. Геометричне креслення використовується як засіб ілюстрації, допомагає наочно сприймати той чи інший геометричний об'єкт, розкривати залежності між окремими елементами цього об'єкту, використовувати його як засіб для обчислень. Креслення дає можливість детально і всебічно вивчити геометричний об'єкт метрично. Нехтування цією властивістю креслення приводить до того, що учні звикають виконувати його абияк і неграмотно, без збереження пропорційності елементів геометричної фігури, спотворюючи масштаб. Графічні методи розв'язування задач на обчислення в практиці середньої школи застосовуються рідко. Як показують експериментальні дослідження, навчати цьому методу доцільно, оскільки він є одним із таких, які сприяють розвитку в учнів просторових уявлень, просторової уяви, розвиває інтерес до наближених обчислень, вчить критичному підходу до оцінки знайдених результатів.

В процесі виконання таких завдань учні: проводять практичні виміри відрізків і кутів, що розвиває в них навички вимірювання величин з необхідною точністю, знайомить із записом одержаних наближених чисел і з найпростішими правилами дій над ними; розширюються межі й можливості застосування геометричних побудов, причому побудови, вимірювання і обчислення тут зливаються в єдиний процес розв'язування геометричних задач; з'ясовуються можливості побудови фігури за умовою задачі, глибше засвоюється геометрична суть задачі; активізується пізнавальна діяльність учнів при вивченні курсу геометрії; креслення, що виконуються учнями за умовою задачі, досить точно відображають реальні розміри, взаємне положення і форму фігур, що в цілому ефективно впливає на формування в учнів діалектико-матеріалістичного світогляду; графічний метод розв'язування геометричних задач на обчислення сприяє розвитку в учнів найпростіших навичок конструювання, підвищенню графічної культури.

Недоліком графічного розв'язання є обмеження точністю. Пов'язаний він з допустимими розмірами креслення і можливим визначенням "на око" долей найменших значень на міліметровій лінійці чи транспортирі. На практиці вихідні значення величин звичайно є наближеними з малим степенем точності, тому похибки в побудові не можуть суттєво впливати на результат. При навчанні геометрії бажано застосування обох методів (аналітичного і графічного) із з'ясуванням переваг кожного.

Графічні роботи. Однією з форм навчання математиці, що сприяють розвитку і вихованню графічних і обчислювальних навичок, є графічні роботи. Ці роботи виконуються як при вивченні геометрії, так і алгебри. Характерними особливостями графічних робіт є: побудова креслень та графіків і їх застосування; використання креслярських, вимірювальних і обчислювальних інструментів, приладів, спеціальних лекал; обчислювальна робота за результатами вимірювань і обчислень; застосування таблиць, довідкової літератури, включаючи підручники та спеціальні описи чи інструкції.

Графічні роботи проводяться за таким планом:

- вчитель оголошує тему графічної роботи, повторює з учнями вивчений раніше матеріал, необхідні поняття, формули, які доведеться використати при виконанні роботи;
- ставить мету роботи; кожен учень знайомиться з індивідуальною карткою, з її змістом і описом виконання роботи, одержує необхідний інструктаж;
- учні одержують необхідну довідкову і учбову літературу, обчислювальні прилади, таблиці, креслярські інструменти;
- учні самостійно будують графіки, виконують розрахунки;
- учитель, спостерігаючи за роботою учнів, перевіряє розв'язок, вказує на індивідуальні і спільні помилки учнів, приділяючи особливу увагу слабо підготовленим учням;
- в кінці заняття підбиваються підсумки графічної роботи; аналіз роботи проводиться на одному з наступних уроків; одержані результати обговорюються, вказуються помилки, недоліки, неточності; позитивна оцінка виставляється в тому випадку, коли виконана основна частина роботи.

Розв'язування планіметричних задач методом координат. Елементи геометричної фігури подають за допомогою алгебраїчних відношень. Розв'язуються геометричні задачі методом координат у три етапи: а) запис геометричної задачі координатною мовою; б) перетворення аналітичного виразу; в) подання розв'язання з допомогою геометричних термінів.

Геометричні задачі на побудову. В процесі розв'язування задач на побудову виразніше, ніж у других задачах, виділяються аналітико-синтетичні міркування і елемент дослідження. Задача на добудову повинна бути сформульована так, щоб на основі формулювання можна буде виділити, що дано і що потрібно побудувати. Раціональною формою розв'язання задачі вважаємо виконання вказаними інструментами креслення-завдання.

Після слова "дано" креслиться дана фігура або дані елементи шуканої фігури, пишеться слово "побудувати", вказується шукана фігура. Креслення-завдання виконується у тих випадках, коли передбачається фактичне виконання побудови. Задачі на побудову розв'язуються за схемою, яка складається з чотирьох частин: аналізу, побудови, доведення, дослідження.

Аналіз задачі є засобом знаходження способу її розв'язання. Мета аналізу (знайти спосіб розв'язання) відіграє в шкільному курсі головну роль у порівнянні з другою метою аналізу умови задачі. Побудова – найбільш проста частина розв'язування задачі. Під побудовою розуміється побудова перелічених у послідовному порядку всіх тих операцій, які потрібно виконати для розв'язання задачі. Етап доведення полягає в обґрунтуванні того, що фігура, побудована за планом, знайденим в аналізі, задовольняє всім вимогам в умові задачі.

Дослідження як етап розв'язування задачі має освітнє значення, в ньому розкриваються глибокі взаємозв'язки заданих елементів, вплив їх зміни на результат розв'язування. Учні привчаються дивитись на дані в задачі елементи і шукані фігури як на взаємозв'язані; взаємообумовлені об'єкти, вчаться обґрунтовувати відповіді.

Процес придбання учнями графічних навичок і вмінь вимагає тривалої практики і тренувань, ґрунтується на графічних знаннях, сприяє розвитку просторових уявлень і багато в чому залежить від індивідуальності учня.

Аналіз психолого-педагогічної та методичної літератури показав, що структура двох математичних дисциплін (алгебри і геометрії) як навчальних предметів різна. Геометрія будується на образній основі, алгебра є прикладом абстрактної системи. В алгебрі, як і в геометрії, є елементи створення зорових образів і оперування ними, однак умови їх створення, вимоги до їх реалізації і відмінні від тих, що мають місце в геометрії.

Алгебра і геометрія вивчаються одночасно, а це значить, що учні змушені здійснювати постійний перехід від одних способів роботи з наочним матеріалом до інших, різних за змістом і функціями, що створює, як підкреслює І.С. Якиманська, складні і неоднорідні умови для їх розумової діяльності.

При визначенні рівня вимог до графічних знань і умінь учнів за вихідне доцільно прийняти положення, сформульоване О.М. Колмогоровим: "Кожен напрямок роботи учня, будучи початим, повинен бути доведеним до мінімальних результатів, які його дійсно виправдовують; школа не повинна займатися наповненням пам'яті учнів заготовками, які в шкільному курсі не знайдуть гідного застосування в надії, що вони учням колись знадобляться". Такими знаннями є вміння читати і будувати графічні зображення і оперувати ними в різноманітних ситуаціях.

Графічна грамотність учнів проявляється в умінні створювати і читати різні графічні зображення, переходити від об'єктів і процесів різного роду до їх графічних зображень і від графічних зображень до об'єктів і процесів. Про графічну грамотність учнів можна судити, виходячи із сформованості умінь: читання графічних зображень; раціональне використання креслярських інструментів для побудов і вимірювань, володіння алгоритмами побудови і вміння їх узагальнювати, створювати нові; переклад словесної інформації в графічні зображення і навпаки; просторове бачення об'єкта і його графічна побудова.

Література:

1. Артёмов А.К. Состав и методика формирования геометрических умений. – Пенза: Приволжское книжн. изд-во, 1969. – 366 с.

2. Моторіна В.Г. Теорія і практика розвитку графічної грамотності учнів 7-9 класів у навчанні математики: Навч.посібник. – Х.: ХДПУ – 1994. – 133 с.

3. Якиманская И.С. Восприятие и понимание учащимися чертежа и условия задачи в процессе её решения // Под ред. Н.А. Менчинской. – М.: Изд. АПН РСФСР, 1961. – С. 54-137.

МЕТОД СУМІЩЕННЯ ЯК КОГНІТИВНО-ВІЗУАЛЬНИЙ ЗАСІБ ВИРІШЕННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ПРОПОЗИЦІЙ

І.Г. Ленчук, О.В. Фонарюк
м. Житомир, Житомирський державний університет імені Івана Франка
Elena_Fonaryuk@i.ua

Постановка проблеми. Відомо, що однією з найцікавіших, узвичаєних у прикладній геометрії, науці і техніці є пропозиція на встановлення лінії перетину двох поверхонь. Зокрема, це може бути конструктивна задача на описання навколо заданої поверхні (чи вписання в неї) іншої поверхні, а також, – на перетин поверхні площиною загального розташування. Дві останні, переважно у спрощеному варіанті їх рисункового представлення, часто трапляються в геометрії загальноосвітньої школи. Все ж учні визначальні спільні точки і лінії заданих фігур указують на проекційному кресленні-картині швидше навмання, з пам'яті, інтуїтивно, ніж закономірно – з повним розумінням їх побудованого характеру; схожі конструктивні випробування не передбачені програмою, не забезпечені в часі. Шкода, але такий стан речей є однією з вагомих причин недорозвиненого, неефективного образного мислення учнів, "уявлюваної сліпоти" – "небачення" й нерозуміння суті зумовлених взаєморозташувань геометричних фігур та їх елементів, а отже, неспроможності правильно розв'язувати стереометричні задачі. Це стратегічна вада, величезна прогалина середньої освіти. Розділ "Стереометрія" нібито й вивчається, але задачі з істинно геометричним змістом є непосильними суб'єкту навчання.

Як, яким методом скористатися в закономірному, неспростовному обґрунтуванні конструктивного з'ясування розміщень задіяних у пошуку результату елементів геометричних фігур? Яких аргументів у міркуваннях варто додати вчителю, щоб учні краще уявляли суть кожної дії у просторі та розуміли підвалини їх відтворення на проекційному кресленні?

Аналіз останніх досліджень. Авторитетні в Україні математики-методисти О.С. Дубінчук, З.І. Слєпкань, С.М. Філіпова зазначають: "Незважаючи на те, що геометричні перетворення введено в кінці курсу планіметрії 8-го класу, вони не виступають як апарат доведення теорем і розв'язування задач" [1, 16].

Поряд із цим, на переконання І.М. Яглома, в основу розбудови геометрії покладено *дві великі загальні ідеї*: "Мова йде про *дедуктивний метод* і *аксіоматичне обґрунтування* геометрії, по-перше, та про *геометричні перетворення* і *теоретико-групове обґрунтування* геометрії, по-друге" [2, 4]. Адже, згідно із загальним означенням геометрії, вперше сформульованим відомим німецьким математиком Ф.Клейном: "Геометрія – це наука, що вивчає властивості фігур, які зберігаються при перетвореннях деякої групи *G* перетворень" [3, 102]. Останнє означає, таким чином, що навіть у середніх закладах освіти не варто вбачати в перетвореннях геометричних фігур лише окремо взятий розділ предмету “Геометрія”, оскільки без перетворення подібності (зокрема, рухів і гомотетії) неможливо вичерпно з’ясувати позиційні і метричні властивості всім відомого многовиду плоских і просторових фігур евклідової геометрії.

З іншого боку, пріоритети у виробленні та обґрунтуванні принципів і методів конструктивної геометрії в навчальному процесі, зокрема, методу вільного виконання зображень фігур на плоскому екрані, звичайно ж належать видатному російському геометру і педагогу М.Ф. Четверухіну, його однодумцям, послідовникам та багатьом учням (див., напр. [4–8]). Безсумнівно, авторами цікавих наукових праць, дуже корисних навчально-методичних і навчальних посібників з означеної тематики, перетворення фігур, як інструмент вирішення супутніх геометричних ситуацій, використовувалися коректно, доречно і результативно, однак без наголосу на їх особливу, кардинальну роль.

Формулювання цілей статті (постановка задачі). Суміщення площини загального розташування із площиною дошки (зошита), як перетворення у просторі та універсальний метод графічного чи графоаналітичного розв’язання різноманітних метричних задач на метрично визначених зображеннях плоских і просторових фігур, покладено в основу побудовно строгого виконання так званих винесених креслень.

Зараз, у доповнення, ми ставимо за мету продемонструвати природне місце і визначальну роль методу суміщення у графічному вирішенні більш складних задач конструктивної стереометрії.

Основна частина. Зауважимо, що будь-яке перетворення фігур здійснюється за строго сформульованим законом. У свою чергу, всяке закономірне перетворення має чітко означені й доведені властивості, які, власне, в разі вдалого застосування перетворення сприяють спрощенню шляху доведення теореми чи розв’язання задачі. У випадку, коли те чи інше перетворення задіюється з метою зведення сформульованої задачі до більш простої або вже відомої (раніше розв’язаної) ситуації і, при цьому, обраним перетворенням геометрична фігура загального розташування переводиться в частинне розташування відносно визначеної виконавцем площини проекцій (приміром, площини зображень), то після розв’язання задачі у спрощеному варіанті, обов’язково потрібно виконати обернене перетворення – повернутися до вихідних реалій і з цим одержати зумовлений результат.

Що стосується четверухінського методу вільного виконання зображень, то *він продуктивно корисний досвідченому вчителю*, який напевно знає “з чого розпочати” і “що за чим” у будь-якій стереометричній побудові, тобто у випадку, коли виконавець проекційних креслень володіє усталеним і відпрацьованим набором правил-орієнтирів конструктивних дій. Однак у навчанні в умовах школи не все так просто, як здавалося б на перший погляд. Адже стереометричні проекційні креслення покликані задовольняти основним вимогам до них: *вірності*, *наочності* і *простоти в побудовах*. Таким чином, з одного боку, зображення фігур пропонується виконувати у вільній аксонометрії, з дотриманням лише інваріантів паралельних проекцій та перетворення подібності, з іншого, так виконані креслення мають бути максимально наочними. Але ж це нонсенс, щонайменше – суперечність, оскільки найкращу наочність на площині проекцій забезпечують не вільно виконані зображення, а стандартизовані аксонометричні проекції. *Отже, категоричність застосування в навчальному процесі лише методу М.Ф. Четверухіна є сумнівним.* Багаторічний досвід у викладанні й навчанні геометрії переконливо свідчить, що не варто сліпо відкидати основні співвідношення і правила дій в аксонометрії, а потрібно вдумливо скористатися ними, ввівши обґрунтовані умовності, раціональні спрощення тощо, неодмінно гарантуючи належну якість зображень та стовідсоткове дотримання встановлених вимог.

