Міністерство освіти та науки України
Криворізький державний педагогічний університет

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики

Збірник наукових праць

Том 1

Кривий Ріг
Видавничий відділ КДПУ
2001

УДК 371

Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ КДПУ, 2001. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. – 370 с.

Збірник містить статті з різних аспектів дидактики математики і проблем її викладання в вузі та школі. Значну увагу приділено проблемам розвитку методичних систем навчання математики та застосування засобів нових інформаційних технологій навчання математики у шкільній та вузівській практиці.

Для студентів вищих навчальних закладів, аспірантів, наукових та педагогічних працівників.

Рецензенти:

В.М. Назаренко – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри інформатики, автоматики та систем управління Криворізького технічного університету

А.Ю. Ків – д-р фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри теоретичної фізики Південноукраїнського державного педагогічного університету (м. Одеса)

Затверджено Вченою радою Криворізького державного педагогічного університету (протокол №7 від 08.02.2001 р.)

ISBN 966-8302-42-4

ЧУДОДІЙНА СИЛА МАТЕМАТИКИ

П.І. Ульшин
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Математика з давніх часів,
Кажуть, духом людським породилась.
Описати не вистачить слів,
Як вона розвивалась, ростилась.
Нам історія факти дає
Про чудові її розрахунки:
В будівництві споруд вони є,
В побудові логічної думки,
У творінні міцних пірамід,
В неосяжній красі Парфенона,
Який славить Античний весь Світ,
Та на плитах руїн Вавілона.
Розвиваючись серед людей,
Математика в себе вбирала
Кращі риси творців і ідей,
Гармонічно весь Світ відбивала.
Шанувалась вона в давнину,
Крокувала в майбутнє поважно
І тепер, як в чудову весну:
Розцвіла, розрослась неосяжно...
Про роботу в нас мова піде
Того вчителя, досвід що має,
І творить на уроках св’яте:
Математиці учнів навчає.
Мова вчителя збуджує всіх:
І змістовна вона й лаконічна.
Він спрямовує учнів своїх,
Щоб ті мислили чітко й логічно.
В нього формула – це дивина!
Якщо вірно до неї звертатись,
Чудодійно підкаже вона,
Як в задачі мерщій розібратись.

Побудова малюнка проста,
В ній символіка слідує звична.
Вчитель в розповідь душу вклада,
Щоб його зрозуміти всебічно.
    Вся духовність учителя там
    Де він мисленням математичним
    Нові, учням, знання передав:
    І доступно, і вірно, й тактично.
Де ті ж учні, в гармонії з ним,
Його розповідь чітко сприймають,
І від того приємно самим,
Що надійно одержане знають...
    Математика гарна сама
    І тому її треба любити.
    Збагне кожен, що це не дарма, –
    В ній закладена мудрість: творити.

ОБ’ЄКТИВНІ СКЛАДНОСТІ У ПРОЦЕСІ РОЗВИТКУ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ І ДЕЯКІ ШЛЯХИ ЇХ ПОДОЛАННЯ

І.А. Акуленко
м. Черкаси, Черкаський державний університет
ім. Б. Хмельницького

Пріоритетним напрямком розвитку вітчизняної школи на сучасному етапі є формування особистісно-орієнтованої системи шкільної освіти. Розвиток логічного мислення учнів у процесі опанування програмового матеріалу посідає чільне місце серед цілей і завдань вивчення окремих предметів шкільного курсу. Загальновизнано, що шкільний предмет математика створює чи не найсприятливіші умови для реалізації цього завдання. Високий рівень сформованості логічного мислення учнів виступає і як мета математичної освіти, і як основа, на якій опанування ними математичних знань проходить значно ефективніше. Проте, для найбільш ефективного розв’язання вказаної проблеми необхідно розробити, конкретизувати по класах і відпрацювати відповідні навчальні технології, які б враховували об’єктивні складності у процесі розвитку логічного мислення учнів.

Необхідним, на нашу думку, є новий підхід до створення методики розвитку логічного мислення учнів у процесі опанування окремого навчального предмета. Важливо при цьому враховувати прояви і вплив несвідомих аспектів психіки. Така постановка питання диктується, з одного боку, їх роллю у протіканні процесу мислення, а з іншого боку, тими труднощами, які проявляються при намаганні управляти ними.

Несвідоме не відділено від свідомого деякою непроникною стіною. Процеси, які починаються у несвідомому часто мають своє продовження у сфері свідомого, і, навпаки, багато усвідомлених фактів витісняється у сферу несвідомого. Існує постійний, живий, динамічний зв’язок між обома рівнями психічного відображення дійсності.. У ході навчання учитель повинен враховувати цей неявний зміст процесу логічного мислення учнів і глибинну взаємодію свідомих і несвідомих процесів психіки.

Ще у XIX столітті У. Гамільтон дійшов висновку, що мислення людини ширше за обсягом, ніж словесна мова. Оскільки мова відображає лише миттєвий стан свідомості, а не багатство неявного несвідомого змісту цілісного мислення. “Предметом логіки являються закони, за якими у мисленні відбуваються переходи від одного миттєвого стану свідомості до другого його стану, що реалізується у мові переходом від одного речення мови до іншого. Виявляється, що під час цих переходів … активно приймають участь не тільки миттєві стани свідомості, але в той же час знання, що неявно мислимі” [3, с. 119]. У міркуваннях думки, звичайно, не повністю вербалізуються, багато засновків мислиться неявно.

Зупинимося детальніше на співвідношенні свідомого і несвідомого в логічному мисленні. Нашою метою буде виявити співвідношення свідомого і мови (як експліцитного в логіці) із несвідомою імпліцитною стороною логічного мислення.

Факти невідповідності мови і мислення були виявлені ще в логіці Жергона, який стверджував, що людина мислить в умі п’ять видів відношень обсягів двох понять, а в мові існує всього чотири види категоричних суджень. Відношення між обсягами термінів у судженні по Жергону, а відповідно, і види суджень наступні: виключення термінів (обсяги не перетинаються), схрещування термінів (обсяги перетинаються), співпадання термінів (обсяги співпадають), включення термінів (обсяг суб’єкта включається в обсяг предиката), підпорядкування термінів (обсяг суб’єкта включає в себе, тобто підпорядковує обсяг предиката).

По суті останні два відношення є відношенням підпорядкування. Однак, терміни суб’єкт і предикат не можна ототожнювати. У випадку, коли обсяг суб’єкта включається в обсяг предиката, тоді має місце загально-ствердне судження: “Всі цілі числа – дійсні числа”. У випадку, коли обсяг предиката включається в обсяг суб’єкта, тоді має місце частково-ствердне судження: “Деякі дійсні числа є цілими”.

Фактично відношення підпорядкування між обсягами термінів судження виражається різними формами суджень. Таким чином, у силогізмі по Жергону неявно мислиться відношення обсягів термінів, а по У. Гамільтону та ін. – кількісне розрізнення предиката. Свідоме не акцентує увагу на цьому, але несвідоме знання забезпечує правильний умовивід.

Наведемо приклади. Візьмемо просте загальностверджувальне судження: “Всі трикутники (А) – плоскі фігури (В)”. Обсяг поняття суб’єкта А (трикутники) входить в обсяг поняття предиката В (плоскі фігури), $A \subset B$ (співвідношення обсягів понять). Заштрихована частина показує те, на чому зосереджена увага свідомості, тобто те, що є предметом судження (рис.1).

Тепер візьмемо часткове судження: “Деякі трикутники (А) – тупокутні (В)”. В цьому випадку обсяг суб’єкта А (трикутники) включає в себе обсяг предиката В (тупокутні трикутники). Співвідношення обсягів: $A \supset B$ (рис. 2.).

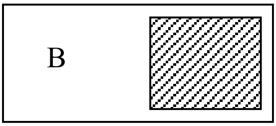


Рис. 1

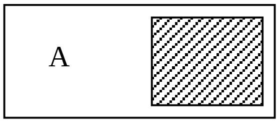


Рис. 2

Інше судження: “Деякі трикутники (А) – рівносторонні фігури (В)”. Обсяг суб’єкта А (трикутники) перетинається з обсягом предиката В (рівносторонні фігури). Оскільки не всі трикутники – рівносторонні, а не всі рівносторонні фігури – трикутники. Співвідношення обсягів $A \cap B$ (рис. 3).

І останній вид стверджувальних суджень: “Всі трикутники – тристоронні плоскі фігури”. Обсяг суб’єкта А (трикутники) співпадає з обсягом предиката В (тристоронні плоскі фігури). Співвідношення обсягів: А=В (рис. 4).

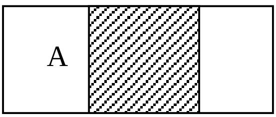


Рис. 3.

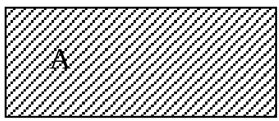


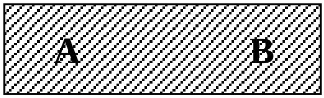
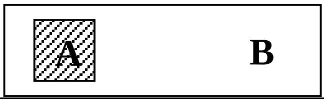
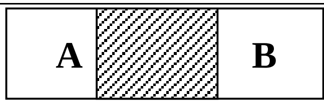
Рис. 4

Свідомість зосереджена на заштрихованій частині.

Таким чином, утворюються наступні види стверджувальних суджень (таблиця 1).

Таблиця 1.

Види стверджувальних суджень

Судження	Співвідношення обсягів	На чому зосереджено свідомість	Назва судження
Всі А є (всі) В	А=В		Загальнозагальне
Всі А є (деякі) В	А⊂В		Загальночасткове
Деякі А є (всі) В	А⊃В		Частковозагальне
Деякі А є (деякі) В	А∩В		Частковочасткове

З наведених прикладів видно, що у стверджувальних судженнях кількісна характеристика предиката подвоюється. Вона може бути повною (всі) і неповною (деякі). Але значного розходження між логічним мисленням і словесною мовою не спостерігається, хоча ми рідко виражаємо в словесній формі неповний обсяг предиката. Він скоріше мається на увазі в думках, ніж виражається вербально. Значно простіше сказати: “Всі натуральні числа – цілі числа”, ніж “Всі натуральні числа є деякі цілі числа”.

Ідею квантифікувати предикат у стверджувальних судженнях і створити “Нову Аналітику”, в якій предикат у засновках силогізму був би квантифікований, у XIX сторіччі сформулювали Дж. Бентам, У. Гамільтон, Томпсон, Де-Морган. Однак, вона не знайшла підтримки, наприклад, у Дж. Мілля з точки зору особливостей реального людського мислення. Хоча певні позитивні моменти і переваги, які вона дає для оцінки правильності умовиводу, були оцінені. Проте, явна квантифікація предиката у мовленні є штучною і не узгоджується із нормами людської мови.

Інваріантом теорій квантифікації предиката і теорій, які відкидають цю ідею, був елементарний постулат логіки: “Явно (експліціте) висловлюється те, що мислиться неявно (імпліціте)”. Однак, людина неявно мислить кількісну характеристику предиката, хоч і не висловлює це у зовнішній мові. Певним чином проявляються невідповідності між експліцитним і імпліцитним у мисленні.

Однак, важко погодитись з дещо категоричною думкою Ш.М. Адеішвілі про “вузькість, односторонність, обмеженість (метафізичність) людської свідомості і широту – багатогранність, безмежність (діалектичність) несвідомого (імпліцитного) мислення людини” [4, с. 135]. Таке протиставлення здається неконструктивним, бо процеси свідомого і несвідомого в мислення настільки взаємодоповнюють і взаємозбагачують один одного, що протиставлення їх не може бути доречним.

Ми поділяємо думку тих психологів, які розглядають ці два процеси як взаємодіючі ланки певних блоків системи психологічної саморегуляції людини. Як доводить Ш.М. Чхартішвілі, свідомі і несвідомі психічні процеси створюють єдину цілісну структуру, в рамках якої протікає наше повсякденне духовне життя [1, с. 103]. Несвідоме і свідоме не протистоять одне одному, це – лише різні рівні психічного відображення [2, с. 69].

Проте, за допомогою мови висловити думку щодо відношень взаємозаперечуючих або взаємодоповнюючих понять досить складно. Потрібно врахувати те, що несвідомо людина вільно оперує заперечувальними поняттями (непоет, нематематик, неспортсмен), перетинами їх обсягів в універсальному класі. Хоча існують специфічні труднощі виявлення різноманітності логічного змісту в основі заперечувального судження. Проблема квантифікації предиката у заперечувальному судженні є досить складною.

Взагалі питання логічних операцій над заперечувальними судженнями привертає до себе увагу не тільки логіків (О.О. Івін, С.К. Кліні, А. Чьорч, А.А. Столяр та ін.), але і психологів (Л.С. Виготський, А.Н. Леонтьєв, Г.А. Брутян, А.Д. Гетьманова та ін.).

По аналогії з представленою у таблиці 1 розширеною класифікацією стверджувальних суджень, можна скласти розширену класифікацію заперечувальних суджень (Дж. Бентам, У. Гамільтон).

Таблиця 2.

Види стверджувальних суджень

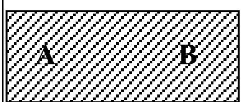
Судження	Назва судження
Жоден А *не є* жоден В	Загально-загальне
Жоден А *не є* деякий В	Загально-часткове
Деякі А *не є* всі В	Частково-загальне
Деякі А *не є* деякі В	Частково-часткове

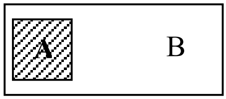
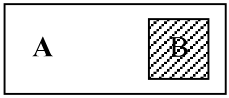
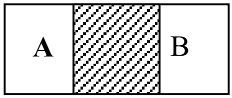
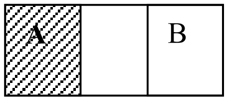
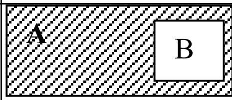
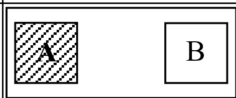
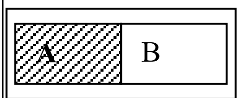
Однак, якщо розширена класифікація стверджувальних суджень має підтвердження в емпіричних фактах мови та мислення і її можна проілюструвати, навівши приклади, то розширену класифікацію заперечувальних суджень, зокрема загально-часткові і частково-часткові заперечувальні судження, важко проілюструвати прикладами природньої мови. Таким чином, прослідковується невідповідність кількісних характеристик предиката у стверджувальних і заперечувальних судженнях.

Тепер для більшої наочності зобразимо за допомогою Ейлерових схем співвідношення обсягів двох термінів у стверджувальних і заперечувальних судженнях.

Оскільки суб'єкт судження А є головним у взаємовідношеннях понять, то на Ейлерових схемах заштриховуємо те, на чому зосереджується наша свідомість. Також наведемо декілька відповідних прикладів (табл. 3).

Таблиця 3.

Форма судження	Приклади	Співвідношення обсягів	Ейлерова схема
Всі А є (всі) В	Всі прямокутні паралелепіпеди – прямі чотирикутні призми, в основі яких лежить прямокутник або квадрат	А=В	

Форма судження	Приклади	Співвід-ношення обсягів	Ейлерова схема
Всі А є (деякі) В	Всі тетраедри – трикутні піраміди	$A \subset B$	
Деякі А є (всі) В	Деякі трикутні піраміди – є тетраедрами	$A \supset B$	
Деякі А є (деякі) В	Деякі прямокутники – ромби	$A \cap B$	
Деякі А є (деякі) не В	Деякі трапеції не є чотирикутниками з рівними протилежними сторонами	$A \cap \overline{B}$	
Деякі А є (всі) не В	Деякі паралелограми не є прямокутниками	$A \supset \overline{B}$	
Всі А є (деякі) не В	Жоден конус не є неплоскою геометричною фігурою	$A \subset \overline{B}$	
Всі А є (всі) не В	Жодна плоска геометрична фігура не є непросторовою геометричною фігурою	$A = \overline{B}$	

Скористаємось аналізом поняття заперечення, зробленого А.Д. Гетьмановою. “Заперечення у формальній логіці представляє собою логічну операцію, яка протиставляє істинному судженню неістинне, хибному судженню – нехибне; операцію, що вказує на невідповідність предиката суб’єкту або утворює доповнення до даного класу” [3, с. 3]. Автор дає чотири означення поняття заперечення:

- заперечення представляє собою логічну операцію, що протиставляє істинному судженню неістинне, хибному судженню – нехибне;

- заперечення вказує на невідповідність предиката суб'єкту;
- заперечення утворює доповнення до заданого класу;
- заперечення відносить формулу А до спростовних, якщо А веде до протиріччя.

Різноманітність означень слідує з того, що протиставляються одне одному різні об'єкти:

1) істина – неістина; 2) відповідність – невідповідність предиката суб'єкту; 3) поняття – його доповнення в універсальному класі; 4) спростовність – неспростовність формули.

Нас цікавить третє із запропонованих означень і його взаємовідношення з першим. Якщо ми маємо судження А: "Квітка є червона", тоді його заперечення $\overline{A}$: "Квітка не є червона". За першим означенням це означає: "Ця дана квітка не є червоною".

Але це твердження несвідомо нами сприймається ще і так: "Квітка є нечервоною". Тобто існує знання про те, що крім червоних квіток існують ще нечервоні квітки, тобто, якщо дана квітка не належить до класу червоних, то вона належить до класу нечервоних квіток.

Таким чином, заперечення перетворилось у ствердження, бо суб'єкт судження (квітка) перемістився із однієї частини універсума в іншу (рис. 5). Тому заперечення в цьому смислі (за третім означенням) не є запереченням істинності, а є переходом до ствердження доповнення до універсального класу.

Універсальний клас (колір)

Рис. 5.

Реальне мислення людини відбувається таким чином, що заперечення наявності предиката і ствердження його доповнення до універсума не суперечать одне одному, а мисляться одночасно, але в різних сферах.

Свідомо людина мислить за законом несуперечності і виключення третього, бо свідомість зосереджена на відсутності співпадання суб'єкта і предиката. Однак у пам'яті і підсвідомості є знання про те, що існують також інші кольори.

Якщо заперечувальне судження перетворити у стверджувальне, а потім виконувати квантифікацію не предиката, а його доповнення в універсальному класі, то можливо прослідкувати, що у заперечувальних судження також відбувається подвоєння по кількості, однак, не предиката а його доповнення в універсальному класі.

Таким чином, стає співвідносним кількісне подвоєння предиката у стверджувальних і заперечувальних судженнях. Хоча у першому випадку подвоюється сам предикат, а у другому – його доповнення в універсальному класі.

Наведемо приклади, з яких можна починати ознайомлення учнів з ідеєю квантифікації предиката у стверджувальному судженні або його доповнення – у заперечувальному судженні (табл. 4). Зауважимо, що змістове наповнення таких вправ доцільно брати з повсякденного життя учнів, орієнтуватися на їх життєвий досвід. У подальшому можливо залучати фактичний матеріал певного навчального предмету. Як показує практика, така робота повинна мати поступовий, систематичний характер, і починати її доцільно вже у 5-6 класі.

Отже, факти неспівпадання мислення і мови, а також протилежності свідомого і несвідомого у логічному мисленні людини призводять до певного неспівпадання форми і змісту у мисленні учнів. Цими проявами обґрунтовується об'єктивна складність завдання розвитку логічного мислення школярів у процесі навчання.

Таблиця 4.

Форма судження	Зміст судження	Співвідношення обсягів	Приклад
Всі А є В	Всі А є (всі) В	A=B	Всі паралелограми – чотирикутники з попарно паралельними сторонами
	Всі А є (деякі) В	$A \subset B$	Всі паралелограми – чотирикутники

Деякі А є В	Деякі А є (всі) В	$A \supset B$	Деякі паралелограми – ромби
	Деякі А є (деякі) В	$A \cap B$	Деякі ромби – правильні многокутники
Деякі А є не-В	Деякі А є (деякі) не-В	$A \cap \overline{B}$	Деякі ромби – не є правильними многокутниками
	Деякі А є (всі) не-В	$A \supset \overline{B}$	Деякі чотирикутники не є паралелограмами
Всі А є не-В	Всі А є (деякі) не-В	$A \subset \overline{B}$	Жоден квадрат не має нерівних діагоналей
	Всі А є (всі) не-В	$A = \overline{B}$	Жоден паралелограм не є чотирикутником лише з двома попарно паралельними сторонами

Реальне розв’язання цієї проблеми, на нашу думку, є можливим шляхом по-перше, виділення тих конкретних логічних знань та умінь, які у неявному вигляді закладені у певному навчальному предметі а також необхідні для успішного його оволодіння, по-друге, організація систематичної роботи у процесі навчання по формуванню виділених логічних знань та умінь учнів на основі використання відповідно побудованої системи диференційованих вправ з логічним навантаженням, по-третє, включення у таку систему вправ групи завдань, які передбачають неусвідомлене застосування логічних знань та умінь учнів.

Література

1. Чхартишвили Ш.Н. К вопросу об онтологической природе бессознательного // Бессознательное. Природа, функции, методы исследования. Т.1. Под общ. редакцией А.С. Пронгишвили, А.Е. Шерозия, Ф.В. Бассина. – Тбилиси: Мецниереба, 1988.
2. Леонтьев А.Н. Деятельность и личность. // Вопросы филосо-

фии, 1974.
3. Гетьманова А.Д. Отрицание в системах формальной логики. – М., 1972.
4. Адэишвили Ш.М. Логика, диалектика и реальное мышление. – Тбилиси: Мецниереба, 1984. – 145 с.

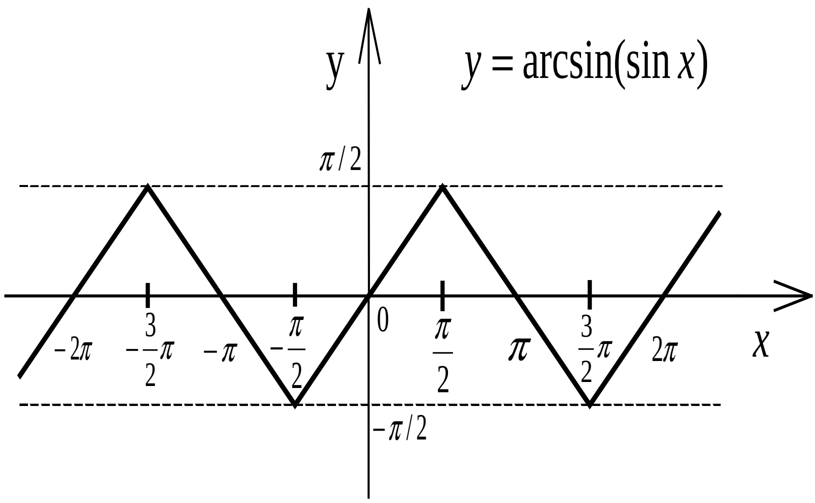
ТРАНСФОРМАЦІЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРЕТИЧНОГО ЗМІСТУ І ПРАКТИКУМУ ПРИ ВИВЧЕННІ АРКФУНКЦІЙ

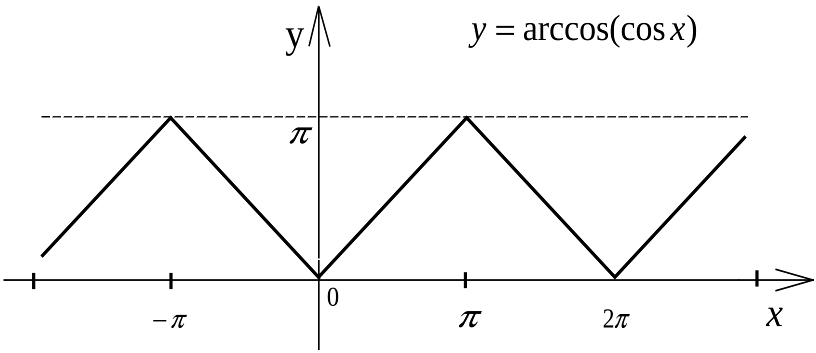
Г.В. Акулов
м. Київ, Національний педагогічний університет
ім. М.П. Драгоманова

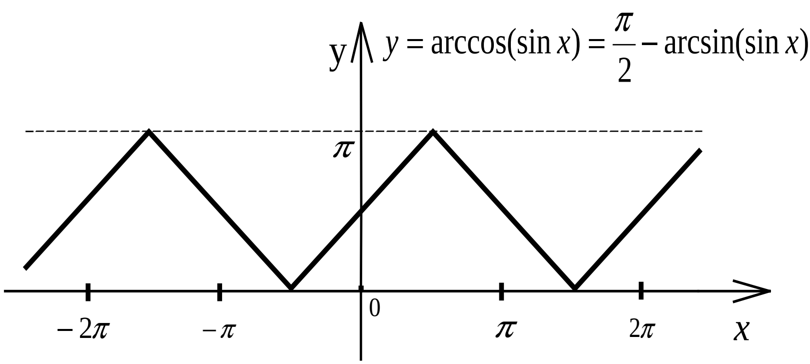
Розглянемо елементарну задачу обчислення значення складеної трансцендентної функції з зовнішньою аркфункцією і внутрішньою одноіменною тригонометричною функцією або кофункцією. Які методи існують для одержання результату при перетворенні виразів вигляду arcsin(sin$x$), arccos(sin$x$), arctg(tg$x$), тощо? Методику таких обчислень можна орієнтувати на різні теоретичні основи.

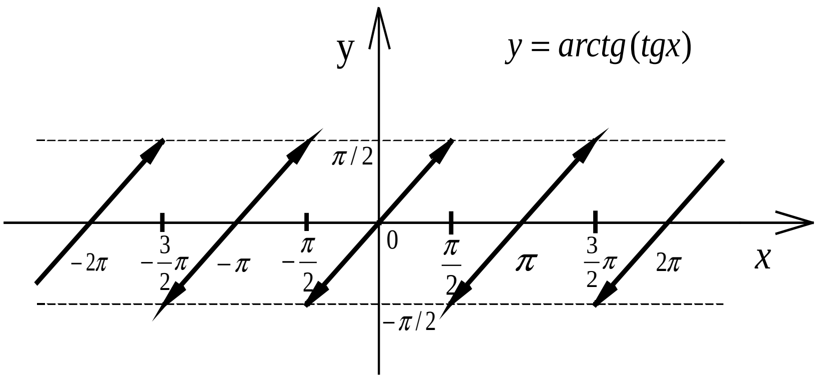
Перший підхід ґрунтується на формулюванні і засвоєнні певного правила – орієнтиру, в якому послідовно порівнюються і аналізуються співвідношення між аргументами і значеннями відповідної функції на кожному характерному інтервалі.

При цьому елементарні властивості складених функцій вигляду y=arcsin(sin$x$) використовуються або в абстрактно алгебраїчній формі, або в наочно-графічному вигляді з використанням наступних графіків і подібних до них:









Істотною незручністю такої методики є наявність дещо громіздкого формулювання і відсутність чіткої математичної формули для обчислень.

При другому підході, на основі аналізу попереднього правила – орієнтира, одержується еквівалентна система умов і формул вигляду:

$$\arcsin(\sin x)=\begin{cases} x-2\pi k,\ x\in\left[-\dfrac{\pi}{2}+2\pi k;\dfrac{\pi}{2}+2\pi k\right], \\ -x+2\pi(k+1),\ x\in\left[\dfrac{\pi}{2}+2\pi k;\dfrac{3\pi}{2}+2\pi k\right], k\in Z \end{cases}$$

$$\arccos(\cos x)=\begin{cases} x-2\pi k,\ x\in[2\pi k;\pi+2\pi k], \\ -x+2\pi k,\ x\in[-\pi+2\pi k;2\pi k], k\in Z \end{cases} \qquad (*)$$

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x)=x-\pi k,\ x\in\left(-\frac{\pi}{2}+\pi k;\frac{\pi}{2}+\pi k\right), k\in Z$$

$$\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} x)=x-\pi k,\ x\in(\pi k;\pi+\pi k), k\in Z$$

Порівняно з першим підходом, наявність формули для обчислень робить другий підхід більш чіткім і алгоритмічним для вивчення і застосування. Проте наявність різних записів виразу результату в залежності від певних умов не завжди зручно якщо потрібно продовжити подальші більш складні обчислення в загальному вигляді.

В такому випадку корисним буде третій підхід, який ґрунтується на використанні групи формул іншого типу. Алгоритмічна дія цих формул не передбачає з’ясування додаткових умов. Характерною, принциповою відмінністю їх від попередніх є використання для їх запису функції $y=[x]$ – цілої частини дійсного числа.

Основні формули цієї групи в одному з найпростіших варіантів мають наступний вигляд:

$$\arcsin(\sin x)=(-1)^m(x-m\pi),$$

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x)=x-m\pi,\ \text{де}\ m=\left[\frac{x}{\pi}+\frac{1}{2}\right];$$

$$\arccos(\cos x)=(-1)^n\left(x-2\left[\frac{n+1}{2}\right]\pi\right), \qquad (**)$$

$$\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} x)=x-n\pi,\ \text{де}\ n=\left[\frac{x}{\pi}\right];$$

Безпосередньо алгоритм виконання обчислень за цими формулами відчутно економніший за кількістю операцій.

Корисно порівняти і методи доведення кожного з наведених типів формул.

Доведемо формулу (*). Розглянемо два випадки:

1) якщо $x\in[-\pi/2+2\pi k;\ \pi/2+2\pi k]$, то $-\pi/2\le x-2\pi k\le\pi/2$. Тоді, оскільки функція $y=\sin x$ має період 2π, одержимо:

$$\arcsin(\sin x)=\arcsin(\sin(x-2\pi k))=x-2\pi k.$$

2) якщо $x\in[\pi/2+2\pi k;\ 3\pi/2+2\pi k]$, то $-\pi/2\le -x+\pi+2\pi k\le\pi/2$, і тоді $\arcsin(\sin x)=\arcsin(\sin(\pi-x+2\pi k))=\pi-x+2\pi k$.

Отже, формулу (*) доведено.

Доведемо формулу (**)

$$\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x)=x-m\pi,\ \text{де}\ m=\left[\frac{x}{\pi}+\frac{1}{2}\right].$$

Дана формула має зміст для всіх $x\ne\pi/2+\pi k$.

Не обмежуючи зональності припустимо, що

$x\in(-\pi/2+\pi k;\ \pi/2+\pi k)$, тоді $x/\pi+1/2\in(k;\ k+1)$, $k\in\mathbf{Z}$ і

$m=[x/\pi+1/2]=k$, отже, $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}x)=x-k\pi$ для

$x\in(-\pi/2+\pi k;\ \pi/2+\pi k)$, що і треба було довести.

Основні формули для обчислень вигляду $\arcsin(\sin x)$, $\arccos(\cos x)$, $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}x)$, $\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg}x)$ дозволяють одержати також і вирази для перетворень типів $\arcsin(\cos x)$, $\arccos(\sin x)$, $\operatorname{arctg}(\operatorname{ctg}x)$ і $\operatorname{arcctg}(\operatorname{tg}x)$. Слід відзначити, що одержати відповідні співвідношення можна або з властивостей аркфункцій, або як наслідок властивостей тригонометричних функцій.

Використовуючи властивості аркфункцій, одержимо, наприклад:

$$\arccos(\sin x)=\frac{\pi}{2}-\arcsin(\sin x)=$$

$$=\frac{\pi}{2}-(-1)^m(x-m\pi)=\frac{\pi}{2}+(-1)^{m+1}(x-m\pi),$$

$$\text{де}\ m=\left[\frac{x}{\pi}+\frac{1}{2}\right].$$

Використовуючи формули зведення, еквівалентний результат одержується в такий спосіб:

$$\arccos(\sin x) = \arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) =$$

$$= (-1)^n\left(\frac{\pi}{2} - x - \left[\frac{n+1}{2}\right]\pi\right), \text{ де } n = \left[\frac{\frac{\pi}{2} - x}{\pi}\right] = \left[\frac{1}{2} - \frac{x}{\pi}\right].$$

Література

1. Новоселов С.И. Алгебра и элементарные функции. Учебник для учительских институтов. – М. ГУПИ, 1952. – 387 с.
2. Шкіль М.І., Слепкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10-11 класу середніх закладів освіти. – К.: Зодіак–ЕКО, 1998. – 608 с.
3. Истер А.С. Аркфункция от А до Я. – К.: Факт, 1998. – 160 с.

СПРАВОЧНОЕ ЭЛЕКТРОННОЕ ПОСОБИЕ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

В.Н. Беловодский, А.С. Миненко
г. Донецк, Донецкий государственный институт искусственного интеллекта

Опыт показывает, что студенты нередко испытывают затруднения в усвоении базовых математических понятий. Имея в виду, что эти понятия, как правило, имеют прозрачную геометрическую основу, один из вариантов решения проблемы видится в разработке доступных электронных методических пособий, реализующих графические возможности вычислительных машин и не предъявляющих высоких требований к используемому оборудованию и квалификации пользователя.

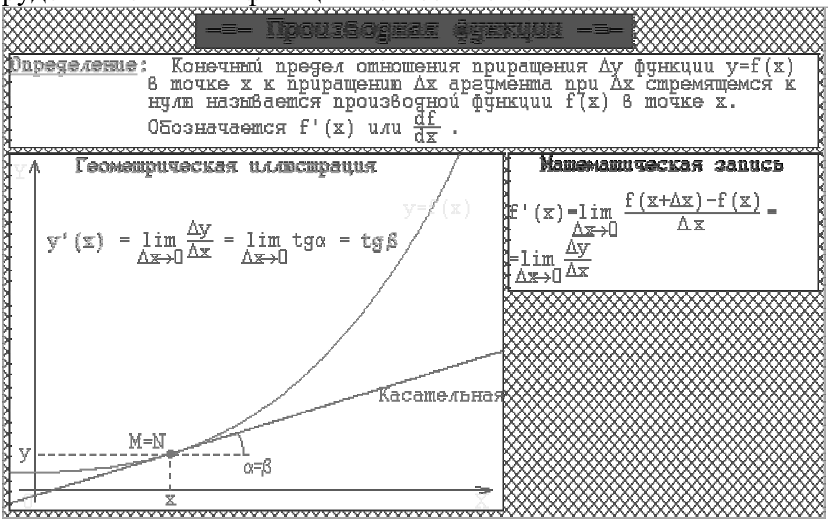


Рис. 1. Образец информационной страницы

Исходя из этих соображений справочное методическое пособие в форме электронного альбома основных понятий дифференциального и интегрального исчислений разрабатывается в Донецком государственном институте искусственного интеллекта. Альбом представляет собой комплект информативных блоков, объединенных общим оглавлением, каждый из которых содержит информационную, демонстрационную и обучающую составляющие. Информационная составляющая представляет собой страницу, содержащую непосредственно описание понятия, включенного в оглавление, его текстовое и математическое определения и соответствующее графическое сопровождение. образец информационной страницы приводится на Рис. 1. На демонстрационной странице приводятся дополнительные пояснения, разъяснения, приложения или анализ конкретной задачи. На обучающей странице содержится упражнение для самостоятельного решения, необходимые подсказки и промежуточные контрольные результаты. Воспроизведение информации на экране осуществляется в динамическом режиме, предусмотрен минимальный набор команд управления.

Работа выполняется студентами специальностей «Программное обеспечение автоматизированных систем», «Интеллектуальные системы принятия решений», в настоящее время имеются отдельные фрагменты для демонстрации.

ПРО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ

Н.В. Богатинська
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Навчити учнів розв'язувати математичні задачі, зокрема геометричні, завжди було і залишається одним із найважливіших завдань навчання математики.

Аналізуючи результати вступних екзаменів з математики, ми кожний раз переконуємося в тому, що більшість випускників середніх шкіл знає окремі означення, теореми, правила, але при цьому не знає загальних методів чи способів розв'язання задач, не володіє необхідними прийомами міркувань. Констатуючи недоліки в математичній підготовці абітурієнтів, слід наголосити на занадто слабких знаннях з геометрії. Значна частина абітурієнтів не розв'язує геометричну задачу і це стає тривожною традицією. Однією з причин цього, на наш погляд, є те, що в шкільній геометрії значно менше уваги приділяють навчанню учнів алгоритмам розв'язання задач, особливо задач стереометричних. Адже будь-який алгоритм завжди є конкретним вираженням у послідовності дій (операцій) деякого методу розв'язання певного типу задач. Так, багато хто з абітурієнтів не розв'язує стереометричну задачу на обчислення тому, що у них не сформована програма (алгоритм) виконання стереометричного малюнка поширеного виду фігур. Типовими є такі помилки: неправильно будують кут між прямою і площиною, лінійний кут двогранного кута, висоту похилої призми і неправильної піраміди, зображення різних видів призм (особливо похилих) і неправильних пірамід, зрізаних пірамід, тіл обертання, комбінацій просторових фігур.

Учителям добре відомо, що учні вірно зображають, наприклад, висоту правильного тетраедра, проведену до основи, але часто допускають помилки, пов'язані із зображенням висоти, проведеної з вершини основи на бічну грань. Розв'язуючи задачу "У паралелепіпеді $ABCDA_1B_1C_1D_1$, усі грані якого рівні ромби з рівними гострими кутами при вершині A, побудуйте перпендикуляри з вершини A_1 на площину ABC і з вершини D на площину ABB_1”, учні безпомилково будують висоту A_1O (хоча, як правило, повністю відсутні обґрунтування), але не помічають тієї ж задачі, будуючи перпендикуляр з вершини D на площину ABB_1 (рис. 1).

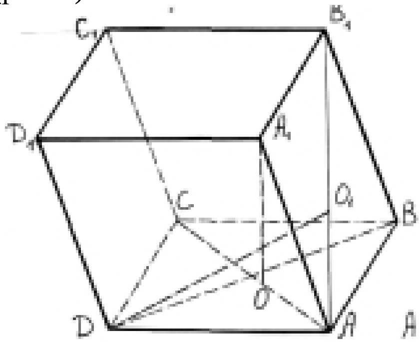


Рис. 1

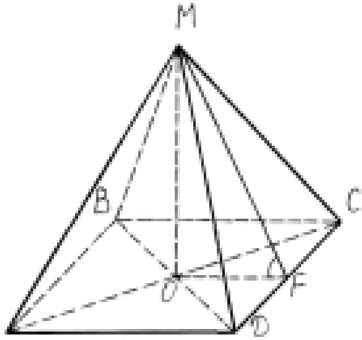


Рис. 2

Учні легко засвоюють поняття лінійного кута двогранного кута, без особливих проблем будують лінійні кути двогранних кутів при сторонах основи правильної піраміди. Але, розв’язуючи <u>задачу</u> “В основі піраміди лежить ромб; всі двогранні кути при сторонах основи рівні. Побудуйте лінійні кути двогранних кутів”, майже всі абітурієнти помилково вважали, що одним із таких кутів є кут MFO; міркування проводили як і для випадку правильної чотирикутної піраміди (рис. 2). Найчастіше учні допускають помилки під час побудови лінійного кута двогранного кута при бічному ребрі піраміди.

Значна кількість помилок допускається при побудові перерізів призм і пірамід заданою площиною.

<u>Приклад задачі</u>: “У кубі $ABCDA_1B_1C_1D_1$ через вершину B і середини M і N ребер AD і CC_1 проведена площина. Знайдіть кут, під яким ця площина нахилена до площини грані ABCD (рис. 3)”.

Потрібний переріз – чотирикутник BMNZ, де $K=BM \cap DC$, $Z=KN \cap DD_1$. Лінійним кутом двогранного кута при ребрі BM є кут NFC, де $F = CE \cap MB$, E – середина AB; так як $FC \perp BM$, то і $NF \perp BM$. Значна частина учнів шуканим перерізом помилково вважала трикутник BMN. Найбільша кількість помилок пов'язана з побудовою кута NFC. Учні помилково вважали лінійним кутом двогранного кута при ребрі BM кут NPC або NBC.

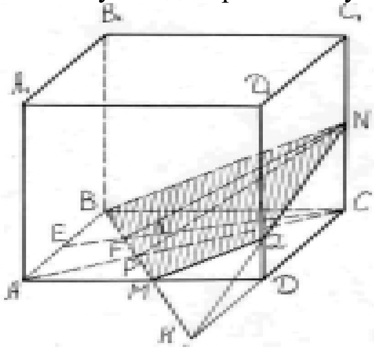


Рис. 3

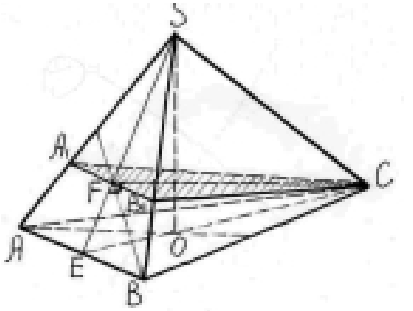


Рис. 4

Розглянемо приклад ще однієї відомої задачі: "У правильному тетраедрі SABC через вершину С проведена площина, перпендикулярна до грані SAB і паралельна ребру AB. Знайдіть площу одержаного перерізу, якщо ребро тетраедра дорівнює *a*". Так як тетраедр правильний, то вершина С проектується в центр правильного трикутника ABS (рис. 4). F – основа висоти тетраедра, проведеної з вершини С. Січна площина проходить через висоту CF і перетинає площину ABS по прямій A_1B_1, яка паралельна AB. Шуканий переріз – трикутник A_1B_1C. Багато хто з учнів проводили висоти у гранях BSC і ASC і стверджували, що шуканий переріз проходить через ці висоти. Не всі учні при цьому усвідомили, що одна з двох перпендикулярних площин (площина перерізу) містить перпендикуляр до другої площини (площини ASB), не уявляли розташування цього перпендикуляра.

Деякі учні не розуміють, що в прямокутному паралелепіпеді перпендикуляри до площини основи можуть належати бічним граням, а перпендикуляри до бічних граней – площині основи, що з умови перпендикулярності двох бічних граней піраміди площині основи випливає, що висотою піраміди є спільне ребро цих граней. Аналіз помилок можна продовжити.

Досвід викладання геометрії в середній школі свідчить про те, що учні не можуть самостійно вибирати знання для розв'язання стереометричної задачі.

У більшості випадків кожну наступну задачу учні розцінюють як абсолютно нову, не помічають того загального, що об'єднує раніше розв'язані задачі і розв'язувану задачу. Неможливо, звичайно, вказати такий загальний метод (алгоритм), за допомогою якого можна було б розв'язувати всі стереометричні задачі. Проте можна виділити певні типи задач на побудову, доведення, обчислення і дослідження, розв'язання яких базуються на застосуванні відповідних алгоритмів, часто повторюваних прийомів міркувань. Висновки, які одержуються внаслідок розв'язання цих задач, є "ключами" до розв'язання багатьох інших задач. Такі задачі є "ключовими" при складанні циклів взаємозв'язаних задач, що пронизують весь курс стереометрії.

Навчаючи учнів розв'язувати стереометричні задачі, корисно не тільки повідомляти їм алгоритми розв'язання типових задач у готовому вигляді, а й так організовувати навчання, щоб учні могли самостійно відкривати відповідні алгоритми.

Навчання алгоритмам повинно розглядатись не тільки як засіб ефективного навчання розв'язуванню стереометричних задач, а і як спосіб формування деяких специфічних прийомів математичної діяльності учнів (уміння відкрити загальний метод розв'язання нового типу задач, підвести задачу під відомий алгоритм, представити результати розв'язання в зручній для сприймання формі і т.д.).

Навички формуються на основі осмислених знань і умінь шляхом багаторазового повторення операцій, дій, прийомів, алгоритмів, які складають предмет вивчення. А тому для формування навичок потрібна ретельно продумана система вправ і задач. В такій системі повинна бути вірно підібрана послідовність вправ з урахуванням індивідуальних особливостей і можливостей учнів і принципу "від простого до складного". Слід дотримуватись доцільної різноманітності вправ і задач у системі.

Підбираючи систему вправ і задач, важливо щоб вона задовольняла принципу повноти. "Система вправ задовольняє принципу повноти, якщо вона забезпечує добре засвоєння теми, яка вивчається, і дозволяє виключити можливість формування помилкових асоціацій." [Груденов Я.И Совершенствование методики работи учителя математики. – М.: Просвещение, 1990. – С. 161].

Слід вчити учнів розв'язувати задачі окремих типів. Навчити будь-кого розв'язувати всі задачі не можна, а навчити розв'язувати задачі певних типів можна і треба. Зрозуміло, якщо ми не розв'яжемо з учнями задач якогось типу, то вони і не навчаться їх розв'язувати. Проте порушення принципу повноти системи задач відбувається і в інших випадках. Розглянемо приклад задачі.

Задача. В основі прямої призми лежить ромб із стороною a. Діагональ призми дорівнює l і утворює з площиною основи кут α, а з бічною гранню кут β. Знайдіть об'єм призми (рис. 5).

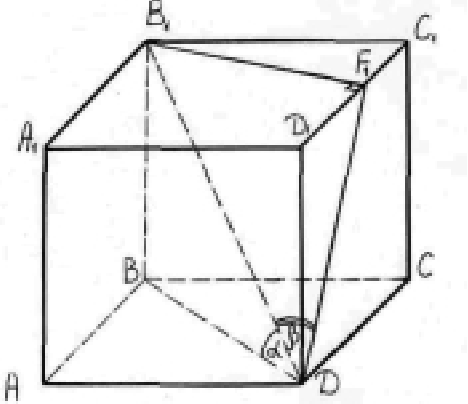


Рис.5

Помилкові розв'язання даної задачі пояснюються неправильною побудовою кута між діагоналлю призми і бічною гранню.

Причиною цього є порушення принципу повноти системи вправ і задач. Як правило, в ній є задачі, при розв'язанні яких доводилось будувати кути між прямою і площиною за відомим алгоритмом, якщо пряма розташовувалась "зверху" над площиною, і не зустрічались випадки, коли пряма розташована була б "ліворуч" чи "праворуч" від площини.

З аналогічною ситуацією ми маємо справу під час розв'язування задач на побудову лінійного кута двогранного кута. Якщо кожний раз пропонувати учням задачі на піраміди, в яких вимагається будувати лінійні кути двогранних кутів при сторонах основи піраміди, то учні виявляються безпорадними під час побудови лінійного кута двогранного кута при бічному ребрі піраміди (не вміють застосовувати відомий алгоритм в іншій ситуації розташування просторових об'єктів).

Звикаючи до одного розташування фігур, учні не впізнають їх в дещо незвичному розміщенні. Отже, підбираючи систему вправ і задач, необхідно передбачати всі можливі ситуації розташування фігур на площині і в просторі, зміну їх форм і позначень.

Стереометричні задачі мають свої специфічні особливості: просторові фігури не можна зобразити на малюнку без спотворень, і в цьому полягав складність сприймання та розв'язування стереометричної задачі. У зв'язку з цим учні натрапляють на такі труднощі: по-перше, необхідно уміти правильно зобразити просторову фігуру, врахувавши її властивості і властивості паралельної проекції; по-друге, необхідно уміти правильно уявити просторову фігуру за її умовним зображенням,

Аналіз задачного матеріалу курсу геометрії 10–11 класів показав, що більшість задач на обчислення, доведення і дослідження сполучаються із задачами на побудову. Отже, основою методики навчання розв'язуванню стереометричних задач є, перш за все, навчання розв'язуванню задач на побудову. Розв'язуванням задачі на побудову розпочинається розв'язування будь-якої стереометричної задачі. Озброєння учнів алгоритмами розв'язання основних типів задач на побудову є запорукою успішного розв'язання стереометричних задач.

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ НА УРОЦІ МАТЕМАТИКИ

Т.В. Бондаренко[1], І.І. Дмитренко[2]
[1] м. Полтава, Ульяновська ЗОШ Гребінківського району
[2] м. Полтава, Полтавський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти ім. М.В. Остроградського

"Інформаційне суспільство – це не вигадка вчених, це об'єктивна реальність. Це та даність, та необхідність, яка рано чи пізно, буде в будь-якій з країн…

… Питання стоїть так – або ми сьогодні сто процентів молодого, підростаючого покоління залучаємо до світу інформаційних технологій, або ні про яке інформаційне співтовариство в Україні говорити не доведеться…

… Воно повинно навчатися всім шкільним предметам, усім спеціальностям з використанням мультимедійних технологій. Його повинні вчити вчителі, які не з-під палиці будуть це робити, а серцем і душею проникнуться необхідністю використання сучасних комп'ютерних мультимедійних технологій у процесі викладання всіх дисциплін." [1]

"Стрижнем учбового процесу стає комп'ютерний експеримент, який проводиться у спеціальних навчальних пакетах – діяльнісних середовищах (ДС) або мікросвітах (англ. "microworld"). Значна частина вчителів прихильників такого навчання, як підтверджує міжнародна практика, бачить в мікросвітах можливість концентрувати увагу учнів на основній лінії (стратегії) розв'язання задач. Конструктивізм у навчанні, зокрема проведення комп'ютерних експериментів, не принижує ролі вчителя, а навпаки підіймає її на більш високий рівень – вчитель повинен так змоделювати пізнавальні процеси учнів, так організувати комп'ютерні експерименти і навчальний процес, щоб учні самостійно робили "відкриття" і будували свої власні когнітивні моделі.

ДС – це інтерактивні програми, які дозволяють учням виконувати комп'ютерні експерименти у предметній області, причому від учня вимагається тільки обізнаність у самій предметній області, а не в програмуванні. Методологічний зміст такої роботи з ДС полягає у тому, що вона, по-суті, перетворює навчальний процес у самоспрямоване навчання, при якому учень має найбільшу свободу у виборі самої стратегії навчання. З існуючих педагогічних програмних засобів до ДС можна віднести, наприклад, пакет GRAN, розроблений під керівництвом академіка М.І. Жалдака (Київський ДПУ), який набув широкого розповсюдження у навчальних закладах України.” [2]

“Важко переоцінити ефективність використання програм зазначеного типу і в разі поглибленого вивчення математики. Можливість провести необхідний чисельний експеримент, швидко виконати потрібні обчислення чи графічні побудови, перевірити ту чи іншу гіпотезу, випробувати той чи інший методи розв’язування задачі, вміти проаналізувати та пояснити результати, отримані за допомогою комп’ютера, з’ясувати межі можливостей застосування комп’ютера чи обраного методу розв’язання задачі має надзвичайне значення у вивченні математики.” [3]

У посібнику для вчителів “Комп’ютер на уроках математики” Жалдак М.І. показав можливість використання засобів сучасних інформаційних технологій під час вивчення алгебри і початків аналізу та геометрії в середніх навчальних закладах із різними ухилами.

Наш досвід використання пакету GRAN при вивченні математики в школі та на курсах підвищення кваліфікації вчителів засвідчує про підвищення зацікавленості до проведення досліджень та результатів навчання математиці.

Джерела:

1. Баранов О.А. Інтернет та інформаційне суспільство // Комп’ютер у школі та сім’ї. – №4 (12). – 2000. – С. 3.
2. Раков С.А., Олійник Т.О., Минко П.Є. Нові освітні технології у навчанні математики. // Педагогічна спадщина М.В. Остроградського і розвиток освіти в Україні. Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції (Полтава, 28-29 жовтня 1996 року). – Полтава: ПОІПОПП, 1996. – 154 с.
3. Жалдак М.І. Комп’ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 303 с.:іл.

ІСТОРІЯ ТЕОРІЇ ГРАНИЦЬ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

М.В. Босовський
м. Черкаси, Черкаський державний університет
ім. Б. Хмельницького

Однією з тем, що вивчається в шкільному курсі математики є теорія границь. В даній статті робиться загальний огляд історії виникнення питань, пов'язаних з теорією границь, та висвітлення цього питання в шкільному курсі математики. Знання історичних відомостей, як відомо, піднімає пізнавальний інтерес учнів в процесі вивчення теми, активізує учнів і, врешті, сприяє покращенню результатів навчання.

Історія цього питання поринає корінням в далеке минуле. Ще грецькі натурфілософи і математики починаючи з 7 ст. і аж до 3 ст. до н.е. підходять до ідеї нескінченності і потім до прийомів аналізу нескінченно малих, але це не одержує розвитку і інтерес до цих питань після спроб цілого ряду середньовічних учених відновляється лише в епоху Відродження в кінці 16 ст.

Принципово новим кроком уперед з'явилося виникнення в натурфілософських школах 5ст. до н.е. ідеї нескінченності, яка у різних формах застосовується у математиці. На межі 5 і 4 ст. до н.е. Демокріт, виходячи з атомістичних уявлень, створює спосіб визначення об'ємів, що послужило першим варіантом методу неподільних, одного з вихідних пунктів числення нескінченно малих. Однак логічні труднощі, властиві поняттю нескінченності, що знайшли вираження в апоріях Зенона Елейского (5 ст. до н.е.), привели до висновку, що результати, отримані за допомогою методу неподільних, не можна вважати строго доведеними. Стандартним прийомом вимірювання різних площ, об'ємів, що не піддаються визначенню елементарними засобами, став метод вичерпування, що полягає в наближенні шуканої величини, знизу і зверху послідовностями відомих величин. Так, площа круга апроксимувалася послідовностями вписаних і описаних правильних многокутників з необмежено зростаючим числом необмежено зменшуваних сторін. Це дало поштовх у напрямку спроби розв'язувати задачу квадратури круга.

З винаходом друкарства, підручники одержують більш широке поширення. Основними центрами теоретичної наукової думки стають університети. Прогрес алгебри як теоретичної дисципліни, а не тільки набору практичних правил для розв’язування задач, позначається в розумінні природи ірраціональних чисел, як відносин несумірних величин (Хома Брадвардін, 14 ст. і Н. Орем, 14 ст.) і особливо у введення дробових (Н. Орем), від’ємних і нульових (Н. Шюке, кін. 15 ст.) показників степенів. Тут же виникають перші, що випереджають наступну епоху ідеї про нескінченно великі і нескінченно малі величини. В Оксфордському і Паризькому університетах (Р. Суайнсхед, сер. 14 ст., Н. Орем і ін.) розвиваються перші елементи теорії зміни величин, як функцій часу і їх графічне уявлення, вперше об’єктом вивчення стає нерівномірний рух і вводяться поняття миттєвої швидкості і прискорення.

Однак, щоб охопити кількісні відносини в процесі їхньої зміни, потрібно було самі залежності між величинами зробити самостійним предметом вивчення. Тому на перший план висувається поняття функції, що грає надалі таку ж роль основного і самостійного предмета вивчення, як раніше поняття чи величини числа. Вивчення змінних величин і функціональних залежностей приводить до основних понять математичного аналізу: ідею нескінченного у явному вигляді, до понять границі, похідної, диференціала й інтеграла. Створюється аналіз нескінченно малих, у першу чергу у виді диференціального числення й інтегрального числення. Основні закони механіки і фізики записуються у формі диференціальних рівнянь, і задача інтегрування цих рівнянь висувається, як одна з актуальних задач математики.

Створення нової математики змінних величин у 17 ст. було справою учених передових країн Західної Європи, причому найбільше І. Ньютона і Г. Лейбніца. У 18 ст. одним з основних центрів наукових математичних досліджень стає також Петербурзька академія наук, де працює ряд найбільших математиків того часу іноземного походження (Л. Ейлер, Д. Бернуллі) і поступово складається російська математична школа, що блискуче розгорнула свої дослідження в 19 ст.

Іншим джерелом аналізу нескінченно малих є розвинутий І. Кеплером (1615) і Б. Кавальєрі (1635) метод неподільних, застосований ними до визначення об'ємів тіл обертання і ряду інших задач. У цьому методі принципова новизна основних понять аналізу нескінченно малих подається у містичній формі протиріччя (між об'ємом тіла і сукупністю, що не мають об'єму плоских перерізів, за допомогою яких цей об'єм повинен бути визначений). В зв'язку з цим протиріччям прийоми І. Кеплера і Б. Кавальєрі зазнавали критики з боку П. Гульдена (1635–41). Однак вільне вживання нескінченне малих здобуває остаточну перемогу в роботах по визначенню площ ("квадратур") П. Ферма, Б. Паскаля і Дж. Валліса. Так, у геометричній формі були створені початки диференціального і інтегрального числення.

Слід зазначити, що автори 17 ст. мали досить ясні уявлення про поняття границі послідовності і збіжності ряду, вважали потрібним доводити збіжність уживаних ними рядів.

До останньої третини 17 ст. відноситься відкриття диференціального і інтегрального числення у повному змісті слова. У відношенні публікації пріоритет цього відкриття належить Г. Лейбніцу, що дав розгорнутий виклад основних ідей нового числення в статтях, опублікованих у 1682–86 рр. У відношенні ж часу фактичного одержання основних результатів маються всі підстави вважати пріоритет належить І. Ньютонові, який до основних ідей диференціального та інтегрального числення прийшов протягом 1665–66 рр. "Аналіз за допомогою рівнянь з нескінченним числом членів" І. Ньютона в 1669 був переданий ним у рукописі І. Барроу і Дж. Кололінзу й одержав широку популярність серед англійських математиків. "Метод флюксій" – твір, у якому І. Ньютон дав систематичний виклад своєї теорії, – був написаний у 1670–71 рр. (виданий у 1736 р.). Г. Лейбніц ж почав свої дослідження з аналізу нескінченно малих лише в 1673 р. І. Ньютон і Г. Лейбніц вперше в загальному вигляді розглянули основні для нового числення операції диференціювання та інтегрування функцій, встановили зв'язок між цими операціями (формула Ньютона–Лейбніца) і розробили для них загальний однаковий алгоритм. Наукові підходи в І. Ньютона і Г. Лейбніца різні. Для І. Ньютона вихідними поняттями є поняття "флюєнти" (змінної величини) і "флюксій" (швидкості її зміни). Прямій задачі перебування флюксій і співвідношень між флюксіями по заданим флюєнтам (диференціювання і складання диференціальних рівнянь) І. Ньютон протиставляв обернену задачу перебування флюєнт по заданих співвідношеннях між флюксіями, тобто відразу загальну задачу інтегрування диференціальних рівнянь; задача відшукання первісної з'являється тут як окремий випадок інтегрування звичайного диференціального рівняння. Разом з тим ні метод границь і флюксій Ньютона, ні диференціальне числення Лейбніца не знаходили одностайного визнання. Тому математики знову звернулися до дослідження фундаментальних понять і принципів аналізу.

У відповідності зі своїм трактуванням процесу прямування до границі, Ейлер вважає нескінченно малу величину рівною нулю. Він відкидає «особливу категорію нескінченно малих величин, що нібито не повністю зникають, але зберігають деяку кількість, що, однак, менше, ніж усяке що може бути заданим» [1], тому що відкидання доданків такого роду порушувало зроблену точність аналізу. Незабаром після виходу «Диференціального числення» Ейлера, Даламбер виступив із пропозицією заснувати аналіз на поняттях границі і похідної, не вживаючи цього останнього терміна. Свої погляди Даламбер розглядав як розвиток ідей числення флюксій Ньютона, але він вніс нове, звільнивши їх від механічних чи квазімеханічних уявлень. Це було пов'язано, як із загальними тенденціями розвитку аналізу на материку Європи, так і з класифікацією наук, прийнятої Даламбером: він виходив з того положення, що достовірним пізнанням ми володіємо лише в області абстрактних понять і чим більше дослідних елементів входить у яку-небудь науку, тим більш складні її поняття.

В першому розділі книги «Елементарного викладу початків вищих числень» Сімон Люїльє розвиває метод границь. До двох теорем про границі, наведених Даламбером, Люїльє додає теорему про границю відношення двох змінних величин і уперше вводить знак границі у вигляді lim; уперше ж похідна якоїнебудь функції у Люїльє «диференціальне відношення» (rapport differentiel) – позначається $\lim \frac{\Delta P}{\Delta x}$ і символ $\frac{dP}{dx}$ розглядається як єдине ціле, а не дріб. Терміном «нескінченно мала величина» Люїльє не користується, зберігаючи його для позначення актуально нескінченно малих; немає в нього і поняття про диференціал.

У Росії пропагандистом методу границь виступив С.Е. Гур'єв. Головна праця Гур'єва «Досвід про удосконалення елементів геометрії» (1798 р.) була присвячена питанням обґрунтування і викладання математики. Центральне місце в «Досвіді» займає систематичний додаток методу границь у шкільному курсі геометрії.

Даламберу і його послідовникам належить заслуга подальшої розробки теорії про граничні переходи в рамках чистого аналізу. Але в тій конкретній формі, що метод границь набув у теперішній час, він ще не мав строгості так, як числення нескінченно малих. Визначення границі монотонних змінних, було недостатньо. Арсенал понять і загальних теорем методу границь залишався дуже невеликий, і його ледь вистачало тільки для пере доведення уже відомих тверджень. Нові широкі перспективи відкрилися, коли Больцано і Коші установили основний критерій збіжності послідовності і застосували його: перший – при дослідженні властивостей неперервних функцій, а другий – при побудові теорії рядів, що збігаються, і в доведенні теореми про існування інтеграла.

Але самим уразливим пунктом теорії границь другої половини XVIII в. було відмовлення від вживання алгоритму нескінченно малих Лейбніца. Це відзначив ще Карно у творі, представленому на конкурс Берлінської академії 1786 р., і ту ж думку він підкреслював у своїх «Міркуваннях».

З початку 60-х років реформа шкільної програми з математики стає предметом постійної уваги і обговорення.

У теперішній час початки математичного аналізу є невід'ємним складовим курсу алгебри старшої школи. В умовах диференційного навчання виділені загальноосвітні та спеціальні обсяги елементів математичного аналізу, що вивчаються в загальноосвітніх та вищих школах і класах з поглибленим вивченням математики. Елементи теорії границь, вивчаються у спеціалізованих математичних школах, ліцеях і гімназіях.

У загальноосвітній школі цей матеріал не передбачений для вивчення всіма учнями. У сучасних підручниках для старшої школи питання історії теорії границь висвітлено дуже стисло. На нашу думку, більш детальне ознайомлення учнів з цим питанням розкриє перед учнями складний, непрямий шлях розвитку наукової думки, ознайомлення учнів з історією наукових питань потрібно робити більш детально, ніж запропоновано у підручнику. Розкриття протиріч між різними науковими школами, вченими пожвавить навчальний процес, розкриє перед учнями непрямий і суперечливий шлях становлення сучасних наукових знань.

Список літератури:

1. Эйлер Л. Дифференциальное исчисление.– М.-Л., 1949.
2. Маркушевич А.И. Совершенствование образования в условиях научно-технической революции. – М.: Изд-во АПН СССР, 1971.
3. Колмогоров А.Н. К обсуждению работы по проблеме «Перспективы развития советской школы на ближайшие 30 лет» // Математика в школе. – 1990. – №5.
4. Черкасов Р.С. Андрей Николаевич Колмогоров и школьное математическое образование // Математика в школе. – 1992. – №1.
5. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике. – К.: Радянська школа, 1983.

ПРО УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАНЬ УЧНІВ ПРОФІЛЬНИХ ШКІЛ З ЧИСЛОВОЇ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ КУРСУ АЛГЕБРИ

О.В. Бич
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Поняття числа – одне з провідних понять курсу математики середньої школи. Це поняття послідовно розширюється та розвивається, змістовно та якісно збагачується.

За програмою шкільного курсу алгебри числові множини вивчаються у різних класах, причому їх вивчення розділене досить тривалим часовим інтервалом: натуральні та дробові числа знайомі учням ще з початкової школи, з від'ємними числами школярі зустрічаються у курсі математики VI класу, ірраціональні числа вивчаються у VIII класі, комплексні числа та операції над ними учні розглядають у XI класі. При цьому методика вивчення числових систем у шкільному курсі математики відображає історичну послідовність розвитку поняття числа.

Еволюція поняття числа нерозривно пов'язана з еволюцією поняття рівності чисел, операцій над числами. Розвиток цих понять у математиці часто зумовлює розвиток самого поняття числа. Змінюючи умови рівності чисел, їх суми та добутку, отримують нові числа. Потім, на певному етапі еволюції новий вид чисел, створений внаслідок розвитку понять рівності, суми, добутку чисел у застосуванні до відомих чисел, набуває у єдності з цими поняттями нового якісного змісту. Еволюція поняття рівності, суми та добутку у застосуванні до тільки що створених чисел приводить до нового етапу розвитку поняття числа. Така схема розвитку поняття числа у математичній науці, де пріоритетне значення мають не самі числа, а операції, які над ними виконуються.

У шкільному курсі математики традиційно предметом вивчення є самі числа, як об'єкти, а не означені у даній числовій множині операції та відношення, які визначають її структуру. Внаслідок такого підходу до вивчення чисел, учні досить часто присвоюють властивості операцій певним числам, не мають уявлень про замкненість числових множин відносно операцій, тощо. Учні не сприймають числову змістову лінію шкільного курсу у цілому, не розуміють відношень між: різними класами чисел, ідею розширення поняття числа, не бачать можливостей переносу властивостей числових систем на нечислові об'єкти.

Натуральні числа є основою для інших числових множин: цілих, раціональних, дійсних, комплексних чисел. Кожна з цих множин містить попередню, тобто є її розширенням. У математиці можливі різні шляхи здійснення розширення числової системи. Перший шлях – будують множину B як нову множину чисел, а потім ототожнюють певну її підмножину з множиною A. Другий шлях, який використовується у шкільній практиці при розширенні числових множин полягає у такому: доповнюють відому числову множину A (наприклад, множину натуральних чисел і нуль) новими, вже відомими числами (у даному випадку від'ємними) і отримують розширену множину B (множину цілих чисел).

Для обох шляхів суттєвим є виконання наступних умов:

1. Числова множина A (відома) повинна увійти в розширену множину B як її частина і стати окремим випадком чисел нової природи;
2. Усі операції, які виконуються в A визначаються і в B, причому так, що застосування цих операцій до елементів з B дають ті ж самі результати, що й при виконанні цих операцій за правилами, означеними в A. Властивості операцій, які мали місце в A мають місце і в B.
3. У множині B є виконуваною операція, яка не виконувалась у A.
4. Множина B повинна бути мінімальною.

У традиційному навчанні майже не приділяється увага обґрунтуванню виконуваності даних вимог.

Фундаментальність поняття числа у світі математики потребує вдосконалення методики вивчення числової змістової лінії шкільного курсу, знаходження нових засобів її узагальнення, особливо у школах математичного профілю. Одним із шляхів вдосконалення методики формування вмінь узагальнювати навчальний матеріал, а також: орієнтації на зближення шкільних математичних курсів з сучасною математичною наукою є ознайомлення учнів з основними поняттями сучасної математики які виконують у ній узагальнюючі функції.

До таких понять належать поняття алгебраїчної операції, алгебраїчної структури, математичної моделі. Поняття математичної моделі широко застосовується у різних галузях. Визначальна роль математичного моделювання для сучасної науки висуває відповідні вимоги до математичної підготовки учнів. Доцільно, щоб вони якомога раніше усвідомили ідею математичного моделювання. Математична модель реальної ситуації в багатьох випадках являє собою математичну структуру певного типу. Об'єкти цієї структури трактуються як (ідеалізовані) реальні «речі» (або поняття), а абстрактні відношення між: цими об'є ктами – як конкретні зв'язки між елементами дійсності. Отже використання ідеї алгебраїчної структури дозволяє узагальнити знання учнів з числової змістової лінії шкільного курсу, сприяє інтеграції знань учнів у межах курсу алгебри.

При цьому доцільно забезпечити розуміння учнями:

– ідеї розширення числових множин і основаної на ній логічної схеми розвитку поняття числа;

– можливості переносу властивостей числових систем на інші об'єкти можливо і нечислової природи, тобто що обчислювальний апарат, розроблений для певної числової множини володіє властивістю переносу, при умові, що сукупність об'єктів, яка розглядається алгебраїчно побудована за типом відомої числової множини;

– ідеї про те, що при вивченні різних об'єктів засобами математики, суттєвою є не природа об'єктів, а відношення між ними.

Реалізувати ці завдання доцільно в умовах диференціації запропонованого змісту за трьома рівнями викладання.

Перший – ознайомлювальний рівень передбачає оглядове ознайомлення з метою дати учням уявлення, які поширюють їх математичний і загальнонауковий кругозір. Домінуючий метод викладання – оглядова лекція.

Другий – ідейно-узагальнюючий рівень: вивчення науково-ідейного змісту теми з ілюструванням окремих застосовувань. Основна форма проведення занять на цьому рівні – семінари, самостійне виконання індивідуальних творчих робіт.

