

ISSN 2309-1479

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Том XII

Випуск 1 (32):

спецвипуск «Навчальний посібник у журналі»

С. В. Бас, К. І. Словак

**ЗБІРНИК КОМПЕТЕНТІСНИХ
МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ
ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЕКОНОМІЧНИХ
СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ**

Кривий Ріг

Видавничий відділ

ДВНЗ «Криворізький національний університет»

2014

Бас С. В. Збірник компетентнісних математичних задач для студентів економічних спеціальностей : навчальний посібник / С. В. Бас, К. І. Словак // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. – Кривий Ріг : Видавничий відділ ДВНЗ «Криворізький національний університет», 2014. – Том XII. – Випуск 1 (32) : спецвипуск «Навчальний посібник у журналі». – 102 с.

Спецвипуск «Навчальний посібник у журналі» містить посібник С. В. Бас та К. І. Словак, у якому представлено систему задач з вищої математики для студентів економічних спеціальностей, спрямовану на формування математичної компетентності майбутніх економістів. У навчальному посібнику подано основні економіко-математичні моделі, дослідження яких доцільно провести на заняттях з вищої математики.

Для студентів молодших курсів економічних спеціальностей, викладачів вищих навчальних закладів та коледжів, аспірантів, наукових та педагогічних працівників.

Науковий журнал заснований у 2001 році. **Засновник і видавець:** Державний вищий навчальний заклад «Криворізький національний університет». Затверджено до друку і поширення через мережу Інтернет (<http://ccjournals.eu/ojs/index.php/tmn>) за рекомендацією Вченої ради (протокол № 1 від 30.08.2014 р.).

Редакційна колегія: *В. М. Соловійов*, д. ф.-м. н., проф. (Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького); *М. І. Жалдак*, д. пед. н., проф., дійсний член НАПН України (Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, м. Київ); *Ю. С. Рамський*, д. пед. н., проф. (Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, м. Київ); *В. І. Клочко*, д. пед. н., проф. (Вінницький національний технічний університет); *С. А. Раков*, д. пед. н., проф. (Український центр оцінювання якості освіти, м. Київ); *Ю. В. Триус*, д. пед. н., проф. (Черкаський державний технологічний університет); *П. С. Атаманчук*, д. пед. н., проф. (Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка); *В. Ю. Биков*, д. т. н., проф., дійсний член НАПН України (Інститут інформаційних технологій і засобів навчання НАПН України); *О. Д. Учитель*, д. т. н., проф. (ДВНЗ «Криворізький національний університет»); *І. О. Теплицький*, к. пед. н., доц. (ДВНЗ «Криворізький національний університет») – відповідальний редактор; *С. О. Семеріков*, д. пед. н., проф. (ДВНЗ «Криворізький національний університет») – відповідальний редактор

Рецензенти:

С. Л. Неворов – к. ф.-м. н., доц., доцент кафедри вищої математики ДВНЗ «Криворізький національний університет»

А. В. Максимова – к. е. н., доц., доцент кафедри доцент кафедри обліку і аудиту підприємницької діяльності ДВНЗ «Криворізький національний університет»

Н. П. Волкова – д. пед. н., проф., завідувач кафедри педагогіки та психології Дніпропетровського університету імені Альфреда Нобеля

Адреса редакції: а/с 4809, м. Кривий Ріг, 50086, Україна

Зміст

Передмова.....	4
Деякі математичні моделі економічних задач, що можна дослідити у процесі вивчення вищої математики.....	5
Індивідуальне домашнє завдання №1	15
Індивідуальне домашнє завдання №2	64
Додатки	99
Список використаних джерел.....	101

ПЕРЕДМОВА

Математичні методи і моделі є складовою методів і моделей економічної теорії. Їх використання, разом зі змістовним економічним аналізом та сучасними засобами інформаційно-комунікаційних технологій є основою формуванню математичної компетентності майбутнього економіста як фундаменту для формування професійних компетентностей.

Пропонований посібник розроблено згідно з програмою навчальної дисципліни «Математика для економістів» на засадах компетентнісно орієнтованого підходу. У ньому подано не тільки систему компетентнісних математичних задач з вищої математики для студентів економічних спеціальностей, а й деякі економіко-математичні моделі, що представлені у вигляді узагальнюючої таблиці. Це сприяє подоланню труднощів у процесі побудови та вибору математичних моделей економічних задач.

Представлена у посібнику система компетентнісних математичних задач подана у вигляді двох індивідуальних домашніх завдань (по одному на кожен семестр), що містять по три задачі (предметні, практичні та міжпредметні) з усіх змістових модулів вищої математики. До *першого* входять задачі з лінійної та векторної алгебри, аналітичної геометрії, диференціального числення функції однієї незалежної змінної; до *другого* – диференціального числення функції багатьох незалежних змінних, інтегральне числення, диференціальні рівняння та ряди.

Слід зазначити, що для розв'язування запропонованої системи компетентнісних математичних задач, зокрема міжпредметних, студентам пропонується скористатися засобами ІКТ навчання математики для автоматизації обчислювального процесу, зосередившись на побудові моделі та інтерпретації результатів обчислювального експерименту.

Автори сподіваються, що використання запропонованої у посібнику системи компетентнісних математичних задач з вищої математики для студентів економічних спеціальностей сприятиме підвищенню рівня професійної підготовки майбутніх фахівців з економіки.

**ДЕЯКІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНИХ
ЗАДАЧ, ЩО МОЖНА ДОСЛІДИТИ У ПРОЦЕСІ
ВИВЧЕННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

Назва моделі	Дано	Визначити
Модель сукупної реалізації	$A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ – матриці обсягів реалізації товарів по підприємствам	Сукупну реалізацію як суму матриць $\sum_{i=1}^n A_n$.
Модель витрат підприємства	A – матриця продуктивності підприємства, B – матриця витрат сировини, C – матриця цін, T – матриця роботи кожного з підприємств	Сумарну продуктивність за весь виробничий період як добуток матриць $A \cdot T$; витрати сировини кожного підприємства як добуток матриць $B(A \cdot T)$; вартість річного запасу сировини як добуток матриць $C \cdot (B(A \cdot T))$.
Модель випуску продукції	A – матриця норм витрат ресурсів на одиницю продукції, B – матриця запасу ресурсів, Q_0 – матриця загального обсягу продукції.	План випуску продукції X як розв’язок системи рівнянь: $\begin{cases} A \cdot B = X \\ \sum_{i=1}^n x_i = Q_0 \end{cases}$
Модель Леонтьєва міжгалузевого балансу	A – матриця прямих витрат (технологічна матриця), Y – вектор кінцевого продукту.	Матрицю валового продукту як розв’язок матричного рівняння $X = (E - A)^{-1} \cdot Y.$
Модель рівноважних цін	A – матриця прямих витрат (технологічна матриця), X – матриця валового випуску, P – матриця цін, V – матриця норм доданої вартості.	Рівноважні ціни як розв’язок матричного рівняння $P = A^T \cdot P + V.$
Модель зайнятості у виробництві	A_i – матриці прямих витрат (технологічні матриці) для кожної з галузей n , Z_i – витрати живої праці на одиницю	Сумарні витрати праці T для всієї системи як розв’язок рівняння $T = \sum_{i=1}^n A_i \cdot Z_i$

Назва моделі	Дано	Визначити
	випуску продукції кожної галузі.	
Техніко-економічна модель виробництва	A_i – матриця витрат продуктів власного виробництва в окремих цехах, Z – матриця витрат сировини, основних матеріалів, палива і електроенергії, C – матриця витрат часу роботи машин та обладнання, D – витрати часу праці окремих груп робітників для виробництва одиниці продукції, Y – матриця кінцевого продукту.	Випуск валової продукції з матричного рівняння $X = (E - A)^{-1} \cdot Y$; витрати сировини, матеріалів, енергетичних ресурсів як добуток матриць $Q = Z \cdot X$; план використання машин і обладнання як добуток матриць $U = C \cdot X$; трудові витрати як добуток матриць $T = D \cdot X$.
Лінійна модель обміну (модель міжнародної торгівлі)	A – структурна матриця торгівлі між країнами, X – вектор бюджетів.	Співвідношення між бюджетами цих країн так, щоб не було значного дефіциту торговельного балансу для кожної з країн, як розв’язок характеристичного рівняння $(A - E) \cdot X = 0$
Модель набору товарів	C – простір товарів, що містить набори товарів X , P – вектор цін.	Вартість набору як скалярний добуток векторів $\bar{P} \cdot \bar{X}$.
Лінійна модель витрат виробництва	Лінійну функціональну залежність $y = kx + b$, де y – загальні витрати підприємства на виготовлення x одиниць однорідної продукції, b – сталі витрати виробництва, k – змінні витрати виробництва.	Зміни витрат в залежності від зміни обсягу випуску продукції; як змінюються витрати, якщо сталі або змінні витрати стануть більшими (меншими) від заданих.
Лінійна модель вартості перевезень	Лінійну функціональну залежність $y = kx + b$, де y – загальна вартість перевезення вантажу на	Зміни витрат перевезення в залежності від відстані; як змінюється вартість перевезення,

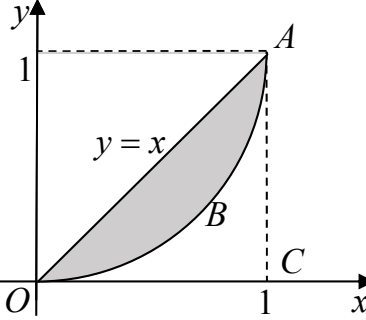
Назва моделі	Дано	Визначити
	відстань x , b – витрати при перевезенні, що не залежать від відстані, k – вартість перевезення вантажу на одиницю відстані.	якщо змінити вартість перевезення одиниці вантажу або витрати при перевезенні, що не залежать від відстані.
Лінійна модель виторгу	Лінійну функціональну залежність $y = px$, де y – виторг від продажу x одиниць однорідної продукції за ціною p .	Зміни виторгу в залежності від зміни обсягу продажу продукції; як змінюється виторг, якщо зміниться ціна продукції.
Модель неперервного нарахування відсотків	Початковий внесок до банку P грошових одиниць, банківська річна відсоткова ставка $R\%$.	Розмір внеску P_t^* через t років з використанням другої визначної границі $P_t^* = P \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{R}{100n} \right)^{\frac{100n}{R}} \right]^{\frac{Rt}{100}}$ де n – кількість нарахувань відсотків за рік.
Модель продуктивності праці	$u = u(t)$ – кількість виробленої продукції за відрізок часу t , де $t \in [0; T]$.	Продуктивність праці в кожний момент часу $t_0 \in [0; T]$ як похідну $z = u'(t_0)$.
Модель маргінальних витрат	Функція витрат, що залежить від обсягу виробництва $TC(Q)$.	Граничні (маргінальні) витрати як похідну функції $MC = \frac{dTC}{dQ} = TC'(Q).$
Модель маргінального доходу	Функція доходу, що залежить від обсягу виробництва $TR(Q)$.	Граничний (маргінальний) дохід як похідну функції $MC = \frac{dTR}{dQ} = TR'(Q).$
Модель визначення максимуму прибутку	Функція витрат, що залежить від обсягу виробництва $TC(Q)$, залежність між кількістю продукції та ціною $P(Q)$.	Оптимальний для підприємства обсяг випуску продукції, що відповідає максимуму прибутку за допомогою дослідження функції $PR(Q) = TR(Q) - TC(Q)$ на максимум,

Назва моделі	Дано	Визначити
		де $TR(Q) = P(Q) \cdot Q.$
Модель оптимізації оподаткування підприємства	Функція витрат підприємства, що залежить від попиту $TC(Q)$.	Величину податку t , таку щоб надходження в бюджет були максимальними за допомогою дослідження функції $PR(Q) = TR(Q) - TC(Q) - tQ$ на максимум.
Модель динаміки росту прибутку залежно від інвестицій	Модель динаміки росту прибутку залежно від інвестицій $P = S + I$, де S – прибуток споживача, I – інвестиції та $P = P(I)$, $S = S(P)$.	Мультиплікатор (коефіцієнт, що показує в скільки разів сума приросту (скорочення) прибутку перевищує початкову суму інвестицій) за формулою $\mu = \frac{1}{1 - \frac{dS}{dP}}$
Модель еластичності	$Q_d = (p)$ – функцію попиту в залежності від ціни, $Q_s = (p)$ – функцію пропозиції в залежності від ціни.	1) еластичність попиту відносно ціни за формулою $E_p(Q_d) = \frac{P}{Q_d} \cdot Q'_d(p);$ 2) рівноважну ціну з умови $Q_d = Q_s;$ 3) еластичність пропозиції відносно ціни за формулою $E_p(Q_s) = \frac{P}{Q_s} \cdot Q'_s(p);$ 4) еластичність доходу $E_p(R) = E_p(pQ) = E_p(p)E_p(Q)$