***Задачі*.**

Трудомісткими, незручними для учнів у розумінні та накресленні є комбінації двох тіл, зокрема, за участю кулі.

Задача 1. *Побудувати проекційне креслення правильної піраміди, описаної навколо кулі, якщо висота піраміди у два рази більша за діаметр кулі.* У строгому побудовному відтворенні циркулем і лінійкою на картинній площині комбінації куля–описана піраміда [9] ми чітко дотримувалися таких кардинальних позицій:

1. Число вершин в основі правильної піраміди ніяк не впливає на структуру правила-орієнтиру рисункових операцій виконавця, тому для спрощення уявних дій дуже корисно ввести в розгляд ще одну поверхню, розташовану “між заданими” – круговий конус, описаний навколо кулі і вписаний в піраміду, й найперше оперувати з парою куля-конус, а потім – із парою конус-піраміда.

2. Щоб досягти найкращої якості зображення, комбінацію куля–піраміда (їх спільну вісь) слід в уявленні нахилити на спостерігача рисунка, виконуючи проекційне креслення у прямокутній диметрії з дотриманням відомих [10], [11] умовних співвідношень між елементами геометричних фігур.

3. В чіткій послідовності графічних випробувань доцільно спочатку побудувати зображення кулі, потім на її поверхні – зображення паралелі дотикання конуса і сфери (остання, що очевидно, вміщує точки дотику бічних граней піраміди і кулі) і лише на завершення – зображення піраміди з вимогою, щоб апофеми її бічних граней проходили через уже знайдені спільні точки обох поверхонь.

4. Якщо виконавець проекційного креслення малодосвідчений і, поряд із цим, він володіє елементарними навичками роботи з комплексними кресленнями Г. Монжа (що цілком можливо за наявності курсу “Креслення” у школі), ключем до вірного й наочного зображення має слугувати виконане

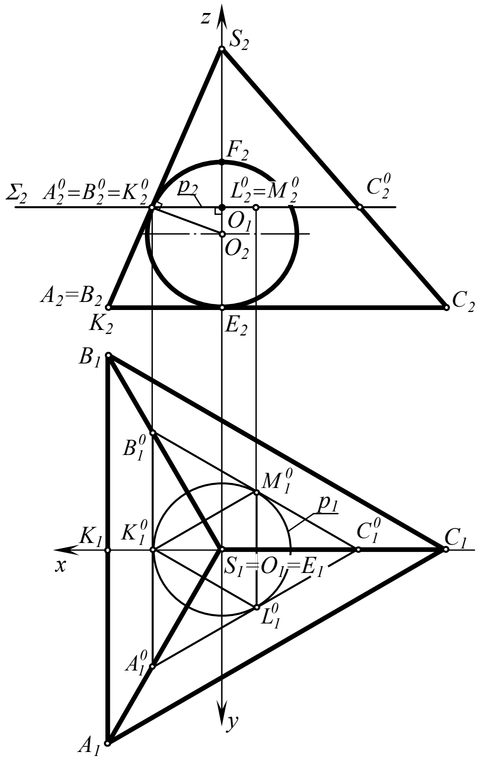


Рис. 1

на площині дошки (зошита) "від руки" комплексне креслення цієї комбінації у двох проекціях (рис. 1), де спільна вісь заданих тіл розташовується перпендикулярно до площини підлоги; якраз на такому, нібито "ненаочному" кресленні спрощується етап аналізу задачі, учень формує і відпрацьовує алгоритм конкретних графічних операцій, чітко відокремивши всі спільні елементи поверхонь геометричних тіл, обов'язкові й визначальні в побудові.

5. Найкраще "бачення" (читання) комбінації з уже готового рисунка досягається, якщо вважати описану поверхню прозорою щодо вписаної в неї поверхні, а кожну з них – не прозорою до себе; при цьому видимість обох поверхонь встановлюється незалежно одна від одної.

Зауважимо також, що домовленість стосовно відносних розмірів висоти піраміди і діаметра кулі є винятково формальним фактом метричної визначеності шуканої уявно-графічної моделі.

В цій задачі, для одержання суворо обґрунтованого результату, методу *суміщення* надається особлива, визначальна роль. Будуючи паралель у формі еліпса, що в оригіналі є колом дотикання конуса і сфери, пару співосних геометричних фігур перетнемо в уявленні фронтально проекціювальною (перпендикулярною до дошки) площиною симетрії, яка вміщує їх спільну вісь *SE*. Нескладно "бачити" (рис. 2), що так сфера в перетині з указаною площиною висіче велике коло, а конус – рівнобедрений трикутник, описаний навколо цього кола. Пару одержаних плоских фігур обертанням на кут 90° навколо вертикальної прямої, яка проходить через центр кулі, **суміщаємо** із площиною дошки (зошита). Тоді коло перерізу накладається на колообрис кулі, вісь *SE* "ляже" на картинну площину й займе натуральне розта-

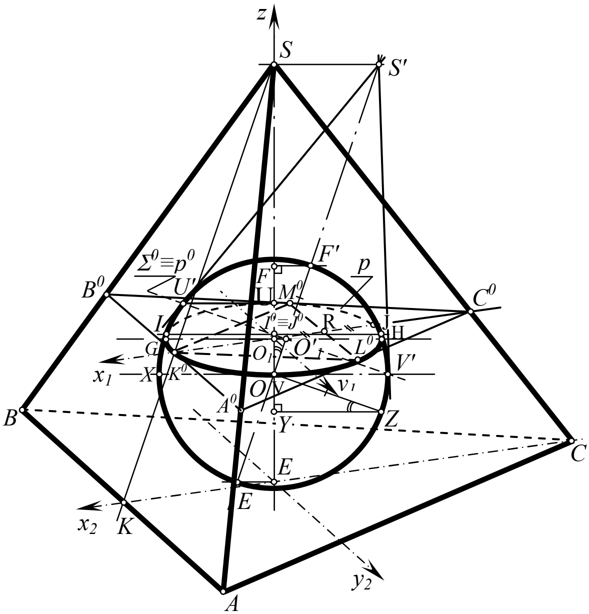


Рис. 2

шування $S'E'$, а коло-паралель p вироджується у відрізок прямої лінії p' ($U'V'$ – вироджена проекція кола). Як відомо, еліпс – зображення кола – однозначно задається великою GH і малою UV осями, які є в задіяному перетворенні образами двох взаємоперпендикулярних діаметрів кола $G'H'$ і $U'V'$ відповідно (тут $GH = U'V'$). Крім цього, опорними точками еліпса p є також точки видимості I, J (I', J').

Завершення побудови, тобто закономірне описання навколо кулі (конуса) правильної піраміди обґрунтовується наступними міркуваннями: 1) в уявленні перетнемо комбінацію куля-піраміда горизонтальною площиною Σ (Σ_2) (рис. 1), яка вміщує коло p на сфері і висікає на поверхні піраміди правильний многокутник, описаний навколо паралелі; 2) розв’язуємо у площині загального розташування (рис. 2) одну з найпростіших метричних задач – будуємо зображення правильного многокутника, описаного навколо кола. Точки дотику сторін многокутника до паралелі будуть одночасно спільними точками бічних граней піраміди і сфери; 3) в перетворенні гомотетії h_s із коефіцієнтом $k = \dfrac{SK}{SK^0} = \dfrac{SE}{SO_1}$ (E – південний полюс кулі, а O_1 – центр паралелі p) будуємо многокутник, гомотетичний (подібний) описаному навколо паралелі в п. 2. Провівши з вершини S бічні ребра піраміди, одержуємо остаточний результат задачі на побудову.

Задача 2. *Описати навколо кулі похилу призму.*

Для зручності і компактності подамо шлях розв’язання задачі на картинній площині креслярськими інструментами у вигляді чітко сформульованого правила-орієнтиру дій.

I. Побудова зображення кулі (послідовність кроків аналогічна до наведеної в задачі 1, див [9]).

II. Побудова зображення похилого циліндра, описаного навколо кулі (похилий циліндр однозначно задається кутом нахилу власної осі (твірної) до екваторіальної площини кулі).

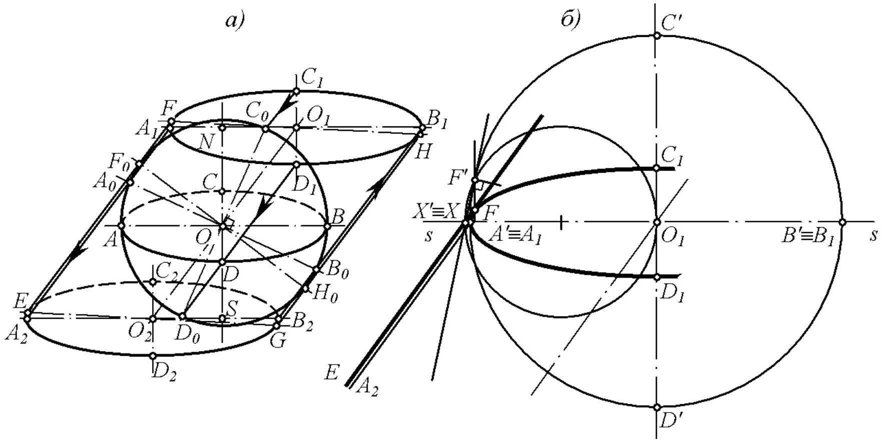


Рис. 3

1) проводимо дотичними до обрису кулі в кінцях деякого його діаметра (наприклад, у точках F_o і H_o) пару похилих паралельних прямих EF і GH, які містять обрисові твірні циліндра (рис. 3); 2) паралельно обрисовим твірним через центр кулі (точку O) проведемо вісь циліндра q; 3) прямі, паралельні великій осі екваторіального еліпса, проводимо через полюси кулі N і S; 4) зафіксуємо їх точки перетину з віссю q, чим визначимо центри еліпсів (O_1, O_2), які зображатимуть верхню та нижню основи циліндра; 5) із центром у точці O_1 за великою A_1B_1 та малою C_1D_1 осями описуємо еліпс, дотичний до прямих EF і GH, менша вісь якого рівна малій осі CD екваторіального еліпса кулі (справа в тому, що площина еліпса (O_1) дотикається до сфери в північному полюсі N, а отже, паралельна площині екватора і, за побудовою, велика вісь еліпса (O_1) паралельна великій осі екватора, тому і їх малі осі паралельні та ще й рівні, оскільки останні є зображенням паралельних і рівних відрізків: $R_{\text{сфери}}=R_{\text{циліндра}}$); 6) у спрощеному варіанті (якщо він рисунково прийнятний) кінці великої осі A_1B_1 еліпса (O_1) вибираємо “на око” близько біля обрису циліндра, всередині обрису, а точки *F і H* дотику до обрисових твірних – інтуїтивно при наведенні лекальної кривої. Обґрунтована побудова точок A_1 і B_1 – кінців великої осі еліпса – очевидна з рис. 3, *а* і спирається на факт спряженості діаметрів A_1B_1 і C_1D_1 за умови, що C_1D_1

на зображенні задано, а прообразом еліпса (O_1) при внутрішньому паралельному проекціюванні за напрямком q є коло (O, F_oH_o) нормального перерізу циліндра, суміщене з картинною площиною; 7) з центром у точці O_2 описуємо еліпс, рівний еліпсу з центром у точці O_1 (зручно побудову вказаних еліпсів виконувати одночасно). Решта побудов – очевидні. На рис. 3, *а* свідомо не виконано обводку контурних ліній, оскільки прямі A_1A_2 і B_1B_2 майже зливаються з обрисовими твірними циліндра.

Примітка. У свою чергу, виважене і строге обґрунтування алгоритму відшукання точок F і H дотику обрисових твірних циліндра і його верхньої основи можна провести спираючись на такі міркування. Уявимо собі (рис. 3, *б*), що еліпс, визначений на картинній площині Π своїми осями A_1B_1 і C_1D_1, одержано як ортогональну проекцію кола, розташованого в деякій площині $\Pi' \nparallel \Pi$. Нехай s – лінія перетину Π' і Π. У випадку ортогонального проекціювання, як відомо, діаметр $A'B'$ кола, паралельний s, спроекціюється в діаметр A_oB_o еліпса, рівний $A'B'$ і теж паралельний прямій s, а діаметр $C'D' \perp A'B'$ – у діаметр C_oD_o, спряжений і перпендикулярний A_oB_o. Але ж еліпс може мати лише єдину пару спряжених і перпендикулярних діаметрів – велику та малу осі. Тому $A'B' = A_oB_o$. і $C'D' = C_oD_o$. При цьому дотична до кола в точці F' спроекціюється в дотичну до еліпса в точці F і, що особливо важливо, всяка пара відповідних дотичних, крім проведених у точках C' і C_1, D' і D_1, в яких вони паралельні, перетинаються на прямій s. Тут F' і F є пара відповідних точок, а s – множина подвійних точок у такому проекціюванні площини Π' на площину Π. Отже: а) **сумістимо** площини Π' і Π так, щоб діаметр $A'B'$ кола збігся з великою віссю A_1B_1 еліпса (рис. 3, *б*); б) зафіксуємо точку $X \equiv X'$ перетину обрисової твірної EF циліндра – дотичної до еліпса в його верхній основі – з віссю s; в) відомим методом із точки X' проведемо дотичну $X'F'$ до кола в точці F', г) у перетині вертикальної прямої $F'F$, паралельної лінії проекційного зв'язку $C'C_1$ ($D'D_1$), і прямої EF відмічаємо шукану точку F дотику цієї прямої до еліпса верхньої основи.

ІІІ. Побудова зображення призми, описаної навколо циліндра (на рис. 3, *а* не показано).

1) навколо еліпсів (O_1) і (O_2) опишемо рівні та однаково розташовані многокутники визначеної форми; 2) з'єднаємо відповідні вершини многокутників відрізками бічних ребер призми (враховуючи, що бічні ребра паралельні осі циліндра q).

Зрозуміло, що коли призму описано навколо кулі і її бічні грані дотикаються сфери в точках нормального перерізу, виконаного площиною, інцидентною центру O, а висота призми рівна діаметру кулі, то точка O є серединою відрізка O_1O_2, який з'єднує центри кіл, уписаних у верхню та нижню основи призми.