Третій – операційний рівень – вивчення змісту з метою формування навичок та вмінь його застосовувати при розв'язуванні задач. Це досягається на практичних заняттях і уроках формування навичок та вмінь. При цьому процес навчання слід будувати так, щоб кожен школяр міг найбільш повно реалізувати свої можливості, задовольнити пізнавальні потреби та інтереси.

Рівень, на якому пропонується конкретний матеріал, визначається:

– необхідним ступенем засвоєння способів діяльності;

системою диференційованих вимог до засвоєння понять та математичних фактів в рамках теми;

– відбором форм і методів контролю та оцінки знань учнів.

Так, матеріал, який розглядається на лекції (ознайомлювальний рівень) носить, в основному, інформативний характер. Тому усвідомлення нових понять і відповідних їм термінів (нейтральний елемент, кільце, група) відбувається з опорою на конкретні приклади, відомі учням із традиційного курсу математики. При цьому увага акцентується на узагальнюючих функціях даних понять. Відповідно від учнів не вимагається знання строгих формулювань означень основних понять. Достатньо, щоб вони мали уявлення про ці поняття, могли їх пояснити, розпізнати та навести приклади.

Детальніше вивчення узагальнюючих понять та систематизуючих ідей, ілюстрація їх відповідних функцій в сучасній науці та шкільній математиці рекомендується на семінарських заняттях (ідейно-узагальнюючий рівень). Домінуючим критерієм у відборі теоретичного матеріалу, який пропонується для вивчення на семінарі є доступність змісту для самостійного опрацювання учнями.

Закріплення та поглиблення теоретичного матеріалу, формування практичних навичок та вмінь проходить на практичних заняттях (операційний рівень). Цей напрямок реалізується шляхом виконання системи вправ, яка включає дві групи:

а) вправи підготовчого характеру, які орієнтовані на усвідомлення основних понять та ідей розглядуваної теми;

б) вправи, що передбачають використання точних математичних означень понять.

Завдання першої групи пропонуються учням для самостійного виконання при фронтальній роботі або індивідуально (у вигляді карток, програмуючих тестів та ін.). Завдання другої групи використовуються на етапі закріплення теоретичних знань, формування вмінь. Зразки розв'язання таких вправ вчитель демонструє на лекції. При подальшому вивченні теми вправи другого типу пропонуються учням на різних заняттях (семінарах, практикумах) з різними дидактичними цілями.

Таку систему вправ ми розглядаємо як засіб навчання, який повинен:

– задовольняти загальнодидактичним вимогам (науковість, системність, доступність, відповідність матеріалу віковим особливостям учнів);

– задовольняти основним вимогам педагогічного процесу (забезпечення активної самостійної роботи, оволодіння учнями навичками самоаналізу і самоконтролю);

– забезпечувати умови для найбільш раціонального формування оберненого зв'язку.

Організований таким чином процес узагальнення математичних знань учнів профільних шкіл з числової змістової лінії курсу алгебри передбачає, в основному, самостійну роботу учнів, що сприяє переорієнтації навчального процесу «навчання» на процес «учіння».

ДИФЕРЕНЦІАЦІЯ НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ ФАКУЛЬТЕТІВ ПЕДАГОГІЧНИХ ВУЗІВ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ

О.Е. Вальє[1], О.П. Свєтной[2]
[1] м. Одеса, Одеський інститут удосконалення вчителів
[2] м. Одеса, Південноукраїнський державний педагогічний університет ім. К.Д. Ушинського

Одним із головних чинників, які впливають на ефективність освіти, можна вважати управління якістю підготовки спеціалістів, зокрема вчителів математики. Практично управляти якістю підготовки майбутніх вчителів можна за допомогою такої методики навчання, яка дає можливість враховувати індивідуальні особливості кожного і контролювати їх зміни під час навчання.

В результаті вивчення роботи молодих вчителів ми прийшли до висновку, що в більшості своїй у молодих вчителів виникають труднощі, які пов'язані з тим, що вони не можуть у повній мірі реалізувати отримані у вузі знання та вміння, а також є такі аспекти педагогічної діяльності вчителя математики в школі, які не були розглянуті при навчанні у вузі. Анкетування дозволило зробити висновки: у молодих вчителів виникають труднощі, які пов'язані з методичним аналізом тем, з постановкою задач до кожного уроку; при реалізації задач, які поставлені до уроку, одним з найбільш важливих є підбір системи вправ, і з цим у деяких починаючих вчителів не все в порядку.

Анкетування завучів показало, що їх думка з приводу роботи молодих вчителів майже однакова: вчителі не вміють ставити мету до уроку, не аналізують уроки, не вносять корективи у послідуючі уроки, а також відмічають скованість, малу степінь спілкування з учнями. Однією з причин таких труднощів є недостатня якість методичної підготовки студентів, яка у найбільшій степені формується на заняттях з шкільного курсу математики.

Для того, щоб у деякій мірі ліквідувати ці недоліки, сформулюємо основні методичні принципи проведення практикумів з шкільного курсу математики:

– вивчення будь-якої теми починати з розгляду відповідних питань шкільного курсу математики, пропонуючи студентам повторити по шкільним підручникам необхідний теоретичний матеріал;

– при розгляді кожного питання вказувати той мінімум знань і вмінь, який повинен бути досягнутий учнями, а також той рівень, який можна вважати вищим для учнів шкіл та вважати обов'язковим досягнення кожним студентом цього рівня, а вищим рівнем складності вправ вважати ті вправи, які пропонуються на факультативних заняттях, вступних іспитах, де потрібна поглиблена математична підготовка;
– особливу увагу приділяти розв'язуванню задач, які є типовими для шкільного курсу математики з чітким виділенням основних кроків їх розв'язання (під типовими будемо розуміти задачі з даної теми, у яких найбільш сильно відображені основні методи, які використовуються для розв'язання задач);
– якщо задача розв'язується декількома способами, обговорити недоліки і переваги кожного з них (наприклад, розв'язання дробово-лінійних нерівностей та ін.). Ця робота служить основою для подальшого постійного підвищення кваліфікації вчителя математики;
– пропонувати студентам методичні завдання, зокрема сформулювати у явному виді основні алгоритми шкільного курсу, записати вправи для формування алгоритму, виділяти базисні знання та вміння учнів, пропонувати вивчити різні методи розв'язання вправ, нові вправи, використовуючи матеріали з журналів, збірників задач і т.п.;
– навчати студентів розв'язувати визначені методичні проблеми, які виникають в учбовому процесі (наприклад, вчитель намітив деякий шлях розв'язання задачі, а учні пропонують зовсім інший, якою може бути реакція вчителя; знайти помилки у висловлювані учнів);
– при розв'язанні вправ особливу увагу приділяти пошуку розв'язку, у явному виді виділяти ті міркування, які висувались учнем до розв'язання, пропонувати студентам задавати друг другу "добре" питання, яке спрямовує думку у відповідному напрямку.

При такому підході надзвичайно актуальним має бути процес індивідуалізації навчання студентів за допомогою якого можна управляти навчанням. Індивідуалізацію навчання доцільно починати задовго до педагогічної практики і після вивчення загального курсу методики викладання математики та починати з виявлення спеціальних знань шкільного курсу математики та методичних вмінь шляхом тестування.

Аналіз результатів тестування дає змогу виділити чотири групи студентів:

1) перша група об'єднує студентів з високими математичними і методичними вміннями;
2) друга група – студенти, які мають високі математичні вміння та виражені методичні;
3) третя група – студенти, які мають високі методичні вміння та менш виражені предметні;
4) четверта група – з низькими знаннями теорії та методики шкільної математики.

Домінуючим методом індивідуальної методичної підготовки є система тем індивідуальних завдань, які пропонуються для самостійного вивчення. Самостійні роботи, різні за змістом, степеню складності, методами та прийомами виконання, виконують всі студенти у кожному семестрі вивчення курсу шкільної математики та методики її викладання.

Аналіз результатів проходження педагогічної практики показав, що при такому підході педагогічна діяльність студента мала творчий, пошуковий характер, спрямований на індивідуальний підхід до навчання учнів, активізацію розумової діяльності та розвитку кожного учня.

Такий, або близький до нього, підхід до методики проведення практикуму з шкільної математики є ефективним та доцільним для використання у практиці роботи педагогічного вузу.

Проілюструємо сказане прикладом вивчення студентами теми "Обернені тригонометричні функції". З початку зупинимось на тій підготовчій роботі, за допомогою якої визначимо методику вивчення студентами теми на заняттях з шкільного курсу математики. З початку визначимо місце теми у шкільному курсі математики, вимоги програми, обов'язковий мінімум засвоєння теми учнями, типи завдань з теми у підручнику "Алгебра і початки аналізу, 10–11". Обернені тригонометричні функції розглядаються у темі “Тригонометричні рівняння та нерівності”, основною метою вивчення якої є формування у учнів вмінь розв’язувати тригонометричні рівняння та нерівності. Звідси витікає, що учні повинні засвоїти – це знання, смисл символів “arcsin*a*”, “arccos*a*”, вміти находити значення обернених тригонометричних функцій (у окремих часткових випадках на основі знань значень тригонометричних функцій деяких чисел, за допомогою калькулятора).

Слідує мати на увазі, що тема має великі дидактичні можливості для розвитку логічної культури учнів, математизації та повторення багатьох розділів математики. При цьому можна обмежитись тільки вправами, які не потребують виконання складних перетворень. Навряд є розумним при роботі з “сильними” учнями (індивідуально, на гуртках, факультативах) не використати ці можливості.

Визначаючи зміст та методику вивчення обернених тригонометричних функцій на шкільному курсі математики слідує також прийняти до уваги деякі методичні зауваження:

– у шкільному курсі математики ввести обернені тригонометричні функції можливо або як розв’язок відповідного тригонометричного рівняння, або як функції оберненої до відповідної тригонометричної функції на проміжку існування оберненої функції;
– для того, щоб відшукати значення обернених тригонометричних функцій потрібно знання формул:
  $\arcsin(-a)=-\arcsin a$, $\arccos(-a)=\pi-\arccos a$,
  $\operatorname{arctg}(-a)=-\operatorname{arctg} a$;
– у теперішній час у школі широко використовується мікрокалькулятор, який є основним засобом обчислень.

З урахуванням цих зауважень визначимо таку методику вивчення теми студентами:

1. Обговорюємо основні теоретичні та деякі методичні положення: поняття функція, обернена до даної, зв’язок між графіками, властивостями взаємно-обернених функцій, два способу введення обернених функцій.

2. Розглядаємо означення обернених тригонометричних функцій, їх графіки та властивості, смисл означень arcsin*a*, arccos*a*, arctg*a* і arcctg*a*, находження значень обернених тригонометрич-

них функцій за допомогою мікрокалькулятора, обговорюємо думки відносно способів введення у школі понять обернених тригонометричних функцій;

3. Всі пропоновані завдання та вправи природно умовно розіб'ємо на три рівня складності:

– вправи, за допомогою яких перевіряємо, як студенти засвоїли базисні поняття теми, вони же дають можливість показати студентам, як можна організувати роботу з "сильними" учнями для початкового засвоєння ними основних понять;

– вправи, які формують деякі алгоритми, володіння якими забезпечує можливість розв'язувати досить широкий клас задач з теми;

– вправи творчого характеру, такі для розв'язку яких потрібно знайти новий шлях, який спирається на засвоєні знання і алгоритми.

Багатьом вправам корисно придавати методичну спрямованість.

Наведемо приклад одного з можливих рівнів:

1 рівень.

1) Які з висловлень є істинними? Якщо висловлення хибне, то у чому помилка?

а) $\sin 5\pi/6=½$, тому $\arcsin ½=5\pi/6$

б) $\arcsin ½=13\pi/6$, оскільки $\sin13\pi/6=½$

в) $\arcsin a$ – це число, сінус якого дорівнює a.

2) Обчислити:

а) sin(arcsin0,8);

б) sin(arcsin3);

в) cos(arcsin0,6);

г) tg(arcsin12/13);

д) arcsin(sin0,25);

є) arcsin(sin2,3);

ж) arcsin(sin4,3);

з) arcsin(cos0,7).

Розв'язок завдань типу д),є) з студентами представляє інтерес, оскільки дає можливість вияснити, чи розуміють вони поняття.

У випадку невірної відповіді доцільно пропонувати студентам подумати чи вірно твердження: $\arcsin(\sin x)=x$ для будь-якого x.

3) Побудувати графік функції $y=\arcsin(\sin x)$.

4) Записати формулою функцію, обернену до функції $y=\sin x$ на $[\pi/2;3\pi/2]$, використовуючи смисл означення $\arcsin a$.

5) Побудувати графік функції:

а) $y=\sin(\arcsin x)$;

б) $y=\cos(\arcsin x)$.

6) Довести тотожності:

а) $\arcsin(-x)=-\arcsin x$;

б) $\arccos(-x)=\pi-\arccos x$;

в) $\arcsin x+\arccos x=\pi/2$

Можна пропонувати студентам такі методичні завдання: учень, який розв'язує приклад а) довів, що $\sin(\arcsin(-x))=$ $=\sin(-\arcsin x)$. Чи досить цього, щоб зробити висновок про істинність першої формули? Чим треба доповнити проведені міркування для того, щоб забезпечити повноту доведення?

При розгляданні завдань пропонувати використовувати графіки відповідних функцій для доведення тотожностей.

7) Знайти область визначення функцій:

а) $y=\arcsin(x-2)$;

б) $y=\arccos(x^2-4x+2)$.

8) Скільки розв'язків має рівняння:

а) $\arccos x=2^x$;

б) $\arcsin x=x^2-1$;

в) $\arccos x=a$

при різних значеннях параметра a?

При розв'язку цих завдань зручно використовувати графіки відповідних функцій.

9) Розв'язати рівняння та нерівності:

а) $(\arcsin x)^2-4\arcsin x=0$;

б) $\arcsin x+\arccos x=\pi$;

в) $\arcsin(x+1)+\arcsin(y-1)=\pi$;

г) $\arcsin x<\arcsin(1-x)$;

д) $\arccos 2x>\arccos(x+1)$.

ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Н.В. Ванжа
г. Полтава, Полтавский кооперативный институт

Совершенствование форм и методов самостоятельной работы студентов является, в настоящее время, одним из основных путей повышения эффективности подготовки специалистов. Планируя самостоятельную работу студентов, преподаватель должен учитывать их индивидуальные отличия: психофизиологические особенности, уровни обученности и обучаемости, интересы и потребности и т.д.

В психологии выделяют следующие виды дифференциации обучения:

а) темповая дифференциация, которая учитывает свойства нервной системы, проявляющиеся в скорости мышления, обучаемости, способности напряженно работать;

б) профильная дифференциация, отражающая специфику познавательных интересов учащихся;

в) уровневая дифференциация, в основе которой лежит учет уровня обученности студента и уровня его притязаний.

Темповая и уровневая дифференциации должны найти свое отражение в практике организации самостоятельной работы студентов при изучении математических дисциплин.

Первым этапом реализации дифференцированного подхода является диагностика уровня обученности студентов путем входного тестирования. Входное тестирование решает следующие задачи: 1) определение уровня исходных знаний и способностей студентов для дифференциации обучения; 2) выявление одаренных, творчески мыслящих студентов, способных заниматься научной работой; 3) выявление студентов, имеющих серьезные пробелы в знаниях.

В Полтавском кооперативном институте входное тестирование является обязательным учебным мероприятием. Преподаватели математики включают в тестовое задание вопросы трех уровней, в зависимости от навыков, необходимых для их решения.

Таблица 1.

Соотношение вопросов в тесте

Уровень вопросов	Знания, навыки, умения	Удельный вес, %
I	Простейшие вычислительные навыки, знание основных формул, умение использовать их в простейших задачах	30
II	Умения решать задачи базового школьного уровня	60
III	Умения решать нестандартные задачи, задачи на сообразительность	10

Студенты, не справившиеся с заданием I уровня, нуждаются в срочной помощи, поэтому очень важно выявить их своевременно. Для этих студентов составляются программы реабилитации, организуются дополнительные занятия, что позволяет им быстрее адаптироваться к условиям обучения в вузе.

Часто в группе есть 1–2 человека, которые заметно отличаются от основной массы студентов серьезным отношением к учебе, развитым творческим мышлением, нестандартным видением проблем. Тестирование позволяет с первых дней «вычислить» таких студентов. Для них необходимо готовить задания, позволяющие задействовать в полной мере их интеллектуальный и творческий потенциал.

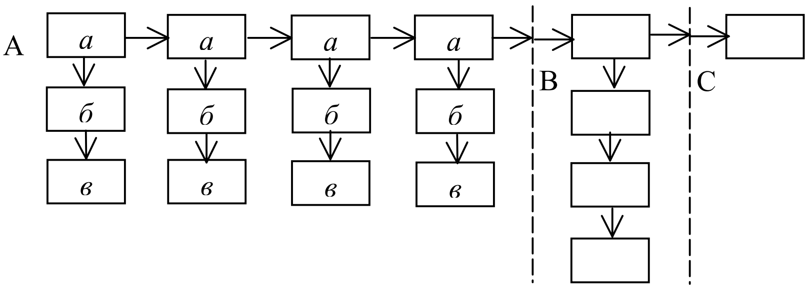
Этих студентов целесообразно привлекать к работе в качестве ассистента преподавателя на практических занятиях. Студенты получают помощь, отличники глубже усваивают материал, одновременно зарабатывая авторитет.

В целом результаты входного тестирования преподаватель использует для дифференциации самостоятельной работы студента, а также для дозирования помощи при ее осуществлении.

При проведении практических занятий по высшей математике мы использовали специально подготовленный раздаточный материал – карточки с заданиями для обучающей самостоятельной работы. Эти карточки имеют разветвленную структуру и позволяют студенту продвигаться вперед в свойственном ему темпе и достигать уровня знаний, соответствующего его возможностям и потребностям.

Схема 1.

Структура карточки для самостоятельной работы



Задачи *а*, *б*, *в* блока А носят дублирующий характер. Уровень сложности от задачи к задаче повышается незначительно. Задачи *б* и *в* предназначены для средних и слабых студентов. Студенты, справившиеся легко с заданием 1 *а*) могут переходить непосредственно к 2 *а*) и так далее. Горизонталь 1 – 2 – 3 – 4 содержит задачи разных типов, уровень сложности здесь может повышаться существенно. Блоки А, В, С соответствуют базовому, расширенному и углубленному уровням знаний. Слабые студенты решают большое количество простых задач, овладевая уровнем А. Средние и сильные студенты самостоятельно выбирают свой путь продвижения вперед (например, 1 *а*, 2 *а*, 2 *б*, 3 *а*, 4 *а*, 4 *б* или 1 *а*, 2 *а*, 3 *а*, 4 *а*) и быстро достигают уровня В и возможно С. Преподаватель, используя результаты входного тестирования, должен контролировать и корректировать выбор студента.

Образец задания для обучающей самостоятельной работы.

Тема: Предел функции

Найти пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{3x+5}{x-5}$ 2) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x+2}$ 3) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-3x^2+3}{x^2-3}$

4) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-9}$ 5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-6x+8}{x^2-8x+12}$ 6) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{5x-2x^2-2}{2x-1}$

7) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{1+x-3x^3}{1+x^2+3x^3}$ 8) $\lim\limits_{x\to \pm\infty}\dfrac{7x^2+10x+20}{x^3-10x^2-1}$ 9) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^5-2x^4+4}{2x^4+3x^2+1}$

10) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$ 11) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}{x^2-4}$

12) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{\sqrt{x+2}-2}$ 13) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{8x^3-1}{6x^2-5x+1}$

14) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-3x+2}$ 15) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$

16) $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+3}-x}$ 17) $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\sqrt{x^2+ax+b}-\sqrt{x^2+cx+d}\right)$

Ко всем задачам даются ответы для самоконтроля.

Работа студентов, выполнивших задания уровней В и С, оценивается на занятии.

Помощь преподавателя при осуществлении самостоятельной работы также дифференцируется. Это может быть ссылка на формулу, которую можно использовать, или непосредственное ее напоминание; указание на прием или метод решения, отсылка к лекционному материалу или разбор задания на доске и т.д.

Часть заданий для проверки правильности выполнения решается на доске. При решении задач из блока А возле доски работают средние и слабые студенты, из группы В – сильные и средние.

Дифференцированный подход к осуществлению самостоятельной работы позволяет реализовать принцип гуманизации образования. Такая система организации самостоятельной работы предоставляет каждому студенту возможность работать в наиболее приемлемом для него режиме, что способствует максимальному развитию его способностей, интеллекта, интуиции.

ГЕОМЕТРИЧНИЙ МАТЕРІАЛ ЯК ЗМІСТОВА ОСНОВА СПІЛКУВАННЯ УЧНІВ НА УРОЦІ

Л.С. Голодюк
м. Кіровоград, Загальноосвітня школа І–ІІІ ступенів №20

Реформування загальної середньої освіти передбачає реалізацію принципів гуманізації освіти, методологічну переорієнтацію процесу навчання на розвиток особистості учня. В зв'язку з новими завданнями школи стають все більш відчутними недоліки процесу організації навчання (репродуктивний характер діяльності учнів, стандарти у проведенні уроків, перебільшення ролі опитування в навчальному процесі), і як наслідок, пасивність учнів, слабкий вплив на розвиток особистості, зниження інтересу до навчання.

Результати анкетування вчителів математики Кіровоградської області виявили, що 92% всіх опитах вважають: учням простіше вивчати алгебру, ніж геометрію. Однією із причин такого вибору є алгоритмічний підхід до вивчення даного предмета. При розв'язуванні геометричних задач учням потрібне вміння творчо мислити. Отже, сьогодні вчитель повинен бути готовим не передавати учням свої знання, а навчити самостійно здобувати. А це можливо тільки за умов творчої співпраці учнів і вчителя, коли учень свідомо, активно і самостійно здобуває знання, а вчитель удосконалює форми, методи і прийоми викладання. Пошуки шляхів удосконалення організації навчального процесу висунули на передній план **диференційований підхід** до навчання.

Проблема диференційованого підходу навчання не є новою. Але пошуки в цій області пов'язані з необхідністю продовження в новій освітній ситуації розвитку теоретичних і практичних досліджень основних положень даної технології.

Під **диференційованим навчанням** слід розуміти таку спеціально організовану пізнавальну діяльність учнів на уроці, яка, враховуючи індивідуальні відмінності, спрямована на оптимальний інтелектуальний розвиток кожного учня й передбачає структурування змісту навчального матеріалу, добір форм, прийомів і методів навчання відповідно до типологічних особливостей учнів [1]. Отже, диференційоване навчання – це навчання у групах, які формуються за певними спільними ознаками. Наприклад, сформувати групи можна за рівнем навчальних досягнень: А група – учні з початковим та середнім рівнями навчальних досягнень; Б група – учні з достатнім рівнем; В група – учні з високим рівнем навчальних досягнень.

Навчання в групах створює умови для спілкування учнів. Одна з головних особливостей підліткового періоду – підвищений інтерес до спілкування зі своїми ровесниками, орієнтація на вироблення групових норм і цінностей. У підлітка з'являється незадоволення від того, що він у спілкуванні з дорослими нерідко опиняється у позиції підлеглого. Тому для нього зростає значимість спілкування з однолітками, де немає наперед заданої нерівності. Положення підлітка серед ровесників задовольняє його вимоги, потреби бути рівними [2]. При спілкуванні з однокласниками учень може виступати в двох ролях: як вчитель і як учень, що накладає на учня відповідальність різного роду.

Структура спілкування згідно класифікації Л. Фрідмана складається з трьох взаємнозв'язаних компонентів:

1) комунікативного (обмін інформацією між учнями в процесі спілкування);
2) інтерактивного (організація взаємодії між учнями);
3) перцептивного (процес взаємного сприймання партнерів по спілкуванню і встановлення на цій основі емоційного ставлення один до одного) [3].

Спілкування є важливим засобом спільної діяльності учнів. В умовах спілкування школярі глибоко аналізують матеріал, всебічно розглядають досліджуваний процес, виділяють його найбільш істотні характеристики, які необхідні для розв'язування геометричних задач.

Задачі з геометрії дають великі можливості для творчості учня і вчителя. При розв'язуванні задач на обчислення можна використовувати індивідуальну і парну роботу учнів при завершенні якої учні виконують взаємоперевірку і самооцінку. Вміння перевірити себе і товариша, проаналізувати свої наслідки своєї роботи, зробити з цього висновки належить до найважливіших навчальних умінь.

При спілкуванні у системі "учень–учень" або "учень–група" можна створити наближений алгоритм спілкування при розв’язуванні геометричних задач:

1) обговорити і виділити, що дано;
2) обговорити, яким буде малюнок до задачі;
3) з’ясувати, що необхідно знайти;
4) обговорити способи розв’язання, вибрати раціональний (учень, який не згодний з рішенням групи, розв’язує задачу своїм методом);
5) розв’язування задачі;
6) обговорення та порівняння результатів.

Для успішного спілкування на уроках учням слід засвоїти аксіому спілкування:

“Будь терпимим та поважай погляди і думки своїх товаришів!”

Зразком може стати культура спілкування учителя, яка ґрунтується на засадах:

– поваги до поглядів і думок учнів (будьте терпимі, пам’ятайте, що ви маєте справу з дитячими вчинками, з дитячим світом думок і поглядів);

– вмінь зрозумінь і відчуттів, що учневі під силу, а що ні;

– вмінь помічати найменші успіхи учнів;

– готовності завжди співпереживати досягненням і невдачам своїх дітей.

Література

1. Володько В.М. Індивідуалізація й диференціація навчання: понятійно-категорійний аналіз // Педагогіка і психологія. – 1997. – №4. – С. 9-17.
2. Развитие творческой активности школьников / Под ред. А.М. Матюшкина. – М.: Педагогика, 1991. – 160 с.
3. Фридман Л.М. Педагогический опыт глазами психолога. – М.: Просвещение, 1987. – 223 с.

САМОСТІЙНА РОБОТА СТАРШОКЛАСНИКІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ

С.М. Григулич, В.О. Швець
м. Київ, Національний педагогічний університет
ім. М.П. Драгоманова

Навчити старшокласників самостійно здобувати знання – завдання загальнопедагогічне, надзвичайно важливе і нелегке. Його мають розв'язувати всі вчителі-предметники, в тому числі і математики теж. Кожен педагог розв'язує таке завдання своїми методами, способами, прийомами. Зупинимось коротко на власному досвіді такої роботи, одержаному в ході експериментального дослідження. Фрагментарні ілюстрації проводяться на прикладі вивчення теми "Поняття похідної" (10 клас).

Як відомо, зміст і структуру освіти визначають її цілі. Вони ж спрямовують педагогічний процес, впливають на вибір форм, методів і засобів навчання. Тому вивчення навчального матеріалу кожної конкретної програмної теми необхідно розпочинати, насамперед, з їх конкретизації, яка є нічим іншим як формуванням триєдиної мети вивчення певної навчальної теми. Здійснює цю дію вчитель, керуючись відомою методикою. Таким чином мету вивчення теми «Поняття похідної» можна, наприклад, сформулювати так:

а) (розвиваюча) розвивати в учнів теоретичне мислення, самостійність у навчанні, культуру усної та письмової мови, вчити помічати і застосовувати аналогію, порівняння, роботи узагальнення і формулювати висновки;

б) (виховна) виховувати в учнів самодисципліну, відповідальне ставлення до навчання, творчу активність;

в) (дидактична) учні повинні засвоїти поняття похідної, навчитися, користуючись означенням, обчислювати похідні елементарних функцій.

Варто зауважити, що освітні цілі різних рівнів будуть конкретизуватися під час вивчення даної теми в цілях конкретних уроків. Їх вчитель доводить до відома учнів, робить все, щоб вони стали їх власними. Оскільки виховні та розвиваючі реалізовуватимуться не одним уроком, а системою уроків, то записувати їх до кожного не варто, достатньо обмежитися записом лише до навчальної теми. Знайомити учнів з такими цілями – не обов’язково. Відбулося, таким чином, цілепокладання самостійної діяльності учнів.

Вивчення матеріалу даної навчальної теми, як і будь-якої іншої, обов’язково повинно супроводжуватися формуванням у старшокласників умінь самостійної діяльності в навчанні. Учні мають вчитися планувати свою навчальну роботу, виділяти головне в матеріалі, що вивчається, здійснювати пошук раціональних шляхів учіння, критично оцінювати досягнуті результати, обґрунтовувати і доводити твердження, проводити чіткі узагальнення, формулювати висновки і таке інше. Адже для успішного оволодіння сучасним змістом шкільної математичної освіти стає необхідністю підвищення ефективності процесу навчання саме завдяки активізації самостійної діяльності учнів. А тому виникає потреба у чіткій і системній організації їх самостійної роботи.

Наступна дія – складання тематичного плану, планування самостійної роботи учнів. Щоб її успішно виконати доцільно спочатку проаналізувати навчальний матеріал теми, виділити в теоретичному матеріалі елементи знань, скласти його структурно-логічну схему, з’ясувати, які з виділених елементів вивчатимуться учнями самостійно.

Так, виконавши логіко-дидактичний аналіз навчального матеріалу теми «Поняття похідної» отримуємо як результат наступний перелік елементів знань:

Зона 2 (Зона актуально контрольованого матеріалу)	Зона 1 (Зона актуально засвоюваного матеріалу)
а) абсолютна похибка;	1) границя функції в точці;
б) точність наближення;	2) привила обчислення границь;
в) миттєва швидкість;	3) приріст аргументу;
г) лінійна функція $y=kx^2$;	4) приріст значення функції;
д) модуль числа.	5) січна до графіка функції;
	6) $K = tg\alpha = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$;
	7) правило обчислення миттєвої швидкості $V_t = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$;

8) дотична до графіка функції;

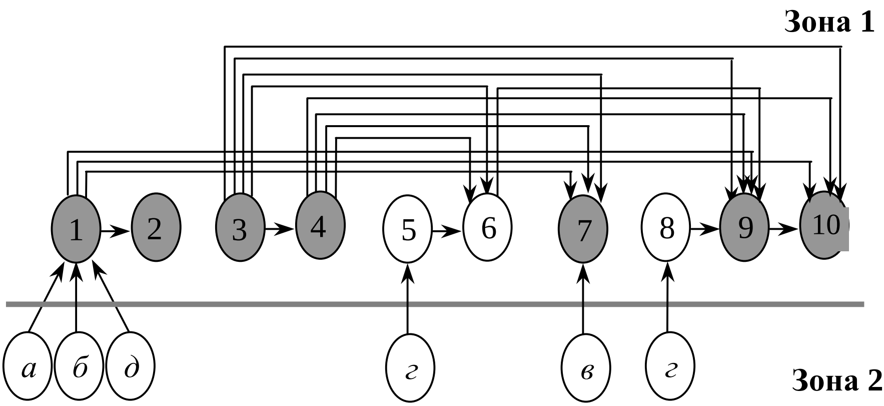
9) правило обчислення кутового коефіцієнта дотичної до графіка функції $y=f(x)$, $K=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$;

10) означення похідної.

Поряд з елементами знань даної теми (зона 1) варто розглянути елементи знань, що використовуватимуться при вивченні нових понять, тверджень, способів дій як опорні, раніше вивчені, відомі учням факти (зона 2).

Проаналізувавши взаємозв'язок елементів знань як зони 1, так і зони 2, отримуємо таку структурно-логічну схему даної теми (схема 1) :

Схема 1.



Світлими кружечками на схемі позначені ті елементи знань, які учні спроможні засвоїти самостійно.

Засвоєння нових знань є успішним, а самі знання більш міцними тоді, коли опорні знання і способи дій попередньо добре актуалізуються. Відповідно, виникає потреба в запитаннях на повторення. Враховуючи зміст елементів знань зони 2 даної теми та зв'язки між ними і елементами зони 1, формулюються наступні запитання на повторення (контрольні запитання) :

1. Що означає запис $f(x)\to L$ при $x\to a$? (вміти пояснити на прикладі)

2. Сформулювати основні правила обчислення границь.	(знати правила)
3. Що називається модулем числа?	(знати означення та вміти ілюструвати на прикладах)
4. Що називається абсолютною похибкою?	(знати означення та вміти ілюструвати на прикладах)
5. За яким алгоритмом обчислюється миттєва швидкість?	(знати формулу $V_t = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$)
6. За яким алгоритмом обчислюється кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $y=f(x)$?	(знати формулу $K = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$)
7. Дати означення похідної функції в точці.	(знати означення та вміти записувати в прийнятих позначеннях)

Аналогічно формулюються запитання відповідно до змісту елементів знань зони 1. Складання таких запитань для попередньої перевірки дозволить практично в кожній темі, що вивчається, здійснити глибоке, цілеспрямоване повторення, а в кінці теми – тематичну атестацію.

Наступним кроком є складання тематичного плану, загальна схема якого відома (приводити не будемо). В плані необхідно чітко виділити що вивчатиметься при безпосередньої участі вчителя, що самостійно в класі і вдома. Крім цього, варто проаналізувати масив завдань підручника на вказану тему, розбивши їх на блоки. В перший блок включаємо, наприклад, завдання на поняття границі функції в точці та правила обчислення границь. В наступний – завдання на формування вмінь і навичок знаходження приросту аргументу і приросту значення функції, миттєвої швидкості і т.д. Серед завдань мають бути як завдання обов’язкового, так і підвищеного та поглибленого рівнів. Це дасть змогу здійснювати рівневу диференціацію в навчанні. В кожному блоці виділяються завдання, які розв’язуватимуться в класі колективно (як зразки), решта – самостійно. Контроль за їх виконання варто здійснювати, заповнюючи таблиці (див. таблицю 1).

Таблиця 1

Масив задач з теми “Поняття похідної” (фрагмент)

Список учнів класу	Завдання											
	Блок № 1				Блок № 2				Блок № 3			
	1	2	1	…	1	2	3	…	1	2	3	…
1. …	+	+	+	--	+	-	-	---	+	-	+	--
2. …	+	+	+	---	+	+	+	---	+	+	+	

Умовні позначення: “-” – завдання не розв’язане учнем; “+” – завдання розв’язане; 3 – завдання, яке розв’язано в класі колективно (як зразок).

Успіх будь-якої самостійної роботи, як відомо, багато у чому залежить від того, як виконавець її вміє організовувати свою діяльність. Тому учням доцільно розкрити зміст основних видів самостійної діяльності при вивченні математики і показати можливі способи її організації. Якщо це зроблено, то, повідомляючи учням масив задач у вигляді блоків, контрольні запитання визначаємо на кожний урок кожному учню вид самостійної роботи. Таким чином, з’являється план самостійної роботи учнів з теми “Поняття похідної” (див. таблиця 2).

Таблиця 2

Список учнів класу	Навчальна тема: “Поняття похідної”			
	Номери уроків			
	1. (I)	2. (II)	3. (III)	4. (IV)
1.				
2.				
3.				
4.				
…				

Умовні позначення в таблиці 2.

Види самостійних робіт:

а) за дидактичною метою;

(I) – самостійні роботи на повторення знань.

(II) – самостійні роботи, що пов’язані з набуттям нових знань.

(III) – самостійні роботи, що спрямовані на закріплення знань.

б) за ступенем самостійності учня;

– самостійна робота за зразком; – варіативна;

– реконструктивна; – творча.

Перший рядок у списку учнів – оволодіння теоретичним матеріалом, другий – розв’язування задач.

Ефективність самостійних робіт, формування навичок самостійної діяльності багато в чому залежить від своєчасного аналізу результатів роботи, коли в учня ще не закінчився процес коректування особистих знань. Такий аналіз має не просто констатувати кількість помилок, а давати змогу до кінця з’ясувати суть помилок з тим щоб їх потім виправити.

Із вищесказаного випливає, що самостійна робота учнів як діяльність, має бути в полі зору вчителя під час формування освітніх цілей, здійснення логіко-дидактичного аналізу навчального матеріалу теми, складання тематичного плану, вивчення теоретичних знань, розв’язування задач, контролю і оцінці результатів навчання. На кожному з цих етапів має бути присутній учень. Тільки тоді він опанує самостійною роботою як видом діяльності, як методом навчання.

СИСТЕМА НАВЧАЛЬНИХ САМОСТІЙНИХ РОБІТ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Р.Л. Дітчук, І.О. Шипова
м. Дрогобич, Дрогобицький державний педагогічний університет
ім. І.Я. Франка

Всі реформи, яких зазнавала наша школа з 30-х років XX ст., не зачіпали основ традиційного гербартиансько-колективістського навчального процесу, що і зараз здійснюється за схемою: "вчитель навчає – учні вчаться – вчитель відповідає за їх навчаність". Нинішня реформа в галузі освіти передбачає в кінцевому результаті (на нашу думку, це повинно статися вже в недалекій перспективі) корінну зміну навчального процесу в школі.

Згідно Концепції реформи, школа повинна готувати підростаюче покоління до життя, в школі діти мали б навчатися не абстрактним, в одірваним від дійсності знанням, а тому, що їм буде потрібно в майбутньому реальному житті. Цінними рисами характеру і якостями розуму, що дуже потрібні людині і життєвих обставинах, є самостійність, здатність робити оптимальні вибори, здатність відповідати за свої вчинки. Щоб сформувати такі якості впродовж тривалого періоду, потрібно змінити навчальний процес. Його схема могла бути хоча б такою: "вчитель навчає – учні вчаться – вчитель індивідуально ставить проблеми (завдання, проекти) – учень самостійно їх виконує – учень відповідає за свою навченість". Це дало б змогу: а) різко збільшити роль самої дитини у виборі прийнятної для неї системи знань і рівня її засвоєння; б) активізувати навчальну самостійну діяльність школярів на уроках і в позаурочний час; в) забезпечити набуття індивідуального досвіду самою дитиною; г) встановити відповідальність школярів за наслідки своєї учбової діяльності.

Самостійність формується під час самостійної діяльності. Школяр у процесі навчання на уроках повинен систематично самостійно вчитися. Вчитель просто зобов'язаний організовувати навчальний процес, в якому постійно проходить самостійна навчальна діяльність школярів. Разом з тим, ми вважаємо, що самостійне учення школярів з математики організовується переважно вже після їхнього навчання в процесі пояснення вчителя і виконання ними домашнього завдання, тобто тоді, коли в учнів сформовані, хоч би на формальному рівні, математичне поняття і вивчення їх перші властивості.

Під навчальною самостійною роботою на уроці будемо розуміти метод навчання, в якому переважає індивідуальна самостійна діяльність школяра, що здійснюється за наперед заготовленими завданнями під керівництвом вчителя і, в разі потреби, з його невеликою допомогою.

Сформулюємо ряд вимог до організації навчальних самостійних робіт на уроках математики.

1. Кожна навчальна самостійна робота будується, виходячи з мети уроку і потреб формування навчально-пізнавальної діяльності учнів.

2. Самостійні роботи повинні бути переважно навчальними, а не контролюючими, тобто метою роботи є навчання школярів, а не контроль знань та вмінь. Це сприяє більшій свободі дій учнів під час виконання роботи.

3. Завдання повинні ставитися так, щоб учні сприйняли його як власну пізнавальну мету і активно намагалися досягти її. Це створює мотив діяльності школярів.

4. При організації самостійної роботи враховуються індивідуальні особливості дітей. З цієї причини завдання на самостійну роботу повинне бути здебільшого індивідуальними, а не спільними для всіх учнів. Якщо завдання індивідуальне, то дії і мислення учня не залежать від дій його товаришів, він знаходиться в автономних умовах зростає його активність бо відсутня установка на спільну роботу, дитина працює у відповідності з природним темпом роботи. Нами давно помічено, що коли ті, що вчаться, працюють за індивідуальними завданнями, то їх навчальна активність різко зростає.

5. Учень не мусить виконувати всі задачі одержаного завдання і не повинен наводити розв'язання кожної задачі.

6. Управління пізнавальною діяльністю учнів вчитель здійснює вербальними, дидактичними або технічними засобами.

Зворотній зв'язок від учнів класу, зайнятих самостійною роботою, вчитель одержує, перебуваючи весь час серед них і постійно проводячи спостереження: одним він підказує, інших консультує, за третім слідкує, когось похвалить, комусь зверне увагу і т.д.

Кожна навчальна самостійна робота триває від 15 до 45 хвилин уроку.

Разом з тим самостійну роботу ми трактуємо значно ширше – як самостійне виконання школярем великого завдання, що має єдину мету і потребує значних пізнавальних або практичних зусиль з боку виконуючого. Таке завдання має назву проекту. Завданнями-проектами можуть бути розв'язання системи типових (базових) задач (в кількості 15-20) із значної теми, побудови серії графіків функцій, встановлення властивостей математичного поняття, складання опорного конспекту значної теми тощо. Розширена самостійна робота (виконання проектів) може тривати 2-3 уроки і завершуватись в позаурочний час. За виконаний проект учень звітується перед вчителем і товаришами по класу. Звіти можуть проходити в різній формі: учні відмічають у вивішаній на стіні класу таблиці номери розв'язаних задач напроти свого прізвища, як це робив В.Ф. Шаталов, урочистий захист виконаного завдання перед учнями класу, перевірка комісією, в яку входять вчитель і декілька учнів, представлених проектів тощо. Захищені проекту оцінюються, і оцінка є своєрідним допуском до модульно-тематичної атестації.

В педагогіці відомий принцип позитивного емоційного фону навчання. Оскільки навчання перестає бути авторитарним, то цей принцип набиратиме все більшого значення.

Суть його полягає в тому, що робота, якою людина захоплена, виконується нею швидше і дає кращий результат. І, навпаки, робота, яка супроводиться негативними емоціями, не мобілізує сили, а пригнічує їх і тому є мало ефективною. Без натхнення, писав В.О. Сухомлинський, навчання перетворюється для дітей в муку.

Процес навчання, який в сучасній школі в основному впливає на мислення і пам'ять дітей, повинен також сильно діяти на їх почуття і уяву. Для цього в методиці математики застосовують, так званий, ефект яскравої плями: використання вчителем кольору, несподіваних прийомів, цікавих повідомлень, задач з цікавої математики тощо. В цьому ж ключі можуть використовуватись різні і різноманітні, доцільно підібрані методи навчання.

Виходячи з принципу позитивного емоційного фону навчання, скажемо, що навчальні самостійні роботи, які застосовує вчитель математики на уроках, повинні бути різними і різноманітними.

Аналіз педагогічної літератури, яка стосується самостійних робіт на уроках з різних предметів, опрацювання методичних джерел з питань ефективності навчання математиці, власний досвід роботи дають можливість описати основні види навчальних самостійних робіт, які застосовуються на уроках математики.

1. Тренувальні роботи за зразком.

Використовуються для закріплення знань і відпрацювання вмінь розв'язувати задачі певного типу.

Загальна схема такого виду роботи: розв'язується фронтально задача, яка служить зразком, аналогічну або подібну задачу учні розв'язують самостійно.

Змінювати будову самостійної роботи можна, виходячи із різних прийомів пред'явлення задачі-зразка: зразок залишається на дошці, запис зразка витирається, розв'язання задачі-зразка проводиться в розгорнутому виді, у згорнутому виді, дається лише план розв'язання.

В залежності від способу пред'явлення зразка, від того, як його сприймають учні, маємо різні можливості побудови цього виду робіт.

Розв'язання задачі-зразка виконується	Це розв'язання		Учні
1.1. вчителем; 1.2. учнем	2.1. в розгорнутому вигляді; 2.2. в згорнутому вигляді; 2.3. у вигляді плану або схеми.	3.1. залишається на дошці; 3.2. витирається; 3.3. є в посібнику чи дидактичній картці.	4.1. вивчають і записують зразок у зошитах; 4.2. розгортають розв'язання задачі-зразка; 4.3. згортають розв'язання задачі-зразка; 4.4. розв'язують за-

			дачу-зразок на основі поданого плану; 4.5. усно вивчають зразок і переносять спосіб розв’язання на аналогічну задачу.

2. Напівсамостійні роботи.

Ці роботи займають проміжне місце між фронтальною формою роботи і методом самостійної роботи.

Схема організації напівсамостійних робіт: план розв’язання задачі знаходиться колективно під керівництвом вчителя, а саме розв’язання здійснюється учнями самостійно.

І тут є різні можливості побудови роботи: план розв’язання задачі, наприклад, може бути знайдений вчителем в ході показових, відкритих міркувань, може бути знайдений одним або кількома учнями або колективно багатьма учнями. Одержаний план розв’язання задачі можна записати на дошці або обмежитися усним повторенням і т.д.

Такий вид роботи корисно використовувати при опрацюванні задач, розв’язання яких приводить до одержання нових знань або нових способів дій.

3. Пошукові роботи із вказівками

Використовуються для розв’язання пізнавальних задач, що містять нові знання для дітей, в результаті розв’язання цих задач вони відкривають для себе нову інформацію.

Учням пропонується завдання, що містить 3-4 більш складні задачі. Бажано, щоб завдання було однаковим для всіх учнів класу. Учні пробують розв’язувати задачі самостійно, звертаються до вчителя за допомогою і одержують її у вигляді підказок, вказівок або рекомендацій.

4. Варіативні роботи.

Це роботи, які виконуються за варіативними завданнями, тобто такими завданнями, в яких змінюється умова, вимога або умова і вимога задачі одночасно.

Прикладами таких завдань є: 1) як зміниться значення дробу $\frac{a}{b}$, якщо: а) чисельник дробу збільшити в 2 рази; б) знаменник дробу збільшити в два рази; в) чисельник і знаменник дробу збільшити в 2 рази; г) чисельник збільшити в два рази, а знаменник зменшити в 2 рази?

5. Спостереження

Це метод навчання, при якому учень веде спостереження за досліджуваним об'єктом, не втручаючись у його природний стан.

Спостереження організовується для самостійного висловлення учнями догадки про певну математичну закономірність, що має місце в спостережуваному об'єкті. Вчитель вказує учням мету, що і для чого спостерігати, дає певний план спостереження і збору інформації, пояснює, яку роботу потрібно виконати.

Різновидності спостереження: 1) попереднє спостереження перед вивченням нової теми; 2) спостереження в процесі вивчення нової теми, коли учні відкривають і самі обґрунтовують (можливо, за допомогою підручника) нову для них закономірність; 3) узагальнююче спостереження. В цьому випадку розв'язується пізнавальна задача на основі співставлення і порівняння конкретного матеріалу, виділення ознак спільних для різних об'єктів, за якими можна узагальнювати.

6. Дослід (експеримент)

Тут учень втручається в спостережуваний об'єкт, змінюючи певним чином умови чи елементи об'єкту. Під час проведення досліду учні розглядають різні частинні випадки і на основі накопиченої інформації у них виникає догадка – відкриття математичної закономірності. Учні повинні розуміти, що цю догадку потрібно довести або спростувати.

Різновидності досліду: 1) індукція. Наприклад, встановлення формули загального члена арифметичної або геометричної прогресії; 2) широкий дослід – всі учні класу розглядають велику кількість частинних випадків, а результати співпадають.

Досліджувані об'єкти – математичні тексти, малюнки, динамічні моделі.

7. Опрацювання тексту підручника (робота з підручником).

Організовується при вивченні нового матеріалу, при повторенні. Самостійній роботі з підручником передує підготовчий етап, організований вчителем. Тут проводиться мотивація, ставиться мета, дається інструкція і система питань, на які учні повинні відповідати.

Після опрацювання нового матеріалу вчитель організовує перевірку рівня засвоєності його шляхом усного відтворення, відповідей на питання, вміння розв'язувати тренувальні вправи.

Різновидності роботи: 1) опрацювання нового матеріалу за підручниками вдома; 2) те ж на уроці.

8. Оцінка тексту підручника або оцінка розв'язування задачі (коментування).

Суть цього виду самостійної роботи полягає в поясненні учням певного тексту або розв'язання задачі з коментуванням своєї оцінки.

Різновидності роботи: 1) коментування тексту підручника; 2) коментування способу доведення теореми або розв'язання задачі.

9. Складання плану опрацьованого тексту або складання опорного конспекту.

Після пояснення вчителем нового матеріалу або після самостійного опрацювання учнями тексту підручника їм пропонується скласти опорний конспект вивченої теми, схему доведення теореми або план опрацьованого тексту.

Слід мати на увазі, що опорний конспект – це стислий виклад матеріалу даної теми, записаний певними символами і значками, з опорою на другу сигнальну систему, тобто на слово і символ. За таким конспектом, опираючись на засвоєні сигнали, учень може швидко розгорнути доведення теореми чи відтворити вивчений матеріал.

10. Складання задач.

Наведемо декілька прикладів організації такого виду робіт.

1) Зразу після засвоєння учнями математичного поняття або його властивостей вчитель пропонує їм скласти задачі по цьому матеріалу. Розглядаються пропозиції учнів, вибираються найбільш вдалі зразки вправ і переходять до закріплення теорії задачами з підручника.

2) Після закріплення вивченого теоретичного матеріалу задачами вчитель пропонує скласти учням свої задачі по аналогії.

3) В кінці вивчення значної теми можна оголосити конкурс на створення або відшукання оригінальних задач по цій темі.

11. Практичні роботи.

Практична робота – це робота, спрямована на застосування набутих знань в практичній діяльності учня. Під час практичної роботи учні залучаються до виконання вимірювань, обчислень, малюнків фігур, виготовлення нескладних моделей тощо.

Різновидності практичних робіт: 1) розв'язання на уроці задач практичного змісту; 2) виконання вдома завдань практичного змісту з використанням вимірювань, обчислень, креслень; 3) роботи на місцевості (вимірні роботи); 4) графічні роботи (виконання графіків, функцій, малюнків геометричних фігур у паралельній проекції); 5) виготовлення розгорток геометричних тіл та їх моделей.

12. Повторення.

Мета цих робіт – повторити раніше пройдений матеріал. Повторення для учня – це не лише відтворення вже вивченого. Майже завжди повторення включає в себе пригадування, переосмислення знань, їх систематизацію і поглиблення, а значить розвиток мислення.

Різновидності роботи: 1) просте повторення теоретичного матеріалу і розв'язування відомих типів; 2) оглядова робота – розв'язування системи задач по всій темі; повторення теоретичного матеріалу з цієї теми; це повністю самостійне розв'язування вже відомих типів задач; 3) роботи над помилками – взаємоперевірка учнями робіт своїх товаришів, знаходження помилок у софізмах.

13. Узагальнення.

Сюди можна включити як деякі із раніше розглянутих видів робіт, так і нові: 1) складання алгоритму розв'язання класу задач; 2) складання плану, схеми, опорного конспекту; 3) складання узагальнюючих таблиць; 4) класифікація; 5) встановлення загальних зв'язків між вивченим матеріалом.

14. Виконання проектів (творчі роботи).

Під творчою роботою будемо розуміти роботу, виконувану учнем повністю самостійно за складеним ним докладним планом, якщо при цьому учень відкриває або творить щось нове для себе.

Від вчителя учень одержує лише тему роботи або завдання і загальну консультацію по її виконанню. Вчитель, правда, продовжує консультувати учня в процесі виконання творчої роботи, однак, учень повинен скласти план роботи, зібрати матеріал, виконати роботу, оформити і захистити її.

Завдання на творчу роботу мають бути: 1) розв'язання задач підвищеної складності; 2) підбір і розв'язання цікавих задач по темі; 3) новий спосіб доведення теореми і розв'язання задачі; виклад теми на іншій, ніж у підручнику, ідейній основі; 4) реферування математичної статті; 5) створення серії малюнків геометричних фігур із розглядом всіх їхніх властивостей; 6) створення опорного конспекту значної теми; 7) виготовлення наочності, зокрема, комплекту моделей геометричних тіл; 8) тривале спостереження на задану тему, їх опис, виконання замірів і розрахунків; 9) підготовка та участь в математичних шкільній, міській, районній олімпіадах; 10) активна участь в математичному вечорі.

Творча робота виконується впродовж тривалого позаурочного часу. На уроці вчитель роздає теми проектів та інструктує школярів, подальшу роботу вони виконують самостійно вдома.

В педагогіці відома класифікація самостійних робіт за цілями навчання, які ставить вчитель на кожний урок:

а) роботи на актуалізацію знань;

б) роботи, спрямовані на вивчення нового матеріалу;

в) роботи, спрямовані на закріплення одержаних знань, вироблення вмінь розв'язання типових задач;

г) роботи по систематизації і впорядкуванню знань;

д) роботи на поглиблення знань;

е) роботи по розвитку творчого мислення учнів.

Виходячи із вищесказаного, самостійні роботи можна також класифікувати за способами їх організації на уроці або в позаурочний час:

а) роботи, що виконуються під безпосереднім керівництвом вчителя або напівсамостійні роботи;

б) роботи з використанням посібників;

в) роботи, що мають практичний характер ("Практичні роботи");

г) роботи, що виконуються учнями цілком самостійно ("Роботи повністю самостійні");

д) роботи з елементами учнівської творчості ("Творчі роботи").

Ці п'ять груп робіт охоплюють близько 25 видів робіт, розміщених в порядку зростання від найпростіших до творчих.

Між цими двома класифікаціями самостійних робіт існує певний зв'язок, який встановлює найбільш доцільний вибір видів самостійних робіт для тої чи іншої навчальної мети уроку. Враховуючи цей зв'язок, можна побудувати двовимірну класифікаційну модель системи навчальних самостійних робіт на уроках математики.

ПЛАНУВАННЯ ТЕМАТИЧНОГО КОНТРОЛЮ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ АЛГЕБРИ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ

І.А. Дремова, В.О. Швець
м. Київ, Національний педагогічний університет
ім. М.П. Драгоманова

Перебудова навчального процесу відповідно до вимог особистісно-діяльнісного спрямування освіти передбачає докорінні зміни в усіх його ланках, і, зокрема, в контролі результатів навчання. З метою визначення єдиної спрямованості перебудови контролю результатів навчання створені Державні освітні стандарти (проекти), введена в практику 12-ти бальна система оцінювання.

Згідно нових вимог, контроль результатів навчання розглядається, перш за все, як засіб об'єктивної педагогічної діагностики, забезпечення зворотного зв'язку вчителя з учнями у процесі навчання. У центрі уваги контролю результатів навчання стоять питання, ***які*** знання засвоєні (незасвоєні) учнем, ***як*** він просувається в опануванні уміннями та навичками, ***яка*** динаміка його особистісного розвитку, а ***не яку оцінку*** він отримав.

З огляду на це, ми пропонуємо методику організації контролю результатів навчання, яка надає вчителю можливість ефективно керувати навчально-пізнавальною діяльністю учнів, забезпечує їх систематичну роботу з урахуванням індивідуальних особливостей кожного. Крім того, виключається ситуація, коли незадовільні оцінки, отримані учнем за незнання однієї теми або розділу "виправляються" позитивними оцінками за опанування навчальними матеріалом зовсім іншої теми. А це, зрозуміло, не сприяє систематичній роботі учнів, а прогалини в їх знаннях, уміннях та навичках негативно впливають на подальшу навчальну роботу.

Коротко сформулюємо основні теоретичні засади пропонованої методики організації контролю результатів навчання.

Відомо, що структурною одиницею навчального матеріалу є навчальна (програмна) тема, якою визначається структурна одиниця процесу навчання – дидактичний цикл. Дидактичний цикл має на меті "максимально повну передачу фрагмента освіти" учням і складається з наступних послідовних ланок, кожна з яких виконує певні загальні та специфічні функції:

1) визначення мети та її прийняття учнями, актуалізацію опорних знань, визначення місця нового матеріалу в системі знань, умінь та навичок (ЗУН) учнів;
2) подання нового навчального матеріалу різними способами та усвідомлене сприйняття його учнями, корекція та уточнення сформованих знань;
3) організація та самоорганізація учнів для застосування отриманих знань на практиці та формування умінь та навичок до можливого рівня;
4) організація зворотного зв'язку, контроль результатів навчання, визначення рівня сформованості знань, умінь та навичок, ступеня реалізації розвиваючих та виховних цілей;
5) підведення підсумків вивчення теми, аналіз отриманих результатів.

Ланки дидактичного циклу виділені відповідно до структури навчальної діяльності учнів, яка включає мотив, систему дій та контроль або самоконтроль їх виконання. Весь навчальний процес може бути представлений як послідовність дидактичних циклів [5].

Оскільки контроль результатів навчання є однією із ланок у дидактичному циклі, обов'язковим компонентом повноцінної навчальної діяльності учнів, і, певною мірою, визначається їх цілями, то його організацію доцільно розглядати у контексті планування і організації навчального процесу.

Отже, враховуючи попередні міркування, вчитель має продумати не тільки систему уроків з кожної теми, а і систему контролю за опануванням учнями знаннями, уміннями та навичками. Тому в основі пропонованої методики лежить тематичне планування навчального процесу і тематичний контроль результатів навчання учнів.

Розглянемо застосування цієї методики на прикладі навчальної теми "Арифметична прогресія", на засвоєння якої у 9 класі виділяємо 5 годин.

Відомо, що робота над кожною навчальною темою розпочинається з визначення освітніх цілей її вивчення. Керуючись програмою [4], проектом Державного освітнього стандарту [2], а також власними спостереженнями за учнями конкретного класу, враховуючи їх вікові особливості, вчитель формулює дидактичну, розвиваючу та виховну мету. Зауважимо, що цілі вивчення мають бути представлені у такій формі, яка дозволяє по закінченні роботи над темою однозначно встановити їх досягнення (недосягнення). З цією метою рекомендуємо диференціювати цілі за рівнями, формулюючи *обов'язкові результати навчання і результати навчання на підвищеному рівні*. Отже, ***освітні цілі*** вивчення теми "Арифметична прогресія" можуть бути такими:

1) **дидактична мета:**
   - *обов'язкові результати навчання* – учні *повинні* засвоїти поняття арифметичної прогресії, різниці арифметичної прогресії, знати формули n-го члена арифметичної прогресії та суми n перших членів арифметичної прогресії; знати найпростіші властивості арифметичної прогресії, вміти розв'язувати завдання обов'язкового рівня на арифметичну прогресію;
   - *результати навчання підвищеного рівня* – учні *можуть* знати різні способи задання числових послідовностей, зокрема рекурентний спосіб, вміти наводити власні приклади числових послідовностей, у тому числі заданих рекурентно, вміти виводити формули n-го члена арифметичної прогресії та суми n перших членів арифметичної прогресії, вміти доводити властивості арифметичної прогресії та використовувати їх при розв'язуванні завдань підвищеного рівня;
2) **розвиваюча мета** – вчити володіти неповною індукцією; розвивати уміння робити узагальнення, здійснювати перенос знань;
3) **виховна мета** – сформувати в учнів уявлення про арифметичну прогресію як один із засобів моделювання реальних явищ і процесів.

Наступним кроком опрацювання теми є проведення ***логіко-дидактичного аналізу*** змісту навчального матеріалу, яким вона реалізована у підручнику. У результаті аналізу вчитель виділяє елементи знань, якими учень має опанувати і оперувати у процесі вивчення теми, і встановлює логічні зв'язки між визначеними елементами знань.

Логіко-дидактичний аналіз навчального матеріалу теми “Арифметична прогресія” дозволяє виділити дві групи елементів знань. Перша – елементи знань, якими мають опанувати учні при вивченні теми. Друга – елементи знань, які відомі учням і використовуються для формування у них нових знань, умінь та навичок (див. таблицю 1).

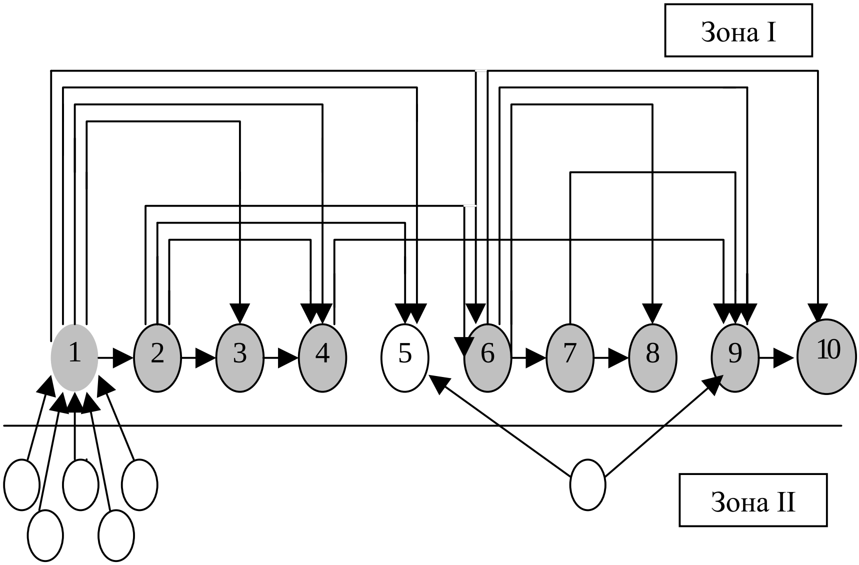
Таблиця 1.

Перша група:	Друга група:
1) послідовність; 2) члени послідовності; 3) скінченні та нескінченні послідовності; 4) формула *n*-го члена послідовності; 5) зростаючі та спадні послідовності; 6) арифметична прогресія; 7) різниця арифметичної прогресії; 8) властивості арифметичної прогресії; формула *n*-го члена арифметичної прогресії; 9) формула суми *n* перших членів арифметичної прогресії.	a) натуральні числа; b) парні числа; c) непарні числа; d) обернені числа; e) одноцифрові числа; f) порівняння чисел.

Логічні зв’язки між виділеними елементами знань доцільно представити у вигляді структурно-логічної схеми (графа). При цьому для наочності елементи різних груп розташуємо у різних зонах. У зоні I знаходяться елементи знань першої групи. Ці елементи та логічні зв’язки між ними називають ***актуально усвідомлюваними.*** Елементи другої групи містяться у зоні II, їх називають ***свідомо контрольованими*** (див. схему 1) [5].

Далі, зіставляючи дидактичні цілі вивчення теми “Арифметична прогресія” з виділеними елементами знань, визначаємо ***об’єкти контролю***. Заштриховуємо на графі ті елементи, які безпосередньо вказані у дидактичній меті вивчення теми, а також всі попередні, з якими вони пов’язані логічними зв’язками. Таким чином відбираємо елементи знань – об’єкти тематичного контролю.

Схема 1.



Доцільність такого вибору об'єктів тематичного контролю підтверджується обчисленням коефіцієнту раціональності (K_p). Коефіцієнт раціональності тематичного контролю – це числова характеристика вибраної сукупності елементів знань, яка дає уявлення про сам процес вибірки та її раціональність [5]. Обчислюють його за такою формулою

$$K_p=\Sigma k_i/n\cdot 100\%,$$

де n – кількість всіх ребер графа зони I, k_i – кількість зв'язків i-ого елемента – об'єкта тематичного контролю з попередніми елементами графа.

У даному випадку кількість всіх ребер графа зони I $n=18$, а $\Sigma k_i=16$. Користуючись наведеною вище формулою, обчислюємо коефіцієнт раціональності тематичного контролю:

$$K_p\approx 90\%.$$

Отриманий результат свідчить про те, що, по-перше, контролюючи рівень опанування учнями вибраних елементів знань та логічних зв'язків між ними, ми перевіряємо не менше 90% всього обсягу навчального матеріалу. І, по-друге, якщо кожний учень успішно опанував виділеними елементами змісту навчання та логічними зв'язками між ними, то можна з впевненістю сказати, що він засвоїв принаймні 90% запропонованого йому навчального матеріалу, його знання є систематичними (а не розрізненими і епізодичними). А все це, в свою чергу, забезпечить йому надалі успішне просування у навчанні.

Решта елементів знань зони І має підлягати поточному контролю, а всі елементи зони ІІ – попередньому контролю.

Як зазначалося вище, контроль результатів навчання учнів має бути дієвим діагностичним засобом, що надає можливість вчителю ефективно керувати пізнавальною діяльністю учнів. Тому, поряд із засвоєнням учнями предметних знань, умінь та навичок, контролю підлягають розвиток розумових здібностей та інтелектуальних умінь учнів, опанування ними загальними уміннями та навичками, набуття культури навчальної праці, формування у школярів особистісно ціннісних орієнтирів.

Це, як відомо, знаходить своє втілення у розвиваючих та виховних цілях навчальної теми. Згідно запропонованої методики, останні стають також об'єктами тематичного контролю.

Завершальним етапом у підготовці певного дидактичного циклу є складання ***тематичного плану*** вивчення теми. Реалізація його передбачає аналіз умов, за якими відбувається навчання, урахування вікових особливостей учнів, рівня їх психічного розвитку та вихованості, можливостей по досягненню навчальних цілей, власного професійного та особистісного потенціалу вчителя. На цьому етапі вчитель визначає послідовність розгляду навчального матеріалу та його обсяг, типи уроків, обирає форми та методи навчання і контролю. Тобто вчитель будує модель дидактичного циклу, яким реалізується вивчення кожної теми. Тому йому слід подбати про забезпечення ефективності кожної ланки такого циклу. Отже, цей етап включатиме такі складові:

- складання календарного плану вивчення теми з обов'язковим визначенням змісту навчального матеріалу, призначеного для засвоєння і повторення, термінів контрольних заходів, обов'язкових результатів навчання;
- вибір методів, форм і засобів формування знань, умінь та навичок учнів;

- вибір або створення завдань-вимірників для контролю результатів навчання.

Враховуючи попередні міркування, складемо тематичний план розглядуваної теми за матеріалом §§59–60 підручника [1]. Зауважимо, що у підручнику не передбачено рівневий поділ навчального матеріалу і, зокрема, недостатньо представлений матеріал підвищеного рівня. Проте вчитель має дбати про забезпечення диференційованого підходу у викладанні навчального матеріалу і, з цією метою, у зміст уроків доцільно включати питання підвищеного рівня. Отже, складаючи тематичний план, зміст навчального матеріалу підвищеного рівня рекомендуємо виділяти, наприклад, шрифтом (див. таблицю 2) або кольором. Навчальний матеріал, що забезпечує викладання теми на підвищеному рівні, вчитель вибирає із додаткової навчальної та методичної літератури, керуючись програмою.

Таблиця 2.

№ уроку	Дата. Тип уроку	Тема уроку (зміст)	Контроль результатів навчання
1		Вступ до теми. Поняття послідовності. Приклади числових послідовностей. *Способи їх задання. Рекурентний спосіб.* Формула n-го члена послідовності. Розв'язування вправ блоку № 1.	Попередня перевірка опорних знань, умінь та навичок, їх актуалізація. Формування еталону знань, їх діагностика і корекція.
2		Відтворення матеріалу. Арифметична прогресія. Формули n-го члена і суми n перших членів арифметичної прогресії. *Рекурентна формула n-го члена. Властивості арифметичної прогресії.* Розв'язування вправ блоку № 2.	Формування еталонів знань, умінь та навичок, їх діагностика і корекція.

3		Відтворення матеріалу. Залік з теорії. Розв'язування вправ блоків № 2, 3. Самостійна робота.	Контроль знань. Формування еталонів умінь та навичок, їх діагностика і корекція.
4		Контрольна робота.	Контроль сформованих умінь та навичок.
5		Аналіз результатів самостійної роботи. Підсумок за тему. *Розв'язування завдань підвищеної трудності*.	Оцінка та облік результатів навчання за тему.

Вибір методів, форм і засобів формування знань, умінь та навичок учнів вчитель може здійснювати в робочому порядку у процесі підготовки до кожного уроку окремо. Проте, ми вважаємо, що він повинен передбачати результати навчання і наперед визначити контрольні питання і задачний матеріал, які будуть використані у навчальному процесі як при формуванні ЗУН учнів, так і для їх контролю.

У діючому підручнику [1] питання для контролю знань представлені в недостатньому обсязі і не диференційовані за рівнями і призначенням, тому вчитель має складати їх самостійно, керуючись програмою [4] та визначеними раніше цілями, враховуючи для якого виду контролю вони призначені.

Зокрема, питання для попереднього та поточного контролю мають носити діагностичний характер, а для тематичного та підсумкового - мають бути чітко диференційованими за рівнями.