Назва моделі	Дано	Визначити
	<p>Функцію попиту на товар $Q_d = Q_d(P_1, P_2, R)$, де P_1 – ціна товару, P_2 – ціна альтернативного товару, R – доход споживачів.</p>	<p>За допомогою частинних похідних функції еластичність попиту відносно ціни за формулою</p> $E_{P_1}(Q_d) = \frac{P_1}{Q_d} \cdot \frac{\partial Q_d}{\partial P_1};$ <p>перехресний коефіцієнт еластичності за формулою</p> $E_{XY}(Q_d) = \frac{P_2}{Q_d} \cdot \frac{\partial Q_d}{\partial P_2};$ <p>еластичність попиту за доходом споживачів за формулою</p> $E_R(Q_d) = \frac{P}{Q_d} \cdot \frac{\partial Q_d}{\partial P}.$
<p>Модель корисності</p>	<p>Функцію корисності $u(x_1, x_2, \dots, x_n) = u(X)$, що визначає суб'єктивну числову оцінку окремим індивідом корисності $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ набору товарів.</p>	<p>За допомогою частинних похідних функції як змінюється корисність при зміні значень x_i за формулою</p> $\Delta u = \sum_{i=1}^n \frac{\partial u}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i;$ <p>за умови що $i = 2$, побудувати криві байдужості, виходячи з умови</p> $\sum_{i=1}^2 \frac{\partial u}{\partial x_i} = 0;$ <p>визначити граничну норму заміщення за формулою</p> $-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}}.$
<p>Модель визначення прибутку від виробництва товарів кількох видів</p>	<p>Підприємство виготовляє n видів товарів у кількостях x_1, x_2, \dots, x_n, і продає їх за цінами p_1, p_2, \dots, p_n. Витрати на виробництво цих това-</p>	<p>Використовуючи умову максимуму функції багатьох змінних, визначити для яких обсягів x_1, x_2, \dots, x_n прибуток підприємства буде максимальним, якщо доход підприємства</p>

Назва моделі	Дано	Визначити
	рів задано функцією витрат $TC = TC(x_1, x_2, \dots, x_n)$.	$TC(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i$; функція прибутку $PR(x_1, x_2, \dots, x_n) = TR(x_1, x_2, \dots, x_n) - TC(x_1, x_2, \dots, x_n)$, а умова максимуму має вигляд $\frac{\partial PR}{\partial x_i} = 0$ або $p_i - \frac{\partial TC}{\partial x_i} = 0$.
Дослідження виробничих функцій	1) Мультиплікативну виробничу функцію $Y = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta$, де $A, \alpha, \beta \geq 0, \alpha + \beta < 1$; 2) Функцію Кобба-Дугласа $Y = A \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha}$, де $0 < \alpha < 1$; 3) Уточнену функцію Кобба-Дугласа $Y = A \cdot e^{rt} \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha}$, де e^{rt} – множник, що характеризує темп приросту випуску під впливом науково-технічного прогресу.	За допомогою використання апарату частинних похідних функції декількох змінних 1) показники функції Кобба-Дугласа: граничну продуктивність праці $\frac{\partial F(K,L)}{\partial L}$ та граничну фондovіддачу $\frac{\partial F(K,L)}{\partial K}$; 2) показники еластичності випуску за фондами $E_L(Y) = \frac{L}{Y} \cdot Y'_L = \beta$ та праці $E_K(Y) = \frac{K}{Y} \cdot Y'_K = \alpha$.
Модель обсягу продукції	Функцію продуктивності виробництва в залежності від часу $z = f(t)$.	Обсяг продукції, виготовленої за проміжок часу $[t_1; t_2]$ як визначений інтеграл $u = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt.$
Модель витрат виробництва	Функцію маргінальних витрат $MC(Q)$.	1) Функцію загальних витрат як невизначений інтеграл $TC(Q) = \int MC(Q) dQ$; 2) середні витрати за формулою $ATC(Q) = \frac{TC(Q)}{Q}$.

Назва моделі	Дано	Визначити
Модель доходів підприємства	Функцію маргінального доходу $MR(Q)$.	1) Функцію загального доходу як невизначений інтеграл $TR(Q) = \int MR(Q) dQ.$ 2) Середній дохід за формулою $ATR(Q) = \frac{TR(Q)}{Q}.$
Модель приросту капіталу	Функцію чистих інвестицій $I(t)$.	Приріст капіталу ΔK за проміжок часу $[t_1; t_2]$ як визначений інтеграл $\Delta K = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt.$
Модель дисконтування	Функцію величини вкладу $S = g(t)e^{-it}$, коли відсотки нараховуються неперервно, де $g(t)$ – початковий внесок, i – відсоткова ставка.	Суму, вкладену в банк за період часу $[0; T]$ як визначений інтеграл $S_d = \int_0^T g(t) e^{-it} dt.$
Надлишок (виграш) споживача	Криву попиту $f(Q)$, рівноважну ціну P_0 , кількість товару, що реалізується за цією ціною Q_0 .	Надлишок споживача, тобто різницю між гіпотетичними витратами споживачів, що могли би бути і реальними витратами в умовах ринку за формулою $CS = \int_0^{Q_0} f(Q) dQ - P_0 \cdot Q_0$
Модель розподілу доходів населення	Криву Лоренца $y = f(x)$, де x – доля населення країни, що сплачує податки, y – доля доходів населення.	Ступінь нерівномірності доходів за допомогою коефіцієнту Джіні, що визначають як відношення площі між кривою Лоренца та лінією абсолютної рівності OA , до площі трикутника OAC .

Назва моделі	Дано	Визначити
		
<p>Модель Еванса</p>	<p>Функції попиту $Q(t)$, пропозиції $S(t)$, ціни $P(t)$ на ринку одного товару, де $Q(t) = a - b \cdot P(t)$, $a, b > 0$, $S(t) = \alpha + \beta \cdot P(t)$, $\alpha, \beta > 0, a > \alpha$, збільшення ціни визначається як $\Delta p = \gamma(Q - S)\Delta t, \gamma > 0$.</p>	<p>Рівноважну ціну з диференціального рівняння</p> $\begin{cases} \frac{dP}{dt} = \gamma(Q - S) \\ P(0) = P_0 \end{cases}$ <p>або</p> $\begin{cases} \frac{dP}{dt} = -\gamma(b + \beta)P + \gamma(a - \alpha) \\ P(0) = P_0 \end{cases}$
<p>Модель росту</p>	<p>$Q(t)$ – обсяг продукції деякої галузі, вироблений за час t, ринок ненасичений, тобто вся продукція одразу ж реалізується за деякою фіксованою ціною P, $I(t) = \frac{P \cdot Q(t)}{n} = mPQ(t)$ – величина чистих інвестицій, на які використовується n – та частина доходу і $0 < m < 1$ – норма інвестицій.</p>	<p>Динаміку росту випуску продукції із диференціального рівняння $Q'(t) = l \cdot I(t)$, де $l = const, \frac{1}{l}$ – норма акселерації, або $Q'(t) = l \cdot m \cdot P \cdot Q(t)$.</p>
<p>Динамічна модель Кейнса</p>	<p>$Y(t)$ – національний дохід, $E(t)$ – державні витрати, $S(t)$ – споживання, $I(t)$ – інвестиції.</p>	<p>Динаміку національного доходу з диференціального рівняння</p>

Назва моделі	Дано	Визначити
	$\begin{cases} Y(t) = S(t) + I(t) + E \\ S(t) = a(t)Y(t) + b(t) \\ I(t) = v(t) \cdot Y'(t), \end{cases}$ <p>де $a(t)$ – коефіцієнт схильності до споживання ($0 < a(t) < 1$), $b(t)$ – кінцеве споживання, $v(t)$ – норма акселерації.</p>	$Y' = \frac{1 - a(t)}{v(t)} \cdot Y - \frac{b(t) + E(t)}{v(t)}$ <p>або якщо $a(t), b(t), v(t), E(t)$ – сталі, то</p> $Y' = \frac{1 - a}{v} \cdot Y - \frac{b + E}{v}.$
Неокласична модель росту	$Y = F(K, L)$ – національний дохід, $F(K, L)$ – однорідна виробнича функція, де K – капіталовкладення, L – витрати праці.	<p>Рівняння неокласичного росту з диференціального рівняння $k' = l \cdot f(k) - (\alpha + \beta) \cdot k$, де</p> $f(k) = \frac{F(K, L)}{L} = F\left(\frac{K}{L}, 1\right) = F(k, l),$ <p>k – фон-дооснащеність, $L' = \alpha \cdot L$ – приріст трудових ресурсів, $\alpha = const$, $I = K' + \beta K$ – інвестиції, β – норма амортизації, $l = \frac{I}{Y}$ – норма інвестицій.</p>
Модель ринку з прогнозованими цінами	<p>Функції попиту $Q_d(t) = a_d P'' + b_d P' + c_d P + m_d$ і пропозиції $Q_s(t) = a_s P'' + b_s P' + c_s P + m_s$, що залежать від ціни $P(t)$, де $a, b, c, m = const$.</p>	<p>Залежність ціни від часу з рівняння $Q_d(t) = Q_s(t)$.</p>
Модель зміни фондів підприємства	$K = K(t)$ – обсяг фондів у момент часу t , μ – коефіцієнт вибуття фондів, $\rho \cdot I$ – величина збільшення фондів за рахунок інвестицій.	<p>Зміну фондів з диференціального рівняння</p> $K'(t) = \mu \cdot K(t) + \rho \cdot I.$
Модель Самуельсона-Хікса	<p>Інвестування $I(t) = v(Y(t-1) - Y(t-2))$, де v – коефіцієнт акселерації, $I(t)$ – величина інвестицій в періоди t,</p>	<p>Величину національного доходу з розв'язку різницевого рівняння</p> $Y(t) = I(t) + S(t)$ <p>або</p>

Назва моделі	Дано	Визначити
	$Y(t-1), Y(t-2)$ – величина національного доходу в $t-1$ та $t-2$ періодах, $S(t) = aY(t-1) + b$ – споживання в періоді t .	$Y(t) = (v+a)Y(t-1) - vY(t-2) + b.$
Модель накопичення вкладу	Суму першого внеску на рахунок накопичення P та постійний відсоток зростання величини коштів R за певний період.	Величину накопичених коштів на рахунку через n періодів як n -ний член ряду $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{P}{i} ((1+i)^n - 1)$

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ №1

Варіант 1

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x - 3y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = 3. \end{cases}$$

1.2. Взуттєва фабрика спеціалізується на виробництві трьох видів взуття: чобіт, черевиків та ботиків. Норми витрат кожної з них на одну пару взуття і обсяг витрат сировини на один день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини на одну пару, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоботи	черевики	ботики	
A_1	5	3	4	2700
A_2	2	1	1	800
A_3	3	2	2	1500

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду взуття.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Знайти загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 200 одиниць продукції другого виду та 150 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 10 & 15 \end{pmatrix}$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = 3i + j$; $x_2 = i - j$.

2.2. Два цеха, що входять в об'єднання випускають залізобетонні плити для огорожі з малюнком, залізобетонні плити для огорожі без малюнку, залізобетонні стовпчики. Знайти загальний обсяг продукції випущеної об'єднанням якщо:

Вид продукції	Цех 1	Цех 2
Залізобетонні плити для огорожі з малюнком	250	200
Залізобетонні плити для огорожі без малюнку	400	350
Залізобетонні стовпчики	350	270

2.3. Приватна пекарня виробляє хліб пшеничний, хліб житній та булочки. Задано вектор цін $Y = (4,7; 4,3; 1,5)$ та вектор обсягу продукції $X = (200; 300; 300)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(1, -2, 3)$ паралельно площині

$$x - 4y + 5z - 1 = 0.$$

3.2. Нехай бюджет сім'ї, що складає 2000 грн. призначений на придбання товарів двох видів: картоплі – за ціною 5грн. за кілограм і цукру – за ціною 10 грн. за кілограм. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два хлібзаводи, розташовані у Дніпропетровську та Кривому Розі, відстань між якими 150 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 3 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для хлібзаводу D складають 20 коп., а для хлібзаводу K – 30 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих хлібзаводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{якщо } x < 0, \\ \sin x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x - \frac{\pi}{2} + 1, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,001x^3 - 0,3x^2 + 40x + 1000$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зростає з 50 до 100 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 0,001x^3 - 0,3x^2 + 40x + 1000$. Знайти маргіальну вартість як функцію x та обчислити маргіальну вартість, коли вироблено 100 одиниць продукції.

Варіант 2

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ x - 2y + 2z = 1. \end{cases}$$

1.2. Взуттєва фабрика спеціалізується на виробництві трьох видів взуття: чобіт, черевиків та ботиків. Норми витрат кожної з них на 1 пару взуття і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини на одну пару, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоботи	черевики	ботики	
A_1	3	1	2	1700
A_2	5	2	3	900

Вид сировини	Норми витрат сировини на одну пару, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоботи	черевики	ботики	
A_3	1	1	2	1300

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду взуття

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Знайти загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 200 одиниць продукції другого виду та 150 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 12 & 10 \end{pmatrix}$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = i + 2j$; $x_2 = -i + j$.

2.2 Два цеха, що входять в об'єднання випускають залізобетонні плити для огорожі з малюнком, залізобетонні плити для огорожі без малюнку, залізобетонні стовпчики. Знайти загальний обсяг продукції випущеної об'єднанням якщо:

Вид продукції	Цех 1	Цех 2
Залізобетонні плити для огорожі з малюнком	200	230
Залізобетонні плити для огорожі без малюнку	300	400
Залізобетонні стовпчики	350	250

2.3. Приватна пекарня виробляє хліб пшеничний, хліб житній та булочки. Задано вектор цін $Y = (4,5; 4,0; 1,2)$ та вектор обсягу продукції $X = (300; 100; 150)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-1, 2, 4)$ паралельно до площини $2x - 3y + z + 4 = 0$.