Задача 3. *Побудувати на однокартинному зображенні переріз кулі площиною загального розташування.*

Будь-яка площина перетинає сферу по колу, ортогональною проекцією якого в загальному випадку є еліпс. Звичайно, еліпс цілком визначається своїми великою та малою осями (як і якою завгодно іншою парою спряжених діаметрів). Для його побудови досить знайти на зображенні кінці цих осей. Крім таких визначальних точок, еліпс має безліч випадкових (довільних або проміжних) точок, кожну з яких будують за допомогою одного і того ж прийому (алгоритму). До випадкових, зокрема, відносяться точки *A*, *B* і *C*, які задають на зображенні площину перерізу. Проте на еліпсі є кілька точок, що займають особливе місце. Це так звані опорні точки, які будують у першу чергу, причому побудова кожної з них вимагає спеціального прийому. До таких належать найближча і найдальша точки відносно тієї чи іншої площини проекцій – екстремальні точки; точки, розташовані на обрисі зображання, – точки видимості; точки найбільшої ширини кривої і т. ін.

Отже, розпочинаємо закономірну побудову перерізу за таким правилом-орієнтиром дій.

1. Виконаємо спочатку допоміжну графічну операцію, а саме, знайдемо *слід січної площини* Θ' на площині зображень Π, чим певною мірою прискоримо процес розв'язання задачі: а) шукаємо точку S перетину із площиною Π прямої $A'B'$. Для цього знаходимо глибини $h_A=AA^0$ точки A', $h_B=BB^0$ точки B' і відкладаємо їх від точок A та B на напрямках, перпендикулярних AB, що призведе до суміщення $A^{0'}B^{0'}$ прямої $A'B'$ із площиною Π (рис. 4). Тоді точка S перетину суміщеної прямої з її проекцією AB буде шуканою. Просторову модель указаного побудованого дійства можна інтерпретувати наступним чином: усяка пряма, не паралельна площині зображень, перетинає її в деякій точці, яку називають слідом прямої. Уявімо собі задану пряму $A'B'$ твірною прямого кругового конуса, вершиною якого буде точка $S = A'B' \cap \Pi$, а віссю обертання – пряма AB, що є ортогональною проекцією $A'B'$ на площину Π. Дві задані точки A' і B', обертаючись навколо осі AB, описують кола (паралелі), радіуси яких відповідно рівні їх глибинам: $r_{A'} = h_A$, $r_{B'} = h_B$. Точка $A^{0'}$ і $B^{0'}$, вочевидь, визначають ще одну твірну цього ж конуса у площині зображень Π, які є водночас суміщенням точок A' і B' у повороті останніх на кут 90°. Зауважимо, що місце розташування точки S не залежить від напрямку відкладання глибин точок A' і B', аби тільки ці напрямки були паралельні між собою. Цим побудова спрощується: відкладаємо глибину $h_A=AA^0$ ($A\overline{A}^0$) паралельно висоті BB^0 і знаходимо перетин прямих AB і $\overline{A}^0B^0$ в точці S; б) аналогічно будуємо слід T прямої $A'C'$ на

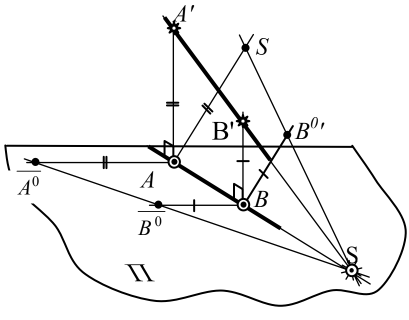


Рис. 4, *а*

площині Π ($h_A = \overline{AA^0}$; $h_C = CC^0$); в) з'єднуємо точки S і T прямою.

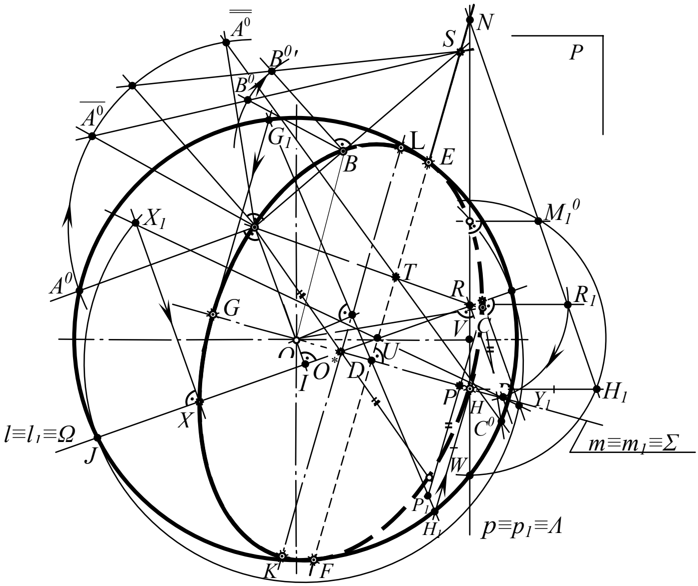


Рис. 4, б

2. *Побудова точок видимості*: шукаємо точки E і F на площині зображень як перетин прямої ST з обрисом сфери. Якщо слід площини Θ' не перетинає обрису (що буде у випадку однакової видимості всіх трьох точок A', B' і C', жодна з яких не належить головному меридіану), то лінія перетину даної площини зі сферою або цілком видима (всі точки розташовані перед меридіональною площиною), або цілком невидима (всі її точки належать іншій півсфері, розташованій за площиною головного меридіана).

3. *Побудова кінців великої та малої осей еліпса*: а) через точку O перпендикулярно сліду ST проводимо пряму m ($D{=}m{\cap}ST$), чим визначимо в даній площині перерізу Θ' зображення лінії найбільшого нахилу m' до картинної площини. Два взаємно перпендикулярні діаметри кола в перетині сфери площиною Θ', один з яких належить саме побудованій лінії, зображатимуть на проекційному кресленні велику та малу осі еліпса; б) через пряму m' проведемо фронтально проекціювальну площину-посередник Σ' і поворотом навколо лінії рівня m_1 із нульовою глибиною (навколо сліду площини Σ) **сумістимо** площину Σ' із площиною зображень Π. Для цього у площині Θ' на лінії найбільшого нахилу m' виберемо будь-яку точку P' (P' не належить поверхні кулі). Нехай, для визначеності, P' має ту саму глибину, що і точка C', тобто $P'C'$ – фронтальна пряма в січній площині Θ'. Нове розташу-

вання на зображенні точки P після повороту знаходимо так: у точці P будуємо перпендикуляр до OD і відкладаємо на ньому відрізок $PP_1=CC^{\circ}$; сполучивши точку D із точкою P_1, одержимо суміщення P_1D лінії найбільшого нахилу. Нове розташування великого кола в перетині Σ' із поверхнею кулі збігається з її обрисом на площині зображень. Тому інциденціями обрису і прямої P_1D матимемо точки G_1 і H_1, що є кінцями суміщеного діаметра кола перерізу, який ще й зображається в натуральну величину. Тут точка $O_1(G_1O_1=O_1H_1)$ буде суміщенням центра перерізу. За суміщенням O_1 шукаємо центр еліпса O^*, а ортогональна проекція діаметра G_1H_1 на лінію OD (на рис. вказано стрілками) дасть малу вісь GH еліпса; в) велику вісь еліпса одержимо, відклавши від точки O^* на прямій, паралельній ST (перпендикулярній GH), відрізки O^*L і O^*K, рівні половині діаметра G_1H_1. Точки G' і H', крім цього, будуть найбільш віддаленими точками шуканої лінії перерізу відносно площини зображень Π – з різних боків від неї, а K' і L' – найбільш віддалені точки на кривій за фронтальним напрямком.

Зауважимо, що важливими опорними точками перерізу слід вважати також найбільш ліву і найбільш праву, найнижчу і найвищу точки на його зображенні (точки дотику сторін габаритного прямокутника і еліпса). Оскільки тут мова йде саме про точки зображення, а не оригінала (на відміну від точок G, H, K, L), дотичні до кривої в точках, скажімо першої пари, мають розташовуватися вертикально. Отже, шукати їх потрібно на діаметрі еліпса, спряженому до його довільної вертикальної хорди.

4. *Побудова найбільш лівої і найбільш правої точок еліпса*: а) візьмемо будь-яку з раніше побудованих точок перерізу, наприклад, $H'(H)$; б) через точку H' у площині Θ' проведемо пряму p' так, щоб її проекція p на площині рисунка була вертикальною прямою; в) вводимо в розгляд допоміжну фронтально проекціювальну площину Λ', що містить пряму p' і перетинає сферу по колу, радіус якого визначається відрізком VW; г) обертанням навколо нуль-фронталі p_1 **суміщуємо** площину Λ' із площиною рисунка. Суміщене положення прямої p' визначать точки H_1° і N, де $HH_1^0 \perp p$, $HH_1^0 = HH_1 = h_H$ і $N\,(N^0)$ є точка перетину прямої p' зі слідом ST площини Θ'. Коло з центром у точці V і радіусом VW буде суміщенням кола перетину площини Λ' і сфери. Проекціюванням па пряму p точки M_1^0, яку знайдемо в перетині згаданого кола і прямої H_1^0N, одержимо точку M – інший, відмінний від H, кінець хорди еліпса; д) точкою R ділимо хорду HM навпіл і проводимо через цю точку спряжений до хорди діаметр еліпса $RO^*=l$ як зображення прямої l' у площині Θ', е) як і в попередніх випадках, методом обертання навколо нуль-фронталі l_1 (див. рис. 4, *б*), знаходимо точки X і Y, що є шуканими – відповідно найлівішою і найправішою на еліпсі. Тут суміщення прямої l' визначають точка R_1^0, де $RR_1^0 \perp l$, $RR_1^0 = RR_1 = h_R$, і точка $U=l\cap ST$, а коло, що є спільним для площини-посередника Ω' і сфери,

визначається центром у точці I ($OI \perp l$) і має радіус IJ.

5. *Аналогічно побудуємо на зображенні найвищу і найнижчу точки еліпса.*

6. Для *відшукання потрібної кількості випадкових точок*, що розташовуються на зображенні перерізу більш-менш рівномірно між опорними (за розсудом виконавця), слід перш за все скористатися тим, що еліпс – фігура симетрична відносно своїх осей і центра. Якщо ж і цього буде не досить, що малоймовірно в даній задачі, найпростіше застосувати прийом побудови точок еліпса за його великою KL і малою GH осями.

7. *Під лекало наводимо шукану лінію перетину заданих сфери і площини*.

Уважний читач напевне помітив, що у процесі розв'язування цієї специфічної задачі, з одного боку, відбувається удаване моделювання всіх графічних операцій, а з іншого, – графічна площинна (у проекції) демонстрація просторових пошуків їх результатів на поверхні кулі. Це, загалом, справа суб'єктивна в кожному окремому випадку, однак слід знати, що чітке розмежування оригінала і його проекції здійснюється не для задоволення якоїсь забаганки, а з єдиною метою, щоб краще, більш зрозуміло аргументувати всі без винятку побудови, щоб кожна графічна операція обов'язково відображалася на кресленні лише після її просторового уявлення у свідомості виконавця. Адже тут всяка точка, якою випадає оперувати на проекційному кресленні, не настільки явно, не так зримо визначена, як, скажімо, у випадку многогранника. Для нас звичною є картина, коли пара "точка-основа точки" лежить на шпиці незалежно від того, яким саме внутрішнім проекціюванням це забезпечено – центральним чи паралельним. У випадку кулі та її поверхні (сфери) якщо й можна уявити внутрішнє проекціювання, то воно реально є глибинним, перпендикулярним до площини зображень, тобто на такому кресленні зовнішнє і внутрішнє проекціювання ототожнені, зливаються, а зображення кожної точки збігається із зображенням її основи, хоч сама точка не обов'язково належить основній площині. Позиційна ж визначеність в цій ситуації забезпечується і підкреслюється єдино можливим відношенням "належності" точки і поверхні. А саме, нам відомо, що ***точка належить площині, якщо вона лежить на прямій цієї площини;*** аналогічно, узагальнюючи (адже площина є частинним випадком поверхні), одержуємо, що ***точка належить сфері, якщо вона лежить на колі цієї сфери.*** Окрім цього, що суть важливо в досягненні результату задачі, на однокартинному кресленні кулі дієво і ефективно "працює" перетворення **суміщення** із площиною зображень або, по-іншому, метод обертання площини навколо її нульової фронталі. Це ще одне з низки цікавих перетворень простору, яким з успіхом можна користуватися на позиційно і, до речі, на метрично визначених кресленнях М.Ф. Четверухіна.

Висновки. Детальне, теоретично строге обґрунтування методологічних аспектів виконання плоских зображень комбінацій двох стереометричних тіл, одним з яких є куля, та перерізів круглих тіл площиною з пізнавальних і навчальних позицій є черговим, дещо складнішим за змістом і операційним складом етапом системного відпрацювання правил-орієнтирів достовірних побудовних схем. Разом із тим, такі вправи сприяють розвитку просторового мислення, уявлення та уяви, логіко-геометричної культури і розумових здібностей учня, поглибленому образному засвоєнню конкретних суто геометричних закономірностей і виробленню стійких стереотипів в їх застосуванні. Суттєво, що оптимальний шлях до вирішення конструктивних пропозицій немислимий без усвідомленого застосування перетворень у просторі, зокрема *суміщення* з картинною площиною уявлюваних фігур – перерізів заданих стереометричних об'єктів проекціювальними площинами.

Суб'єкт навчання може висловлювати думку, що запропоновані способи виконання стереометричних побудов дещо складні і потребують чимало часу для їх рисункової реалізації. Й це справді так. Але ж ми навчаємося виконувати зображення з теоретичним обґрунтуванням кожного кроку, з повним розумінням суті питання. Іншими словами, ми виконували математичні побудови циркулем і лінійкою строго на науковій основі. А процес навчання, як відомо, мало коли буває простим і швидкоплинним. Якщо ж той, хто вчиться, зрозумів основи розглядуваних побудов, і в нього бракує часу на ретельне, графічно точне опрацювання креслень-моделей, скажімо, на уроці чи при виконанні домашніх завдань, то, ввівши певні умовності, можна спростити і прискорити відтворення конструкцій в формі креслень-картин.

Пригадаємо, що в умові задачі 1 висота піраміди у два рази більша за діаметр кулі: $SF = 2FE$. (див. рис. 2). З урахуванням цього, розглянемо прямокутний трикутник SK^0O. Тут $\angle SK^0O = 90^\circ$, оскільки SK^0 – дотична до головного меридіану поверхні. Очевидно, що гіпотенуза SO трикутника рівна трьом радіусам великого кола кулі ($SO = 3R$), а катет K^0O – радіусу ($K^0O = R$). Відомо також, що будь-який катет прямокутного трикутника є середнім геометричним між гіпотенузою і своєю власною проекцією на гіпотенузу. Отже, $(K^0\Pi)^2 = \Pi\Pi_1 \cdot SO$. Або $R^2 = \Pi\Pi_1 \cdot 3R$. Звідси $\Pi\Pi_1 = \dfrac{R}{3}$. Таким чином, центр паралелі, яка містить точки дотику поверхні кулі та бічних граней піраміди, ділить радіус кулі OF у відношенні 1:3, рахуючи від точки O. Обґрунтований факт суттєво спрощує і пришвидшує дії "від руки".