З огляду на це, ми пропонуємо наступний перелік питань для тематичного контролю результатів навчання учнів теми "Арифметична прогресія", питання підвищеного рівня виділяємо шрифтом:

Контрольні питання:

1. Навести приклади числових послідовностей скінчених, нескінченних.
2. Що називається членом послідовності?
3. Що називається формулою n-го члена послідовності?
4. Навести приклади послідовності і формули її n-го члена.
5. *Які способи задання послідовностей відомі?*

6. *Що означають слова “послідовність задана рекурентно”?*
7. *Навести приклади послідовності заданої рекурентно.*
8. Яка послідовність називається арифметичною прогресією?
9. Навести приклади арифметичної прогресії.
10. Записати формулу n-го члена арифметичної прогресії.
11. *Вивести формулу n-го члена арифметичної прогресії.*
12. *Записати і пояснити рекурентну формулу n-го члена арифметичної прогресії.*
13. Записати формулу суми n перших членів арифметичної прогресії.
14. *Вивести формулу суми n перших членів арифметичної прогресії.*

Що стосується завдань, пропонованих у підручнику, то, на нашу думку, вони недостатньо диференційовані за рівнями (завдання обов’язкового, підвищеного рівнів), а також за призначенням (для усного розбору, для роботи в класі, для домашньої роботи, для самостійної роботи). Тому вчитель має подбати про вибір системи завдань для формування в учнів знань, умінь та навичок, а також для їх контролю.

Ми пропонуємо це робити так. Всі завдання розділу “Числові послідовності” [1], що відносяться до розглядуваної теми, ми називаємо масивом завдань і розподіляємо їх на блоки (порції). Кожний блок проектується певними елементами знань зони I. Крім того, до блоку можуть бути включені завдання із збірника задач. У масиві доцільно передбачити блок , що містить завдання для актуалізації опорних знань і способів дій (елементів знань, що належать зоні II). Їх можна вибирати із попередніх параграфів підручника та додаткових збірників. Окремим блоком можуть бути представлені завдання підвищеної складності, олімпіадні та конкурсні завдання, їх вчитель знайде у відповідній літературі.

Таким чином масив задач до даної навчальної теми може бути представлений у такий спосіб.

Масив завдань.

Блок № 1 – [1], § 59, № 204-206, ***207***, 208, 211, 212, ***213***, 214, 216.
Блок № 2 – [1], § 60, № 219, ***220***, 221-224, ***225***, ***226***, ***227***, 231, 232.
Блок № 3 (завдання підвищеної трудності) – [1], § 59, № ***209***, 210, 215, 217, 218; § 60, № ***228***, 229, 230, ***234***, ***235***, 236-244.

Розв'язання завдань виділених шрифтом, як правило, пояснюється вчителем у класі на уроці. Решта завдань масиву пропонується учням для самостійного розв'язання на уроках і вдома. При цьому кожен з них, в разі потреби, може отримати необхідну консультацію вчителя чи допомогу товаришів. На нашу думку, такий прийом найбільш повно враховує індивідуальні особливості кожного учня, його власний темп у просуванні у навчанні, тобто реалізує принцип індивідуалізації навчального процесу.

На цьому завершується підготовчий етап до здійснення дидактичного циклу, яким забезпечується вивчення теми. За результатами проведеної підготовчої роботи складаємо "Карту тематичного планування", яка міститиме інформацію такого змісту:

а) назва навчальної теми;

б) дидактична мета;

в) елементи знань;

г) структурно-логічна схема (граф) навчальної теми з обов'язковим визначенням об'єктів тематичного контролю;

д) тематичний план реалізації процесу навчання;

е) контрольні запитання;

є) масив завдань.

Таким чином, "Карта тематичного контролю" представляє собою основу, за якою вчитель моделюватиме дидактичний цикл, що реалізує вивчення навчальної теми. Вона допомагає йому цілеспрямовано розв'язувати визначені завдання, навчати учнів та здійснювати на них педагогічний вплив додержуючись системи. Користуючись "Картою …" вчитель планує проведення уроків, організовує контроль результатів навчання, здійснює виховну роботу. Розробивши такі "Карти тематичного планування" з кожної навчальної теми, він зможе користуватися ними не один рік, вносячи необхідні корективи та уточнення, удосконалюючи їх. Крім того, зникає потреба складати окремо календарні плани, оскільки вони, як бачимо, органічно вписуються у тематичні.

Разом з тим, можливо, не кожному вчителю, особливо молодому, під силу самостійно виконати таку роботу. Тому, на нашу думку, доцільно створювати такі карти колегіально, враховуючи передовий та творчий досвід вчителів-ветеранів та новаторів, теоретично обґрунтовані методичні рекомендації, обговорювати їх на методичних об'єднаннях.

З метою підсилення мотивації навчання підлітків та їх залучення до активної навчальної діяльності доцільно контроль результатів навчання робити відкритим. Ми пропонуємо на початку вивчення кожної теми ознайомлювати учнів з планом їх наступної діяльності на уроках алгебри та вдома. У процесі цієї роботи учні повинні усвідомити, які ЗУН, з якою метою, на якому рівні і в який термін вони мають засвоїти. Учні повинні заздалегідь знати про вимоги до обов'язкових результатів навчання, про терміни і форми контрольних заходів. Все це, на нашу думку, сприятиме формуванню у підлітків уміння планувати свою навчально-пізнавальну діяльність і допоможе вчителю більш ефективно керувати нею.

Як показує досвід, роз'яснювальна робота вчителя з цих питань має набагато більший ефект, якщо її підкріпити наочністю. У якості такої наочності ми пропонуємо використовувати настінні планшети – "Інформатори", які складаються вчителем на основі "Карти тематичного планування" і містять інформацію наступного змісту:

- назва навчальної теми;
- мета вивчення теми;
- тематичний план вивчення теми з обов'язковим визначенням термінів контрольних заходів;
- питання для повторення, контролю та самоконтролю, диференційовані за рівнями;
- масив завдань з обов'язковим визначенням завдань обов'язкового та підвищеного рівнів;
- зразки оформлення розв'язків задач та вправ;
- завдання підвищеної трудності (конкурсні, олімпіадні) з даної теми;
- список рекомендованої літератури;
- відкриті результати тематичного контролю.

Пред'являється такий "Інформатор" учням на протязі вивчення всієї теми і змінюється на новий з початком вивчення наступної теми. З нього учні дізнаються про терміни проведення математичних диктантів, самостійних та контрольних робіт, заліків. Відкритість результатів тематичного контролю спонукає їх краще готуватися до уроків, систематично працювати. Інформація подана учням у такий спосіб значно зменшує психологічний дискомфорт перед самою процедурою контролю та в її процесі, сприяє вихованню в учнів потреби та уміння планувати власну діяльність, реалізовувати її за планом, контролювати отримані результати.

Разом з тим "Інформатор" стає надійним помічником і порадником учням при вивченні навчального матеріалу теми на підвищеному рівні, що допомагає вчителю реалізовувати диференційований підхід у навчанні. Зразки розв'язування задач та вправ, представлених в "Інформаторі", та його оформлення є еталоном культури математичних записів, що , в свою чергу, несе певне виховне навантаження.

Як зазначалося вище, розробку і створення "Інформаторів" по кожній темі здійснює вчитель на основі "Карт тематичного планування", проте до цієї роботи бажано залучати і учнів. Їм можна доручати оформлення настінних планшетів за матеріалами, даними вчителем, ведення відкритого обліку тематичного контролю, пошук додаткової літератури та цікавих завдань по темі.

Користуватися "Інформаторами" як і "Картами тематичного планування" вчитель може на протязі декількох років, поновлюючи їх, в разі потреби, вносячи певні корективи та уточнення.

Таким чином, оскільки контроль результатів навчання є органічною частиною, ланкою дидактичного циклу і, разом з тим, невід'ємною складовою навчально-пізнавальної діяльності учнів, то його організацію слід починати з цілепокладання і тематичного планування, та реалізовувати у контексті розробленої моделі дидактичного циклу.

Література:

1. Бевз Г.П. Алгебра: Пробний підручник для 7-9 класів середньої школи. – К.: Освіта, 1996. – 303 с.
2. Державний стандарт загальної середньої освіти в Україні. Математика (проект). – К.: "Генеза", 1997. – 63 с.
3. Дремова І.А. Особистісна зорієнтованість контролю результатів навчання алгебри в основній школі. // Дидактика математики: проблеми і дослідження. Міжнародний збірник нау-

кових робіт. – Вип. 3 (13). – Донецьк: Фірма ТЕАН, 2000. – С. 66-71
4. Програми загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5-11 класи. // Бібліотечка “Перше вересня”. Математика. – № 29-32. – К. – 1999. – С. 3-28.
5. Швец В.А. Реализация функций тематического контроля результатов обучения учащихся математике в старших классах средней школы: Диссертация … канд. пед. наук / КГПИ им. А.М. Горького. – Киев, 1988. – 224 с.

РОЗШИРЕННЯ ГРАНИЦЬ ЗАСТОСОВНОСТІ ПОНЯТЬ, ФОРМУЛ ТА ТЕОРЕМ ЯК ДЖЕРЕЛО ПРОБЛЕМНИХ СИТУАЦІЙ ПРИ ВИКЛАДАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

В.М. Дрибан, Г.Г. Пеніна
м. Донецьк, Донецький державний університет економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського

У викладачів вузів немає єдиної точки зору як на теоретичні питання проблемного навчання, так і на можливості його реалізації в навчальному процесі. На наш погляд, така ситуація склалась в результаті протиріччя між загальною теорією проблемного навчання і складністю чи неможливістю реалізації окремих положень на практиці. Загальна теорія не враховує специфіки конкретних дисциплін. Цілий ряд теоретичних рекомендацій можна здійснити, наприклад, при вивченні природничих наук, однак при вивченні, скажімо, суспільних дисциплін їх використання може бути неможливим або недоцільним. Це приводить до того, що викладачі вузів намагаються змінити деякі теоретичні положення, привести їх у відповідність з практикою викладання конкретної дисципліни. З другого боку, деякі автори необґрунтовано відносять до проблемного навчання різні прийоми активізації розумової діяльності студентів, які можна і треба здійснювати в межах традиційного, пояснювально-ілюстративного методу.

Ми під проблемним навчанням будемо розуміти такий спосіб організації навчання, при якому студенти здобувають і закріплюють нові знання в результаті активної самостійної чи частково-самостійної розумової діяльності і який передбачає для досягнення цієї мети використання специфічних методичних прийомів (створення проблемних ситуацій, постановка навчальних проблем в умовах проблемної ситуації, керівництво пізнавальною діяльністю студентів у процесі розв'язання проблем).

На наш погляд, таке визначення досить конкретне і містить чіткі відмітні ознаки проблемного навчання. Підкреслимо, що таким чином трактоване проблемне навчання, як правило, використовується поряд з іншими методами, часто в тісному поєднанні з ними.

Одним із центральних і в той же час одним із скрутних для викладача моментів у практичній реалізації проблемного навчання є створення проблемних ситуацій. Вони можуть виникнути як тоді, коли студенти самі приходять до суперечливих результатів, так і тоді, коли суперечливі результати навмисно одержує викладач.

Наведемо деякі прийоми, які ми використовуємо для створення проблемних ситуації у курсі вищої математики.

1. Розширення границь застосовності деяких понять, формул та теорем.
2. Створення ситуацій, в яких студентів може підвести інтуїція та наочні міркування.
3. Використання того, що студенти часто не усвідомлюють важливості виконання умов існування того чи іншого поняття.
4. Використання інколи неправильного трактування студентами понять або теорем.
5. Використання помилок та недоліків, які зустрічаються у навчальних посібниках.

Зауважимо, що прийоми часто використовуються у тісному сполученні.

На основі цих та інших прийомів на кафедрі вищої і прикладної математики ДонДУЕТ створено банк проблемних ситуацій. Наведемо деякі проблемні ситуації з різних розділів курсу вищої математики, які можна сконструювати на основі розширення границь застосовності деяких понять, формул та теорем (з досвіду роботи).

Ситуація 1. Треба знайти

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+3+...+n}{n^2}.$$

Студенти, як правило, пропонують таке “розв’язання”:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+3+...+n}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+...+\frac{n}{n^2}\right)=0.$$

Не коментуючи його, викладач пропонує інші перетворення:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+3+...+n}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{(1+n)n}{2n^2}=\frac{1}{2}.$$

Після розв’язання проблемної ситуації, що виникла, студенти добре засвоюють, що в теоремі про суму нескінченно малих вимога скінченності числа доданків є суттєвою.

Ситуація 2. Викладач пропонує студентам перевірити справедливість теореми Ролля (в широкому її тлумаченні) для функції $y = \dfrac{2 - x^2}{x^4}$ на відрізку [–1; 1].

Студенти переконуються, що $y(-1)=y(1)$, але $y' \neq 0$ у жодній точці відрізку [–1; 1]. Тобто теорема Ролля у цьому випадку чомусь "не працює".

Для розв'язання проблемної ситуації, що виникла, викладач пропонує уважно прочитати теорему. Після цього студенти роблять висновок, що у даному випадку порушено вимогу неперервності функції, що задана на відрізку $[a, b]$.

Функція $y = 1 - \sqrt[3]{x^2}$ неперервна на відрізку [–1; 1], але висновок теореми Ролля теж не виконується, тому що порушено ще одну суттєву умову, а саме: функція повинна мати похідну в інтервалі (a, b). У даному випадку $y'(0)=\infty$.

Проблемні ситуації виникають через те, що студенти часто нехтують такі умови, як неперервність, диференційованість функції, що здаються студентам несуттєвими.

Ситуація 3. Студенти за правилом Лопіталя виконують такі перетворення:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = \lim_{x \to \infty} \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}.$$

Далі, як правило, студенти роблять висновок: границя справа не існує, тобто не існує і шукана границя. Тоді викладач виконує такі перетворення:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = \lim_{x \to \infty} \frac{1 - \dfrac{\sin x}{x}}{1 + \dfrac{\sin x}{x}} = 1,$$

тому що функція $\sin x$ обмежена.

Яка відповідь правильна?

Студенти, як правило, не можуть знайти помилку, і викладач підказує, що правильною є друга відповідь, тобто у першому випадку допущена помилка. Але і після цього студенти часто не можуть її знайти. Остаточно проблемна ситуація вирішується тоді, коли викладач пропонує уважно перевірити, чи виконано всі умови, при яких справедливе правило Лопіталя.

Ситуація 4. $\int \frac{dx}{x\ln x}$ легко знайти заміною змінної. Але викладач пропонує використати інтегрування за частинами.

Нехай

$$\frac{1}{\ln x} = u, \ \ \frac{dx}{x} = dv \ .$$

Тоді

$$-\frac{dx}{x\ln^2 x} = du, \ \ \ln x = v \ .$$

Маємо:

$$\int \frac{dx}{x\ln x} = 1 + \int \frac{dx}{x\ln x},$$

звідки 0 = 1 (? !)

Ситуація 5. Здійснимо такі перетворення:

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{1+2\sin^2 x} = \int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos^2 x + 3\sin^2 x} =$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{dx/\cos^2 x}{1+3tg^2 x} = \frac{1}{\sqrt{3}} arctg\left(\sqrt{3} tgx\right)\Big|_0^{\pi} = 0.$$

Але інтеграл від додатної функції повинен бути додатним. Виникає проблемна ситуація.

Ситуація 6. Студенти, як правило, переконані, що загальний розв’язок диференціального рівняння містить в собі всі його розв’язки. Завдяки цьому можна створити, наприклад, таку проблемну ситуацію.

Розв’яжемо рівняння

$$\sqrt{1-y^2}\,dx - ydy = 0.$$

Розділимо змінні:

$$dx - \frac{ydy}{\sqrt{1-y^2}} = 0 \ .$$

Після інтегрування одержимо:

$$x + \sqrt{1-y^2} = C \ ,$$

або

$$(x–C)^2+y^2=1.$$

Проте цей розв’язок не містить в собі розв’язків $y=\pm 1$. Виникає уявне протиріччя.

Ситуація 7. Відомо, що ряд, який збігається (не обов'язково абсолютно), має сполучну властивість. Розглянемо ряд

(1–0,9)+(1–0,99)+(1–0,999)+…

Він збігається (геометрична прогресія 0,1+0,01+0,001+…) і його сума дорівнює $\frac{1}{9}$.

Якщо розкрити дужки, одержуємо ряд

$$1–0,0+1–0,99+1–0,999+\ldots \qquad (1)$$

Границя n-ї часткової суми дорівнює:

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \begin{cases} \frac{1}{9}, & \textit{якщо } n \quad \textit{парне}, \\ \frac{10}{9}, & \textit{якщо } n \ \textit{непарне}. \end{cases}$$

Отже, ряд (1) розбігається. Студентам здається, що сполучна властивість у даному випадку порушується. Виникає проблемна ситуація.

Ситуація 8. Якщо зробити ділення "кутом", то будемо мати такі ряди:

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots,$$

$$\frac{1}{1+x+x^2} = 1 - x + x^3 - x^4 + x^6 - x^7 + \ldots,$$

$$\frac{1}{1+x+x^2+x^3} = 1 - x + x^4 - x^5 + x^8 - x^9 + \ldots$$

При $x = 1$ у правій частині рівностей одержимо ряд 1–1+1–1+…, а в лівих частинах відповідно $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$. Це одна суперечність. Друга суперечність полягає у тому, що студентам відомо: ряд 1–1+1–1+… розбігається, тобто взагалі не має суми.

Після розв'язання цієї проблемної ситуації студенти чітко засвоюють, що при використанні розкладу функції в ряд необхідно враховувати область збіжності цього ряду.

Ситуація 9. Перед вивченням теореми складання ймовірностей двох сумісних подій лектор, *не називаючи теми лекції*, пропонує студентам розв'язати, наприклад, таку задачу. Дві електричні лампочки послідовно ввімкнені в ланцюг. Ймовірність того, що лампочки перегорять, якщо напруга мережі перевищить номінальну, дорівнює 0,6 і 0,3. Знайти ймовірність того, що при підвищенні напруги струму у ланцюгу не буде.

Студенти, як правило, міркують таким чином: струму у ланцюгу не буде, якщо перегорить чи перша, чи друга лампочка, тому за теоремою складання ймовірностей шукана ймовірність дорівнює $p=0,6+0,3=0,9$.

Після цього лектор міркує так: струму у ланцюгу не буде, якщо перегорить хоч би одна лампочка, отже, $p=1-q_1q_2=$ $=1-0,4\cdot 0,7=0,72$.

Якщо ймовірності дорівнюють, наприклад, 0,7 і 0,6, то проблемна ситуація виникає відразу після того, як застосована теорема складання: $p=0,7+0,6=1,3>1$.

Проблемна ситуація виникає через те, що до вивчення теореми складання ймовірностей сумісних подій студенти, як правило, пам'ятають теорему складання у вигляді: ймовірність суми подій дорівнює сумі ймовірностей подій. Та суттєва обставина, що події повинні бути несумісними, часто випадає з поля зору студентів.

Зауважимо, що у разі, коли студенти правильно розв'яжуть задачу, неправильні міркування наводить сам викладач і пропонує студентам знайти помилку.

Прийоми створення проблемних ситуацій, що розглянуто вище, допомагають конструювати проблемні ситуації, в основі яких лежать парадокси або софізми. У цих випадках суперечності завжди виражені в яскравій формі і тому легко відчуваються студентами. Саме такі проблемні ситуації в найбільшій мірі формують стійкий інтерес до навчання, який є каталізатором навчальної діяльності студентів, найкращим стимулом їх пізнавальної активності.

РАСКРЫТИЕ ДИАЛЕКТИЧЕСКОЙ ВЗАИМОСВЯЗИ НЕОБХОДИМОСТИ И СЛУЧАЙНОСТИ ПРИ ИЗЛОЖЕНИИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

В.М. Дрибан, Г.Г. Пенина
г. Донецк, Донецкий государственный университет экономики и торговли им. М. Туган-Барановского

Формирование научного мировоззрения студентов – одна из важнейших задач вуза. Большую роль в решении этой задачи могут и должны сыграть преподаватели естественных дисциплин, в частности, высшей математики. Математика не только дает большой иллюстративный материал для законов и категорий диалектики, но и способствует систематическому развитию диалектических навыков мыслительного процесса.

Существенным элементом методологической основы научного объяснения мира является само по себе усвоение студентами высшей математики, особенно таких ее разделов, как дифференциальное и интегральное исчисления, теория вероятностей. Студенты при этом обучаются специфическим и весьма мощным методам познания окружающей действительности.

Но у важнейших математических понятий, теорем, идей и методов есть свой «мировоззренческий подтекст». Например, понятие определенного интеграла как предела интегральной суммы иллюстрирует диалектический закон перехода количественных изменений в качественные. Это уже идеи философского характера, которые должен подчеркивать преподаватель, не вдаваясь в пространные философские умозаключения. Выводы и обобщения философского характера, сделанные на основе конкретного учебного материала, эффективно способствуют формированию научного мировоззрения.

Мы остановимся на раскрытии диалектической взаимосвязи философских категорий необходимости и случайности при изложении курса теории вероятностей.

Объект изучения теории вероятностей непосредственно связан с такими философскими категориями, как необходимость и случайность, которые существуют в материальном мире объективно, вне сознания и желания людей. Таков материалистический взгляд на природу необходимости и случайности. Необходимость выражает основную, закономерную тенденцию развития явления, тогда как случайность характеризует внешние, неустойчивые формы его развития. Эти противоположности находятся в единстве: случайность выступает как форма воплощения необходимости, необходимое же обнаруживается через массу случайных проявлений. Ярким подтверждением этого положения является само существование теории вероятностей как математической дисциплины.

Математические законы теории вероятностей являются отражением объективных закономерностей, существующих в массовых случайных явлениях. Лучшее тому подтверждение – практика, те блестящие достижения в самых разнообразных областях человеческой деятельности, которые стали возможны во многом благодаря теории вероятностей.

Уже в эволюционной теории Дарвина анализ взаимоотношений между такими понятиями, как изменчивость, наследственность, отбор, невозможны без вероятностного образа мышления, а в генетике и генной теории находит непосредственное применение и сам математический аппарат теории вероятностей.

Теория вероятностей сыграла решающую роль в создании на строгом научном уровне статистической физики, описывающей свойства макроскопических объектов как системы из очень большого числа микрообъектов. В процессе развития классической статистической физики непосредственно с помощью аппарата теории вероятностей впервые были получены конкретные доказательства существования атомов, вычислены некоторые их параметра и т.д. Таким образом, вероятностный подход впервые сделал атом объектом прямых физических исследований.

Современная физика микромира подняла значение идеи вероятности на качественно более высокую ступень, рассматривая вероятность как необходимый *структурный* элемент самой физической теории. Объективные законы микромира оказались вероятностными по своей сути.

Сейчас теория вероятностей – одно из основных орудий математического исследования большого числа задач биологии, теории связи, физики, организации производства, экономики, военного дела, социальных процессов, инженерного дела.

Теория вероятностей, подобно другим математическим дисциплинам, возникла из практических потребностей человека, причем практика стимулировала и дальнейшее развитие теории вероятностей. Многие ее раздела были созданы на основании конкретных запросов практики. Здесь уместно вспомнить высказывание основателя русской школы теории вероятностей П.Л. Чебышева: «Сближение теории с практикой дает самые благотворные результаты, и не одна только практика от этого выигрывает, сами науки развиваются под влиянием ее, она открывает им новые предметы для исследования или новые стороны в предметах давно известных... Если теория много выигрывает от новых приложений старых методов или от новых развитий ее, то она еще больше приобретает открытием новых методов, и в этом случае наука находит себе верного руководителя в практике».

С конкретными свойствами предметов, с наблюдениями непосредственно связано основное понятие теории вероятности - понятие вероятности событии. Так, классическая вероятность существенно опирается на равновозможность событий, которая является следствием таких материальных свойств предметов, как симметрия, однородность и т.п. Статистическая вероятность основана на свойстве устойчивости относительных частот, которое многократно проверено экспериментально и подтверждается всей практикой человечества для широкого круга случайных явлений. Это свойство является одной из наиболее характерных реальных закономерностей в массовых случайных явлениях.

Теория вероятностей как строгая математическая дисциплина построена на аксиоматической основе, понятие вероятности события носит здесь формально-логический характер. Однако, аксиоматическое построение основ теории вероятностей отправляется от основных свойств классической и статистической вероятностей, т.е. в конечном итоге, от практики. Таким образом, теория вероятностей как математическая дисциплина изучает математические модели, которые является отражением объективных закономерностей, существующих в многочисленных реальных случайных явлениях. Необходимость (закономерность) пробивает себе дорогу через массу случайных проявлений. Именно этот факт дает возможность изучать случайные явления математическими методами.

Предпринимались попытки дать математические определения вероятности как количественной меры «степени уверенности» познающего субъекта, но такая точка зрения не может быть согласована с многочисленными фактами успешного использования вероятностных методов в познании явлений внешнего мира, независимых от познающего субъекта.

В некоторых учебниках по теории вероятностей понятие вероятности применяется к любому случайному событию, т.е. к событию, которое при определенных условиях может произойти, а может и не произойти. В результате создается впечатление, что из того, что мы не знаем, произойдет или нет данное событие, можно говорить о его вероятности. Иначе говоря, создается впечатление, что теория вероятностей позволяет из полного незнания делать какие-то содержательные выводы, претендующие на практическую достоверность. Такая точка зрения категорически отвергается современной наукой.

Каждая наука, каждая теория имеют свои границы применимости. В частности, свои границы применимости имеют различные определения вероятности. Так, классическая вероятность применима лишь в случае конечного числа исходов испытания, причем на первоначальный комплекс условий накладываются жесткие требования. Геометрическая вероятность, оставляя классические ограничения на исходы испытания, допускает бесконечное множество исходов.

Оба эти определения наталкиваются на непреодолимые трудности принципиального характера при рассмотрении относительно сложных явлений, когда, например, нет достаточных оснований считать исходы испытания равновозможными. В этих случаях, если можно хотя бы принципиально провести в неизменных условиях неограниченное число независимых испытаний и при этом будет наблюдаться устойчивость относительных частот, применяется статистическая вероятность.

Подчеркнем, что если случайное событие имеет вероятность, то она одна и та же и не зависит от того, каким способом мы ее находим. Вероятность является объективной числовой характеристикой явления, не зависящей от познающего субъекта.

В различных местах курса теории вероятностей следует обращать внимание студентов на выяснение причин использования того или иного определения вероятности и других понятий. Так, непонимание границ применимости классической вероятности приведет к непониманию равенства нулю вероятности того, что непрерывная случайная величина примет одно определенное значение.

Применение тех или иных методов теории вероятностей возможно лишь на основе предварительного конкретного анализа особенностей рассматриваемых случайных явлений и присущих им объективных закономерностей. Без такого анализа само понятие вероятности события не будет отражением объективной реальности и, естественно, выводы не будут отражать истинного положения дел, не будут подтверждаться практикой.

В связи с тем, что понятие вероятности возникло как отражение свойства статистической устойчивости, естественно, что применять его, строго говоря, можно лишь в тех случаях, когда эта устойчивость проявляется. К сожалению, в науке нет достаточно общих методов, позволяющих решить вопрос о существовании статистической устойчивости свойств тех или иных случайных явлений. Тем в большей мере вероятностные модели нуждаются в подтверждении практикой.

Одним из наиболее важных результатов в теории вероятностей является группа теорем, носящих название «закон больших чисел». Он является ярким примером, еще раз подтверждающим тесную связь необходимости и случайности. Сущность закона больших чисел состоит в том, что среднее арифметическое достаточно большого числа случайных величин, удовлетворяющих определенным условиям, подчиняется конкретным закономерностям, т.е. практически перестает быть слученным. Специфические особенности единичного явления делает его случайным, непредсказуемым, однако в массе случайных явлений факторы, не связанные с существом всего процесса в целом, взаимно погашаются, нивелируются. Проявляется закономерность в виде устойчивости среднего.

В качестве убедительных примеров, подтвержденных практикой, можно рассмотреть некоторые положения молекулярно-кинетической теории газов. Так, давление газа определяется массой, количеством и скоростью молекул, воздействующих на единицу площади сосуда за единицу времени. Число ударов и скорости ударяющихся молекул меняются случайным образом, однако, давление, определяемое совокупным действием большого числа молекул, устойчиво, постоянно.

Свойство устойчивости средних было известно человечеству еще с глубокой древности как результат наблюдений за реальными массовыми явлениями (физическими, метеорологическими, демографическими и др.). При этом попыток дать ему теоретическое объяснение не предпринималось, люди видели в этой устойчивости вмешательство провидения. В 18 веке, «веке разума» полагали, что математика способна вывести законы естественных наук, экономики, морали, политики. Такое мнение бытовало и в начале 19 в. В частности, Пуассон, открывший одну из форм закона больших чисел, считал, что ему удалось математически доказать, что средние из реальных наблюдений должны быть устойчивы. В действительности же устойчивость средних - факт эмпирический, который в законе больших чисел получил свое теоретическое подтверждение в рамках применимости моделей теории вероятностей. Методологическая ценность закона больших чисел состоит в выявлении условий, выполнение которых обязательно влечет за собой статистическую устойчивость средних.

Еще с одной закономерностью, касающейся закона распределения суммы большого числа случайных величин при определенных условиях, студенты сталкиваются при изучении нормального закона распределения. Очень многие реальные случайные явления представляют собой сумму достаточно большого числа независимых случайных слагаемых, каждое из которых весьма незначительно влияет на само явление. При этих условиях случайная величина в целом подчиняется конкретной закономерности: она распределена по закону, близкому к нормальному. Таков смысл группы теорем, носящих название «центральная предельная теорема». Центральная предельная теорема дает возможность с большой определенностью предсказать поведение суммы большого числа случайных явлений при достаточно малой информации о ее составляющих, еще раз теоретически подтверждая объективную диалектическую связь необходимости и случайности.

Надо обратить внимание студентов на некоторые вопросы практического применения теории вероятностей. Массовый процесс осуществляется под влиянием множества разнообразных факторов, причем нет возможности установить механизм влияния каждого фактора на процесс в целом, их взаимодействия между собой и т.д. Теория вероятностей создает абстрактные модели массового процесса, которые позволяют в той или иной степени изучить реальное явление, вскрыть в значительной мере природу статистических закономерностей, объяснить возникновение причинно-следственных связей только в массе случайных событий. При этом, как и любые математические модели, вероятностные модели лишь приближенно воспроизводят реальный процесс.

Одна из особенностей теории вероятностей состоит в том, что область ее применение как математической дисциплины составляют лишь события, связанные со статистически устойчивыми результатами эксперимента, и в то же время, как уже отмечалось, наука не располагает достаточно общими и строгими методами обнаружения статистической устойчивости. Отсюда, с одной стороны, вытекает необходимость тщательной работы исследователя по созданию статистически устойчивых результатов эксперимента (с дальнейшими применениями к этим результатам методов теории вероятностей), а с другой стороны, к теоретическим результатам, претендующим на практическую реализацию, надо относиться с известной осторожностью. Выводы, полученные на основе вероятностных методов (в частности, относящиеся к экономическим и социальным явлениям), могут получить путевку с жизнь лишь после их тщательной проверки практикой.

Непонимание границ применимости теории вероятностей, ее особенностей как математической дисциплины зачастую приводит к переоценке практических возможностей этой науки, к неправильному ее применению.

Другая опасность недостоверных выводов заключается в теоретической и практической возможностях самого моделирования массового процесса. Модель, достаточно адекватно описывающая явление, может потребовать для своей реализации такого количества информации, что ее невозможно будет собрать или обработать. В то же время огульное уменьшение числа нужных параметров приведет к грубой модели, которая в конечном итоге окажется непригодной для описания явления. Найти «золотую середину» при построении модели - важнейшая задача ученого, применяющего теорию вероятностей, да и вообще математику, в практических исследованиях. Математика лишь тогда становится подлинным инструментом познания действительности, когда ее применение основано на прочной научной основе глубоких теоретических исследований, на всестороннем анализе явлений реального мира.

Педагогическая практика показывает, что раскрытие мировоззренческой, философской стороны математических понятий, теорем, идей и методов не только повышает интерес студентов к изучению математики и к самому процессу познания, но и исподволь формирует интерес к философии.

СИСТЕМА ЗАВДАНЬ З ЛОГІЧНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ПІЗНАВАЛЬНИХ ІНТЕРЕСІВ

Б.Г. Друзь, З.В. Друзь
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Розвиток логічного мислення – неодмінна умова свідомого набуття знань учнями, формування їхнього пізнавального інтересу.

Для кожного досвідченого педагога не таємниця, що молодший школяр відрізняється від дорослої людини не обсягом знань і вмінь. Це відмінність якісна: він про все судить по-своєму, бачить, оцінює по-своєму, у нього інша логіка, а не просто “менш логічна”, ніж у вчителя або батьків. І те нове, що відкривають дитині у школі, – це не “доважок”, а кардинальна перебудова її досвіду, в результаті якої й з’являється новий, розумний погляд на світ.

Видатний український педагог В.О. Сухомлинський вчив дітей не тільки читати, писати, лічити, але й думати, пізнавати світ і себе в ньому, пізнавати багатство науки, мистецтва, природи – вчив жити через виховання в собі мислителя. А відтак, усе робив для розбудови національної школи мислення, де формується людська індивідуальність, розцвітає жива душа.

“Давайте поміркуємо!” – ці слова часто лунають на уроках, адже загальна мета кожного заняття – активізувати увагу учнів, збудити інтерес до предмета, дати поштовх думці, вчити логічно й самостійно мислити. Цього досягають, добираючи цікавий матеріал, включаючи не лише стандартні вправі, а й такі, що вимагають певної незалежності мислення, творчих пошуків, оригінальності, винахідливості. Адже здібності визначаються, насамперед, логічним і нешаблонним мисленням.

Високий рівень культури мислення характеризується такими основними якостями:

- умінням ставити запитання і знаходити відповідні розв’язання та відповіді;
- умінням давати об’єктивну оцінку явищам, власним діям і думкам;

- умінням здійснювати розумний вибір дій при розв'язуванні нестандартних завдань;

- умінням конкретно і всебічно підходити до розгляду того чи іншого питання;

- умінням доходити у кожному питанні до суті справи, не заспокоюючись на першому, поверховому поясненні;

- умінням вільно розпоряджатись вихідним матеріалом (розчленяти, перерозподіляти, поглянути на нього з іншої точки зору і т.д.) і бачити його в розвитку;

- умінням у відомому знаходити невідоме;

- дисциплінованістю розуму, тобто визначеністю, непротирічливістю, послідовністю, обґрунтованістю;

організованістю пам'яті, ясністю, точністю, лаконічністю мови і запису.

Вчити учнів мислити – це означає давати обґрунтовано відповіді не тільки на запитання: чому, але й чому саме так, а не інакше, скільки, скільки чого? Діти повинні самі досліджувати те або інше явище й робити з нього доступний для них висновок, щоб відчути радість від самостійного знаходження істини.

На розвиток пізнавальних інтересів учнів, за М.В. Богдановичем, позитивно впливають такі види завдань з логічним навантаженням у своїй сукупності: задачі-висловлення; задачі, при розв'язуванні яких треба враховувати обставину, яка явно не вказана в тексті; задачі, які можна розв'язати способом послідовного випробування; задачі на спосіб послідовного вилучення; задачі на визначення всіх можливих варіантів; задачі на відшукування закономірностей та з'ясування причин їх порушення; задачі на доведення; задачі підвищеної трудності, які розв'язують не за відповідними алгоритмами, а шляхом вільного розмірковування, практично-наочного виконання тощо; задачі-головоломки; практичні задачі з лічильними паличками; задачі-жарти.

Для прикладу наведемо зразки практичних завдань з лічильними паличками. Головна перевага таких вправ – поєднання самостійної маніпуляційної діяльності з міркуваннями, поясненням практичних дій. І все це – в невимушеній ігровій формі, що найбільш природно для дитини.

1. Як за допомогою однієї палички утворити на столі трику-

тник?

Відповідь. Покласти її на кут стола.

2. Скласти 2 рівних трикутника з 5 паличок.

3. Скласти 3 рівних трикутника з 7 паличок.

4. Скласти 5 рівних трикутників з 9 паличок.

5. Як за допомогою двох паличок утворити на столі квадрат?

Вказівка: за аналогією до № 1.

6. Скласти 2 рівних квадрата з 7 паличок.

7. З 10 паличок скласти 2 квадрата: великий і малий.

Вказівка: малий квадрат складається з 2 паличок всередині великого.

8. Чи вистачить чотирьох двомісних парт, щоб посадити 7 учнів? 10 учнів? Змоделюй задачу за допомогою коробок і сірників та розв'яжи її практично.

Щоб учні глибше усвідомлювали зв'язки і залежності між числами задачі, потрібні спеціальні вправи функціонального змісту. Їх можна поділити на такі три групи: задачі-запитання, прості задачі підвищеної трудності і приклади, що пропонуються парами. Наприклад, розв'язування простих задач підвищеної трудності допомагає учням засвоїти функціональні залежності між величинами, оскільки тут треба з'ясувати не лише зміст арифметичних дій, а й відповідні взаємозв'язки між величинами. Наприклад: "З однієї ділянки накопали 360 т картоплі, а з іншої такого ж урожаю з 1 га – 120 т. Площа якої ділянки більша? У скільки разів?"

У методиці навчання розв'язуванню задач з логічним навантаженням з метою стимулювання інтересу учнів ми керувались принципами теорії поетапного формування розумових дій (П.Я. Гальперін, Н.Ф. Тализіна): розчленування мислительної діяльності на розумові дії, які входять до її складу; повідомлення учням орієнтирів у формі алгоритмів, схем, приписів, що визначають тип задач і способи їх розв'язання.

Згідно теорії поетапного формування розумових дій виділили три основних типи орієнтування в завданні.

<u>Перший тип орієнтування</u>: учневі давали зразок дії і називали її результат, але без вказівок, як виконувати цю дію. Учень сам відшукував правильний спосіб розв'язування методом проб і

помилок, зрештою, навчався виконувати розумову дію правильно. Але міцна навичка у нього не утворювалась: навіть при несуттєвій зміні умови завдання учень не спроможний був виконати цієї дії, не вмів перенести її на нові завдання.

Другий тип орієнтування: учням давали всі вказівки, як правильно виконувати дії або завдання, тобто готовий докладний алгоритм дії.

У третьому типі орієнтування: на перше місце виступало навчання не стільки способу дії в конкретній ситуації, скільки аналізу ситуації. Вчитель спеціально організовував з учнями такий поглиблений аналіз розв'язування задачі, що вони самостійно складали узагальнену схему або алгоритм розв'язування. Це вже творча робота.

Коли діти розв'язують завдання з логічним навантаженням, вони, як правило, починають з методу проб і помилок, перебираючи різні варіанти. Найчастіше це не приводить до бажаних результатів. Виникає необхідність поміркувати, відшукати якусь закономірність в діях, зрозуміти, чому задача не розв'язується, які прийоми слід використати, щоб наблизитись до мети. Цей момент особливо важливий, бо розпочинається інтенсивна робота думки. Від якості спостережень залежить і якість думок учнів. По суті, учень і вчений займаються одним і тим самим: розв'язують задачі і відповідають на запитання. Тільки вчений розв'язує задачі, які до нього ніким не розв'язувались, а учень розв'язує задачі, які йому поки що невідомі, але відповідь на них вже є. Це теж самостійна наукова робота (акад. І.К. Кікоїн).

Інтерес до завдань з логічним навантаженням з'являється не завжди і не у всіх дітей відразу. Тут важливо дотриматись принципу від простого до складного. Коли учневі вдається осилити завдання, подолати перші труднощі, він відчуває радість, у нього з'являється віра в свої сили, розвивається "розумовий апетит", а це означає, що мета таких завдань досягнута.

Успіх у формуванні пізнавального інтересу в основному забезпечується правильним плануванням видів і форм вправ з логічним навантаженням, складанням ефективних систем, а також дійовим способом керівництва процесом розв'язування нестандартних завдань, створенням правильних дидактичних умов.

ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Т.М. Задорожня
м. Ірпінь, Академія державної податкової служби України

У статті мова йтиме про особливості вивчення теорії ймовірностей у фінансово-економічних коледжах.

Цей курс вивчатимуть студенти, а студент як суб'єкт навчальної діяльності через специфіку соціальної ситуації розвитку, в якій він знаходиться відповідно до вікових особливостей, характеризується якісно новим змістом такої діяльності. По-перше, поряд з внутрішніми пізнавальними мотивами засвоєння знань навчальних предметів, що мають особистісно змістову цінність, з'являються широкі соціальні і вузько особистісні зовнішні мотиви, серед яких мотивам досягнення мети відводиться значне місце. Навчальна мотивація якісно змінюється за структурою, оскільки сама навчальна діяльність є для студента засобом реалізації життєвих планів… Основним внутрішнім мотивом для більшості є орієнтація на результат.

При вивченні теорії ймовірностей структура навчального процесу включає елементи досліджень у загальному контексті деякої, вже осмисленої або усвідомленої як необхідність, професійної спрямованості. Тому теоретичний і практичний матеріал повинен бути насичений прикладами використання теорії ймовірностей і математичної статистики у фінансовій практиці, при прийнятті рішень в умовах економічного ризику і в ситуаціях економічної та фінансової невизначеності.

У методичній системі такі матеріали використовуються:

– у підсумковій лекції "Елементи теорії ймовірностей при розв'язуванні практичних задач";
– на семінарських заняттях для ілюстрації застосування математичного апарату;
– для індивідуальної роботи з учнями при підготовці рефератів з теми: "Розв'язання практичних задач за допомогою елементів теорії ймовірностей".

Прикладна спрямованість вивчення теорії ймовірностей та математичної статистики у фінансово-економічних коледжах дасть реальну можливість встановити змістовні міжпредметні зв’язки між курсами математики та дисциплінами професійного спрямування, що є досить важливим з точки зору якісної підготовки майбутніх спеціалістів.

Своєрідними мають бути і форми, засоби та прийоми навчання теорії ймовірностей. До арсеналу засобів навчання повинні ввійти дидактичні, з використанням комп’ютера, ігри, експерименти, спостереження та активна предметна діяльність студентів.

Саме активний, проблемний підхід має стати основним, оскільки пасивне сприйняття має досить вузький коридор засвоєння в порівнянні з сучасними вимогами. Крім того, наша мета полягає не в тому, щоб збільшити обсяг інформації, що надається студентові, а в тому, щоб навчити його користуватися цією інформацією; грати і вигравати, використовуючи інформацію як додатковий механізм для виграшу. Тому рольові ігри, не втрачаючи свого значення, мають потіснитися при вивченні теорії ймовірностей і дати місце іграм, орієнтованим на перемогу.

Література:

1. Бродський Я., Павлов О. Про введення ймовірнісно-статистичної змістової лінії в шкільний курс математики // Математика в школі. – 2000. – №4.
2. Плоцкі А. Випадкова величина та гра як модель процесу прийняття рішень в умовах ризику // Математика в школі. – 2000. – №2.
3. Сабуров Є. В сторону игрового общества // Известия. – 2000. – №185.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АССОЦИАТИВНО-ОБРАЗНОГО ПОДХОДА В МЕТОДИКЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЫ

В.И. Ильчук, В.Г. Страхов
г. Одесса, Одесский институт усовершенствования учителей

Методика решения задач по математике начальной школы в целом достаточно хорошо изучена и изложена в различных пособиях [1, 2]. Эти методики используют многие учителя начальной школы в своей работе. В то же время сегодня в силу ряда социальных причин (большое число детей с замедленным психическим развитием, во многих случаях – слабая дошкольная подготовка и др.), используя классические подходы, не удается добиться достаточной подготовки учащихся, сформировать твердые навыки по решению математических задач.

Решение данной проблемы, что очевидно, лежит в развитии творческой активности сознания учащихся. Будучи направленной на познание, она начинается с активной избирательности и целенаправленности восприятия, продолжается в отвлечении от одних предметов, свойств и отношений и в фиксировании других, в превращении чувственного образа в логическую мысль, в оперировании понятийными формами знания, в созидании идей, замыслов, целей. В учебном процессе, т.е. в процессе изучения той или иной информации, явлений, объектов природы, творческая активность сознания заключается также в актах продуктивного воображения, фантазии; в поисковой деятельности, направленной на раскрытие сути тех или иных вопросов, нахождения путей решения различных задач путем формирования оригинального мнения, предположения, гипотезы и их проверки; в творческом комбинировании элементов познавательного содержания и продуцировании новых идей.

Решение учеником тех или иных проблем, заданий происходит в процессе мышления посредством операций образами, понятиями, символами. При этом мышление включает в себя сравнение, абстрагирование, обобщение, оценку и конечный выбор. Далеко не всегда решение проблемы, задачи осуществляется новыми методами и достигает оригинальных результатов. Мышление, как процесс решения задачи, может протекать по строго определенным правилам, алгоритмам (алгоритмическое мышление).

Наглядно роль ассоциаций, ассоциативного мышления можно продемонстрировать следующим примером. Одна женщина предложила знакомому, у которого не оказалось ручки и бумаги при встрече, запомнить ее новый номер телефона 41-33-57 с помощью таких ассоциаций: «первые две цифры означают год начала Отечественной войны – 41, вторые две цифры – возраст Иисуса Христа – 33, следующая цифра – лучшая оценка ученика – 5, и, наконец, последняя цифра – следующая за 5 нечетная цифра – 7». До сих пор, спустя многие годы, этот человек помнит номер телефона.

Другим примером может служить фрагмент фильма «Визит к минотавру». У скрипача украли скрипку Страдивари. Следователь выясняет, что к нему приходил сантехник, оставил номер своего телефона, но он его забыл. Хотя скрипач помнит, что этот телефон напоминал ему какую-то мелодию. Он садится к роялю и наигрывает мелодию, которая ассоциируется у него с номером телефона, и тем самым восстанавливает его в памяти. Разумеется этот эпизод – фантазия сценариста. Но она имеет под собой вескую психологическую основу.

Развитое образное мышление ученика, которое рассматривается в ряде работ, в частности в [4], может значительно помочь как самому ученику, так и учителю при формировании знаний, умений и навыков учащегося. На него учитель может опереться при формировании системы ассоциаций. Вопрос состоит лишь в выборе наиболее эффективной системы ассоциаций для данного ученика.

На наш взгляд, одним из условий реализации такого подхода является использование различных форм представления информации, которая, воздействуя на ученика, сформирует у него отклик на данные формы и способы подачи учебной информации. Это в свою очередь даст толчок процессу осмысления и понимания задания, задачи.

Кроме того, взаимосвязь разных форм одной и той же по сути информации стимулирует развитие той чувственной сферы ученика, которая у него менее развита.

Такой подход полностью согласуется с принципом природосообразности процесса обучения.

Общеизвестно, что одной из наиболее удобных форм работы с учащимися начальных классов по математике, является работа над текстовыми задачами.

Предлагаем одну из апробированных нами схем работы над задачами в виде определенного алгоритма:

1) чтение условия задачи (учителем или учеником);
2) анализ данных задачи;
3) моделирование задачи, т.е. представление условия задачи в виде модели;
4) сочинение на основе текста задачи рассказа, сказки и т.п.;
5) изображение содержания задачи с помощью рисунка;
6) осмысление условия задачи, составление плана ее решения;
7) решение задачи;
8) проверка правильности решения задачи.

При таком подходе затрагиваются основные чувственные сферы ученика, что может способствовать повышению как интереса к математике так и, соответственно, получению ими глубоких знаний, умений и навыков.

Литература:

1. Богданович М.В. Методика розв’язування задач у початковій школі. – К. Вища школа, 1990. – 184 с.
2. Богданович М.В., Козак М.В., Король А.Я. Методика викладання математики в початкових класах. – Тернопіль: Богдан, 2000. – 400 с.
3. Матюгин И.Ю. и др. Как развить память. – Д.: Сталкер, 1997. – 432 с.

БАГАТОВИМІРНІ ГРУПУВАННЯ У СУЧАСНОМУ КУРСІ СТАТИСТИКИ

В.І. Іщук[1], С.М. Малинський[2], Г.А. Єлисєєв[1]
[1] м. Полтава, Полтавський військовий інститут зв'язку
[2] м. Полтава, Полтавський державний технічний університет

У сучасній статистиці добре відомо як важливо обрати деяку ознаку, яка була б основою в напрямку групування. Набагато складніше проводити групування по декількох ознаках. Різні методи багатовимірних групувань використовуються в статистиці для того, щоб подолати недоліки комбінаційних групувань. Такі методи як, наприклад, метод багатовимірної середньої дозволяють досягнути багатовимірної оцінки, але ж не враховують кількісної оцінки "близькості" одного об'єкта сукупності до іншого.

Більш обґрунтованими є методи кластерного аналізу, в яких кожен об'єкт розглядається як точка у просторі ознак, що певним чином дозволяє ввести деякий аналог "відстані" між точками.

Таким чином спостерігаємо дві основні задачі: обрання певної кількості "головних" ознак і обрання методу, процесу класифікацій найкращим чином. Задачі можна поєднати у деякому підході за яким можливо охарактеризувати найкращий процес багатовимірної класифікації і вибір оптимальної множини ознак [1]. Притому множину ознак вважаємо ранжировану деяким чином: v_i – ваги факторних ознак, a_{ki} – значення i–ої ознаки на k-му об'єкті. Якщо кількість об'єктів – n , то вагу даного об'єкту по відношенню до класу можна обчислити, наприклад, як $B_k = \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot a_{ki}$.

В цій процедурі v_i може бути обчислено, як $v_i = \frac{G - G_i}{G}$, де G_i – кількісний показник, що відповідає застосованому методу. Відмінності в способах визначення B_k припускають, таким чином, певне узагальнення. Відмінності в способах визначення G_i, а також і v_i, можуть бути такі:

– вони залежать від нормування. Нехай $v=(v_i, \ldots, v_n)$, $\omega=(\omega_i, \ldots, \omega_n)$ – ваги однієї і тієї самої системи, які одержанні за результатом застосування різних процедур A_v і A_ω. Якщо ознаки впорядковані за зростанням ваги і $v_j \Big/ \sum_i v_i$ та $\omega_j \Big/ \sum_i \omega_i$ співпадають досить точно, то процедури A_v і A_ω еквівалентні.

– якщо факторні ознаки впорядковані за зростанням ваги A_v, $v_1<v_2<\ldots<v_n$, то кількість інверсії в послідовності $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ можна назвати різницею процедур A_v і A_ω. Це означає, що деякі ознаки класифікація A_ω рахує важливішими за A_v.

– головна відмінність класифікацій складається не лише в упорядкуванні факторних ознак, а також у виділенні множин ознак за якої саме і проводиться класифікація. Нехай для класифікації A_v це буде множина $\eta=(r_1, \ldots, r_t)$, а для алгоритму A_ω буде $\varphi=(p_1, \ldots, p_\omega)$, потужності t і ω, відповідно. Нехай $v_\eta=\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t} V_{rk}$, $\omega_\varphi=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\omega_{pk}$. Відносним показником класифікації A_v і A_ω буде $\left|(v,\omega)\right|=\omega_\varphi\sum_{i=1}^{n} v_i / v_\eta \sum_{i=1}^{n}\omega_i$. Даний показник характеризує наскільки сильно відрізняється головна множина факторів класифікації A_v від головної множини A_ω.

Разом з цим математично можна довести, що головна множина ознак майже завжди мала, порівняно зі всією сукупністю ознак $t=o(n)$; $u=o(n)$ [1].

Література

1. Іщук В.І., Малинський С.М. Про трактовку деяких розділів економічного аналізу діяльності підприємства // IV Всеукраїнські читання, присвяченні пам'яті М.В. Остроградського. – Полтава, 2000.
2. Уилкс С. Математическая статистика. – М.: Наука, 1967.

ПРЕДСТАВЛЕННЯ ПРИНЦИПУ МОЖЛИВИХ ПЕРЕМІЩЕНЬ У ВЕКТОРНІЙ ФОРМІ

Я.Ф. Каюк[1], О.А. Черкас[2]
[1] м. Київ, Інститут механіки НАН України ім. С.П. Тимошенка
[2] м. Ізмаїл, Ізмаїльський державний педагогічний інститут

В даний час проводиться перехід педагогічної освіти на ступеневу систему. Магістратура передбачає підвищення наукового рівня спеціаліста. Тому після вивчення курсів "Теоретична механіка", "Опір матеріалів", "Гідравліка" доцільно поглиблювати отримані знання, зокрема, під час навчання в магістратурі можливо застосувати принцип можливих переміщень до теорії оболонок обертання.

Матеріали композитних оболонок – неоднорідні. Наявність армуючих компонентів в однорідних матрицях завжди приводять до нерівномірного розподілу полій деформацій і напружень. В кінцевому рахунку це приводить до розгляду рівнянь руху (рівноваги) оболонок зі змінними коефіцієнтами; аналіз таких систем значно ускладнюється. Щоб зняти в значній мірі вказані труднощі, необхідно переходити до формулювання основних співвідношень механіки неоднорідних оболонок в інтегральній формі. Це означає, що потрібно використовувати варіаційні принципи, співвідношення типу метода Бубнова–Гальоркіна тощо. Другими словами необхідно знаходити узагальнені розв'язки.

Використання інтегральних постановок у задачах механіки композитних оболонок – цілком природній та необхідний підхід. Наскільки нам вдалось встановити, їх використання значно менше, ніж диференціальні постановки в механіці багатошарових оболонок. Тут пропонуємо застосування інтегрального підходу типу принципу можливих переміщень, з якого можна одержати і інші інтегральні методи.

Розглянемо одношарову оболонку з приведеними характеристиками. Вважаємо, що вона, окрім поверхневого навантаження з вектором інтенсивності $\vec{q}$, завантажена також на границях Γ_1 і Γ_2. Позначаємо через $\vec{p}_\gamma = \vec{p}_\gamma(s_\gamma)$, $\vec{m}_\gamma = \vec{m}_\gamma(s_\gamma)$ – вектори інтенсивності силового і моментного навантаження на краях оболонки Γ_1 і Γ_2, s_γ – дугові координати контурі Γ_γ (γ=1, 2).

Вважаємо, що в фіксований момент часу t оболонка знаходиться в "рівновазі", тобто векторна сума головних векторів зусиль, моментів, сил інерції дорівнює нулеві; зовнішні сили, вважаємо, незмінними в момент часу t. Тоді в цей момент часу t надаємо всім точкам оболонки лінійні $\delta\vec{u}$ і кутові $\delta\vec{\Omega}$ можливі (віртуальні) переміщення, які не повинні суперечити геометричним умовам закріплення країв оболонки.

В механіці суцільного середовища принцип можливих переміщень формулюють так: елементарна робота зовнішніх сил, що прикладаються до точок суцільного середовища, дорівнює елементарній роботі внутрішніх сил:

$$\delta A^{e} = \delta A^{i}. \qquad (1)$$

Вираз для δA^{e} запишемо у виді [1]:

$$\delta A^{e} = \int_{\Gamma_1} \vec{p}_1 \cdot \delta\vec{u}\Big|_{\Gamma_1} ds_1 + \int_{\Gamma_2} \vec{p}_2 \cdot \delta\vec{u}\Big|_{\Gamma_2} ds_2 + \int_{\Gamma_1} \vec{m}_1 \cdot \delta\vec{\Omega}\Big|_{\Gamma_1} ds_1 +$$
$$+ \int_{\Gamma_2} \vec{m}_2 \cdot \delta\Omega\ \Big|_{\Gamma_2} ds_2 + \int_{\pi} \vec{q} \cdot \delta\vec{u}\, ds - \rho h \int_{\pi} \ddot{\vec{u}} \cdot \delta\vec{u}\, ds, \qquad (2)$$

де ds – лемент площі поверхні π.

Враховуючи векторні рівняння руху

$$\frac{1}{\sqrt{a}}\left[\left(\vec{T}_1 A_2\right)_{,1} + \left(\vec{T}_2 A_1\right)_{,2}\right] + \vec{q} - h\rho\ddot{\vec{u}} = 0,$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}}[(\vec{M}_1 A_2^*)_{,1} + (\vec{M}_2 A_1^*)_{,2} + \vec{r}_{,1}^* \times \vec{T}_1 A_2^* + \vec{r}_{,2}^* \times \vec{T}_2 A_1^*] + \vec{q} - \rho h J \ddot{\vec{\Omega}} = 0,$$

одержимо явний вираз для δA^{i}:

$$\delta A^{i} = \int_{\pi} \frac{1}{\sqrt{\alpha}}\{\vec{T}_1 A_2 \cdot \delta\vec{u}_{,1} + \vec{T}_2 A_1 \cdot \delta\vec{u}_{,2} + \vec{M}_1 A_2 \cdot \delta\vec{\Omega}_{,1} + \vec{M}_2 A_1 \cdot \delta\vec{\Omega}_{,2} +$$
$$+[(\vec{r} \times (\vec{T}_1 A_2)_{,1} + \vec{r} \times (\vec{T}_2 A_1)_{,2}] \cdot \delta\vec{\Omega} + (\vec{r} \times \vec{T}_1 A_2) \cdot \delta\vec{\Omega}_{,1} + (\vec{r} \times \vec{T}_2 A_1) \cdot \delta\vec{\Omega}_{,2}\} ds. \qquad (3)$$

У цих формулах $\vec{T}_\gamma, \vec{M}_\gamma$ – зусилля і моменти, що розраховуються на одиницю довжини координатних ліній α_γ, A_γ – параметри Ляме, $\vec{r}$ – радіус-вектор точки оболонки, ρ – усереднена густина матеріалу оболонки, h – товщина оболонки.

Треті і четверті складові підінтегрального виразу в (3) перетворюємо до наступного виду:

$$[\vec r\times(\vec T_1 A_2),_1+\vec r\times(\vec T_2 A_1),_2]\cdot\delta\vec\Omega+(\vec r\times\vec T_1 A_2)\cdot\delta\vec\Omega,_1+(\vec r\times\vec T_2 A_1)\cdot\delta\vec\Omega,_2=$$
$$=\frac{\partial}{\partial\alpha_1}[(\vec r\times A_2\vec T_1)\cdot\delta\vec\Omega]+\frac{\partial}{\partial\alpha_2}[(\vec r\times A_1\vec T_2)\cdot\delta\vec\Omega]-\tag{4}$$
$$-(\vec r,_1\times A_2\vec T_1)\cdot\delta\vec\Omega-(\vec r,_2\times A_1\vec T_2)\cdot\delta\vec\Omega.$$

Використовуючи формулу Гріна, маємо:

$$\int_\Omega\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\{\frac{\partial}{\partial\alpha_1}[(\vec r\times A_2\vec T_1)\cdot\delta\vec\Omega]+\frac{\partial}{\partial\alpha_2}[(\vec r\times A_1\vec T_2)\cdot\delta\vec\Omega]\}ds=$$
$$=\int_{\Gamma_1}[\vec r\times(\vec T_1\nu_1^{(1)}+\vec T_2\nu_1^{(2)})]\delta\vec\Omega\Big|_{\Gamma_1}ds_1+\int_{\Gamma_2}[\vec r\times(\vec T_1\nu_2^{(1)}+\vec T_2\nu_2^{(2)})]\delta\vec\Omega\Big|_{\Gamma_2}ds_2,\tag{5}$$

де $\nu_\gamma^{(1)},\nu_\gamma^{(1)}$ – напрямні косинуси зовнішньої нормалі $\vec\nu_\gamma$ контуру Γ_γ.

Якщо $\vec T_{\nu_\gamma}$ – вектори зусиль, що прикладаються до вказаних контурів з нормалями $\vec\nu_\gamma$, то мають місце формули Коші

$$\vec T_{\nu_1}=\vec T_1\nu_1^{(1)}+\vec T_2\nu_1^{(2)};\quad \vec T_{\nu_2}=\vec T_1\nu_2^{(1)}+\vec T_2\nu_2^{(2)}.\tag{6}$$

Приймаючи до уваги формули (4) – (6), одержимо тоді вираз для елементарної роботи внутрішніх сил наступного виду

$$\delta A^i=\int_\pi\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\{\vec T_1A_2\cdot\delta\vec u,_1+\vec T_2A_1\cdot\delta\vec u,_2+\vec M_1A_2\cdot\delta\vec\Omega,_1+\vec M_2A_1\cdot\delta\vec\Omega,_2-A_1A_2(\vec e_1\times\vec T_1+$$
$$+\vec e_2\times\vec T_2)\cdot\delta\vec\Omega\}ds+\int_{\Gamma_1}(\vec r\times\vec T_{\nu_1})\cdot\delta\vec\Omega\Big|_{\Gamma_1}ds_1+\int_{\Gamma_2}(\vec r\times\vec T_{\nu_2})\cdot\delta\vec\Omega\Big|_{\Gamma_2}ds_2.\tag{7}$$

Тим самим одержали принцип можливих переміщень для одношарової оболонки :

$$\int_\pi\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\{\vec T_1A_2\cdot\delta\vec u,_1+\vec T_2A_1\cdot\delta\vec u,_2+\vec M_1A_2\cdot\delta\vec\Omega,_1+\vec M_2A_1\cdot\delta\vec\Omega,_2-$$
$$-A_1A_2(\vec e_1\times\vec T_1+\vec e_2\times\vec T_2)\cdot\delta\vec\Omega\}ds=\int_{\Gamma_1}\vec p_1\cdot\delta\vec u\Big|_{\Gamma_1}ds_1+$$
$$+\int_{\Gamma_2}\vec p_2\cdot\delta\vec u\Big|_{\Gamma_2}ds_2+\int_{\Gamma_1}(\vec m_1-\vec r\times\vec T_{\nu_1})\cdot\delta\vec\Omega\Big|_{\Gamma_1}ds_1+\tag{8}$$
$$+\int_{\Gamma_2}(\vec m_2-\vec r\times\vec T_{\nu_2})\cdot\delta\vec\Omega\Big|_{\Gamma_2}ds_2+\int_\pi\vec q\cdot\delta\vec u ds-\rho h\int_\pi\ddot{\vec u}\cdot\delta\vec u ds.$$

Представимо вираз (8) в іншій формі, для чого розглянемо вираз Н:

$$H = \int_{\pi} \frac{1}{\sqrt{a}} (\vec{M}_1 A_2 \cdot \delta\vec{\Omega},_1 + \vec{M}_2 A_1 \cdot \delta\vec{\Omega},_2) ds . \qquad (9)$$

Використовуючи формулу Гріна, матимемо:

$$H = -\int_{\pi} \frac{1}{\sqrt{a}} \left[(\vec{M}_1 \cdot A_2)_{,1} + (\vec{M}_2 A_1),_2 \right] \cdot \delta\vec{\Omega} + \\ + \int_{\Gamma_1} \vec{M}_{\nu_1} \cdot \delta\vec{\Omega}\Big|_{\Gamma_1} ds_1 + \int_{\Gamma_2} \vec{M}_{\nu_2} \cdot \delta\vec{\Omega}\Big|_{\Gamma_2} ds_2 . \qquad (10)$$

Підставляючи (10) у формулу (9), одержимо

$$\int_{\pi} \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \{ \vec{T}_1 A_2 \cdot \delta\vec{u},_1 + \vec{T}_2 A_1 \cdot \delta\vec{u},_2 - [(\vec{M}_1 A_2)_{,1} + (\vec{M}_2 A_1)_{,2} + A_1 A_2 (\vec{e}_1 \times \vec{T}_1 + \\ + \vec{e}_2 \times \vec{T}_2)] \delta\vec{\Omega} \} ds = \int_{\Gamma_1} \vec{p}_1 \delta\vec{u}\Big|_{\Gamma_1} ds_1 + \int_{\Gamma_2} \vec{p}_2 \delta\vec{u}\Big|_{\Gamma_2} ds_2 + \int_{\Gamma_1} (\vec{m}_1 - \vec{M}_{\nu_1} - \vec{r} \times \vec{T}_{\nu_1}) \cdot \delta\vec{\Omega}\Big|_{\Gamma_1} ds_1 + \\ + \int_{\Gamma_2} (\vec{m}_2 - \vec{M}_{\nu_2} - \vec{r} \times \vec{T}_{\nu_2}) \cdot \delta\vec{\Omega}\Big|_{\Gamma_2} ds_2 + \int_{\pi} \vec{q} \cdot \delta\vec{u} ds - \rho h \int_{\pi} \ddot{\vec{u}} \cdot \delta\vec{u} ds. \qquad (11)$$

Оскільки розглядається варіант теорії оболонок Кірхгоффа – Лява, тоді припускається, що деформації поперечного зсуву дорівнюють нулеві і для перерізуючих зусиль Q_γ^* одержимо вирази

$$Q_1^* = \frac{1}{A_1 A_2} ((A_2 M_{11}^*)_{,1} + (A_1 M_{21}^*)_{,2} + M_{12}^* \ A_{1,2} - M_{22}^* \ A_{2,1}); \qquad (12)$$

$$Q_2^* = \frac{1}{A_1 A_2} ((A_2 M_{12}^*)_{,1} + (A_1 M_{22}^*)_{,2} + M_{21}^* \ A_{2,1} - M_{11}^* \ A_{1,2}), \qquad (13)$$

де M_{11}^*, M_{22}^* – згинаючі, а M_{12}^*, M_{21}^* – скручуючі моменти.

Враховуючи вищесказане, ліву частину (11), яку позначаємо через δA_0^i, спрощуємо до виду :

$$\delta A_0^i = \int_{\pi} \frac{1}{\sqrt{a}} [\vec{T}_1 A_2 \cdot \delta\vec{u},_1 + \vec{T}_2 A_1 \cdot \delta\vec{u},_2]_{Q_2^*=}^{Q_1^*=} ds. \qquad (14)$$

Тут позначення $[\ldots]_{Q_2^*=}^{Q_1^*=}$ означає, що у виразі в квадратних дужках слід Q_γ^* замінити на співвідношення, які означуються формулами (12), (13).

Відомо, що з принципу можливих переміщень завжди повинні одержуватись рівняння руху (рівноваги) середовища і так звані силові граничні умови.

Перетворимо в (14) підінтегральний вираз наступним чином

$$[\vec{T}_1 A_2 \cdot \delta\vec{u},_1 + \vec{T}_2 A_1 \cdot \delta\vec{u},_2]_{Q_2^*=}^{Q_1^*=} = \{(\vec{T}_1 A_2 \cdot \delta\vec{u}),_1 + (\vec{T}_2 A_1 \cdot \delta\vec{u}),_2 - [(\vec{T}_1 A_2)_{,1} + (\vec{T}_2 A_1)_{,2}] \cdot \delta\vec{u}\}_{Q_2^*=}^{Q_1^*=} \quad (15)$$

Підставляючи в (1) співвідношення (15) та використовуючи формулу Гріна і формули Коші (6) одержуємо :

$$\int_\pi \{\frac{1}{\sqrt{a}}[(\vec{T}_1 A_2)_{,1} + (\vec{T}_2 A_1)_{,2}]_{Q_2^*=}^{Q_1^*=} + \vec{q} - \rho h \ddot{\vec{u}}\} \cdot \delta\vec{u}\, ds = \int_{\Gamma_1} (T_{\nu_1}\Big|_{Q_2^*=}^{Q_1^*=} - \vec{p}_1) \cdot \delta\vec{u}\Big|_{\Gamma_1} ds_1 + \int_{\Gamma_2} (\vec{T}_{\nu_2}\Big|_{Q_2^*=}^{Q_1^*=} - \vec{p}_2) \cdot \delta\vec{u}\Big|_{\Gamma_2} ds_2 + \int_{\Gamma_1} (\vec{M}_{\nu_1} - \vec{m}_1 + \vec{r} \times \vec{T}_{\nu_1}\Big|_{Q_2^*=}^{Q_1^*=}) \cdot \delta\vec{\Omega}\Big|_{\Gamma_1} ds_1 + \int_{\Gamma_2} (\vec{M}_{\nu_2} - \vec{m}_2 + \vec{r} \times \vec{T}_{\nu_2}\Big|_{Q_2^*=}^{Q_1^*=}) \cdot \delta\vec{\Omega}\Big|_{\Gamma_2} ds_2 . \quad (16)$$

Співвідношення (16) є остаточний вираз принципу можливих переміщень.

В середині області, яку займає поверхня π, варіації $\delta\vec{u}$ – довільні. Тоді рівність нулеві у співвідношенні $\delta A_0^i - \delta A^e = 0$ буде мати в пергу чергу лише тоді, коли :

$$\frac{1}{\sqrt{a}}[(\vec{T}_1 A_2)_{,1} + (\vec{T}_2 A_1)_{,2}]_{Q_2^*=}^{Q_1^*=} + \vec{q} - \rho h \ddot{\vec{u}} = 0.$$

В скалярному виді це векторне рівняння повністю еквівалентне трьом скалярним рівнянням [1].