3.2. Нехай бюджет сім'ї, що складає 4000 грн. призначений на придбання товарів двох видів: картоплі – за ціною 7 грн. за кілограм і цукру – за ціною 10,6 грн. за кілограм. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два хлібзаводи, розташовані у Дніпропетровську та Кривому Розі, відстань між якими 150 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 3,5 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для хлібзаводу Д складають 25 коп., а для хлібзаводу К – 35 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих хлібзаводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \sin x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x - 1, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,01x^3 - 0,4x^2 + 10x + 2000$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 40 до 90 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 0,01x^3 - 0,4x^2 + 10x + 2000$. Знайти маргіальну вартість як функцію x та обчислити маргіальну вартість, коли вироблено 100 одиниць продукції.

Варіант 3

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 4x - y - 3z = 0 \\ 3x + y - 4z = 1. \end{cases}$$

1.2. Швейна фабрика спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: сукня жіноча, блуза та халат. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	сукня	блуза	халат	
A_1	2	4	2	1800
A_2	3	5	2	1900
A_3	2	2	4	1300

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду одягу.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Знайти загальні витрати підприємства на виробництво 150 одиниць продукції першого виду, 200 одиниць продукції другого виду та 100 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 12 & 15 \end{pmatrix}$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -i - 3j$; $x_2 = -i + 4j$.

2.2. Два цеха, що входять в об'єднання випускають залізобетонні плити для огорожі з малюнком, залізобетонні плити для огорожі без малюнку, залізобетонні стовпчики. Знайти загальний обсяг продукції випущеної об'єднанням якщо:

Вид продукції	Цех 1	Цех 2
Залізобетонні плити для огорожі з малюнком	150	200
Залізобетонні плити для огорожі без малюнку	200	350
Залізобетонні стовпчики	400	350

2.3. Приватна пекарня виробляє тістечка, хліб житній та бублики. Задано вектор цін $Y = (5,5; 3,5; 2)$ та вектор обсягу продукції $X = (100; 400; 150)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-1, 3, 4)$ перпендикулярно до площини $2x - 3y + z + 4 = 0$.

3.2. Нехай бюджет сім'ї, що складає 1500 грн. призначений на придбання товарів двох видів: картоплі – за ціною 4 грн. за кілограм і цукру – за ціною 11 грн. за кілограм. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два хлібзаводи, розташовані у Дніпропетровську та Кривому Розі, відстань між якими 150 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 3,2 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для хлібзаводу D складають 23 коп., а для хлібзаводу K – 32 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих хлібзаводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \cos x & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 - 1, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,002x^3 - 0,5x^2 + 8x + 1000$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зростає з 50 до 90 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 0,002x^3 - 0,5x^2 + 8x + 1000$. Знайти маргіальну вартість як функцію x та обчислити маргіальну вартість, коли вироблено 100 одиниць продукції.

Варіант 4

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 3x - y + z = 3 \\ 4x + 2y - 3z = 3 \\ -3x + y - 4z = -6. \end{cases}$$

1.2. Швейна фабрика спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: сукня жіноча, блуза та халат. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	сукня	блуза	халат	
A_1	2	2	3	1500
A_2	4	1	1	1200
A_3	3	2	1	800

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду одягу.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 90 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 10 & 12 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = i - 2j$; $x_2 = i - 3j$.

2.2. Два цеха, що входять в об'єднання випускають залізобетонні плити для огорожі з малюнком, залізобетонні плити для огорожі без малюнку, залізобетонні стовпчики. Знайти загальний обсяг продукції випущеної об'єднанням якщо:

Вид продукції	Цех 1	Цех 2
Залізобетонні плити для огорожі з малюнком	145	200
Залізобетонні плити для огорожі без малюнку	200	300
Залізобетонні стовпчики	340	300

2.3. Приватна пекарня виробляє тістечка, рулети та бублики. Задано вектор цін $Y = (5,5; 5,7; 1,5)$ та вектор обсягу продукції $X = (150; 100; 350)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(1, -2, 6)$ перпендикулярно до площини $4x - 3y - 3z - 4 = 0$.

3.2. Нехай бюджет сім'ї, що складає 3500 грн. призначений на придбання товарів двох видів: цегли – за ціною 4 грн. за штуку і цементу – за

ціною 28 грн. за мішок. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два м'ясокомбіната, розташовані на відстані 250 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 40 грн./кг. Витрати на перевезення одного кг на 1 км для м'ясокомбінату *A* складають 23 коп., а для м'ясокомбінату *B* – 32 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих м'ясокомбінатів, щоб витрати при перевезенні продукції були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 4x, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \cos x & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3} \\ x^2 + 1, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,003x^3 - 0,05x^2 + 3x + 1000$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 50 до 90 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 0,003x^3 - 0,05x^2 + 3x + 1000$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 100 одиниць продукції.

Варіант 5

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 3x - 5y + z = -1 \\ 4x + 2y - 3z = 3 \\ -3x + y - 2z = -4. \end{cases}$$

1.2. Швейна фабрика спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: сукня жіноча, блуза та халат. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	сукня	блуза	халат	
A_1	4	1	3	2500
A_2	5	2	4	3200
A_3	3	2	1	1800

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду одягу.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею *A*. Вартість одиниці сировини кожного типу

задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 100 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = (10 \quad 11).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = i + 2j$; $x_2 = 3i - 4j$.

2.2. Два цеха, що входять в об'єднання випускають залізобетонні плити для огорожі з малюнком, залізобетонні плити для огорожі без малюнку, залізобетонні стовпчики. Знайти загальний обсяг продукції випущеної об'єднанням якщо:

Вид продукції	Цех 1	Цех 2
Залізобетонні плити для огорожі з малюнком	105	100
Залізобетонні плити для огорожі без малюнку	200	190
Залізобетонні стовпчики	200	200

2.3. Приватна пекарня виробляє тістечка, рулети та торти. Задано вектор цін $Y = (5,5; 5,7; 45,5)$ та вектор обсягу продукції $X = (150; 100; 50)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-1, -2, 3)$ паралельно до площини $4x + 3y - 2z - 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет сім'ї, що складає 6500 грн. призначений на придбання товарів двох видів: цегли – за ціною 4,5 грн. за штуку і цементу – за ціною 30 грн. за мішок. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два м'ясокомбіната, розташовані на відстані 350 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 45 грн./кг. Витрати на перевезення одного кг на 1 км для м'ясокомбінату А складають 33 коп., а для м'ясокомбінату В – 42 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих м'ясокомбінатів, щоб витрати при перевезенні продукції були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 5x, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \operatorname{tg} x & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 + 1, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності:

$V(x) = 0,002x^3 - 0,03x^2 + 4x + 1000$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зростає з 50 до 100 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 0,002x^3 - 0,03x^2 + 4x + 1000$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 100 одиниць продукції.

Варіант 6

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x - 5y + z = -2 \\ 5x - 2y - 3z = 0 \\ -3x + 4y - 2z = -1. \end{cases}$$

1.2. Швейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: хустки, шалики та серветки. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	хустки	шалики	серветки	
A_1	4	4	2	900
A_2	5	2	4	700
A_3	3	2	1	500

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 100 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = (8 \quad 12).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = i - 2j$; $x_2 = 3i + 5j$.

2.2. Два цеха, що входять в об'єднання випускають залізобетонні плити для огорожі з малюнком, залізобетонні плити для огорожі без малюнку, залізобетонні стовпчики. Знайти загальний обсяг продукції випущеної об'єднанням якщо:

Вид продукції	Цех 1	Цех 2
Залізобетонні плити для огорожі з малюнком	155	160
Залізобетонні плити для огорожі без малюнку	250	200
Залізобетонні стовпчики	300	300

2.3. Приватна пекарня виробляє тістечка, рулети та торти. Задано вектор цін $Y = (4,5; 5,8; 49,5)$ та вектор обсягу продукції $X = (145; 90; 40)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(1, -3, 3)$ паралельно до площини $3x + 2y - 2z - 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет сім'ї, що складає 500 грн. призначений на придбання товарів двох видів: сіль – за ціною 5,5 грн. за кг і цукру – за ціною 10 грн. за кг. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два молокозавода, розташовані на відстані 150 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 10 грн./л. Витрати на перевезення одного л на 1 км для молокозаводу А складають 35 коп., а для молокозаводу В – 42 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих молокозаводів, щоб витрати при перевезенні продукції були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 4 + 5x, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \operatorname{tg} x & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^3 + 1, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,001x^3 - 0,03x^2 + 40x + 1000$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 50 до 100 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 0,001x^3 - 0,03x^2 + 40x + 1000$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 100 одиниць продукції.

Варіант 7

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 4y - 6z = 0 \\ 4x - 4y + 5z = 5 \\ 2x - 4y - 2z = -4. \end{cases}$$

1.2. Швейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: пальто, плащ та куртка. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	пальто	плащ	куртка	
A_1	4	4	2	1900
A_2	5	4	4	1700
A_3	3	2	1	1500

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 100 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = 3i - 2j$; $x_2 = 8i + 5j$.

2.2. Два цеха, що входять в об'єднання випускають залізобетонні плити для огорожі з малюнком, залізобетонні плити для огорожі без малюнку, залізобетонні стовпчики. Знайти загальний обсяг продукції випущеної об'єднанням якщо:

Вид продукції	Цех 1	Цех 2
Залізобетонні плити для огорожі з малюнком	125	110
Залізобетонні плити для огорожі без малюнку	150	100
Залізобетонні стовпчики	200	150

2.3. Приватна пекарня виробляє тістечка, рулети та торти. Задано вектор цін $Y = (3,5; 6,8; 50,5)$ та вектор обсягу продукції $X = (145; 90; 40)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-3, 2, 3)$ паралельно до площини $4x + 2y - 5z - 6 = 0$.

3.2. Нехай бюджет сім'ї, що складає 300 грн. призначений на придбання товарів двох видів: сіль – за ціною 5,5 грн. за кг і цукру – за ціною 10 грн. за кг. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два молокозаводи, розташовані на відстані 200 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 9 грн./л. Витрати на перевезення одного л на 1 км для молокозаводу А складають 45 коп., а для молокозаводу В – 54 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих молокозаводів, щоб витрати при перевезенні продукції були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 2, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \operatorname{ctg} x & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 - 1, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,007x^3 - 0,04x^2 + 20x + 1000$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 50 до 100 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 0,007x^3 - 0,04x^2 + 20x + 1000$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 100 одиниць продукції.

Варіант 8

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} -4x + 4y - 3z = -3 \\ 2x + y - z = 2 \\ x - 4y + 2z = -1. \end{cases}$$

1.2. Швейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: пальто, плащ та куртка. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	пальто	плащ	куртка	
A_1	5	4	3	1800
A_2	4	4	3	1600
A_3	1	2	3	1400

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 100 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = 4i + 2j$; $x_2 = -i + 3j$.

2.2. Два цеха, що входять в об'єднання випускають залізобетонні

плити для огорожі з малюнком, залізобетонні плити для огорожі без малюнку, залізобетонні стовпчики. Знайти загальний обсяг продукції випущеної об'єднанням якщо:

Вид продукції	Цех 1	Цех 2
Залізобетонні плити для огорожі з малюнком	135	110
Залізобетонні плити для огорожі без малюнку	180	160
Залізобетонні стовпчики	120	150

2.3. Квіткова майстерня виробляє штучні троянди, георгіни та волошку. Задано вектор цін $Y = (1,5; 0,8; 0,5)$ та вектор обсягу продукції $X = (145; 90; 140)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-5, 1, 3)$ паралельно до площини $x - 5y + 4z - 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет сім'ї, що складає 300 грн. призначений на придбання товарів двох видів: зошоти у клітинку – за ціною 2,5 грн. за шт. і зошоти у лінію – за ціною 2 грн. за шт. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два хімзаводи, розташовані на відстані 300 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 19 грн./л. Витрати на перевезення одного л на 1 км для хімзаводу А складають 85 коп., а для хімзаводу В – 74 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих хімзаводів, щоб витрати при перевезенні продукції були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 2, & \text{якщо } x < 0 \\ 3 \operatorname{ctg} x & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 + 3, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,008x^3 - 0,02x^2 + 10x + 1000$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зростає з 50 до 100 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 0,008x^3 - 0,02x^2 + 10x + 1000$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 100 одиниць продукції.

Варіант 9

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} -x + 2y - 3z = -2 \\ 4x - y - 3z = 0 \\ x - 6y - 7z = -12. \end{cases}$$

1.2. Трикотажна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: спідниця, сукня та кардиган. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	спідниця	сукня	кардиган	
A_1	5	4	3	1200
A_2	4	4	3	1300
A_3	1	2	3	1400

Знайті щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 1000 одиниць продукції першого виду, 1500 одиниць продукції другого виду та 900 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -5i + 2j$; $x_2 = -i - 7j$.

2.2. Дві майстерні, що входять в об'єднання виконують роботи з ремонту холодильників, пральних машин та посудомийних машин. Знайти загальний обсяг ремонтів, що виконує об'єднання якщо:

Ремонт	Майстерня 1	Майстерня 2
Холодильники	13	11
Пральні машини	18	16
Посудомийні машини	5	10

2.3. Майстерня виробляє сувенірні ручки, лінійки та точили для олівців. Задано вектор цін $Y = (4,5; 2,8; 5,5)$ та вектор обсягу продукції $X = (145; 90; 140)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(6, -1, 8)$ перпендикулярно до площини $3x + y + 5z - 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет фермера, що складає 153000 грн. призначений на придбання посівного матеріалу: помідори – за ціною 2,5 грн. за 20шт. і огірки – за ціною 2 грн. за 10шт. В яких кількостях можна придбати ці

товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два сміттєпереробних заводи, розташовані на відстані 200 км, переробляють однотипну сировину. Оптова ціна на сировину однакова і складає 100 грн./т. Витрати на перевезення однієї тони на 1 км для заводу А складають 5 грн., а для заводу В – 4 грн. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні сміття були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \operatorname{tg} x & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 - 5, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,09x^3 - 0,2x^2 + 5x + 10$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 70 до 100 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 0,09x^3 - 0,2x^2 + 5x + 10$. Знайти маргіальну вартість як функцію x та обчислити маргіальну вартість, коли вироблено 1000 одиниць продукції.