Зауважимо на останок, що запропоновані задачі з кулею є у своєму роді типовими. Тому цілковите розуміння вищевикладених закономірностей гарантує також кваліфіковане виконання проекційних креслень комбінацій стереометричних фігур й за участю конуса та циліндра. Це, власне, дозволяє в усякому випадку за якісним рисунком провести правильно вичерпний аналіз будь-якої стереометричної задачі на обчислення.

Література:

1. Дубінчук О.С., Слєпкань З.І., Філіпова С.М. Методичні особливості навчання геометрії в середньому ПТУ. – К.: Вища школа, 1992. – 272 с.
2. Яглом И.М. Геометрические преобразования: В 2-х т. – М.: ГИТТЛ, 1955. – Т.1: Движение и преобразование подобия. – 282 с.
3. Энциклопедия элементарной математики: В V-ти кн. – Кн.IV (Геометрия). – М.: Физматгиз, 1963. – 568 с.
4. Четверухін М.Ф. Рисунки просторових фігур у курсі стереометрії. – К.: Радянська школа, 1953. – 188 с.
5. Четверухин Н.Ф. Стереометрические задачи на проекционном чертеже. – М.: Учпедгиз, 1955. – 128 с.
6. Зенгин А.Р. Основные принципы построения изображений в стереометрии. – М.: Учпедгиз, 1962. – 108 с.
7. Орехов П.С. Изображения в стереометрии. – Ижевск: Удмуртия, 1981. – 172 с.
8. Савченко В.М. Изображение фигур в математике. – К.: Вища школа, 1978. – 134 с.
9. Ленчук І.Г. Алгоритмічний підхід у побудові проекційних креслень комбінацій двох тіл // Вісник ЖДПУ. – 1999. – № 3. – С. 80–84.
10. Ленчук І.Г. Методологічні засади зображень в аксонометрії. Многогранники // Вісник ЖДПІ. – 1998. – № 1. – С. 13–19.
11. Ленчук І.Г. Методологічні засади зображень в аксонометрії. Тіла обертання // Вісник ЖДПІ. – 1998. – № 2. – С. 48–54.

РЕАЛІЗАЦІЯ НАСТУПНОСТІ ШКІЛЬНОЇ ТА ВУЗІВСЬКОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ЕКОНОМІСТІВ

Л.М. Романишина[1α], Н.М. Самарук[2β]
[1] м. Хмельницький, Національна академія Державної прикордонної служби України
[2] м. Хмельницький, Хмельницький національний університет
[α] romanyshyna@mail.ru
[β] neyada@ukr.net

Розвиток школяра, абітурієнта, студента, спеціаліста забезпечується послідовним процесом навчання спочатку у школі, а потім у вищому навчальному закладі. Складні соціально-економічні умови сьогодення ставлять високі вимоги до майбутнього фахівця. Досягнення високого рівня професіоналізму можливе лише за умови узгодженої, спільної роботи всіх ланок навчального процесу у закладах освіти. Тому актуальною сьогодні є проблема удосконалення процесу наступності загальноосвітньої профільної підготовки старшокласників та професійної підготовки студентів. Сьогодні в умовах реформування економіки гостро постає проблема добору і підготовки абітурієнтів до вступу у ВНЗ економічного профілю, які мають високий рівень математичної підготовки. Специфіка діяльності фахівця економічного профілю вимагає такого рівня математичної освіти, який би задовольняв потреби майбутньої професії. Зазначені вимоги до абітурієнта економічного вищого навчального закладу можна виконати за умови систематичної цілеспрямованої профорієнтаційної роботи ще у загальноосвітній школі.

Метою статті є висвітлення шляхів реалізації наступності математичної підготовки у загальноосвітній школі та у вищому навчальному закладі.

Останнім часом спостерігається зниження рівня математичної підготовки абітурієнтів та студентів. Це є наслідком значного погіршення знань школярів з математики, зменшення зацікавленості студентів у якісній професійній підготовці. Тому нині постає питання про необхідність систематичного впровадження спеціальної професійно орієнтованої математичної підготовки учнів загальноосвітніх шкіл та студентів вищих навчальних закладів. Математична підготовка старшокласників повинна сприяти формуванню у майбутніх абітурієнтів економічних факультетів відповідних знань, умінь та навичок; умінь застосовувати отримані математичні знання для вирішення економічних проблем; зміні ставлення до математики як основи майбутньої економічної спеціальності; розумінню необхідності та значення якісної математичної підготовки.

Високий рівень фундаментальної математичної підготовки студентів економістів передбачає: відповідний рівень шкільної підготовки, необхідний для успішного засвоєння фахових дисциплін і самостійного опрацювання наукової літератури з математики; вміння будувати математичні моделі різних економічних процесів; вміння вибирати та застосовувати математичні методи до розв'язання фахових задач; знання ролі і місця математичної освіти у системі фахової підготовки.

Проблема професійної орієнтації школярів досліджена у працях багатьох педагогів. Так, наприклад, О. Лук'янченко розглядає реалізацію неперервності професійної орієнтації навчання у школі та у ВНЗ при підготовці майбутніх словесників [2]. Проблемі профорієнтаційної роботи присвячені праці М. Опачко (в процесі розв'язування задач фізико-технічного змісту) [5], Л. Тименко (під час вивчення предметів соціального циклу) [7] та інші. Проблемі професійної економічної орієнтації вивчення математики у школі присвячена незначна кількість праць (С. Гараєв [1], Л. Межейнікова [3], Л. Нічуговська [4]). Проте, до даного дослідження вони мають дотичний характер.

Проблема недостатньої математичної підготовки може бути вирішена декількома шляхами. Одним із шляхів покращення рівня математичної підготовки студентів є спрямування вивчення математики на потреби майбутньої економічної діяльності ще у школі, у профільних класах. У результаті постійної взаємодії вчителя і учня в процесі навчання математики у останніх повинна формуватися потреба у реалізації набутих математичних умінь для вирішення економічних завдань.

У загальноосвітній школі сьогодні приділяється мало уваги професійній спрямованості навчання. Пояснити це можна тим, що у підручниках переважає теоретичний матеріал суто математичного характеру. Проте, досвід показує, що міцне засвоєння знань можливе тоді, коли процес навчання будується на між предметній основі. Важливим і ефективним стимулом до розвитку і зміцнення інтересу до вивчення математики учнями є використання задач економічного змісту. Задачі професійного характеру сприяють підтримці інтересу до математики. Кожне нове поняття чи положення повинне, по можливості, трактуватися у задачах прикладного характеру. Такі задачі переконують учнів у потребі вивчення нового математичного матеріалу і показують, що математичні абстракції виникають із задач, поставлених реальною дійсністю. Проблемі використання задач економічного змісту в процесі вивчення математики у загальноосвітній школі присвячені роботи С. Гараєва [1], Л. Межейнікової [3], Л. Нічуговської [4], Л. Шоферовської [8] та інших.

Пропедевтичну роботу з економічної орієнтації вивчення математики слід розпочинати у V-IX класах ЗОСШ. Одним із прикладів може бути фінансово-математична задача, яка постає перед багатьма членами нашого суспільства − проблема грошового внеску. Л. Шоферовська у своїй роботі наводить задачу, яка може бути використана в п'ятому класі при вивченні теми "Відсотки".

Задача. Вкладник поклав у банк 1200 гривень під 20% річних. Яку суму він отримає через два роки, якщо відсотки банк нараховує 1 раз на рік?

Для розв'язання задачі використовується формула складного відсотку. Але у п'ятому класі розгляд даної формули не є доцільним. Тому задачу можна розв'язати наступним чином:

1. Знаходять 20% від вкладу: $1200 \cdot 0{,}2=240$ (грн.)
2. Сума, яка буде нарахована за рік: $1200+240=1440$ (грн.)
3. Відсотки від вкладу, які нараховані через 1 рік: $1440 \cdot 0{,}2=288$ (грн.)
4. Сума вкладу через 2 роки: $1440+288=1728$ (грн.)

Розв'язування цієї задачі демонструє учням схему роботи банку із грошовими внесками фізичних осіб [8, 416]. Відзначимо, що таку задачу можна розв'язати зі студентами першого курсу використавши формулу складних відсотків при вивченні ними "Вищої математики".

У старших класах, коли учні переходять у профільні класи, слід підсилити економічне спрямування вивчення математики за рахунок спеціально підібраної системи економічних задач, які розв'язуються засобами математики. Так, при вивченні теми "Похідна" можна запропонувати учням задачу.

Задача. Для виробництва продукції фірма закупила устаткування вартістю 200 000 грн. Передбачається, що термін експлуатації устаткування − 10 років, після чого воно може бути продано лише на брухт, у зв'язку із закінченням терміну експлуатації, за ціною в 19 700 грн. Необхідно: а) знайти аналітичний вигляді лінійної моделі амортизаційних відрахувань та побудувати її графік; б) пояснити економічний зміст точки перетину графіка функції амортизаційних відрахувань з віссю Oy; в) дати економічну інтерпретацію кутового коефіцієнта цієї прямої.

Розв'язання. а) Нехай вартість устаткування − y (грн.). Термін експлуатації − x (років). Тоді лінійна модель амортизаційних відрахувань матиме вигляд: $y=kx+b$, де k і b − невідомі параметри, які необхідно знайти. За умовою, якщо $x=0$ (років), то $y=200\,000$ (грн.), а якщо $x=10$ (років), то $y=19\,700$ (грн.). Тоді $\begin{cases} 200000 = k\cdot 0 + b \\ 19700 = k\cdot 10 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 200000 \\ k = -18030 \end{cases}$.

Отже, аналітичний вигляд лінійної моделі амортизаційних відрахувань $y=-18\,030x+200\,000$. Наведено графік цієї моделі (рис. 1).

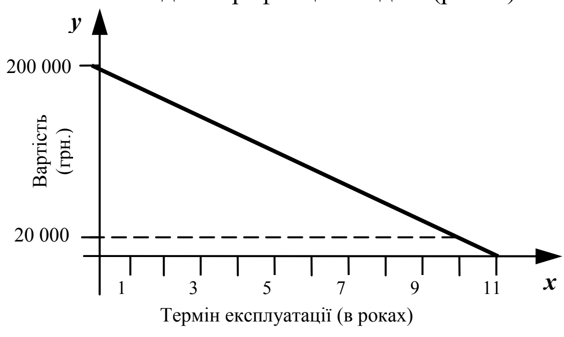


Рис. 1. Лінійна модель амортизаційних відрахувань

б) Точка з координатами (0; 200 000) перетину графіка функції з віссю Oy показує, що в початковий момент часу, тобто якщо x=0 (років), вартість устаткування дорівнює 200 000 грн.

в) В лінійній моделі амортизаційних витрат кутовий коефіцієнт прямої k=–18 030. Згідно з економічним змістом похідної $y'=(kx+b)'=k$ значення кутового коефіцієнта дорівнює маргінальній величині щорічних амортизаційних відрахувань (в грн.) [4, 46].

Іншим шляхом посилення професійної спрямованості навчання математики є роз'яснення економічного змісту математичного матеріалу. Наприклад, при вивченні функцій у школі слід продемонструвати геометричну інтерпретацію залежності пропозиції від ціни, попиту від рівня доходів. При вивченні арифметичної прогресії у дев'ятому класі можна навести формулу обчислення суми простої процентної ставки: $S=p(1+n\cdot i)$, де p − початкова сума; n − кількість років; i − ставка процента та розв'язати задачу на використання даної формули. У старших класах при вивченні похідної зазначаємо, що похідна обсягу виробленої продукції за часом дорівнює продуктивності праці, маргінальна вартість є похідною витрат тощо.

Озброєння учнів міцними знаннями в сучасних умовах неможливе без проведення позакласної роботи. Тут потрібна продумана система роботи. На позакласних заняттях слід розширювати межі використання математичного інструментарію для вирішення економічних завдань. Це може бути реалізовано через створення спеціальних факультативних занять, в процесі яких учні мають можливість закріпити набуті математичні знання, здобути уміння та навички практичного застосування математичних методів до розв'язування економічних задач. Як зразок програми таких занять може бути використана програма факультативних курсів, розроблена колективом авторів під керівництвом О. Стрельченка [6, 51]. У програму авторами внесено застосування методів теорії ймовірностей та математичної статистики у прикладних задачах економіки. У програму, на нашу думку, доцільно було б внести вивчення методів групування статистичних сукупностей, складання варіаційних рядів, формування вмінь побудови діаграм і графіків, обчислення кількісних характеристик статистичних сукупностей, зокрема таких, як мода, медіана, дисперсія, середнє квадратичне відхилення. Наш практичний досвід показав, що такий підхід сприятиме в подальшому ефективнішому засвоєнню дисципліни "Теорія ймовірностей та математична статистика" під час навчання у вищому навчальному закладі. Для дослідження математичних моделей конфліктних ситуацій, які притаманні процесу управління, використовується метод матричної гри. Основою теорії ігор в курсі математики може слугувати вивчення деяких питань алгебри матриць. Розгляд даних понять на факультативних заняттях є пропедевтикою вивчення розділу "Лінійна алгебра" курсів "Вищої математики" та "Математичного програмування".

Підвищення якості математичної підготовки студентів економічних спеціальностей здійснюється через професійну спрямованість навчання математичним дисциплін, яка реалізується через комплекс педагогічних умов, до яких відносимо: професійне спрямування змісту робочих програм з математичних дисциплін; удосконалення методики проведення різних форм навчальних занять; активізацію самостійної навчальної діяльності; інтеграцію математичних та економічних дисциплін засобами інформаційних технологій.

Удосконалені професійно спрямовані робочі програми з математичних дисциплін складаються з двох компонентів. Нормативна компонента представлена набором обов'язкових математичних тем, які відображають мету, основний зміст математичної освіти економістів. Додаткова компонента являє собою сукупність економічних понять, категорій, задач та законів, в яких відображається та чи інша тема чи поняття математичної дисципліни. Практично кожна тема підкріплена прикладними задачами у сфері фінансів, підприємництва та економіки. У перелік питань, які виносяться на іспит чи залік нами включені деякі економічні задачі та поняття, в яких використовується розглянутий математичний апарат.