Література

1. Каюк Я.Ф. Геометрически нелинейные задачи пластин и оболочек. – К.: Наукова думка, 1987. – 208 с.

ПРО АКТУАЛЬНІСТЬ РОЗРОБКИ СИСТЕМИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

Г.М. Кирилецька[1], Н.А. Сяська[2]
[1] м. Рівне, Міжгалузевий інститут післядипломної освіти
[2] м. Рівне, Рівненський державний гуманітарний університет

Перебудова шкільної геометричної освіти вимагає пошуку нових методичних технологій, які б забезпечили поряд з високим рівнем теоретичної і практичної підготовки з математики переорієнтацію навчально-виховного процесу на особистість учня, сприятливі умови для досягнення кожним учнем обраного рівня знань. При цьому ефективність навчання геометрії істотно залежить від того, наскільки вдало налагоджено зворотній зв'язок між учителем і учнями. Такий зв'язок буде дійовим і ефективним, масовим, глибоким і повним, якщо правильно підібрана система задач.

Серйозного удосконалення потребує поняття, вимоги, типи, методика формування системи задач шкільного курсу геометрії, оскільки підбір завдань, поданий в діючих підручниках, нерідко не враховує зміст та основні ідеї Концепції шкільної математичної освіти та Державного стандарту загальної середньої математичної освіти в Україні. Провідною ідеєю цих документів є рівнева диференціація навчання і орієнтація його результатів на навчальні можливості учнів.

Аналіз методичної літератури з даної теми висвітлив такі недоліки:

- недостатня розробленість структури системи задач і методики її формування;
- більшість досліджень виконано на матеріалі алгебри і математики початкових класів.

Масова практика навчання показує, що в діючих підручниках переважає традиційна організація підбору задач – прагнення розв'язати їх з учнями якнайбільше без врахування навчаючих якостей; використання вправ переважно для безпосереднього закріплення знань чи їх повторення; не використовуються завдання, які дозволяють формувати в учнів навички аналізу, синтезу, узагальнення, абстрагування, моделювання.

Характерний недолік структури системи задач в багатьох підручниках (особливо з геометрії) – ізольованість їх одна від одної, відсутність інформаційної спільності між ними, порядок розв'язування майже довільний і відноситься до компетенції вчителя. Набір таких задач не забезпечує міцність і свідомість засвоєння знань. Варто відмітити, що при систематизації вправ в більшості випадків враховується лише збільшення кількості задач без якісних змін їх структури. Таким чином, актуальною на сьогодні є розробка особистісно-орієнтованої системи задач, побудованої на основі диференціації навчання, яка враховувала б психолого-методичні закономірності формування геометричних знань, особливості навчальної діяльності учнів, різнорівневі вимоги до геометричної підготовки.

Специфіка задач шкільного курсу геометрії проявляється перш за все у вузькій їх напрямленості. Значну їх частину становлять задачі на вивчення фігур, операцій, відношень між ними і їх властивостей. Однак, з дидактичної точки зору в процесі розв'язування геометричних задач закладені більші, ніж алгебраїчних, можливості розвитку мислення, просторової уяви школярів. Характерна особливість курсу геометрії – широкий спектр конфігурацій, що використовуються в задачах. В курсі алгебри відпрацювання вмінь однакового рівня складності здійснюється при виконанні одноманітних вправ. В планіметрії ситуації, в яких реалізуються певні вміння і навички, досить різноманітні.

Правильне вирішення питання про поняття системи задач, їх послідовність, різноманітність, типи і вимоги, методику їх розв'язання є однією з важливих умов корінного покращення теорії і практики навчання. Вміла систематизація в значній мірі визначає якість навчання математиці. На жаль, поки що немає чітко встановлених принципів, які б дозволили судити про те, що саме повинно бути досягнуто з допомогою задач і якої складності вони повинні бути, в якому порядку розміщуватись у підручнику.

Велике значення для систематизації знань має цілеспрямована система задач, яка передбачає осмислення, засвоєння понять, операцій, дій, залежностей у процесі формування відповідних прийомів мислення. Тому можна навести перелік актуальних питань методики застосування задач в навчанні математиці. Так, слід чітко визначити :

- функції задач у шкільному курсі геометрії;
- систему завдань, яка реалізує ідею розвиваючого і виховного навчання;
- орієнтовний кількісний і якісний мінімум задач, необхідний для реалізації через них тієї чи іншої конкретної мети навчання математиці.

Розробляючи систему задач, варто встановити основні розумові вміння, які можуть і повинні бути сформовані в учнів; виділити основні прийоми і методи розв'язування задач; визначити параметри системи завдань, що контролюють ступінь навченості і математичного розвитку школяра на кожному етапі навчання.

Суть розв'язання проблеми зводиться до створення системи логічно зв'язаних якісних задач з наростаючим ступенем складності. Якщо задачі логічно не взаємозв'язані, то вчити дітей логіці мислення на них не можна. Експериментальне навчання показує істотні переваги спіральної структури знань, коли задачі розміщуються у вигляді розгорнутої спіралі, а не лінійно.

Система задач буде ефективна, якщо дотримуватись ряду загальнометодичних вимог та принципів:

- науковості – відповідність змісту задач та інформації, яка необхідна для їх розв'язування, врахування найважливіших закономірностей пізнання;
- диференційованої реалізованості-система задач має бути розрахована на реалізацію рівневої диференціації в процесі навчання математиці. Диференціація передбачає набір завдань різної складності з орієнтацією на вимоги щодо засвоєння курсу математики;
- реалізації провідних функцій задач у навчанні (навчальних, виховних, пізнавальних);
- методичної доцільності;
- систематичності;
- зв'язку навчання з життям - включення в систему задач практичного змісту;
- доступності;
- свідомості.

Система задач має будуватися з поступовим наростанням складності, сприяти протидії виробленню стереотипів, причому вона повинна містити достатню кількість завдань для досягнення необхідного рівня оволодіння матеріалом. В цій системі має бути мала ймовірність виникнення помилкових асоціацій.

Слід відзначити такі основні методичні принципи побудови системи задач: однотипність, неперервного повторення, контрприклади, порівняння, повноти.

Системи задач повинні сприяти глибокому і міцному засвоєнню теоретичного змісту підручника; охоплювати всі загальні і спеціальні способи навчально-пізнавальної діяльності, передбачені програмою; надавати можливість учням виконувати завдання різного ступеня складності і забезпечувати висхідну лінію в розумовому розвитку; відображати внутріпредметні і міжпредметні зв'язки. Поряд з традиційними, система повинна містити і спеціально розроблені пізнавальні задачі для розвитку творчого мислення, просторової уяви, вільні і дискусійні завдання.

При систематизації задач необхідно враховувати вікові особливості учнів. Завдання не повинні бути ні надто легкими, ні надто складними. Якщо система задач перевантажена складними, з точки зору рівня підготовленості учнів, завданнями, то і весь курс стає недоступним. Підбір завдань з геометрії повинен сприяти правильному формуванню основних геометричних понять, засвоєнню теоретичного матеріалу, розвитку просторових уявлень, конструктивних здібностей, логічного мислення, творчого підходу до розв'язування запропонованих завдань.

Виходячи з усього сказаного вище, можна зробити висновок про важливість вирішення питання систематизації задач в шкільному курсі геометрії. Адже воно лежить в основі навчальних програм, підручників і математичної освіти взагалі.

ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ ОДНОЙ И МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ» НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ

Т.И. Климова, Т.М. Сапронова
г. Одесса, Одесская государственная морская академия

В 1987 году вышло в свет учебное пособие под общей редакцией доктора технических наук, профессора, начальника кафедры высшей математики ОГМА П.Ф. Овчинникова «Высшая математика» [1]. Особенностью пособия является обобщенный подход к формулировке и доказательству основных понятий аналитической геометрии, линейной алгебры, математического анализа. Обобщен опыт применения дидактических методов и приемов с целью активизации мыслительной деятельности обучающихся в процессе изучения курса математики. В связи с этим на протяжении многих лет в ОГМА, исходя из указанного выше пособия, используется один из новых дидактических методов – метод параллельного изложения, который состоит в том, что изложение и введение таких основных понятий математики, как пространство, вектор, функция, предел, последовательность, дифференциал, интеграл, функционал, даются одновременно: одномерное и конечномерное пространства, одномерный и n–мерный векторы, функции одной и n переменных; производные функции одной и n переменных, одномерные и многомерные интегралы.

В данной статье мы остановимся на изложении темы «Производная функции одной и n переменных на практических занятиях». Теоретическая часть изложена в указанном выше пособии [1].

На первом практическом занятии курсантам предлагаются задачи, приводящие к понятию производной функции одной и многих переменных, рассматриваются определения, геометрический и физический смысл производной функции одной и многих переменных.

Примеры рассматриваемых задач:

Найти скорость равномерно ускоренного движения в произвольный момент t и в момент t=2 с, если зависимость пути от времени выражается формулой $S=gt^2/2$.

Задан закон нагревания тела: $Q=2t^3-t$, где Q – количество теплоты, t – температура. Требуется найти теплоемкость C тела при любой температуре; при $t=10$ °C $\left(C=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}\right)$.

Задан закон изменения количества заряда q, протекающего через поперечное сечение проводника за время t: $q=-2\cos 2t$. Найти силу тока в любой момент времени; при $t=2\pi(c)$. (Средняя сила тока $I_{cp}=\dfrac{\Delta q}{\Delta t}$; сила тока $I=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta q}{\Delta t}$).

Определить объемное количество стружки, полученной при обработке цилиндра высотой h и диаметром D, если высота цилиндра уменьшилась на Δh, а диаметр – на ΔD.

Решение. Задача имеет точное решение. Объем стружки по абсолютной величине равен приращению функции от двух переменных D и h:

$$\Delta V=\frac{1}{4}\pi\left(D+\Delta D\right)^2\left(h+\Delta h\right)-\frac{1}{4}\pi D^2h=$$
$$=\frac{1}{4}\left[2Dh\Delta D+4hD^2+D^2\Delta h+2D\Delta D\Delta h+\Delta D^2\Delta h\right]$$

Приращение ΔV можно вычислить с помощью дифференциала

$$\Delta V\approx dV=\frac{1}{4}\pi\left(D^2\Delta h+2Dh\Delta D\right).$$

И на этом же занятии рассматривается определение частной производной первого порядка от функции многих переменных.

Например, для функции трех независимых переменных $u=5x^2yz$.

Находим частные приращения $\Delta_x u$, $\Delta_y u$, $\Delta_z u$ в произвольной точке $M(x, y, z)$:

$\Delta_x u=5(x+\Delta x)^2yz-5x^2yz$;
$\Delta_y u=5x^2(y+\Delta y)z-5x^2yz$;
$\Delta_z u=5x^2y(z+\Delta z)-5x^2yz$.

Составляем отношения частных приращений к приращениям независимых переменных Δx, Δy, Δz:

$$\frac{\Delta_x u}{\Delta x}=\frac{10x\Delta xyz+5yz\left(\Delta x\right)^2}{\Delta x};$$

$$\frac{\Delta_y u}{\Delta y} = \frac{5x^2 \Delta yz}{\Delta y};$$

$$\frac{\Delta_z u}{\Delta z} = \frac{5x^2 \Delta zy}{\Delta z}.$$

Переходя к пределу, находим частные производные от функции $u=f(x, y, z)$ по переменным x, y, z в любой точке М(x, y, z):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta_x u}{\Delta x} = 10x^2 yz;$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \lim_{\Delta y \to 0} \frac{\Delta_y u}{\Delta y} = 5x^2 z;$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{\Delta_z u}{\Delta z} = 5x^2 y.$$

Еще раз обращаем внимание курсантов на то, что при нахождении частных производных $\frac{\partial u}{\partial x_i}$ нужно мысленно зафиксировать все остальные (n–1) переменные и дифференцировать функцию $u=f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ по x_i как функцию одной переменной.

Решая упражнения № 7, 8 стр.75 задачника [2], отрабатываем навыки по применению определений частных производных функций многих переменных. Многократные упражнения, раскрывающие понятия с разных сторон и в связи с другими понятиями дают возможность курсантам лучше вникнуть в суть определения.

Далее пишется пятиминутная контрольная работа на тему «Таблица производных». На последующих занятиях отдельно производная функции одной переменной не отрабатывается. Рассматривая только частные производные, преподаватель акцентирует внимание на том, что если дифференцирование идет по переменной x_i функции $u=f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, то при этом остальные переменные выступают в роли постоянных, и, следовательно, все теоремы дифференцирования, которые справедливы для функции одной переменной, справедливы и для функций многих переменных.

Например, в порядке упражнения доказывается теорема о производной линейной комбинации функций. Формулируем теорему для функции одной переменной:

Линейная комбинация функций, имеющих производную

$$F(x)=C_1 f_1(x)+C_2 f_2(x)+\ldots+C_n f_n(x)=\sum_{i=1}^{n} C_i f_i(x),$$

имеет производную

$$F'(x)=C_1 f_1^{'}(x)+C_2 f_2^{'}(x)+\ldots+C_n f_n^{'}(x)=\sum_{i=1}^{n} C_i f_i^{'}(x).$$

Действительно,

$$F'(x)=\lim_{\Delta x\to o}\frac{F(x+\Delta x)-F(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sum_{i=1}^{n} C_i f_i(x+\Delta x)-\sum_{i=1}^{n} C_i f_i(x)}{\Delta x}=$$

$$=\sum_{i=1}^{n} C_i \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f_i(x+\Delta x)-f_i(x)}{\Delta x}=\sum_{i=1}^{n} C_i f_i^{'}(x).$$

Частные случаи:

Пусть $n=1$, тогда $F(x)=C_1 f_1(x)$ и $F'(x)=C_1 f_1'(x)$, т.е. постоянный множитель можно выносить за знак производной.

Пусть $C_1=C_2=\ldots=C_n=1$. Тогда $F(x)=f_1(x)+f_2(x)+\ldots+f_n(x)$, а $F'(x)=f_1'(x)+f_2'(x)+\ldots+f_n'(x)$, т.е. производная от суммы функций, имеющих производную равна сумме производных этих функций.

Следствие. Теорема справедлива и для частных производных.

Пусть $u=C_1 f_1(z, y, z)+C_2 f_2(z, y, z)+C_3 f_3(z, y, z)$.

Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x}=C_1\frac{\partial f_1}{\partial x}+C_2\frac{\partial f_2}{\partial x}+C_3\frac{\partial f_3}{\partial x}=\sum_{i=1}^{3} C_i\frac{\partial f_i}{\partial x};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}=C_1\frac{\partial f_1}{\partial y}+C_2\frac{\partial f_2}{\partial y}+C_3\frac{\partial f_3}{\partial y}=\sum_{i=1}^{3} C_i\frac{\partial f_i}{\partial y};$$

$$\frac{\partial u}{\partial z}=C_1\frac{\partial f_1}{\partial z}+C_2\frac{\partial f_2}{\partial z}+C_3\frac{\partial f_3}{\partial z}=\sum_{i=1}^{3} C_i\frac{\partial f_i}{\partial z}.$$

На первых примерах от курсантов требуется четкое понимание того, что выступает в роли переменной, а что в роли постоянной. В дальнейшем это становится в порядке вещей, и они легко переходят от частных производных к обыкновенным. Поэтому вопрос дифференцирования сложной функции многих переменных не вызывает затруднений.

Например: найти производную $\frac{du}{dt}$ функции $u=x^2y-xy^2$, если

$x=t^2$, $y=e^t$.

Используя формулу $\frac{du}{dt}=\frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dt}$, обращается внимание курсантов на то, что в правой части формулы присутствуют одновременно и частные, и обыкновенные производные. Обязательно объясняется причина. Акцентируется внимание на то, что функция u зависит от двух переменных x, y, потому в этом случае рассматриваются частные производные, а x, y зависят только от одной переменной t, и, следовательно, здесь имеют место обыкновенные производные. И после этого находим сами производные указанных функций и подставляем в формулу

$$\frac{\partial u}{\partial x}=2xy-y^2; \quad \frac{\partial u}{\partial y}=x^2-2xy; \quad \frac{dx}{dt}=2t; \quad \frac{dy}{dt}=e^t.$$

$$\frac{du}{dt}=\left(2xy-y^2\right)2t+\left(x^2-2xy\right)e^t.$$

При дифференцировании сложной функции $u=f(x, y, z)$, где $y=y(x)$, $z=z(x)$ полная производная находится по формуле

$$\frac{du}{dx}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dx}+\frac{\partial u}{\partial z}\frac{dz}{zx}.$$

Необходимо обратить внимание курсантов на различия обозначений производных, стоящих в правой и левой частях формулы. Если справа производная $\frac{\partial u}{\partial x}$ вычисляется в предположении, что y, z играют роль постоянных и обозначаются соответственно, как частные производные, то слева $\frac{du}{dx}$ вычисляются в предположении, что y, z – функции от x.

Рассмотрим пример (стр. 90 №67 (3)) [2].

Найти $\frac{du}{dx}$ для $u=\frac{x}{y^2}$, где $y=e^{4x}$.

Используя формулу $\frac{du}{dx}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dx}$, находим частные производные и подставляем в формулу:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{1}{y^2}; \frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{2x}{y^3}; \frac{dy}{dx}=4e^{4x}.$$

$$\frac{du}{dx}=\frac{1}{y^2}-\frac{2x}{y^3}4e^{4x}=\frac{1}{y^3}\left(y-8xe^{4x}\right).$$

Рассматривая более общий случай, когда каждая переменная функции $u=f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ зависит в свою очередь от двух других переменных $x_i=\varphi_i(u, v)$, обращаем внимание курсантов на то, что здесь речь идет только о частных производных.

Рассмотренные примеры показывают, что с методической точки зрения важно акцентировать внимание курсантов на упражнениях, которые служат не только для закрепления учебного материала, но предназначены и для подготовки рассмотрения последующих тем.

Изучая раздельно производные от функции одной переменной, а через какое-то время производные функции многих переменных, начинаем, по сути, с нуля. Используя данную методику, мы, во-первых, значительно сокращаем время изложения темы и ,во-вторых, добиваемся более четкого усвоения этих принципиальных понятий.

Используемая литература

1. Овчинников П.Ф., Яремчук Ф.П., Михайленко В.М. Высшая математика /под редакцией П.Ф.Овчинникова/. – Киев: Вища школа, 1987.
2. Высшая математика. Сборник задач / под общей редакцией П.Ф. Овчинникова/. – Киев: Вища школа, 1991.

РУХ ЗА ВВЕДЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ СТОХАСТИКИ В ПРОГРАМУ ЗАГАЛЬНООСВІТНІХ ШКІЛ

В.М. Кліндухова
м. Кіровоград, Кібернетико-технічний коледж наукового навчально-педагогічного комплексу

Сучасна теорія та методика навчання математики базується навколо десяти основних змістових ліній, серед яких нещодавно з'явилися й елементи стохастики. Під терміном "стохастика" (від грецького "stochastikos" – той, кому відомі закони випадкового) розуміють природне, з математичного погляду, поєднання теорії ймовірностей з математичною статистикою. Інколи це поняття розширюють за рахунок включення елементів комбінаторики та описової статистики. Тут "слід мати на увазі, що зміст термінів "описова статистика" та "математична статистика" різний… Якщо описова статистика займається обробкою за допомогою математичних засобів (діаграм, гістограм, таблиць тощо) числових даних, що стосуються масових явищ…, то предметом математичної статистики є вироблення правил побудови висновків про властивості цілого на основі властивостей випадково вибраної з нього частини (вибірки)" (Слєпкань З.І. Методика навчання математики).

Незважаючи на те, що тема впровадження стохастичних ідей підіймається на сторінках періодичних видань вже багато років як видатними науковцями так і вчителями-практиками, невирішені проблеми з цього приводу все ж таки залишилися. Так до сих пір потребують остаточного з'ясування основні компоненти методичної системи навчання стохастики (мета навчання та її застосування; об'єкт вивчення; зміст навчання; методи навчання; засоби навчання) згідно п'яти основних програм з математики для середніх навчальних закладів різного типу спеціалізації.

У зв'язку із вище зазначеним, на наш погляд є доцільним, перед вивчення проблеми створення методичної системи навчання стохастики, розглянути історичний аспект даного питання, тобто досягнення і помилки як розвитку самої теорії ймовірностей та математичної статистики, так і її викладання.

Історичний розвиток ймовірнісно-статистичних ідей розпочався ще за найдавніших часів. Його дослідженням займалося багато видатних вчених, які й виділили п'ять основних періодів. Кожний з цих періодів визначається сумою накопичених знань з теорії ймовірності, що знаходяться в тісному зв'язку з практичними потребами та рівнем розвитку науки в ту чи іншу історичну епоху: Ми зупинимося більш детально лише на деяких з них.

1. Передісторія теорії ймовірностей (від найдавніших часів до кінця XVI сторіччя). В цей період імовірнісні ідеї ще не отримують статусу науки, але відбувається активне накопичення фактичного матеріалу. Такими математиками як Пачолі (1445–1514 рр.), Тарталля (1500–1557 рр.), Кардано (1501–1576 рр.) формується постановка деяких імовірнісних задач, що пов'язані з азартними іграми та страхуванням, а також робляться спроби їх розв'язування.

2. Період формування перших наукових імовірнісних принципів (XVII сторіччя). Означений період пов'язаний з іменами таких вчених як Ферма (1601–1665 рр.), Гюйгенс (1629–1695 рр.), Паскаль (1623–1662 рр.), Я. Бернуллі (1654–1705 рр.) та інші, які заклали науковий фундамент теорії ймовірностей та встановили її нові можливості та напрямки. Були сформовані певні ймовірнісні поняття та теореми (математичне сподівання, теореми додавання та множення ймовірностей). Також в цей же період було відкрито найпростіший випадок закону великих чисел – закон Я. Бернуллі та інше.

3. Період виникнення теорії ймовірностей як науки (з початку XVII сторіччя до першої чверті XIX сторіччя). Означений період розвитку теорії ймовірностей характеризується дійсно науковими досягненнями: доведення перших граничних теорем; створення способу найменших квадратів; формула Байеса (1702–1764 рр.); задача Бюффона (1707–1788 рр.); застосування аналізу нескінченно малих до задач теорії ймовірностей (Д. Бернуллі (1700–1782 рр.)) та інше. Серед усіх цих досягнень та відкриттів найвидатнішими, як вважає німецький історик математики К. Бірман, є вклад Лапласа (1749–1827 рр.) та Пуассона, які "затьмарили усіх своїх попередників".

Дійсно, наукові міркування означений вчених та теореми, які пізніше стали називатися їх іменами, займають центральне місце в вивченні теорії ймовірностей. Окрім цього Лаплас і Пуассон зробили досить вдалу спробу узагальнення і систематизації усіх існуючих на той час ймовірнісно-статистичних ідей. Саме після цього й стало можливим широке застосування науково обґрунтованих методів теорії ймовірностей в різноманітних галузях (демографія, теорія стрільби, теорія помилок, страхування, проведення лотерей тощо). Але слід зазначити, що в своїх роботах означені вчені припускалися певних помилок, які стосувалися необґрунтованого і навіть хибного розповсюдження застосування теорії ймовірностей. Так, незважаючи на те, що саме Лаплас показав неспроможність поняття морального сподівання, він вважає історію суспільства такою галуззю, в якій панує "сліпий випадок", а всі закономірності будь-якої області масових явищ повністю описуються нормальним законом (так назвав А. Пуанкаре теорему Лапласа). Аналогічно вважав Пуассон, що всі явища як морального так і фізичного порядку підпорядковані універсальному закону – закону великих чисел. Обидва ці вчені вважали природним застосовувати теорію ймовірностей до юриспруденції, зокрема до судових процесів, а також до політичних і суспільно-економічних наук. По цьому ж хибному шляху, під впливом Лапласа, пішов відомий бельгійський статистик А. Кетле (1796–1874 рр.), який вважав математичними ймовірностями міру схильності до злочинів, до одруження та інше, а в якості основної задачі дослідження статистики висував виявлення характеру "середньої людини". В цілому кількість робіт, присвячених невиправданим застосуванням теорії ймовірностей та математичної статистики до життя суспільства, росла. Це призвело до того, що в середині XIX століття означені науки зайшли майже в глухий кут, пов'язаний з тим, що не були з'ясовані галузі та межі застосування теорії ймовірностей та математичної статистики; навіть почала розповсюджуватися думка, що означені науки взагалі не мають ніякого відношення ні до природознавства, ні до математики.

4. Період найважливіших наукових досягнень (з другої чверті XIX століття – до початку XX століття). Четвертий період розвитку теорії ймовірностей ознаменувався тріумфом Петербурзької математичної школи, провідна роль в якій належить П.Л. Чебишову (1821–1894 рр.), а також його учням, зокрема А.А. Маркову, А.М. Ляпунову, Г.Ф. Вороному та іншим. Основ-

них питань, якими займався Чебишов в теорії ймовірностей, було два: закон великих чисел і гранична теорема для сум незалежних випадкових величин. Це були центральні питання теорії ймовірностей. Від їх розв'язання залежав подальший шлях розвитку теорії ймовірностей. Наукові дослідження з цих питань продовжив учень Чебишова – Марков, а далі й Ляпунов, який, не принижуючи досягнень попередників, вважав, що їх висновки потребують доповнень через свою складність та громіздкість. Ляпунову з цих центральних питань теорії ймовірностей вдалося одержати більш загальні результати ніж Чебишову та Маркову завдяки застосуванню нового метода – метода характеристичних функцій (це більш загальний метод в порівнянні з методом моментів, який застосовував Чебишов). Роль Чебишова в четвертий період розвитку теорії ймовірностей підкреслював А.Я. Хінчин: починаючи з другої половини XIX сторіччя Росія була "єдиною країною, в якій математичні основи теорії ймовірностей культивувалися з тою серйозністю, якої заслуговувала ця наука по своїй видатній ролі в природознавстві і техніці. Цим своїм виключним положенням російська теорія ймовірностей повністю зобов'язана роботам Чебишова". Але при всій своїй прогресивності Петербурзькій школі була властива деяка обмеженість: Чебишов та його учні часто холодно і скептично відносилися до важливих досягнень західноєвропейських математиків цього періоду, таких як Кетле, Б'єнеме, Гальтон, Пірсон та Пуанкаре, що певним чином гальмувало розвиток науки. Тим більше, що саме в цей період значно розширюються межі застосування імовірнісних ідей: виникає статистична фізика, що пов'язано з іменами таких видатних фізиків-теоретиків як Л. Больцман (1844–1906 рр.), Максвел та Гіббс (1833–1903 рр.). Причому, як вважав Больцман, статистичні методи є прийнятними не тільки до молекулярно-кінетичної теорії, але й до вивчення електромагнітних хвиль. А розвиток Больцманом статистичних уявлень в фізиці об'єктивно підготував фундамент для виникнення квантової теорії.

5. Період аксіоматичної побудови теорії ймовірностей (початок XX століття). Розвиток ймовірнісно-статистичних ідей на початку XX століття стикнувся з об'єктивною необхідністю більш чіткого та строгого відношення до основних понять теорії ймовірностей. Постала необхідність виділення первісних понять,

а також установки логічності, несуперечливості та послідовності висновків. Тобто назріли передумови створення аксіоматичних основ теорії ймовірностей. Необхідність аксіоматичного методу можна розглядати в двох аспектах: зовнішньому та внутрішньому. Зовнішній аспект полягає в тому, що все ширше почали розповсюджуватися науково необґрунтовані, хибні ймовірнісно-статистичні умовиводи та їх застосування (сумні наслідки третього та четвертого періодів розвитку теорії ймовірностей). Яскравим прикладом вищезазначеного є книги, публікації та виступи ректора Московського університету з 1883 року, а з 1915 року члена Ради міністерства народної освіти Росії П.А. Нєкрасова (1853–1924 рр.). Проти псевдонаукових висновків, прикритих посиланнями на теорію ймовірностей, якого активно виступали А.М. Ляпунов, А.А. Марков, В.А. Стєклов та інші прогресивні вчені того періоду. Подібних помилок не запобіг навіть такий видатний математик, як Е. Борель (1871–1956 рр.), в своїй книзі "Випадок", яка була написана в 1914 році, а перекладена на російську мову в 1923 році. І тільки пізніше, вже в другій своїй книзі "Ймовірність та достовірність" (1950 рік), Борелем підіймаються досить принципові і важливі питання теорії ймовірностей, які не містять ніяких необґрунтованих застосувань, так як уже в цей час теорія ймовірностей стала повноправною математичною дисципліною. Що стосується внутрішнього аспекту необхідності аксіоматичного методу, то як стверджує Л.Е. Майстров в своїй книзі "Теория вероятностей. Исторический очерк" він полягає у такому: на початку XX століття в усіх працях по теорії ймовірностей давалося класичне обґрунтування Лапласа, хоча з розвитком науки була вже досить помітною деяка невідповідність цієї системи рівню ймовірнісно-статистичних знань. "Класичне визначення ймовірності через рівноможливі події фактично являють собою тавтологію, так як рівноможливість по суті є рівноймовірністю. Слід зауважити, що для вузького кола явищ, де можливо вказати "симетричність", це визначення може бути виправданим, але його не можна розповсюджувати на інші явища. Звідси слідує другий істотний недолік класичної концепції – дуже обмежене коло її застосувань." Звісно, що багатьох вчених не вдовольняло означене вузьке коло застосувань, так як уже об'єктивно намітилося цілеспрямоване інтегрування теорії ймовірностей в інші науки такі як фізика, статистика, біологія, техніка та інші.

Перша спроба аксіоматичного обґрунтування теорії ймовірностей була зроблена С.Н. Бернштейном в 1917 році. Він вводить три аксіоми: 1) аксіома порівняння результатів; 2) аксіома про несумісні події; 3) аксіома про сумісність подій, які А.М. Колмогоров (1903–1987 рр.) в своїй праці "Роль русской науки в развитии теории вероятностей" оцінює так: "С.Н. Бернштейну належить перша, систематично розвинута аксіоматика теорії ймовірностей, яка побудована на понятті якісного порівняння подій по їх більшій чи меншій ймовірності. Саме чисельне вираження ймовірності з'являється в цій концепції вже у вигляді похідного поняття".

Зовсім в іншому напрямку побудував аксіоматику теорії ймовірностей Р. Мізес (1883–1953 рр.), який очолював Інститут прикладної математики в США, а також є засновником частотної концепції в теорії ймовірностей. Мізес вважав, що теорія ймовірностей не є математичною дисципліною, що це лише дисципліна, яка широко використовує математичні методи. Він формулює дві основні аксіоми теорії ймовірностей, але не надає їм значення аксіом математичної теорії, а розглядає їх як властивості колективу – основного поняття в частотній теорії Мізеса. Найважливішою ж помилкою, на наш погляд, в означеній теорії є те, що в ний ймовірність губить свій зміст об'єктивної числової характеристики реальних явищ. Цим же шляхом – шляхом суб'єктивного тлумачення теорії ймовірностей – пішов також італійський математик Б. Фінетті та деякі інші послідовники Мізеса. Але усі ці спроби зазнали широкої критики зі сторони прогресивного наукового світу, зокрема зі сторони Б.В. Гнєденка та А.Я. Хінчина.

Остаточно ж теорія ймовірностей і математична статистика набули статусу математичних дисциплін завдяки аксіоматики Колмогорова, з наукових досліджень якого і почала своє існування московська школа теорії ймовірностей. В означеній школі, починаючи з 20-х років, характер досліджень з теорії ймовірностей в багатьох випадках визначається ідеями теорії множин та теорії функції. В результаті цих досліджень виявилося, що між основними поняттями теорії ймовірностей та між основними поняттями теорії множин та теорії функцій можливе встановлення певних аналогій. Причому, за словами Б.В. Гнєденка, “ці аналогії між настільки, здавалося б, різними галузями науки дозволили по іншому освітити логічні основи теорії ймовірностей, збагатити її зміст новими постановками задач і методами досліджень, а також довести до кінця розв’язування класичних задач”. Дійсно, саме завдяки застосуванню в теорії ймовірностей теоретико-множинних методів Колмогоровим в 1926 році була доведена теорема, якою була розв’язана одна з центральних проблем теорії ймовірностей – проблема закону великих чисел. А в 1933 році з’явилася книга Колмогорова “Основні поняття теорії ймовірностей”, яка містила вже більш глибокий аналіз вищезазначених аналогій: між мірою множин та ймовірністю подій; інтегралом та математичним сподіванням; ортогональністю функцій та незалежністю випадкових величин та інше, а також шість аксіом теорії ймовірностей, які зараз відомі будь-якому фахівцю з теорії ймовірностей і навіть початківцю в різноманітних її інтерпретаціях. Так завершилося основне формування теорії ймовірностей, яка і наші часи є “живим організмом”, який постійно розвивається і удосконалюється, а також проникає у все нові і нові сфери сучасного життя, про що неодноразово писали на сторінках журналів “Математика в школі”, “У світі математики”, “Теорія ймовірностей” такі відомі вчені, наші сучасники, як Б.В. Гнєденко, А.В. Скороход, М.Й. Ядренко, А. Плоцкі та багато інших.

Зробивши короткий екскурс в історію розвитку теорії ймовірностей, можна зробити висновок, що з другої чверті XIX століття Росія міцно займала перше місце в Європі за рівнем розвитку науково обґрунтованих ймовірнісно-статистичних ідей, а також є батьківщиною аксіоматичної побудови теорії ймовірностей. В зв’язку з цим є дуже цікавим той факт, що вже на протязі багатьох років країни Європи, США, Японія та деякі інші країни в обов’язковому компоненті шкільної математичної освіти мають як окремі питання стохастики (які пов’язані в цілісну змістову лінію), так і окремі розділи з теорії ймовірностей та математичної статистики, в більш старшому шкільному віці. А що стосується нашої країни, то введення елементів стохастики в обов’язкову шкільну математичну освіту відбулося лише нещодавно. Проаналізуємо, яким же чином відбувалося впровадження в освіту ймовірнісно-статистичних ідей як в нашій країні так і в деяких інших європейських країнах.

Зрозуміло, що розвиток теорії ймовірностей як науки і розширення сфери її застосування не могло не вплинути на її формування як навчального предмету. Почалося таке формування ще на початку XIX століття з вищої школи. Так, зокрема в Росії, в 1829–30 навчальному році вперше починається викладання факультативного курсу з теорії ймовірностей магістром філософії З. Ревковським (1807–1893 рр.) у Вільнюському університеті. Причому збереглася програма та пояснювальна записка до неї, які детально викладені в праці Л.Е. Майстрова "Теория вероятностей. Исторический очерк". Означена програма була віддана на відгук М.В. Остроградському (1801–1862 рр.). Зробивши декілька конструктивних зауважень до програми, він в цілому робить висновок, що: "…Академия наук оказала бы услугу весьма полезную и достойную первого ученого сословия в государстве, если бы употребила все свои усилия по введению преподавания вычисления вероятностей во всех отечественных университетах и даже в гимназиях, дабы начала сей науки заблаговременно запечатывались в умах учащихся". Тобто, на дивлячись на те, що в середню освіту ймовірнісно-статистичні ідеї прийшли вже на початку XX століття, думка про означене впровадження зародилася майже на сто років раніше. Не набагато пізніше, в 1837 році розпочалися лекції з теорії ймовірностей в Петербурзькому університеті В.А. Анкуровича, після якого з 1850 року по 1860 рік його замінив В.Я. Буняковський (1804–1889 рр.), який, не дивлячись на деякі помилки в своїх висновках, відіграв велику роль саме в розповсюдженні теорії ймовірностей, та збудженні інтересу до неї як в Росії, так і за її межами. Майже в той же період, в 1850 році розпочинається викладання теорії ймовірностей в Московському університеті А.Ю. Давидовим (1823–1885 рр.), програма якого викладена в уже зазначеній нами праці Л.Е. Майстрова. А вже починаючи з 60-х років XIX століття теорія ймовірностей викладалася в багатьох різних університетах такими видатними математиками, як П.Л. Чебишов (Петербурзький університет з 1861 року), а потім його учнями А.А. Марковим та О.М. Ляпуновим; Е. Кеммер (1810–1893 рр.) (Берлінський університет) та інші.

Як тільки ймовірнісно-статистичні ідеї остаточно укорінилися в вищий освіті, негайно почалося їх поступове впровадження в середню освіту.

Так, наприкінці XIX століття програми і підручники основних країн Західної Європи (за виключенням Франції) містять в невеликому обсязі елементи теорії ймовірностей і математичної статистики. А до початку XX століття вже склалася традиційна система, центральним розділом якої явилася комбінаторика, а за цим розділом слідували біном Ньютона та елементи теорії ймовірностей. Із теорії ймовірностей розглядалися, як правило, поняття випадкової події, поняття класичної ймовірності, теореми додавання і множення ймовірностей, математичне сподівання, біноміальний розподіл та закон великих чисел. Практичне ж значення автори підручників та програм того часу, як свідчать наведені приклади задач, бачать, головним чином, в застосуванні теорії ймовірностей в галузях азартних ігор та страхування. В Росії також були зафіксовані перші несміливі спроби введення в невеликому об’ємі елементів теорії ймовірностей і математичної статистики в підручниках алгебри XIX ст. Н.Т. Щєглова та К.Д. Краєвича. А вже на початку XX століття в Росії розпочинається рух за реформу середньої математичної освіти, де й було підняте питання про внесення в шкільну програму деяких понять теорії ймовірностей. Вже згаданий нами П.А. Нєкрасов та П.С. Фролов розробляють проект такого внесення, який викликає жваву полеміку у науковому світі. Це питання широко обговорюється на I і II Всеросійських з’їздах викладачів математики. Академія наук створює спеціальну комісію, якій доручено винести рішення з цього питання. Міністерством народної освіти проект не було прийнято, але для історії математики означена полеміка є цікавою тим, що вона відображає боротьбу поглядів видатних вчених та викладачів за включення в програми середніх шкіл елементів теорії ймовірностей та математичної статистики, які, на їх думку, при належній постановці викладання, сприяють розвитку логічного мислення та реального сприйняття довкілля, збагачують знаннями із області математики випадкових величин та інше. Але ті псевдонаукові ідеї П.А. Нєкрасова, завуальовані термінами теорії ймовірностей, про які ми вже згадували, могли викликати в середній шкільній освіті зовсім протилежні результати. Саме тому під впливом прогресивно настроєних вчених, таких як А.А. Марков, К.А. Поссе та інших означений проект було відхилено. Але ненадовго. Після певного перегляду основних засад впровадження елементів теорії ймовірностей і математичної статистики в середню освіту, в 1914 році Міністерство торгівлі і промисловості Росії затверджує програму по теорії ймовірностей для комерційних училищ, а в 1915 році з'являються два відповідних підручника. На цьому етапі в країнах Західної Європи також відбувається реформістський рух в шкільній математичній освіті. Після чого було удосконалено шкільні програми, з огляду на впровадження ймовірнісно-статистичного мислення (тут уже з'являється поняття статистичної ймовірності), зокрема такі процеси відбувалися в старших класах середніх шкіл Англії, в старших класах реальних училищ Німеччини, в сьомих класах реальних училищ та гімназій Австрії тощо. Втіленню подальших планів реорганізації шкільної математичної освіти як в нашій країні так і в країнах Західної Європи стала на заваді перша світова війна. Після її закінчення спроби впровадження ймовірнісно-статистичної культури періодично повторювалися, але вони носили епізодичний характер. Це й не дивно з огляду як на історію суспільства взагалі, так і на історію самої теорії ймовірностей (період становлення аксіоматики). Виключенням є хіба що країни Прибалтики, так в естонських школах в 20-х роках продовжується реформа шкільної математики. Поряд з питаннями аналітичної геометрії та математичного аналізу в програми були включені також елементи теорії ймовірностей та математичної статистики. Спочатку було більше уваги приділено теорії ймовірностей. А починаючи з 1921 року, зросло значення математичної статистики і досягло своєї кульмінації в кінці 30-х років.

Другий період реформістського руху в шкільній математиці розпочався наприкінці 50-х років а підійшов до свого завершення в кінці 60-х років. Означена реформа однозначно оцінювала елементи теорії ймовірностей і математичної статистики, як необхідна ланка в шкільних математичних курсах. Об'єм питань, які пропонувались для включення в програми по цим розділам, були дуже різними і коливалися від найпростіших первісних понять до складних та об'ємних курсів. Різним був також і методологічний підхід до побудови курсів теорії ймовірностей і математичної статистики.

Так, в багатьох країнах обидва зазначені розділи (теорія ймовірностей та математична статистика), було включено до обов'язкової програми. Виключенням одного з цих розділів обмежилися лише деякі країни. В деяких країнах (колишня Західна Німеччина та Данія) питання з теорії ймовірностей та математичної статистики пропонувалися вивчатися на вибір, а в інших (колишні СРСР та Східна Німеччина) означені питання включалися лише до факультативних курсів. Так в нашій країні вперше факультативний курс теорії ймовірностей та математичної статистики почав викладатися вперше в 1966-67 навчальному році.

Як уже відзначалося, об'єм та зміст шкільного курсу теорії ймовірностей сильно коливався. Так, наприклад, в школах 3-го ступеня (9-11класи) В'єтнаму учні знайомляться лише з початками комбінаторики і теорії ймовірностей у вигляді бесіди, в колишній Югославії доходять до теорем додавання та множення ймовірностей, в Швеції та Голландії до вивчення основних понять додається також розгляд біноміального та нормального розподілів. Ще більший об'єм курсу теорії ймовірностей передбачено в програмах шкільної математики Японії, Бельгії, США та Англії, де передбачалося навіть ознайомлення з аксіоматичними методами теорії ймовірностей.

Шкільна програма зі статистики містила, як правило, поняття випадкової змінної та статистичної сукупності, подання розподілу табличними та графічними способами, середні показники розсіювання (Голландія, Англія, Румунія та колишня Югославія) та елементи лінійної кореляції (Японія, Бельгії).

Саме в цей період в нашій країні з'являються дисертаційні роботи, в яких доводиться доцільність вивчення елементів стохастики в середніх та восьмирічних загальноосвітніх школах, а також пропонуються різноманітні методичні системи означеного впровадження. З даної проблеми проводяться різноманітні науково-практичні конференції як в нашій країні, так і за її межами: Женевська XIX Міжнародна конференція з народної освіти (1956 рік); Міжнародний конгрес математиків в Стокгольмі (1962 рік); науковий симпозіум в Будапешті (1962 рік) та інші. Серед головних причин невключення елементів теорії ймовірностей та математичної статистики в обов'язкові шкільні програми другого етапу реформування шкільної освіти, називалися такі, як: 1) перевантаженість програм з математики; 2) недостатня підготовка вчителів до викладання означених питань; 3) відсутність початків диференціального та інтегрального числення в шкільній математиці. Якщо ж порівняти ці проблеми з сучасними проблемами впровадження елементів стохастики під час третього реформістського періоду (кінець 90-х), то можна зазначити відсутність першого і третього чинників. Але замість них сучасна реформа висунула нові проблеми, які пов'язані з процесами інтеграції диференціалізації навчання.

Впроваджуючи стохастичну лінію в сучасну шкільну математичну освіту, з огляду на історичний аспект розвитку стохастики і зокрема її навчання, на наш погляд є необхідним:

1) враховувати, що процес засвоєння ймовірнісно-статистичного образу мислення, значно довший, чим запам'ятовування окремих фактів, тобто навчання елементам стохастики повинно відбуватися шляхом концентричного накопичення знань, умінь та навичок і починатися в невеликих об'ємах ще з молодшої школи;

2) застосовуючи ймовірнісно-статистичні методи в інших дисциплінах, або ж при складанні прикладних та сюжетних задач, керуватись виключно науково обґрунтованими теоріями;

3) використовувати багаторічний практичний та методологічний досвід інших країн з цього питання.

РОБОТА З ОБДАРОВАНИМИ ТА НЕВСТИГАЮЧИМИ УЧНЯМИ ПОЧАТКОВИХ КЛАСІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Г.І. Коберник
м. Умань, Уманський державний педагогічний університет

Докорінні зміни в нашому суспільстві вимагають оновлення і збагачення як духовної культури, так і розвитку інноваційних технологій навчання і виховання особистості, здатної творчо розв’язувати складніші проблеми цивілізації.

Реформування і розбудова освіти в Україні нині хвилюють не тільки науково-педагогічну, а й широку громадськість нашої держави, бо її не влаштовує вузькофункціональний підхід до виховання й навчання особистості. Це означає, що на школу і вчителя зокрема покладається велика відповідальність за формування підростаючого покоління, здатного творчо підходити до розв’язання проблем суверенної Української держави. Неабияка роль у формуванні особистості, що здатна творчо мислити належить математиці. І формувати творче мислення треба починати з раннього дитинства, зокрема в початкових класах.

Навчання математики в початкових класах здійснюється в школі під час уроків і позакласних занять, а вдома – в формі домашньої самостійної роботи; в природі, музеї, на виробництві – в формі екскурсій. Але все ж таки основною формою організації навчальної діяльності з математики, як і з інших предметів, є урок.

Як не прикро, математично обдаровані учні часто залишаються у нас поза полем зору. Ми не турбуємося про подальший їх математичний розвиток. Завдання, які вони отримують додатково, звичайно тої ж складності, що і завдання для інших учнів. І стає так тому, що головне своє завдання вчитель бачить тільки в тому, щоб у його класі не залишилося жодного учня, який би не засвоїв навчальної програми. І не залишається на уроці вільного часу для особливої роботи із здібними учнями.

Бажання як можна більше розв’язувати за урок текстових задач, краще засвоїти новий матеріал і встигнути повторити уже вивчене приводить до того, що учитель не залишає учневі часу на роздуми. Прагнучи до того, щоб задача була розв'язана всіма учнями і як можна швидше, учитель постійно допомагає учням. І це починається з роботи над усвідомленням змісту задачі.

Часто учитель пояснює текст задачі так, що підказує і підхід до її розв'язання. Під час розв'язання задачі, він економить час, застерігає учнів від помилок, навіть від найменших, відразу ж відкидаючи перший же неправильний крок учня. Так, безперестанку пояснюючи, одобрюючи і відкидаючи, учитель веде учнів до безпомилкового і швидкого розв'язання задачі. А це веде до виховання в учня невпевненості у свої здібності, безпорадності, ліні.

Але найбільшої шкоди в цьому випадку вчитель завдає здібним дітям, сковуючи їхню ініціативу, допитливість, кмітливість, розвиток математичного мислення, їх заставляють працювати в тому ж режимі, в якому працює увесь клас, над одним і тим же матеріалом. І допитливий розум, який залишили без продуктів для роздумів стає в'ялим, інертним. А якщо дати здібному учневі розумове навантаження, поставити одну-другу проблему, пов'язану з задачею, дозволити йому розв'язувати задачу посвоєму, активізуються його розумові здібності, появляється інтерес до математики. Треба прагнути до того, щоб учень сам, розв'язуючи задачу, не просто постарався відповісти на запитання, поставлене у задачі, але вмів би підійти до неї як до проблеми, яку потрібно розглянути з усіх сторін у задачі.

Треба, щоб процес розв'язання задачі приносив учневі радість знаходження закономірностей, розуміння їх, радість переборювання труднощів і розуміння своїх розумових можливостей. Це сприятиме розвитку у кожного, учня математичного мислення, мислення майбутнього дослідника.

Деякі учителі, що відчувають свою відповідальність за виховання і дальший розвиток такої категорії учнів переносять роботу з ними на позаурочний час, складають для них індивідуальний план завдання, що відповідають їх розвитку. Це, безперечно, гарний варіант виховання здібного учня. Але в цьому випадку його здібності не розкриваються перед класом і їх не можна використати для розвитку інших учнів.

А якщо в класі такий учень не один? Якщо в класі є учні, які поки що не проявили своїх математичних здібностей, але потенційно ними володіють? Як їх виявити? Як їх розбудити? Як це зробити під час уроку математики? Як забезпечити всіх учнів завданнями – кожному за його силами і математичному розвитку? Як забезпечити самостійність при виконанні завдань? Як здійснювати контроль за роботою кожного?

Правильно роблять ті учителі, які використовують індивідуальні диференційовані завдання – кожному за його силами і математичним розвитком.

Наприклад, для учнів всього класу дається задача.

Слабкі учні розв'язують задачу, користуючись при необхідності запропонованою у письмовій формі допомогою і роблять перевірку. Більш підготовлені учні після розв'язання цієї задачі пробують розв'язати додаткові завдання, які передбачають, наприклад:

- дослідження зміни результату завдання при зміні однієї з величин;
- визначення умов при яких результат зміниться у вказаному напряму (збільшиться або зменшиться у … разів, збільшиться або зменшиться на …);
- складання задач обернених даній, за виразом, за даними величинами;
- придумування і зміну запитань до задачі, щоб вона розв'язувалася за певним виразом або схемою;
- розв'язування задач різними способами або раціональним способом і інші творчі завдання.

Відповідно і допомога з боку вчителя для учнів з низькими навчальними можливостями на уроках математики може бути таких видів:

- вказівка типу задачі, правила, на яких ґрунтується розв'язання завдання;
- зразок розв'язання завдання;
- вказівка алгоритму розв'язання завдання;
- доповнення до задачі у вигляді малюнка, схеми, з вказівкою виконати додаткові побудови або рекомендації до її виконання;
- запис умови у вигляді таблиці, знаків;
- частково виконані завдання;
- пропозиція виконання допоміжного завдання, що націлює на

розв'язання основної задачі;

– вказівка причинно-наслідкових зв'язків, необхідних для виконання завдання, “навідні” питання;
– розчленування складної задачі на ряд простих і інші завдання, які є допомогою учню у розв'язанні поставленого перед ним завдання.

Якщо колективно проводити розв'язування основного завдання, то в перевірці виконання додаткових (творчих) завдань можуть прийняти участь учні всього класу, якщо вони цих завдань навіть і не виконували. Учні з творчим мисленням, після того, як розглянули основні способи розв'язування задачі, показують свої іноді оригінальні шляхи розв'язування, свої підходи, роздуми. І таким чином вони сприяють підвищенню рівня математичного розвитку інших учнів класу.

Як організувати роботу учнів на уроці?

Перед уроком, на якому буде проходити самостійна робота учнів з розв'язання задач, на дошці записується номер задачі, яку потрібно розв'язати всім учням, а нижче додаткові завдання, які можуть виконати після розв'язання вказаної задачі учні з високим рівнем навчальних можливостей, та підказки для розв'язання основного завдання для учнів з низьким рівнем навчальних можливостей.

Учні повинні ще з початку навчання отримувати такі установки:

1. Старайся розв'язувати задачу сам;
2. Починай розв'язувати задачу відразу, як тільки здогадався, як її потрібно розв'язувати;
3. Повідом учителю про те, що можеш розв'язати задачу сам, без його допомоги;
4. Розв'язавши задачу, не чекай, поки учитель дасть дозвіл на розв'язання додаткових завдань.

Зупинимося на третій установці.

Звичайно, з метою виявити, кому з учнів потрібна допомога, учитель запитує : “Хто іще не здогадався (не знав, не зрозумів) як розв'язати задачу, підніміть руку”. Але кому ж хочеться лишній раз признаватися у своєму невмінні, демонструвати перед товаришами свою нездогадливість і безпомічність. Зовсім інша справа, якщо учитель запитав так: “Хто здогадався (хто знає), як розв'язати задачу, підніміть руку". І рука учня, якому зрозумілий шлях розв'язання, підніметься швидко, так як йому радісно підніматися і повідомляти учителю про свою здогадливість, свої знання і уміння. Ось цю психологічну особливість дітей треба враховувати при організації уроку.

Або ж учні користуються сигнальними картками. Наприклад ті учні, які вибрали додаткові завдання, виставляють синю картку, підказку до розв'язання – зелену, розв'язують тільки основне завдання (без підказки) – червону. Іншим разом кольори карток змінюються, щоб діти не звикали, що учні з високими навчальними можливостями користуються лише синіми або лише червоними картками.

Отже, як бачимо, що включення додаткових завдань до задач з підручника і створення умов для максимальної самостійності учнів у розв'язанні цих задач з одночасним наданням мінімальної, своєчасної допомоги слабким дозволяє робити навчання розв'язання задачі більш ефективним. І справді, в цьому випадку всі учні – здібні і нездібні – виконують основне завдання, виконують його з тією мірою самостійності, наскільки вони до цього підготовлені. Так як основне завдання відображає вимоги програми, то систематично виконуючи їх, всі учні (в тому числі і слабкі) поступово оволодівають умінням розв'язувати задачі, вказані в тексті. Обмежуючись найменшим поясненням і не втручаючись у індивідуальну роботу учня, вчитель заставляє його тим самим самостійно переборювати труднощі, пов'язані з даним завданням. А установка "Починай самостійно розв'язувати задачу, як тільки тобі став відомий шлях розв'язання" дозволяє учневі самому шукати і знаходити способи розв'язання. Постійна реалізація цієї установки дає можливість надавати допомогу тільки тим, хто в ній дійсно має потребу. Продуктивні додаткові завдання і установки "Починати їх виконувати відразу після виконання основного завдання", або виставлення карток певного кольору, повинні використовуватися на кожному уроці, що дозволяє виявити здібних учнів до виконання більш складніших завдань. Так як додаткові завдання пропонуються за ступенем наростання складності, то як правило, найбільш складні завдання виконують найсильніші діти. Розгляд різних способів виконання основного завдання, а також деяких додаткових завдань сильним учням, збагачує і інших учнів класу, так як показує нові підходи до проблеми, новий погляд на цю програму, нові способи її розв'язання. Виникає природне бажання самостійно і найбільш раціонально виконувати всі запропоновані завдання.

ПРИКЛАДНА СПРЯМОВАНІСТЬ ШКІЛЬНОГО КУРСУ МАТЕМАТИКИ

В.В. Коваль
м. Рівне, Рівненський державний гуманітарний університет

У наші дні перед школою все більше ставляться завдання щодо поєднання навчання з продуктивною працею, дальшого підвищення ефективності навчання, забезпечення комп'ютерної грамотності тощо.

Але наявність знань, нажаль, не означає, що учні здатні застосовувати їх в різноманітних конкретних ситуаціях. Така здатність не з'являється сама, а формується в процесі цілеспрямованого педагогічного впливу, який забезпечує набуття школярами таких знань, на які вони можуть опиратись в трудовій та суспільній діяльності.

Відповідний рівень математичної підготовки досягається в процесі навчання, орієнтованого на широке розкриття зв'язків математики з навколишнім світом, із сучасним виробництвом. Тому очевидна необхідність підсилення практичного, прикладного спрямування шкільної освіти.

Прикладну орієнтацію шкільного курсу математики можна здійснювати кількома шляхами. Один з них – наповнення навчального процесу практичними задачами. Однак звести все навчання математики до розв'язування суто практичних задач неможливо.

Учням у школі найчастіше доводиться розв'язувати задачі з абстрактним змістом, до яких вони не завжди проявляють інтерес. А від цього зменшується їхня активність. Часто в школярів виникає думка, що прикладні задачі потрібні в житті, а всі інші – ні.

Щоб в учнів не виникали такі помилкові уявлення, бажано переконувати їх, що майже кожна абстрактна задача може бути математичною моделлю деякої прикладної задачі.

З цього приводу доцільно розкривати практичне значення матеріалу, який вивчають; наближати зміст текстової традиційної задачі до життєвих проблем; пропонувати учням складати і розв'язувати задачі-розповіді; складати задачі за матеріалами екскурсій, спостережень або бесід про певну технічну деталь чи на основі ознайомлення з історичною довідкою; практикувати задачі з теоретичним навантаженням суміжних дисциплін; пояснювання походження числових виразів; розглядати адекватні прикладні задачі з різними сюжетами, які мають однакову математичну модель; наповнювати абстрактні задачі практичним змістом.

Розкриття практичного значення матеріалу, який вивчають під час виконання учнями практичної роботи, – один з ефективних прийомів прикладного спрямування шкільного курсу математики. В результаті учні мають можливість зробити деякі попередні емпіричні висновки і зацікавитись їх теоретичнім обґрунтуванням. Навчальний процес бажано будувати так, щоб учні відчували потребу усвідомлення теоретичного матеріалу, а не тільки запам'ятовували записи готових теоретичних положень. Лише за такої умови вони зможуть відчувати закономірності, які вивчають, і потребу цих знань для практичної діяльності. Осмислені відповідні практичні завдання допомагають учням збагнути цінність вивченого,

Теоретичне і практичне значення нового матеріалу допомагають глибше розкрити практичні завдання прикладного змісту. Наприклад, після вивчення теми "Дотична до графіка функції" доцільно продемонструвати учням використання нових знань при розв'язанні задач такого типу:

1. У деякій системі відліку літак, рухаючись по траєкторії, що задана параболою $y=\frac{x^2}{4}+1$, в точці $x=2$ випускає ракету. Під яким кутом до горизонту вона летітиме?
2. Щоб піднятися на пагорб, рівняння перерізу якого задається функцією $y=\frac{x^2}{2}+8$, приставляють до нього драбину, яка дотикається до схилу в точці $x=2$. Знайдіть відстань від початку координат до точки, де драбина торкається землі. Якої довжини має бути драбина?

Це дає можливість дітям власноручно переконатися в тому, що поняття похідної дійсно може використовуватися в реальному житті. Учні не тільки переконуються в важливості вивчення даної теми, а й отримують стимул для розв'язання даної задачі.

Розкрити практичне значення теоретичного матеріалу допомагають, також, задачі-запитання, розв'язування яких супроводжують розглядом навколишніх об'єктів.

Прикладне спрямування шкільного курсу математики можна здійснювати й за допомогою окремих традиційних задач, які є в шкільних підручниках. Для цього тексти таких задач наближують до практичних потреб, якими цікавляться і живуть учні, батьки та навколишнє населення.

Окремі задачі несуть на собі теоретичне навантаження суміжних дисциплін (фізика, астрономія, хімія, біологія, географія тощо). Під час розв'язування таких задач учні не тільки навчаються застосовувати математичні знання, а й дістають нові відомості.

Підготовка учнів до практичної діяльності означає, насамперед, опанування техніки обчислень. Учень у майбутньому матиме справу з формулами, таблицями, довідниками, користування якими пов'язане з умінням раціонально проводити обчислення.

У зв'язку з цим в курсі математики належну увагу потрібно приділяти вдосконаленню обчислювальних навичок учнів.

Одним із способів, який допомагає учням усвідомити прикладне значення математичних обчислень, є прикладне спрямування числових виразів. Його ідея полягає в складанні прикладної задачі на основі відповідної бесіди вчителя з учнями, математичною моделлю якої є певний числовий вираз.

Учитель має можливість здійснювати прикладну спрямованість числових виразів під час вивчення тотожних перетворень математичних виразів, формул скороченого множення та інших питань.

В основі розв'язання практичних задач лежить математичне моделювання., тому для реалізації прикладної спрямованості необхідно організувати навчання школярів елементам моделювання, якими, з дидактичної точки зору, є навчальні дії, що виконуються в процесі розв'язання задач.

Розвиток в учнів правильних уявлень про характер відображення математикою явищ; та процесів реального світу, ролі математичного моделювання в науковому пізнанні і практиці має велике значення для формування наукового світогляду учнів.

Відомо, що процес математичного моделювання складається з кількох етапів:

1) першим етапом є попередній розгляд об'єкта (на даному етапі учні уточнюють умову задачі та з'ясовують деякі деталі);
2) другим етапом є створення або вибір математичної моделі;
3) на наступному етапі йде розв'язання і дослідження вже математичної задачі;
4) останнім етапом є інтерпретація математичних результатів (тобто "прив'язка" отриманих результатів до даної конкретної ситуації).

Але дуже часто на уроках математики не дотримуються даної поетапності, а саме – основну увагу приділяють тільки третьому етапу, тобто намагаються відразу перейти до математичного формулювання та безпосереднього розв'язання математичної задачі. А це є грубою помилкою, адже найбільші труднощі у дітей викликає з'ясування змісту величин, що присутні в даній задачі, вибір гіпотез та математичної моделі, а також обговорення її дослідження.

Можна умовно виділити наступні дидактичні функції математичного моделювання:

1. <u>Пізнавальна функція.</u> Методичною метою цієї функції є формування пізнавального образу об'єкту, що вивчається. Це формування відбувається постійно при переході від простого до складного. Реалізація пізнавальної функції не визначає процесу наукового пізнання, цінність цієї функції полягає в ознайомленні учнів з найбільш коротким та доступним способом осмисленням матеріалу.
2. <u>Функція управління діяльністю учнів.</u> Математичне моделювання предметне і тому полегшує орієнтовні, контрольні та комунікаційні дії.
3. <u>Інтерпретаційна функція.</u> Відомо, що один і той самий об'єкт можна виразити з допомогою різних моделей. Наприклад, коло можна задати з допомогою пари об'єктів (центр і радіус), рівнянням відносно осей координат, а також з допомогою малюнка. Розгляд кожної з цих моделей є його інтерпретацією; чим важливіший об'єкт, тим бажаніше дати більше

його інтерпретацій, які розкривають пізнавальний образ з різних сторін.

Можна говорити про естетичні функції моделювання, а також про такі, як функція забезпечення цілеспрямованої уваги учнів, запам'ятовування та повторення учнями навчального матеріалу.

Умовно виховні можливості прикладної спрямованості шкільного курсу математики можна розділити на світоглядні та соціально-педагогічні, які тісно взаємодіють та реалізуються через складові компоненти. Світоглядні функції відрізняються відносною постійністю, а соціально-педагогічні функції більш рухливі, оскільки вони залежать від мети та завдань, поставлених перед школою на певному етапі розвитку суспільства.

Очевидно, що питання про зв'язок навчання з життям не нове, проте його не завжди належно здійснюють. Одна з причин цього – непомітне звуження поняття "практика". Часто під ним розуміють лише виробничу діяльність людини, забуваючи при цьому питання обслуговування, планування, організацію складних процесів соціального та культурного характеру. Ми дотримуємося думки, що поняття "практика" охоплює все те, що потребує цілеспрямованої фізичної та розумової діяльності людини. При такому підході традиційний погляд на педагогічну проблему зв'язку теорії з практикою в процесі навчання змінюється. Напрошується висновок, що за допомогою зв'язку навчання з життям треба забезпечувати розуміння об'єктивності наукових теорій, озброювати учнів знаннями, які даватимуть можливість розв'язувати посильні практичні задачі.

Загальновідомо, що пізнання може виникати в результаті живого споглядання або внаслідок мислення, яке спирається на реальні зв'язки розглядуваних понять. Учень не може користуватись абстрактним мисленням. Конкретна основа потрібна на всіх рівнях використання абстрактних понять. Особливо вона бажана тоді, коли, враховуючи логічні взаємозв'язки, учень має справу з поняттями, утвореними за допомогою багатоступінчатих абстракцій.

До структури навчального процесу доцільно вводити різні види практичної діяльності та прикладного використання теоретичних положень. Зміст прикладних і практичних задач має бути доступним, а розв'язання посильним, як щодо використання теоретичних положень так і до засвоєння умінь, фізичних зусиль тощо.

Насамперед, всі засоби і прийоми навчання, які вчитель використовує в ході уроку, а також цільові функції кожного уроку повинні бути орієнтовані на реалізацію прикладної і практичної спрямованості у всіх можливих проявах. Так, в процесі оволодіння учнями обчислювальних навичок, методу рівнянь, методу координат, елементів математичного аналізу, в ході застосування аналітичних і графічних методів на уроках алгебри та геометрії вчителю слід як можна частіше акцентувати увагу учнів на універсальності математичних методів, показувати на конкретних прикладах їх прикладний характер.

На уроках математики потрібно забезпечувати органічний зв'язок теоретичного та практичного матеріалу, що вивчається, формувати в учнів міцні та усвідомлені математичні навички, необхідні як для подальшого вивчення математики, так і для розв'язання прикладних задач.

Список використаної літератури:

1. Балк М.Б., Петров В.А. О математизации задач, возникающих на практике. – Математика в школе. – 1986. – №3. – С. 55.
2. Возняк Г.М., Маланюк М.П. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі вивчення математики. – К. Радянська школа, 1989. – 127 с.
3. Дорофеев Г.В., Тараканова О.В. Постановка текстовых задач как один из способов повышения интереса учащихся к математике. – Математика в школе. – 1988. – №5. – С. 25.
4. Жак Я.Е. Производственные задачи в школьном курсе математики. – Математика в школе. – 1983. – №5. – С. 15.
5. Колягин Ю.М., Пикан В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике. – Математика в школе. – 1985. – №6. – С. 27.
6. Магомеддибирова З.А. Из опыта составления задач с профессиональной ориентацией. – Математика в школе. – 1983. – №5. – С. 21.

7. Рахматов Н.Х. Иллюстрация математических методов на прикладных задачах. – Математика в школе. – 1989. – №2. – С. 30.
8. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
9. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 96 с.

ПОШУК РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ АНАЛОГІЇ

С.М. Кожевнікова
м. Кривий Ріг, Середня школа №63

Аналогією пройняте все наше мислення… Нам не слід нехтувати ніякими видами аналогій, кожний з яких може відіграти певну роль у пошуках розв'язання.

Д. Пойа

Математика вивчається як специфічний метод світопізнання, який дає розуміння учнями діалектичного зв'язку її як наукової дисципліни з реальною дійсністю. Метою навчання повинно бути формування початкових уявлень про математичне моделювання явищ і процесів навколишнього світу, що також повинно сприяти розвитку особистості учнів, формуванню їх наукового світогляду. Така задача поставлена Програмою, але в ній відсутні чіткі вказівки на те, які саме розумові здібності учнів ми повинні розвивати на тому чи іншому етапі навчання, по ходу вивчення того чи іншого питання програми. Ми вважаємо, що такий стан справ вимагає виправлення, і перед нашою педагогічною громадськістю повинна бути поставлена задача розробки чіткої програми розвитку мислення учнів, визначення типів задач і питань, які безпосередньо будуть направлені на формування розумових здібностей учнів.

Слід пам'ятати, що психологи підкреслюють, що мислення психологічно виступає як діяльність по розв'язуванню задач, які, в свою чергу, є знаковими моделями деякої проблемної ситуації. Всі шкільні задачі за їх змістом можна умовно поділити на такі дві великі групи – суто математичні і умовно-прикладні (або текстові). Відомо, що головним і найбільш складним етапом розв'язування задачі є пошук способу розв'язування. В цій публікації ми хочемо навести приклади застосування аналогій до відшукання ідей розв'язування і побудови математичної моделі задачі.

Аналогії в сучасному розумінні – це прийом установлення однозначної відповідності між елементами, відношеннями і співвідношеннями двох структур. У міркуванні за аналогією зіставляються два об'єкти. Внаслідок цього виявляється, що вони подібні за деякими ознаками. В результаті робиться висновок, що така схожість поширюється і на ознаки, що досі не розглядались. Розрізняють кілька видів аналогій. Ми будемо говорити про пряму аналогію, до якої відносяться аналогії властивостей і аналогії відношень. Самі ці аналогії найчастіше використовуються при розв'язуванні математичних задач, на відміну від таких видів аналогій як суб'єктивна аналогія (особистісна або емпатія), фантастична аналогія, символічна аналогія, які використовуються переважно в гуманітарній сфері. Багато педагогів-математиків, зокрема Д. Пойа, Г. Фройденталь, вважають дуже цінним використання аналогій в процесі навчання математиці, більш цінним, ніж строге питання ізоморфізму, оскільки зрозуміти ідею ізоморфізму можна лише оволодівши аналогією. Наведемо деякі найпростіші приклади застосування аналогій до розв'язування суто математичних задач.

Вчителі знають, як важко п'ятикласникам запам'ятати розв'язування рівнянь виду $ax \pm b = c$, $a:bx = c$, $a(b-x) = c$ тощо. Для цього треба пам'ятати всі правила знаходження невідомих компонентів дій. Думка учня зв'язана правилом: забув правило – допустив помилку. Між тим дітям можна допомогти згадати правило, або навіть "відкрити" його, якщо привчити їх придумувати простий числовий приклад в тих випадках, коли дитина утруднюється визначити дію, яку треба виконати, щоб розв'язати рівняння. Цей спосіб корисно оформити у вигляді алгоритму, що складається з трьох кроків, і проілюструвати за допомогою таблиці (життєвого образу). Наприклад, розв'язати рівняння $112:x=16$.