Варіант 10

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} -3x + 4y - z = 0 \\ 6x - 3y - z = 2 \\ x - 6y - z = -6. \end{cases}$$

1.2. Поліграфічна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: календарі, листівки та визитівки. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	календарі	листівки	визитівки	
A_1	6	8	4	120
A_2	4	5	3	100
A_3	13	9	5	140

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу

задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 90 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 75 & 36 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = 3i + 5j$; $x_2 = 2i - 6j$.

2.2. Дві майстерні, що входять в об'єднання виконують роботи з ремонту холодильників, пральних машин та посудомийних машин. Знайти загальний обсяг ремонтів, що виконує об'єднання якщо:

Ремонт	Майстерня 1	Майстерня 2
Холодильники	11	14
Пральні машини	8	6
Посудомийні машини	5	4

2.3. Майстерня виробляє на замовлення малюнки на чашках, футболках та тарілках. Задано вектор цін $Y = (20; 56; 30)$ та вектор обсягу продукції $X = (140; 90; 150)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-4, -1, 3)$ перпендикулярно до площини $3x - 2y + 5z - 8 = 0$.

3.2. Нехай бюджет фермера, що складає 132000 грн. призначений на придбання посівного матеріалу: картопля – за ціною 10 грн. за 1 кг і сояшник – за ціною 12 грн. за 0,5 кг. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два сміттєпереробних заводи, розташовані на відстані 400 км, переробляють однотипну сировину. Оптова ціна на сировину однакова і складає 110 грн./т. Витрати на перевезення однієї тони на 1 км для заводу А складають 4 грн., а для заводу В – 6 грн. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні сміття були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \cos x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 + 5, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,5x^3 - 0,09x^2 + 3x + 3$. Знайти приріст витрат, коли кількість

виробів зросте з 80 до 110 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 0,5x^3 - 0,09x^2 + 3x + 3$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 1000 одиниць продукції.

Варіант 11

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - 4y - z = -4 \\ 4x - y - z = 2 \\ 2x - 3y - z = -1. \end{cases}$$

1.2. Поліграфічна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: календарі настінні, календарі настільні та календарики кишенькові. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	календарі настінні	календарі настільні	календарі кишенькові	
A_1	15	10	5	220
A_2	4	5	3	50
A_3	13	9	5	240

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 9 одиниць продукції першого виду, 100 одиниць продукції другого виду та 90 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 2 \\ 5 & 1 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = (15 \quad 26).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -3i + 3j$; $x_2 = -2i + 4j$.

2.2. Дві пекарні, що входять в об'єднання виготовляють хліб «Квітневий», «Козацький» та «Бородинський». Знайти загальний обсяг хлібу, що виготовляє об'єднання якщо:

Сорт	Пекарня 1	Пекарня 2
Квітневий	200	140
Козацький	180	200
Бородинський	150	240

2.3. Майстерня виробляє на замовлення декоративну вишивку на рушниках, простирадлах та скатертинах. Задано вектор цін $Y = (120; 150; 230)$ та вектор обсягу продукції $X = (40; 50; 40)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-3, 5, 9)$ перпендикулярно до площини $-4x + 2y + 3z - 4 = 0$.

3.2. Нехай бюджет перукаря, що складає 2000 грн., призначений на придбання розходного матеріалу: шампунь – за ціною 50 грн. за 1 л і кондиціонер – за ціною 65 грн. за 1 л. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два сміттепереробних заводи, розташовані на відстані 350 км, переробляють однотипну сировину. Оптова ціна на сировину однакова і складає 105 грн./т. Витрати на перевезення однієї тони на 1 км для заводу А складають 6 грн., а для заводу В – 3 грн. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні сміття були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 5, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \cos x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 + 8, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 1,5x^3 - 0,9x^2 + 0,3x + 4$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 90 до 150 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 1,5x^3 - 0,9x^2 + 0,3x + 4$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 500 одиниць продукції.

Варіант 12

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 4y - z = 5 \\ x - 5y - z = -5 \\ 2x - 3y - z = -1. \end{cases}$$

1.2. Трикотажна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: светр жіночий, светр чоловічий та светр дитячий. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на

1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	светр жіночий	светр чоловічий	светр дитячий	
A_1	20	35	10	1220
A_2	40	75	30	1050
A_3	13	9	5	240

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 15 одиниць продукції першого виду, 200 одиниць продукції другого виду та 190 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 3 \\ 4 & 1 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = (25 \quad 34).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = 3i - 5j$; $x_2 = 5i - 4j$.

2.2 Дві пекарні, що входять в об'єднання виготовляють хліб «Квітневий», «Козацький» та «Бородинський». Знайти загальний обсяг хлібу, що виготовляє об'єднання якщо:

Сорт	Пекарня 1	Пекарня 2
Квітневий	300	240
Козацький	150	180
Бородинський	150	340

2.3. Майстерня виробляє на замовлення екологічне мило з оливковою олією, з обліпиховою олією, з льняною олією. Задано вектор цін $Y = (20; 50; 30)$ та вектор обсягу продукції $X = (140; 150; 140)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(4, -5, 3)$ паралельно до площини $x - 5y + 3z - 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет перукаря, що складає 2000 грн. призначений на придбання витратного матеріалу: лак для волосся – за ціною 70 грн. за 1 л і мус для укладки – за ціною 55 грн. за 1 л. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два хлібзаводи, розташовані у Києві та Черкасах, відстань між якими 150 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 3,5 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для хлібзаводу К складають 25 коп., а для хлібзаводу

Ч – 35 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих хлібзаводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -5x + 1, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \sin x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 + 2, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 3,5x^3 - 5,9x^2 - 3x - 4$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зростає з 190 до 450 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 3,5x^3 - 5,9x^2 - 3x - 4$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 500 одиниць продукції.

Варіант 13

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ -x + 4y - z = 2 \\ x - 3y - z = -2. \end{cases}$$

1.2. Трикошарп'яна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: шкарпетки жіночі, шкарпетки чоловічі та гетри. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	шкарпетки жіночі	шкарпетки чоловічі	гетри	
A_1	35	15	20	1250
A_2	40	75	30	1080
A_3	13	9	5	140

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 115 одиниць продукції першого виду, 50 одиниць продукції другого виду та 90 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = (40 \quad 57).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -8i + 3j$; $x_2 = 5i - 4j$.

2.2. Дві типографії, що входять в об'єднання друкують підручники «Алгебра 7», «Алгебра 8» та «Алгебра 9». Знайти загальний обсяг підручників, що виготовляє об'єднання якщо:

Сорт	Типографія 1	Типографія 2
Алгебра 7	3000	2400
Алгебра 8	1500	1800
Алгебра 9	1500	3400

2.3. Майстерня виробляє на замовлення екологічний крем для обличчя з оливковою олією, з обліпиховою олією, з льяною олією. Задано вектор цін $Y = (120; 250; 130)$ та вектор обсягу продукції $X = (40; 55; 45)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(2, -1, 1)$ паралельно до площини $x - y - 7z + 2 = 0$.

3.2. Нехай бюджет майстра манікюра, що складає 1000 грн. призначений на придбання витратного матеріалу: лак для нігтів – за ціною 20 грн. за 1 флакон і рідина для зняття лаку – за ціною 25 грн. за 1 флакон. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два молокозаводи, розташовані у Києві та Черкасах, відстань між якими 180 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 9,5 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для молокозаводу К складають 35 коп., а для молокозаводу Ч – 45 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих молокозаводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1, & \text{якщо } x < 0 \\ -4 \sin x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 + 2, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,7x^3 - 0,9x^2 - 5x + 4$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зростає з 100 до 400 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 0,7x^3 - 0,9x^2 - 5x + 4$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 500 одиниць продукції.

Варіант 14

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} -x - 3y + z = -3 \\ x - 2y + z = -2 \\ -x + 3y - z = 1. \end{cases}$$

1.2. Триkotaжна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: рукавиці жіночі, рукавиці чоловічі та рукавички дитячі. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	рукавиці жіночі	рукавиці чоловічі	рукавиці дитячі	
A_1	45	25	25	1250
A_2	20	75	10	1080
A_3	15	19	10	140

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 125 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 75 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = (15 \quad 35).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = 3i + 6j$; $x_2 = -3i + 4j$.

2.2. Дві типографії, що входять в об'єднання друкують підручники «Геометрія 7», «Геометрія 8» та «Геометрія 9». Знайти загальний обсяг підручників, що виготовляє об'єднання якщо:

Сорт	Типографія 1	Типографія 2
Геометрія 7	3000	2400
Геометрія 8	1500	1800
Геометрія 9	1500	3400

2.3. Майстерня виробляє на замовлення екологічний миючий засіб з мильними горіхами, з харчовою содою, з гірчицею. Задано вектор цін

$Y = (45; 15; 13)$ та вектор обсягу продукції $X = (40; 55; 45)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-2, 4, 1)$ паралельно до площини $-x - y + 3z + 2 = 0$.

3.2. Нехай бюджет майстра манікюра, що складає 1000 грн. призначений на придбання витратного матеріалу: крем для рук – за ціною 25 грн. за 1 тюбик і антисептик – за ціною 45 грн. за 1 флакон. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два молокозаводи, розташовані у Кривому Розі відстань між якими 60 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 8,5 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для молокозаводу A складають 45 коп., а для молокозаводу B – 50 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих молокозаводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 1, & \text{якщо } x < 0 \\ 4 \sin x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 + 2, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 1,7x^3 - 0,4x^2 - 2x + 4$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 100 до 400 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 1,7x^3 - 0,4x^2 - 2x + 4$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 500 одиниць продукції.

Варіант 15

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - 5y + 2z = -2 \\ 2x - 2y + z = 1 \\ -4x + 3y + z = 0. \end{cases}$$

1.2. Трикотажна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: хустка жіноча пухова, хустка жіноча вовняна та хустка жіноча напіввовняна. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	хустка пухова	хустка вовняна	хустка напіввовняна	
A_1	90	10	20	1250
A_2	10	85	50	1600
A_3	5	50	75	1200

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 145 одиниць продукції першого виду, 158 одиниць продукції другого виду та 175 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 25 & 35 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -5i + 2j$; $x_2 = -4i - 7j$.

2.2. Дві типографії, що входять в об'єднання друкують підручники «Макроекономіка», «Мікроекономіка» та «Економетрія». Знайти загальний обсяг підручників, що виготовляє об'єднання якщо:

Сорт	Типографія 1	Типографія 2
Макроекономіка	300	200
Мікроекономіка	150	100
Економетрія	150	150

2.3. Майстерня виробляє на замовлення екологічний миючий засіб з мильними горіхами, з харчовою содою, з гірчицею. Задано вектор цін $Y = (55; 25; 33)$ та вектор обсягу продукції $X = (20; 35; 25)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(1, -4, 1)$ паралельно до площини $4x + y + 2z - 2 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 1000 грн. призначений на придбання ялинкових прикрас на Новий рік: скляні кульки – за ціною 35 грн. за 1 шт. і сніжинки – за ціною 10 грн. за 1 шт. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два ковбасних цехи, розташовані на відстані 100 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 50 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для цеху A складають 80 коп., а для цеху B – 50 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих молокозаводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -6x - 1, & \text{якщо } x < 0 \\ -\sin 2x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 - 2, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 2,7x^3 - 0,4x^2 - 8x + 4$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 100 до 300 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 2,7x^3 - 0,4x^2 - 8x + 4$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 400 одиниць продукції.

Варіант 16

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 5y - z = 6 \\ -x - 4y + 2z = -3 \\ -x + 3y + z = 3. \end{cases}$$

1.2. Трикотажна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: сукня жіноча однотонна, сукня жіноча з орнаментом та сукня жіноча з вишивкою. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	сукня однотонна	сукня з орнаментом	сукня з вишивкою	
A_1	100	80	100	4500
A_2	10	85	40	1600
A_3	5	5	25	400

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 135 одиниць продукції другого виду та 150 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 15 & 35 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі

$$R^2: x_1 = -2i + 6j; x_2 = -3i - 6j.$$

2.2. Дві типографії, що входять в об'єднання друкують підручники «Макроекономіка», «Мікроекономіка» та «Економетрія». Знайти загальний обсяг підручників, що виготовляє об'єднання якщо:

Сорт	Типографія 1	Типографія 2
Макроекономіка	100	200
Мікроекономіка	130	100
Економетрія	120	150

2.3. Майстерня виробляє на замовлення пазли для дітей розміром 20×20 см, 30×30 см та 40×20 см. Задано вектор цін $Y = (25; 35; 40)$ та вектор обсягу продукції $X = (50; 35; 25)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-4, -4, 1)$ паралельно до площини $-x + y - 2z - 2 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 100 грн. призначений на придбання святкових листівок: з конвертом – за ціною 15 грн. за 1 шт. і без конверта – за ціною 8 грн. за 1 шт. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два ковбасні цехи, розташовані на відстані 180 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 45 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для цеху A складають 75 коп., а для цеху B – 65 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих молокозаводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{якщо } x < 0 \\ -3\sin 2x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 + 5, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 1,7x^3 - 3,4x^2 - 8x + 4$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 120 до 300 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 1,7x^3 - 3,4x^2 - 8x + 4$. Знайти маргіальну вартість як функцію x та обчислити маргіальну вартість, коли вироблено 400 одиниць продукції.