Модернізовано методику проведення лекцій, що передбачає розв'язання задач прикладного змісту; економічну інтерпретацію певних математичних понять; зазначення тих фахових дисциплін, в яких буде використовуватись математичних матеріал, що вивчається. Реорганізовано структуру практичного заняття на основі двокомпонентності. Першою компонентою є засвоєння студентами суто математичних понять, вироблення умінь розв'язувати математичні задачі. Друга компонента передбачає демонстрацію застосування математики в прикладному аспекті: розв'язування задач з економічним змістом, складання економіко-математичних моделей певних процесів та явищ. До домашніх завдань, контрольних та самостійних робіт включено розв'язування задач з економічним змістом.

Активізація самостійної навчально-пізнавальної діяльності проводилась через ретельний відбір змісту та обсягу матеріалу для самостійного опрацювання, включення у виконання індивідуальних та домашніх завдань задач економічного характеру, опрацювання економіко-математичного матеріалу. Особлива увага приділена написанню науково-дослідних самостійних робіт на економічну тематику.

Реалізацію міжпредметних зв'язків математики, інформатики та економіки здійснюємо через впровадження у навчальний процес за домовленістю із викладачами інформатики математичних задач з економічним змістом, які можна розв'язати комп'ютерними засобами; через проведення бінарних занять з математики та інформатики.

Зазначені вище шляхи дозволяють реалізувати безперервний процес фахової спрямованості вивчення математики майбутніми економістами; реалізації принципу наступності у профорієнтаційній роботі із школярами та у математичній підготовці студентів-економістів; підводять студентів до більш глибокого розуміння ролі математичного інструментарію у майбутній професійній діяльності.

В подальшому планується розробка методики проведення факультативів та спецкурсів з математики, навчально-методичного посібника математичних завдань з економічним змістом.

Література:

1. Гараев С. Формирование умений учащихся решать экономические задачи при изучении алгебры в неполной средней школе: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02. – М., 1991. – 16 с.
2. Лук'янченко О.Г. Реалізація принципу неперервності у профорієнтаційній роботі зі старшокласниками та фаховій підготовці студентів - майбутніх словесників: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.04 / Інститут вищої освіти АПН України. – К., 2002. – 20 с.
3. Межейнікова Л.С. Активізація пізнавальної діяльності учнів основної школи в процесі розв'язування математичних задач фінансового змісту: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Національний педагогічний ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 2005. – 20 с.
4. Нічуговська Л.І. Прикладні аспекти математики: лінійна функція та її економічне застосування // Математика в школі. − 2003. − № 8. − С. 43-47.
5. Опачко М.В. Професійна орієнтація учнів в процесі розв'язування задач фізико-технічного змісту: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Національний педагогічний ун-т ім. М.П.Драгоманова. – К., 2001. – 20 с.
6. Стрельченко О., Вайнтрауб М., Стрельченко І. Програма з математики для класів економічного профілю // Математика в школі − 2003. − №5. − С. 43-51.
7. Тименко Л.В. Професійна орієнтація старшокласників у процесі вивчення предметів соціального циклу: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.01 / АПН України. – К., 1997. – 24 с.
8. Шоферовська Л.С. Фінансові задачі в шкільному курсі математики // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. В 3-х томах. − Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2002. − Т.1: Теорія та методика навчання математики. − С. 413-420.

НАВЧАННЯ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРАМИ

О.В. Віхрова, А.В. Вінівітіна-Охінченко
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Задачі з параметрами в курсі математики мають велику пізнавальну і прогностичну цінність. Вони дозволяють встановити рівень математичного та логічного мислення учнів; виступають як ефективний засіб формування дослідницьких умінь. Задачі з параметрами є одним з найпотужніших засобів узагальнення і систематизації знань, формування в учнів гнучкості, критичності мислення. Якою б не була вимога задачі з параметрами, вона, безумовно, є дослідницькою і вимагає від того, хто береться за її розв'язування, і високого рівня знань фактичного матеріалу, і розуміння багатьох математичних тонкощів, і особливих якостей мислення. Тому, задачі з параметрами, традиційно, протягом багатьох років входять до завдань вступних іспитів з математики до вищих навчальних закладів. Але їх розв'язування викликає найбільші труднощі в абітурієнтів і це зумовлено рядом причин.

По-перше, у шкільній практиці навчання математики цим задачам приділяється недостатньо уваги. Вивчення задач з параметрами передбачено тільки діючими програмами шкіл та класів з поглибленим вивченням математики; програма основної школи не виділяє навчального часу для розгляду таких задач. Вирішенню питання навчання учнів розв'язуванню задач з параметрами сприяє видання науково-методичних посібників, в яких розглядаються способи розв'язування таких задач [1–3]. Це можливо тільки, якщо учні мають навички самостійно опрацьовувати навчальну, науково-популярну літературу з математики, а цьому також потрібно навчати, причому цілеспрямовано і систематично.

По-друге, майже весь задачний матеріал змістової лінії рівнянь та нерівностей діючих підручників з алгебри для загальноосвітніх шкіл сприяє створенню в учнів хибних асоціацій, що коефіцієнти рівняння або нерівності зазвичай виражені числами, а невідомі – буквами. І якщо учень занадто пізно знайомиться із задачею з параметрами, в якій коефіцієнти не виражені в числовому вигляді, він губиться і не знає, як з цією задачею працювати.

По-третє, задачі з параметрами можна, на наш погляд, віднести до "динамічної математики", адже кожна задача може розглядатися як математична модель цілого класу конкретних ситуацій, які змінюються в залежності від змін значень параметрів. Розв'язування такої задачі вимагає на певному кроці розгалуження – аналізу та пошуку всіх розв'язків задачі при різних допустимих значеннях параметра. Специфічна роль параметра ускладнює цей процес: параметр, будучи фіксованим, але невідомим числом, має двоїсту природу: з одного боку, "відомість" параметра дозволяє діяти з ним як з числом, з іншого, ступінь вільного оперування параметром обмежується його "невідомістю". Так, ділення на вираз, який містить параметр, добування кореня парного степеня з виразів з параметром, потребують попередніх досліджень, які, як правило, впливають і на процес розв’язування, і на розв’язок.

Навчальний матеріал шкільних підручників алгебри, зокрема функціональної змістово-методичної лінії та лінії рівнянь і нерівностей, знайомить учнів з параметрами при введенні деяких понять. Так, визначення лінійного рівняння, як рівняння, що зводиться до вигляду $ax+b=0$, де a і b − довільні дійсні числа, та дослідження розв’язків такого рівняння в загальному вигляді містить параметри a та b, які пробігають всю множину дійсних чисел і етап розгалуження: з’ясування кількості розв’язків даного рівняння в залежності від значень параметрів a та b. Доцільно підібрана система задач, що дозволить відпрацювати дане визначення і сприятиме неформальному його засвоєнню, водночас дозволить вчителю керувати процесом формування вмінь у учнів розв’язувати задачі з параметрами. Перш за все, учні повинні уяснити, що в математиці розглядають два основні види величин: сталі та змінні. При цьому величина вважається сталою (незалежно від того, позначена вона числом чи буквою), якщо вона приймає в даному розгляді одне й те саме значення; величина є змінною, якщо вона в даному розгляді приймає різні значення. Розв’язати завдання з параметром означає, що потрібно навести у відповіді множину розв’язків (значень невідомої змінної величини) для всіх можливих значень сталих величин (параметрів).параметр у відповіді повинен “пробігти” всю числову вісь або всі значення, що обумовлені завданням. Відповідь до завдань з параметрами повинна мати такий вигляд: при “таких-то” значеннях параметра розв’язок є “таким-то” [1].

Так, розв’язування учнями наступної послідовності рівнянь дозволить зосередити зусилля і увагу учнів на усіх особливостях лінійних рівнянь, в тому числі і рівнянь з параметрами. Причому, доцільно починати з рівнянь, в яких коефіцієнти виражено числами.

Розв’язати рівняння відносно невідомої x:

1) $6(x-1) = 3x-5$;
2) $(x-1)(x+4) = x^2+2x-5$;
3) $(x+3)(x-1) = x^2+2x-4$;
4) $x^2+3(x-3) = (x-2)(x-1)+7$;
5) $2(x-2) = 4+a$;
6) $a(x-3) = 2-3a$;
7) $ax = x-a+1$;
8) $ax-2x = a^2-4$;
9) $a^2x+1 = a+ax$;
10) $mx-nx = 5m-5n$.

Якщо спонукати учнів пояснювати і обґрунтовувати розв’язування рівнянь з числовими коефіцієнтами, то цілком природно виникає бажання дослідити всі можливі значення коефіцієнтів, виражених параметрично. Розв’язавши запропоновані рівняння і узагальнивши отримані результати, можна запропонувати загальну схему розв'язання лінійних рівнянь з параметрами:

$$ax+b=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0;\\0x=-b;\end{cases}\\\begin{cases}a\neq 0;\\x=-\dfrac{b}{a};\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0;\\b=0;\\x\in R;\end{cases}\\\begin{cases}a=0;\\b\neq 0;\\x\in \text{Ш};\end{cases}\\\begin{cases}a\neq 0;\\x=-\dfrac{b}{a}.\end{cases}\end{array}\right.$$

Аналіз текстів вступних завдань з математики за декілька років дозволив умовно виділити такі три типи задач з параметрами, які найчастіше пропонуються на вступних іспитах:

I. Задачі, пов'язані з квадратним тричленом:
   а) на застосування теореми Вієта;
   б) задачі, пов'язані з розташуванням коренів квадратного тричлена відносно певних точок на числовій вісі.

II. Задачі з параметрами, які розв'язуються за загальними алгоритмами розв'язування математичних задач даного виду.

III. Задачі з параметрами, які розв'язуються графічно.

Методику навчання учнів розв'язувати задачі зазначених типів ми представили в рамках магістерської роботи.

Література:

1. Апостолова Г.В., Ясінський В.В. Перші зустрічі з параметром. − К.: Факт, 2004. − 316 с.
2. Балан В.Г., Лавренюк В.І., Шарова Л.І. Квадратний тричлен з параметром на вступних іспитах. − К.: Альфа, 2006. − 80 с.
3. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. − К.: РИА "Текст"; МП "ОКО", 1992. − 290 с.
4. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. − Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. − 400 с.

ПРО ГРАФІЧНЕ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

П.І. Ульшин, Т.С. Зеленська
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Розв’язування задач за допомогою зображень залежностей між певними величинами прийнято називати *графічними*. Факти з історії математики свідчать про те, що графічними способами користувались ще вчені Стародавньої Греції.

Видатний грецький математик Гіппій (5 ст. до н.е.) винайшов криву, яка пізніше (в 17 ст.) була названа німецьким вченим Г. Лейбніцом “квадратрисою”. Цю криву Гіппій будував у квадраті ABCD як геометричне місце точок перетину сторони AD, яка рівномірно обертається навколо точки A до положення AB за час *t*, і прямої, перпендикулярної до AB, яка рівномірно переміщується від положення AD до положення BC одночасно з AD протягом часу *t*.

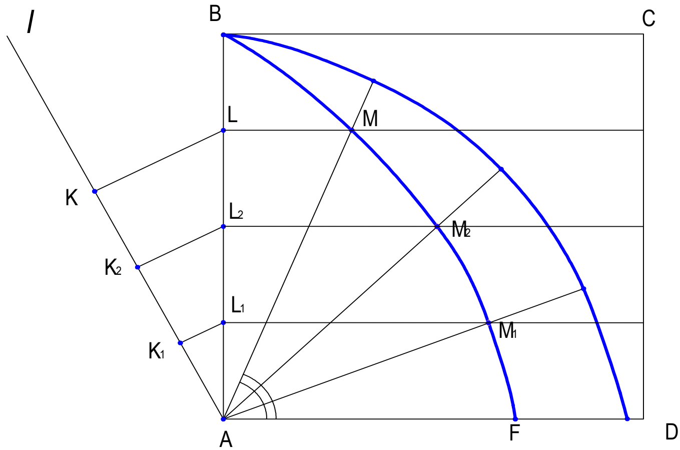


Рис. 1

Тут функціональна залежність задана словесним описом, а графік її побудовано геометричним шляхом: знайдено точки F, M_1, M_2, M, B і з’єднано їх плавною лінією. Замітимо, що у прямокутній Декартовій системі координат квадратриса визначається такою формулою: $y = x \cdot ctg\dfrac{\pi \cdot x}{2 \cdot r}$, де r = AD.

Із побудови графіка слідує, що для будь-яких точок цієї кривої, кути обертання рухомого радіуса пропорційні відстаням, які проходить рухома пряма.

Користуючись одержаним графіком, Гіппій розв’язав задачу про трисекцію кута, яку в той час безуспішно намагалися розв’язати вчені циркулем і лінійкою. Розв'язок задачі подано на рис. 1. Кут FAM потрібно поділити на три рівні частини. Для цього проведено відрізок ML || AF, побудовано довільно промінь ℓ, на якому відкладено рівні відрізки: $AK_1=K_1K_2=K_2K$. Потім проведено: KL і $K_2L_2||K_1L_1||KL$, а також $L_2M_2||L_1M_1||LM$. Промені AM_1 і AM_2 розбивають кут FAM на три рівні частини. Теоретично задачу розв'язано вірно, але точність розв'язку залежить від точності побудованих ліній.

За допомогою графіка квадратриси грецький вчений Діностат (4 ст. до н.е.) розв'язав задачу про квадратуру круга, тобто побудував квадрат із площею, рівною площі даного круга [3].

У 3 ст. до н.е. грецький вчений Діоклес побудував криву, яка пізніше була названа *циссоїдою Діоклеса*. Ця крива визначається геометричним місцем точок, з центром М, що належить пучку прямих з центром О на даному колі, і для яких виконується рівність OM=KL, де К і L –точки перетину прямої OM пучка відповідно з колом і дотичною ℓ до кола в точці Т, діаметрально протилежній точці О. Цю криву Діоклес побудував геометричним шляхом і задав словесним описом. У прямокутній системі координат вона б визначалася таким рівнянням: $y^2(2a–x)=x^3$, де $2a$ –діаметр кола. Графік цієї кривої Діоклес використовував для розв'язування задачі про подвоєння куба, тобто побудував ребро куба, об'єм якого в двічі більший від об'єму даного куба [3].

Видатний грецький вчений Архімед дав кінематичне означення спіралі як лінії, утвореної точкою М на площині, що рівномірно рухається вздовж променя при рівномірному одночасному обертанні його навколо свого початку. При побудові графіка цієї кривої він знаходить геометричним шляхом певну множину точок її і плавно з'єднує. В полярних координатах цій кривій відповідає рівняння: $\rho=a\cdot\varphi$.