1. Придумайте приклад на ту саму дію, що і у рівнянні, але з числами в межах 10 (10:5=2).
2. Запишіть приклад точно над рівнянням, щоб знаки дій і знаки рівностей розташовувались один під одним.
3. За аналогією знайдіть дію, що використовується для знаходження невідомого x.

$10 : 5 = 2$	$\longrightarrow$	$5 = 10 : 2$
$112 : x = 16$	$\longrightarrow$	$x = 112 : 16$

Працюючи за цією ж схемою, можна розв'язувати і більш складні рівняння. Вміння розв'язувати рівняння наскільки важливе, що для його формування треба залучати всі можливі засоби, в тому числі і правила, і приклади, і такі життєві образи. Озброєні різноманітними прийомами, учні завжди зможуть самі собі допомогти, з якими б складними рівняннями вони б не зустрілися.

Так само успішно застосовуються аналогії при розв'язуванні задач на обчислення. Наприклад, завдання з курсу математики 6 класу.

Знайти суму:

а) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}$; б) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{19\cdot 20}$;

Як правило, учні починають просто додавати дроби по порядку. Тому ще до розв'язування задачі доцільно запропонувати учням придумати декілька дробів, добуток яких дорівнює їх різниці. Після декількох спроб і помилок учні вказують, наприклад, такі дроби: $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{3\cdot 4}; \frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{2\cdot 3}; \frac{1}{1}-\frac{1}{2}=\frac{1}{1\cdot 2}$. Тепер вже можна формулювати вищезгадану задачу. Тоді за аналогією $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

Аналогічно, $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{19\cdot 20}=1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$.

Якщо подібні задачі на відшукання сум розв'язувались і надалі, і учні запам'ятали цей прийом, то в 9 класі неважко буде розв'язати аналогічну задачу, що пропонується учням 9 класу при вивчення теми "Числові послідовності": $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{n(n+1)}=1-\frac{1}{n+1}=\frac{n}{n+1}$.

Таким чином наведений цикл задач ще раз ілюструє той факт, що мислення відштовхується від вже набутих знань, відбувається на їх основі і аналогії – це ті місточки, які з'єднують у свідомості учня вже відомі факти і ті, які треба засвоїти.

В межах цієї ж теми були послідовно запропоновані учням і такі дві задачі.

Знайти суму n доданків: а) $9+99+\ldots+\underbrace{999\ldots9}_{n\text{ разів}}$;

б) $\overline{\underbrace{aa\ldots a}_{k\text{ разів}}}+\overline{\underbrace{aa\ldots a}_{k+1\text{ раз}}}+\ldots+\overline{\underbrace{aa\ldots a}_{k+n-1\text{ раз}}}$;

Розв'язати сходу задачу б) важко, якщо перед цим не опрацювати задачу а) і не провести аналогію між розв'язаннями цих задач. Якщо така робота проведена, перетворивши попередній запис умови задачі б), матимемо:

$$\frac{a}{9}(99\ldots9+99\ldots9+\ldots+99\ldots9)=$$

$$=\frac{a}{9}\left(10^{k}-1+10^{k+1}-1+\ldots+10^{k+n-1}-1\right)=$$

$$=\frac{a}{9}\left(\left(10^{k}+10^{k+1}+\ldots+10^{k+n-1}\right)-(1+1+\ldots+1)\right)=$$

$$=\frac{a}{9}\left(\frac{10^{k+n}-10^{k}}{9}-n\right)=\frac{a}{81}\left(10^{k+n}-10^{k}-9n\right).$$

Ми бачимо, яке значення може мати аналогія при пошуку способу розв'язування, проте при цьому слід пам'ятати, що здогадка за аналогією – сильна зброя, але й небезпечна. Велика спокуса прийняти вгадану закономірність без строгого обґрунтування, бо вона нібито переконливо підтверджується досвідом. Хорошими ліками від такої спокуси служать задачі, в яких віднайдена закономірність виявляється невірною.

1. Не розв'язуючи рівнянь, визначити знаки його коренів:

1) $x^2+6x-8=0$; 2) $2x^2-7x+6=0$; 3) $3x^2+11x+10=0$; 4) $x^2-3x+3=0$.

Визначивши знаки коренів рівнянь 1–3, учні по аналогії визначають знаки коренів рівняння 4, не помічаючи, що воно коренів не має.

2. Розв'язати нерівності: 1) $\sqrt{x-2}>3$; 2) $\sqrt{2x+3}\geq 2$; 3) $\sqrt{x+1}<4$.

Як показує досвід, учні не враховують, що остання нерівність рівносильна системі $0<x+1<16$.

3. При яких значеннях a рівняння має один корінь:

1) $x^2-3x+2a=0$; 2) $2x^2-ax+8=0$; 3) $ax^2-2x+3=0$?

Очікувана помилка полягає в тому, що в завданні 3) за аналогією з попередніми учні обмежуються пошуком коренів двочлена, який є дискримінантом даного квадратного рівняння. Однак рівняння 3 в загальному випадку не є квадратним, то для цього рівняння відповіддю є числа a=1/3 і a=0.

Отже, вчитель повинен показати учням, що умовивід за аналогією – це тільки правдоподібне судження, яке може привести і до невірних висновків. Спростувати знайдену вірогідну закономірність може вдало підібраний і вчасно наведений контрприклад.

В нашій роботі ми намагались показати, як за допомогою спеціально підібраних задач і циклів задач озброїти учнів одним із найефективніших і дієвіших способів відшукання істини.

Ми зупинялись на застосуванні аналогій, які можна назвати природними, звичними, але доцільно показати учням, як допомагають математичному пошуку аналогії, які теж є природними, але не зовсім звичними. Мова йде про розв'язування планіметричних задач засобами стереометрії, тобто через побудову стереометричної моделі. Але згадане питання потребує окремого дослідження, вивчення сучасних методичних і наукових розробок з подальшим використанням в практичній діяльності вчителя.

Для прикладу наведемо задачу, яка була запропонована учням 11 класу в ході підсумкового повторення курсу геометрії.

На площині дано три паралельні прямі a, b *і* c *і три точки* M, N, P, *жодна з яких не лежить на даних прямих. Побудувати трикутник так, щоб його вершини лежали на даних прямих, а кожна сторона (або її продовження) проходили через одну із заданих точок.*

Цю задачу можна розв'язати планіметричними методами, але розв'язання можна значно спростити, якщо "вийти в простір". Пояснимо ідею розв'язування: припустимо, що дані паралельні прямі – це лінії перетину трьох площин, а дані точки належать цим площинам (кожній площині – одна точка). Тоді розв'язування задачі можна звести до побудови перерізу трикутної призматичної поверхні (основою якої є довільний трикутник з вершинами на даних прямих) площиною, яка проходить через три дані точки. Одержаний переріз є шуканим трикутником. В силу того, що кожна з трьох даних точок може лежати в будь-якій площині побудованої призматичної поверхні, задача має 6 різних розв'язків.

Задачі такого типу дуже багато дають з погляду дидактики, тобто очевидна їх навчальна, розвиваюча і виховна роль. Але на один момент хочеться звернути особливу увагу: побудова математичної моделі розв'язування задачі може йти шляхом незвичних асоціацій, нетрадиційних міркувань, "непевних" аналогій. Для самостійного розв'язання була запропонована задача:

Два трикутники $A_1B_1C_1$ *і* $A_2B_2C_2$, *відповідні сторони яких непаралельні, розташовані так, що прямі* A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 *перетинаються в одній точці S. Точки M, N, P такі, що* $M=A_1B_1\cap A_2B_2$, $N=A_1C_1\cap A_2C_2$, $P=B_1C_1\cap B_2C_2$. *Довести, що точки M, N, P лежать на одній прямій. (Теорема Дезарга)*

Якщо припустити, що $\Delta A_1B_1C_1$ і $\Delta A_2B_2C_2$ лежать в різних, причому непаралельних, площинах, то розв'язування задачі не викликає труднощів. Головною його ідеєю є відшукання лінії перетину основи піраміди $SA_2B_2C_2$ і площини її перерізу $A_1B_1C_1$.

І, щоб завершити розв'язання задачі, необхідно відмітити, що для доведення випадку, коли дані трикутники лежать в одній площині, досить побудувати паралельну проекцію на площину одержаної трикутної піраміди $SA_2B_2C_2$.

ДО МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ ЧИСЛОВИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ІНЖЕНЕРНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

М.О. Колінько
м. Львів, Львівський державний аграрний університет

Значна кількість інженерних задач зводиться зрештою до розв'язування конкретних рівнянь або систем рівнянь, що описують поведінку об'єкта вивчення. Інженери-механіки щоразу стикаються з проблемою відшукання коренів трансцендентних рівнянь при вивченні реальних фізичних процесів в задачах руху, в механіці рідин, при дослідженні міцності матеріалів. Об'єкти будівельних вивчень також описують рівняннями. Так, наприклад, трансцендентне рівняння

$$\cos(kl)\mathrm{ch}(kl) = -1$$

з'являється при вивченні частот коливання, закріпленої з одного боку, балки.

Задача відшукання коренів рівнянь одна з найдавніших математичних проблем, яка не втратила своєї актуальності. Тому важливим є спорядити сучасного студента основними числовими методами наближеного розв'язку рівнянь, показати переваги кожного з них, навчити вміло вибирати оптимальний алгоритм рішення, виходячи з характеру поставленої задачі.

Насамперед, наголосимо на проблемах, які перешкоджають належному рівню вивчення та засвоєння вказаної теми та й курсу "Вирахувальна техніка та числові методи" загалом:

1) постійне скорочення навчального часу (як лекційних так і лабораторних годин);
2) слабка математична підготовка, невміння алгоритмічно мислити, недостатність, а подекуди й відсутність, навичок роботи на ЕОМ у першокурсників, які в аграрному університеті є, за звичай, вихованцями сільських шкіл;
3) новизна предмету "Числові методи", яка полягає у непритаманному вищій математиці чи класичному аналізу підході до рішення поставлених задач; предмет вимагає алгоритмічної логіки з одного боку та належного володіння математичним апаратом з іншого;

4) відсутність підручників доступних і достатніх для студентів інженерних спеціальностей аграрних вузів; так, наприклад, роботи Т. Шупа [1, 2], Д. Мак-Кракена та У. Дорна [3], Дж. Форсайта [4] світоглядно для майбутніх інженерів дуже цікаві, але недостатньо математично повні, викладки ж Н.С. Бахвалова [5], Е.А. Волкова [6], Б.П. Демидовича [7], Н.Н. Каліткіна [8] глибокі і детальні, та призначені студентам фізико-математичного профілю;
5) тема "Корені трансцендентних рівнянь" є першою при вивченні числових методів, тому для студентів новими є поняття "розв'язку рівняння з заданою точністю", терміни "ітераційний процес", "збіжність методу", "оцінка точності наближення" та інші, які є абеткою предмету.

Враховуючи обставини та на основі досвіду викладання предмету пропонується така схема вивчення даної теми студентами з середнім і вищим рівнями підготовки.

Для зацікавлення слухачів варто спочатку продемонструвати як з конкретної, близької до їх інженерної спеціальності задачі отримуємо математичну модель поведінки об'єкта

$$y-\psi(x)=f(x)=0 \qquad (1)$$

Найчастіше необхідно відшукати значення $x^{(0)}$, при якому $\psi(x)$ досягає заданого рівня, тобто знайти x з рівняння $b-\psi(x)=0$, або $\psi(x)=b$. Підстановка кореня $x=x^{(0)}$ перетворює рівняння моделі об'єкта в тотожність. Що до функції $f(x)$, то будемо вважати, що вона визначена і неперервна на деякому інтервалі. Варто наголосити, що знайти точні корені рівняння (1) вдається лише в деяких часткових випадках, а якщо врахувати, що коефіцієнти в моделі є наближеними числами, отриманими при розв'язуванні практичних задач, то завдання знаходження абсолютно точних значень $x^{(0)}$ взагалі не має сенсу.

Обчислювальні алгоритми знаходження коренів таких рівнянь базуються на тому, що відоме наперед деяке значення $x^{(0)}$ (початкове наближення) одного з коренів за допомогою ітераційної процедури покращується до досягнення заданої точності.

Для наочності, поставлену задачу знаходження наближених коренів рівняння $f(x)=0$ заданої точності ε доцільно зобразити графічно. Крім цього, геометрична картинка гарно демонструє поняття “простий корінь”, “кратний корінь”, “корінь відсутній”.

Далі слід зазначити, що розв’язування задачі складається з двох етапів:

1) етапу ізоляції кореня, тобто виділення достатньо малого інтервалу $[a, b]$, на якому рівняння (1) має лише один корінь;
2) етапу уточнення цього кореня до заданої точності.

Перший етап не становить труднощів для добре підготовлених з математики та інформатики вчорашніх школярів. Найлегше скористатись одним з наступних шляхів:

1) записати рівняння (1) у вигляді $f_1(x)=f_2(x)$ і, побудувавши графіки функцій $y=f_1(x)$ та $y=f_2(x)$, знайти інтервали розміщення точок перетину графіків;
2) протабулювати неперервну функцію $f(x)$, починаючи з деякого x_0 з дрібним кроком h і виділити інтервали $[x_i; x_{i+1}]$, на яких два послідовні значення $f(x_i)$, $f(x_{i+1})$ мають різні знаки, а отже на відрізку $[x_i; x_{i+1}]$ обов’язково $f(x)=0$.

Не зайво згадати, що інколи прикладна механічна чи будівельна задача сама дає достовірний інтервал існування кореня, бо початкове наближення для задачі може бути задане або оцінене, виходячи з практичного змісту задачі.

Доцільним видається, окрім лекційних та лабораторних занять в нашому курсі, мати ще й практичні або практично-лабораторні заняття. Так, наприклад, згадані способи ізоляції кореня варто детально розглянути на цікавих і різноманітних задачах.

Студенти за таких умов:

1) навчаться зводити прикладну задачу до математичної моделі;
2) набудуть навиків графічного розв’язування рівнянь типу $f_1(x)+f_2(x)=0$; $f_1(x)\cdot f_2(x)=c$ та інших;
3) побачать перевагу методу табулювання функції при наявності сучасних комп’ютерів, які дають змогу відділити корені, зменшуючи крок табулювання до доцільного.

Сильнішим студентам можна запропонувати для додаткових студій метод виділення інтервалів монотонності функції [7].

Наступним етапом буде вивчення чисельних методів, які уточнюють корінь на виділеному інтервалі. Взагалі кажучи, більшість інженерів і науковців не мають ні часу, ні схильності спостерігати за новинками літератури з числового аналізу. Переважна більшість людей, що розв'язують практичні числові задачі залишаються назавжди вірними раз використаним методам або навіть програмам. Тому, не вдаючись до тонкощів, слід викласти основні ідеї та рівняння класичних числових методів, щоб студенти змогли самотужки створити і запам'ятати алгоритми рішення поставлених задач. Для детального вивчення пропонуються методи дихотомії, хорд, Ньютона та простої ітерації.

Досвід роботи з першокурсниками показує, що вони не завжди чітко усвідомлюють, що означає знайти корінь рівняння заданої точності. За означенням, x_i є наближенням кореня рівняння $f(x)=0$ з точністю ε, якщо виконується умова $|x_i-\xi|<\varepsilon$, де ξ – точний корінь рівняння (1).

Проблема в тім, що точний корінь ξ невідомий (та й він переважно і не буде знайденим), тому й саму різницю $|x_i-\xi|<\varepsilon$ порахувати неможливо. У студентів, які вільно оперують числами, виникають запитання – "Що ж порівнювати?", "Коли ж зупиняти процес знаходження кореня?", "Чому найчастіше користуються обмеженнями $|x_i-x_{i-1}|<\varepsilon$, або $|f(x_i)|<\varepsilon$ для забезпечення заданої точності?". Найкраще вирішити ці проблеми графічно, показавши відрізки $[\xi, x_i]$, $[x_{i-1}, x_i]$, $|f(x_i)|$.

Така наочність допоможе вияснити незрозумілі місця і, опріч цього, дасть змогу вибирати критерій зупинки процесу залежно від поведінки функції $f(x)$ (наприклад, для швидко зростаючої $f(x)$ умова $|f(x)|<\varepsilon$ не годиться). Точні оцінки кореня для кожного методу зокрема можна подати без виведення, або запропонувати звернутись до літератури [5, 9].

Зазначимо, що алгоритми методів половинного ділення, хорд та дотичних подібні, різняться вони лише "шляхом крокування" до кореня. Так за методом дихотомії інтервал ізоляції кореня весь час звужується вдвічі і кожне наступне наближення шукаємо посередині відібраного інтервалу $[a, b]$ за формулою:

$$x_c=(a+b)/2.$$

У методі хорд прямуємо до кореня хордами графіка функції $f(x)$, шукаючи точки перетину хорд з віссю абсцис за формулою:

$$x_i=a-[(b-a)f(a)]/[f(b)-f(a)], \qquad i=1, 2, \ldots,$$

яка легко виводиться.

Ідея заміни ділянки кривої функції $f(x)$ дотичною до графіка, проведеною в деякій точці, дає змогу знаходити корені рівняння (1) за формулою Ньютона:

$$x_{i+1}=x_i-f(x_i)/f'(x_i)\,, \qquad i=1, 2, \ldots$$

Коли ж основні формули виведенні, слід приступати до створення алгоритмів дії кожного методу зокрема. Спочатку можна запропонувати студентам викласти алгоритм словесно, пізніше – скласти блок-схему і програми для реалізації задач на ЕОМ.

При цьому застановити студентів на виконанні основних пунктів алгоритмів:

а) задання ітераційної формули методу для знаходження i-того наближення кореня;

б) відбір наступного інтервалу розміщення кореня за умови протилежності знаків функції на кінцях інтервалу (тобто за умови виконання нерівності $f(a)f(b)<0$);

в) контроль точності результатів.

Слід наголосити, що в методі Ньютона умова б) відсутня – це суттєва перевага методу. Але наріжною для нього є інша проблема, а саме – вдалого вибору початкового наближення кореня, щоб метод працював швидко, і взагалі збігався. Не зайво продемонструвати чотири основні випадки поведінки функції на вузькому інтервалі ізоляції кореня малюнками (функція вгнута і зростаюча, вгнута і спадна, опукла і зростаюча, опукла і спадна).

Це дасть змогу переконати студентів у необхідності виконання умови

$$f(x_0)f''(x_0)>0$$

для вдалого вибору початкового наближення x_0. Слід надійно закріпити ці та інші тонкощі методу Ньютона на практичному чи практично-лабораторному занятті.

Вміле комбінування методів інколи знімає проблему визначення початкового наближення з одного боку і прискорює збіжність процесу з іншого (наприклад, при комбінуванні методу хорд і дотичних). Цю ідею варто запропонувати, розвинути і реалізувати сильнішим студентам [9, 10].

І насамкінець пропонується обов’язкове вивчення методу простої ітерації [3], простота алгоритму якого робить його вельми привабливим, адже достатньо звести рівняння (1) до виду

$$x=\varphi(x) \qquad (2)$$

і ітераційна формула наближень готова:

$$x_{i+1}=\varphi(x_i)\ , \qquad i=1,\ 2,\ \dots$$

Перетворення рівняння $f(x)=0$ до вигляду (2) труднощів не становить. Але тут студенти стикаються з проблемою – для забезпечення збіжності методу необхідне виконання умови $|\varphi'(x)|<1$, а це не завжди легко зробити. Тому змістовним було б на практично-лабораторному занятті запропонувати такий підхід до вирішення цієї проблеми: записати рівняння (1) у виді

$$x=x-f(x)/M,$$

добитись виконання умови

$$|\varphi'(x)|=|1-f'(x)/M|<1$$

підбором сталої M – обмеження похідної $f'(x)$.

На лабораторних заняттях слід реалізувати програми відшукання коренів трансцендентних рівнянь вибраними викладачем методами, задаючи різноманітні рівняння. Важливо, щоб захищаючи лабораторні роботи студенти зробили висновки про переваги і недоліки запропонованих методів, порівняли швидкості їх збіжності до шуканого результату.

1. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ. – М.: Мир, 1982.
2. Шуп Т. Прикладные численные методы в физике и технике. – М.: Высшая школа, 1990.
3. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНЕ. – М.: Мир, 1977.
4. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980.
5. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987.
6. Волков Е.А. Численные методы. – М.: Наука, 1982.
7. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1966.
8. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978.
9. Колінько М.О. Числові методи для інженерних задач. – Львів, 1997.
10. Вознесенский В.А., Ляшенко Г.В., Огарков Б.Л. Численные методы решения строительно-технологических задач на ЭВМ. – К: Вища школа, 1989.

ВИКОРИСТАННЯ ОПОРНИХ ТАБЛИЦЬ І СХЕМ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ В СТАРШИХ КЛАСАХ

І.В. Колодій
м. Кривий Ріг, Центрально-Міська гімназія

У процесі вивчення шкільного курсу математики вчитель повинен сформувати у учнів, поряд з іншими уміннями й навичками, вміння аналізувати практичні завдання, задачі, теоретичний матеріал.

В досягненні цієї мети велику допомогу вчителю надають опорні конспекти – схеми й таблиці, які відображають зміст і структуру матеріалу.

Наприклад, при вивченні теми "Квадратні рівняння" у 8 класі, ми використовуємо схему 2, що дає повну класифікацію квадратних рівнянь, а також способи їх розв'язування. Схема складається з 3 частин, в яких відображаються складові загальної теми:

– "Неповні квадратні рівняння";
– "Повні квадратні рівняння";
– "Зведені квадратні рівняння".

При вивченні теми "Неповні квадратні рівняння" узагальнюються і систематизуються вже відомі види рівнянь, а також вводяться доповнення. Ця частина схеми народжується на очах учнів з їх безпосередньою участю.

В темі "Повні квадратні рівняння" учні досліджують рівняння і разом з вчителем роблять висновки, які відображають у другій частині схеми.

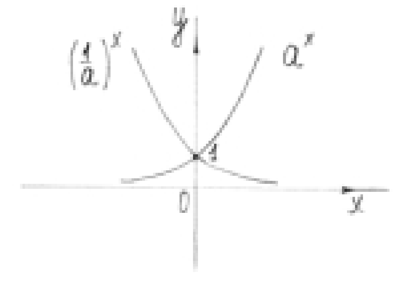
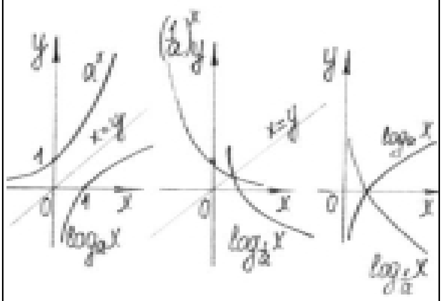
Вивчаючи "Зведені квадратні рівняння", вчитель доводить теорему Вієта і завершує роботу над схемою.

На уроці узагальнення і систематизації матеріалу по темі "Квадратні рівняння" доцільно об'єднати три частини схеми в одну. Це бажано зробити до вивчення теми "Розв'язування задач за допомогою квадратних рівнянь".

Таким чином, учні мають повне уявлення про логічну структуру теми і про зв'язок її елементів.

Таблиця 1

11 клас (до вивчення теми “Логарифмічна функція”)
Порівняльна таблиця властивостей показникової та логарифмічної функцій

$f(x)=a^x$	$g(x)=log_a x$
	
$D(f(x))$: $x\in(-\infty;\ +\infty)$	$D(g(x))$: $x\in(0;\ +\infty)$
$E(f(x))$: $y\in(0;\ +\infty)$	$E(g(x))$: $y\in(-\infty;\ +\infty)$
$f(x)$ зростає при $a>1$ $f(x)$ спадає при $0<a<1$	$g(x)$ зростає при $a>1$ $g(x)$ спадає при $0<a<1$
При $a>0$ і $a\neq1$ графік	
$f(x)$ проходить через точку (0, 1)	$g(x)$ проходить через точку (1, 0)
$f(x)=a^x$ $f(x)=(1/a)^x$ } графіки симетричні відносно вісі OY	$g(x)=log_a x$ $g(x)=log_{1/a} x$ } графіки симетричні відносно вісі OX

Таблиця 2

11 клас (до вивчення теми “Логарифмічні рівняння”)
Розв’язування найпростіших логарифмічних рівнянь

Загальний вигляд рівняння	Допустимі значення	Спосіб розв’язання
$log_a x=b$	$a>0$ $a=1$ $x>0$	За означенням логарифма $\boxed{a^b=x}$
$log_a x=log_a k$	$a>0$ $a=1$ $x>0$ $k>0$	За значенням логарифма $x=a^{\log_a k}=k \Rightarrow$ $\boxed{x=k}$

Загальний вигляд рівняння	Допустимі значення	Спосіб розв’язання
$log_a x=b$	$x>0$ $x=1$ $a>0$	$x^b=a \Rightarrow$ $x=a^{\frac{1}{b}}$

Таблиця 3

9 клас (до вивчення теми “Квадратична функція”)
Порівняльна таблиця властивостей функцій
$y=ax^2$ і $y=-ax^2$

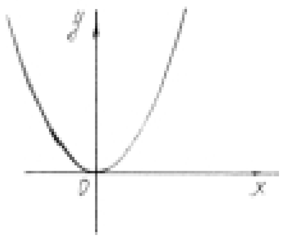
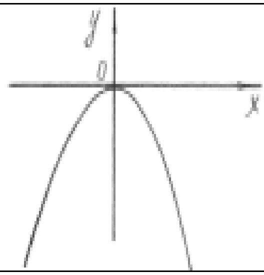
Функція властивості	$y=ax^2$	$y=-ax^2$
Графік функції		
$D(y)$	$x\in R$	$x\in R$
$E(y)$	$y\in[0; +\infty)$	$y\in(-\infty; 0]$
Якщо $x=0$	$y=0$ графік проходить через початок координат	$y=0$ графік проходить через початок координат
Якщо $x\neq0$	$y>0$	$y<0$
$f(-x)$	$f(-x)=f(x)$ графік симетричний відносно вісі OY	$f(-x)=f(x)$ графік симетричний відносно вісі OY
y зростає	$x\in[0; +\infty)$	$x\in(-\infty; 0]$
y спадає	$x\in(-\infty; 0]$	$x\in[0; +\infty)$
Найбільше значення функції	–	$y_{max}=0$ при $x=0$
Найменше значення функції	$y_{min}=0$ при $x=0$	–

Схема 1

8 клас (до вивчення теми “Квадратні рівняння”)

Види квадратних рівнянь та їх розв’язки.

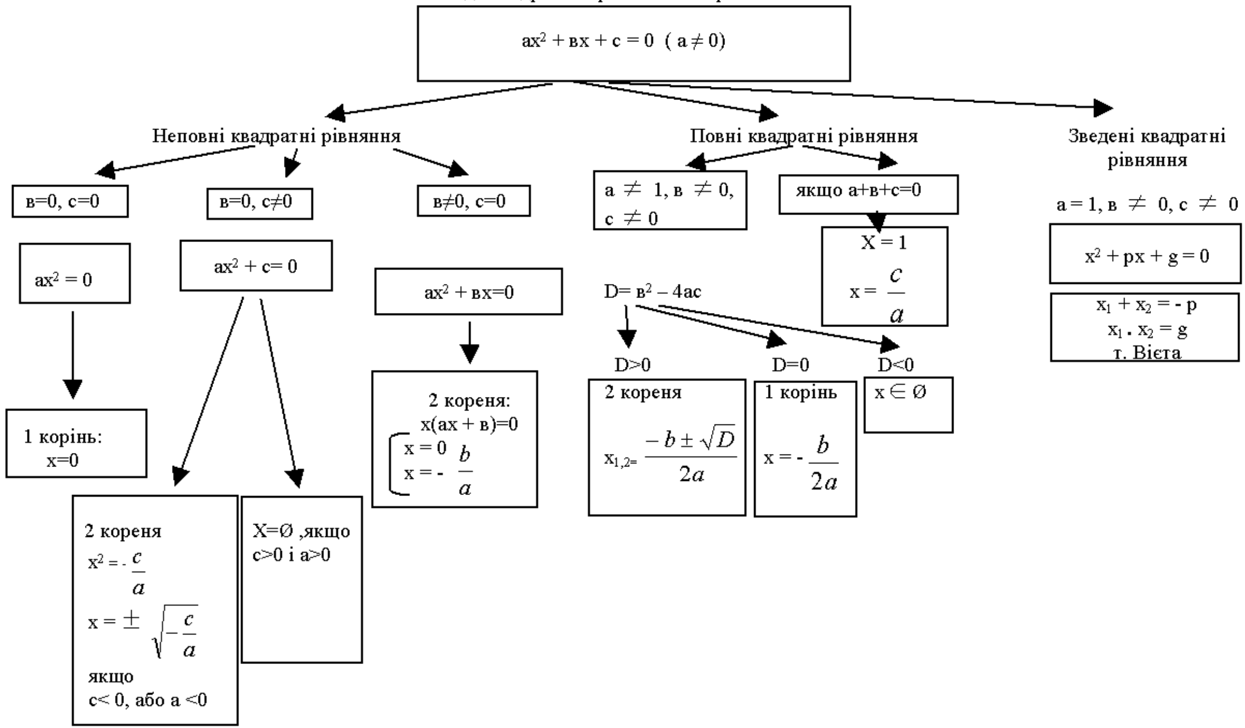


Схема 2

11 клас (до вивчення теми “Комплексні числа”)

РОЗШИРЕННЯ ЧИСЛОВИХ МНОЖИН

N + **O** і цілі від’ємні числа = >

не завжди виконується віднімання

Z + дробові числа = >

не завжди виконується ділення (крім на 0)

Q + ірраціональні числа =>

не завжди виконується винесення з кореня (наприклад $\sqrt{2}$)

R + число, квадрат, якого рівен –1 $x^2 = -1$ => Множина комплексних чисел **C**

не завжди виконується винесення з кореня парного степеня з від’ємного числа

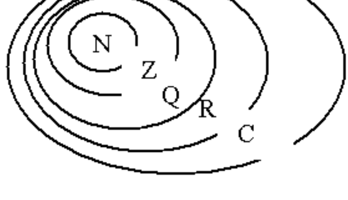
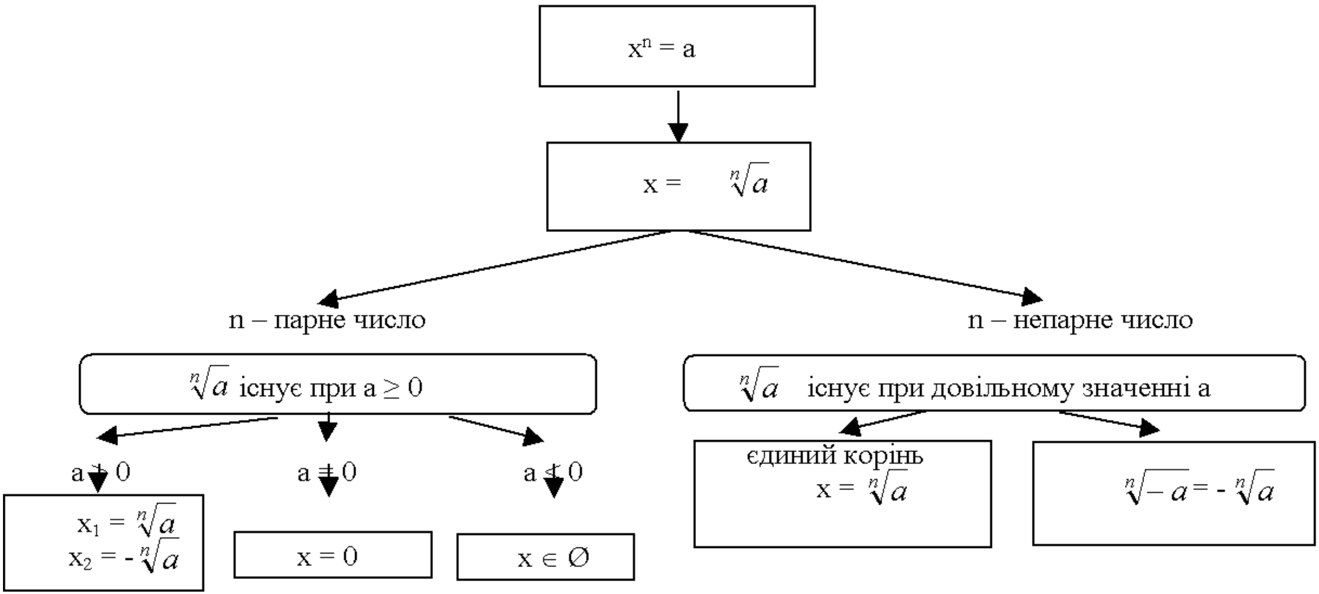


Схема 3

11 клас (до вивчення теми
"Корінь n-го степеня і його властивості")

Розв'язування рівняння $x^n = a$



Наведені приклади опорних конспектів використовуються на уроках різних типів і мають різні цілі:

– *Опорні конспекти для вивчення теоретичного матеріалу* формують вміння учнів правильно аналізувати теоретичний матеріал, логічно викладати його під час відповіді, працювати з підручником.
– *Опорні конспекти для засвоєння розв'язування вправ* дозволяють учням засвоїти загальні етапи розв'язування задач, рівнянь; дають чіткий алгоритм.

Використання опорних конспектів у комплексі з іншими методами, дає змогу навчати дітей аналізувати, узагальнювати і систематизувати матеріал, що вивчається.

СХЕМИ ПРОФЕСІОНАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

О.М. Коломієць
м. Черкаси, Черкаський державний університет
ім. Б. Хмельницького

Алгоритмізація навчання дає великі можливості ефективного керування розумовою діяльністю учнів, тому є зрозумілим пошуки методистами ефективних шляхів реалізації алгоритмічної лінії в курсі математики (М.П. Лапчик, В.М. Монахов, З.І. Слєпкань, А.А. Столяр, Н.Ф. Тализіна та інші).

Однак, аналіз методичної літератури виявив неоднозначність у визначенні поняття "алгоритмізація навчання", що на нашу думку, пов'язано з різними поглядами на систему навчання в різні етапи розвитку методики навчання математики, з прагненням вдосконалити систему освіти, реалізуючи замовлення суспільства.

В тлумаченні поняття "алгоритмізація" виділяють напрямки:

– алгоритмізація як необхідний компонент для формування стилю мислення, орієнтованого на використання ЕОМ;
– вивчення алгоритмів курсу математики в якості самостійного об'єкта, тобто вивчення алгоритмів в цілях навчання математики;
– використання алгоритмічних приписів для керівництва навчально-пізнавальною діяльністю учнів [4, 5].

Так, в українському педагогічному словнику алгоритмізація навчання трактується, як використання в навчанні алгоритмів, тобто певної системи правил, яка веде до розв'язання задачі, та полягає в тому, що учнів навчають не лише розумінню суттєвих ознак і властивостей певних об'єктів, а й алгоритмів, за якими ці ознаки й властивості поєднуються з діями, які необхідні для розв'язування задач [1]. Як об'єднання першого й другого напрямку розглядають алгоритмізацію В.М. Монахов, М.П. Лапчик. Об'єднанням другого й третього напрямку А.А. Столяр, Б.В. Гнеденко, Л.Н. Ланда визначають алгоритмізацію в навчанні як сукупність двох важливих видів навчання: навчання побудові і використанню алгоритмів та побудова алгоритмів самого навчання [2, 6].

Проаналізувавши всі тлумачення цього поняття та враховуючи напрямки реформи сучасної освіти, вважаємо, що алгоритмізація навчання має два аспекти: 1) навчання учнів алгоритмам, алгоритмічним приписам; евристичним схемам; 2) алгоритмізація діяльності вчителя у процесі навчання.

Перший аспект повинен забезпечити знання учнями основного набору алгоритмів, алгоритмічних приписів, евристичних схем навчальної діяльності учнів (аналізу умови задачі, формулювання означення, теореми, пошуку розв'язування задачі, розв'язування типових задач шкільного курсу математики), вміння їх застосовувати, самостійно складати алгоритми, алгоритмічні приписи, евристичні схеми, вміння виділяти класи однотипових задач, самостійно складати задачі, що належать даному класу задач, тощо.

Під алгоритмізацією діяльності вчителя в процесі навчання розуміємо засвоєння знань (знання операцій, умов та засобів досягнення мети) вчителем алгоритмів та схем професійної діяльності, володіння (вміння формувати процес) алгоритмами та схемами професійної діяльності, вміння застосовувати їх до конкретної ситуації, вміння їх самостійно складати, оцінювати їх результативність.

Реальний процес навчання можна розбити на певні етапи, описати його. В залежності від ступеню детальності розбиття, опис може бути поданий у вигляді алгоритму (в його інтуїтивному розумінні), алгоритмічного припису, евристичної схеми, правила-орієнтира (вказівок). Не є винятком діяльність вчителя, що є певною послідовністю дій. Наведемо приклад алгоритму та схеми професійної діяльності вчителя.

Алгоритм логіко-математичного аналізу твердження.

1. Виділити умову твердження.
2. Виділити висновок твердження.
3. Виділити пояснювальну частину твердження.
4. Встановити просте твердження чи складене.
5. Встановити в якій формі сформульоване твердження (категоричній чи імплікативній).

Схема індуктивного введення теореми.

1. Мотивація вивчення теореми та розкриття її змісту.

2. Робота над структурою теореми.
3. Мотивація необхідності доведення теореми.
4. Побудова, креслення та короткий запис змісту теореми.
5. Пошук доведення.
6. Доведення, його запис.
7. Закріплення теореми.
8. Застосування теореми.

Діяльність вчителя частіше записується у вигляді схеми. Це пояснюється різноманітністю ситуацій можливих у процесі навчання навіть певного матеріалу, невизначеністю елементарних операцій, які б фігурували в алгоритмі. Поняття елементарної операції є відносним. Для одного вчителя певна операція є елементарною, для іншого – ні, тобто вимагає розбиття на більш прості елементи.

Вважаємо за доцільне провести класифікацію алгоритмів та схем професійної діяльності вчителя математики, взявши за основу виробничі функції професійної діяльності (аналітико-синтетична діяльність, планування та конструювання, організація та управління діяльністю учнів, оцінювання власної діяльності та діяльності учнів) та типові задачі методичної діяльності вчителя математики.

Алгоритми та схеми, що забезпечують реалізацію виробничої функції "Аналітико-синтетична діяльність".

1. Алгоритми виконання логіко-математичного аналізу означень математичних понять, математичних фактів (аксіом, теорем, формул, інших тверджень), правил, алгоритмів, евристичних схем, сюжетних математичних задач.
2. Схеми навчання учнів виконувати аналіз, синтез, узагальнення, конкретизацію, порівняння, поділ, класифікацію тощо.
3. Схеми виконання логіко-математичного аналізу змісту навчального матеріалу навчальної та програмової теми.
4. Схема виконання аналізу наборів математичних задач до певної теми.
5. Схеми виконання математичної і методичної типізації математичних задач курсу математики.
6. Схеми введення означень математичних понять, матема-

тичних фактів (аксіом, теорем, формул, інших тверджень), правил, алгоритмів, евристичних схем, сюжетних математичних задач та роботи з ними.
7. Схема реферування та рецензування статті, посібника математичного, психолого-педагогічного та методичного змісту.
8. Схема визначення індивідуальних можливостей учнів у навчанні математики та комплектування гомогенних та гетерогенних груп з учнів класу.

Алгоритми та схеми, що забезпечують реалізацію виробничої функції "Планування та конструювання".

1. Алгоритм розробки тематичного плану організації вивчення учнями програмової теми курсу математики, виконання календарного планування.
2. Алгоритм створення системи запитань для повторення базових знань учнів при вивченні курсу математики.
3. Алгоритм створення системи вправ для актуалізації базових умінь учнів при вивченні курсу математики.
4. Схеми підбору задач для формування математичних понять, для навчання доведень математичних тверджень, для розкриття (виявлення) змісту та структури правила, побудови алгоритму курсу математики.
5. Схема конструювання системи контрприкладів до понять, математичних фактів і способів діяльності, що вивчаються в курсі математики.
6. Схема складання системи запитань для розкриття нового матеріалу курсу математики, для фронтальної перевірки знань учнів.
7. Схема складання тестів, самостійних та контрольних робіт навчального та контролюючого характеру.
8. Схеми підбору матеріалу до уроку та написання розгорнутого конспекту або плану-конспекту уроку.
9. Схеми підбору літератури для вивчення конкретного питання (теореми, задачі, пункту, теми підручника) та складання відповідну картотеку.
10. Схеми виготовлення простіших навчальних та наочних посібників, матеріалу для кодоскопу, тощо.

Алгоритми та схеми, що забезпечують реалізацію виробни-

чої функції “Організація та управління діяльністю учнів у процесі навчання математики”.

1. Схема мотивації вивчення конкретного навчального матеріалу (теми, математичної задачі, теореми тощо).
2. Схеми організації пошуку розв’язання математичної задачі, доведення математичного твердження, складання алгоритму та схеми, алгоритми розв’язання типових математичних задач, доведень математичних тверджень, тощо.
3. Схеми роботи з довідником, таблицею та іншими аналогічними матеріалами та навчати цього учнів.
4. Схеми оформлення розв’язання задачі, доведення математичного твердження, алгоритму.
5. Схеми відбору системи запитань, вправ і задач для навчання учнів виконувати аналіз, синтез, узагальнення, конкретизацію, порівняння, поділ, класифікацію тощо.

Алгоритми та схеми, що забезпечують реалізацію виробничої функції “Оцінювання власної діяльності та діяльності учнів у процесі навчання математики”.

1. Схема аналізу усної відповіді учня, оцінювання її.
2. Схема оцінювання письмової навчальної чи контрольної роботи, аналізування її результати.
3. Схема здійснення самооцінки та корекції власної методичної діяльності.

Алгоритми та схеми професійної діяльності вчителя є формою опису прийомів та способів діяльності вчителя математики.

Певні схеми, алгоритми навчальної діяльності учнів співпадають з алгоритмами та схемами професійної діяльності вчителя, зокрема: схеми аналізу формулювання означення, теореми, пошуку розв’язування задачі, тощо. Ряд схем та алгоритмів навчальної діяльності учнів входять структурними елементами до складу професійної діяльності вчителя. Наприклад, діяльність учня по розв’язуванню задачі включає використання трьох алгоритмів.

1. Алгоритму розв’язування конкретної задачі;
2. Алгоритму чи схеми розв’язування задач даного класу;
3. Схеми аналізу умови задачі, схеми пошуку розв’язання задачі.

Діяльність вчителя по розв'язанню задачі така сама. Але така діяльність вчителя, як навчання учнів розв'язування задачі, окрім зазначених трьох схем вимагає ще й застосування схеми організації роботи по пошуку розв'язання задачі.

Вчителі явно чи неявно, свідомо чи несвідомо складають алгоритми та схеми професійної діяльності використовуючи свій досвід та досвід колег, опираючись на інтуїцію. Однак, при інтуїтивному підході алгоритми та схеми часто далекі від ефективних. Тому знання алгоритмів та схем професійної діяльності є запорукою якісної організації навчального процесу, довідником до освоєння педагогічної діяльності студентам – майбутнім вчителям математики, вчителям-початківцям. Такі знання вчителя підводять до самостійної побудови алгоритмів та схем професійної діяльності. Вміння самостійно складати алгоритми та схеми є важливим (не можна записати всі схеми для кожної ситуації, яка може скластися в процесі навчання) та відповідальним (від нього залежить результат навчання).

Побудова алгоритмів та схем навчання – опис навчаючої діяльності вчителя. Ми розділяємо думку Ланди, що алгоритмічний процес – це не тільки процес використання відомого алгоритму до розв'язування певного класу задач, але й процес, який протікає закономірно, що може бути алгоритмічно описаний, тобто йому може бути поставлений у відповідність деякий алгоритм [2]. Тому слідує розрізняти алгоритм як опис алгоритмічного процесу від алгоритму як припису до його виконання. Якщо алгоритм як припис керує алгоритмічним процесом, то алгоритм як опис лише фіксує те, як алгоритмічний процес здійснюється. Значення алгоритмічного опису полягає в тому, що такий опис суттєво важливий для їх пізнання, з метою управління ними або їх моделювання. При користуванні готовими алгоритмами та схемами, вчитель використовує їх як приписи до дій, а при самостійному моделюванні процесу, складанні його схеми відбувається опис процесу. Знання алгоритмів та схем професійної діяльності, складених методистами-науковцями (Г.П. Бевз, М.І. Бурда, Я.І. Грудьонов, Ю.М. Колягін, Є.І. Лященко, В.М. Осинская, З.І. Слєпкань та ін.), їх аналіз дасть змогу навчитись правильно описувати етапи навчального процесу у інших ситуаціях.

За звичай вчитель користується алгоритмами та схемами діяльності у максимально згорнутому вигляді, та й в літературі більшість алгоритмів формулюються не у вигляді розгорнутої програми, а в згорнутому вигляді. Вчителю математики, який сам володіє алгоритмами, здається, що вказівок, сформульованих у згорнутому вигляді, досить, щоб розв’язати самостійно будь-яку задачу даного типу. Але учень часто не вміє самостійно перетворити згорнуту форму алгоритму в розгорнуту. Тому важливим є завдання навчити учня цієї діяльності.

Вважаємо за доцільне розпочинати навчання алгоритмів та схем професійної діяльності з перших днів навчання у педагогічному вузі.

Список літератури:

1. Гончаренко С.У. Український педагогічний словник. – К.: Либідь, 1997.
2. Ланда Л.Н. Алгоритмизация в обучении. – М.: Просвещение, 1966.
3. Лященко Е.И. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики. – М.: Просвещение, 1988.
4. Михно А.А. Формирование общих алгоритмических умений при изучении математики в специальных учебных заведениях.: Автореф. дис. … канд. пед. наук. – Киев, 1988.
5. Радюк Н.А. Формирование элементов алгоритмической культуры при изучении математики в 5-6 классах классах: Автореф. дис. … канд. пед. наук. – Минск, 1988.
6. Столяр А.А. Педагогика математики. – Минск: Вышэйшая школа, 1986.
7. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1983.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ: ВЫЯВЛЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ И ОПЫТ РЕШЕНИЯ

А.И. Колосов, А.В. Якунин
г. Харьков, Харьковская государственная академия городского хозяйства

В текущем 2000/01 уч. г. в Харьковской государственной академии городского хозяйства в порядке эксперимента организованы обязательные дополнительные занятия по элементарной математике (ЭМ) для слабоуспевающих студентов. Необходимость в этом возникла в связи с увеличением разрыва между уровнем математической подготовки широкого слоя первокурсников и тем предельно минимальным допустимым порогом, на который традиционно ориентируются программы вузовских дисциплин, что становится практически непреодолимым препятствием для успешной учёбы таких студентов, особенно, по высшей математике (ВМ) и смежным предметам. Этот разрыв формируется под действием двух следующих основных факторов.

Во-первых, наблюдающееся в последние годы неуклонное снижение уровня математической подготовки абитуриентов – выпускников массовой средней школы. Финансово-материальные и духовные проблемы функционирования средней школы в современных сложных социально-экономических условиях; падение уровня здоровья школьников вследствие снижения качества жизни населения; тенденции непродуманной гуманитаризации среднего образования и снижения общего уровня учебной нагрузки; необоснованная ориентация на расширение списка изучаемых учебных предметов в ущерб глубине освоения материала – всё это своей негативной стороной имеет уменьшение как объёма часов на изучение математики (что вынуждает учителей для экономии времени опускаться с логически доказательного уровня изложения материала на повествовательно-описательный), так и общего внимания ей уделяемого (что идёт в разрез с мировыми тенденциями компьютеризации и математизации различных сфер жизнедеятельности и превращения науки в непосредственную производительную силу).

Существующие специализированные школы и классы с углублённым изучением физико-математических дисциплин лишь частично снижают остроту возникающих проблем и не обеспечивают потребности вузов, занимающихся подготовкой специалистов массовых профессий. Подготовительные курсы при вузах способствуют уменьшению разрыва между средним и высшим уровнями образования, однако имеют ограниченный временной ресурс и не охватывают весь контингент абитуриентов. Кроме того, обучение на подкурсах носит необязательный характер и даёт несомненную пользу лишь познавательно ориентированной молодёжи. Отрицательно отразилось на уровне подготовки будущих студентов и закрытие, вследствие прекращения целевого бюджетного финансирования, подготовительного отделения при вузе (дневного и вечернего), призванного устранять пробелы в знаниях вчерашних школьников, особенно после длительного перерыва (трудовая деятельность, служба в армии и т.п.).

Как следствие, для выпускников массовой средней школы характерно: отсутствие стойких навыков тождественных преобразований; неумение производить оценочные экспресс-расчёты (особенно, в устной форме); отсутствие чёткого понимания понятия функции и свойств основных элементарных функций (особенно, тригонометрических); низкий объём обязательного для запоминания фактического материала; отсутствие культуры доказательного мышления; плохое пространственное воображение.

Во-вторых, вынужденная необходимость увеличивать число студентов, обучающихся на контрактной основе, которые набираются из числа более слабых абитуриентов, не прошедших по конкурсу на бюджетные места. Это объясняется уменьшением объёма госзаказа на выпускников вузов и падением уровня бюджетного финансирования в условиях общего снижения затрат на образование и науку; невозможностью пополнить платёжные средства вузов за счёт привлечения ресурсов предприятий и организаций на научно-исследовательские работы, так как последние сами находятся в тяжёлом финансовом положении.

За некоторым исключением, для студентов-контрактников, кроме указанных выше общих недостатков, характерно: отсутствие сформировавшихся навыков учебного труда; низкая работоспособность и боязнь трудностей; слабая познавательная активность; зачастую искажённая мотивация учебной деятельности;

излишне утилитарный подход к содержанию образования; неправильная расстановка приоритетов в образовании в виде стойкого стремления к достижению формальных минимально допустимых оценок при наименьших затрачиваемых усилиях; зачастую глубокая общая педагогическая запущенность, проявляющаяся в игнорировании общепринятых норм поведения и форм организации учебного процесса.

Поскольку учебные программы по ВМ существенно отличаются по разным профилям подготовки, то создаваемые группы выравнивания по ЭМ комплектуются по каждому факультету отдельно из студентов родственных специальностей. Порядок прохождения материала устанавливается в тесной привязке к соответствующим программам по ВМ и носит вспомогательный упреждающий характер, чтобы обеспечить осознанное восприятие отстающими студентами курса ВМ. Эта работа ведётся в постоянном контакте с ведущими лекторами основных потоков.

Направленность проведения дополнительных занятий – безусловный охват всех слушателей с ориентацией на наиболее слабых из них. Это требует тщательной проработки каждой темы с выделением ключевых моментов, расщепления её на логически связные элементарные блоки с обязательным экспресс-контролем степени усвоения, что обеспечивает постоянную обратную связь между преподавателем и аудиторией. Для этого используются фронтальный опрос, мини-контрольные и другие формы работы. Превышение количества студентов в экспериментальной группе педагогически обоснованного объёма и ограниченность времени изучения каждой темы вынуждают привлекать и такую форму работы как индивидуальные домашние задания, что, к сожалению, ведёт к определённой перегрузке как слушателей, так и преподавателя. Особо слабым студентам также рекомендуются внеаудиторные занятия по индивидуальным программам.

Для усиления познавательной мотивации аудитории содержание изучаемого материала и его интерпретация адаптируются к специфике потребностей соответствующих профильных дисциплин. Особенности состава слушателей требуют изменения критериев оценки учебного труда. При этом ведущее место занимают воспитательные аспекты с ориентацией на перспективу.

Важно создание на дополнительных занятиях атмосферы раскрепощённости и взаимного доверия, способствующей выявлению и осознанию слушателями своих пробелов, а также обретению положительного опыта решения посильных задач.

Ввиду отсутствия необходимой учебной литературы в качестве базовых пособий используются издания для слушателей подготовительных отделений. Они предназначены для углублённой подготовки и охватывают все темы школьного курса математики, что по уровню и объёму не отвечает специфике проводимых занятий. Поэтому кафедрой ВМ запланирована разработка тематических проблемно-ориентированных методических пособий.

Анализ итогов первого семестра показывает, что эффективность дополнительных занятий достигает уровня 30%-40%, что явно недостаточно. Резервы здесь кроются в дальнейшем усилении индивидуального подхода; повышении степени наглядности и доступности изложения материала и его практической направленности; непрерывном взаимодействии с ведущими лекторами не только ВМ, но и смежных дисциплин; поднятии роли воспитательного фактора путём повышения личной ответственности, привлечения должного внимания как со стороны деканатов и учебной части, так и коллективов студенческих групп, а также родителей и представителей предприятий-шефов студентов-контрактников.

ПУТИ И ВОЗМОЖНОСТИ ГУМАНИЗАЦИИ И ГУМАНИТАРИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Е.В. Кононова
г. Кривой Рог, Средняя общеобразовательная школа с углубленным изучением физики, информатики и истории №69

Математика на протяжении всей истории человечества являлась составной частью общечеловеческой культуры, ключом к познанию окружающего мира. Математическое образование – неотъемлемая часть гуманитарного образования, на которое имеет право любой человек, и обязанность общества и школы, в частности, – предоставить возможность каждому воспользоваться этим правом.

Вот почему на сегодняшний день основным направлением развития школы является поворот обучения к ученику, к его индивидуальным особенностям и возможностям.

Как уже было отмечено, большая роль в реализации этого направления принадлежит гуманизации и гуманитаризации математического образования.

Гуманизация предполагает максимально учитывать личностный фактор ребенка, его психофизиологические возможности и особенности. Учеба должна быть в радость, ученик не должен чувствовать себя уязвленным, беспомощным, испытывать психологический дискомфорт. Центр тяжести обучения необходимо переместить на развитие логического мышления, на подготовку учащихся к творческой деятельности. Здесь имеется в виду такие параметры, как творческое усвоение знаний, способов действий, умение переносить знания и способы действий в незнакомую ситуацию, введение новой функции объекта, развитие интуиции.

Задание творческого типа позволяет изгнать с уроков скуку и равнодушие. Так, при изучении темы «Декартовые координаты» можно провести конкурс детских работ: «Рисуем по координатам». Здесь ученики сталкиваются не только с математической задачей, но и с проблемой выбора рисунка. А это уже творчество! И обязательно нужно устроить выставку детских работ.

Благодатной для развития творческих способностей учеников является тема «Симметрия». Знакомство с ней можно начать со слов Г. Вейля: «Симметрия является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство». В конце этой темы ученики, разбившись на группы, выполняют творческое задание: одни придумывают орнаменты, другие «расписывают» посуду, третьи, опираясь на законы симметрии, «разрабатывают» орнаменты ковров, линолеума, обоев. А еще все пишут математическое сочинение «Этот удивительно симметричный мир», где пытаются осветить роль принципов симметрии в физике, химии, биологии, технике, архитектуре, живописи, поэзии и даже музыке. Аналогичные уроки можно провести, например, по теме «Правильные многоугольники», «Правильные многогранники».

Исторические тенденции нужно также тщательно беречь и развивать. Ученики должны знать, что за внешне сухими формулами, аксиомами стоят конкретные ученые с их порой нелегкими трагическими судьбами. Нельзя не вспомнить о Н.А. Лобачевском, С.В. Ковалевской, Гипатии и многих других. Трудно найти пример большого внутреннего благородства, чем поведение Э. Галуа перед смертью. Подобного рода дополнения к уроку способствует усвоению таких этических принципов, как интеллектуальная честность, объективность, стремление к постижению истины. В содержание школьного курса должны органически вплетаться богатые в эмоциональном отношении эпизоды истории науки.

На урок математики можно пригласить учителя литературы, который подчеркнёт, что математика и литература не столь чужды друг другу, как кажется.

Так, например, математическая ветвь научной поэзии В.Я. Брюсова включает в себя несколько стихотворений, звучащих как гимны математике. Это «Числа», «К портрету Лейбница», «Мир *N* измерений» и некоторые другие.

Не лишено интереса и обратное явление, когда авторами мировых шедевров художественной литературы оказываются математики. И здесь нельзя не вспомнить Омара Хайяма – математика, астронома, классика персидской и таджикской литературы. Это может быть также и другой учёный. Несомненно то, что такие «обогащенные» уроки повышают общую культуру учащихся, их эрудицию, стимулируют интерес к познанию. И самое важное – подобного рода уроки должны проводиться не эпизодически от случая к случаю, а систематически. Ибо только так можно заинтересовать учащихся, привлечь их к математике и обогатить духовный облик школьника.

ПИТАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ В КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТІВ СПЕЦІАЛЬНОСТІ «ПРОМИСЛОВЕ ТА ЦИВІЛЬНЕ БУДІВНИЦТВО»

О.В. Коропов
м. Суми, Сумський державний аграрний університет

Курс вищої математики для інженерних спеціальностей завжди повинен бути в певній мірі професійно спрямований. Зокрема, це відноситься і до спеціальності "Промислове та цивільне будівництво". Викладач вищої математики разом з колективом будівельного факультету зобов'язаний приймати безпосередню участь у формуванні висококваліфікованого сучасного конкурентноздатного спеціаліста. Це передбачає професійну орієнтацію викладача. його бачення тих розділів дисципліни, які використовуються загальнотехнічними і профілюючими кафедрами. Мова йде про своєрідне "наведення мостів" між курсом вищої математики і, перш за все, загальнотехнічними дисциплінами.

Міжпредметні зв'язки чітко простежуються, наприклад, в розділах "Звичайні диференціальні рівняння" і "Рівняння математичної фізики". Перша група рівнянь широко представлена в курсах опору матеріалів, теоретичної механіки, економіки. Друга група рівнянь – прикладні задачі, що описуються диференціальними рівняннями в частинних похідних і які в певних постановках зводяться до звичайних диференціальних рівнянь.

Мотивація такого вибору розділів стику полягає, по-перше, в необхідності розкриття перед майбутнім спеціалістом можливостей апарату диференціальних рівнянь для описання процесів, що відбуваються в деформованому твердому тілі під навантаженням, а також для моделювання конкретних ситуацій в інших об'єктах та системах. По-друге, цей вибір має на увазі безпосередньо навчальний аспект, оскільки розв'язки диференціальних рівнянь в підручниках з загальнотехнічних дисциплін наводяться переважно у готовому вигляді.

Досвід викладання вищої математики на факультеті промислового та цивільного будівництва Сумського державного аграрного університету свідчить про неформальне засвоєння зазначених розділів, якщо відома методика розв'язання конкретизована на задачах опору матеріалів, теоретичної механіки, будівельної механіки, економіки. Всі названі дисципліни є теоретичною базою формування інженера – будівельника. На лекціях, а в основному на практичних заняттях (проводилась також і гурткова робота) при вивченні програмних тем “Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними” та “Диференціальні рівняння вигляду $y^n=f(x)$, $n=2$, 4” має сенс звернутись до диференціальних рівнянь, які є ключовими в опорі матеріалів, і до деяких рівнянь теоретичної механіки та економіки. Всі вони класифікуються згідно з теорією звичайних диференціальних рівнянь і розв’язуються за методиками, які даються в курсі вищої математики. Задачі опору матеріалів, як правило, задачі з граничними умовами (крайові задачі). Задачі теоретичної механіки (динаміка) та економіки – з початковими умовами (задачі Коші). Довільні сталі інтегрування в задачах опору матеріалів мають певний фізичний зміст. Тому, в багатьох конкретних постановках їх значення прогнозуються. В методі відокремлення змінних рекомендуються до розгляду диференціальні рівняння задач: визначення закону переміщень призматичного стержня від дії власної ваги; визначення закону зміни кута повороту вала постійного перерізу від дії скрутного розподіленого навантаження сталої інтенсивності; визначення закону зміни поперечного перерізу стержня рівного опору при розтязі чи стиску; визначення закону зміни кутової швидкості ротора електромотора в період розгону; ефективність реклами. Усі одержані розв’язки обов’язково аналізуються.

Наприклад, два перші диференціальні рівняння математично ідентичні. Це закон Гука для осьової деформації та кручення. В останній задачі будується логістична крива, яка пов’язує кількість покупців x, яка знає за продукцію, що реалізується, з часом t. Розв’язок рівнянь вигляду $y^n(x)=f(x)$ знаходиться n–кратним інтегруванням. Представником рівнянь цього типу при $n=2$ в опорі матеріалів є диференціальне рівняння зігнутої осі балки $EIy''(x)=M(x)$ в припущенні $EI=\text{const}$. Загальний розв’язок цього рівняння містить дві сталі інтегрування, які мають прозорий фізичний зміст (кут повороту та прогин на початку координат).

Диференціальне рівняння четвертого порядку $EIy^{IV}(x)=q(x)$ ефективно застосовується при розкритті статичної невизначеності однопрольотних балок сталої жорсткості EI, а також до деяких задач будівельної механіки, пов'язаних з лінійними і кутовими переміщеннями опор. Ця методика звичайно не притаманна ні опору матеріалів, ні будівельній механіці. Фізичний зміст чотирьох довільних сталих інтегрування, як і для диференціального рівняння другого порядку, розкривається на початку координат $x=0$.

Таким чином, окреслюється певне коло задач, де одержані студентами знання з вищої математики можуть бути застосовані в інших дисциплінах професійного спрямування. Особливу увагу привертає до себе тема "Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами". Багатий матеріал до її засвоєння дають задачі стійкості стержнів, поздовжньо-поперечного згину балок, балок на пружній основі. Зазначимо, що задачі стійкості зустрічаються як у будівельній практиці, так і в практиці конструювання машин.

Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами порядку $n=2$ представляють основний математичний апарат в теорії стійкості стержнів та поздовжньо-поперечному згині. У загальному випадку задачі стійкості описуються диференціальним рівнянням вигляду $y''(x)+k^2y(x)=Ax+B$, де A і B – відомі сталі, визначені постановкою задачі, kl – власне число, l – довжина стержня. Окремі випадки правої частини диференціального рівняння відповідають різним способам закріплення стержня на торцях.

1. $A\neq0$, $B\neq0$. Один з торців стержня жорстко защемлений, другий пружно опертий.
2. $A=0$, $B\neq0$. Стержень жорстко защемлений по торцям.
3. $A\neq0$, $B=0$. Стержень, один торець якого шарнірно закріплений, другий – жорстко защемлений.
4. $A=B=0$. Стержень з шарнірним закріпленням на торцях.

У всіх випадках з урахуванням конкретних граничних умов отримуються рівняння зігнутої осі стержня з точністю до сталого множника і значення відповідної критичної сили $P_{кр}$.

Диференціальне рівняння поздовжньо-поперечного згину в припущенні одночасного прикладання стискальної сили P і рівномірно розподіленого навантаження інтенсивності q за умови достатньо значної згинальної жорсткості $EI=\mathrm{const}$ $y''(x)+k^2y(x)=q/2EI(lx-x^2)$. Для порівняння ефективності методів інтегрування частинний розв'язок неоднорідного рівняння знаходиться як за методом невизначених коефіцієнтів, так і за методом Лагранжа. На прикладі цієї практично важливої задачі студенти мають нагоду упевнитися в перевазі метода невизначених коефіцієнтів над методом Лагранжа, якщо перший може бути застосованим.

Орієнтуючись на коло задач, що формують інженера–будівельника, в розділі "Рівняння математичної фізики" розглядається задача вільних поперечних коливань балки. На прикладі розв'язання цієї задачі студенти знайомляться з методом відокремлення змінних в диференціальних рівняннях з частинними похідними. В індивідуальному домашньому завданні "Вільні поперечні коливання балок" вони будують фундаментальні розв'язки задачі і знаходять загальний розв'язок $y(x, t)$ у вигляді подвійного ряду, що задовольняє як граничним, так і початковим умовам. Елементом завдання є чисельне дослідження збіжності одержаного ряду.

Робоча програма з дисципліни "Вища математика" для спеціальності 7.092101 – "Промислове та цивільне будівництво", яка розроблена на кафедрі вищої математики та фізики Сумського державного аграрного університету, передбачає внесення до розділів "Звичайні диференціальні рівняння" та "Рівняння математичної фізики " задач професійного спрямування, розглянутих вище.

Література

1. Коллатц Л. Задачи на собственные значения. – М.: Наука, 1968. – 503 с.
2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 442 с.
3. Коропов О.В. Звичайні диференціальні рівняння в застосуваннях. Частина перша. Частина друга. Методичні вказівки для студентів за спеціальністю 7.092101 – "Промислове та цивільне будівництво". – Суми, 2000. – 67 с.

ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕРІВНОСТЕЙ

О.В. Крайчук
м. Рівне, Рівненський державний гуманітарний університет

У курсі математики загальноосвітньої школи нерівності розв'язують, як правило, за допомогою переходу до сукупності систем, застосовуючи при цьому теоретико-множинний підхід. Рідше використовується метод інтервалів. Традиційно перший із цих способів застосовується для розв'язування нерівностей різних типів, а другий – лише для розв'язування раціональних і дробово-раціональних нерівностей. Однак, методом інтервалів з успіхом можна розв'язувати будь-які нерівності [1]. При цьому, зокрема, значно спрощується сам процес розв'язання нерівності. А, завдяки своїй алгоритмізації, метод інтервалів краще засвоюється учнями і вони, при користуванні ним, допускають менше помилок.

Метод інтервалів є функціональним за своїм змістом, оскільки він ґрунтується на використанні поняття функції, зокрема поняття неперервної функції і деяких властивостей неперервної функції. Якщо функція f(x) неперервна на області визначення D(f), то між своїми нулями (якщо вони існують) вона зберігає сталий знак. Якщо ж функція f(x) не має нулів, то на кожному проміжку області визначення D(f) вона має однаковий знак. Тому для неперервної функції f(x), знайшовши її нулі, тобто розв'язавши рівняння f(x)=0, можна розбити область визначення D(f) функції f(x) на проміжки знакосталості. На кожному з таких проміжків функція f(x) буде приймати тільки додатні або тільки від'ємні значення. Залишається лише визначити знак функції на кожному з цих проміжків, що можна зробити простою перевіркою.

Таким чином, метод інтервалів можна застосовувати для розв'язування будь-яких нерівностей типу f(x)≥0, f(x)≤0, f(x)>0, f(x)<0, де f(x) – неперервна на своїй області визначення функція. Основні елементарні функції, що вивчаються у загальноосвітній школі, тобто цілі, дробово-раціональні, показникові, логарифмічні, степеневі, тригонометричні, обернені тригонометричні функції є неперервними на своїх областях визначення. Тому методом інтервалів можна досить просто і ефективно розв'язувати нерівності шкільного курсу математики. При цьому, як показує практика, значно спрощується сам процес розв'язування нерівності. А завдяки своїй алгоритмізації, метод інтервалів краще засвоюється учнями і вони, при користуванні ним, допускають менше помилок.

Алгоритм розв'язання нерівностей методом інтервалів досить простий і тому добре засвоюється учнями.

Нехай задана нерівність, наприклад, $f(x)>0$, тоді

1. Знаходимо область визначення D(f) функції $f(x)$.

2. Знаходимо нулі функції, розв'язавши рівняння $f(x)=0$.

3. Відмічаємо на області визначення D(f) нулі функції. Область визначення розбивається нулями на проміжки знакосталості, причому корені рівняння $f(x)=0$ входять у розв'язок, якщо нерівність нестрога і не входять, якщо нерівність строга.

4. Визначаємо знак функції $f(x)$ на кожному із утворених проміжків. Для цього підставляємо довільне значення x із кожного проміжку у функцію $f(x)$ і оцінюємо її знак. Цей процес інколи буває досить складним. Тому слід відмітити, що досить визначити знак функції на деякому одному із проміжків там, де найпростіше це зробити. Знаючи знак функції на деякому одному із проміжків, і враховуючи, що при переході через корінь непарної кратності знак функції змінюється, а при переході через корінь парної кратності функції не змінює свій знак, можна встановити знак функції на кожному із проміжків.

5. Записуємо відповідь, вибравши потрібні проміжки. У нашому випадку вибираємо проміжки, на яких $f(x)>0$ і точки, в яких $f(x)=0$.

Розглянемо приклади розв'язування методом інтервалів ірраціональних, показникових, логарифмічних та тригонометричних нерівностей. Приклади взяті із робіт [2], [3].