Варіант 17

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 3x - 7y + z = -3 \\ -x + 4y + 2z = 5 \\ -x + 3y + z = 3. \end{cases}$$

1.2. Триkotaжна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: жилет чоловічий однотонний, жилет чоловічий з орнаментом та жилет чоловічий з вишивкою. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	жилет однотонний	жилет з орнаментом	жилет з вишивкою	
A_1	70	60	70	3500
A_2	10	85	40	1400
A_3	5	40	15	200

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 120 одиниць продукції першого виду, 130 одиниць продукції другого виду та 170 одиниць продукції третього виду?

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 35 & 55 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -7i + 2j$; $x_2 = 3i + 5j$.

2.2. Дві типографії, що входять в об'єднання друкують зошити у косу лінію 12 арк., у лінію 24 арк. та у лінію 48 арк.. Знайти загальний обсяг зошитів, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Типографія 1	Типографія 2
У косу лінію 12 арк.	300	100
У лінію 24 арк.	100	300
У лінію 48 арк.	100	250

2.3. Майстерня виробляє на замовлення тротуарну плитку розміром 20×20 см, 30×30 см та 40×20 см. Задано вектор цін $Y = (45; 55; 65)$ та вектор обсягу продукції $X = (500; 500; 450)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-2, 5, 1)$ паралельно до площини $-3x - 6y + 7z - 2 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 100 грн. призначений на придбання святкових листівок: з конвертом – за ціною 25 грн. за 1 шт. і без конверта – за ціною 10 грн. за 1 шт. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два кондитерські цехи, розташовані на відстані 50 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 35 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для цеху А складають 45 коп., а для цеху В – 35 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих молокозаводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} x + 8, & \text{якщо } x < 0 \\ -3\sin x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 + 5, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 3x^3 - 4x^2 - 9x + 4$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 125 до 350 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 3x^3 - 4x^2 - 9x + 4$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 450 одиниць продукції.

Варіант 18

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 3x - 5y + z = -1 \\ 2x - 3y + 2z = 1 \\ -x + 3y + z = 3. \end{cases}$$

1.2. Триkotaжна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: жилет чоловічий, жилет жіночий та жилет дитячий. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоловічий	жіночий	дитячий	
A_1	70	60	40	1500
A_2	20	35	20	1200
A_3	5	10	15	150

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує

сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 150 одиниць продукції першого виду, 140 одиниць продукції другого виду та 130 одиниць продукції третього виду?

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = (15 \quad 35).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -5i + j$; $x_2 = -3i - 7j$.

2.2. Дві типографії, що входять в об'єднання друкують зошити у лінію 18 арк., у лінію 24 арк. та у лінію 48 арк.. Знайти загальний обсяг зошитів, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Типографія 1	Типографія 2
У лінію 18 арк.	600	100
У лінію 24 арк.	400	300
У лінію 48 арк.	200	250

2.3. Майстерня виробляє на замовлення тротуарну плитку розміром 20×20 см сірого, червоного та зеленого кольору. Задано вектор цін $Y = (45; 55; 65)$ та вектор обсягу продукції $X = (700; 300; 450)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-2, 3, -1)$ перпендикулярно до площини $x - 6y - 6z - 2 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 100 грн. призначений на придбання пакетів для подарунків: з малюнком – за ціною 10 грн. за 1 шт. і без малюнка – за ціною 5 грн. за 1 шт. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два рибзаводи, розташовані на відстані 550 км, виготовляють однотипну продукцію. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 15 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 85 коп., а для заводу B – 95 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} x - 6, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \sin x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 - 3, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності:

$V(x) = 0,3x^3 + 4x^2 - 9x + 4$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зростає з 140 до 300 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 0,3x^3 + 4x^2 - 9x + 4$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 500 одиниць продукції.

Варіант 19

1.1 Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 3x + 4y + z = 8 \\ 2x - 4y - 2z = -4 \\ -x + 5y + z = 5. \end{cases}$$

1.2. Триkotaжна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: шарф чоловічий, шарф жіночий та шарф дитячий. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоловічий	жіночий	дитячий	
A_1	50	40	20	150
A_2	10	15	10	120
A_3	5	8	12	80

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 155 одиниць продукції першого виду, 100 одиниць продукції другого виду та 130 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 45 & 35 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -5i - 3j$; $x_2 = -2i + 4j$.

2.2. Дві типографії, що входять в об'єднання друкують записники у лінію, у клітинку та не ліновані. Знайти загальний обсяг записників, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Типографія 1	Типографія 2
У лінію	200	150
У клітинку	400	300
Не ліновані	200	200

2.3. Майстерня виробляє на замовлення тротуарну плитку розміром

25 × 25 см сірого, жовтого та зеленого кольору. Задано вектор цін $Y = (35; 45; 55)$ та вектор обсягу продукції $X = (600; 200; 550)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(2, 1, -1)$ перпендикулярно до площини $x - 4y - z - 2 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 150 грн. призначений на придбання різних стрічок для подарунків: широких – за ціною 5 грн. за 1 м і вузьких – за ціною 2 грн. за 1 м. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два рибзаводи, що розташовані на відстані 400 км, виготовляють однотипні консерви. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 13 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 50 коп., а для заводу B – 45 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \cos 3x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 + 4, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 0,6x^3 + 8x^2 - 0,9x + 1$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 100 до 300 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 0,6x^3 + 8x^2 - 0,9x + 1$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 540 одиниць продукції.

Варіант 20

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 3x + y + z = 5 \\ 2x - y - 2z = -1 \\ -x + 2y + z = 2. \end{cases}$$

1.2. Галантерейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: ремінь чоловічий, ремінь жіночий та ремінь дитячий. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоловічий	жіночий	дитячий	
A_1	55	35	15	180
A_2	16	10	8	120
A_3	2	6	5	50

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 125 одиниць продукції першого виду, 180 одиниць продукції другого виду та 138 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 15 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = 5i + 2j$; $x_2 = -i + 4j$.

2.2. Дві типографії, що входять в об'єднання друкують записники у м'якій обкладинці, у твердій обкладинці та на пружинці. Знайти загальний обсяг записників, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Типографія 1	Типографія 2
М'яка обкладинка	200	150
Тверда обкладинка	100	200
На пружинці	250	80

2.3. Майстерня виробляє на замовлення шлакоблоки сірого, жовтого та зеленого кольору. Задано вектор цін $Y = (35; 45; 55)$ та вектор обсягу продукції $X = (700; 400; 500)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(2, 2, 1)$ перпендикулярно до площини $-x - 4y + z + 7 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 150 грн. призначений на придбання пральних засобів: порошок – за ціною 50 грн. за 1 пакет і мило господарське – за ціною 5 грн. за 1 шт. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два консервні заводи, що розташовані на відстані 300 км, виготовляють однотипні овочеві консерви. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 15 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 55 коп., а для заводу B – 65 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 3, & \text{якщо } x < 0 \\ -2 \cos x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 - 3, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 6x^3 - 8x^2 - 4x + 1$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 90 до 200 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 6x^3 - 8x^2 - 4x + 1$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 440 одиниць продукції.

Варіант 21

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} -2x + y + z = 0 \\ 2x - y + 2z = 3 \\ -x + 5y + z = 5. \end{cases}$$

1.2. Галантерейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: ремінь шкіряний, ремінь зі шкірозамінника та ремінь текстильний. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	шкіряний	зі шкірозамінника	текстильний	
A_1	55	5	5	180
A_2	6	80	8	160
A_3	2	20	70	150

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 105 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 140 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 25 & 55 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = 5i - j$; $x_2 = -i - 4j$.

2.2. Дві типографії, що входять в об'єднання друкують записники у

м'якій обкладинці, у твердій обкладинці та у пластиковій обкладинці. Знайти загальний обсяг записників, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Типографія 1	Типографія 2
М'яка обкладинка	200	150
Тверда обкладинка	100	100
Пластикова обкладинка	50	180

2.3. Майстерня виробляє на замовлення ковані елементи завитки, кола та листки. Задано вектор цін $Y = (85; 40; 75)$ та вектор обсягу продукції $X = (700; 400; 500)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-2, 7, 1)$ перпендикулярно до площини $-x + 5y + z - 7 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 150 грн. призначений на придбання миючих засобів: рідкий засіб – за ціною 30 грн. за 1 л і мило господарське – за ціною 5,5 грн. за 1 шт. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Дві макаронні фабрики, розташовані на відстані 350 км, виготовляють однотипні макаронні вироби. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 10 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 15 коп., а для заводу B – 25 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \operatorname{tg} x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 - 3, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 1,6x^3 - 8,2x^2 - 4x + 1$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 190 до 240 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 1,6x^3 - 8,2x^2 - 4x + 1$. Знайти маргіальну вартість як функцію x та обчислити маргіальну вартість, коли вироблено 440 одиниць продукції.

Варіант 22

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} -5x + y + 2z = -2 \\ 2x - y + 5z = 6 \\ -x + 2y - z = 0. \end{cases}$$

1.2. Швейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: сумка господарська у клітинку, сумка господарська у смужку та сумка господарська однотонна. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	клітинка	смужка	однотонна	
A_1	60	5	4	280
A_2	6	70	5	260
A_3	2	2	70	350

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 180 одиниць продукції другого виду та 160 одиниць продукції третього якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = (23 \quad 45).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -3i - j$; $x_2 = -i + j$.

2.2. Дві типографії, що входять в об'єднання друкують учнівські щоденники у м'якій обкладинці, у твердій обкладинці та у пластиковій обкладинці. Знайти загальний обсяг щоденників, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Типографія 1	Типографія 2
М'яка обкладинка	250	180
Тверда обкладинка	170	150
Пластикові обкладинка	50	80

2.3. Майстерня виробляє на замовлення ковані елементи: завитки, пики та листки. Задано вектор цін $Y = (85; 30; 75)$ та вектор обсягу продукції $X = (700; 700; 550)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-1, 3, 1)$ перпендикулярно до площини $-x - 4y + z - 2 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 150 грн. призначений на придбання миючих засобів для посуду: звичайний рідкий засіб – за ціною 30 грн. за 1 л і екозасіб – за ціною 55 грн. за 1 л. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Дві макаронні фабрики, розташовані на відстані 270 км, виготовляють однотипні макаронні вироби. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 15 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу А складають 18 коп., а для заводу В – 23 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -4x + 4, & \text{якщо } x < 0 \\ 2 \operatorname{ctg} x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 - 3, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 2,6x^3 - 4,2x^2 - 3x + 1$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 170 до 230 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 2,6x^3 - 4,2x^2 - 3x + 1$. Знайти маргіальну вартість як функцію x та обчислити маргіальну вартість, коли вироблено 440 одиниць продукції.

Варіант 23

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} -3x + 2y + 2z = -1 \\ 2x - y + 4z = 5 \\ -4x + 2y - z = -3. \end{cases}$$

1.2. Швейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: піжама трикотажна, піжама бавовняна та піжама флісова. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	трикотажна	бавовняна	флісова	
A_1	70	25	45	2800
A_2	26	76	15	2600
A_3	20	20	60	1500

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 150 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 130 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 22 & 45 \end{pmatrix}$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = 3i + 5j$; $x_2 = -i + 2j$.

2.2. Два цехи, що входять в об'єднання виробляють пластикові учнівські пенали у формі циліндра, призми та паралелепіпеда. Знайти загальний обсяг пеналів, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Цех 1	Цех 2
Циліндри	150	180
Призми	270	100
Паралелепіпеди	50	70

2.3. Майстерня виробляє на замовлення штучні квіти: ромашки, троянди та бузок. Задано вектор цін $Y = (15; 50; 35)$ та вектор обсягу продукції $X = (400; 500; 250)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(1, 6, -1)$ перпендикулярно до площини $-x + 6y + 2z - 2 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 300 грн. призначений на придбання органічних добрив для дачі: рідкий засіб – за ціною 50 грн. за 1 л і порошок – за ціною 35 грн. за 1 кг. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два заводи з виготовлення олії, розташовані на відстані 370 км, виготовляють однотипні вироби. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 15 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 40 коп., а для заводу B – 56 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 4, & \text{якщо } x < 0 \\ 3 \operatorname{tg} x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 - 5, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x

окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 1,7x^3 - 4,8x^2 + 3x + 1$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 100 до 200 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 1,7x^3 - 4,8x^2 + 3x + 1$. Знайти маргіальну вартість як функцію x та обчислити маргіальну вартість, коли вироблено 340 одиниць продукції.

Варіант 24

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 5 \\ 2x - 3y + 4z = 3 \\ -x + 5y - z = 3. \end{cases}$$

1.2. Швейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: піжама жіноча, піжама чоловіча та піжама дитяча. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоловіча	жіноча	дитяча	
A_1	70	85	45	2500
A_2	26	16	15	2200
A_3	20	10	60	1600

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.2. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 130 одиниць продукції другого виду та 140 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = (32 \quad 40).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -4i + 5j$; $x_2 = -i + 8j$.