Користуючись одержаним графіком, Архімед розв'язав задачу про квадратуру спіралі, тобто знайшов площу фігури, обмеженої цією спіраллю [1].

У 14 ст. французький математик Н. Орем найближче підійшов до створення системи координат. Для наочного зображення зростаючих і спадаючих величин на площині він користувався співвідношеннями їх лінійних розмірів у двох взаємно перпендикулярних напрямках – довжини і ширини, що відповідають сучасним поняттям абсциси і ординати [4].

Видатний французький вчений Р. Декарт (1596–1650 рр.) у праці "Роздуми про метод" (1637 р.) вперше в науці ввів поняття незалежної і залежної змінних величин та розробив метод графічного дослідження їх властивостей. Декартом була створена система координат на площині, яка складається з двох прямих, що перетинаються в точці О. Ця точка називається початком, а прямі – осями системи координат: вісь абсцис, на якій відкладаються у вигляді відрізків, незалежні змінні і вісь ординат, на якій відкладаються відрізки відповідні значенням залежних змінних.

Система координат стала основою графічного способу розв'язування задач. Важливим елементом такого способу є побудова графіка функції.

Замітимо, що термін “*функція*” у 1692 р. ввів видатний німецький вчений Г. Лейбніц; сучасне означення функції було дано двома вченими, незалежно один від одного: російським математиком М.І. Лобачевским у 1834 р. і німецьким математиком Л. Діріхле у 1837 р. *Під функцією розуміють таку відповідність між двома множинами, при якій кожному елементу першої множини ставиться у відповідність певний елемент другої множини.* Першу множину називають областю визначення, а другу –множиною значень функції. Задавати функцію можна: аналітично, словесно, таблично і графічно.

Суть графічного розв’язування задач полягає в тому, що згідно умови задачі складається рівняння або система рівнянь, нерівність або система нерівностей , або певні функціональні залежності і ін. Далі будуються графічні зображення функцій, які входять в одержані залежності, у вибраній системі координат.

Для побудови графіків елементарних функцій складають таблиці з координатами точок, будують ці точки в системі координат і з’єднують їх плавною лінією. Чим більше побудовано точок, тим буде точнішим графік. Для побудови графіків складних функцій використовують різні схеми. Визначають: область існування, періодичність, наявність асимптот, екстремальні точки, зростання і спадання, точки перегину, перетин з осями координат тощо. Всі знайдені точки будують в системі координат і з’єднують плавною лінією, згідно досліджених властивостей.

Відомо, що алгебраїчні рівняння першого і другого степеня легко розв’язуються за допомогою формул. Для рівнянь із степенем $n \geq 3$ можливі утруднення. Наближені корені таких рівнянь можна знаходити графічним способом. Розглянемо приклади.

Приклад 1. Знайти графічно дійсні корені рівняння $x^3-2x^2-x+2=0$.

Розв’язання.

І. Спосіб. Побудуємо у прямокутній декартовій системі координат графік функції $y=x^3-2x^2-x+2$.

Визначаємо:

1) Область визначення $x \in (-\infty;+\infty)$;

2) $y'=3x^2-4x-1, \quad y'=0, \quad x_1=\dfrac{2-\sqrt{7}}{3}, \quad x_2=\dfrac{2+\sqrt{7}}{3}$ − критичні точки;

3) $y''=6x-4, \quad y''=0, \quad x_n=\dfrac{2}{3}$ − точка перегину;

4) Будуємо таблицю

x	$(-\infty; x_1)$	x_1	$(x_1; x_2)$	x_2	$(x_2; +\infty)$
y'	+	0	−	0	+
y	$\nearrow$	$_{\max} y = y(x_1)$	$\searrow$	$_{\min} y = y(x_2)$	$\nearrow$

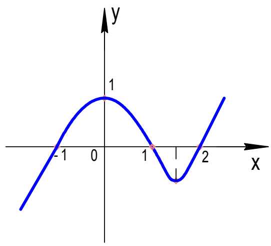


Рис. 2

Будуємо графік. Абсциси точок перетину графіка функції з віссю Ox є коренями даного рівняння: $x_1=-1$, $x_2=1$, $x_3=2$.

II. Спосіб. Запишемо дане рівняння в такому вигляді: $x^3=2x^2+x-2$.

Розглянемо дві функції: $y=x^3$ і $y=2x^2+x-2$.

1) $y=x^3$ − кубічна парабола, елементарна функція;

2) $y=2x^2+x-2=2\left(x+\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{17}{18}$ − квадратна парабола з вершиною в точці $C\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{17}{18}\right)$.

Будуємо графіки цих функцій (рис. 3).

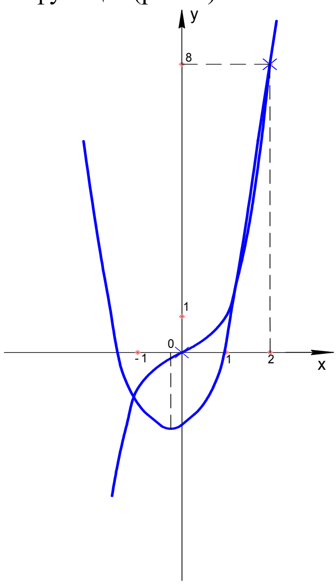


Рис. 3

Абсциси точок перетину кривих і є коренями рівняння: $x_1=-1$, $x_2=1$, $x_3=2$. Побудова графіків у II способі простіша, тому він для даного рівняння є ефективнішим.

Замітимо, що в даному випадку рівняння мало корені, які визначилися цілими числами і графіки акуратно побудовані. В більшості випадків графічне розв'язування дає наближені значення коренів.

Приклад 2. Визначити графічно корені рівняння: $x - \cos x = 0$.

Розв'язання. Запишемо рівняння в такому вигляді: $x = \cos x$. Розглянемо функції $y = x$ і $y = \cos x$ та побудуємо їх графіки в прямокутній декартовій системі координат (рис. 4).

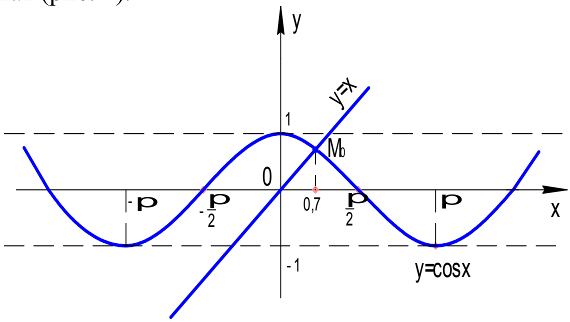


Рис. 4

$\pi \approx 3{,}14, \quad \frac{\pi}{2} \approx 1{,}57$. Абсциса точки M_0 є коренем рівняння: $x \approx 0{,}7$. Це наближене значення.

Часто графічне розв'язування застосовують для визначення не самих розв'язків, а їх кількості.

Приклад 3. Дослідити, скільки коренів має рівняння $|\cos x| = \frac{2}{5\pi}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

Розв'язання. Розглянемо функції:

1) $y = |\cos x|$ – має графік γ (у вигляді арок);

2) $y = \frac{2}{5\pi}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ – має графік ℓ (пряма);

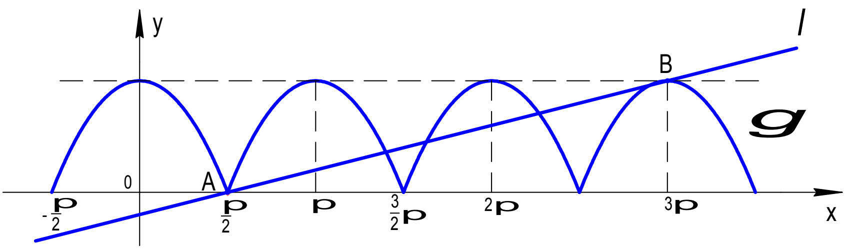


Рис. 5

При $x = \dfrac{\pi}{2}: y = 0$, маємо $A\left(\dfrac{\pi}{2};0\right) \in \ell, \quad A \in \gamma$.

При $y = 1$: $1 = \dfrac{2}{5\pi}\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right), x = 3\pi. \quad B(3\pi;1) \in \ell$ і $B \in \gamma$, бо $|\cos 3\pi| = 1$.

Отже, пряма ℓ перетинає 3 арки кривої γ. На кожній арці дві точки перетину. Дане рівняння має 6 коренів. Коренями є абсциси точок перетину.

Графічно можна розв'язувати системи рівнянь і системи нерівностей.

Приклад 4. Розв'язати графічно систему рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ x^3 - 4y = 0 \end{cases}$$

Розв'язання. Побудуємо графіки для обох рівнянь: коло з центром у точці O і радіусом $R = \sqrt{8}$ та кубічну параболу: $y = \dfrac{x^3}{4}$ (рис. 6).

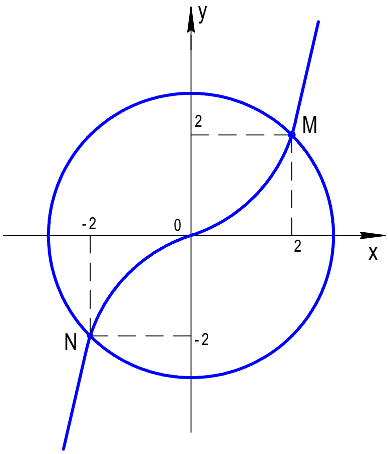


Рис. 6

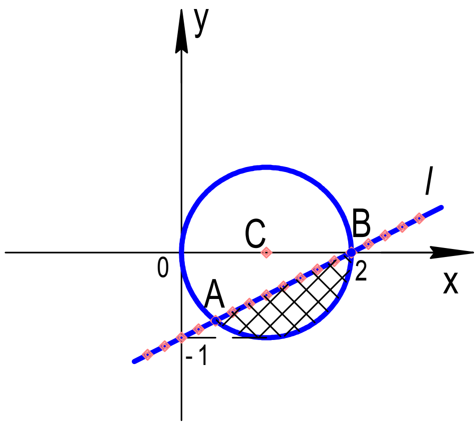


Рис. 7

Одержимо дві точки перетину: M(2; 2) і N(–2; –2) − їх координати є розв'язками. Замітимо, що графічний спосіб розв'язування наочно демонструє всі існуючі розв'язки задачі.

Приклад 5. Знайти графічно множину точок, координати яких є розв'язками системи нерівностей:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \le 1 \\ x - 2y - 2 > 0 \end{cases}$$

Розв'язання. Графічно перша нерівність визначає круг з центром C(1; 0) і радіусом r=1. Графік другої нерівності визначає півплощу з точками, розташованими під прямою $\ell : x-2y-2=0$, причому точки прямої не задовольняють нерівність. Отже, розв'язком системи нерівностей є множина точок заштрихованого сегмента даного кола, що лежить під прямою (рис. 7).

Графічне розв'язування задач має цікаву історію свого розвитку. Хоч воно відноситься до наближених обчислень, проте має ряд суттєвих переваг:

1) наочно показує існуючі розв'язки і їх кількість;

2) порівняно швидко допомагає знайти розв'язки трансцендентних рівнянь;

3) може бути застосоване до однократного і двократного інтегрування функцій [2];

4) викликає потребу у міцних знаннях геометрії, алгебри, матаналізу;

5) привчає студентів до використання креслярських інструментів при побудові графіків функцій та ефективних способів розв'язування задач.

Література:

1. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. − М.: Наука, 1969. − 870 с.
2. Коллатц Л. Задачи на собственные значения. − М.: Наука, 1968. − 504 с.
3. Конфорович А.Г. Визначні математичні задачі. − К.: Рад. шк., 1981. − 189 с.
4. Конфорович А.Г. Математика служить людині. − К.: Рад. шк., 1984. − 192 с.

НЕРІВНОСТІ В ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧАХ

П.І. Ульшин, Ю.П. Калалб
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

В геометрії серед великої кількості задач особливе місце належить задачам на доведення, застосування та розв'язування нерівностей. Нерівності в математиці виникли на початку її зародження, оскільки, виходячи з порівняння величин можна було вказати більшу чи меншу з них. В період створення теоретичної математики в Стародавній Греції було доведено ряд тверджень про нерівності у словесному вираженні. Наприклад: у будь-якому трикутнику сума довжин двох сторін більша за довжину третьої сторони; бісектриса кута трикутника не довша медіани, проведеної з тієї ж вершини; у прямокутному трикутнику довжина гіпотенузи більша довжин кожного з катетів і ін. [1].

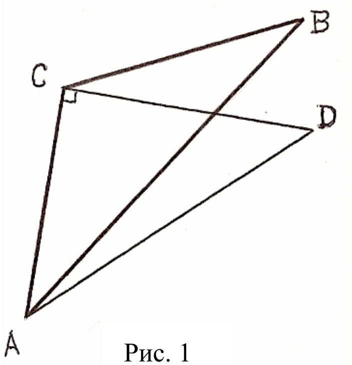


Рис. 1

Приклад 1. Довести, що квадрат сторони трикутника, яка лежить проти тупого кута, більший від суми квадратів двох інших його сторін.

Доведення: Дано трикутник ABC, в якому кут при вершині C тупий (рис. 1) Побудуємо відрізки $CD = CB$ і $CD \perp AC$, та розглянемо прямокутний ΔACD. Згідно теореми Піфагора має місце рівність:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2.$$

Оскільки $AB > AD$, бо лежить проти більшого кута, ніж AD, утвореного рівними сторонами відповідно, то маємо $AB^2 > AC^2 + CB^2$. Твердження доведене.

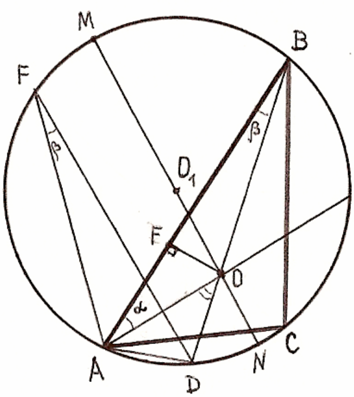


Рис. 2.

Приклад 2. Довести, що в будь-якому трикутнику діаметр ($2r$) вписаного кола не перевищує радіуса (R) описаного кола, тобто $2r \leq R$.