Приклад 1. $\sqrt{5x-4}+\sqrt{3x+1}<3$

Розв'язання. Маємо $f(x)=\sqrt{5x-4}+\sqrt{3x+1}-3<0$. Знайдемо D(f).

$$\begin{cases} 5x-4\ge 0 \\ 3x+1\ge 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x\ge \dfrac{4}{5} \\ x\ge -\dfrac{1}{3} \end{cases} \qquad D(f)=\left[\frac{4}{5},+\infty\right).$$

Знайдемо нулі функції.

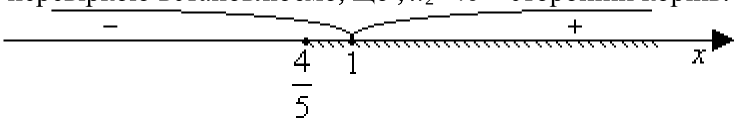
$\sqrt{5x-4}+\sqrt{3x+1}=3$

$5x-4+2\sqrt{(5x-4)(3x+1)}+3x+1=9$

$2\sqrt{(5x-4)(3x+1)}=12-8x$ або $\sqrt{(5x-4)(3x+1)}=6-4x$

$15x^2-7x-4=4=36-48x+16x^2$ або $x^2-41x+40=0$.

За теоремою Вієта маємо два корені x_1=1, x_2=40. Безпосередньо перевіркою встановлюємо, що , x_2=40 – сторонній корінь.



Відповідь: $\left[\dfrac{4}{5};1\right)$.

Приклад 2. $|x-3|^{2x^2-7x}>1$.

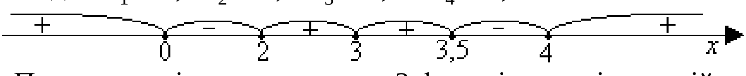
Розв'язання. Маємо функцію $f(x)=|x-3|^{2x^2-7x}-1$. $D(f)=(-\infty;3)\cup(3+\infty)$.

Знайдемо нулі функції, розв'язавши рівняння

$|x-3|^{2x^2-7x}=1$.

Маємо $|x-3|=1$ або $2x^2-7x=0$.

Звідси $x_1=2$, $x_2=4$, $x_3=0$, $x_4=3{,}5$.



При переході через точку x = 3 функція не змінює свій знак, оскільки x = 3 є двократним коренем рівняння $|x-3|=0$.

Відповідь: $(-\infty;0)\cup(2;3)\cup(3;3{,}5)\cup(4;+\infty)$.

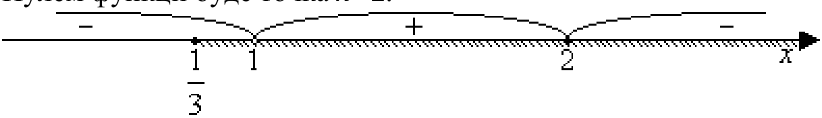
Слід відмітити, що приклад 3 методом інтервалів розв'язується значно простіше ніж традиційним методом зведення до сукупностей систем. Для порівняння див.[4], с.83.

Приклад 3. $$\log_x \frac{3x-1}{x^2+1} \geq 0.$$

Розв'язання. Маємо функцію $f(x) = \log_x \frac{3x-1}{x^2+1}$. Область визначення D(f) знайдемо, розв'язавши систему

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 3x-1 > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \qquad \text{Звідси } D(f) = \left(\frac{1}{3};1\right) \cup (1;+\infty).$$

Розв'язавши рівняння $\log_x \frac{3x-1}{x^2+1} = 0$, знайдемо нулі функції. Нулем функції буде точка $x = 2$.



Відповідь: $(1;2]$

Метод інтервалів можна застосовувати і до розв'язування тригонометричних нерівностей [5]. Так як тригонометричні рівняння мають безліч коренів, то при розв'язуванні тригонометричних нерівностей, наприклад, виду $f(x)>0$ методом інтервалів зручно користуватись такою схемою:

1. Знаходимо область визначення функції $f(x)$.

2. Знаходимо найменший період T_0 функції $f(x)$. При знаходженні найменшого періоду T_0, використовуємо такі твердження:

а) Сума і добуток двох функцій з одним і тим же періодом T є функціями з періодом T.

б) Якщо функція f періодична і має період T, то функція $kf(ax+b)$, де k, b, $a \neq 0$ – сталі, також періодична, причому її період дорівнює $\frac{T}{|a|}$.

в) Якщо функції $f(x)$ та $g(x)$ – періодичні з періодами T_1 та T_2, то функція $f(x) \pm g(x)$, також періодична і її період T дорівнює найменшому спільному кратному періодів доданків T_1 та T_2.

3. Розв'язавши рівняння f(x)=0, знаходимо нулі функції f(x).

4. Позначаємо знайдені нулі на проміжку довжиною T_0 і визначаємо знак функції на кожному з утворених інтервалів.

5. Вибираємо проміжки на яких f(x)>0, додаючи до кінців цих проміжків T_0n, де T_0 – найменший період f(x), n∈ Z.

6. Узгоджуємо отримані розв'язки з областю визначення функції і записуємо відповідь.

Наведемо приклади розв'язування тригонометричних нерівностей методом інтервалів.

Приклад 4. $\sin x + \sin 3x \geq 0$

Розв'язання. $\sin x + \sin 3x \geq 0, \qquad x \in \mathrm{R}$.

Перетворимо суму синусів у добуток. Одержимо $2\sin 2x \cdot \cos x \geq 0$.

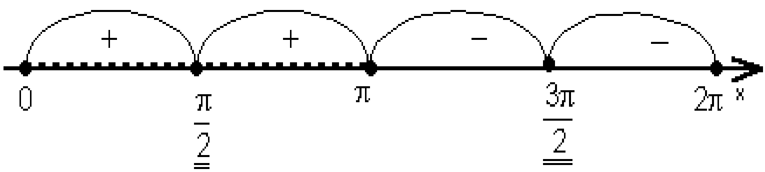
Тут $T_0=2\pi$, де T_0 – найменший додатній період функції $\mathrm{f}\left(x\right) = 2\sin 2x \cdot \cos x$. Знайдемо нулі функції f(x).

$$2\sin 2x \cdot \cos x = 0$$

Звідси $\sin 2x = 0$, або $\cos x = 0$

$$x = \frac{\pi k}{2},\ k \in Z \qquad x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$$

Враховуючи, що $T_0=2\pi$, маємо:



$x \in \left[0;\pi\right]$ – основний проміжок. Отже, розв'язками нерівності є такі значення:

$$x \in \left[2\pi n; \pi + 2\pi n\right], n \in Z \qquad \text{та} \qquad x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

Відповідь: $\left[2\pi n; \pi + 2\pi n\right] \cup \left\{\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right\}, n, k \in Z$.

Розглянуті вище приклади показують, що однією із характерних властивостей методу інтервалів є висока результативність та відносна простота. Розв'язування нерівності зводиться до розв'язування деякого рівняння, що значно спрощує сам процес відшукання розв’язку. При цьому учні також постійно знаходять області визначення деяких елементарних функцій, що сприяє повторенню та систематизації навчального матеріалу. Даний метод особливо ефективний при розв’язуванні показникових та логарифмічних нерівностей, що містять змінну в основі, оскільки при цьому значно скорочується сам процес розв’язання. Слід також відмітити, що завдяки своїй алгоритмізації метод інтервалів добре засвоюється навіть учнями навіть гуманітарних класів і при користуванні цим методом школярі допускають менше помилок.

ЛІТЕРАТУРА

1. Крайчук О.В., Крайчук О.М. Універсальний метод розв’язування нерівностей // Нова педагогічна думка. – 2000. – №1. –С. 77–85.
2. Збірник задач з математики для вступників до ВТУЗів. /За ред. М.І. Сканаві. – 3–тє вид. стер. – К.: Вища школа., 1996. – 445 с.
3. Литвиненко Г.М., Федченко Л.Я., Швець В.О. Збірник завдань для екзамену з математики на атестат про середню освіту. Ч. 1. – Львів.: ВНТЛ, 1997. – 94 с.
4. Барановська Г.Г., Ясінський В.В. Практикум з математики. Показникова та логарифмічна функції. Навч. посібник / За ред. В.В. Ясінського. – К.: КПІ, 1998. – 124 с.
5. Крайчук О.М., Крайчук О.В. Раціональні тригонометричні нерівності. – Рівне: Діва, 1999. – 27 с.

КОНТРОЛЬ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ ЯК ЗАСІБ НАВЧАННЯ

О.В. Кузнецова
м. Кривий Ріг, Центрально-Міська гімназія

Науково-методичним центром середньої освіти і науки України розроблені критерії оцінювання навчальних досягнень учнів з шкільного курсу математики [1]. Але ці критерії є досить загальними і потребують розробки ряду практичних питань з погляду їх застосування для окремих видів контролю навчальної діяльності учнів.

Виходячи з того, що *об'єктом контролю* є необхідний результат засвоєння учнями змісту тієї чи іншої навчальної інформації, або, по-іншому, результат навчання – знання, досягнуті учнями, будемо розрізняти два види знань: вихідні або *інформативні* (ті, що закладені в навчальному курсі) і *підсумкові* (як результат засвоєння інформативних) [4]. Зауважимо, що використовуючи термін "знання" поряд з "вміннями" і "навичками", ми будемо говорити про знання як про структурний елемент результату навчання, що має відтворюючий характер підсумку засвоєння, причому на рівні пам'яті, без істотного розуміння зв'язків і відношень у вивченому матеріалі.

Результат засвоєння не є прямим відображенням вихідного знання. Це, як правило, узагальнена інформація відносно кожного з об'єктів вивчення даної теми (розділу, курсу). Але вона ще не буде виступати як необхідний результат засвоєння, навіть якщо відповідає рівню, зазначеному у підручнику, а, значить, не сприяє контролю узагальненого підсумку засвоєння. Згідно таких міркувань логічно припустити, що узагальнене знання повинно проявитись в діях, що показують усвідомлення об'єктивно існуючих зв'язках у системі вихідного знання, тобто у *показниках* рівня засвоєння бажаних результатів. Отже, *предметом контролю* слід вважати контроль результату навчання як відображення мети засвоєнні основ науки, а *метою* – знаходження шляхів об'єктивного контролю (співставлення досягнутих учнями результатів із запланованою метою навчання).

З іншого боку, в дидактиці "контроль" визначають і як ланку процесу навчання (розуміючи при цьому процес навчання як три взаємопов'язаних аспекти: освіту, розвиток і виховання), і як частину процесу навчання. Іноді "контроль" визначають як функцію, причому частину процесу навчання, яка виконує цю функцію, називають терміном "перевірка". Але, проаналізувавши названі підходи до визначення терміну "контроль", я прийшла до висновку, що термін "перевірка" використовується не лише у зв'язку з перевіркою результатів навчання, але і як методичний прийом, що сприяє досягненню цілей навчання у самому пізнавальному процесі. Термін "контроль" більш реально відображає таку частину навчання як виявлення і діагностику результатів освіти, розвитку і виховання, тобто власне навчання.

Відомі чотири принципу контролю, згідно яких доцільно планувати його форми і засоби для успішної реалізації основної методичної мети вивчення курсу.

1. Визначення мети контролю знань учнів.

Формулювання мети контролю повинно бути орієнтоване на той зміст навчального курсу або ті чи інші його аспекти, засвоєння яких буде контролюватись, причому про необхідні результати навчання і бажані їх показники учні повинні бути проінформовані, наприклад у вигляді інформаційної розробки.

Тема: КВАДРАТНІ КОРЕНІ

Вивчення теми передбачає 21 урок, дві тематичні атестації (КР) – орієнтовно 4 грудня та 22 грудня 2000 року.

Мета вивчення теми: систематизувати відомості про раціональні числа і сформулювати представлення про ірраціональні числа, розширюючи тим самим поняття числа; сформувати вміння перетворення виразів, що містять квадратні корені.

Учні повинні ***знати:***

- означення раціонального і ірраціонального числа;
- означення квадратного кореня і арифметичного квадратного кореня;
- властивості квадратних коренів;
- методи обчислення числових виразів, що містять квадратні корені.

вміти:

- виразити будь-яке раціональне і ірраціональне число у вигляді нескінченного десяткового дробу;

– проводити обчислення на калькуляторах;
– доводити теореми-властивості квадратного кореня;
– доводити тотожності $(\sqrt{a})^2 = a$ і $\sqrt{a^2} = |a|$;
– застосовувати вищеназвані властивості і тотожності для перетворення виразів типу $\frac{a}{\sqrt{b}}, \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ (позбавлення ірраціональності в знаменнику або чисельнику дробу);
– знаходити значення квадратних коренів за таблицями Брадіса та за допомогою калькуляторів;
– обчислювати значення числових виразів, що мають квадратні корені;
– розв`язувати вправи такого типу:

1) Обчислити усно: $\sqrt{8^2 - 28}; \sqrt{0{,}64} + 3\sqrt{\frac{1}{9}}$.
2) Винести множник за знак кореня $\sqrt{16x^2}$, якщо $x \geq 0$.
3) Внести множник під знак кореня $3\sqrt{41};\ -2a\sqrt{5}$, якщо $a \geq 0$; $ac^2\sqrt{2a}$.
4) Спростити вираз: а) $2\sqrt{5} - \sqrt{45} + 2\sqrt{20}$; б) $(\sqrt{10}-1)(\sqrt{10}+1)$; в) $(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2$; г) $\frac{x^2-5}{x+\sqrt{5}}$.

2. Встановлення конкретних об'єктивно необхідних результатів контролю знань.

Загальна мета контролю повинна конкретизуватись через вимоги. Виражені через дії вимоги стають тими необхідними (бажаними) результатами засвоєння, з якими при здійсненні контролю учитель повинен співвідносити результати досягнень учнів. При цьому в плануванні вимог контролю засвоєння результатів навчального матеріалу доцільно передбачати по можливості не лише виявлення цих результатів, а й їх діагностику, тобто встановлення причин помилок в знаннях учнів.

Таким чином, під *показником засвоєння* слід розуміти бажані дії учнів, що свідчать про досягнення того чи іншого елемента результату засвоєння. Разом з цим необхідні результати засвоєння (підсумкові знання) можна визначити і як спільний показник досягнення мети навчання, і як сукупність показників засвоєння і зв'язків між ними, встановлених в залежності від конкретного навчального матеріалу і мети навчання (засвоєння основ науки).

3. Організація контролю знань учнів.

При визначенні необхідних результатів засвоєння треба брати до уваги місце контролю. В залежності від місця контролю виділяють такі його види: поточний (контроль засвоєння навчального матеріалу під час пізнавального процесу), підсумковий по темі (тематичний) або другої логічно завершеної частини навчального матеріалу (поетапний підсумковий контроль) і підсумковий по курсу навчання. Крім того, визначення остаточного змісту НРЗ для конкретного контролю пов'язано з його формою – масовою або індивідуальною, а також із способом контролю – письмовим, усним, усно-письмовим, практичним.

Після того, як будуть визначені всі вказані організаційні аспекти і встановлені необхідні результати засвоєння для конкретного контролю, можна приступати до підбору і конструювання відповідних його засобів – контрольних і самостійних робіт, заліків, тестів.

4. Знаходження шляхів об'єктивного аналізу і оцінки результатів контролю.

Аналіз і оцінка підсумків контролю передбачають співставлення якості досягнутих учнями результатів із запланованими необхідними результатами засвоєння. Поелементний аналіз відповідей (усних чи письмових) учнів сприяє підвищенню не лише якісної, а, іноді, і кількісної оцінки.

Такий аналіз полягає в розбитті контрольного завдання на можливі елементарні складові частини у відповідності з показниками засвоєння, що виявляються, і аналізування відповідей учнів на основі цих показників та зв'язків між ними [1].

Наприклад, контроль необхідніх результатів навчання та їх показників такої задачі: *Власна швидкість моторного човна 18 км/год. Відстань 12 км за течією річкі він проходить на 9 хвилин швидше, ніж проти течії. Знайти швидкість течії річки*, можна розбити на такі елементи:

1 – розуміння ситуації задачі (як впливає швидкість течії річки на швидкість човна);

2 – знання і вміння використати залежність між відстанню, швидкістю, часом у вираженні однієї невідомої величини через

іншу;

3 – вміння скласти рівняння, як залежність між всіма величинами в задачі;

4 – вміння розв’язати дробово-раціональне рівняння, що отримали;

5 – знання методів розв’язування квадратних рівнянь;

6 – тлумачення одержаних коренів згідно умові задачі;

7 – логічний і послідовний запис розв’язання задачі;

8 – додержання стандарту і акуратність запису.

Додержуючись основних принципів вибору мети, об’єктивності виводу результатів, організації та об’єктивності оцінки результатів контролю, вчитель-предметник має великі можливості у досягненні бажаних результатів навчання та, як наслідок, формуванні розумової культури учнів.

Література

1. Литвиненко Г.М. Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів з шкільного курсу математики. // Математика – №35(95) – 2000. – С. 2-4.
2. Фридман Л.М. Педагогический опыт глазами психолога. – М.: Просвещение, 1987. – С. 194–195.
3. Чабан Л. Навчальна діяльність учнів: структура, види. // Рідна школа, 2000. – №3. – С. 45.
4. Рысс В.Л. Контроль знаний учащихся: Исследование на материале учебного предмета химии. – М.: Педагогика, 1982. – 80 с.

ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ВИВЧЕННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ ВИЩИХ ТЕХНІЧНИХ ЗАКЛАДІВ ОСВІТИ

Н.Г. Кузьма
м. Київ, Національний аграрний університет

Загальновідомо, що якість підготовки спеціалістів інженерних спеціальностей суттєво залежить від рівня їхньої освіти у галузі фундаментальних наук. Проте в сучасних умовах часових та ресурсних обмежень перед вищою школою постає проблема витиснення фундаментального змісту навчання, його заміни спецкурсами на профілюючих кафедрах. Тому за останній час пожвавився інтерес саме до тієї системи викладання фундаментальних дисциплін, яка дозволяє студентам за менший ніж раніше обсяг часу оволодіти значним об'ємом знань [2].

Виходячи з вище згаданого, оптимізація кожного заняття, як лекційного так і практичного, цілеспрямована систематизація знань студентів на всіх, а не лише спеціальних заняттях є надзвичайно актуальними. Послідовне здійснення систематизації – необхідна умова формування узагальнених знань, які можна творчо застосувати у різних ситуаціях. Але і узагальнення знань, в свою чергу, природним чином попереджує їхню систематизацію. "Голова, наповнена фрагментарними, не зв'язаними одне з одним знаннями, писав К.Д. Ушинський, – схожа на комору, в якій все в безпорядку і де сам господар нічого не відшукає; голова, де тільки система без знання, схожа на крамницю, в якій на всіх ящиках є надписи, а в ящиках пусто" [1].

Вища математика, як і будь-яка фундаментальна дисципліна, являючи собою систему понять та їхніх відношень, має свою специфіку. Саме в математиці необхідна величезна систематичність: якщо випадай бодай одна ланка із ланцюга знань, то все решта стає незрозумілим. Надзвичайно важливим у цьому ланцюгу вивчення вищої математики постає проблема його зв'язку зі шкільним курсом математики.

Для шкільного курсу характерним є те, що багато понять не вводяться зразу і у повному об'ємі. Зміст і об'єм таких понять розширюється і збагачується поступово. Досить згадати поняття числа, функціональної залежності, геометричної фігури. Вже в початкових класах учнів індуктивним шляхом знайомлять з цими поняттями. До моменту їх вивчення в систематичних курсах алгебри і геометрії накопичується достатня кількість матеріалу для їх введення на основі систематизації і узагальнення, які попереджують формальне засвоєння знань.

Наприклад, розвиток поняття степеня числа здійснюється послідовно від натурального, цілого, раціонального показника до дійсного. На заключному етапі кількісне розширення поняття степеня приводить до якісного стрибка – появи першої, яка вивчається в школі, трансцендентної функції $y=a^x$, яке за своїми властивостями значно відрізняється від степеневої $y=a \cdot x^n$.

У курсі вищої математики технічних вузів всі поняття вводяться у повному обсязі зразу і одночасно обумовлюють одне одного. Візьмемо, наприклад, один із основних методів математичного аналізу – метод граничного переходу. На його базі побудовано поняття похідної, інтеграла. Тому успішне засвоєння студентами основних елементів теорії границь значно полегшує засвоєння ними інших глобальних понять математичного аналізу. У процесі такого узагальнення у студентів з’явиться можливість звернути увагу по діалектичний характер понять математичного аналізу.

Узагальнювати теоретичні знання можна за наступною послідовністю:

1) узагальнення понять;
2) узагальнення міркувань;
3) узагальнення теорій;
4) виділення змістовних ліній, фундаментальних ідей, методів, які використовують при побудові курсу.

При узагальнені понять встановлюють міжпредметні зв’язки, завдяки чому знання стають систематичними.

Узагальнене вивчення тієї чи іншої теми чи розділу ставить студента в умови, коли необхідно піднятися над вивченим матеріалом, оглядіти його зверху, виділивши саме головне. Одночасно йде активне повторення навчального матеріалу, знання поглиблюються, розширюються, доводяться до світоглядного рівня, виробляються інтелектуальні вміння та навички. Паралельно формуються і практичні вміння та навички. Завдяки тому, що ці знання також узагальнюються і систематизуються, вдається значно розширити зону їх застосування, збільшити об'єм вправ і підняти ефективність практичної роботи студентів.

При формуванні уміння узагальнювати навчальний матеріал можна виділити наступні напрямки:

1) ознайомлення студентів із змістом поняття "узагальнення", значенням узагальнення у пізнавальному процесі;

2) відкрита постановка дидактичної мети – навчити студентів узагальнювати вивчений матеріал, усвідомлення ними цієї мети;

3) ознайомлення з видами узагальнень, робота студентів по засвоєнню прийомів узагальнення;

4) організація роботи по узагальненню навчального матеріалу курсу "Вища математика";

5) організація узагальнюючого повторення за темами і розділами;

6) проведення заключного оглядового повторення всього курсу.

Отже, ідея систематизації і узагальнення знань об'єднує всі заняття з вищої математики і є обов'язковим компонентом навчання, причому використовуються усі рівні узагальнень, і не тільки на спеціальних заняттях, але і на кожному зокрема. Йде двохсторонній процес: послідовна систематизація всього курсу вищої математики і одночасне навчання студентів через систематизацію і узагальнення.

Про значення систематизації та узагальнене можна говорити і на міжпредметному рівні. На превеликий жаль, наука в процесі освіти представлена не як цілісна система, а як сукупність різних теорій та знань, не завжди ретельно відібраних і закріплених науково-методичними рядами, що порушує можливість здійснення логічного процесу пізнання, переробки та відбору знань. Замість системного, переважає підхід в передачі та накопиченні знань [2].

На жаль, навчальні задачі не завжди розглядаються з точки зору діалектики, не завжди увага концентрується на загальних законах природи. Цим в значній мірі збіднюється навчальна інформація, її ефективність в процесі формування людини як творця, як особистості, яка перетворює навколишню реальність, створює своє інформаційне поле.

Отже, основний наголос в фундаментальній підготовці студентів технічних вузів повинен робитися не стільки на збільшення долі фундаментальних дисциплін, скільки на відділення різноманітних головних концепцій в кожній дисципліні, в їх генетичному зв'язку з фундаментальними науками, зокрема з вищою математикою. Превалюючим повинен стати систематичний підхід, який виник на зіткненні логіки та діалектики.

Список літератури

1. Ушинський К.Д. Собр. соч.: В 11 т. – М., 1949. – Т. 5. – С. 333.
2. Колосов В.М. Про деякі аспекти вивчення фундаментальних дисциплін вищої технічної освіти // Матеріали V Міжнародної науково-методичної конференції "Проблеми та шляхи розвитку вищої технічної освіти" (18-19 травня 2000 р., Київ). – К., 2000. – С. 119.

РАЗВИТИЕ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ

Н.И. Лемешенко[1], А.И. Шепилко[2]
[1] г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет
[2] г. Кривой Рог, Дзержинская гимназия

Важной проблемой современной школы является развитие творческих способностей учащихся. Но, к сожалению, школьные уроки математики по-прежнему нацелены на прохождение программ, а не на развитие мышления детей. Развитие их творческих способностей происходит на основе знаний, умений и навыков, приобретаемых при изучении базовых дисциплин, в процессе трудовой деятельности, а также на основе жизненного опыта. Главная задача учителя – всемерно содействовать развитию творческих способностей учащихся. Ведь почти в каждом классе есть одаренные от природы дети. И если постоянно не заботиться об их развитии, не поставлять им достаточно «пищи» для ума, то они могут и не состояться как творческие личности.

Процесс творчества изучался многими исследователями (И.Е. Лернер, М.С. Гарунов, С.Л. Рубинштейн, С.М. Матюшин, Р.А. Ацкоф и др.). Обобщая их схемы и учитывая опыт передовых учителей, можно предложить такую схему управления развитием творческих способностей учащихся:

– наблюдение процессов, явлений и установление связей между ними в самостоятельной деятельности или под руководством учителя, при этом возникают вопросы «*Почему*?», «*Как*?»;
– формулирование начального варианта проблемы, задачи, гипотезы с прогнозированием результата;
– проникновение в содержание проблемы или задачи, нахождение известных и неизвестных компонентов и связей между ними;
– окончательное формулирование проблемы, задачи, гипотезы с прогнозированием результата;
– попытки решения задачи известными способами;

– если известными способами их решить нельзя, то возникает необходимость поиска иных способов решения и выбор наиболее рационального;
– реализация решения с использованием моделирования;
– проверка хода решения проблемы или задачи и правильности использования моделей и процесса моделирования;
– исследование полученных результатов, установление границ их использования;
– конечное описание и оформление решения задачи;
– исследование проблем, вытекающих из полученного решения.

Следуя этой схеме и вовлекая учеников в полезную целенаправленную деятельность, вызывая их восхищение, удивление и интерес к предмету изучения, можно добиться хороших результатов. От интереса к предмету зависит работа памяти школьника. Если ученик не равнодушен к изучаемому материалу, то запоминание происходит лучше, так как вместе с разумом работают чувства, порождающие творческую активность. Поэтому учитель должен стараться создать обстановку творческого поиска, поддержания познавательного интереса в различных проявлениях учебной деятельности.

С этой целью эффективно применяются нестандартные уроки: уроки-лекции, уроки-практикумы, уроки-консультации, уроки-семинары, зачеты, уроки-дискуссии и др.

Используя модульное обучение и рейтинговую систему оценивания знаний, весь программный материал можно разбить на модули, каждый из которых содержит 2–3 лекции, 2–3 практических занятия, 3–4 практических комбинированных семинарских занятия. Для этого готовятся учебные пособия, которые содержат опорные теоретические положения, инструкции и рекомендации к изучению темы, вопросы, упражнения, задачи, варианты классных и домашних контрольных работ и образцы тестов зачетных работ модуля. Большая часть практических занятий и практических комбинированных семинарских занятий дается на самостоятельную и творческую работу учащихся.

При изложении нового материала не следует забывать слова Песталоцци «ум хочет мыслить». И это качество следует направить на поиск ответа на вопрос: «А для чего это нужно изучать?» Поэтому учитель, прежде всего, показывает реальную основу нового материала.

Допустим, на уроке предстоит разобрать тему: «Стереометрические задачи на экстремум». Учащимся предлагается решить задачу: «В основании прямой треугольной призмы лежит равносторонний треугольник. Периметр боковой грани равен 30 см. При какой длине стороны основания призма будет иметь наибольший объем? Найти этот объем».

Учитель показывает, что сумма длины стороны основания и высоты призмы, есть постоянное число 15, а надо решить вопрос о наибольшем объеме. В зависимости от выбора длины стороны основания, изменяется высота призмы, и следовательно призма меняет свой объем, что демонстрируется на чертеже. Такое начало может послужить основой для постановки учебной проблемы.

Чтобы теоретические знания были как можно более прочными, ученики должны хорошо понимать глубинные связи между элементами изучаемого материала, знать и уметь пользоваться общими методами математики. Все утверждения должны быть доказанными. При этом подробнейшим образом следует рассматривать такие тонкие вопросы как

– необходимые и достаточные условия;
– возможность существования геометрических фигур и соответствующие методы их исследования;
– основные положения теории действительных чисел;
– непрерывность функций и т.п.

Это позволяет строго доказывать теоремы и свободно оперировать ими при решении задач.

Используя известное выражение «Ум юноши не сосуд, который надо наполнить, а факел, который надо зажечь», можно вызвать подлинный интерес учащихся к науке и убедить в том, что математика не только «царица», но «служанка всех наук». Для этого необходимо постоянно показывать учащимся, как применяется математика и ее методы в различных областях знаний.

Это, например, можно продемонстрировать на уроках алгебре и начал анализа в 11 классах при изучении тем:

1. Применение производной в физике и геометрии.

2. Применение интеграла в физике.

На уроке предлагаются задачи:

1. Какую работу можно затратить на сжатие пружины на 4 см, если известно, что сила в 2 Н сжимает эту пружину на 1 см?

2. Вода подается в цилиндрический бак через отверстие в дне и заполняет его. Определить затраченную при этом работу. Высота бака h = 5 м, радиус основания r = 3 м, плотность ρ = 1 г/см^3.

Обе задачи можно решить, используя законы физики.

Поскольку типичным состоянием мышления исследователя является постоянный поиск решения, то хороший учитель систематически учит учащихся, как использовать теоретические знания при решении задачи.

Так, например, на уроке в 11 классах учащимся предлагается решить тригонометрическое уравнение: $\frac{\cos 2x}{\sqrt{1+\sin 2x}}=1$.

Для его правильного решения необходимо уметь решать иррациональные уравнения, верно проводить исследование области допустимых значений переменной и точную выборку корней уравнения.

На практическом семинаре в 11 классе по теме «Методы решения уравнений» рассматриваются уравнения:

1. $\sqrt[3]{(x+1)^2}-3\sqrt[3]{(x^2-1)}+2\sqrt[3]{(x-1)^2}=0$
2. $\log_2^2(x+2)-3\log_2(x+2)\log_2(1-x)+2\log_2^2(1-x)=0$
3. $3\cdot\sin^2 x-3\cdot\frac{1}{2}\sin 2x+2\cos^2 x=0$

На первый взгляд все уравнения различны: иррациональное, тригонометрическое, логарифмическое. Но приведенные уравнения являются однородными вида

$$A_0f^2(x)+A_1f(x)q(x)+A_2q^2(x)=0,$$

поэтому при решении их достаточно использовать методы решения однородных уравнений.

Учитель предоставляет учащимся возможность самим формулировать проблемы, обсуждать пути, способы решения, выбирать лучшие из них, спорить.

Учащиеся учатся задавать вопросы, переформулировать их, дискутировать, перебирать возможные идеи, использовать наглядные иллюстрации.

Например, в 8 классе предлагается решить уравнения:

$$1.\ (3x–11)^2=(x+7)^2$$

$$2.\ (x–6)^2=x–6$$

Ранее изученные темы подсказывают необходимость применения формул сокращенного умножения, однако, рациональным способом решения является применение в первом примере – тождества $\sqrt{x^2 = |x|}$, а во втором примере – разложение на множители.

Учитель учит сопоставлять, прогнозировать результаты, наиболее плодотворные из них моделировать. Учащиеся постоянно вырабатывают у себя способность овладевать не только приемами решения, но и определенной стратегией мышления. Такой путь развивает интеллектуальные, творческие способности.

Учащиеся не должны ограничиваться одним, даже если он самый хороший, учебником. Можно предложить учащимся создать свою библиотеку, куда войдут журналы, сборники, справочная литература и др. Нужно учить школьников работать с книгой, пользоваться справочниками, обращаться с картотекой.

Увлечение научной деятельностью в школьные годы оказывает огромное влияние на развитие потребности именно в творческой деятельности, воспитывает трудолюбие, ответственность за порученное дело.

Развитию математического мышления, формированию целеустремленности, настойчивости, трудолюбия помогает решение нестандартных задач, участие в очных и заочных олимпиадах, в месячниках и неделях математики, в математических вечерах, конкурсах, викторинах и т.п.

Развивая творческие способности учеников, учитель развивается и сам: формулируя вопросы, он постоянно анализирует мыслительную деятельность – свою и учеников, – что вполне закономерно приводит к его профессиональному росту.

СТРУКТУРА ВМІНЬ ДОВОДИТИ ГЕОМЕТРИЧНІ ТВЕРДЖЕННЯ

Н.Ф. Лиман
м. Суми, Обласний багатопрофільний ліцей Сумського державного педагогічного університету ім. А.С. Макаренка

Проблемою виділення набору вмінь проводити доведення займались Е.Ш. Айвазян, Н.М. Бескін, В.Г. Болтянский, В.М. Брадіс, Г.Р. Бреслер, М.І. Бурда, Г.А. Буткін, М.Б. Волович, Г.Д. Глейзер, Я.С. Дубнов, Н.В. Мєтєльський, П.С. Моденов, Ф.Ф. Притуло, А.М. Пишкало, З.І. Слєпкань, А.А. Столяр, Л.М. Фрідман, С.І. Щварцбурд та інші.

Структура умінь визначається їх операційним складом, тобто сукупністю дій і операцій, які входять до нього та особливостями зв'язків між ними. Для того, щоб виділити структуру узагальнених вмінь доводити геометричні твердження, проаналізуємо, які операції входять до складу вмінь доводити.

Аналізуючи процес прямого доведення геометричних тверджень теорем і задач на доведення, можна виділити такі його етапи: 1) аналіз формулювання твердження; 2) пошук шляху доведення; 3) реалізація знайденого плану (здійснення доведення); 4) контроль і корекція доведення.

На першому етапі необхідно виділити умову і висновок теореми, записати їх у символічній формі, виконати малюнок. Для успішного подальшого пошуку доведення дані у формулюванні фігури та відношення замінюються їх означеннями. Часто виникає потреба переосмислити дану геометричну фігуру в інші поняття, відокремлювати її певні елементи та комбінувати з них нові фігури. Завершальним на цьому етапі є встановлення зв'язків між умовою і висновком твердження.

Проведення другого етапу вимагає активізації необхідних теоретичних знань: розбиття складної теореми на прості або переформулювання умови теореми, або формулювання теореми, протилежної до оберненої, у випадку доведення від супротивного. Для виконання дії підведення під шукане поняття обов'язковим є знання ознак поняття. Складовою частиною цього етапу є висування гіпотез щодо обґрунтування окремих кроків доведення.

Щоб правильно реалізувати намічений план доведення, необхідно вміти користуватися логічними формулами та правилами виводу, виконувати індуктивні та дедуктивні міркування. Доведення складних теорем вимагає вміння доводити допоміжні твердження. Дуже часто метод доведення ґрунтується на введенні допоміжних елементів: параметрів (довжина відрізка, величина кута, площа фігури, тощо) або фігур (трикутника, кола). Тому необхідними є вміння вибору допоміжних елементів, які розширюють базу доведення. А вміння правильно оформлювати доведення виховує точність, лаконічність мислення.

Важливим для розвитку критичності та самодисциплінованості мислення є останній етап доведення. На цьому етапі необхідно перевірити логічну послідовність наведених аргументів, правильність умовиводів, спростувати неправильні твердження, якщо вони зустрічаються в доведенні. Тут же здійснюється пошук інших способів доведення, розгляд всіх можливих випадків, виділення ідеї доведення. До цього етапу можна віднести також виведення можливих наслідків та формулювання оберненої теореми.

Відповідно до кожного етапу ми виділяємо складні та елементарні вміння, які в сукупності і складають структуру загального вміння доводити геометричні твердження, наведену в наступній таблиці.

Структура вміння виконувати пряме доведення геометричних тверджень

Вміння	*Операційний склад вміння*
1) аналізувати формулювання теореми	– виділяти умову і висновок у конкретній та словесно-символічній формі; – виконувати малюнок; – замінювати дані та відношення їхніми означеннями; – “переосмислювати ” фігури; – встановлювати зв’язки між умовою і висновком.

Вміння	*Операційний склад вміння*
2) проводити пошук доведення	– активізувати необхідні теоретичні знання; – розбивати складну теорему на прості; – переосмислювати умову; – знаходити необхідні і достатні умови; – висувати гіпотези.
3) реалізовувати знайдений план доведення	– користуватись правилами виводу та логічними формулами; – виконувати індуктивне міркування; – виконувати дедуктивне міркування; – вводити допоміжні елементи; – - оформляти доведення.
4) здійснювати контроль і корекцію доведення	– перевіряти логічну послідовність кроків доведення; – спростовувати неправильні твердження; – знаходити інші способи доведень; – узагальнювати результати; – виділяти і формулювати ідею доведення; – виводити наслідки.

Вище йшлося про складові частини вміння самостійно виконувати доведення. Але треба пам’ятати, що навчання доведенням починається з усвідомлення учнями всіх складових готового доведення. Дослідження готових доведень тверджень під керівництвом вчителя повинно бути зразком для навчання самостійному пошуку доведень.

РОЗВИТОК МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ В УМОВАХ ОСОБИСТІСНО-ОРІЄНТОВАНОГО НАВЧАННЯ

І.В. Лов'янова
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Математична освіта в системі загальної середньої освіти посідає одне з провідних місць, що й зумовлює безпосередньо практичну значимість математики, її можливості в розвитку та формуванні мислення людини.

Пріоритетна роль математичних знань у світовому процесі розвитку науки, інформаційної та комунікативної культури сучасної цивілізації вимагає постійних змін у змісті шкільної математичної освіти на засадах гуманізації та демократизації. Цей факт знаходить свій прояв у гострому інтересі педагогічної громадськості до новаторських технологій.

Сучасні технології навчання покликані забезпечувати не лише істотне підвищення теоретичної і практичної підготовки учнів, а й методологічну переорієнтацію освіти на особистість, пріоритет соціально-мотиваційних факторів у процесі навчання.

Нові технології навчання враховують такі аспекти:

- соціальний (бути варіативним, забезпечувати різнорівневу підготовку);
- дидактичний (спиратися на загальнодидактичні положення і мати особистісну спрямованість, внаслідок чого знання, уміння й навички перетворюються в засіб розвитку пізнавальних і особистісних якостей дитини);
- психологічний (забезпечувати вироблення в учня здібностей бути суб'єктом свого розвитку, рефлексивного відношення до самого себе: до того, що я роблю і як я роблю, додається заради чого я роблю, – ціннісні орієнтації особистості).

Серед усіх існуючих нових технологій слід виділити технологію особистісно-орієнтованого навчання, яка являє собою поєднання навчання і зрозуміння як нормативно-доцільної діяльності суспільства та навчання, як індивідуально значущої діяльності окремої дитини. Зміст, методи, прийоми, технології особистісно-орієнтованого навчання спрямовані на те, щоб розкрити і використати суб'єктивний досвід кожного учня, допомогти становленню особистісно-значущих способів пізнання шляхом організації і цілісної навчальної (пізнавальної) діяльності.

Ідея виявлення і розвитку здібностей не є новою в психології. І в практиці роботи школи до теперішнього часу нагромаджено значний досвід із розвитку математичних здібностей учнів. Опрацьовуючи роботи Б.М. Теплова, В.С. Мерлін, Е.А. Клімова, Н.С. Лейтеса, знайомлячись з дослідженнями Н.О. Менчинської, Д.Б. Ельконіна, В.В. Давидова, які присвячені проблемам розвитку розумових здібностей, спостерігаючи за діяльністю учнів, знайомлячись з результатами тестування, анкетування, ми дійшли висновків, що вплив на прояв, формування і розвиток здібностей обумовлюється цілою низкою чинників. Ми зосереджуємо увагу на деяких аспектах проблеми розумових здібностей, а саме:

- врахування впливу вікових особливостей школярів на виявлення і розвиток здібностей;
- зв'язок між наявністю здібностей і рівнями навчання учнів;
- використання методики цілеспрямованого розвитку компонентів, що входять до структури математичних здібностей.

Для вчителя-практика, який займається розвитком математичних здібностей учнів, важливо зупинити свій вибір на структурі, яка являє собою поєднання всіх компонентів. До того ж кожний із компонентів повинен бути необхідним, а всі разом – достатніми для виявлення в учнів рівня їхніх здібностей до предмету на даний час і визначення шляхів щодо їх подальшого розвитку.

Аналізу різних підходів до структури математичних здібностей присвячено праці В.А. Крутецького. Керуючись наробками, які накопичено в психолого-педагогічній літературі, а також враховуючи вікові особливості учнів (старший шкільний вік), рівень їх навчання, вважаємо можливим запропонувати структуру здібностей до математичного мислення (Таблиця 1):

Таблиця 1

Здібності до просторового мислення
Вміння уявити ситуацію, описану словесно. Вміння порівнювати і класифікувати просторові дані. Вміння уявити розгортку заданої моделі геометричної фігури. Вміння по заданій розгортці уявити модель геометричної фігури. Вміння виконувати дії на підведення під поняття і виведення наслідків в процесі розв'язування задач на готових малюнках.

Пропонуємо методичні рекомендації для використання запропонованої структури в процесі навчання:

- запропоновану структуру доречно використовувати як на етапі діагностики рівня розвитку математичних здібностей, так і на етапі їх розвитку. При цьому, якщо в учнів переважає хоча б одна із груп компонентів, що входять до структури, слід звернути на це увагу, враховуючи тісний взаємозв'язок всіх компонентів, що складають дану структуру;
- в процесі розвитку здібностей, формуючи в учнів спеціальні математичні вміння (наприклад, поняття про фігуру, її властивості та зв'язок між ними), не слід забувати про те, що при цьому одночасно відбуваються і розвиток вміння логічно мислити, і мова учнів, і їх просторова уява. Це пояснюється, з одного боку, взаємозв'язком компонентів структури, з іншого, специфікою математики, як навчального предмета.

Урок був і залишається головним елементом навчального процесу. Перед учителем постає задача створити на уроці атмосферу творчості, сприятливу для розумового розвитку кожного учня, виявлення пізнавальної активності учнів, формування глибокого інтересу до предмету. Вважаємо, що урок не повинен бути механічним способом передачі знань від учителя до учнів, а має залучати школярів до самостійної роботи творчого характеру, що базується на особистому досвіді, стимулює пізнавальну активність, розвиває здібності, збуджує інтерес до знань. Тільки за цих умов форма організації уроку відповідає принципам особистісно-орієнтованого навчання:

1. Освіта – це не тільки навчання (виховання), а й учіння, як особлива індивідуальна діяльність учня.
2. Учіння не є прямою проекцією навчання.
3. Учень не стає суб'єктом навчання, а первісно є ним як носій суб'єктного досвіду (під час навчання відбувається «зустріч» заданого з уже наявним суб'єктним досвідом, збагачення, «окультурення» останнього, а зовсім не його утворення).
4. Суб'єктність (індивідуальність) виявляється у вибірковості пізнання світу (змісті, вигляді й формі його уявлення), сталості цієї вибірковості, способах опрацювання навчального матеріалу, емоційно-особистісному ставленні до об'єктів пізнання (матеріальним та ідеальним)

Урок – це та навчальна ситуація, той «сценічний» майданчик, де не тільки викладаються знання, але й розкриваються, формуються і реалізуються особистісні якості учнів, їм треба жити й працювати в динамічному світі, який швидко відновлюється, брати участь у великих перетвореннях. А тому завдання оволодіння учнями міцними знаннями основ наук, доповнюється задачею надбання ними значного інтелектуального потенціалу, важливим елементом якого є уміння творчо мислити.

Сучасні методи навчання, використання різноманітних форм роботи, підбір системи завдань міжпредметного характеру не тільки оживляє процес навчання та сприяє кращому засвоєнню матеріалу, але й розвиває математичні здібності школярів, піднімає їх на новий, більш високий, рівень.

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ЗА СУЧАСНИМИ КОМП'ЮТЕРНИМИ ТЕХНОЛОГІЯМИ

В.Ф. Несвіт[1], М.І. Несвіт[2]
[1] м. Харків, Національний аерокосмічний університет
[2] м. Харків, Харківський державний технічний університет будівництва та архітектури

Виклад математичного аналізу (розділи: дослідження функцій, кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли та ін.) супроводжується, звичайно, зображенням демонстраційного і матеріалу, що пояснює, на який викладач витрачає багато часу. Непродуктивно також витрачається час на формування раціональних методів розв'язання задач і оцінювання знань кожного студента. Поліпшити якісні показники навчання можна використовуючи комп'ютерні технології. Використання ПК в змозі вирішити також і проблему різноманітних темпів навчання, в залежності від рівня підготовки студента та його індивідуальних можливостей.

Сучасні комп'ютерні технології сьогодні проникають в усі сфери життя людини і дозволяють вирішувати задачі, із якими зштовхуються повсякденно спеціалісти самих різних професій. Широке застосування і велику популярність серед спеціалістів знайшли текстові і графічні редактори, що дозволяють ефективно розробляти різноманітного роду документи; обчислювальні пакети, що є потужним інструментом для розв'язання математичних задач; засоби швидкої розробки програм і багато інших.

Серед програмного забезпечення значне місце займають і навчальні системи. Лідерами в області створення навчального програмного забезпечення є: американська фірма Asymetrix Learning Systems (найбільш відомою є система ToolBook), італійська фірма STUDIOGAMES (система ADAM), київський центр інформаційно-технічного забезпечення (система "Університет") і інші. Авторська система ToolBook є інструментальною системою для створення віртуальних книг і інтерактивних навчальних програм. Основна концепція системи ADAM – це розробка додатків мультімедіа для навчання з використанням елементів віртуальної реальності.

Удосконалювання сучасних комп'ютерних технологій розширюють наші можливості для розвитку і створення навчального програмного забезпечення, що може бути використане в навчальному процесі.

Створюючи навчальні комп'ютерні програми, розроблювачі акцентують свою увагу в основному на якості графіки, різноманітних спеціальних ефектах, мультімедійних засобах і якості програмування. Поряд із цим, навіть у достатньо складних навчальних програмах, побудованих на базі ToolBook, організація інтерактивного процесу ведеться за схемою вибору одного або декількох елементів із заданого списку або за схемою його ранжування.

Значно розширює інтелектуальні можливості навчальних програм і посилює зворотній зв'язок побудова інтерактивного процесу з використанням методів розпізнавання образів. З метою реалізації обох підходів (вибір одного зі списку і запровадження вільної відповіді) в інтерактивному режимі розроблена й апробована навчальна і контролююча комп'ютерна програма "Асистент", що є віртуальним викладачем, який проводить різноманітні види занять по вивченню природничих дисциплін.

У процесі реалізації програми сформульоване класифікаційне правило, що дозволяє дати оцінку відповіді, уведеній по вільній формі, з урахуванням істоти питання, семантики й орфографії мови спілкування, а також часу витраченого на його підготування. Вільна відповідь передбачає словесне, символьне і чисельне введення з клавіатури.

Така форма запису відповіді практично не обмежує студента, але водночас жадає від нього чітких і лаконічних формулювань, що і є однією з основних цільових настанов у процесі навчання. Цей підхід, рівною мірою, ставиться як до запровадження текстової відповіді на питання типу «Запишіть означення неперервної функції», так і запису формульної відповіді на питання типу «Запишіть значення інтеграла від показникової функції». Умонтовані формульний і текстовий редактори дозволяють аналізувати формульні відповіді враховуючи основні асоціативні і комунікативні властивості, а текстові відповіді з урахуванням синонімів.

Для роботи з програмою не потрібно спеціального підготування. Графічний інтерфейс виконаний таким чином, що дії, які необхідно виконувати при роботі з програмою, достатньо очевидні і не повинно виникати сумнівів щодо призначення тієї або іншої кнопки. Підводячи покажчик миші до кнопки, з’являється докладний опис дії, що буде виконано при натисканні на цю кнопку. Довідкова система програми “Довідка” містить систематичний і предметний покажчики, що полегшують пошук конкретної інформації в поточний момент часу.

Навчальний матеріал (теоретична частина), подана у виді гіпертексту і розподілений у суворій логічній послідовності в межах теми заняття і містить численні посилання – пояснення основних понять досліджуваного предмета (Математичний аналіз).

Процес розв’язання практичних задач побудований в інтерактивний ланцюг і розкладається, відповідно до найбільше раціонального алгоритму, на такі фрагменти або кроки, на кожному з котрих необхідно дати відповідь, використовуючи знання попередніх або логічно пов’язаних тем. Таким чином, відповідаючи на питання, побудовані в логічній послідовності, у студентів формується загальний підхід (алгоритм) практичного застосування методів даної теми. У залежності від цільових методичних установок, на конкретне заняття, кожна з задач може розбиватися на відповідне (довільне) число фрагментів із різноманітними рівнями складності формування відповідей. В темі “Невизначений інтеграл” розглянуто понад 200 практичних задач, кожна з яких має до 15–20 фрагментів.

Велике число докладно розібраних задач і програмно реалізовані різноманітні засоби формування відповідей дозволяють проводити інтерактивний діалог навчання на достатньо високому інтелектуальному рівні.

Оцінювання знань здійснюється при відповіді на кожне питання і враховує кількість спроб дати вірну відповідь і час його формування. Сумарна оцінка результату по п’ятибальній шкалі в режимі навчання стимулює обертання до теоретичного матеріалу, а в режимі контролю є мірою засвоєних знань і заноситься до журналу успішності. Режим контролю протоколюється, доступний для огляду і виведення твердої копії.

Вибір теми заняття в межах глави досліджуваного предмета довільний, що дозволяє реалізувати різноманітні темпи навчання в залежності від рівня підготування навчаємого.

Навчальна і контролююча програма “Асистент” є віртуальним викладачем і дозволяє: вивчати теоретичний матеріал, одержувати практичні навички і проводити контроль знань в інтерактивному режимі. Система “Асистент” адаптована для дистанційного навчання, роботі в мережі і може служити інструментом для створення навчальних і контролюючих програм з різноманітних природничих дисциплін.

Апробація програми в академічних групах першого і другого курсів Харківського державного технічного університету будівництва та архітектури проведена з предмету “Математичний аналіз” розділи “Невизначений інтеграл” і “Теорія функцій комплексного змінного” теми занять:

– “Інтегрування методом заміни змінної”;
– “Інтегрування частинами”;
– “Інтегрування дрібно-раціональних функцій”;
– “Інтегрування тригонометричних функцій”;
– “Інтегрування ірраціональних функцій”;
– “Інтегрування функцій комплексного змінного”.

За результатами навчання з використанням програми “Асистент” можна зробити такі висновки:

♦ показники якості навчання поліпшилися на 20%;
♦ у найбільше короткий термін у студентів сформувався раціональний алгоритм рішення практичних задач;
♦ знання кожного студента протягом заняття були оцінені;
♦ робота студентів із комп’ютером знижує почуття невпевненості і страху дати невірну відповідь, бо труднощі їхнього навчання знає тільки комп’ютер, стимулюючи їх інтерес до навчання.

Таким чином, застосування програми “Асистент” дозволяє інтенсифікувати навчальний процес, перетворюючи навчання в індивідуальне, скоротити час, необхідний викладачу для оцінювання знань кожного студента на кожному занятті і підвищити якісні показники навчання.

ДО ПИТАННЯ ОРГАНІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ МАЙБУТНІХ АБІТУРІЄНТІВ В СИСТЕМІ ДОВУЗІВСЬКОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ

А.М. Нестеренко
м. Черкаси, Черкаський інженерно-технологічний інститут

Перебудова системи народної освіти в сучасних умовах зорієнтована на розвиток пізнавальної самостійності і активності учнів, на формування в них творчого мислення, виховання інтересу до навчання, мотивації уміння. Розв'язання цих задач тісно пов'язане з принципами розвиваючого навчання і тому вимагає вдосконалення методів, форм, засобів навчання.

Одним з найважливіших засобів систематичного й ефективного повторення, поглиблення, узагальнення програмового матеріалу з математики, зокрема, в системі довузівської підготовки, на нашу думку є самостійна робота майбутніх абітурієнтів.

Завдяки урізноманітненню організаційних форм навчання, в системі довузівської математичної підготовки має здійснюватись ефективна самостійна робота майбутніх абітурієнтів, яка вимагає наполегливих зусиль, усвідомлення поставленої навчальної мети та прояву розумових дій, вольових якостей.

Як показала практика, найбільш доцільною для ефективної математичної підготовки майбутніх абітурієнтів є лекційно-практична система, одним з аспектів функціонування якої виступає організація пізнавальної діяльності слухачів.

Самостійна пізнавальна діяльність слухачів може здійснюватись на різних рівнях:

- відтворення дії за зразком, розпізнавання об'єктів шляхом їх порівняння з відомим зразком (репродуктивний рівень);
- складання моделей та алгоритмів дій в нетрадиційних математичних ситуаціях (продуктивний рівень).

Перехід з одного рівня на інший повинен відбуватись поступово, так, щоб кожен майбутній абітурієнт враховував свої можливості до виконання завдання на даному рівні самостійності і був готовий перейти до наступного рівня, інакше поспішність, психологічний стан (знервованість) слухача можуть викликати прогалини в знаннях.

Психологи і дидакти виділяють такі різновиди самостійної діяльності учнів в процесі навчання, кожен з яких розрізняється специфікою цілеутворення та планування і притаманні також майбутнім абітурієнтам:

1) постановка мети і планування діяльності відбувається слухачем при допомозі викладача;
2) при допомозі викладача відбувається тільки постановка мети, а планування, виконання роботи виконується слухачем самостійно;
3) постановка мети і планування пред'явленої задачі здійснюється майбутнім абітурієнтом самостійно в межах даного викладачем змісту задачі;
4) робота здійснюється слухачем за власною ініціативою, він сам визначає зміст, мету, план роботи і самостійно її виконує.

Важливим засобом формування у учнів відмічених різновидностей, пізнавальної діяльності є виконання різних типів і видів самостійних робіт. Для організації самостійної роботи з математики необхідним має бути розуміння викладачем її структурних компонентів, які визначаються змістовною, процесуальною, мотиваційною сторонами навчальної діяльності майбутніх абітурієнтів.

В залежності від конкретних умов викладач може здійснювати вибір необхідних видів самостійних робіт.

За мірою самостійності самостійні роботи П.І. Підкасистий класифікує так:

1) відтворюючи самостійні роботи за зразком, що вимагають переносу відомого способу в аналогічну або віддалено аналогічну математичну ситуацію;
2) реконструктивно-варіаційні самостійні роботи, що вимагають переносу відомого способу з деякою його модифікацією в незвичайну математичну ситуацію;
3) евристичні (частково-пошукові самостійні роботи), що вимагають переносу кількох відомих способів в нестандартну математичну ситуацію, комбінації цих способів для розв'язування нової задачі;
4) творчі (дослідницькі) самостійні роботи, що вимагають утворення нового способу, методу розв'язування проблемної за-

дачі.

Застосування певної форми в організації самостійної роботи має враховувати, який вид самостійної роботи обрано і на якому рівні пізнавальної діяльності ця робота відбувається. Так, лекційно-практична система навчання в довузівській математичній підготовці дозволяє здійснювати самостійну роботу майбутніх абітурієнтів при застосування реконструктивно-варіативного та евристичного видів цієї роботи, що пов’язано з вивченням програмових тем не зменшеними, як при традиційному навчанні, а укрупненими порціями. Здійснення самостійної роботи в лекційно-практичній системі навчання має відбуватись на продуктивному рівні пізнавальної діяльності.

Підготовка домашніх самостійних робіт може здійснюватись на рівні застосування частково-пошукового методу навчальної діяльності. Підготовка до диспутів, заліків, участь в олімпіадах може здійснюватись на продуктивному рівні пізнавальної діяльності з перевагою дослідницького методу навчання.

Крім класифікації самостійних робіт за мірою самостійності, розглядають самостійні роботи за дидактичними цілями:

а) з метою формування математичних понять;

б) підготовчі вправи для формування поняття;

в) вправи і задачі для закріплення нового матеріалу;

г) тренувальні вправи з метою формування умінь застосовувати одержані знання при розв’язування задач, прикладів;

д) з метою формування практичних навичок, побудов при розв’язуванні геометричних задач.

Процес навчання має відбуватись поетапно, відповідно до кожного етапу повинні застосовуватись такі види самостійних робіт:

1) етап актуалізації: самостійні роботи на повторення, на розкриття означень, формування теорем, властивостей. Так, роботи на повторення бажано було б проводити з метою виявлення як підготовлені слухачі для сприйняття наступної теми, які прогалини можуть ускладнити засвоєння нового навчального матеріалу.

Наприклад, перед вивченням теми “Тригонометричні рівняння” сприятливою була б с/р, яка містить завдання на повторення основних формул тригонометрії. А саме:

1. Обчислити значення виразу:

а) $2\sin\frac{\pi}{2}+2\cos\frac{\pi}{4}-3tg\frac{\pi}{3}+ctg\frac{\pi}{6}$ б) $\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

2. Дано: $\sin\alpha=-\frac{12}{13}$. Обчислити sin 2α, tg 2α, cos 2α.

3. Спростити вираз:

а) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\text{ctg}^2\alpha$ б) $\sin\alpha\sin\beta-\cos(\alpha-\beta)$

4. Довести тотожність:

а) $1+\sin\alpha=2\cos^2\left(45^\circ-\frac{\alpha}{2}\right)$ б) $\frac{\sin 2\alpha+\sin 5\alpha-\sin 3\alpha}{\cos\alpha+1-2\sin^2 2\alpha}=2\sin\alpha$

5. Перетворити у добуток: а) $\sqrt{2}\sin\alpha-1$ б) $2\cos^2\alpha-\sin 2\alpha$

2) етап викладення нового матеріалу: самостійні роботи на формування математичних понять, на складання алгоритмів розв'язування задач; на складання прикладів і контрприкладів виучуваних означень, властивостей;

3) етап засвоєння знань: тренувальні самостійні роботи на розпізнавання різних математичних об'єктів, їх властивостей;

4) етап закріплення: закріпляючі самостійні роботи (на розвиток логічного мислення, комбіновані застосування різних правил, теорем);

5) етап застосування знань: тренувальні самостійні роботи на застосування закріплених властивостей, означень, на розв'язування задач за певним алгоритмом; реконструктивно-варіативні і творчі завдання. Наприклад, на тему "Перетворення логарифмічних виразів можна застосувати індивідуальні картки з різнорівневими завданнями (рівень А – базовий, Б – просунутий, В – поглиблений).

№	Умова	А	Б	В
1	Обчислити	а) $3^{1+\log_3^6}$ б) $\log_2\log_2\sqrt{\sqrt[4]{2}}$	а) $10^{2+1/2\lg 16}$ б) $\log_5 4\cdot\log_6 5\cdot$ $\cdot\log_7 6\cdot\log_8 7$	а) $9\log_3\left(\frac{1}{3}\log_{\sqrt[3]{3}} 9\right)$ б) $\frac{\log_5 30}{\log_{30} 5}-\frac{\log_5 150}{\log_6 5}$

№	Умова	А	Б	В
2	Знайти	$\log_5 6$, якщо $\lg 3=a$, $\lg 2=b$	$\log_{175}56$, якщо $\log_{14}7=a$, $\log_{14}5=b$	$\log_{\sqrt[3]{xyz}}\left(\frac{yz}{x^3}\right)^2$, якщо $\log_y x=a$, $\log_z x=b$
3	Довести, що	$a\frac{\log_b \log_b a}{\log_b a}=$ $=\log_b a$	$\lg\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}\cdot$ $\cdot(\lg a+\lg b)$ якщо $a^2+b^2=7ab$	$x=10^{\frac{1}{1-\lg a}}$, якщо $y=10^{\frac{1}{1-\lg x}}$, $a=10^{\frac{1}{1-\lg y}}$
4	Що більше?	$2\cdot\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{5}$ *чи* $3\cdot\log_8 26$	$\log_3 5$ 2 –0,1 чи $5^{\log_3 2}$	$\sqrt{15}$ чи $8^{\frac{1}{3}\log_2(1-\frac{1}{32})2\log_{27}3}$
5	Спростити вираз	$(\log_a b+\log_b a+2)$ $\cdot(\log_a b-\log_{ab} b)$	$(a^{1+\frac{1}{2\log_4 a}}+$ $+8^{\frac{1}{3\log_{a^2}2}}+1)^{\frac{1}{2}}$	$(b^{\frac{\log_{100}a}{\lg a}}\cdot$ $\cdot a^{\frac{\log_{100}b}{\lg b}})^{2\log_{ab}(a+b)}$

Майбутні абітурієнти можуть обрати той рівень, який відповідає їх навчальним можливостям. Розв’язавши рівень А, (Б) слухач може проявити інтерес, бажання розв’язати більш складний рівень (В), проявити самостійну пізнавальну діяльність.

6) етап узагальнення і систематизації: самостійні роботи на повторення (оглядові або тематичні; домашні самостійні роботи по підготовці доповіді на певну тему, підготовка до олімпіади);

7) етап контролю: контролюючі самостійні роботи, контрольні роботи; творчі самостійні роботи.

Взагалі, самостійні роботи можна поділити на навчаючі і контролюючі, які між собою тісно пов’язані, але на певному етапі навчання повинна застосовуватись та, у якої переважує домінуюча мета.

Під час організації самостійної роботи в довузівській математичній підготовці, мають враховуватись певні вимоги, а саме:

– зміст самостійної роботи, форма, час її виконання повинні відповідати основній меті теми, що вивчається;
– ступінь складності має бути відповідним до навчальних мо-

жливостей слухачів, до рівня їх самостійності;
- зміст самостійних робіт повинен враховувати основні принципи гуманізації навчання: індивідуалізацію та рівневу диференціацію навчання;
- проведення самостійних робіт за різними формами повинно відбуватись в належний момент навчального процесу, обсяг с/р має відповідати обсягу відведеного на цю роботу часу;
- для проведення самостійної роботи мають бути в наявності необхідні дидактичні матеріали, технічні засоби, комп'ютери, а також навчальна література (збірники задач, довідники, посібники);
- під час проведення с/р певна роль повинна відводитись на утворення позитивної емоційної атмосфери для кожного слухача.

На нашу думку, в організації самостійної роботи з математики в системі довузівської підготовки, особливої уваги заслуговують такі форми навчального процесу, як проведення лекцій, практичних і семінарських занять та контрольно-залікових занять. На таких заняттях в більшій мірі здійснюється самостійна робота майбутніх абітурієнтів під час самостійного розв'язування задач, виконання завдань контролюючого характеру (самостійні і контрольні роботи, математичні диктанти, тести, розрахункові роботи та інше).

Важливого значення набуває для майбутніх абітурієнтів здійснення самостійної роботи по опрацюванню основної та додаткової навчальної літератури.

Контролюючі с/р є обов'язковою умовою досягнення запланованих результатів навчання. Саме цей вид самостійної роботи дозволить визначити досягнутий рівень самостійності, відтворення і перенос набутих за період довузівської математичної підготовки знань, навичок, вмінь у нову, нестандартну математичну ситуацію, якої вимагають умови вступних іспитів

Успішне виконання слухачами самостійної роботи залежить від певних умов, наприклад:

а) усвідомлення поставленої мети, пред'явленого змісту матеріалу;

б) рівень підготовленості слухачів, їх емоційний стан;

в) ставлення слухачів до виучуваної теми;

г) дидактичні прийоми організації самостійної діяльності з боку викладача.

Процес здійснення самостійної роботи майбутніх абітурієнтів можна вважати ефективним при організації оперативного управління самостійною пізнавальною діяльністю. Одне із великих ускладнень організації самостійної роботи майбутніх абітурієнтів полягає, на нашу думку, не стільки в її планування, в забезпеченні індивідуальними завданнями, скільки в її перевірці та здійсненні "оберненого зв'язку" між слухачем і викладачем.

Отже, ефективна організація самостійної роботи в системі довузівської математичної підготовки потребує подальшого удосконалення форм і методів навчання, що необхідно для формування у майбутніх абітурієнтів навичок, вміння орієнтуватись в нестандартних математичних ситуаціях, а також для саморегуляції їх навчально-пізнавальної діяльності.

НОВЫЙ СПОСОБ ИЗЛОЖЕНИЯ РЯДОВ, ИНТЕГРАЛА, ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ

П.Ф. Овчинников, Т.Н. Ивахненко, О.В. Литвин
г. Одесса, Одесская государственная морская академия

Известен способ изложения рядов Фурье, состоящий в его формальной записи в виде

$$\frac{a_0}{2}\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\omega_k x + b_n \sin\omega_k x = f(x), \tag{1}$$

где a_0, a_n, b_n – дискретный спектр, $\omega_n = n$ или $\omega_n = \frac{\pi}{2}n$ – частотный спектр, порожденный некоторой функцией $f(x)$. Для определения этих постоянных предполагается, что ряд и функция совпадают на конечном отрезке и ряд сходится к функции равномерно. Далее известными преобразованиями получаются формулы для вычисления коэффициентов Фурье. При таком подходе для обучающихся остается без ответа вопрос: почему используется такая методика получения коэффициентов Фурье, а также равномерная сходимость ряда. Правда, в учебнике по высшей математике [1] равномерная сходимость ряда следует из предположения сходимости числового ряда, составленного из модулей коэффициентов тригонометрического ряда.

В связи с такими обстоятельствами нами предложена новая методика изложения рядов Фурье, в которой, как нам представляется, дается ответ на поставленный выше вопрос более корректно.

Изложение начинается с введения понятия скалярного произведения функций $f(x)$ и $g(x)$ для $x \in (a, b)$:

$$f(x)\cdot g(x) = \int_a^b f(x)g(x)dx. \tag{2}$$

Интеграл, входящий в (2), может быть и несобственным, но сходящимся. Свойства скалярного произведения легко проверяются и совпадают со свойствами скалярного произведения векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$. При этом выдвигается требование

$$f \cdot f = \int_a^b f^2(x)dx < +\infty . \tag{3}$$

Как известно, функции, удовлетворяющие условию (3), называются квадратично суммируемыми. После этого вводится понятие пространства Гильберта, как функционального пространства, в котором введено понятие скалярного произведения функций по формуле (1) с условием (3).

После этого вводится в рассмотрение последовательность функций $\{g_i(x)\} \in L_2$, для которых выполняется условие

$$g_i(x) \cdot g_j(x) = \begin{cases} 0, \; \textit{если} \quad i \neq j \\ 1, \; \textit{если} \quad i = j \end{cases}. \tag{4}$$

Такую систему функций называют ортонормированной. Если

$$g_i(x) \cdot g_j(x) = \begin{cases} 0, \; \textit{если} \quad i \neq j \\ \lambda_i, \; \textit{если} \quad i = j \end{cases}, \tag{5}$$

то – ортогональной. Тогда $\dfrac{1}{\lambda_i}$ есть нормирующий множитель. Далее вводится определение базиса пространства Гильберта, при этом напоминается понятие базиса в конечномерном евклидовом пространстве.

Базисом пространства Гильберта L_2 называют любую бесконечную последовательность отличных от нуля функций $\{g_i(x)\}$, определенных на промежутке (a, b), для которых выполнены три условия:

1) функции $g_i(x)$ линейно независимы для $x \in (a, b)$;
2) последовательность функций $\{g_i(x)\}$ имеет полноту в том смысле, что не существует функции, которая была бы ортогональна одновременно ко всем функциям последовательности $\{g_i(x)\}$;
3) любую функцию, что принадлежит пространству L_2, можно выразить через функции $\{g_i(x)\}$ в виде ряда

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} c_n g_n(x) \quad \textit{для} \quad x \in (a, b). \tag{6}$$

Из определения базиса следует, что таким может быть ортогональная система функций.

Докажем это. Для этого рассмотрим вначале конечную линейную комбинацию функций $g_i(x)$, $i=1, \ldots, k$; $\sum_{i=1}^{k}\alpha_i g_i(x)$ и покажем, что равенство нулю линейной комбинации на (a, b) возможно только при $\alpha_i=0$ для всех $i=k-1$:

$$\sum_{i=1}^{k}\alpha_i g_i(x)=0. \tag{7}$$

Умножая (7) скалярно и интегрируя, найдем $\sum_{i=1}^{k}\alpha_i g_i(x) g_i(x)=0$, $i\neq j$, а при $i=j$ $\alpha_i\int_a^b g_j^2(x)dx \approx 0$. Так как $\int_a^b g_i^2(x)dx \neq 0$, то $\alpha_j=0$. Учитывая, что доказательство справедливо для любого k, считаем доказанным первое условие.