2.2. Два цехи, що входять в об'єднання виробляють пластикові точили для олівців у формі циліндра, призми та сфери. Знайти загальний обсяг точилок для олівців, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Цех 1	Цех 2
Циліндри	145	120
Призми	200	150
Сфери	150	170

2.3. Майстерня виробляє на замовлення штучні квіти: волошки, троянди та хризантеми. Задано вектор цін $Y = (15; 45; 40)$ та вектор обсягу продукції $X = (350; 400; 250)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(1, -6, -3)$ перпендикулярно до площини $-x + 2y + 8z + 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 50 грн. призначений на придбання канцелярських товарів для дітей: ручки – за ціною 5 грн. за 1 шт. і олівці – за ціною 3 грн. за 1 шт. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два заводи з виготовлення фруктових соків, розташовані на відстані 400 км, виготовляють однотипні вироби. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 20 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 60 коп., а для заводу B – 70 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -7x - 4, & \text{якщо } x < 0 \\ 3 \operatorname{tg} 2x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 + 5, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 2,6x^3 - 4,2x^2 + 6x + 1$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 120 до 200 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 2,6x^3 - 4,2x^2 + 6x + 1$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 250 одиниць продукції.

Варіант 25

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - 6y + 2z = -3 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ -x + 2y - 4z = -3. \end{cases}$$

1.2. Швейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: костюм тренувальний жіночий, костюм тренувальний чоловічий та костюм тренувальний дитячий. Норми витрат кожної з них на

1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоловічий	жіночий	дитячий	
A_1	170	185	145	250
A_2	20	60	15	225
A_3	30	40	10	100

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 110 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 170 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 42 & 45 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -i + 2j$; $x_2 = 2i + j$.

2.2. Два цехи, що входять в об'єднання виробляють пластикові дощечки для нарізки червоні, сині та жовті. Знайти загальний обсяг дощечок для нарізки, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Цех 1	Цех 2
Червоні	100	150
Сині	80	70
Жовті	130	140

2.3. Майстерня виробляє на замовлення хутрянні пледи у клітинку, смужку та з квітками. Задано вектор цін $Y = (300; 300; 350)$ та вектор обсягу продукції $X = (100; 80; 50)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-1, -2, 3)$ перпендикулярно до площини $-x - 4y + 9z + 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 50 грн. призначений на придбання канцелярських товарів для дітей: зошити 24 ст. – за ціною 2,5 грн. за 1 шт. і зошити 48 ст. – за ціною 5 грн. за 1 шт. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два заводи з виготовлення цукерок, розташовані на відстані 450 км, виготовляють однотипні вироби. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 79 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 70 коп., а для заводу B – 65 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 4, & \text{якщо } x < 0 \\ 3 \operatorname{tg} 3x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 - 2, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 2,7x^3 - 0,2x^2 + 3x + 2$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 220 до 250 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 2,7x^3 - 0,2x^2 + 3x + 2$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 230 одиниць продукції.

Варіант 26

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - 4y + 3z = 0 \\ x - 3y + z = -1 \\ -x + y - 4z = -4. \end{cases}$$

1.2. Швейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: спідниця пряма, спідниця трапеція та спідниця годе. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	спідниця пряма	спідниця трапеція	спідниця годе	
A_1	70	85	95	350
A_2	25	45	25	225
A_3	30	45	30	120

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 150 одиниць продукції першого виду, 160 одиниць продукції другого виду та 185 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = (52 \quad 45).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі

$$R^2: x_1 = -i + 3j; x_2 = -2i + 3j.$$

2.2. Два цехи, що входять в об'єднання виробляють дерев'яні сувенірні ложки з червоними, з золотавими та зеленими візерунками. Знайти загальний обсяг ложок, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Цех 1	Цех 2
Червоні	140	155
Золотаві	180	170
Зелені	130	140

2.3. Майстерня виробляє на замовлення ковдри пухові, з вовни та ватні. Задано вектор цін $Y = (500; 400; 350)$ та вектор обсягу продукції $X = (100; 180; 250)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, які відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(1, -2, 0)$ перпендикулярно до площини $-x + 3y + 2z + 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 80 грн. призначений на придбання цукерок на свято: «Ромашка» – за ціною 58 грн. за 1 кг і «Каракум» – за ціною 75 грн. за 1 кг. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два заводи з виготовлення фарфорових тарілок, розташовані на відстані 350 км, виготовляють однотипні вироби. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 12 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 60 коп., а для заводу B – 55 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 4, & \text{якщо } x < 0 \\ -\operatorname{tg} x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 - 3, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 8,7x^3 - 0,8x^2 + 3x + 4$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 120 до 150 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 8,7x^3 - 0,8x^2 + 3x + 4$. Знайти маргіальну вартість як функцію x та обчислити маргіальну вартість, коли вироблено 130 одиниць продукції.

Варіант 27

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - 2y + 8z = 7 \\ -x - 3y + 4z = 0 \\ -x + y - 6z = -6. \end{cases}$$

1.2. Швейна майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: спідниця-максі, спідниця-міні та спідниця-міді. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	максі	міні	міді	
A_1	70	35	55	250
A_2	23	43	30	225
A_3	13	15	25	140

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 100 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 110 одиниць продукції третього виду?

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = (52 \quad 65).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -3i + 3j$; $x_2 = 6i + 3j$.

2.2. Два цехи, що входять в об'єднання виробляють дерев'яні сувенірні миски з червоними, з золотавими та зеленими візерунками. Знайти загальний обсяг ложок, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Цех 1	Цех 2
Червоні	90	75
Золотаві	80	70
Зелені	30	40

2.3. Майстерня виробляє на замовлення подушки пухові, з вовни та ватні. Задано вектор цін $Y = (100; 90; 50)$ та вектор обсягу продукції $X = (100; 180; 250)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(1, 5, 0)$ перпендикулярно до площини $-x + 5y - 4z + 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 70 грн. призначений на придбання цукерок на свято: «Корівка» – за ціною 48 грн. за 1 кг і «Зоряне

сйаво» – за ціною 65 грн. за 1 кг. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два заводи з виготовлення кришталевих ваз, розташовані на відстані 250 км, виготовляють однотипні вироби. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 85 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу *A* складають 96 коп., а для заводу *B* – 93 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 7x + 4, & \text{якщо } x < 0 \\ -2\operatorname{tg} x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 + 3, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 3,7x^3 - 2,8x^2 + 1,3x + 4$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зростає з 100 до 150 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 3,7x^3 - 2,8x^2 + 1,3x + 4$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 230 одиниць продукції.

Варіант 28

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ -x - y + 4z = 2 \\ -x + y - 2z = -2. \end{cases}$$

1.2. Взуттєва майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: тапки кімнатні чоловічі, тапки кімнатні жіночі та дитячі. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоловічі	жіночі	дитячі	
A_1	60	45	25	280
A_2	30	48	34	250
A_3	10	25	55	340

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує

сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 110 одиниць продукції першого виду, 130 одиниць продукції другого виду та 180 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 \\ 8 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 92 & 62 \end{pmatrix}.$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -i + 3j$; $x_2 = -2i + 3j$.

2.2. Два цехи, що входять в об'єднання виробляють дерев'яні сувенірні булави з червоними, з золотавими та зеленими візерунками. Знайти загальний обсяг дерев'яних сувенірів, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Цех 1	Цех 2
Червоні	60	35
Золотаві	50	60
Зелені	35	40

2.3. Майстерня виробляє на замовлення подушки поролонові, пір'яні та силіконові. Задано вектор цін $Y = (40; 90; 70)$ та вектор обсягу продукції $X = (100; 180; 250)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(1, -4, 2)$ перпендикулярно до площини $-x + 3y - 6z + 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 70 грн. призначений на придбання вершкового масла: «Славія» – за ціною 86 грн. за 1 кг і «Ясне сонечко» – за ціною 82 грн. за 1 кг. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два заводи з виготовлення кришталевих бокалів, розташовані на відстані 280 км, виготовляють однотипні вироби. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 45 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 86 коп., а для заводу B – 59 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 7x - 9, & \text{якщо } x < 0 \\ 5 \operatorname{tg} x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 + 3, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності:

$V(x) = 0,7x^3 - 2,8x^2 + 4,3x + 6$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 100 до 120 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 0,7x^3 - 2,8x^2 + 4,3x + 6$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 150 одиниць продукції.

Варіант 29

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} -x + 2y - 5z = -4 \\ x - 6y + 4z = -1 \\ -x + 3y - z = 1. \end{cases}$$

1.2. Взуттєва майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: туфлі модельні чоловічі, туфлі модельні жіночі та туфлі модельні дитячі. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоловічі	жіночі	дитячі	
A_1	90	60	85	2080
A_2	10	18	5	2500
A_3	70	65	45	3400

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 180 одиниць продукції першого виду, 150 одиниць продукції другого виду та 100 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = (92 \quad 72).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = i - 5j$; $x_2 = -2i + j$.

2.2. Два цехи, що входять в об'єднання виробляють сувенірні футляри для окулярів із оксамиту, із бавовни та із атласу. Знайти загальний обсяг сувенірних футлярів, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Цех 1	Цех 2
Оксамитові	100	25
Бавовняні	40	60
Атласні	25	140

2.3. Майстерня виробляє на замовлення серветки текстильні, мережеві та паперові. Задано вектор цін $Y = (40; 90; 10)$ та вектор обсягу продукції $X = (100; 50; 440)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(1, -3, -2)$ паралельно до площини $-x + 2y - 7z - 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 70 грн. призначений на придбання борошна та цукру: борошна – за ціною 20 грн. за 1 кг і цукру – за ціною 8 грн. за 1 кг. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два заводи з виготовлення постільної білизни, розташовані на відстані 200 км, виготовляють однотипні вироби. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 245 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 46 коп., а для заводу B – 54 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 2, & \text{якщо } x < 0 \\ \operatorname{ctg} x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -x^2 - 4, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 7x^3 + 0,8x^2 + 4,5x + 6$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 110 до 120 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (y гривнях) $V(x) = 7x^3 + 0,8x^2 + 4,5x + 6$. Знайти маргінальну вартість як функцію x та обчислити маргінальну вартість, коли вироблено 250 одиниць продукції.

Варіант 30

1.1. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} -x - y + z = -1 \\ x - 6y + 2z = -3 \\ x + 5y - z = 5. \end{cases}$$

1.2. Взугтева майстерня спеціалізується на виробництві трьох видів продукції: чоботи чоловічі, чоботи жіночі та чоботи дитячі. Норми витрат кожної з них на 1 одиницю продукції і обсяг витрат сировини на 1 день

задані таблицею:

Вид сировини	Норми витрат сировини, умов. од.			Витрати сировини на 1 день, умов. од.
	чоловічі	жіночі	дитячі	
A_1	190	160	85	2800
A_2	100	180	45	2500
A_3	78	60	15	1400

Знайти щоденний обсяг випуску кожного виду продукції.

1.3. Підприємство виготовляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів. Норми витрат сировини на одиницю продукції кожного виду задані матрицею A . Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею B . Які загальні витрати підприємства на виробництво 185 одиниць продукції першого виду, 140 одиниць продукції другого виду та 170 одиниць продукції третього виду якщо:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = (52 \quad 78).$$

2.1. Визначити, чи є лінійно незалежною система векторів у просторі R^2 : $x_1 = -i - 2j$; $x_2 = -2i + 4j$.

2.2. Два цехи, що входять в об'єднання виробляють зі скла сувенірні ліхтарики червоного, зеленого та жовтого кольору. Знайти загальний обсяг сувенірних футлярів, що виготовляє об'єднання якщо:

Вид	Цех 1	Цех 2
Червоні	150	120
Зелені	140	160
Жовті	125	140

2.3. Майстерня виробляє на замовлення косметичні креми трьох видів. Задано вектор цін $Y = (40; 45; 38)$ та вектор обсягу продукції $X = (30; 20; 40)$. Визначити сумарну вартість продукції X при цінах Y .

3.1. Знайти величини відрізків, що відтинає на осях координат площина, яка проходить через точку $M(-1, -3, 2)$ паралельно до площини $2x + 2y - z - 1 = 0$.

3.2. Нехай бюджет родини, що складає 70 грн. призначений на придбання харчів: макаронних виробів – за ціною 15 грн. за 1 кг і цукру – за ціною 8 грн. за 1 кг. В яких кількостях можна придбати ці товари? Побудувати бюджетну пряму.

3.3. Два заводи з виготовлення верхнього одягу, розташовані на відстані 250 км, виготовляють однотипні вироби. Оптова відпускна ціна на продукцію однакова і складає 1245 грн. Витрати на перевезення одного виробу на 1 км для заводу A складають 67 коп., а для заводу B – 54 коп. Як доцільніше територіально закріпити споживачів до цих заводів, щоб витрати при перевезенні виробів були найнижчими?

4.1. Знайти точки розриву функції та встановити їх характер:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{якщо } x < 0 \\ 3\operatorname{ctg} x, & \text{якщо } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x^2 + 2, & \text{якщо } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

4.2. Мале підприємство встановило, що витрати на виготовлення x окремих виробів задовольняють такій закономірності: $V(x) = 3,7x^3 + 0,5x^2 + 4,3x - 6$. Знайти приріст витрат, коли кількість виробів зросте з 100 до 120 та середні витрати на виготовлення кожної одиниці виробу.

4.3. Задано функцію витрат підприємства (у гривнях) $V(x) = 3,7x^3 + 0,5x^2 + 4,3x - 6$. Знайти маргіальну вартість як функцію x та обчислити маргіальну вартість, коли вироблено 200 одиниць продукції.

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ №2

Варіант 1

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 3x^2 + 4xy - y^2 + 2x + 6y$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 100 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 16000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2000 грн., вартість одиниці сировини 400 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, що дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -x^2, \quad y + x + 2 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 40 - 0,03x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 120 до 150 одиниць.