Доведення: нехай дано довільний трикутник ABC. Побудуємо вписане (O, r) і описане (O_1; R) кола, де O – точка перетину бісектрис, а точка O_1 – точка перетину серединних перпендикулярів даного трикутника; r і R – радіуси відповідних кіл (рис. 2). Позначимо: $\angle ABD = \beta$, $\angle BAO = \alpha$. Тоді $\angle AOD = \alpha + \beta$, як зовнішній в трикутнику AOB. $\angle OAD = \angle OAC + \angle CAD = =$

$\alpha + \beta$. Отже, трикутник AOD – рівнобедрений і $AD = DO$. Для двох MN і BD, які перетинаються в точці O, запишемо:

$$MO \cdot ON = DO \cdot OB \qquad (1)$$

Побудуємо ΔOBE ($\angle E = 90^o$), $OE = r$. Розглянемо: $\Delta OBE \backsim \Delta DFA$:

$$\frac{OE}{OB} = \frac{AD}{DF} = \frac{OD}{DF}, \ OE \cdot DF = OB \cdot OD, \qquad (2)$$

У рівняннях (1) і (2) праві частини рівні, тому маємо: $MO \cdot ON = OE \cdot DF$. Оскільки $MO = R + O_1O$, $ON = R - O_1O$, $OE = r$, $DF = 2R$, то $(R + O_1O)(R - O_1O) = 2rR$, або $R^2 - O_1O^2 = 2rR$. Враховуючи, що відрізок $O_1O \leq 0$, одержимо: $2r \leq R$. Рівність в одержаному співвідношенні можлива лише тоді, коли трикутник ABC – рівносторонній. Твердження доведене.

Нерівності часто використовуються в означеннях геометричних фігур. Розглянемо **приклади:**

1. Еліпсом називається множина точок площини, сума відстаней від кожної з яких до двох фіксованих точок є величина постійна і дорівнює відрізкові $A_1A_2 = 2a$, причому $A_1A_2 > F_1F_2 = 2c$, де F_1 і F_2 – фокуси.

2. Напівплощиною називається множина точок, які своїми координатами в деякій декартовій системі координат задовольняють наступній нерівності

$$Ax + By + Cz + D \geq 0,$$

де A, B, C, D – дійсні числа.

3. Кулею з центром в точці C і радіусом R називається така множина точок M простору, яка задовольняє наступній нерівності: $CM \leq R$, і інші.

В аналітичній геометрії розглядаються нерівності або їх системи (як лінійні, так і нелінійні). Геометрично вони представляють в декартовій системі координат певні фігури, можуть бути або тілами, або деякими областями точок.

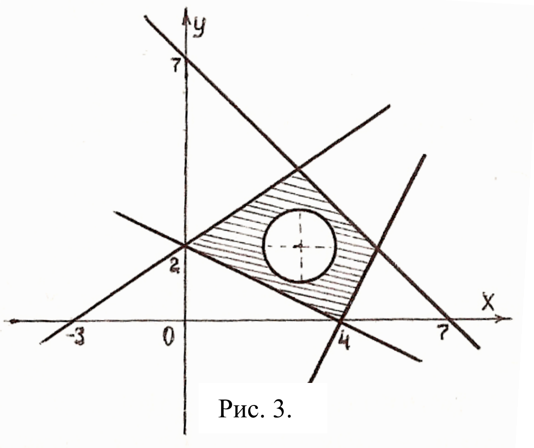


Рис. 3.

Приклад 3. Побудувати на координатній площині плоску фігуру, задану нерівностями:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 6 \geq 0, \\ 2x + 4y - 8 \geq 0, \\ 2x - y - 8 \leq 0, \\ x + y - 7 \leq 0, \\ (x-3)^2 + (y-2)^2 \geq 1. \end{cases}$$

Розв'язання.

Оскільки нерівності не строгі, то спочатку будуємо у прямокутній системі координат Oxy графіки ліній, які відповідають рівнянням. Чотири прямі і коло з центром у точці $F(3;2)$ і радіусом $R = 1$ визначають контури плоскої фігури: чотирикутника $ABCD$ з отвором у вигляді круга (рис. 3). Легко перевірити, що всі точки, які належать побудованій фігурі (вона заштрихована), своїми координатами задовольняють даній нерівності.

За допомогою графічних методів можна розв'язувати нерівності і їх системи з одним, двома і трьома невідомими. При строгій нерівності – розв'язками її є координати точок, розташованих по один бік від лінії, яка визначається рівнянням. Цей бік створюється тими точками, координати яких задовольняють нерівність. У випадку нестрогої нерівності – розв'язком її є об'єднання розв'язків строгої нерівності і рівняння.

Приклад 4. Розв'язати графічно нерівність $3^x \le 4 - x$.

Розв'язання

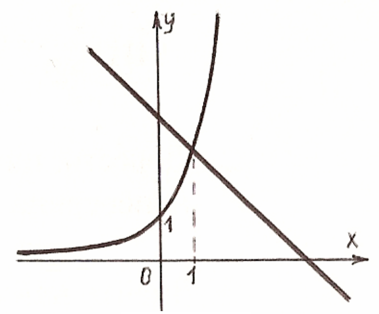


Рис. 4.

Побудуємо графіки функцій $y = 3^x$ і $y = 4 - x$ у прямокутній декартовій системі координат Oxy. $A(1;3)$ – точка перетину одержаних графіків рис.4.

Оскільки ліва частина нерівності не перевищує праву, то розв'язки її будуть дійсними числами вісі Ox, при яких графік кривої $y = 3^x$ лежить під графіком прямої $y = 4 - x$.

Абсциса точки A теж входить у розв'язок, бо нерівність нестрога.

Відповідь: $x \in (-\infty; 1]$.

Приклад 5. Розв'язати графічно нерівність $\log_{(x-y)}(x^2 - y) \ge 1$.

Розв'язання. Дану нерівність можна записати в такому вигляді:

$$\log_{(x-y)}(x^2 - y) \ge \log_{(x-y)}(x - y).$$

Запишемо дві системи нелінійних нерівностей еквівалентних даній логарифмічній нерівності:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x - y > 1, \\ x^2 - y \ge x - y, \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < x - y < 1, \\ x^2 - y > 0, \\ x^2 - y \le x - y. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x - y > 1, \\ x(x-1) \ge 0. \end{cases} \\ \begin{cases} x - y < 1, \\ x > y, \\ x^2 > y, \\ x(x-1) \le 0, \end{cases} \end{array}\right.$$

У прямокутній декартовій системі координат Oxy будуємо графічне зображення нерівностей (рис. 5). Розв'язком першої системи є координати точок, які лежать у заштрихованій площині криволінійного чотирикутника $OABC$ і на його сторонах OA і BC, зображених суцільними лініями, без вершин.

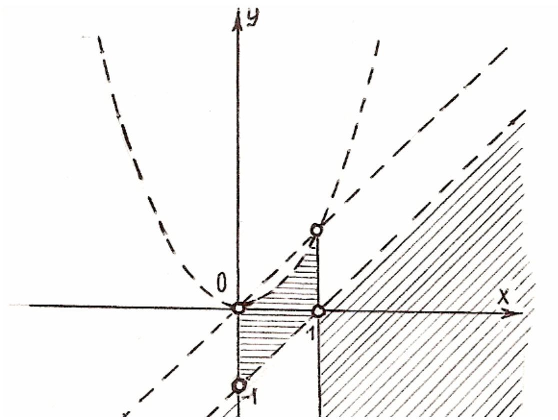


Рис. 5.

Друга система нерівностей має своїм розв'язком координати всіх точок, які лежать під прямою l: $x - y - 1 = 0$.

Координати точок, які лежать на штрихових лініях рисунка, не входять у розв'язок нерівності. Отже, розв'язком даної нерівності є координати всіх точок, які лежать у заштрихованій частині площини та на відрізках OA і BC, без їх кінцевих точок. Розв'язки нерівностей з трьома змінними графічно визначаються координатами точок у декартовій системі координат трьохвимірного простору.

Розглянутий матеріал можна використовувати як на уроках, так і на гурткових заняттях з математики. Він збагачуватиме знання учнів історичними відомостями, сприятиме розвитку в них умінь і навичок геометрично інтерпретувати нерівності та графічно визначати їх розв'язки.

Література:

1. Глейзер Г.И. История математики в школе. – М.: Просвещение, 1982. – 240 с.
2. Скопец З.А. Геометрические миниатюры. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.
3. Коваленко В.Г., Слєдзінський І.Ф. Математична символіка. – Київ: Радянська школа, 1981. – 80 с.

Наші автори

Баранова Зоя Олександрівна, магістрант Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка (*теорія ймовірностей, історія математики*)

Бенькович Євгеній Романович, старший викладач кафедри прикладної математики та інформатики Західнодонбаського приватного інституту економіки і управління (*використання професійних програм зі статистики при навчанні студентів економічних ВНЗ*)

Беспалько Марина Олександрівна, магістрант Криворізького державного педагогічного університету (*проблеми формування обчислювальної культури учнів середньої школи*)

Бєла Лілія Петрівна, асистент кафедри математики Криворізького технічного університету (*вища математика, теорія ймовірностей*)

Бєловодський Валерій Миколайович, к.т.н., доцент Донецького національного технічного університету (*математика, моделювання, педагогіка*)

Білоус Олена Анатоліївна, к.ф.-м.н., доцент кафедри математичного аналізу та методів оптимізації Сумського державного університету (*навчання студентів*)

Богатинська Наталя Володимирівна, доцент кафедри математики Криворізького державного педагогічного університету (*актуальні проблеми методики навчання математики*)

Брагіна Наталія Геннадіївна, начальник управління профорієнтації, підготовки та набору абітурієнтів Новосибірського державного педагогічного університету (*математичний аналіз*)

Буценко Юрій Павлович, к.ф.-м.н., доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут» (*теорія ймовірностей та математична статистика, прикладна математика, методика викладання математики*)

Вишневецький Олександр Леонідович, к.ф.-м.н., доцент Харківського національного автомобільно-дорожнього університету (*алгебра, теорія груп*)

Вінівітіна-Охінченко Альона Василівна, магістрант Криворізького державного педагогічного університету (*методика навчання математики*)

Вінниченко Євгеній Федорович, к.пед.н., доцент кафедри інформатики і обчислювальної техніки Чернігівського державного педагогічного університету імені Т.Г. Шевченка (*використання ППЗ в навчальному процесі, комп'ютерна графіка та мультимедіа*)

Віхрова Олена Вікторівна, к.пед.н., доцент кафедри математики Криворізького державного педагогічного університету (*методика навчання математики*)

Вовк Людмила Іванівна, к.пед.н., доцент кафедри вищої математики і фізики Полтавського університету споживчої кооперації України (*застосу-*

вання досягнень практичної психології у навчанні студентів дисципліні «Вища математика»)

Волчанський Володимир Володимирович, асистент кафедри фізико-математичних наук Державної льотної академії України (*методика викладання фізики та математики, чисельні методи, прогноз та оптимізація педагогічних процесів*)

Ганцева Юлія Михайлівна, магістрант Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка (*розвиток інтелектуальних та творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики*)

Гілко Павло Анатолійович, аспірант кафедри диференціальних рівнянь Одеського національного університету імені І.І. Мечнікова (*різницеві рівняння, обробка цифрових сигналів*)

Голод Марина Миколаївна, магістрант кафедри математики Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка (*особливості кредитно-модульної системи організації навчального процесу*)

Горшкова Ганна Алімівна, старший викладач кафедри фундаментальних дисциплін Криворізького металургійного факультету Національної металургійної академії України (*вища математика, теорія ймовірностей, математичне моделювання, чисельні методи*)

Дейніченко Тамара Іванівна, к.пед.н., доцент кафедри математики Харківського національного педагогічного університету ім. Г.С. Сковороди (*особистісно-орієнтовані технології навчання* (*зміст, досвід впровадження тощо*))

Деканов Станіслав Якович, к.ф.-м.н., старший викладач кафедри математичного аналізу Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (*використання комп'ютера у процесі навчання математичного аналізу*)

Дем'янко Світлана Володимирівна, к.ф.-м.н., доцент Білоруського державного університету (*раціональне інтегрування та диференціювання, методика викладання математики та інформатики для студентів нематематичних спеціальностей*)

Демчик Світлана Петрівна, к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої математики Рівненського державного гуманітарного університету (*математичний аналіз, різноманітні методичні аспекти, зв'язані з викладанням курсу математичного аналізу у вищій школі*)

Денисенко Євгенія Вікторівна, магістрант Криворізького державного педагогічного університету (*методика навчання математики*)

Дисковський Олександр Андрійович, к.т.н., доцент кафедри вищої математики Національної металургійної академії України (*математика, механіка*)

Дрєєв Олександр Миколайович, асистент кафедри програмного забезпечення Кіровоградського національного технічного університету (*програмування, побудова та реалізація математичних моделей, прогнозування* *сонячної активності та її вплив на клімат Землі*)

Дюженкова Ольга Юріївна, к.ф.-м.н., доцент Міжрегіональної академії управління персоналом (*методика викладання математики*)

Дюженкова Любов Іванівна, к.ф.-м.н., доцент кафедри математичного аналізу Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (*методика викладання математичного аналізу*)

Ємельянова Тетяна Вікторівна, к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої математики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету (*фізика твердого тіла, розробка математичних моделей частотних спектрів п'єзоелектричних резонаторів*)

Жигуліна Марина Миколаївна, студент Криворізького державного педагогічного університету

Жохов Аркадій Львович, д.пед.н., професор Ярославського державного педагогічного університету ім. К.Д. Ушинського (*проблеми математичної освіти в школі та ВНЗ; математичне світосприйняття, математична культура, методика навчання математики*)

Завальна Тамара Василівна, старший викладач кафедри математичного аналізу та методів оптимізації Сумського державного університету (*методика та практика навчання математичним дисциплінам*)

Задорожня Тетяна Миколаївна, к.пед.н., доцент Національного університету державної податкової служби України (*особливості професійно спрямованої освіти*)

Зайцева Тетяна Володимирівна, асистент Харківського національного автомобільно-дорожнього університету (*методика викладання математики у вищій школі*)

Зеленська Тетяна Сергіївна, студент Криворізького державного педагогічного університету (*математика, геометрія*)

Івановська Олександра Віталіївна, асистент кафедри вищої математики та фізики Керченського державного морського технологічного університету (*застосування інформаційних технологій при навчанні математики в вищої школі*)

Іохвідович Нона Юзефівна, к.ф.-м.н., доцент Харківського державного технічного університету будівництва та архітектури (*методика викладання математики*)

Калалб Юрій Петрович, студент Криворізького державного педагогічного університету (*математика, інформатика*)

Каракашева Ліляна Методієва, головний асистент, викладач Шуменського університету ім. єпископа Костянтина Преславські (*теорія та методика навчання математики в вищої школі*)

Карпунін Іван Іванович, д.т.н., с.н.с., провідний науковий співробітник Інституту льону НАН Білорусі (*математика та механіка, застосування*)

Кепчик Наталія Володимирівна, к.ф.-м.н., доцент кафедри загальної математики та інформатики Білоруського державного університету