Докажем равномерную сходимость ряда (6). Для этого рассмотрим

$$\int_a^b f^2(x)dx < +\infty. \tag{8}$$

Но

$$\int_a^b f^2(x)dx = \int_a^b\left[\sum_{n=1}^{\infty}c_n g_n(x)\right]^2 dx = \int_a^b\left(\sum_{n=1}^{\infty}c_n^2 g_n^2(x)\right)dx.$$

Тогда

$$\int_a^b\left(\sum_{n=1}^{\infty}c_n^2 g_n^2(x)\right)dx < +\infty. \tag{9}$$

Стоящий слева в (9) ряд является числовым. Сумма ряда ограничена, т.е. ряд сходится. А это есть условие равномерной сходимости. Это доказательство можно сделать более прозрачным, если ввести отклонение $\delta_k^2=\frac{1}{b-a}\int_a^b\left[f(x)-\sum_{n=1}^{k}c_n g_n(x)\right]^2 dx$, которое при $k\to\infty$ переходит в неравенство (9), соответственно в равенство Парсеваля-Ляпунова. При этом, если выполнено условие Парсеваля-Ляпунова $\int_a^b f^2(x)dx=\sum_{n=1}^{\infty}c_n^2\int_a^b g_n^2(x)dx$, то можно доказать, что система $\{g_i(x)\}$ является полной.

Найдем коэффициенты c_n – обобщенные коэффициенты Фурье. Для этого умножим ряд (6) на $g_n(x)$, ограниченную на $x \in (a, b)$ и проинтегрируем. Тогда в ряде (6) останется лишь одно слагаемое.

$$\int_a^b f(x) g_n(x) dx = c_n \int_a^b g_n^2(x) dx .$$

Так как $g_n(x) \in L_2$, то $\int_a^b g_n^2(x) dx < \infty$ и

$$c_n = \frac{\int_a^b f(x) g_n(x) dx}{\int_a^b g_n^2(x) dx} . \tag{10}$$

После изложения общих вопросов можно остановиться на выборе других базисов пространства L_2. Например, тригонометрических:

$\{1, \cos nx, \sin nx\}$, $n = \overline{1-\infty}$ на $[-\pi; +\pi]$;

$\{1, \cos nx\}$, $\{\sin nx\}$, $n = \overline{1-\infty}$ на $[0; +\pi]$;

$\left\{1, \cos\frac{\pi n}{l} x, \sin\frac{\pi n}{l} x\right\}$, $n = \overline{1-\infty}$ на $[-l; +l]$;

$\left\{1, \cos\frac{\pi n}{l} x\right\}, \left\{\sin\frac{\pi n}{l} x\right\}$, $n = \overline{1-\infty}$ на $[0; +l]$.

Если есть время можно остановиться на полиномах Лежандра, как алгебраическом базисе.

Понятие интеграла Фурье $I_Ф$ вводится как предел ряда Фурье при $l \to \infty$, $I_ф = \lim\limits_{l \to \infty} R_ф$. Для получения преобразования Фурье переходим от $I_Ф$, записанного в виде

$$I_ф = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos u(t - x) dt \right] du$$

к комплексной форме. Последнее позволяет получить преобразования Фурье как прямое, так и обратное. Однако можно ввести комплексное пространство Гильберта и интеграл и преобразование Фурье получить аналогично тому, что изложено для рядов Фурье.

На тему ряды, интегралы и преобразование Фурье отводится 10 часов практических занятий, которые распределяются следующим образом.

На первых двух часах проверяются знания лекционного материала:

а) понятие скалярного произведения двух функций по формуле (2) и проверяется, что все свойства скалярного произведения векторов полностью переносятся на скалярное произведение двух функций;

б) повторяются понятия пространств Евклида и Гильберта, ортогональных систем функций. Примеры ортогональных систем;

в) повторяется, какие системы называются нормированными. Примеры нормированных и линейно-независимых систем в L_2;

г) рассматривается понятие базиса, определение базиса;

д) представляем рядом Фурье периодические функции с периодом 2π и функции с произвольным периодом.

На следующих двух часах группа получает задание расчетно-графической работы, обучается разложению в ряд Фурье четных и нечетных функций. Рассматриваются примеры по разложению в ряд Фурье произвольных функций, а также представлением рядов Фурье в комплексной форме.

На третьем практическом занятии на первом часе дается самостоятельная работа по индивидуальным карточкам с целью проверки знаний по пройденному материалу. На втором часе рассматривается представление абсолютно интегрируемых функций интегралом Фурье.

На четвертом практическом занятии вначале занятия идет детальная разборка итогов самостоятельной работы. Рассматриваются примеры на преобразование Фурье и вычисление спектральной плотности для абсолютно и не абсолютно интегрируемых функций.

На пятом занятии проводится лабораторная работа по гармоническому анализу.

Для проработки изложенного была использована следующая литература:

П.Ф. Овчинников. Вища математика. Частина 2. – К.: Техніка, 2000.

Высшая математика. Сборник задач. Под общей редакцией П.Ф. Овчинникова. – Киев: Вища школа, 1991.

О РОЛИ ИЗУЧЕНИЯ ОБОБЩЕНИЙ В ШКОЛЬНЫХ И ВУЗОВСКИХ КУРСАХ МАТЕМАТИКИ

А.И. Олейников[1], О.В. Белоус[2]
[1] Россия, г. Комсомольск-на-Амуре, Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет
[2] г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

Согласно [1], подготовка учителей математики должна включать в себя элементы самостоятельной творческой работы на соответствующем уровне в форме семинара по решению задач или в какой-либо другой форме. Там же отмечается, что «хорошо подготовленный учитель может подобрать серьезную и вместе с тем не очень сложную задачу, а затем, помогая учащимся в ее исследовании, провести их через эту задачу … *к общей теории*» (выделено нами – авт.). Формирование таких умений у будущего учителя математики является важной задачей вузовских курсов. Исходя из этих положений, а также из того, что будущего учителя математики следует научить обобщению и систематизации полученных знаний и самостоятельному их поиску, авторами предлагается один из способов формирования названных умений. Речь идет о самостоятельных научных исследованиях в направлении обобщений той или иной изученной в основном курсе теории. Подобное изучение является одним из путей реализации принципа фундаментальности образования.

Известно, что для современной школы, в том числе и высшей, важно не запоминание всех тонкостей предмета, а усвоение главных идей, направлений, принципов и методов, на которых строится изменяющаяся наука [2–4]. Поэтому изучение конкретной теории (учебного предмета) по схеме: *ознакомление с конкретными фактами* $\to$ *формально-логическое изложение* $\to$ *необходимость обобщения* $\to$ *обоснование теории* будет способствовать формированию системных знаний у обучающихся. В свою очередь, системные знания формируются так: основные научные понятия $\to$ основные положения теории $\to$ следствия $\to$ применения [4].

Изучение любой теории целесообразно начинать с конкретных задач, приводящих к необходимости введения того или иного понятия, излагая в дальнейшим ряд необходимых фактов. Лишь после этого возможно ознакомление с формально-логической схемой построения теории. Например, математический анализ можно сразу излагать в метрических пространствах, получая большой выигрыш во времени по сравнению с традиционным изложением, и получая при этом логически весьма стройный курс. Однако к восприятию такого курса слушатель должен быть достаточно хорошо подготовлен. Следует заметить, что затруднения при изучении математического анализа связаны в основном с первоначальным изложением его «обоснованного» варианта.

Итак, приведенную выше схему системных знаний можно дополнить изучением вопросов обоснования теории, хотя последнее является прерогативой философии, которая изучается на младших курсах. Поэтому указанные вопросы, касающиеся математических теорий, следует изучать в курсе истории математики наряду с вопросами зарождения и развития. Полная реализация дополненной схемы возможна только с привлечением факультативных курсов или спецкурсов. При этом основную нагрузку должна нести самостоятельная работа, выполняемая в виде курсовых и дипломных исследований, содержащих как непосредственно научную, так и методическую части.

В процессе изучения фактического материала можно рассматривать задачи, приводящие к необходимости совершенствования теории и к следствиям, полученным тем или иным путем. Так, необходимость постановки математического анализа на прочный фундамент была осознана всеми только после открытия ряда патологических явлений при изучении тригонометрических рядов и построения первых примеров нигде не дифференцируемых непрерывных функций. Эти факты разрушили общепринятые тогда представления и привели к возникновению строгих теорий вещественных чисел и к возникновению общей топологии.

Разрабатывая новую теорию, математик нередко поступается корректностью – никакое открытие в математике не делается строгим логическим (дискурсивным) путем, а прежде всего основывается на интуитивных соображениях и правдоподобных рассуждениях. Однако разрыв между обоснованием теории и развитием ее в целях получения результатов не может быть слишком длительным. За периодом, занятым преимущественно поисковой разработкой, должен последовать период, отмеченный концептуальным обоснованием, то есть критической деятельностью, направленной на выявление и уточнение исходных понятий и принципов этой теории.

Предложенный подход изучения обобщений открывает возможности, обучая решению конкретных задач, одновременно обучать общим приемам мышления и деятельности, общим способам подхода к любой задаче, умению искать решение в любой новой ситуации. Ряд выдающихся ученых, в частности Э. Резерфорд, А. Эйнштейн, П.Л. Капица отмечали, что задачи должны не только и не столько способствовать закреплению и тренировке в применении знаний, сколько формировать исследовательский стиль умственной деятельности как метод подхода к изучаемым явлениям.

Авторами был разработан 18-часовый спецкурс «Элементы теории полуупорядоченных колец», в котором рассматриваются следующие вопросы:

1) понятие и свойства (r)-сходимости в K-пространстве;
2) дифференцирование и интегрирование функций, заданных на числовой прямой и принимающих значения в K-пространстве;
3) понятие метрического пространства, в котором метрика принимает значения в K-пространстве.

При изучении данных вопросов показана необходимость введения абстрактных пространств, возникающая в связи с решением таких задач:

– матричные и операторные уравнения;
– оперирование с функциями (пространство L_2).

В данном спецкурсе дано понятие K-пространства или линейного частично упорядоченного пространства [5]. Необходимость введения этого понятия возникла, когда стало очевидным, что в функциональном анализе не нашло никакого обобщения свойство сравнимости или упорядоченности вещественных чисел. Поэтому для функционального анализа более содержательной оказывается теория полуупорядоченных пространств, которая вводит в абстрактном множестве лишь частичное упорядочение, дающее возможность сравнивать лишь некоторые пары элементов и рассматривать некоторые известные вопросы классического математического анализа в качестве частного случая упомянутой теории.

Обратим внимание на то, что каждый из перечисленных вопросов может быть развит слушателем спецкурса и найти продолжение в курсовой, дипломной или другой научной работе.

Отметим, что предложенный подход позволяет в любой степени углублять знания, проводить исследовательскую работу. Этот подход вполне согласуется с принципами модульного обучения, оказывая положительное влияние на мотивацию обучения [2].

Литература

1. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
2. Гнеденко Б.В. Введение в специальность математика. – М.: Наука, 1991. – 240 с.
3. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и ее преподавание. – М.: Наука, 1980. – 144 с.
4. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике. – К.: Рад. школа, 1983. – 192 с.
5. Вулих Б.З. Введение в теорию полуупорядоченных пространств. – М.: Физматгиз, 1961. – 408 с.

СПЕЦКУРС ПО ИЗУЧЕНИЮ МЕТОДОВ ВЫЧИСЛЕНИЙ В ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

А.И. Олейников[1], Л.А. Ткачук[2]
[1] Россия, Комсомольск-на-Амуре, Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет
[2] г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

Характерной чертой изучения математических курсов в педагогических вузах является их теоретическая направленность. В результате выпускники физико-математических факультетов не всегда имеют представление о применении математики в различных отраслях современной прикладной науки и не знают, как можно применять полученные знания для решения практических задач в смежных с математикой дисциплинах. Одним из способов устранения существующего дисбаланса между теоретическими знаниями и их практической применимостью является введение спецкурсов, дающих представление об использовании математики в качестве инструмента для обоснования и проведения различных расчетов, связанных с практической проблематикой.

Авторами разработан спецкурс «Метод малого параметра и его применение для решения задач теории гетерогенной упругости». Метод малого параметра используется во всех физических теориях и является не только математическим методом, но и способом мышления, философией. Именно поэтому его изучение и привлекает внимание многих авторов. Практическая применимость этого метода здесь рассматривается на примере теории гетерогенной упругости. На изучение курса предполагается выделить 9 лекционных и 9 на семинарских занятий. Ниже рассмотрен авторский вариант программы спецкурса и некоторые аспекты изложения отдельных вопросов.

ЛЕКЦИИ

1-2. Калибровочные функции. Понятие об асимптотических последовательностях и рядах (определение, примеры и т.д.). Простейшие действия над асимптотическими разложениями.

При изучении данного материала особое внимание следует уделить:

а) обоснованию целесообразности применения асимптотических методов;

б) рассмотрению недостатков и преимуществ применения асимптотических рядов по сравнению с «обычными» сходящимися;

в) рассмотрению случаев, когда разложение функций в асимптотические ряды является необоснованным.

Рассмотрим эти три момента подробнее. Многие задачи, с которыми сталкиваются сегодня физики, инженеры и специалисты по прикладной математике не поддаются точному решению. Причинами этого являются, например, различные неоднородности и нелинейности (нелинейность уравнений, граничных условий), переменность коэффициентов уравнений, сложные граничные условия. Поэтому для решения таких задач применяются разнообразные приближенные методы, в том числе и асимптотические. Их суть в том, что в окрестности некоторой точки находят упрощенное приближенное решение задачи, которое тем точнее, чем меньше окрестность. По сравнению с «обычными» рядами асимптотические ряды обладают рядом особенностей. Так, применение «обычных» рядов обоснованно, лишь когда они сходятся, в то же время расходящиеся (даже на $\mathbf{R}$) асимптотические ряды также могут иметь применение. При этом точность приближения функции сходящимся рядом тем выше, чем больше членов ряда учитывается. Но, например, для расходящихся асимптотических рядов это условие не имеет места: для каждого значения независимой переменной x существует оптимальное количество N членов ряда, при котором ошибка в приближении будет наименьшей. Дальнейшее увеличение количества взятых членов ряда приведет к уменьшению точности приближения.

Зачастую применение асимптотических рядов имеет преимущество перед применением «обычных» сходящихся рядов, когда находят (приближенно) значения функции для достаточно больших значений переменной x. При этом нужная точность с помощью асимптотических рядов может быть достигнута быстрее. С другой стороны, вычисление значений функции с помощью сходящихся рядов может быть затруднено в связи с ограниченностью разрядной сетки ЭВМ, от чего, как правило, избавлены асимптотические разложения.

3. Основы метода малого параметра. Применение его для решения алгебраических и трансцендентных уравнений.

   Следует рассмотреть решение алгебраических уравнений вида:

$$x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0+k\varepsilon=0$$
$$x^n+\ldots+(a_m+k\varepsilon)x^m+\ldots+a_0=0$$
$$\varepsilon x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0=0$$

где $k\in\mathbf{R}$, ε – малый параметр, $a_k\in\mathbf{R}$ – коэффициенты алгебраического уравнения.

Следует начинать с квадратных, далее – кубических, и уже затем – уравнений высших степеней. Более подробное внимание алгебраическим и трансцендентным уравнениям, безусловно, будет уделено на семинарских занятиях.

4. Применение метода малого параметра для вычисления интегралов (разложение подынтегральной функции, интегрирование по частям).
5. Применение метода малого параметра для вычисления интегралов (продолжение): метод Лапласа, метод стационарной фазы.

   В отличие от материала предыдущей лекции, эта лекция посвящена искусственным методам. В связи с тем, что весьма часто при решении примеров будет применяться Γ-функция Эйлера, следует часть времени уделить на повторение ее свойств. Лемма Ватсона, на которой основываются эти два метода, может быть дана без доказательства.

6. Решение дифференциальных уравнений с помощью разложения решения и коэффициентов в ряды по малому параметру.
7. Модель гетерогенной упругой среды.

   Все предыдущие лекции носили вспомогательный характер – они служили для того, чтобы студенты ознакомились с возможными применениями метода малого параметра и получили необходимые теоретические сведения о правомерности этого применения.

   Следующая лекция посвящена рассмотрению теории гетерогенной упругости. На примере этой теории следует рассмотреть особенности современной методологии построения теорий:

а) вначале строится более простая теория на основе ряда существенных упрощений;

б) затем осуществляется переход от более простой теории к менее простой (которая более адекватно описывает реальные процессы);

в) при этом предыдущая теория входит в новую как частный случай (при выполнении определенных условий).

В роли более простой теории рассматривается классическая теория упругости (которая, в свою очередь, обобщает ряд более простых закономерностей, например, закон Гука), в роли более сложной – модель гетерогенно-упругой среды.

Следует заметить, что сходные методологические тенденции существуют не только в математических, и «околоматематических» теориях и моделях, но и в смежных дисциплинах. Так, в информатике при разработке новых версий программных продуктов (например, языков программирования) или аппаратных средств (например, видеоадаптеров) зачастую обеспечивается совместимость «сверху–вниз» (но не наоборот), хотя и по несколько иным причинам. Таким образам, полученные представления о методологии построения современных теорий могут служить и для понимания (или осуществления) преобразований в смежных с математикой областях деятельности.

8-9. Постановка задачи Ламе и ее решение.

На этих лекциях и будет показана практическая применимость метода разложения по малому параметру, изучению которого были посвящены предыдущие лекции и все семинарские занятия. Предполагается, что учащиеся уже знакомы с условиями задачи Ламе и ее решением для однородного тела при малых деформациях. При решении задачи Ламе для гетерогенно упругого материала достаточно брать во всех уравнениях и соотношениях только первые два члена разложения, так как остальные члены влияют на результат незначительно. Полезно сравнить решение этой задачи для классической модели с решением для гетерогенно-упругого материала – в последнем к «классическому» решению добавятся «возмущающие» слагаемые.

СЕМИНАРСКИЕ ЗАНЯТИЯ

1. Калибровочные функции. Сравнение функций.

2. Разложение функций в асимптотические ряды, биномиальное разложение.
3. Решение квадратных уравнений с малыми слагаемыми или множителями.
4. Решение уравнений высших порядков с малыми слагаемыми или множителями.
5. Решение трансцендентных уравнений.
6. Приближенное нахождение интегралов: разложение подынтегральных функций, интегрирование по частям.
7. Методы Лапласа и стационарной фазы.
8. Решение дифференциальных уравнений с помощью прямого разложения.
9. Решение дифференциальных уравнений с помощью специальных методов: методика Линдштедта-Пуанкаре, методы перенормировки, усреднения, многих масштабов.

Семинарские занятия направлены на ознакомление с общей схемой применения разложений по малому параметру и изучение приемов, позволяющих находить решения задач в отдельных случаях. В качестве задачника можно предложить учебник А.Х. Найфэ «Введение в методы возмущений».

Ознакомление будущего учителя математики и физики с рассмотренными вопросами будет весьма полезным как для внеклассной работы, так и для использования полученных знаний с целью мотивации учения и повышения познавательного интереса учащихся.

ОБ ИЗЛОЖЕНИИ ТЕМЫ «ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО» ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «АВТОМАТИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОЦЕССОВ» В ОГМА

Н.Д. Орлова, Г.В. Налева, Е.Х. Чабан
г. Одесса, Одесская государственная морская академия

Рабочая программа данной специальности предусматривает отдельный курс «Теории функций комплексного переменного и интегральных преобразований». Количество часов предусмотренных для рассмотрения данной темы составляет 68 часов, из которых 34 лекционных и 34 практических занятий. Выбор материала, читаемого в данном курсе, определяется, прежде всего, особенностями задач, решаемых в теории автоматического регулирования. В теории автоматического регулирования получили широкое распространение частотные методы анализа и синтеза систем автоматического регулирования (САР). Частотные методы предусматривают анализ САР в комплексной плоскости, например, в плоскости амплитудно-фазовой частотной характеристики системы, являющейся функцией комплексного переменного. Аппарат теории функцией комплексного переменного широко используется в теории автоматического регулирования систем, с его помощью получены частотные критерии устойчивости. Математической основой частотных методов являются спектральные представления, опирающиеся на теорию рядов (включая ряды Лорана) и интеграла Фурье. Одним из важнейших методом исследования САР, является использование преобразования Лапласа (операционное исчисление). Использование методов интегральных преобразований (Фурье, Меллина, Лапласа) при интегрировании интегро-дифференциальных и разностных уравнений приводит к значительному упрощению процесса решения и исследования процессов, происходящих в системах автоматического регулирования. Учитывая особенности изложения специальных дисциплин, и построен курс «Теории функций комплексного переменного и интегральных преобразований». При изложении курса особое внимание уделяется тем методам теории функций комплексного переменного, которые наиболее часто применяются в прикладных задачах.

Стремясь изложить больший объем материала за предусмотренное рабочими программами время, был развит метод параллельного изложения разделов курса. Суть метода состоит в обобщении различных математических понятий на более широкие возможности. Изложение материала соответствует содержанию и методике изложения принятого в учебнике П.Ф. Овчинникова «Вища математика» (Частини 1, 2. – Київ: Техніка, 2000). Следуя изложению материала в указанном учебнике, теория степенных рядов рассматривается для функции комплексного переменного. При таком изложении более четко вырисовывается роль геометрического ряда, роль признаков Даламбера, Коши. Показана возможность использования указанных признаков для определения области сходимости функциональных рядов, в том числе и для функций комплексного переменного. Основные понятия и теоремы (Абеля, единственности разложения функций в степенной ряд), разложения функций $w=l^z$, $w=\sin z$, $w=\cos z$, $w=\operatorname{sh} z$, $w=\operatorname{ch} z$ формулируются и доказываются для функции комплексного переменного. Степенные ряды для функции действительного переменного рассматриваются как частный случай функции комплексного переменного.

Рассматриваются ряды Лорана и их приложение в интегральных преобразованиях. После рассмотрения основных вопросов теории функций комплексного переменного теория и практика применения интегральных преобразований приобретают более строгий логический вид. Кроме того, знание курсантами основ этой дисциплины способствует лучшему усвоению специальных вопросов при исследовании на устойчивость САР с помощью частотных методов Михайлова и Найквиста, построение областей устойчивости состояний системы в пространстве параметров, исследование на устойчивость с помощью метода фазовых траекторий [4].

Предложенный курс «Теории функций комплексного переменного и интегральных преобразований» позволяет курсантам данной специальности в дальнейшем применять интегральные преобразования Фурье, Лапласа в специальных курсах при исследованиях амплитудно-фазовых частотных характеристик уже работающих и вновь проектируемых устройств автоматики. В области автоматического управления рассматривается понятие энергетического спектра, с ним связаны прямое и обратное преобразование Фурье, которые называются спектральной плотностью функций или комплексным спектром. А для не абсолютно интегрируемых функций преобразование Фурье связано с преобразованием Лапласа – теорема смещения в операционном исчислении.

Учитывая сложность курса, предусмотрен модульный контроль знаний, который помогает курсантам более глубоко усвоить курс по разделам, постоянно ощущая степень повышения своего уровня подготовки по данному курсу.

Теоретический материал курса иллюстрируется большим количеством примеров, подобранных ассистентами.

Разработан также автоматизированный учебно-контролирующий курс на ПЭВМ, который работает в следующих режимах:

1) обучение путем высвечивания на экран фрагментов учебного материала и последовательного решения примеров;
2) контроля путем выдачи заданий и проверки выполнения этих заданий;
3) экзамена по обучаемому материалу.

При этом достигается комплексная и объективная проверка получаемых знаний, усиливается персональная ответственность обучаемого за результаты обучения.

Литература.

1. Овчинников П.Ф. Вища математика. Частини 1, 2. – К.: Техника, 2000.
2. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И.. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1976. – 407 с.
3. Чемоданов Б.К. Математические основы теории автоматического регулирования. Том 1, 2. – М.: Высшая школа, 1977.
4. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование, теория и элементы систем. – М.: Машиностроение, 1978. – 636 с.
5. Грищенко А.Е., Нагнибида Н.И., Настасиев П.П. Теория функций комплексного переменного. Решение задач. – К.: Вища школа, 1986. – 336 с.

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

А.Ю. Параскевич
г. Кривой Рог, Частная авторская средняя школа

В настоящее время учащиеся средней школы испытывают значительные перегрузки. Программы учебных предметов предъявляют высокие требования к усвоению знаний и их применению. Содержание учебных курсов существенно перегружено информационными знаниями, недостаточно отработано с позиции структуризации, в большой степени разрознено, фрагментарно и не систематизировано. Это вызывает усиление нагрузки на память учащихся (резервы которой не безграничны), не даёт возможности вычленять главное, устанавливать связи с имеющимися знаниями, тормозит развитие ученика, не позволяет ему реализовать личностные потребности.

Имеющиеся технологии обучения не срабатывают. Мы теряем ученика, так как небывалыми темпами падает его интерес к знаниям. Влияние нежелательных экологических факторов резко снизило потенциальные возможности детей в усвоении материала. Новые социальные условия застали врасплох многих педагогов. Как и чему учить школьников? Нового ученика на старом содержании и прежними методиками не научить. Новый этап требует новых идей, нового содержания, новых технологий, ориентированных не на вчерашний день, а на сегодняшний и завтрашний.

На пути решения этих задач стоят многие педагогические коллективы, в том числе и наш, который разрабатывает и внедряет **концепцию интенсивного развития и обучения учащихся**. Предлагаю ознакомиться с некоторыми идеями данной концепции.

Под *интенсивным развитием и обучением понимается развитие и обучение, дающее высокий развивающий эффект, улучшенные, действенные знания, не предполагающие увеличения темпов их получения*.

Для реализации поставленных задач задействованы такие резервы интенсификации:

- психо-физиологические;

- содержательные;
- организационные;
- методические.

Для того, чтобы обучение в интенсивном режиме было успешным, необходимо с первых дней пребывания ученика в школе начинать формирование его новой психо-физиологической базы, опираясь на имеющиеся природные задатки и способности. Эффективен в этом направлении интегрированный курс «Основы познания и логика» (автор: А.Ю. Параскевич, авт. свид. ПА №2569), который помогает вооружать учащихся основами общей интеллектуальной культуры современного человека. Обучение курсу на базе школы организовано с учащимися 1–6-х классов. Происходит закладка основ методологии познания, элементов логики. Ученики получают элементарные представления об объектах, их признаках и свойствах; о понятиях и их видах, способах их определений; высказываниях. Обучаются общелогическим операциям: анализу и синтезу; сравнению, сопоставлению, противопоставлению, распознаванию; обобщению и систематизации; классификации; упорядочению; аналогии; абстрагированию и др. На соответствующих занятиях идёт формирование психо-физиологической среды ребёнка, при этом важная роль отводится развитию таких качеств психики, как память, ощущения, восприятия, представления, воображение, мышление.

Традиционно такие задачи решаются только в пределах и возможностях конкретных учебных предметов и носят соподчинённый характер. Это затрудняет восприятие учеником знаний в их единстве и взаимосвязи, не дает возможности почувствовать их общезначимость, универсальность методологию познания. В ходе изучения предмета происходит отказ от подчинённого характера предмета. Напротив, конкретные предметные знания служат опорой в усвоении указанного предмета. Предполагается, что полученные знания, выработанные умения и навыки в дальнейшем будут использованы при усвоении материала конкретных учебных предметов, получат при этом новый смысл и содержание, произойдёт дальнейшее их обогащение и совершенствование. Формирование основных логических структур с первых дней обучения в школе будет способствовать системному усвоению учебных знаний, ускорению умственных действий. Таким образом, к 5–6 классу ученик будет подготовлен к восприятию основ научных знаний, к формированию целостной картины мира, к пониманию структуры научного познания, его закономерностей.

Многие дидакты акцентировали внимание на интенсификации педагогических процессов. Но проведение такой работы на устоявшемся и старом содержании учебных курсов и традиционным методическим основам овладения этим содержанием крайне проблематично.

Предлагаются новые подходы к структурированию содержания учебных предметов, а, значит, и принципиально новой типологизации учебных занятий, новых методик работы по ним.

Этапы учебной деятельности (в сокращённом изложении) таковы:

<u>1-й этап.</u> Вводное информирование.

<u>2-й этап.</u> Обобщающе-систематизирующий блок основной проблемы – аналитический.

<u>3-й этап.</u> Подпроблемы (3-1, 3-2, …).

<u>4-й этап.</u> Итогово-систематизирующий блок – синтезирующий (объединение подпроблем).

<u>5-й этап.</u> Итоговый контроль.

<u>6-й этап.</u> Творческое применение знаний.

Деятельность согласно выбранной этапности может быть следующей.

Основные задачи 1-го этапа: заинтересовать учащихся новой темой, т.е. мотивировать процесс получения новых знаний, сформулировать цели и задачи дальнейшей деятельности, создать ориентировочную модель будущего знания, выявить уровень предварительной осведомлённости по проблеме, установить базу для успешного овладения материалом, наметить план действий.

На 2-ом этапе создаются представления о рассматриваемой проблеме, излагается блок обобщесистематизирующих знаний по теме, проводится анализ проблемы, ее разбиение на подпроблемы, в соответствии которыми формируются содержательные блоки, проводится их классификация, систематизация, ранжирование. Эта работа позволит уяснить место и роль конкретного знания внутри данной темы.

На 3-ем этапе, согласно установленной системы изучения содержательных блоков, проходит детальное изучение, разбор содержания блока в плане:

- теоретического аспекта;
- первоначального применения знаний в стандартных ситуациях (отрабатываются алгоритмы действий); работа по предупреждению ошибок, ликвидации пробелов в знаниях;
- практического применения знаний в межтематическом и межпредметном аспектах;
- выполнение проблемно-исследовательских заданий внутри данного блока и первично межблоковых.

Направленность движения соответствует логике рассматриваемого содержания и может быть как блочно-последовательной, так и блочно-параллельной или просто последовательной или параллельной, либо найдут место другие варианты систем и их комбинаций.

Деятельность *на 4-ом этапе* направлена на синтезирующее обобщение; новый обобщённо-систематический взгляд на содержание позволит учащимся установить место данного знания в общей системе знаний, понять их роль и значимость, представить дальнейшие перспективы развития данной содержательной линии.

На 5-ом этапе проводится итоговый контроль, направленный на проверку усвоения базисного уровня знаний, умений и навыков по теме.

6-й этап предполагает завершение работы творческим заданием, связанным с применением знаний.

Рассмотренную последовательность действий можно применять при решении задач любой из подпроблем (3-1, 3-2, …).

В действительности система работы намного сложнее, так как происходит систематическое слияние и вкладывание блоков, образование новых блоков, т.е. идёт постоянная работа по отбору главного, полученного путём обобщений, коррекция основного содержания и др.

В соответствии с нашей концепцией такое структурирование содержания знания приводит к следующему:

– ученик видит конечную цель усвоения знания;
– наблюдает за процессом развития, обогащения знания;

– устанавливает логическую последовательность, взаимосвязь элементов знаний;
– учится отбирать главное в изучаемом содержании;
– проводит анализ и синтез знаний, обобщение и систематизацию;
– определяет задачи каждого этапа действий.

В конечном счёте интенсифицируется процесс усвоения знания.

Построение содержания учебников с учётом данной структуры позволяет существенно сократить их объём, а решение образовательных задач курсов – проводить за меньшие временные промежутки.

Такая работа начата в нашей школе. Принципиально новое содержание учебника «Математика 1» по программе интенсивного развития и обучения позволяет, в частности, при тех же временных затратах, что и в традиционной школе, обучить учащихся четырём арифметическим действиям в пределах 100 на устной основе.

Выбрана следующая **структура изучения материала**.

1. Понятия: следующее число, предшествующее число.
2. Понятие арифметического действия:
   – сложения;
   – вычитания;
   – умножения;
   – деления.
3. Свойства арифметических действий.
4. Связь между арифметическими действиями и взаимные переходы.
   – сложение и вычитание;
   – сложение и умножение;
   – вычитание и деление;
   – умножение и деление;
   – обратимость действий.
5. Порядок выполнения действий.
6. Неизменность результата действия.
7. Изменение числа.
   – увеличение «**на**» несколько единиц;
   – уменьшение «**на**» несколько единиц;

– увеличение «**в**» несколько раз;
– уменьшение «**в**» несколько раз.

8. Взаимоисключение двух последовательных изменений числа одного и того же уровня.

9. Разностное и частностное сравнение чисел. Изменение компонентов действий при:
   – сложении;
   – вычитании;
   – умножении;
   – делении.

Изучение материала проводится в несколько **этапов**:

первый – первоначальное овладение арифметическими действиями с числами 0–10;

второй – с числами 0–20;

третий – с числами 0–100.

Содержание программы математики во 2 классе позволяет обучить учащихся действиям с многозначными числами на устной и письменной основе.

В ходе работы внедряются идеи таких концепций, как **«Раскрытие понятийного аппарата арифметических действий и их свойств»** (1)**, «Задачи и их решение»** (2)**, «Эквинции (авторское название равенств: $a_1+b_1=a_2+b_2$, $a_1–b_1=a_2–b_2$, $a_1 \cdot b_1=a_2 \cdot b_2$, $a_1:b_1=a_2:b_2$) и их свойства»** (3)**, «Одновременное и отдельное изучение многозначных чисел и десятичных дробей»** (4) и других.

Приведем примеры фрагментов этих концепций.

1. Обучение действиям **сложения** и **вычитания** чисел в пределах 20 проходит с опорой на десятичный состав числа, отрабатываются знакомые учащимся приёмы счета.

Действия **умножения** и **деления** вводятся при изучении чисел в пределах 20. Действие умножение вводится как частный случай сложения.

Под умножением понимается операция нахождения суммы равных слагаемых**:**

$$a+a+\ldots+a=c \Rightarrow a \cdot b=c.$$

Действие **деления** вводится через действие **вычитания**.

Под делением понимается операция нахождения количества равных между собой частей данного числа:

$$\boldsymbol{a–b–b–…–b=0 \Rightarrow a:b=c}$$

Операцию **умножения** сводят к операции **сложения**, операцию **деления –** к **вычитанию**, то есть к более простым. Таким образом, указываются правила нахождения произведения и частного. Рассмотренный способ введения действия деления создаёт предпосылки для нестандартного мышления, и как следствие, приводит к интенсификации процесса усвоения сути арифметических действий; позволяет реализовать принцип иерархичности в построении теории; даёт мощное орудие для отработки вычислительных навыков.

Согласно существующим концепциям школьного математического образования действие *деления* вводится через действие *умножение*. При этом нарушается естественный информационный поток: усвоение действия деления ставится в зависимость от усвоения и действия сложения, и действия умножения; разрывается круг между четырьмя арифметическими действиями, а именно, выпадает звено связи действия вычитания и деления, происходит преждевременное сворачивание цепочки логических действий, что неизбежно сказывается на прочности и глубине восприятия изучаемого материала.

2. Значительные перспективы видятся в построении материала учебников математики по тематическому принципу. Так, например, отобрано содержание темы **«*Задачи и их решение*»** учебника «Математика 2». К изучению предложено следующее:

- задача и её составные части;
- как решать задачу;
- простые и сложные задачи;
- план решения задачи;
- запись решения задачи;
- задачи с несколькими требованиями;
- обратные задачи;
- решение задач составлением уравнений;
- выражения к задачам и составление задач по данным выражениям.

Отбор содержания по такому принципу позволяет ученику усваивать материал в единстве и взаимосвязи.

3. Действующие программы по математике, а соответственно и учебники к ним, не предполагают рассмотрение равенств

(эквинций) и их свойств в полном объёме. Рассматривается только пропорция и её свойства. В то же время дальнейшие курсы математики широко применяют и указанные равенства, и их свойства без математического обоснования и изучения указанных понятий. Это ещё один пример отсутствия целостности в построении математической теории, недостаточного уровня обобщённости, наличия разорванности и фрагментарности.

Сформулируем свойства указанных равенств.

Свойства 1–го равенства (интегеренции)

$$\boldsymbol{a_1+b_1=a_2+b_2} \qquad \textbf{(1)}$$

1) Если имеет место интегеренция (1), то имеют место интегеренции:

$b_1+a_1=a_2+b_2$ (b_1, b_2 – крайние члены, a_1, a_2 – средние члены);

$a_1+b_1=b_2+a_2$ (a_1, a_2 – крайние члены, b_1, b_2 – средние члены);

$b_1+a_1=b_2+a_2$ (b_1, a_2 – крайние члены, a_1, b_2 – средние члены).

2) От левой части интегеренции можно единственным образом перейти к правой части (и наоборот) посредством одного из равенств:

$$a_1+b_1=(a_1+m)+(b_1–m),$$
$$a_1+b_1=(a_1-m)+(b_1+m),$$

где m – некоторое число, $m\neq0$.

3) Разность большего и меньшего крайних членов равна разности большего и меньшего средних членов.

То есть верно одно из равенств:

$a_1–b_2=b_1–a_2$ (если $a_1>b_2$, $b_1>a_2$),
$b_2–a_1=a_2–b_1$ (если $b_2>a_1$, $a_2>b_1$),
$a_1–b_2=a_2–b_1$ (если $a_1>b_2$, $a_2>b_1$),
$b_2–a_1=b_1–a_2$ (если $b_2>a_1$, $b_1>a_2$),
$a_1–b_2=b_1–a_2$ (если $a_1<b_2$, $b_1<a_2$),
$b_2–a_1=a_2–b_1$ (если $b_2<a_1$, $a_2<b_1$),
$a_1–b_2=a_2–b_1$ (если $a_1<b_2$, $a_2<b_1$),
$b_2–a_1=b_1–a_2$ (если $b_2<a_1$, $b_1<a_2$).

Используя понятие *модуль числа*, свойство можно сформулировать так: *Модули разностей крайних и средних членов равны*

$$|a_1–b_2|=|a_2–b_1|.$$

<u>Свойства 2–го равенства (дифференции)</u>

$$\boldsymbol{a_1 – b_1 = a_2 – b_2} \qquad \textbf{(2)}$$

1) От левой части дифференции можно единственным образом перейти к правой части посредством одного из равенств:

$$a_1 – b_1 = (a_1 + n)\text{-}(b_1 + n),$$
$$a_1 – b_1 = (a_1 \text{-} n)\text{-}(b_1 \text{-} n),$$

где n – некоторое число ($n \neq 0$).

2) Сумма крайних членов равна сумме средних членов:

$$a_1 + b_2 = b_1 + a_2.$$

3) Если поменять местами крайние или средние члены, то можно получить хотя бы одну новую дифференцию:

$$a_1 – a_2 = b_1 – b_2,$$
$$b_2 – b_1 = a_2 – a_1,$$
$$b_2 – a_2 = b_1 – a_1.$$

<u>Свойства 3-го равенства (мультиплиции)</u>

$$\boldsymbol{a_1 \cdot b_1 = a_2 \cdot b_2} \qquad \textbf{(3)}$$

1) Если имеет место мультиплиция (3), то имеют место и мультиплиции:

$b_1 \cdot a_1 = a_2 \cdot b_2$ (b_1, b_2 – крайние члены, a_1, a_2 – средние члены);
$a_1 \cdot b_1 = b_2 \cdot a_2$ (a_1, a_2 – крайние члены, b_1, b_2 – средние члены);
$b_1 \cdot a_1 = b_2 \cdot a_2$ (b_1, a_2 – крайние члены, a_1, b_2 – средние члены).

2) От левой части мультиплиции можно единственным образом перейти к правой части (и наоборот) посредством одного из равенств:

$$a_1 \cdot b_1 = (a_1 \cdot k) \cdot (b_1 : k),$$
$$a_1 \cdot b_1 = (a_1 : k) \cdot (b_1 \cdot k),$$

где k – некоторое число, $k \neq 0$.

3) Частное большего и меньшего крайних членов равно частному большего и меньшего средних членов (и наоборот).

То есть верно одно из равенств:

$a_1 : b_2 = b_1 : a_2$ (если $a_1 > b_2$, $b_1 > a_2$)
$b_2 : a_1 = a_2 : b_1$ (если $b_2 > a_1$, $a_2 > b_1$),
$a_1 : b_2 = a_2 : b_1$ (если $a_1 > b_2$, $a_2 > b_1$),
$b_2 : a_1 = b_1 : a_2$ (если $b_2 > a_1$, $b_1 > a_2$),
$a_1 : b_2 = b_1 : a_2$ (если $a_1 < b_2$, $b_1 < a_2$),
$b_2 : a_1 = a_2 : b_1$ (если $b_2 < a_1$, $a_2 < b_1$),
$a_1 : b_2 = a_2 : b_1$ (если $a_1 < b_2$, $a_2 < b_1$),
$b_2 : a_1 = b_1 : a_2$ (если $b_2 < a_1$, $b_1 < a_2$).

<u>Свойства 4-го равенства (пропорции)</u>

$$\boldsymbol{a_1:b_1=a_2:b_2} \qquad \textbf{(4)}$$

1) От левой части пропорции можно единственным образом перейти к правой части посредством одного из равенств:

$$a_1:b_1=(a_1\cdot d):(b_1\cdot d),$$
$$a_1:b_1=(a_1:d):(b_1:d),$$

где d – некоторое число, $d\neq 0$.

2) Произведение крайних членов равно произведению средних членов:

$$a_1\cdot b_2=b_1\cdot a_2.$$

3) Если поменять местами крайние или средние члены, то можно получить хотя бы одну новую пропорцию:

$$a_1:a_2=b_1:b_2,$$
$$b_2:b_1=a_2:a_1,$$
$$b_2:a_2=b_1:a_1.$$

Исходя из перечисленных свойств, можно сделать вывод, что **возможны взаимные переходы (т.е. обратимость)**:

интегеренция ↔ дифференция
мультиплиция ↔ пропорция

Анализ содержания математического знания по темам «Натуральные числа», «Десятичные дроби», «Арифметические действия с натуральными числами и десятичными дробями» привел к определённым выводам. Некоторые из них будут сформулированы ниже.

Представляется перспективным изучение дробных чисел начинать с изучения не обыкновенных дробей, а десятичных, т.к. калькуляторы прочно вошли в нашу жизнь.

На более высоком уровне знакомить учащихся с позиционными изменениями числа и на этой основе объяснять им суть действий с разрядными единицами, а не путём формулировки мнемонических правил, не дающих объяснений, а только указывающих пути получения результата по типу: приписать нули, зачеркнуть нули, перенести запятую и пр.

Приведем фрагменты изложения данного материала в ряде разработок автора.

Числа, используемые при счёте, называются натуральными числами.

1 – *наименьшее натуральное число, наибольшего натураль-*

ного числа нет.

n–1, n, n+1 – формулы трёх последовательных натуральных чисел.

Пример. Если n=863, то n–1=862, n+1=864, то 862, 863, 864 – три последовательных натуральных числа.

Разность между двумя соседними натуральными числами равна 1.

Примеры. 126 и 127 два соседних натуральных числа, так как 127–126=1;

45 и 48 не являются соседними натуральными числами, так как 48–45=2.

Натуральные числа бывают:

однозначные, если в их записи используется одна цифра. (однозначных чисел всего девять: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9);

двузначные, если в записи используются две цифры (10, 11, …, 98, 99);

трёхзначные, если в записи используются три цифры (например, 491, 875);

четырёхзначные, если в записи используются четыре цифры и т.д.

4085, 25974, 1000000 – примеры многозначных чисел.

Для записи натуральных чисел используются цифры:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Это арабские цифры.

Запись цифр в числе упорядочена согласно следующему свойству:

Каждая единица левостоящего разряда равна десяти единицам правостоящего разряда.

Это свойство отражено в названии и записи чисел.

Так как значение цифры в числе зависит от позиции, которую она занимает, то применяемая система исчисления называется позиционной.

Чтобы не ошибаться в определении позиции цифры, введены понятия: *класс* и *разряд*. Каждая цифра в числе занимает определённое место (т.е. позицию), которое имеет название.

Изменение позиции цифры в числе приводит к изменению числа, так как изменяется разрядная единица, в позиции которой была записана эта цифра.

Каждое смещение всех цифр числа на одну позицию влево *увеличивает это число в* 10 *раз.*

Каждое смещение всех цифр числа на одну позицию вправо уменьшает это число в 10 *раз.*

Сохранение основной структуры знания по отдельным содержательным линиям с 1-го по выпускной класс позволяет ученику усваивать материал в единстве и взаимосвязи, наблюдать за процессом совершенствования и обогащения знания, переходить с низшего уровня их восприятия на более высокий, проводить обобщение и систематизацию.

Изложенными идеями не ограничивается ***технология интенсивного развития и обучения,*** в тоже время их рассмотрение даже некоторых из них даёт право сделать оптимистический вывод: возможности интенсификации учебно-воспитательного процесса есть и при том – большие. Педагогическая общественность не должна стоять в стороне от решения этих задач.

О ВВОДНОМ КУРСЕ СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИКИ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ВУЗАХ

В.В. Петров, Е.В. Елисеева
г. Кривой Рог, Криворожский государственный педагогический университет

Введение

Современные разделы математики лежат в основе таких дисциплин как информатика, кибернетика, экономика, теория управления и др. Без усвоения элементов этих разделов математики изучение многих дисциплин в современных условиях становится весьма проблематичным. Это понимают как математики, так и специалисты по теории и организации обучения – дидакты теоретики и практики. В связи с подготовкой к внедрению в среднюю школу курса «Основы кибернетики» (АПН СССР, первая половина 70-х гг., В.С. Леднев, на Украине – В.Н. Касаткин) велась интенсивная работа по популяризации идей современной математики. Однако, исследования по разработке указанного курса были приостановлены во второй половине 70-х гг. и наметившаяся тенденция к ревизии содержания школьных курсов математики потеряла опору. Профессионалы-математики стали отходить от проблем школьной математики, учителя перестали получать доступное изложение элементов современной математики на страницах методических журналов.

Подавляющее большинство учителей старших классов – это выпускники педагогических вузов. Они не изучали и не изучают в достаточном объеме многих разделов современной математики.

Ориентация обучения в старших классах на выпускной и вступительный экзамены привела к тому, что в содержании школьных курсов математики стали закрепляться второстепенные знания и умения. Наибольшее внимание стало уделяться выработке навыков формальных преобразований. Такая практика критикуется математиками. Так у Д. Литлвуда находим, что навыки преобразований «...далеко не ведут. Мой опыт показывает, что после нескольких лет от них ничего не остается, кроме умения щелкать как орешки экзаменационные задачи (из современных сборников) с маленьким глупым чувством гордости за демонстрируемую виртуозность, которая ценится и по сей день; меня это никогда не заботило в отличие от моих младших коллег». [7, с. 72]. В последнее время усилилась критика практики обучения математике в средней школе (М.О. Перестюк, В.А. Вышенский [3] и др.), в педагогических институтах (Новиков, Насыров и др.) и классических университетах (В.И. Арнольд). Она затрагивает вопросы «как обучать» и «чему обучать» (Ф. Клейн, Ж. Дьедонне, А.Н. Колмогоров [5], Г. Фройденталь, А.А. Столяр, С. Крыговская и др.).

В связи с постановкой в средней школе курса ОИВТ обострилась проблема содержания школьного курса математики. Сбывается прогноз А.Н. Колмогорова о назревании в некоторых странах «бунта прикладников» из-за традиционного содержания математики. [5, с. 3]. Итак, изменение содержания школьного курса математики стало актуальной проблемой.

О необходимости включения некоторых разделов современной математики в школьный и вводный курсы

Рассмотрим проблему изменения содержания школьного и педвузовских математических курсов с позиции психологов, занимающихся вопросами формирования интеллекта. В человеческом интеллекте психологи выделяют следующие компоненты: 1) вербальный; 2) пространственный; 3) формально-символический. В.Н. Дружинин считает, что вербальный фактор обеспечивает успешность изучения всего спектра учебных дисциплин – гуманитарных, естественнонаучных и физико-математических. Пространственный интеллект влияет на успешность обучения физике, математике и другим дисциплинам. Формально-символический фактор обеспечивает успешность усвоения лишь определенной (достаточно узкой) части математических знаний. На основе этого В.Н. Дружинин приходит к выводу, что «избыточное внимание, которое зачастую уделяется при обучении предметам физико-математического цикла и формированию именно формального интеллекта не имеет оснований. Следует первоначально опираться на развитие пространственного и вербального интеллекта и только затем – формального». [4, с. 37].

Отличительной особенностью (атрибутом) современной математики является условие «одолевать проблему при минимуме слепых вычислений и максимуме наглядных идей». [2, с. 25]. Поэтому современные разделы математики более приспособлены для формирования интеллекта. Внедрению современной математики в обучение мешает школьная традиция, и система подготовки учителей. Курсы методики преподавания математики ориентированы на действующие программы и учебники, большинство из которых реализуют старую парадигму обучения математике – повышенное внимание формированию формально-символического компонента интеллекта. Новая парадигма обучения математике была предложена Г. Фройденталем в статье «New math or new education?» («Новая математика или новое обучение ей?»). Его предложения можно представить так: математика – это скорее активность, чем готовый предмет; более важно математизирование (mathematizing), чем математизация (mathematized); более важно переоткрытие (вторичное открывание), чем передача фактов; более важны связи, чем изолированные факты; более важно творение понятий, чем усваивание их в готовом виде; более важно многократное приближение к новым понятиям, чем многообразное воплощение их; более важно понимание, чем умение. При относительной спорности этих предложений в целом его идеи согласуются с рекомендациями экспертов по креативной психологии и дидактов, разрабатывающих технологии проблемного обучения.

Развитие и интенсивное внедрение информатики, вычислительной техники, новых информационных технологий в широкую практику – все это сделало крайне необходимым усвоение элементов современной (в частности, дискретной) математики, ее рабочих понятий уже в школе. Без этих знаний два курса математика и информатика, генетически связанных между собой, в обучении представлені изолировано друг от друга. Разрушаются связи и трудно реализовать принцип системности знаний. Это приводит к ориентации курса информатики на усвоение пакетов прикладных программ и на пользовательский уровень, что усугубляет положение обоих дисциплин. Отличительной особенностью отечественной школы был, остается и должен оставаться принцип фундаментальности образования. Составители концепций, программ и учебников отдают приоритет фундаментальным знаниям – они менее подвижны. В основе информатики и самой математики все большую роль играют такие разделы как: 1) математическая логика и теория алгоритмов; 2) алгебраические структуры и современная алгебра; 3) комбинаторный анализ и теория графов; 4) теория вероятностей (дискретная и континуальная) и исследование операций; 5) теория информации и теория кодирования (оптимального и помехоустойчивого); 6) теория функциональных и формализованных систем. Мы считаем, что учащихся старших классов необходимо знакомить с элементами указанных разделов математики и с их приложениями. Без этого трудно поддерживать мотивацию занятий математикой. Так как технологическая цепочка «школа – педагогический институт (университет)» замкнута, то модернизацию курсов естественнее начинать с педагогических вузов.

В связи с этим мы предлагаем вводный курс математики для студентов с дополнительной специализацией «Информатика». Подобного типа курсы в вузах развитых стран уже поставлены. На основе постановки этих курсов издана на Западе и переведена на русский язык обширная литература [1, 6, 9].

С нашей точки зрения, данный курс должен обеспечить минимальный уровень подготовки по некоторым разделам современной математики, необходимый для дальнейшего успешного усвоения обучаемыми специальных курсов, связанных с информатикой, программированием и приложениями математики. Некоторые разделы предлагаемой программы мы апробировали на вводном курсе математики для специальностей «Математика-Информатика», «Физика-Информатика», «Химия-Информатика» и др. в рамках курсов выравнивания по математике, школьного курса и методики преподавания информатики. Курсы ставились по-разному. Стандартно – лекционные и семинарские занятия, и безлекционно – практические либо лабораторные работы. Опыт показал, что второй вариант предпочтительнее, так как позволяет воспользоваться методом «целесообразно подобранных задач» (метод Шохора-Троцкого). Теория усваивается по мере их необходимости в предварительных сведениях к серии и/или в пояснениях к условиям отдельных задач, либо в решениях и замечаниях к обсуждению решений. Мы опирались на опыт работы с продвинутыми обучаемыми, который отражен в книгах Д. Пойа, П. Халмоша, и др. Источником информации послужили книги Г. Биркхгофа и Т. Барти [1], Д. Кука и Г. Бейза [6], Т. Фудзисава и Т. Касами [9], В.П. Сигорского [8] и др.

Программа вводного курса математики

для студентов 1-го курса педагогических вузов, с дополнительной специализацией "информатика и вычислительная техника".

1.Введение. Множества, отношения, функции. Алгоритмы. Исчисление сумм и произведений.

2. Перечислительная комбинаторика и дискретная вероятность.

2.1. Основные принципы перечислительной комбинаторики.

Принцип включения и исключения. Рекуррентные соотношения и разностные уравнения. Производящие функции. Алгоритмы решения комбинаторных задач.

2.2. Вероятности дискретных случайных событий. Булева алгебра и аксиоматика теории вероятностей.

3. Элементы теории информации.

3.1. Измерение информации по Хартли.

3.2. Энтропия и информация.

3.3. Передача информации.

4. Арифметико-логические основы ЭВМ.

4.1. Основные понятия: двоичная и логическая арифметики, конечные алгебраические структуры.

4.2. Двоичная булева алгебра и ее приложения. Булевы функции и способы их задания. СДНФ и СКНФ. Элементная база ЭВМ. Комбинационные схемы. Методы минимизации комбинационных схем.

5. Элементы теории графов.

5.1. Вводные понятия.

5.2. Маршруты, циклы и связность.

5.3. Планарные графы.

5.4. Машинное представление графов.

5.5. Обход графа.

5.6. Ориентированные графы.

6. Матричное представление отношений.

6.1. Матрицы и бинарные отношения на конечных множествах.

6.2. Матрицы над другими алгебраическими структурами.

6.3. Матрицы и векторные пространства.

6.4. Графы в матричном представлении

7*. Компьютерная геометрия.

Системы координат для подмножеств R3. Преобразования. Кривые и поверхности.

8*. Кодирование и декодирование.

(* *– для необязательного изучения* (*для успевающих студентов*)).

Анализ проделанной работы

В заключение отметим, что проверки, проводимые на последующих курсах преподавателями, читающими такие дисциплины, как основы информатики, программирование, архитектура-ЭВМ, методы математического моделирования позволили сделать следующие выводы: 1) у студентов повышается мотивация и успешность изучения перечисленных выше дисциплин; 2) постановка вводного курса современной математики обеспечивает дидактические условия усвоения смежных разделов математики алгебры и теории чисел; 3) готовит будущего учителя к неизбежным реформам содержания школьных курсов естественно-математического цикла.

Литература

1. Биркхгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. – М.: Мир, 1976. – 400 с.
2. Вейль Г. Математическое мышление. – М.: Наука, 1989. – 400 с.
3. Вишенський В.А., Перестюк М.О. Якою бути шкільній математиці // Освіта, 7-14 липня 1999. – с. 6.
4. Дружинин В.Н. Психология интеллекта //Педагогика, 1998. – №2 – с. 32-37.
5. Колмогоров А.Н. Современная математика и математика в современной школе //Математика в школе. – №6. – 1971. – с. 2-3.
6. Кук Д., Бейз Г. Компьютерная математика. – М.: Наука, 1990. – 384 с.
7. Литлвуд Д. Математическая смесь. – М.: Наука, 1990. – 140 с.
8. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – К.: Техника, 1975. – 768 с.
9. Фудзисава Т., Касами Т. Математика для радиоинженеров: теория дискретных структур. – М.: Радио и связь. – 1984.– 240 с.

ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОМБІНАТОРИКИ ТА ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

М.О. Рашевський[1], І.Я. Василенко[2]
[1] м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет
[2] м. Дрогобич, Дрогобицький державний педагогічний університет ім. Івана Франка

Курс комбінаторики та теорії ймовірностей є відносно новим для сучасного шкільного курсу математики [1], хоча питання як змісту, так і методики викладання неодноразово обговорювались раніше [2, 3]. Згідно з дослідженнями Ж. Піаже, задачі на підрахунок числа варіантів є загалом прерогативою підлітків. Дослідженню методики формування найпростіших комбінаторних понять у школярів молодшого віку присвячено роботу [3], де експериментально доведено, що при організації специфічної учбової діяльності згадані учні засвоюють досить глибокі абстрактні поняття і значно раніше досягають того рівня інтелекту, який спостерігається при спонтанному розвитку. Там же вказано на недоліки введення комбінаторних понять за схемою: приклад ситуації $\rightarrow$ означення відповідної сполуки $\rightarrow$ доведення формули для підрахунку кількості сполук $\rightarrow$ розв’язання задач на даний тип сполук за доведеною формулою. Наведена схема є традиційною для розроблених на той час курсів і згідно з [3] у результаті такого вивчення досить часто «…учащиеся имели дело с готовым понятием какого-либо соединения, не улавливая процесса построения этого понятия, … динамику процесса его развития».

Якщо ставити за мету формування ймовірнісного мислення, розробку стохастичної лінії шкільного курсу математики, то не можна сподіватися отримати позитивний результат як наслідок вивчення даних тем лише у відповідності до програми. Пропедевтику курсу необхідно починати ще у початковій школі. Необхідність цілісного курсу при цьому не ставиться під сумнів.

Для більшості стандартних задач шкільного курсу можна сформувати алгоритми їх розв’язання. Педагогічне керування розумовою діяльністю учнів під час навчання методам або способам розв'язання задач є ефективнішим в умовах алгоритмізації навчання та широкого застосування моделювання у навчальному процесі. Комбінаторні задачі, як правило, не є стандартними. Для розв'язування нестандартних задач необхідне володіння евристичними методами та прийомами. Для задач, що не піддаються алгоритмізації, але для яких відомі методи виконання у вигляді схем орієнтованої основи дії [4] запропоновано будувати так звані структурно-функціональні схеми. Якщо кожен елемент алгоритму є чіткою вказівкою на виконання однозначної операційно-обчислювальної дії, то в структурно-фукціональній схемі блоки–вузли містять лише найімовірніші для виконання розумових операцій дії, а власне вузли–блоки схеми є не більше, ніж орієнтирами–підказками для того, хто розв'язує навчальну вправу. Структурно-функціональна схема охоплює цілий клас навчальних вправ, маючи більш узагальнений характер. Побудувати згадану схему для всього класу комбінаторних задач навряд чи є можливим, проте використавши у блоці «Детектор» уніфіковану схему комбінаторних структур [5, с. 28], яку зобразимо у вигляді такої таблиці

СПОЛУКИ

	без повторень	з повтореннями
Невпорядковані	C_n^k	C_{n+k-1}^k
Впорядковані	A_n^k, P_n	$\bar{A}_n^k$, $P_n(n_1, n_2, \ldots, n_k)$

можна попередити ряд помилок, про які йшлося у [3]. Останні, як правило, виникають внаслідок неправильного використання того чи іншого типу сполук, помилкового вирішення питання – впорядкована чи невпорядкована множина є моделлю ситуації даної задачі.

Означивши комбінаторну структуру як k–елементну множину, утворену з n–елементної множини за певним правилом [6], увівши впорядковані та невпорядковані множини, оперуючи при цьому правилами суми та добутку (для підрахунку кількості сполук), далі особливу увагу слід звернути на формування поняття відображення та взаємно однозначної відповідності, які є основними при розв'язуванні задач запропонованим далі способом.

Розв'язуючи комбінаторну задачу, слід з'ясувати – впорядкованій чи невпорядкованій множині відповідає модель, чи мають місце повторення. У таблиці знайдемо – яку саме формулу слід застосувати. При необхідності скористаємось правилами суми та добутку. Роботу схеми-таблиці розглянемо на прикладах.

Приклад 1. Троє друзів мають 40 однакових яблук. Скількома способами вони можуть їх розділити між собою так, що: *а)* кожен може взяти будь-яку кількість яблук; *б)* кожен отримає не менше, ніж по k яблук.

Розв'язання. Нехай A, B, C – "імена" друзів. Кожному розподілу яблук поставимо у відповідність множину вигляду $\{A_1, B_2, C_3, A_4, B_5, \ldots, B_{39}, C_{40}\}$. Запис A_i (B_i, C_i) вказує на те, що i–е яблуко взяв A (B, C). Очевидно, що відповідність є взаємно однозначною. Побудована множина є невпорядкованою (оскільки яблука однакові, отже місце у множині не відіграє ролі) і з повтореннями. За таблицею визначаємо число множин, а отже і варіантів розподілу: $C^{40}_{40+3-1}=861$. Для виконання умови *б)* необхідно, щоб кожен із друзів отримав спочатку по k яблук (одним способом). Тоді ті, що залишились $40-3k$ можна розподілити $C^{40-3k}_{40-3k+3-1}$ способами: тут кожному розподілу ставиться у відповідність множина $\{A_1, B_2, C_3, A_4, B_5, \ldots, B_{39-3k}, C_{40-3k}\}$.

Приклад 2. До комісії входить n осіб. Матеріали зберігаються в сейфі, доступ до якого можливий тоді і тільки тоді, коли збереться не менше, ніж m членів комісії. Скільки треба виготовити ключів до кожного замка і як розподілити їх серед членів комісії, щоб виконати цю умову?

Розв'язання. Кожному замку поставимо у відповідність множину $\{a_1, a_2, \ldots, a_{m-1}\}$ – групу з $m-1$ членів комісії, які не можуть відкрити даний замок. Множина є невпорядкованою і не допускає повторень, тому таких множин (а отже і замків) є C_n^{m-1} – див. таблицю. Ключі від цього замка повинні бути в інших $n-(m-1)$ членів комісії. Тому ключів повинно бути $(n-m+1)C_n^{m-1}$.

Спосіб розв'язання задач за допомогою побудови k–множин є по суті методом математичного моделювання і формує комбінаторний стиль мислення. В процесі побудови множини учні навчаються моделюванню – як конструюванню, так і дослідженню моделей реальних явищ. Останнє, як відомо, є метою навчання математиці.

За браком відведеного часу на вивчення програмного матеріалу доцільно виділити типові задачі, засвоєння яких є необхідним для подальшого ознайомлення з матеріалом. Такими є три задачі [6, стор. 28]: задача про спортлото (гіпергеометричний розподіл), задача про дні народження та задача про збіги. При цьому можна виділити клас задач, загальна схема виконання яких може бути представленою у вигляді структурно-функціональної схеми розумових дій типу алгоритмічного розпорядження.

1. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу 10–11 кл. – К.: Зодіак–ЕКО, 1996. – 606 с.
2. Виленкин Н.Я., Блох А.Я. Изучение дискретной математики в школе. – Математика в школе, 1977, №6, с. 64–68.
3. Голубкова Н.К. Экспериментальное формирование комбинаторных понятий в курсе математики начальной школы. // Проблемы преподавания математики в школе. – М.: МГЗПИ, 1984. – 143 с.
4. Гильманов Р.А. Проблема дидактометрии трудности учебных упражнений. – Изд-во Казанского университета, 1989. – 182 с.
5. Баранов В.И., Стечкин Б.С. Экстремальные комбинаторные задачи и их приложения. – М.: Наука, 1989. – 160 с.
6. Шефтель З.Г. Теорія ймовірностей. – К.: Вища шк., 1994. – 192 с.

ДО ПИТАННЯ ПРО ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ІСТОРІЇ МАТЕМАТИКИ В СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

А.О. Розуменко
м. Суми, Сумський державний педагогічний університет
ім. А.С. Макаренка

Організація учителем математики спеціальної роботи по вивченню елементів історії математики дозволяє вирішувати цілий ряд педагогічних задач:

1) підвищення інтересу до вивчення математики;
2) розширення кругозору учнів, формування їх загальної культури;
3) формування наукового мислення;
4) гуманістичне виховання.

Загальноприйнятим є використання вчителем математики елементів історизму при вивченні тієї чи іншої теми шкільного курсу математики. Та в основному вони обмежуються повідомленням біографічних відомостей із життя вчених-математиків. Поза увагою учнів залишаються наукові ідеї, пошуки, проблеми, методи математичної науки. Тобто саме той матеріал, який сприяє розвитку мислення учнів, формуванню їх наукового світогляду. Цього недоліку можна уникнути. На наш погляд, доцільним є проведення інтегрованих уроків з історії та математики. Структура таких уроків може бути такою:

1) загальна характеристика політичного, економічного та загальнокультурного стану епохи;
2) загальна характеристика рівня розвитку математичних знань того часу, аналіз математичних ідей;
3) вчені-математики тих часів, їх внесок у розвиток математичних знань, біографічні відомості, особисті риси характеру тощо.

Найбільш природною формою проведення таких уроків є лекція або семінар. Зміст і кількість таких уроків може бути різною. Це визначається ерудицією та смаком учителя. Головну увагу слід приділити розвитку математики за перші три періоди (відповідно до періодизації історії математики, запропонованої академіком А.М. Колмогоровим), а саме:

1) з найдавніших часів до VI-V ст. до н.е. (Єгипет, Вавилон, Індія, Китай);

2) з V ст. до н.е. до кінця XVI ст. н.е. (Стародавня Греція, Арабська математика, період раннього і пізнього Європейського Середньовіччя, епоха Відродження);

3) з кінця XVI ст. до середини XIX ст.

Ці періоди відповідають вимогам програми шкільного курсу математики. Бажано ознайомити учнів і з деякими питаннями сучасної математики (на доступному для них рівні), і з розвитком математики на Україні.

Історія математики містить великий фактичний матеріал, тому виклад має широкі можливості.

Крім інтегрованих історико-математичних уроків, можна запропонувати такі теми для занять математичного гуртка:

1) Задачі древнього Єгипту.

2) Задачі древнього Вавилону.

3) –5) Три великі задачі давнини (про квадратура круга; про подвоєння куба; про трисекцію кута).

6) Евклід та його геометрія.

7) Аксіоматичний метод в математиці.

8) Геометрія М.І. Лобачевського.

9) Історія виникнення диференціального та інтегрального числення.

Відмітимо ще один аспект вивчення елементів історії математики. В сучасній системі освіти все більшої популярності набувають так звані Малі академії наук, які об'єднують учнів-дослідників. Історія математики може стати джерелом тем дослідження юних любителів математики. Особливої уваги при цьому потребує вивчення місцевого матеріалу, знайомство з математиками-земляками. Слід зауважити, що дослідження такого типу вимагають від учня не тільки вміння аналізувати, порівнювати, узагальнювати матеріал але й досить високого рівня математичних знань.

ДІАЛОГІЗАЦІЯ ЯК ЗАСІБ РЕАЛІЗАЦІЇ ОСОБИСТІСНО-ОРІЄНТОВАНОГО ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ

І.Б. Рудь
м. Ірпінь, Академія державної податкової служби України

Головною метою особистісно-орієнтованого навчання є створення викладачем, учителем умов для розвитку кожної особистості в навчальній групі. При цьому потрібні, так би мовити, "дійти" персоналізовано до кожного студента, учня у відповідності з їх особливостями, нахилами, потребами та можливостями. Це є складним завданням. Для його вирішення має бути здійснено пошук певних дидактичних засобів, які б надавали можливість максимально наближати викладача до учня (студента). Одним із шляхів щодо вирішення цього завдання є розробка такої проблеми, як діалогізація навчального процесу.

Навчальний процес має бути налагоджений таким чином, аби студент без примусу прагнув до активного, систематичного, самостійного оволодіння знаннями. Він повинен сам уміти визначати свій рівень підготовки, здібностей і відповідно до цього вибирати темп засвоєння знань, рівень труднощів навчального матеріалу саме для себе. Навчання ж при цьому має нести позитивні емоції, що сприятиме як ефективному засвоєнню навчального матеріалу, так і встановленню здорового психологічного клімату в групі, налагодженню нормальних, людяних стосунків між викладачами і студентами, між самими студентами. Створенню таких умов сприяє діалогізація навчального процесу.

Проблема діалогізації в останнє десятиріччя стала привертати увагу все більшої кількості вчених різних галузей наукових знань. Адже спроби осмислити проблему діалогу робилися ще в стародавній індійській філософії. За античних часів окреслились підходи до створення діалогіки як теорії діалогу. Так, згідно з вченням Сократа, яке розвинув Платон, тільки діалог відкриває "шлюзи" для творчої енергії, що дрімає всередині кожного з нас. Певний внесок шляхом розробки теорії і методологи античного діалогу – так званих опіків – вніс Аристотель.