2.3. Теплиця має в перерізі форму однієї арки циклоїди, рівняння якої:

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$$

Скільки потрібно плівки для затягнення передньої та задньої стінок теплиці, якщо її ширина 8 м?

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$x^2 y dx + x^3 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення від часу, якщо $x(3) = 1800$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 500 тисяч населення, а щорічний приріст становить 10 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n-1} \right)^{5n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 2.

На його катеті як на гіпотенузі будемо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини катетів побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній трикутник із стороною 1 вписано трикутник, вершинами якого є середини сторін заданого трикутника. У вписаний трикутник таким самим способом вписано знову трикутник і т. д. Обчислити суми числових рядів, членами яких є периметри та площі утворених трикутників.

Варіант 2

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 3x^2 - 2xy - 4y^2 + 2x + 6y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 180 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 18000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2300 грн., вартість одиниці сировини 300 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -x^2 + 3, \quad y + x - 2 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 30 - 0,02x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 100 до 150 одиниць.

2.3. Теплиця має в перерізі форму однієї арки циклоїди, рівняння якої:

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t). \end{cases}$$

Скільки потрібно плівки для затягнення передньої та задньої стінок теплиці, якщо її ширина 5 м?

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$x^2 y^3 dx + x^3 y dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення від часу, якщо $x(2) = 1200$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 700 тисяч населення, а щорічний приріст становить

20 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3n-1} \right)^{5n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 4. На його катеті як на гіпотенузі будуюмо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини катетів побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній трикутник із стороною 3 вписано трикутник, вершинами якого є середини сторін заданого трикутника. У вписаний трикутник таким самим способом вписано знову трикутник і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених трикутників.

Варіант 3

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -2x^2 - 5xy + 4y^2 + 2x - 6y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 200 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 13000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 1300 грн., вартість одиниці сировини 100 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 4.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = x^2 - 3, \quad y + x - 4 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 40 - 0,2x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 140 до 180 одиниць.

2.3. Теплиця має в перерізі форму однієї арки циклоїди, рівняння якої:

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t). \end{cases}$$

Скільки потрібно плівки для затягнення передньої та задньої стінок теплиці, якщо її ширина 6 м?

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$x^2 y^3 dx - x^2 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення від часу, якщо $x(12) = 12000$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 400 тисяч населення, а щорічний приріст становить 10 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n!}{3n-1} \right)$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 2. На його катеті як на гіпотенузі будуємо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній трикутник із стороною 4 вписано трикутник, вершинами якого є середини сторін заданого трикутника. У вписаний трикутник таким самим способом вписано знову трикутник і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є площі утворених трикутників.

Варіант 4

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = x^2 - 8xy + 3y^2 + 2x - y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 400 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 30000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2500 грн., вартість одиниці сировини 500 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = x^3 - 3, \quad y - x + 2 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 60 - 0,06x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 240 до 280 одиниць.

2.3. Теплиця має в перерізі форму однієї арки циклоїди, рівняння якої:

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$$

Скільки потрібно плівки для затягнення передньої та задньої стінок теплиці, якщо її ширина 4 м?

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$x^4 dx - x^2 y^3 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення від часу, якщо $x(4) = 2000$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 300 тисяч населення, а щорічний приріст становить 12 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n!}{4n+1} \right)$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 6. На його катеті як на гіпотенузі будуємо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній трикутник із стороною 5 вписано трикутник, вершинами якого є середини сторін заданого трикутника. У вписаний трикутник таким самим способом вписано знову трикутник і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є площі утворених трикутників.

Варіант 5

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 7x^2 + xy - 3y^2 - 5x - y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 600 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 3000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 1500 грн., вартість одиниці сировини 90 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = 2x^2 - 3, \quad y + x - 2 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 40 - 0,6x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 140 до 200 одиниць.

2.3. Теплиця має в перерізі форму однієї арки циклоїди, рівняння якої:

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t). \end{cases}$$

Скільки потрібно плівки для затягнення передньої та задньої стінок теплиці, якщо її ширина 7 м?

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$-x^4 dx + xy^3 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення від часу, якщо $x(2) = 200$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 100 тисяч населення, а щорічний приріст становить 8 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,3 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3(n+1)!}{4n+1} \right)$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 4. На його гіпотенузі як на катеті будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини катетів побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній трикутник із стороною 8 вписано трикутник, вершинами якого є середини сторін заданого трикутника. У вписаний трикутник таким самим способом вписано знову трикутник і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених трикутників.

Варіант 6

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -5x^2 + 2xy - 3y^2 + 5x - y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 200 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 13000 грн. на виробництво

деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 3500 грн., вартість одиниці сировини 150 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 4.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -6x^2 + 3, \quad y + x + 4 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 65 - 0,8x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 110 до 200 одиниць.

2.3. Теплиця має в перерізі форму однієї арки циклоїди, рівняння якої:

$$\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$$

Скільки потрібно плівки для затягнення передньої та задньої стінок теплиці, якщо її ширина 8 м?

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$-yx^4 dx + x^3 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення від часу, якщо $x(5) = 1200$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 450 тисяч населення, а щорічний приріст становить 14 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2(n-1)!}{4n+1} \right)$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 4. На його гіпотенузі як на катеті будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини катетів побудованих трикутників.

4.3. У квадрат із стороною 4 вписано квадрат, вершинами якого є середини сторін заданого квадрата. У вписаний квадрат таким самим способом вписано знову квадрат і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених квадратів.

Варіант 7

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -4x^2 + 8xy + 3y^2 + 2x - y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 600 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 1000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 1600 грн., вартість одиниці сировини 15 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -7x^2 + 5, \quad y + x - 1 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 54 - 0,3x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 115 до 250 одиниць.

2.3. Теплиця має в перерізі форму однієї арки циклоїди, рівняння якої:

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t). \end{cases}$$

Скільки потрібно плівки для затягнення передньої та задньої стінок теплиці, якщо її ширина 4 м?

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$-ydx + x^3y^4dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення від часу, якщо $x(6) = 1800$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 480 тисяч населення, а щорічний приріст становить 11 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+1} \right)^{4n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 8. На його гіпотенузі як на катеті будують трикутник, подібний до даного і

т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини катетів побудованих трикутників.

4.3. У квадрат із стороною 6 вписано квадрат, вершинами якого є середини сторін заданого квадрата. У вписаний квадрат таким самим способом вписано знову квадрат і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених квадратів.

Варіант 8

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 3x^2 - 7xy + 3y^2 + 2x - 5y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 400 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 11000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2600 грн., вартість одиниці сировини 150 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -x^2 + 5, \quad y + x - 4 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 60 - 0,3x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 150 до 250 одиниць.

2.3. Теплиця має в перерізі форму однієї арки циклоїди, рівняння якої:

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t). \end{cases}$$

Скільки потрібно плівки для затягнення передньої та задньої стінок теплиці, якщо її ширина 5 м?

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$-y^2 dx + 2x^2 y^4 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення від часу, якщо $x(3) = 1200$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 450 тисяч населення, а щорічний приріст становить 14 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{6n+1} \right)^{2n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 10. На його гіпотенузі як на катеті будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини катетів побудованих трикутників.

4.3. У квадрат із стороною 8 вписано квадрат, вершинами якого є середини сторін заданого квадрата. У вписаний квадрат таким самим способом вписано знову квадрат і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених квадратів.

Варіант 9

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 5x^2 + 3xy - 4y^2 + 2x - 5y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 300 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 12000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2300 грн., вартість одиниці сировини 90 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -2x^2 + 5, \quad y - x - 4 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 63 - 0,7x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 130 до 200 одиниць.

2.3. Теплиця має в перерізі форму однієї арки циклоїди, рівняння якої:

$$\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t). \end{cases}$$

Скільки потрібно плівки для затягнення передньої та задньої стінок теплиці, якщо її ширина 8 м?

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$-xy^2 dx - x^2 y^4 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення

від часу, якщо $x(4) = 1200$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 500 тисяч населення, а щорічний приріст становить 10 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{6n-1} \right)^{2n+1}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 5. На його гіпотенузі як на катеті будуюмо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини катетів побудованих трикутників.

4.3. У квадрат із стороною 3 вписано квадрат, вершинами якого є середини сторін заданого квадрата. У вписаний квадрат таким самим способом вписано знову квадрат і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених квадратів.

Варіант 10

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 4x^2 - 5xy + 7y^2 - x + 5y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 400 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 16000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 3300 грн., вартість одиниці сировини 190 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -2x^2 + 6, \quad y - x - 6 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 57 - 0,3x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 100 до 220 одиниць.

2.3. Теплиця має в перерізі форму однієї арки циклоїди, рівняння якої:

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t). \end{cases}$$

Скільки потрібно плівки для затягнення передньої та задньої стінок теплиці, якщо її ширина 10 м?

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$xydx - 4x^2y^4dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення від часу, якщо $x(3) = 1000$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 650 тисяч населення, а щорічний приріст становить 18 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^n}{6n-1} \right)$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 2. На його гіпотенузі як на катеті будуюмо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У квадрат із стороною 8 вписано квадрат, вершинами якого є середини сторін заданого квадрата. У вписаний квадрат таким самим способом вписано знову квадрат і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених квадратів.

Варіант 11

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -4x^2 + 5xy - y^2 - x + 5y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 300 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 15000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2300 грн., вартість одиниці сировини 120 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -5x^2 + 6, \quad y - x - 8 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції

за певний час має вигляд $V'(x) = 34 - 0,2x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 130 до 200 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 6 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 1 млн. грн. прибутку протягом 4 років, номінальна облікова щорічна ставка становитиме 9%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$xy^4 dx - y^7 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення від часу, якщо $x(2) = 100$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 350 тисяч населення, а щорічний приріст становить 8 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3^n}{6n + 5} \right)$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 6. На його катеті як на гіпотенузі будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 1 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 12

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 3x^2 - 2xy + y^2 - x + y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 350 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 5000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 1300 грн., вартість одиниці сировини 50 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбі-

льшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -5x^2 + 10, \quad y - x - 5 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 25 - 0,1x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 120 до 150 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 8 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 2 млн. грн. прибутку протягом 5 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 8%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$2(\ln x)y^4 dx - xy^7 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(1) = 100$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 550 тисяч населення, а щорічний приріст становить 18 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4^n}{6n^2 - 5} \right)$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 2. На його катеті як на гіпотенузі будемо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 2 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 13

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -3x^2 - 8xy - y^2 - x + y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має

найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 300 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 15000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 4300 грн., вартість одиниці сировини 150 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 4.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -x^2 + 10, \quad y - x - 10 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 47 - 0,4x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 100 до 150 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 3 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 0,5 млн. грн. прибутку протягом 4 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 9%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$2(\ln x)^2 y^4 dx - xy^2 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(4) = 100$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 150 тисяч населення, а щорічний приріст становить 7 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n^2}{n^2 - 5} \right)^{2n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 3. На його катеті як на гіпотенузі будемо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 5 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 14

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 3x^2 - xy + 3y^2 - x + y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 300 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 16000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 3300 грн., вартість одиниці сировини 90 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = x^2 - 5, \quad y + x - 1 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 24 - 0,4x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 90 до 160 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 7 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 1 млн. грн. прибутку протягом 4 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 9%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$2x^2 y dx - y^2 \cos y dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(2) = 50$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 250 тисяч населення, а щорічний приріст становить 10 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2}{3n^2 + 5} \right)^n$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 8. На його катети як на гіпотенузі будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 10 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 15

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 4x^2 - 8xy - y^2 - 2x + y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 100 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 15000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 1300 грн., вартість одиниці сировини 100 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -x^2 - 2, \quad y - x + 6 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 20 - 0,4x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 190 до 260 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 10 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 2 млн. грн. прибутку протягом 6 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 10%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$2x^4y^2dx - y^3 \cos ydy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(1) = 5$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 150 тисяч населення, а щорічний приріст становить 5 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(n-1)^2}{3n^2+5} \right)^{3n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 5. На його катеті як на гіпотенузі будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 10 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 16

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -2x^2 + 8xy + 2y^2 - 2x + 5y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 200 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 25000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 3300 грн., вартість одиниці сировини 110 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = x^2 - 2, \quad y - x - 2 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 28 - 0,5x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 170 до 230 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 4 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 1 млн. грн. прибутку протягом 3 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 8%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$5x^5 dx - \cos y dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(2) = 15$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 750 тисяч населення, а щорічний приріст становить 15 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(4n-1)^2}{3n^2+5} \right)^{6n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 8. На його катеті як на гіпотенузі будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 3 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 17

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 4x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x + 3y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 250 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 26000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2300 грн., вартість одиниці сировини 120 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = x^2 - 4, \quad y - x - 1 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 22 - 0,6x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 110 до 130 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 5 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 1 млн. грн. прибутку протягом 5 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 7%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$5e^x y^8 dx - y dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(2) = 13$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 650 тисяч населення, а щорічний приріст становить 12 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2}{3n^2 + 4} \right)^{2n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 7. На його катеті як на гіпотенузі будуюмо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутнику із стороною 6 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 18

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 5x^2 - 7xy + 2y^3 - 2x + 5y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 150 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 27000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 1800 грн., вартість одиниці сировини 80 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = 3x^2 - 2, \quad y - x - 3 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 26 - 0,8x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 100 до