Кислова Марія Алімівна, старший викладач кафедри фундаментальних дисциплін Криворізького інституту Кременчуцького університету економіки, інформаційних технологій та управління (*вища математика, теорія ймовірностей, математичне моделювання, дослідження операцій, дискретна математика*)

Кіяновська Наталя Михайлівна, асистент кафедри математики Криворізького технічного університету (*вища математика, теорія ймовірностей*)

Кіяновський Микола Миколайович, провідний інженер-програміст СІТ ВАТ «АрселорМіттал Кривий Ріг» (*розробка бізнес-додатків в СУБД Oracle*)

Ковтун Ірина Іванівна, к.ф.-м.н., доцент Національного аграрного університету (*методика викладання математики, історія математики*)

Колесник Тамара Всеволодівна, к.ф.-м.н., професор кафедри математичного аналізу, академік АН Вищої освіти України Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (*математика*)

Корнійчук Олена Едуардівна, аспірант Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (*психологія, педагогіка, економіко-математичні методи*)

Корольський Володимир Вікторович, к.т.н., професор, завідувач кафедри математики Криворізького державного педагогічного університету (*методи наближених обчислень, самостійна робота студентів при вивченні математичних дисциплін*)

Костеневич Марина Іванівна, учитель математики Педагогічної гімназії №3 (*факультативна робота з інформатики*)

Крамаренко Тетяна Григорівна, к.пед.н., доцент кафедри математики Криворізького державного педагогічного університету

Кузема Тетяна Борисівна, викладач кафедри іноземної філології Севастопольського державного гуманітарного університету (*викладання природничонаукових дисциплін англійською*)

Лаврова Вікторія Сергіївна, асистент кафедри вищої математики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету (*фізика твердого тіла, розмірні, магнітні ефекти*)

Ленчук Іван Григорович, к.т.н., професор Житомирського державного університету імені Івана Франка (*прикладна і конструктивна геометрія*)

Литвин Олександра Григорівна, к.ф.-м.н., професор кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки (*методика викладання фундаментальних дисциплін*)

Ліннік Олена Петрівна, к.ф.-м.н., доцент, начальник навчально-методичного відділу Інституту повітряного транспорту Національного авіаційного університету

Лов’янова Ірина Василівна, к.пед.н., доцент кафедри математики Криворізького державного педагогічного університету (*проблема інтелектуального розвитку особистості учнів і студентів у процесі навчання*)

Ломаєва Тетяна Василівна, к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (*геометрія*)

Лукащук Тамара Іванівна, к.т.н., доцент кафедри вищої математики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету

Лутфуллін Максим Валерійович, к.ф.-м.н., старший викладач кафедри математики Полтавського державного педагогічного університету імені В.Г. Короленка (*груповий аналіз диференціальних рівнянь математичної фізики, розвиток математичних здібностей учнів, методика викладання математики в школі та ВНЗ*)

Лутфуллін Валерій Саматович, к.пед.н., доцент кафедри педагогіки Полтавського державного педагогічного університету імені В.Г. Короленка (*історія педагогіки, історія математичної освіти, проблема подолання навчальних перевантажень школярів і студентів*)

Максименко Світлана Федорівна, старший викладач кафедри фундаментальних дисциплін Криворізького металургійного факультету Національної металургійної академії України (*вища математика, теорія ймовірностей, математичне моделювання, дослідження операцій*)

Мартиненко Олена Вікторівна, к.ф.-м.н., доцент кафедри математики Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка (*математичний аналіз, методика математики вищої школи*)

Матвіїшина Надія Вікторівна, к.т.н., доцент кафедри інформаційних технологій Запорізького національного університету (*інформаційні технології в освіті; статистичний контроль знань*)

Миронова Олена Іванівна, старший викладач Волинського національного університету імені Лесі Українки (*інформаційні технологій у навчальному процесі, користувацький інтерфейс*)

Михалін Геннадій Олександрович, д.пед.н., доцент, провідний науковий співробітник Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (*теорія міри і інтеграла, лінійні оператори, теорія ймовірностей, методика навчання математики*)

Моторіна Валентина Григорівна, д.пед.н., професор, завідувач кафедри математики Харківського національного педагогічного університету ім. Г.С. Сковороди

Музиченко Олексій Іванович, завідувач лабораторією кафедри фізико-математичних наук Державної льотної академії України

Надточій Світлана Леонідівна, аспірант кафедри математики і методики викладання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (*методика навчання студентів теорії ймовірностей і математичної статистики, математичного аналізу*)

Небратенко Олег В'ячеславович, старший викладач Харківського національного автомобільно-дорожнього університету (*методи оптимізації, методи й форми викладання математики в університетах технічного й* *економічного профілю*)

Нестеренко Оксана Михайлівна, магістрант Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка (*розвиток інтелектуальних та творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики*)

Новіков Анатолій Іванович, к.е.н., доцент, завідувач кафедри вищої математики Рязанського державного радіотехнічного університету (*чисельні методи лінійної алгебри, методи розв'язання обернених задач, методика викладання математики в вищій школі та в системі довузівської підготовки*)

Одарченко Наталія Іванівна, к.пед.н., доцент кафедри математичного аналізу та методів оптимізації Сумського державного університету (*інтерактивні методи навчання*)

Панченко Лариса Леонтіївна, к.пед.н., старший викладач Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (*методика навчання математики майбутніх учителів математики*)

Параскевич Світлана Павлівна, к.пед.н., старший викладач Херсонського державного університету (*методика навчання математики, сучасні інформаційні технології*)

Пасічник Ірина Володимирівна, к.т.н., доцент кафедри вищої математики Національної металургійної академії України (*методика викладання математики, психологія, механіка деформованого твердого тіла*)

Пашук Наталя Миколаївна, студент магістратури Криворізького державного педагогічного університету (*ігрові форми навчання математики як засіб гуманізації*)

Петренко Світлана Віталіївна, к.ф.-м.н., доцент Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка (*особливості навчання студентів в умовах кредитно-модульної системи*)

Петров Олександр Михайлович, к.пед.н., доцент кафедри математики Харківського національного педагогічного університету ім. Г.С. Сковороди (*методика викладання математики в школах та вузах*)

Петрук Віра Андріївна, к.пед.н., професор кафедри вищої математики Вінницького національного технічного університету (*інноваційні технології навчання* (*симуляційні та ігрові методи навчання вищої математики у технічному закладі*))

Петрушина Тетяна Сергіївна, старший викладач Білоруського державного університету (*методика викладання математики та інформатики в школі та у ВНЗ, деякі питання дискретної математики, чисельні методи в культурології*)

Пещенко Наталія Костянтинівна, к.ф.-м.н., доцент Білоруського державного педагогічного університету імені М. Танка (*методика викладання математики, елементарна математика*)

Подкопай Ірина Василівна, асистент Харківського державного технічного університету будівництва та архітектури (*методика викладання мате-*

матики, математичне моделювання та обчислювальні методи)

Подлозний Едуард Дмитрович, к.т.н., с.н.с., доцент БІП – Інституту правознавства (*механіка та застосування*)

Посилаєва Раїса Вікторівна, асистент Харківського державного технічного університету будівництва та архітектури (*методика викладання математики*)

Приходько Галина Олександрівна, студент магістратури кафедри математики Криворізького державного педагогічного університету (*задачний підхід до навчання математики як засіб інтелектуального розвитку особистості*)

Прозор Олена Петрівна, асистент кафедри вищої математики Вінницького національного технічного університету (*методика викладання вищої математики у технічному ВНЗ*)

Прудкий Олександр Сергійович, викладач кафедри “Фінанси та кредит” Керченського економіко-гуманітарного інституту Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського (*математика, фізика, методика використання ПК у навчанні*)

Пташний Олег Дмитрович, к.пед.н., доцент кафедри вищої математики Української інженерно-педагогічної академії (*викладання математики у ВНЗ*)

Пшенична Олена Станіславівна, старший викладач кафедри інформаційних технологій Запорізького національного університету (*інформаційні технології в освіті; теорія і методика професійної освіти*)

Розуменко Анжела Оурелянівна, к.пед.н., доцент Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка (*теорія ймовірностей, геометрія, історія математики*)

Розуменко Анатолій Михайлович, к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої математики Сумського національного аграрного університету (*теорія ймовірностей, історія математики*)

Романишина Людмила Михайлівна, д.пед.н., професор кафедри педагогіки і психології Національної академії Державної прикордонної служби України (*самостійна робота студентів в умовах кредитно-трансферної системи, освітні технології, контроль за навчальною діяльністю*)

Садовничий Володимир Іванович, старший викладач Білоруського державного університету (*методика викладання математики та інформатики в школі та у ВНЗ, деякі питання дискретної математики, чисельні методи в культурології*)

Самарук Наталія Миколаївна, викладач кафедри вищої математики та комп’ютерних застосувань Хмельницького національного університету (*міжпредметні зв’язки у професійній підготовці майбутніх економістів*)

Сапіліді Тамара Михайлівна, к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої математики Рівненського державного гуманітарного університету (*математичний аналіз, різноманітні методичні аспекти, зв’язані з викладанням курсу ма-*

тематичного аналізу у вищій школі)

Сиваш Світлана Борисівна, к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри загальнонаукових дисциплін Одеського національного морського університету (*екстремальні задачі для рівнянь математичної фізики, методика викладання математики*)

Сімкіна Інна Марківна, викладач математики Індустріального технікуму Приазовського державного технічного університету (*методика викладання математики та вищої математики, психологічні аспекти викладання математики*)

Сінько Юрій Іванович, старший викладач кафедри інформатики, аспірант кафедри інформатики Херсонського державного університету (*викладання предметів математичного циклу в ВНЗ з використанням інформаційних технологій*)

Смолій Вікторія Миколаївна, к.т.н., доцент Технологічного інституту Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля (*автоматизовані системи керування, експертні системи*)

Соколовська Світлана Миколаївна, асистент кафедри математики Житомирського державного університету імені Івана Франка (*професійний саморозвиток майбутніх учителів математики в процесі вивчення фахових дисциплін*)

Сухоруков Максим Юрійович, інженер-програміст Донецького національного технічного університету (*математика, моделювання, програмування*)

Таранова Марина Володимирівна, к.пед.н., доцент кафедри вищої математики Новосибірського державного педагогічного університету (*математичний аналіз*)

Татарко Катерина Сергіївна, студент факультету економічних наук Національного університету «Києво-Могилянська Академія» (*математика, соціологія, психологія*)

Тевяшев Андрій Дмитрович, д.т.н., професор, завідувач кафедрою прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки (*прикладна математика*)

Тимохович Олег Володимирович, старший викладач кафедри загальної математики та інформатики Білоруського державного університету (*математичний аналіз, методика викладання математики та інформатики*)

Тимощук Валентина Миколаївна, аспірант Рівненського державного гуманітарного університету (*формування проектної культури майбутнього вчителя математики*)

Удовиченко Ольга Миколаївна, асистент кафедри математики Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка (*математичний аналіз*)

Ульшин Петро Іванович, к.т.н., доцент кафедри математики Криворізького державного педагогічного університету (*математика, геометрія, тео-*

ретична механіка)

Філер Залмен Юхимович, д.т.н., к.ф.-м.н., професор кафедри прикладної математики, статистики та економіки Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка (*математичний аналіз, диференціальні рівняння, теорія коливань, сонячна активність та її наслідки*)

Фонарюк Олена Василівна, асистент кафедри математики Житомирського державного університету імені Івана Франка (*підготовка майбутніх учителів математики до конструктивно-проектувальної діяльності*)

Храповицький Іван Степанович, к.т.н., доцент кафедри вищої математики Харківського державного технічного університету будівництва та архітектури (*навчаючі та контролюючі комп'ютерні програми*)

Чашечникова Ольга Серафимівна, к.пед.н., доцент кафедри математики Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка (*розвиток інтелектуальних та творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики*)

Чашечнікова Лариса Гнатівна, к.пед.н., доцент кафедри математики Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка (*розвиток інтелектуальних та творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики*)

Чемерис Ольга Анатоліївна, асистент кафедри математики Житомирського державного університету імені Івана Франка (*забезпечення якості фундаментальної підготовки студентів фізико-математичних факультетів педагогічних навчальних закладів*)

Черних Лариса Олександрівна, к.пед.н., доцент кафедри математики Криворізького державного педагогічного університету (*професійна компетентність вчителя математики*)

Чуднов Костянтин Устинович, к.т.н., доцент кафедри вищої математики Національної металургійної академії України (*математика, механіка*)

Шаповалова Наталія Валентинівна, к.ф.-м.н., доцент Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова (*геометрія*)

Шило Надія Григорівна, к.пед.н., доцент, завідувач кафедри вищої математики Новосибірського державного педагогічного університету (*системність в діяльності учителя математики*)

Шиян Лідія Дмитрівна, к.пед.н., доцент Волинського національного університету імені Лесі Українки (*методика викладання математики в школі і вузі*)

Шмигевский Микола Васильович, к.ф.-м.н., доцент Київського національного університету технологій та дизайну (*теорія масового обслуговування, історія та методологія математики*)

Шульгіна Світлана Сергіївна, старший викладач Харківської національної академії міського господарства (*історія математики, філософські проблеми математики*)

Щелкунова Любов Іванівна, доцент Харківського державного технічного університету будівництва та архітектури (*історія математики, філософські проблеми математики*)

Щербина Ірина Володимирівна, старший викладач кафедри вищої математики Національної металургійної академії України (*методика викладання математики, контактні задачі теорії пружності*)

Яблонська Наталія Борисівна, к.ф.-м.н., доцент Білоруського державного університету (*спектральна теорія операторів, методика викладання математики та інформатики для студентів нематематичних спеціальностей*)

Яковлєва Ольга Миколаївна, к.ф.-м.н., старший викладач кафедри алгебри та геометрії Південноукраїнського державного педагогічного університету імені К.Д. Ушинського (*теоретико-числові методи захисту інформації, теорія конструктивних фракталів, теорія дискретних систем*)

Ярхо Тетяна Олександрівна, к.т.н., доцент, завідувач кафедри вищої математики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету (*проблеми статистичного аналізу часових рядів, методи і форми викладання математики в університетах технічного й економічного профілю*)

Зміст

Наукове видання

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики
Випуск VII

В 3-х томах

Том 1

Підп. до друку 06.03.08
Папір офсетний №1
Ум. друк. арк. 28,0

Формат 80×84 1/16
Зам. №1-0603
Наклад 300 прим.

Жовтнева друкарня
50014, м. Кривий Ріг, вул. Електрична, 5
Тел. (0564) 407-29-02

E-mail: cc@optima.com.ua