230 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 4 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 2 млн. грн. прибутку протягом 4 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 8%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$5x^5y^{-1}dx - \cos y dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(1) = 7$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 550 тисяч населення, а щорічний приріст становить 10 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,7 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(4n-1)^2}{3n^2+5} \right)$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 3. На його катеті як на гіпотенузі будуюмо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 6 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 19

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -x^3 - 9xy + 3y^3 + 2x + y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 250 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 17000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2800 грн., вартість одиниці сировини 180 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = 3x^2 - 2, \quad y + x - 3 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 29 - 0,7x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 180 до 240 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 7 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 2 млн. грн. прибутку протягом 3 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 8%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$5x^5y^{-1}dx - \sin ydy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(2) = 17$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 545 тисяч населення, а щорічний приріст становить 11 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,3 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(4n-1)!}{3n^2+5} \right)$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 4. На його катеті як на гіпотенузі будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 7 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 20

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 9x^2 - 7x^2y + 2y^3 - 2x - 8y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 250 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 17000 грн. на виробництво

деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2800 грн., вартість одиниці сировини 110 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -3x^2 + 2, \quad y - x + 3 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 36 - 0,5x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 120 до 240 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 5 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 1 млн. грн. прибутку протягом 3 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 8%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$2x^5y^{-8}dx - dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(2) = 10$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 350 тисяч населення, а щорічний приріст становить 9 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(4n-1)^2}{n^2+5} \right)^{3n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 4. На його катеті як на гіпотенузі будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 9 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 21

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -x^2 + x^2y - 5y^3 - 2x + 8y.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 350 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 16000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2100 грн., вартість одиниці сировини 100 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -3x^2 + 5, \quad y - x + 3 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 39 - 0,4x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 120 до 240 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 6 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 2 млн. грн. прибутку протягом 5 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 8%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$2xy^{-8}dx - e^x dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(2) = 11$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 355 тисяч населення, а щорічний приріст становить 11 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,3 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(n-1)^2}{n^2+5} \right)^{3n^2}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 3. На його катеті як на гіпотенузі будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 1 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 22

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = 5x^2 - 3x^3y + 2y^3 - x - 3y^2.$$

1.2. Визначити розміри прямокутного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 255 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 14000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 1800 грн., вартість одиниці сировини 80 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -3x^2 + 8, \quad y - x + 4 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 86 - 0,5x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 190 до 240 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 6 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 2 млн. грн. прибутку протягом 3 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 8%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$x^5y^{-8}dx - y^6dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(3) = 10$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 850 тисяч населення, а щорічний приріст становить 19 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(4n-1)^2}{9n^2-15} \right)$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 3. На його катеті як на гіпотенузі будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 5 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 23

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -2x^2 - 3xy + 2y^3 - x + 3y^2.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 350 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 24000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2000 грн., вартість одиниці сировини 120 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -(x-1)^2 + 8, \quad y - x + 4 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 76 - 0,4x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 130 до 240 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 5 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 0,5 млн. грн. прибутку протягом 3 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 5%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$x^2 y^{-8} dx - 4(1+x^2)y^2 dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(4) = 16$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 550 тисяч населення, а щорічний приріст становить 13 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n!}{9n^2 - 15}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 12. На його катеті як на гіпотенузі будуюмо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 8 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 24

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -2x^2 + 3x^2y + 2y^2 - x + 3y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 150 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 14000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2100 грн., вартість одиниці сировини 100 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -(x - 1)^2 + 7, \quad y - x + 3 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 35 - 0,3x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 160 до 240 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 7 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 2 млн. грн. прибутку протягом 4 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 8%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$y^{-8}dx - 4(1 + x^2)dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(2) = 6$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 150 тисяч населення, а щорічний приріст становить 3 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)!}{9n^2 - 15}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 10. На його катеті як на гіпотенузі будуюмо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутнику із стороною 12 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 25

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = x^2 - 5x^2y + 2y^2 - x + y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 100 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 14000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2200 грн., вартість одиниці сировини 125 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 3.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -(x-2)^2 + 5, \quad y - x + 3 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 66 - 0,3x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 150 до

240 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 4 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 1,5 млн. грн. прибутку протягом 3 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 4%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$x^2(1+y)^2 dx - 4(1+x^2)y dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(1) = 4$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 650 тисяч населення, а щорічний приріст становить 15 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 2 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4n)^2}{9n^2 - 15}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 2. На його катеті як на гіпотенузі будуємо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 18 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 26

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -3x^2 - 2xy + 2y - 4x + y^2.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 200 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 24000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2700 грн., вартість одиниці сировини 105 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -(x + 2)^2 + 5, \quad y - x + 4 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 63 - 0,4x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 160 до 210 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 5 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 0,5 млн. грн. прибутку протягом 6 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 4%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$x^3(1 + y^2)dx - 4(1 + x^2)ydy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(2) = 7$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 550 тисяч населення, а щорічний приріст становить 11 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 2,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n}{4n^2 - 15} \right)^{2n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 4. На його катеті як на гіпотенузі будуємо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 8 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 27

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -x^2 + 2xy - 2y^2 - 4x + y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 300 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 25000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2800 грн., вартість одиниці сировини 120 грн. Визначити, яку кількість робітників x

та яку кількість сировини у необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -(x + 3)^2 + 8, \quad y - x + 4 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 73 - 0,9x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 160 до 260 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 7 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 2 млн. грн. прибутку протягом 3 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 4%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$x^3(1 + y^2)dx - 2(1 + x^3)y^3dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(2) = 8$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 950 тисяч населення, а щорічний приріст становить 20 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n^2 + 5} \right)^{4n}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 7. На його катеті як на гіпотенузі будемо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 2 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 28

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -6x^2 + xy^2 - 2y^2 + 4x + y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має

найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 130 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 22000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2200 грн., вартість одиниці сировини 20 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 4.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -(x - 6)^2 + 1, \quad 2y - x + 4 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 33 - 0,5x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 140 до 210 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 3 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 0,3 млн. грн. прибутку протягом 5 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 5%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$3x^2(1 + y^2)dx + 2(1 + x^3)y^2dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(2) = 10$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 750 тисяч населення, а щорічний приріст становить 14 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n + 1)!}{4n^2 + 5}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 3. На його катеті як на гіпотенузі будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутній зі стороною 7 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 29

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = -5x^2 + 2xy - 2y^2 - x + y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 230 м^3 .

1.3. Фірма вирішила щомісячно витратити 25000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 3200 грн., вартість одиниці сировини 80 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 4.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -(x - 6)^2 + 5, \quad 2y - x + 4 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 43 - 0,3x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 160 до 210 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 8 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 1 млн. грн. прибутку протягом 5 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 7%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$(1 + y^2)dx - 2(1 + x^2)y^2dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(3) = 15$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 550 тисяч населення, а щорічний приріст становить 14 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{2n^2+5}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 6. На його катеті як на гіпотенузі будують трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутник із стороною 2 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

Варіант 30

1.1. Дослідити на екстремум функцію:

$$z = x^2 - 3xy + 2y^2 - x + 5y.$$

1.2. Визначити розміри квадратного відкритого басейну, який має найменшу поверхню, за умови, що його об'єм дорівнює 300 м^3 .

1.2. Фірма вирішила щомісячно витратити 15000 грн. на виробництво деякої продукції. Середня заробітна плата по підприємству 2200 грн., вартість одиниці сировини 180 грн. Визначити, яку кількість робітників x та яку кількість сировини y необхідно придбати фірмі для отримання найбільшого обсягу продукції z , якщо відомо, що z прямо пропорційний витратам сировини і квадрату витрат праці з коефіцієнтом пропорційності, який дорівнює 2.

2.1. Обчислити площу фігури, обмежену лініями:

$$y = -(x - 2)^2 + 3, \quad 2y - x + 6 = 0.$$

2.2. Функція маргінальних витрат виробництва x одиниць продукції за певний час має вигляд $V'(x) = 47 - 0,2x$. Знайти зростання витрат виробництва (у гривнях) при збільшенні випуску продукції від 120 до 190 одиниць.

2.3. Знайти реальне значення загального прибутку P , якщо компанія вкладе 6 млн. грн. у нове обладнання і щороку отримуватиме 1 млн. грн. прибутку протягом 4 років, а номінальна облікова щорічна ставка становитиме 6%.

3.1. Визначити вид диференціального рівняння та розв'язати його:

$$(1 + y^2)dx - 2(1 + x^2) \arctg y dy = 0.$$

3.2. Швидкість зростання захворюваності грипом серед населення пропорційна його кількості і описується рівнянням $x' = kx$. Визначити залежність кількості населення, що захворіло, від часу, якщо $x(1) = 5$.

3.3. Населення міста зростає зі швидкістю, пропорційною його кількості. Знайти закон зростання населення міста, якщо в момент часу t_0 в ньому проживало 450 тисяч населення, а щорічний приріст становить 11 тисяч. Визначити, через скільки років кількість населення зросте у 1,5 рази.

4.1. Дослідити ряд на збіжність:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{5n^2 + 8}$$

4.2. У рівнобедреному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 8. На його катеті як на гіпотенузі будуюмо трикутник, подібний до даного і т. д. Дослідити на збіжність ряд, членами якого є довжини гіпотенуз побудованих трикутників.

4.3. У рівносторонній шестикутнику із стороною 4 вписано шестикутник, вершинами якого є середини сторін заданого шестикутника. У вписаний шестикутник таким самим способом вписано знову і т. д. Обчислити суму числового ряду, членами якого є периметри утворених шестикутників.

ДОДАТКИ

Додаток А

Основні формули диференціального числення

Якщо функції $U = U(x)$ і $V = V(x)$ диференційовані в точці x , то

$$\begin{aligned}(U + V)' &= U' + V' & (UV)' &= U'V + UV' \\ (CU)' &= CU' & \left(\frac{U}{V}\right)' &= \frac{U'V - UV'}{V^2}, \quad V \neq 0\end{aligned}$$

Таблиця похідних для складної функції

1	$C' = 0$, якщо $C = const$	10	$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$
2	$x' = 1$	11	$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$
3	$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$	12	$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
4	$(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$	13	$(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
5	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2} \cdot u'$	14	$(\arcsin u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
6	$(e^u)' = e^u \cdot u'$	15	$(\arccos u)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
7	$(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$	16	$(\operatorname{arctg} u)' = \frac{u'}{1+u^2}$
8	$(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$	17	$(\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{u'}{1+u^2}$
9	$(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u'$		

Основні формули інтегрального числення

1. $\int 0 dv = C.$
2. $\int dv = v + C.$
3. $\int v^n dv = \frac{v^{n+1}}{n+1} + C, \quad (n \neq -1).$
4. $\int \frac{dv}{\sqrt{v}} = 2\sqrt{v} + C, \quad (v > 0)^2.$
5. $\int \frac{dv}{v} = \ln|v| + C, \quad (v \neq 0).$
6. $\int a^v dv = \frac{a^v}{\ln a} + C, \quad (v \neq 0).$
7. $\int e^v dv = e^v + C.$
8. $\int \sin v dv = -\cos v + C.$
9. $\int \cos v dv = \sin v + C.$
10. $\int \frac{dv}{\cos^2 v} = \operatorname{tg} v + C.$
11. $\int \frac{dv}{\sin^2 v} = -\operatorname{ctg} v + C.$
12. $\int \operatorname{tg} v dv = -\ln|\cos v| + C.$
13. $\int \operatorname{ctg} v dv = \ln|\sin v| + C.$

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Вища математика : навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни / К. Г. Валеєв, І. А. Джалладова, О. І. Лютий та ін. – К. : КНЕУ, 2002. – 606 с.
2. Грисенко М. В. Математика для економістів: методи й моделі, приклади й задачі : навчальний посібник / М. В. Грисенко. – К. : Либідь, 2007. – 720 с.
3. Дубовик В. П. Вища математика : навчальний посібник / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К. : А. С. К., 2003. – 648 с.
4. Макаренко В. О. Вища математика для економістів : навчальний посібник / В. О. Макаренко. – К. : Знання, 2008. – 517 с.
5. Тевяшев А. Д. Вища математика. Загальний курс : збірник задач та вправ / А. Д. Тевяшев, О. Г. Литвин. – Харків : Рубікон, 1999. – 320 с.
6. Дюженкова Л. І. Вища математика : практикум / Л. І. Дюженкова, Т. В. Носаль. – К. : Вища школа, 2002. – 407 с.
7. Шульга Н. В. Методика реалізації між предметних зв'язків у навчанні математики вищих навчальних закладів економічного спрямування : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика) / Шульга Наталія Вікторівна ; Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди. – Харків, 2010. – 261 с.
8. Бугір М. К. Математика для економістів : посібник / М. К. Бугір – К. : Академія, 2003. – 520 с.

Науковий журнал

**Теорія та методика навчання
математики, фізики, інформатики**

**Теория и методика обучения
математике, физике, информатике**

**Theory and methods of learning
mathematics, physics, informatics**

Том XII

Випуск 1 (32): спецвипуск «Навчальний посібник у журналі»

С. В. Бас, К. І. Словак

**Збірник компетентнісних математичних задач
для студентів економічних спеціальностей**

Підп. до друку 06.09.2014

Папір офсетний №1

Ум. друк. арк. 6,39

Формат 80×84 1/16

Зам. №1-0609

Тираж 300 прим.

Віддруковано у КП «Жовтнева районна друкарня»

Україна, 50014, м. Кривий Ріг, вул. Електрична, 5

Тел. +380564072902

E-mail: semerikov@ccjournals.eu