Багато уваги було приділено проблемі спілкування, і зокрема, діалогу, психологами Г.М. Кучинським, А.Б. Добровичем, Ю.М. Смельяновим, А.А. Леонтьєвим, С.Л. Рубінштейном, В.А. Кольцовою. Успішну, на наш погляд, спробу філософського обґрунтування ролі діалогу в житті суспільства, в становленні особистості як такої здійснив Г.Я. Буш. Не обійшов увагою цю проблему й дидакти. В якості одного з методів навчання в ході проблемного викладання навчального матеріалу пропонує використовувати діалог академік М.І. Махмутов.

На думку В.В. Серікова, навчальний діалог можна вважати специфічним видом технології. У відповідності з особистісною парадигмою він постає не тільки як один із методів навчання, а і як невід'ємний компонент, внутрішній зміст будь-якої особистісно-орієнтованої технології навчання. Діалогічність виступає тут однією із сутнісних характеристик навчального процесу, показником переходу його на особистісно смисловий рівень. Автор розглядає діалог не тільки в якості засобу, але й як самоціль навчання, не тільки як процес, але й як зміст, джерело особистісного досвіду, фактор актуалізації смислоутворюючої, рефлексивної, критичної та інших функцій особистості.

Структурно категорії "навчання" та "діалог" мають відмінності. Традиційне навчання апріорі передбачає підпорядкованість учня, ієрархічність відносин з учителем, їх "вертикальність". Педагоги називають це "фактором веденості". Діалог же в нашій свідомості асоціюється, насамперед, через відносини партнерства, співробітництва, взаєморозуміння, "горизонтальності".

Таким чином, застосування діалогу в навчанні передбачає усунення відомого дидактичного протиріччя щодо ієрархії та субординації відносин між викладачем та студентом. Саме діалог дозволяє розв'язати це протиріччя, що означає установлення суб'єкт-суб'єктних відносин: "горизонтальних" – співробітництва, рівності, партнерства, підняття суб'єктом (вчителем) об'єкта до свого рівня.

У вітчизняній практиці ідеї "педагогіки співробітництва" та діалогізації стали необхідним та закономірним кроком у розвитку нашої школи, перехідним етапом до сучасного періоду гуманізації відносин суб'єктів навчання, орієнтації в навчанні на учня як на особистість.

Таким чином, при реалізації особистісно-орієнтованого навчання потрібно втілювати й ідею діалогізації. Це об’єктивно має вплинути на технологію і зміст навчання, його організацію й методику. Вчитель не тільки сам має бути активним на заняттях, але й втілювати сприяти активізації учнів, співробітничати з ними. Тут повинен мати місце зсув акцентів при застосуванні таких методів виховання, як переконування, заохочення, примушування. Не обійтися й без змін форм занять. Вимоги встановлення психологічного контакту, відносин взаємодовіри об’єктивно примушують вчителя скорочувати міжособистісну дистанцію спілкування, знаходитись в “зоні довіри” людини, а на занятті це означає – по можливості більше бути зі студентами, серед них, а не тільки за трибуною чи кафедрою. Повинен змінитися й зміст навчального матеріалу, що виноситься на заняття, з урахуванням ступеня труднощів та можливості ведення осмисленого діалогу. Більше часу студент має витрачати на підготовку до занять, аби на них обговорювати найважливіші проблеми (з певним попереднім оволодінням таким матеріалом), впевнено вести діалог.

Таким чином, в процесі навчання діалог набуває вигляду своєрідного синтезу функцій навчання й форми спілкування. З одного боку, він є засобом досягнення цілей навчання, з іншого – він активно привносить в процес навчання ознаки спілкування: встановлює стійкій, активний прямий і зворотній зв’язок між суб’єктами навчання; від суб’єктів навчання діалог вимагає з’ясування смислових позицій один одного; йде побудова суб’єкт-суб’єктних відносин, відносин партнерства й співробітництва, зведення до мінімуму негативного психологічного впливу на учня (студента), фактору його “ведености”. Саме останнє є могутнім психологічним фактором розвитку самостійності студента, становлення його особистості під керівництвом викладача.

В процесі викладання навчальної дисципліни застосовуються різноманітні форми організації занять (лекції, семінари, практичні та лабораторні заняття, індивідуальні співбесіди, консультації, самостійні заняття тощо). Розглянемо більш детально застосування діалогічних елементів на основних видах занять в процесі викладання математики (лекція, практичне заняття, самостійна робота).

В процесі читання лекції можливе застосування викладачем різноманітних засобів діалогу, а саме:

- гуманізація відносин викладача зі студентами, встановлення демократичного характеру спілкування;
- встановлення психологічного контакту з аудиторією за ініціативою викладача;
- ведення швидкоплинних динамічних діалогів викладача зі студентами;
- управління увагою студентів;
- звернення до досвіду студентів;
- застосування специфічних форм діалогу (бліц-анкетування, записки з питаннями тощо).

В процесі викладання математики на практичних заняттях, в залежності від форм їх організації (фронтальна, групова, бригадна, парна, індивідуальна), застосовувались основні наступні засоби діалогізації:

- ❑ "мозковий" штурм (формулювання задачі, тренувальна розминка, атака, оцінка, відбір і оголошення кращих пропозицій щодо шляхів розв'язання задачі);
- ❑ синтез думок або "синектика" (є різновидом "мозкового" штурму, всебічний аналіз кожної пропозиції щодо розв'язання задачі здійснюється по мірі її надходження);
- ❑ інтелектуальна розминка (почергова постановка студентам з боку викладача низки питань щодо наступного розгляду навчальних питань заняття; використовується для скорочення часу адаптації студентів до розгляду навчального матеріалу поточного заняття);
- ❑ мнемотурнір (постановка низки запитань визначеному студенту з боку самих студентів);
- ❑ вогонь по підгрупі (запитання ставляться самими студентами до визначеної підгрупи студентів).

В ході самостійній підготовки викладач створює умови для постійного отримання студентами консультацій з питань, проблем, що викликають утруднення. Викладач має можливість спрямувати хід самостійної роботи на вивчення та повторення навчального матеріалу, виконання домашніх завдань, вправ, прикладів тощо. Саме в час самостійної підготовки викладач має можливість налагодження довірливих стосунків зі студентами, вивчати їх індивідуально-психологічні особливості. Це необхідно йому для реалізації особистісно-орієнтованого викладання навчального предмету.

Таким чином, особистісно-орієнтоване викладання навчального предмету доцільно будувати шляхом створення таких умов, аби студент прагнув до свідомого, активного, систематичного, самостійного оволодіння знаннями. Цьому суттєво сприяє включення студента в активну *діяльність* або *спілкування (діалог).*

Головна роль в реалізації особистісно-орієнтованого викладання належить вчителю (викладачу) навчального предмету як конструктору, організатору та керівнику процесу підготовки фахівців.

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТУ MAPLE ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ “ПЕРЕТВОРЕННЯ”

О.В. Семеніхіна, В.Г. Шамоня
м. Суми, Сумський державний педагогічний університет

У зв’язку з розвитком демократії в нашій країні і розширенням міжнародних зв’язків сучасна українська освіта не мислиться без явного формування стандартів за рядом вузлових галузей знань, в тому числі і дисциплін фізико-математичного циклу. З урахуванням специфіки фізико-математичних навчальних дисциплін і їх методологічної ролі природним є формування освітнього стандарту у вигляді сукупності знань, умінь та навичок, які дозволяють розв’язувати задачі практичного та навчального характеру, зміст котрих є мірилом освітнього стандарту.

Введення стандартів у систему вузівської освіти передбачає не тільки створення самих стандартів, але й підготовку ґрунту для їхнього впровадження, що неодмінним чином включає в себе відповідну модифікацію як самого навчального курсу, так і методики його викладання.

Застосування системи стандартів особливо ефективне при індивідуальному підході до тематики і планування як теоретичного, так і практичного (задачного) матеріалу. Індивідуальна робота з перспективними учнями та студентами широко практикується в усьому світі, в той же час індивідуальна масова робота неможлива із-за значних трудовитрат. Незамінним помічником в цьому плані виступають персональні комп’ютери та сучасні інформаційні технології навчання (НІТ).

Нижче пропонується стисле описання застосування НІТ при вивченні теми з аналітичної геометрії “Перетворення”.

На принципах модульного навчання, запропонованих в [1], нами було розроблено зміст навчального та задачного матеріалу до навчального модуля по темі “Афінні перетворення” з курсу аналітичної геометрії. Оскільки і матеріал навчального модуля сам по собі, а особливо відповідні йому математичні обчислення досить громіздкі, для концентрації уваги учнівської молоді на суті навчальної задачі нами пропонується як допоміжний засіб використання прикладного пакету MAPLE.

Нижче ми пропонуємо розв'язання типових задач теми на базі цього математичного пакету (більш докладна інформація про використання пакету MAPLE приведена в спеціальних дослідженнях [1, 2], а тут пропонується один з варіантів використання пакету в навчальному курсі аналітичної геометрії).

В шкільному курсі геометрії передбачено ознайомлення учнів з перетвореннями на площині: осьовою симетрією, поворотом, паралельним переносом, центральною симетрією та гомотетією. Вузівський курс геометрії (аналітичної геометрії) на сьогоднішній день пропонує два принципово відмінних підходи до вивчення перетворень: від загального – проективні перетворення до частинних випадків перетворення – рухів, та від детального вивчення частинних випадків – рухів до узагальнення їх в курсі проективної геометрії. Перший підхід, в основному, реалізується в класичних університетах, в той час як другий – в вузах педагогічного профілю.

Як узагальнення багаторічного досвіду навчання аналітичної геометрії в вузах нами пропонується навчальний модуль «Перетворення». Нижче приведено тезовий зміст навчального модуля та приклади розв'язання типових навчальних задач в середовищі математичного пакету MAPLE.

При розв'язанні задач теми «Перетворення» дуже широко можна використовувати апарат векторної алгебри, але при цьому слід пам'ятати ряд тверджень, а саме:

1. У загальному вигляді формули афінного перетворення записуються як $\boldsymbol{y}=\mathbf{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}$, де $\mathbf{A}$ – матриця переходу від старих координат (x^1, x^2, x^3) до нового (y^1, y^2, y^3), $\boldsymbol{x}$ – координати прообразу (розуміються як вектор), $\boldsymbol{y}$ **–** координати образу (розуміються як вектор), $\boldsymbol{b}$ – вектор паралельного переносу; якщо перетворюється площина, то x^3 і y^3 відсутні.
2. У матричному вигляді рухи можна записати $\boldsymbol{y}=\mathbf{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}$, де $\mathbf{AA^T=E}$, причому, ортогональні перетворення (рухи) поділяються на рухи першого роду (det($\mathbf{A}$)=1) і рухи другого роду (det($\mathbf{A}$)=–1).
3. Рухи, що зберігають орієнтацію площини, називають власними, ті, що змінюють орієнтацію, – невласними.
4. Якщо |det($\mathbf{A}$)|=0, то перетворення називається виродженим.
5. Рух першого роду є :

– поворотом тоді і тільки тоді, коли він має одну нерухому точку;
– переносом тоді і тільки тоді, коли він не має нерухомих точок;
– тотожним тоді і тільки тоді, якщо він має принаймні дві нерухомі точки.

6. Рух другого роду є:
   – осьовою симетрією тоді і тільки тоді, якщо він має одну нерухому точку;
   – переносною симетрією тоді і тільки тоді, якщо він не має нерухомих точок.

Студент користується одержаними знаннями для напрацювання вмінь при розв'язанні наступних типових задач.

Записати формули перетворення, якщо задані точки образів та прообразів. Задачі такого типу зводяться до розв'язання системи рівнянь: $y^1=a_{11}x^1+a_{12}x^2+a_{13}x^3+b^1$, $y^2=a_{21}x^1+a_{22}x^2+a_{23}x^3+b^2$, $y^3=a_{31}x^1+a_{32}x^2+a_{33}x^3+b^3$, де замість x та y підставляються координати точок образів і прообразів (для двовимірного випадку достатньо трьох точок образів і їхніх прообразів). Так ми одержимо елементи матриці переходу до нових координат. Якщо до цієї матриці знайти обернену, то одержимо формули переходу від нових координат до старих $\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}+\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{b}$ або $\mathbf{A}^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{x}$.

Знайти афінне перетворення, обернене даному. Нехай в рівнянні $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{Ax}+\boldsymbol{b}$ – $\mathbf{A}([5, 2, 5], [2, -1, 2], [8, 0, 1])$ – матриця перетворення, $\boldsymbol{b}(5, 0, 3)$ – вектор переносу. Для розв'язання цієї задачі в MAPLE в підпакеті **linalg** задамо матрицю **A**, вектор ***b***, вектори точок (x^1, x^2, x^3), (y^1, y^2, y^3) та обчислимо $(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{b})\mathbf{A}^{-1}$

```
> with(linalg):
> A:=matrix(3,3,[5,2,5,2,-1,2,8,0,1]):
> x:=vector(3,[x1,x2,x3]):y:=vector(3,[y1,y2,y3]):
> A1:=evalm(1/A): b:=vector(3,[5,0,3]):
multiply(A1,matadd(y,b,1,-1));
```

$$\left\{-\frac{1}{63}y^1-\frac{22}{63}-\frac{2}{63}y^2+\frac{1}{7}y^3,\frac{2}{9}y^1-\frac{10}{9}-\frac{5}{9}y^2,\frac{8}{63}y^1-\frac{13}{63}+\frac{16}{63}y^2-\frac{1}{7}y^3\right\}$$

Останній рядок у наведеній послідовності команд задає формулу переходу від нових координат до старих, а саму формулу видає на екран пакет MAPLE (її наведено в фігурних дужках).

Знайти добуток перетворень можна, записавши перетворення послідовно і перетворюючи по черзі кожне. Нехай є перетворення **Y**, **Z: Y=AX, Z=CY+B**. Треба знайти композицію **Z·Y**. Зробимо послідовні перетворення **Y=AX, Z=CY+B=C(AX)+B**.

> with(linalg):

>A:=matrix(3,3,[5,2,5,2,-1,2,8,0,1]):

>C:=matrix(3,3,[1,8,0,0,1,0,-7,0,1]):

>x:=vector(3,[x1,x2,x3]); b:=vector(3,[2,9,6]):

> Z:=evalm(b+evalm(C&*multiply(A,x)));

Z := [2 + 21 x1 - 6 x2 + 21 x3, 9 + 2 x1 - x2 + 2 x3,

6 - 27 x1 - 14 x2 - 34 x3]

> Z[2];

9 + 2 x1 - x2 + 2 x3

Одержали формули перетворення **Z**.

Визначити тип перетворення. Щоб визначити тип перетворення, досить дізнатися, чому дорівнює визначник матриці перетворення (зробити відповідний вибір) і якщо виявлене перетворення виявилось рухом, визначити кількість інваріантних елементів. Зупинимося на прикладі визначення інваріантних (нерухомих) точок при перетворенні площини. Вони визначаються з рівнянь **X=AX+B** або **(A–E)X+B=0**, $\mathbf{X=(E–A)^{-1}B}$

> with(linalg):

> A:=matrix(2,2,[2,5,3,8]):E:=matrix(2,2,[1,0,0,1]):

> det(A);b:=vector(2,[2,9]):

1

> X:=multiply(inverse(matadd(E,A,1,-1)),b);

X := [–31/8, 3/8]

Визначник матриці перетворення дорівнює 1, інваріантний елемент один, отже, це перетворення є поворотом навколо цієї точки.

Можна користуватися “вшитими” командами підпакету **geometry** для здійснення гомотетії, повороту, стискання та інверсії.

Студент має можливість використання потужної довідкової бази як самого навчального пакету, так і інших програмних засобів для автоматизації розрахункових робіт.

В [1, 2] розглянуті методичні вказівки щодо розв’язання задач з тем “Вектори” та “Криві другого порядку”

Застосування НІТ в навчальному процесі дозволяє зекономити час та розумові зусилля на засвоєнні вузлових питань курсу за рахунок затрат на рутинну обчислювальну роботу, і в багатьох випадках надає можливість візуалізації складних об’єктів та процесів. НІТ також дозволяють індивідуалізувати навчальний процес та контроль знань.

Література

1. Юцявичене П. Теория и практика модульного обучения. – Каунас, 1989.
2. Дьяконов В.П. Математическая система MAPLE V R3, R4, R5. – М.: СОЛОН, 1998. – 400 с.
3. Говорухин В.Н., Цибулин В.Г. Введение в MAPLE V. Математический пакет для всех. – М.: Мир, 1997. – 208 с.
4. Семеніхіна О.В. Застосування нових інформаційних технологій при реалізації освітніх стандартів в геометрії // Проблеми освіти, ч.1: Наук.-метод. зб./ кол. авт. – К.: ІЗМН, 1999. – Вип. 18
5. Семеніхіна О.В., Шамоня В.Г. Інтенсифікація навчання математичних дисциплін при застосуванні сучасних технічних засобів // Збірник наукових праць. – Суми: Редакційно-видавничий відділ СДПУ, 1999. – 83 с.

ФОРМУВАННЯ ПОНЯТТЯ ФУНКЦІЇ В УЧНІВ 5–9 КЛАСІВ

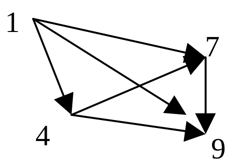
О.В. Сіваченко
м. Кривий Ріг, Середня школа №130

Поняття функції пронизує весь шкільний курс математики. Вперше його вводять у 8 класі, але корисно і в молодших класах проводити підготовчу роботу по формуванню в учнів цього поняття. Дуже важливо виховати в учнів навички функціонального мислення. Такі навички можуть з’явитися лише в результаті, планомірної роботи з учнями в цьому напрямі.

В молодших класах за програмою є навчальний матеріал, який дає змогу зосередити увагу учнів на тих питаннях, які поступово створюють у них уявлення про функціональні відповідності. Тобто до сприймання поняття функціонального відношення між елементами двох множин учнів треба готувати значно раніше, ще до введення визначення поняття функції у 8 класі.

Так, в 5 класі учні можуть почати знайомитися з відповідностями завдяки виконанню таких вправ. Наприклад: Дано множину чисел: M={1; 4; 7; 9}. Складемо відношення чисел “меньше”: A={(1; 4); (1; 7); (1; 9); (4; 7); (4; 9); (7; 9)}.

Важливим є порядок відношень, його змінювати не можна. Це відношення можна показати малюнком.



Цей малюнок називається графом, а точки-вершинами графа. Говорять: “Побудовано граф в множині менше”.

На протязі усього навчання у 5–7 класах можливо формувати поняття “відповідність між множинами”.

1. Запропонувавши учням в наступних ситуаціях виділити дві множини і правило, яке встановлює відповідність між елементами цих множин:

а) учень знаходить по таблиці Піфагора добуток чисел;

б) Іванко зобразив на координатній площині точки, симетричні заданим відносно вісі OX;

в) Марійка називає вік усіх зібравшихся у неї гостей;

г) діти грають в гру “Міста”: треба назвати місто, що починається на останню букву назви попереднього, і т.д.

2. Виділені відповідності записати різними способами: з використанням двудольних схем, за допомогою малюнка, таблиці, формули, графіка відповідності.

Мета цих завдань: вчити формалізації ситуацій, заданих текстом, за допомогою математичних символів. При засвоєнні цього поняття, учні можуть придумати самі ситуацію, яка б встановила відповідність:

а) між числовими множинами, ілюстрацією до неї могла б служити модель, зображена на рисунку 1;

б) між множиною геометричних фігур і множиною чисел, і ілюструвалася б моделлю на рисунку 2;

в) між множиною машин і множиною людей (рисунок 3).

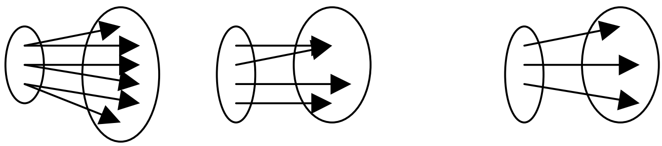


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3

Всі ці та багато інших завдань, зміст яких диференціюється залежно від віку учнів, приводить учнів до сприйняття поняття “функція” у 8 класі.

Мета цієї роботи: виділити суттєву властивість поняття – кожному елементу однієї множини “ставиться у відповідність не більше одного елемента другої множини”.

Крім формування поняття “відповідність між величинами” важливо, використовуючи випереджувальне навчання, сформувати в учнів поняття “область визначення”, “область значень відповідностей”.

У 5 класі на прикладі: “Між множиною X={2; 3; 4} та Y={4; 9; 16} встановлено відповідність m”, вже можна дати позначення області визначення $D(m)$={2; 3; 4} і області значень $E(m)$={4; 9; 16} цієї відповідності.

При вивченні у 6 класі координатної площини – показати ці області на осях X та Y.

При вивченні у 7 класі теми “Графік лінійного рівня з двома змінними” маємо змогу закріпити ці поняття.

У 8 класі, починаючи з розділу “Раціональні вирази”, система вправ, яка вчить знаходити область визначення і множину значень дробових виразів виду: $-2x/x-8$, $x/x+3$, $1/(x-1)x$ і т.д., сприяє закріпленню вмінь і виробці навичок у цьому питанні. Вільне оперування цими поняттями є тим вмінням, яке допоможе учням 8–9 класу засвоїти поняття "функція" глибоко і зрозуміло.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Слепкань З.И. Общие приемы мыслительной деятельности.
2. Бабанский Ю.К. Приемы исследования функций и построение их графиков в курсе начал анализа.
3. Креславская О. Развитие математического мышления учащихся при изучении понятий.

ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ В ПРЕПОДАВАНИИ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНИКУМЕ

И.М. Симкина
г. Мариуполь, Индустриальный техникум Приазовского государственного технического университета

Проблема иллюстрации математических понятий и методов прикладными задачами очень сложна. Для ее решения необходимо наличие следующих факторов:

– преподаватели математики должны желать использовать элементы прикладной направленности в своей работе;
– преподаватели специальных дисциплин должны владеть терминологией и математическими навыками, и хотеть сотрудничать с преподавателями математики;
– наличие соответствующей литературы по теоретическим разделам и сборники задач, содержащие задачи соответствующие данной специальности;
– преподаватели математики должны владеть методикой включения прикладной направленности математики в процесс обучения.

Для подбора теоретического материала и задач прикладного характера преподавателю математики необходимо изучать специальные вопросы математики и приобрести некоторый уровень знаний по «своим» специально-техническим дисциплинам. Преподаватели математики должны владеть информацией по смежной технической области и разбираться в ней, чтобы понять и сознательно выполнить рекомендации специалиста – инженера. На первых этапах преподаватели математики совместно с преподавателями специальных дисциплин изучают математические потребности этих дисциплин и возможности использования математики при их изучении. На основании этих обсуждений выделяются разделы математики, логически связанные между собой и со специальными дисциплинами, выбираются задачи, необходимые для решения, анализируется уровень подготовки студентов по каждому разделу, соответствие выбранных задач уровню подготовки студентов, корректируется терминология и обозначения, применяемые в этих дисциплинах. Необходимо ограничиться изложением только нужного, тщательно отобранного материала, чтобы создать у студентов умение применять данный метод на практике для решения профессиональных проблем. К сожалению, на данном этапе отсутствует соответствующая учебная литература для техникумов, удовлетворяющая потребностям различных специальностей, как по теоретическим, так и по практическим разделам. Составление конспектов лекций и выявление прикладных задач по математике для определенной специальности требует от преподавателя методического обеспечения и значительных усилий.

Необходимо ли каждую изученную формулу подкреплять прикладной задачей? Не всегда включение прикладных задач при изучении высшей математики оправдано. Вредны надуманные, создающие видимость прикладные задачи. В учебниках по математике встречаются задачи, в которых механически заменены математические понятия и термины производственными понятиями и терминами. Решение таких задач уменьшает интерес к изучению математики и будущей специальности, так как показывает лишь механическое действие с числами или буквами. При изучении прикладных дисциплин студенты в этом случае не замечают математической стороны производственных процессов и не применяют ее. Включения прикладных задач должны осуществляться в тот момент, когда необходимо продемонстрировать студентам универсальность математических знаний. Обозначенные вопросы требуют выработки методологических основ межпредметной деятельности, которые призваны служить центральным ориентиром при выборе иллюстративного материала [2]. Необходимо проводить анализ целых тем, а не отдельных формул, и увязывать с уже пройденными разделами.

К задачам с практическим содержанием предъявляются наряду с общими требованиями следующие дополнительные требования [4]:

а) познавательная ценность задачи и ее воспитывающее влияние на студентов;

б) доступность студентам используемого в задаче нематематического материала;

в) реальность описываемой в условии задачи ситуации, числовых значений данных, постановки вопроса и полученного решения.

Методика проведения занятий предполагает применение различных форм использования задач с практическим содержанием для закрепления и углубления знаний студентов по математике. К ним относятся следующие задачи [4]:

а) решение которых ориентировано на применение изучаемого материала по математике;

б) фабула которых раскрывает характерные применения математики в производственной деятельности;

в) методы и результаты решения которых могут найти применение на практике.

При выборе задач прикладной направленности для студентов специальности «Монтаж и эксплуатация электрооборудования промышленных предприятий и гражданских сооружений» была отобрана для рассмотрения следующая задача: «Конденсатор емкостью C включается в цепь с напряжением U и сопротивлением R. Определить заряд q конденсатора в момент t после включения». Эта задача демонстрируется при изучении двух разделов высшей математики «Элементы дифференциальных уравнений» и «Элементы операционного исчисления». Она позволяет студентам понять не только применение конкретного метода, но и их многообразие. На момент ее решения студенты уже изучили тему «Конденсаторы» в физике и в теоретических основах электротехники. Поэтому нарисовать электрическую схему и, применив законы Кирхгофа, составить уравнение у студентов не вызывает никаких сложностей. Очень важным моментом при рассмотрении практических задач является переход от электротехнической направленности к математической постановке задачи, позволяющей применить известный метод для ее решения. Оно осуществляется логическим путем на основе глубокого анализа изучаемого явления и требует умения описать явление на языке математики. Для дальнейшего решения этой задачи студентам необходимы закон Ома, и также понятие производной. В результате полученное дифференциальное уравнение первого порядка студенты решают известным им математическим методом.

Важным итогом решения прикладной задачи есть перевод полученного математического выражения на профессиональный язык. Для студентов электротехнической специальности важно пояснить полученную формулу зависимости заряда конденсатора от времени зарядки, так как с данной задачей и ее результатами студентам придется встретиться не один раз при изучении дисциплин «Автоматика» и «Основы управления электроприводом», на производственной практике и на своем рабочем месте.

Решение данной задачи можно разделить на три этапа:

1) построение математической модели задачи;
2) решение задачи внутри модели математическими методами;
3) перевод полученного математического решения на язык, на котором была сформулирована исходная задача.

Данные этапы прохождения решения продемонстрированной задачи совпадают с этапами решения практических задач, рассмотренных в [3] и [4]. Показать же готовый алгоритм их решения невозможно. Успешное решение таких задач возможно лишь при четком представлении производственного процесса, который предстоит описать языком математики.

Необходимо в процессе изучения всего курса высшей математики внедрять теоретические и практические задания производственного характера. Установление связи математики со случайно выбранными фактами производственного направления имеет поверхностный характер. Но математика не может всецело подчиняться требованиям производства и нарушать свою внутреннюю систему, при этом математика в современных условиях не может не освещать производственный материал [1]. Поэтому изучение разделов высшей математики, непосредственно применяемых при изучении электротехнических дисциплин, можно строить по следующему алгоритму:

1) изучение теоретических основ раздела;
2) отработка умений и навыков по решению стандартных математических задач данного раздела:
3) дается электротехническая трактовка изученных понятий;
4) отработка умений и навыков по решению прикладных задач.

При изучении раздела «Элементы математической логики», разработанного автором для техникума, студентам предлагается решить задачи по упрощению релейно-контактных схем. При решении этих задач студенты рассматривают двухпозиционные переключатели, собранные в электрическую схему. С помощью операций конъюнкция и дизъюнкция, определяющих последовательное и параллельное соединение переключателей, студенты составляют логическое высказывание, которое упрощают законами алгебры логики, имеющими электрическое толкование. Исследуя упрощенное логическое выражение, студенты изображают упрощенную релейно-контактную схему. Данные знания применяются студентами при изучении дисциплин «Электродвигатели», «Основы управления электродвигателями» и других специальных дисциплинах. При этом следует отметить, что при изучении данного раздела высшей математики преподаватели прикладных дисциплин пользуются математической терминологией, а преподаватели математики – прикладной символикой.

Таким образом, включение прикладных задач при изучении математики позволяет установить межпредметные связи со специальными предметами профессиональной подготовки. Это приведет к повышению заинтересованности, лучшему восприятию студентами и математики, активному овладению своей специальности.

Список литературы

1. Дубинчук Е.С., Нестеренко Т.Я., Тесленко И.Ф. О преподавании математики в связи с трудовым и производственным обучением. /Под общей редакцией И.Ф. Тесленко. – М.: Учпедгиз, 1962.
2. Лурье Л.И. О математической подготовке инженера // Вестник высшей школы. – 1989. – №1. – С. 44-48.
3. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики. Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – С. 96.
4. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики. Книга для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – С. 96.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ

І.В. Слобода
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Застосовувати математичні методи й знання після закінчення школи будуть усі. Тому вже в процесі вивчення математика має виступати перед учнями не тільки як система логічних правил і дедуктивних доведень, а й як метод пізнання, як засіб розв'язання питань практичного характеру. Істотну роль для виконання цих завдань відіграє методика навчання учнів розв'язувати задачі.

У математичних задачах з практичним змістом часто фігурують дані, пов'язані з народним господарством, виробництвом, життям людей, фінансовими операціями, а також матеріал з фізики, астрономії, біології, хімії тощо. З цього погляду, зазначені задачі, розв'язування яких вимагає математичних обчислень та розрахунків, встановлення залежностей між величинами, вважають математичними задачами з практичним змістом або текстовими задачами.

Як саме навчати учнів знаходити шляхи розв'язування задачі, встановлювати залежності між величинами, моделювати реальні ситуації, будувати модель процесів і явищ?

Дійсно, розв'язування задач з практичним змістом зводиться до математичного моделювання: складання виразів, рівнянь і нерівностей, побудови алгоритмів, використання малюнків, креслень, схем, відомих співвідношень (формул). Саме за допомогою таких задач здійснюється зв'язок математики з практичною діяльністю, з життям.

Отже, ми можемо зробити висновок, що тема «Розв'язання задач за допомогою рівнянь» ґрунтується на такому методологічному понятті, як модель (побудова моделі, її дослідження, інтерпретація результатів). Це передбачає такі специфічні дії:

1. Складання моделей двох видів. Перший вид – модель умов і вимог задачі у вигляді малюнків, таблиць, креслень, схем – змістовна модель. Другий вид – модель, яка описує залежності

між величинами у вигляді рівняння, нерівності, системи рівнянь, нерівностей – математична модель.

2. Розв'язування рівнянь, що описують даний процес.

3. Інтерпретація та аналіз отриманих результатів на мові ситуації, описаної в задачі.

При введенні поняття «математична модель» доцільно запропонувати учням відповісти на питання: «Як сучасна математика застосовується до вивчення фізичних, астрономічних, економічних та інших явищ?» Необхідно спробувати наблизити учнів до бажаної відповіді, спрямувавши їх міркування до такого висновку: «За допомогою побудови і аналізу математичної моделі явища, що вивчається». Далі вчителю необхідно конкретизувати ці поняття:

Математичною моделлю реальних об'єктів зовнішнього світу називають їх наближений опис за допомогою математичних об'єктів.

Математичним моделюванням називають побудову та дослідження математичних моделей реальних явищ або об'єктів на основі розв'язування відповідних задач. Слід звернути увагу на те, що математична модель не тотожна реальному явищу чи об'єкту, а є його наближеним відображенням.

У процесі розв'язування текстової задачі в учнів формуються вміння та навички моделювання реальних об'єктів (процесів і явищ), тому слід вміло підібрати задачі, серед яких можна виділити дві групи завдань: перша група спрямована на формування вміння знаходити залежності між величинами, друга – формує вміння бачити в математичній формулі (виразі) певний зміст – математичну модель.

У кожній текстовій задачі відображається одна або декілька пов'язаних між собою величин, що є формалізаціями деяких основних відношень. Типовим прикладом є відношення, що відображається у вигляді формули $a \cdot b = c$, яка має дуже багато проявів і застосувань (зв'язок пройденого шляху зі швидкістю й часом, вартості з ціною й кількістю продукції тощо).

Розпізнавання таких ситуацій, їх зіставлення – основна частина роботи, пов'язаної зі складанням математичних моделей текстових задач.

Розв'язування будь-якої сюжетної задачі починається з аналізу її умови. У процесі аналізу встановлюються співвідношення між окремими елементами умови задачі, і на підставі цього виникають здебільшого пари або трійки величин. Встановлені співвідношення набувають вигляду формул, рівнянь, нерівностей, арифметичних дій. Наочне представлення може мати вигляд графіків, таблиць, які мають назву «допоміжні наочні моделі».

Слід звернути увагу учнів на те, що «різні за сюжетом» текстові задачі приводять до однакових рівнянь, а одне і те саме рівняння являє собою модель різних процесів. У випадку рівномірних процесів для їхнього математичного опису використовуються три величини. Так, при описі роботи – це є час, продуктивність праці та обсяг виконаної роботи. Якщо їх позначити відповідно t, v, S, то залежність між часом, продуктивністю праці та обсягом виконаної роботи визначається за формулою:

$$S=v\cdot t. \tag{1}$$

Ця формула знайома учням: вони застосовували її при розв'язуванні задач «на рух».

Чи має рацію використання цієї формули як узагальненої аналітичної моделі згаданих процесів?

Коли автомобіль проходить відстань S із сталою швидкістю v протягом часу t, він виконує деякий «обсяг роботи» з подоланням певної кількості одиниць відстані, швидкість автомобіля не що інше, як його «продуктивність праці» (швидкість виконання роботи). У всіх задачах на спільну роботу працює ще одне важливе співвідношення: якщо v_1, v_2, v_3, …, v_n – є продуктивність праці деяких об'єктів, то продуктивність їхньої спільної праці обчислюється за формулою:

$$v_{1,2,3,\ldots,n}=v_1+v_2+v_3+\ldots+v_n. \tag{2}$$

Згадаємо, коли в задачах «на рух» застосовуються окремі випадки цієї формули:

$$v_{1,2}=v_1+v_2 \tag{2.1}$$

(при русі двох об'єктів назустріч один одному; або при русі за течією плавучого об'єкта, що має швидкість v_1 відносно води, а v_2 – швидкість течії);

$$v_{1,2}=v_1-v_2\ (v_1>v_2) \tag{2.2}$$

(при русі двох об'єктів в одному напрямку; або при русі пароплава, човна проти течії).

Але задачі «на роботу» важкі тим, що в них абстрактне поняття «робота» набуває різного конкретного змісту: робота у вигляді площі зораної землі, у вигляді кількості виготовленої продукції, іноді робота може бути представлена у незвичному образі – як маса перевезеного вантажу.

Аналіз значної кількості задач різних типів, задач різної складності показує, що при їх розв'язуванні у дітей часто виникають серйозні утруднення:

1. Формалізація запропонованого тексту і складання математичної моделі, яка може мати різний вигляд. Для усвідомленого переведення змісту задачі на математичну мову ми рекомендуємо учням уважно прочитати умову задачі й ретельно в ній розібратися. Лише після цього можна переходити до формалізації умови й вимоги задачі, позначивши дані через відомі й уведені дані (змінні). На цьому етапі проблеми, з якими зустрічаються учні, носять різний характер. Вони пов'язані з нерозумінням фізичних, хімічних, економічних термінів, законів, залежностей.

2. Складання математичних співвідношень, які пов'язують формалізовані учнем дані.

3. Складання функції, відповідно до якої формулюється вимога задачі.

Для ефективного навчання учнів розв'язуванню задач доцільно загальні правила поєднати з добре продуманою класифікацією задач, такою, що здатна забезпечити розвиток навичок їх розв'язування пари поступовому підвищенні складності.

Розв'язуючи текстові задачі (задачі з практичним змістом), учні розвивають мислення, більш глибоко засвоюють ідею функціональної залежності, вдосконалюють вміння моделювати реальні об'єкти та явища.

Текстові задачі можуть мати різну фабулу, що іноді заплутує учнів, але необхідно вчити їх аналізувати умову й вимогу, застосовувати свої знання в нестандартних ситуаціях.

Розв'язування задач – творчий процес і його не завжди можна алгоритмізувати. Наші спостереження свідчать, що найважливішу роль в розглядуваному питанні відіграє практика. Як підтверджує досвід, щоб навчитися розв'язувати задачі, треба їх розв'язувати. Ми пропонуємо орієнтовну схему щодо розв'язування даних задач.

Схема розв'язування задачі:

1. Вивчення задачі і здійснення її структурного аналізу: а) виділення об’єктів задачі та відношень між ними; б) виділення величин, які розглядаються в даній задачі; в) пригадування і встановлення співвідношень між величинами.

2. Складання плану розв’язування задачі у загальному вигляді.

3. Побудова математичної моделі: складання числових виразів, рівнянь, нерівностей, використання готових (раніше вивчених) співвідношень, формул, тотожностей тощо.

4. Розв’язування задачі.

5. Перевірка правильності моделювання (складання числових виразів, рівнянь, нерівностей) та розв’язку задачі.

6. Дослідження здобутих розв’язків у даній практичній ситуації, знаходження остаточного результату – відповіді.

7. Пошук інших способів розв’язування, виділення найраціональнішого.

8. Запис розв’язання задачі, виділення загальної схеми розв’язування.

9. Складання задач, обернених до даної.

10. Встановлення меж застосування способу розв’язування задачі (для задач з практичним змістом та іншими числовими даними).

11. Складання узагальненої задачі, її розв’язування та дослідження.

Але рідко в шкільній практиці дотримуються усіх запропонованих етапів, частіше дана схема представлена в мінімально згорнутій формі і дотримуються лише 1, 2, 3, 4, 6, 8 етапів, тому ми рекомендуємо вчителю обов’язково звернути увагу учнів на важливість усіх кроків.

Література

1. Кас’яненко М.Д. Підвищення ефективності і навчання математики. – К.: Радянська школа, 1980 – 256 с.

2. Войналович Н.Прикладні задачі та математичне моделювання в 9 класі // Математика в школі. – 1998. – №3. – с. 30–34.

3. Перевозчикова Е.Н. Обучение решению текстовых задач: цели и диагностика // Математика вшколе. – 1998. – №2. – с. 62 – 65.

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ

Т.А. Столетняя, Т.В. Конакова
Криворожский государственный педагогический университет

В мире не происходит ничего, в чем бы ни был виден смысл какого-нибудь максимума или минимума.

Л. Эйлер

Экстремальные задачи в геометрии имеют обычно практическую направленность и поэтому они всегда привлекали ученых. Над решением таких задач работали выдающиеся математики разных времен: Евклид, Архимед, И. Ньютон, Л. Эйлер и др. На современном этапе развития математики созданы целые разделы, занимающиеся исследованием экстремальных задач: «вариационное исчисление», «теория оптимального управления» и др.

В школьном курсе геометрии также предлагаются для решения экстремальные задачи. Они развивают у учащихся интерес к исследовательской работе, творческую активность. Однако решению такого рода задач в школе практически не уделяется времени. Поэтому необходимо уделить как можно больше внимания исследованию методов решения экстремальных задач и изучению возможности их применения в школьном курсе геометрии если не на уроках, то на факультативах. Кроме этого, рассмотреть всевозможные методы решения экстремальных задач: метод оценок, метод преобразования плоскости, метод перебора, метод опорных функций и при помощи производной.

Введение экстремальных задач в обучение педагогически оправдано, так как они с достаточной полнотой закладывают в сознание учащихся понимание того, как человек ищет, постоянно добивается решения жизненных задач, чтобы получающиеся результаты его деятельности были как можно лучшими. При решении задач указанного типа учащиеся видят с одной стороны абстрактный характер математических понятий, а с другой – большую и эффективную их применимость к решению практических, жизненных задач. Такая постановка экстремальных задач способствует расширению сферы приложений учебного материала, повышает роль этих задач в осуществлении глубокой цели математического образования школьников обучать приложению математики в различных областях человеческой деятельности.

Экстремальные задачи могут помочь школьнику ознакомиться с некоторыми идеями и прикладными методами школьного курса математики, которые часто применяются в трудовой деятельности, в познании окружающей действительности. Такие задачи могут серьёзно повлиять на содержание учебного материала, на понимание школьниками возможностей применения изучаемой теории на практике.

Решение экстремальных задач способствует углублению и обогащению математических знаний учащихся. Изучая свойства той или иной геометрической фигуры, они с помощью задач приобретают знания об экстремальных свойствах этой фигуры, а также учатся применять их к решению прикладных задач. Неоценимую важность постановки экстремальных задач в школьном курсе математики мы видим также в воспитании исследовательской культуры учащихся. Ведь все решения таких задач предлагаются на уровне исследования математической модели и на уровне реальной ситуации с использованием оптимизационных средств. Кроме того, в процессе решения большей части экстремальных задач широко и удачно используются эвристические приёмы, которые в отличие от алгоритмических могут подсказать путь решения предлагаемых задач.

В прикладной направленности математики большую роль призвана сыграть геометрия, однако в преподавании геометрии недостаточно используются возможности применения геометрического материала к решению прикладных задач.

В первую очередь полезно использовать задачи, наиболее близкие к тем, которые возникают перед человеком в его практической деятельности; задачи на поиск кратчайшего пути, минимального числа операций, экстремальные задачи с изопериметрическими условиями, поиск наиболее экономной или выгодной формы предмета и др.

Как сформулировать задачи по геометрии, чтобы поставить ученика перед необходимостью искать оптимальное решение, как показать, что одна и та же математическая модель применяется для описания разных явлений и процессов?

Покажем на примере задачи, взятой из сборника задач В.А. Гусева.

Задача 1. Имеется два железнодорожных пути **AB** и **BC** и одна шоссейная дорога **AC**, расположенная так, как показано на рисунке 1. Возле железнодорожных путей планируется строительство торговых баз и дорог, соединяющих их между собой и с городом **К,** расположенным шоссейной дороги **AC.** Наиболее качественным проектом считается тот, который обеспечивает наивыгоднейший маршрут с точки зрения затрат времени на объезд обслуживающего автотранспорта по замкнутой дороге.

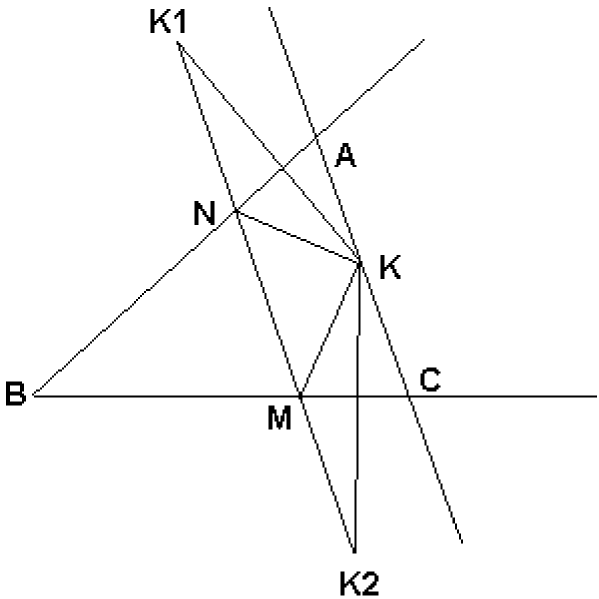


Рис. 1.

Прежде всего, следует обратить внимание на познавательную ценность содержательной постановки этой задачи. Важное учебное и воспитательное значение в ней имеет тот факт, что учащиеся обращаются к географической карте, изображающей полотно дорог на местности и место расположения города **К**.

Первый этап решения этой задачи – перевод её условия, сформулированного на естественном языке, на язык математики. Для этого учащимся предстоит заметить на изображенной карте, что все три дороги пересекаются и образуют остроугольный треугольник. В процессе решения этой задачи учащиеся пренебрегают практическими отклонениями линий дорог от отрезков прямых (ведь дороги в действительности «изогнуты» по поверхности земли), а также тем, что «точки пересечения» дорог не являются геометрическими точками. При этом оправдывается пренебрежение и тем, что места распространения баз и города **К** не являются точками на сторонах треугольника **АВС.**

Выбор оптимального плана расположения баз означает нахождение таких двух точек, расположенных на соответственных сторонах данного треугольника **АВС**, чтобы периметр треугольника **MNK** (рис. 1) был наименьшим из всех периметров возможных треугольников, вершины которых лежат соответственно на сторонах треугольника **АВС.**

Выполнение требований задачи выбрать базы вблизи полотна дорог (это экономичнее, чем выбор вдалеке от дорог) приводит к нахождению двух точек, расположенных на соответственных сторонах данного треугольника **АВС.**

Таким образом, получена геометрическая модель нашей задачи. Дан угол и внутри него точка **К.** Постройте такой треугольник **MNK** наименьшего периметра, чтобы одна вершина лежала в данной точке **К**, а две другие – на сторонах угла.

На втором этапе решения от учащихся требуется поиск методов, приёмов её решения.

Решение моделированной задачи происходит методом преобразования плоскости. При этом используются свойства осевой симметрии. Этот этап решения задачи завершается доказательством того, что **min(MK+MN+NK)=К**1**К**2, где **К**1=**S**AB(**К**), **К**2=**S**BC(**К**).

На третьем этапе полученное решение задачи исследуется на предмет его соответствия исходной ситуации.

Так, на этом этапе учащиеся показывают, что треугольник **MNK**, где **N** – точка пересечения прямых **АВ** и **К**1**К**2 и **М** – точка пересечения прямых **ВС** и **К**1**К**2, удовлетворяет условию задачи, так как периметр этого треугольника является наименьшим из периметров всех треугольников, вершины которых расположены на сторонах треугольника **ABC**. Наилучший план расположения торговых баз, обеспечивающего наименьшую затрату времени на объезд автотранспортом по замкнутой дороге, совпадает с местами точек **M** и **N** на соответствующих железных дорогах.

Рассмотрение геометрических моделей изоморфных экстремальных задач расширяет возможности реализовать принцип политехнизма в обучении школьников математике. Геометрические и соответствующие им практические задачи взаимно дополняют друг друга, повышают проблемность каждой из них, показывают важность математических знаний и умений решать задачи.

Среди методов решения экстремальных геометрических задач мы выделили три основных на наше усмотрение (без использования аппарата производной):

1) метод оценки;
2) метод преобразования плоскости;
3) метод перебора.

Независимо от того, каким бы методом не пользовался ученик при решении экстремальных задач в курсе геометрии, для него они трудны и не всегда понятны, но дело не столько в сложности, сколько в их необычности. К ним ученики не привыкли, они не могут найти способ решения задачи часто только потому, что не замечают в ней некоторых данных, кроме того, само понятие «наибольшее и наименьшее значение» в задаче скрыто.

Например, каждый ученик может построить треугольник по двум сторонам и углу между ними, но если поставить задание построить по двум сторонам треугольник наибольшей площади, то ученики отвечают, что такого треугольника построить нельзя, потому что недостаёт одного элемента. Устанавливая соотношения между данными и искомыми величинами, ученик не может зрительно уловить, как именно изменяются элементы фигуры, не может мысленно преобразовать фигуры.

Г.М. Возняк рекомендует, прежде чем приступить к решению геометрических задач, нужно хорошо изучить её условие, выполнить рисунки и найти связь между элементами фигуры.

Но экстремальные задачи имеют свои особенности. Изучая условие задачи, ученик должен сосредоточить внимание на элементах, которые изменяют свои размеры при переходе от одной фигуры к другой. Он интуитивно должен почувствовать постоянную длину отрезков, изменение величин углов, площади, формы фигуры и т.д. Установив зависимость между данными и искомыми элементами фигуры, нужно:

а) заметить все те фигуры, среди которых находится экстремальная фигура. Для этого ученикам следует вспомнить свойства фигур, изображенных на рисунке, и выбрать из них те, которые помогут решить задачу;
б) найти методический приём, с помощью которого можно было бы из определённых фигур найти искомую фигуру, обладающую экстремальными свойствами.

Задачи, имеющиеся в учебниках геометрии, чаще всего решаются методом оценки. Объектом оценки может быть граничное значение расстояния, величина угла, значение площади. В некоторых задачах вместо переменного значения расстояний или значения площади выступает значение тригонометрической функции. Суть этого метода состоит в следующем: рассматривается конкретное выражение **F** или геометрическая фигура **F**, выделяется одна или несколько величин, которые характеризуют данное выражение (или фигуру **F**). Требуется оценить выделенную величину или совокупность величин, т.е. доказать, что величина удовлетворяет одному из неравенств вида: $\mathbf{Z \leq M}$ или $\mathbf{Z \geq m}$ (1), где **M** и **m** определяются условиями задачи. Примерами таких задач могут быть задачи на построение.

Реже встречаются задачи, которые решаются методом преобразования плоскости и методом перебора. Рассмотрим применение первого из перечисленных к решению задач, где экстремальное значение зависит от одного элемента.

Задача. Среди всех возможных треугольников с данным основанием **a** и противолежащим углом α найти треугольник, имеющий медиану максимальной (минимальной) длины (рис. 2).

Решение. Обозначим через **x** длину медианы **AK**, максимум и минимум которой нас интересуют. Дадим элементу **x** определённое значение, например **x=m**α, и решим следующую задачу :построить треугольник **ABC** по данному углу (**A=**α), противолежащей стороне **BC=a** и медиане **AK=m**a.

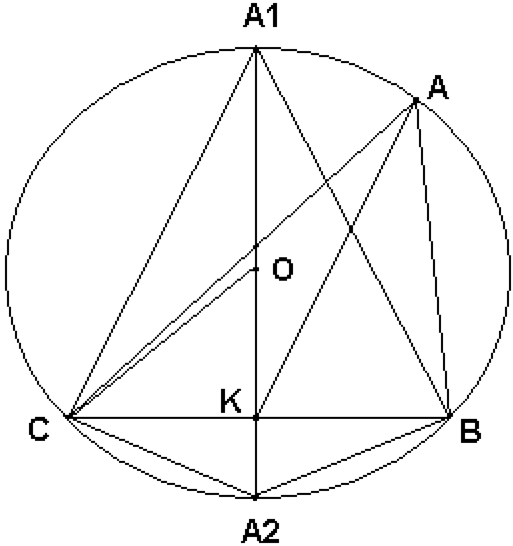


Рис. 2.

Решив эту задачу (используя методы построения), считаем длину медианы переменной и замечаем те особенности, которые возникают при достижении медианой **x** максимального и минимального значения.

Из чертежа легко заметить, что если точка **A** перемещается по окружности, то **BC** и угол **BAC** остаются постоянными, а длина медианы изменяется в пределах: **A**2**K≤m**a**≤A**1**K**.

С использованием замеченных особенностей легко доказать, что требуемые условия удовлетворены. Это дает возможность сделать следующее заключение: из всех треугольников с данным основанием и данным острым углом при вершине равнобедренный треугольник, имеет наибольшую медиану, а с тупым углом при вершине равнобедренный треугольник имеет наименьшую медиану.

Разрабатывая методику применения этого метода при решении геометрических задач, мы распределили их по виду тех движений, с использованием которых они больше всего решаются.

1. При решении геометрических экстремальных задач чаще всего используется осевая симметрия. Чтобы устранить трудности, с которыми встречаются учащиеся при использовании осе-

вой симметрии, можно рассмотреть задачи с использованием декартовой системы координат. Например, даны ось абсцисс и две точки **A** и **B**, лежащие по одну сторону от неё. Найдите кратчайший путь из **A** в **B** с заходом на ось абсцисс. И такая: возле реки с прямолинейными берегами нужно построить водонапорную башню из которой вода должна идти по трубам в населённые пункты **A** и **B**, расположенные по одну сторону от реки. В каком месте нужно её построить, чтобы общая длина от башни до населённых пунктов **A** и **B** была наименьшей?

Практика показывает, что вторая из задач вызывает больший интерес, чем первая. Первая задача – абстрактная модель второй задачи. Желательно ознакомить учеников с содержанием обеих задач. Интерес к абстрактной задаче значительно возрастает, если показать учащимся её практическое значение и применение. Абстрактная и соответствующая ей практическая задачи взаимно дополняют, обогащают друг друга.

2. Параллельный перенос применяют чаще всего при решении задач на нахождение кратчайшего расстояния между данными и искомыми точками, которые зависят от расстояния соответствующего отрезка.

Это положение можно сформулировать в виде вопроса практического характера. Где нужно строить мост через реку с параллельными берегами, чтобы соединить пункты **A** и **B**, расположенные по разные стороны реки кратчайшим путём?

Решая эту задачу, ученики часто представляют себе, что точки пересечения отрезка **AB** с прямыми **a** и **b** определяют положение моста. Но вместо того, чтобы проанализировать ученическое рассуждение, узнать его происхождение, учителя поправляют учеников, комментируя, что мосты строят только перпендикулярно к берегу.

С целью устранения ошибок при решении задач и приближения её содержания к действительности нужно указать направление строительства моста.

Вся трудность в решении задачи заключается в том, чтобы заметить особенности, при которых ломаная может принять наименьшую длину. Потребность в использовании параллельного переноса не видна (скрыта). Это не значит, что учитель должен продемонстрировать решение. Нужно использовать такой методический приём, про помощи которого ученик мог бы сам сообразить, как именно построить это решение. В частности, в данном случае полезно решить несколько вспомогательных задач.

3. Рассмотрим решение экстремальных задач с использованием поворота плоскости вокруг точки. В задачах этого цикла поворот плоскости вокруг точки имеет тот же характер, что и параллельный перенос, т.е. он сближает части фигуры в положение, удобное для рассмотрения, и вообще сводит решение данное задачи к рассмотрению новой фигуры. В основном рассматривается только часть переводимой фигуры вместе с данной фигурой.

Задача. На плоскости нарисован угол **A**<90 градусов, внутри него задана точка **M**. Укажите на сторонах угла такие точки **B** и **C**, чтобы выполнялись условия **AB=AC** и сумма **MB+MC** принимало наименьшее значение (рис. 3).

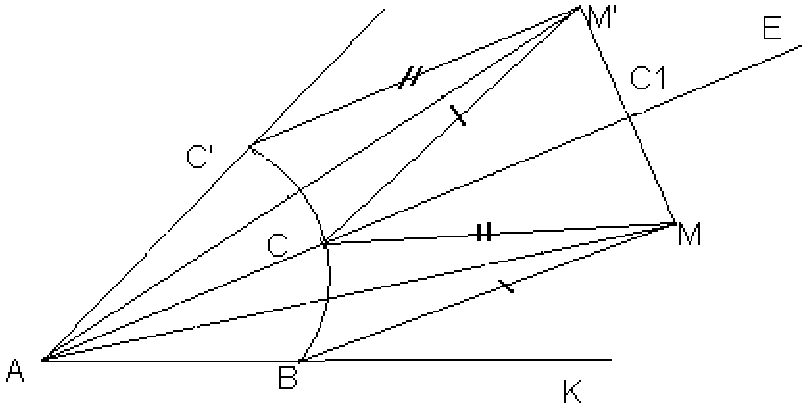


Рис. 3.

Используем общее рассуждение метода преобразования плоскости. Неизвестный элемент в этой задаче представляет сумму **MB+MC**, т.е. **x=MB+MC**. Численное значение элемента **x** зависит от определения места расположения двух точек **B** и **C**. Но так как граничного значения элемента **x** не видно, то решение задачи нужно свести к определению одной точки. С этой целью применим поворот плоскости вокруг точки **A** на угол **A=**α. Точка

B перейдет в **C**, точка **C** в **C'**, а **M – в M'**. Теперь легко заметить, что численное значение **x=MC+MB=MC+M'C** зависит только от расположения точки **C**, которая определит граничное значение элемента **x= MC+M'C**, и если **C**1 – точка пересечения **MM'** и **AE**, то **M'C**1+**MC**1=**MM'**. Но **MB=M'C**, поэтому **min(MC+MB)=MM'**.

При решении геометрических экстремальных задач встречаются такие, решение которых представляет собой выборку на конечном множестве объектов (т.е. метод перебора). Метод решения этих задач не является универсальным, т.к. он связан с решением задач, в которых рассматривается конечное множество фигур или фигура с размерами, выраженными натуральными числами. Однако роль этого метода очень важна, он воспитывает навыки учащихся, развивает потребность в нахождении оптимального результата оптимальной модели.

Иногда условия задачи, решаемой методом перебора, наталкивает учеников на «самоограничение», что приводит их к мыслям о невозможности решения задача вообще. Эти задачи в учебном процессе играют важную роль. Их решение требует от учеников рассуждения. Ученику нужно освободиться от навязанного шаблонного подхода к решению задачи и прийти к выводу, что существуют другие пути подхода к ее решению. Если ученик не может прийти к выводу о возможности решения задачи, то учитель должен дать соответствующие указания.

Задача. Какое наибольшее число квадратов со стороной **a** можно приложить к квадрату со стороной **a**, чтобы никакие два из них не пересекались? (границы квадратов исключаются).

Решение. К стороне **AB** квадрата **K** можно приложить 1, 2 или 3 равных **K** и параллельно расположенных к **K** квадратов, не пересекающих **K** и не пересекающихся между собой (рис.4).При этом если к стороне **AB** приложить два квадрата так, что третьего уже приложить нельзя, то после этого к сторонам **BC** и **AD** квадрата **K** можно дополнительно приложить еще только по два новых квадрата, а затем к стороне **CD** – только один квадрат. Это рассуждение показывает, что искомое число приложенных к **K** непересекающихся квадратов не больше 8.

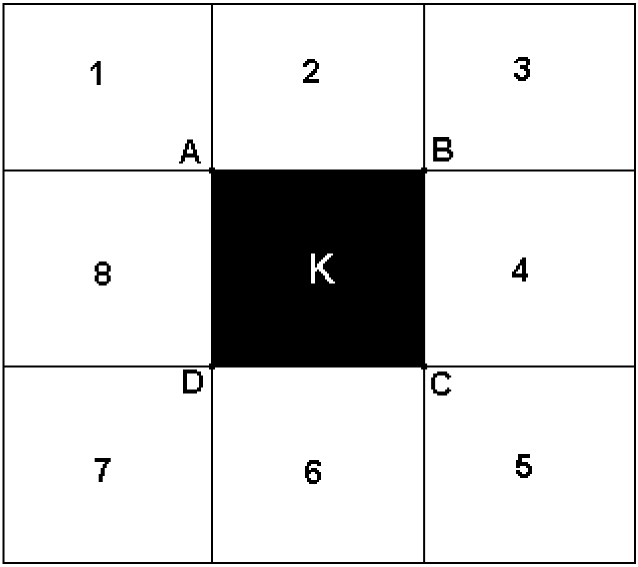


Рис. 4.

Итак, метод перебора используется для минимизации дискретной функции **f(x)**, где **x**$\in$**C**, которую иногда трудно или невозможно представить в аналитическом виде. Сущность этого метода заключается в том, что сначала выделяется последовательность точек**{x**i**}**$\in$**C** (i изменяется от 1 до n). Затем последовательно вычисляется все значение функции **f(x**1**), f(x**2**), f(x**3**), …, f(x**n**)**. Эти вычисления продолжаются до тех пор, пока не найдется такое **k**, что **f(x**k**)<=f(x**i**)** (i=1,2,…,n). Тогда ясно, что **f(x)=f(x**k**)**.

Литература:

1. Возняк Г.М., Маланюк К.П. Прикладна спрямованність шкільного курсу математики. – К.: Рад. школа, 1984. – 80 с.
2. Возняк Г.М., Гусев В.А. Прикладные задачи на экстремум в курсе математики 4–8 классов: Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1985. – 144 с.
3. Тихомиров В.М. Рассказы о максимумах и минимумах. – М.: Просвещение, 1986. – 192 с. – (Б-ка «Квант». Вып. 56).

ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

І.М. Сулима, І.І. Ковтун, І.А. Нікітіна
м. Київ, Національний аграрний університет

Підготовка творчо мислячого спеціаліста, спроможного своєчасно сприймати і впроваджувати у практичній діяльності новітні інформаційні та промислові технології, неможлива без організації вже у роки навчання студентів їх ефективної самостійної роботи. Тільки в процесі самостійного осмислення теоретичного і практичного матеріалу, самостійного виконання навчальних завдань у студентів формуються глибокі знання, стійкі навички, вміння творчо підходити до розв'язання будь-якої задачі.

Під самостійною роботою студентів розуміємо їх активну діяльність по засвоєнню нових знань під час лекцій, практичних занять, лабораторних робіт та в позааудиторний час – при підготовці до практичних занять, колоквіумів, а також при виконанні індивідуальних та розрахункових робіт, при підготовці до олімпіад, при написанні рефератів тощо. Самостійна робота – це будь-яка робота мислі, напрямлена на засвоєння нових знань та вироблення їх творчого застосування.

Таке розуміння самостійної роботи студентів вимагає творчого підходу до проведення лекцій, практичних занять, вмілої організації (і контролю) позааудиторної роботи студентів з урахуванням психологічних, емоційних особливостей тих, кого ми навчаємо.

Із самого початку навчання у вищому навчальному закладі треба надавати студентам постійну допомогу в організації усіх сторін їх пізнавальної діяльності, приділяючи відповідну увагу і контролю самостійної навчальної роботи студентів. Ця робота спрямована на розв'язання трьох завдань:

- закріплення знань студентів;
- вироблення власних прийомів і методів пізнання;
- набуття досвіду організації власного часу.

Треба так скласти навчальний план роботи студентів, щоб була обов'язковою їх систематична самостійна робота впродовж усього семестру, а контроль подавав би відомості про ефективність самостійної роботи і ступінь засвоєння матеріалу, що вивчається.

На кафедрі вищої математики Національного аграрного університету розроблено структуру організації самостійної роботи студентів, яка спрямована на ефективне вдосконалення усіх видів навчально-виховної роботи.

Суттєве значення в організації самостійної роботи студентів з математики мають лекції. В основу кожної лекції покладаємо проблемність і зв'язок з практичною діяльністю майбутніх спеціалістів. Лектор намагається привернути увагу студентів до активної самостійної роботи під час лекції, ставлячи проблему: «Навіщо потрібно ввести те чи інше поняття?».

Наприклад, перед тим, як ввести досить складне для розуміння поняття *границі*, наводимо такі дві задачі:

- задачу про миттєву швидкість тіла, що вільно, без опору падає в порожнині із заданої висоти;
- задачу про площу трикутника, обмеженого віссю Ox, прямою x=1 та кривою $y=x^2$.

Стає зрозумілим, що миттєву швидкість та площу фігури, обмеженої зверху графіком функції, знизу – віссю Ox, знайти неможливо без деякої додаткової операції – переходу до границі. У наведених задачах ми закладаємо природність введення поняття *похідної* функції і поняття *визначеного інтеграла*, а також поняття *числового ряду*, які подаються пізніше. Студентам пропонується у позааудиторний час знайти ще задачі, які для розв'язання потребують операції переходу до границі.

При такій організації читання лекцій студенти сприймають матеріал не тільки абстрактно, але і розуміють, чому дане поняття необхідне, більш осмислено читають лекції, готуючись до практичних занять.

Для контролю на протязі семестру перевіряється наявність конспектів, їх якість, оформлення, виконання завдань, які запропоновано на лекціях, що враховується при оцінюванні знань студентів.

Для того, щоб матеріал, що подано на лекціях, краще засвоювався студентами, необхідно максимально наближувати у часі пояснення матеріалу на лекціях і закріплення його на практичних заняттях.

Особливу увагу звертаємо на організацію самостійної роботи на заняттях. Із цією метою проводимо колективне обговорення результатів самостійної домашньої роботи, не залишаючи нерозв'язаних задач. Далі 5–8 хвилин приділяємо опитуванню-контролю теоретичної підготовки за темою заняття, яку було запропоновано на попередньому занятті. Цей матеріал закріплюємо при розв'язанні конкретних задач за визначеним алгоритмом, намагаючись повністю спиратися на матеріал, що його викладено на лекціях. Тоді поняття стають краще зрозумілими. Спочатку задачі розв'язуються біля дошки, потім пропонується розв'язати аналогічні задачі самостійно, результати колективно аналізуються і обговорюються біля дошки. Враховується різний рівень підготовки студентів, їх здібності, тобто підбираються відповідні задачі для краще встигаючих студентів.

Отже, організується цілеспрямована діяльність студентів, створюються умови, за яких усі можуть включитися у роботу, здобути необхідні їм знання.

Для повноцінного засвоєння теоретичних знань проводиться цикл лабораторних робіт на ЕОМ. До виконання цих робіт студенти готуються самостійно, читаючи конспекти, методичні розробки, навчальну літературу. Ця підготовка знаходить відображення у зошиті для лабораторних робіт. Чи готові студенти до лабораторної роботи, чи ні, а також захист зроблених робіт проводиться за допомогою програмованого опитування. Є можливість зробити і самоконтроль.

Самостійна робота студентів стає ефективною тільки у тому випадку, якщо вона забезпечена контролем та самоконтролем. Навчання може бути результативним тоді і тільки тоді, коли навчальна робота систематично і глибоко контролюється, коли студенти бачать результати своєї роботи. Диференційований контроль стимулює виявлення здібностей студентів. Забезпечення за допомогою контролю своєчасного оберненого зв'язку надає викладачеві можливість керувати процесом засвоєння знань і направляти самостійну роботу студентів.

Контроль має специфічні функції:

- виявлення необхідних ознак засвоєння матеріалу;
- вимірювання рівня засвоювання;

- оцінка відповідності досягнутого складу ознак і рівнів деякому еталону.

Саме чітка система контролю самостійної роботи студентів стимулює, підтримує ще не досить розвинуте їх прагнення до оволодіння знаннями, сприяє формуванню навичок організації своєї роботи.

Для того, щоб здійснити поточний контроль знань студентів використовується:

- усне та письмове опитування з теорії;
- колоквіум;
- контрольні роботи за темами;
- індивідуальні завдання;
- заліки по визначеним наперед темам;
- захист типових розрахункових робіт.

На кафедрі вищої математики Національного аграрного університету створено усі умови для ефективного виконання індивідуальних завдань, типових розрахунків, лабораторних робіт. А саме, створено методичне забезпечення у вигляді:

- лекцій по основних розділах курсу вищої математики;
- вказівок для виконання лабораторних робіт;
- індивідуальних завдань, які зібрано по семестрах;
- типових розрахунків із прикладами розв'язування задач елементами теорії та задачами для самостійного розв'язування і самоконтролю;
- збірників задач;
- електронних підручників.

Для виконання усіх завдань – домашніх, індивідуальних, типових розрахунків – на кафедрі вищої математики розроблено низку методичних розробок. В цих методичних розробках подано основний теоретичний матеріал, наведено зразки розв'язку типових задач майже з кожної теми, а також задачі для самостійного виконання.

Для того, щоб органічно засвоювати навчальний матеріал, треба оволодіти навичками самоконтролю. В процесі самоконтролю визначається відповідність між розумовою моделлю реальності, створеною студентом, і самою реальністю.

Підсумковий контроль проводиться у формі заліків та екзаменів.

Зауважимо ще, що для активізації самостійної роботи студентів велике значення має різноманітність форм, що дозволяє повніше використовувати емоційні і психологічні особливості студентів. Тому необхідно поєднувати традиційну роботу в аудиторії із участю студентів в олімпіадах, конференціях, науково-дослідній роботі кафедри. Викладачі кафедри проводять декілька олімпіад серед студентів різних спеціальностей і різних курсів. Переможці студентських олімпіад беруть участь у Всеукраїнських олімпіадах. Конференції проводимо з метою оволодіння студентами окремих питань та розділів курсу вищої математики з обов'язковим оформленням рефератів. Студент повинен глибоко вивчити фізичні властивості і закономірні явища, що розглядається, познайомитися із його фактичними застосуваннями, приділивши особливу увагу зв'язку цього явища із майбутньою спеціальністю. Підготовка реферату і виступ на конференції характеризують не тільки глибину набутих студентом знань, а і вміння та навички працювати з літературними джерелами.

Перераховані організаційно-педагогічні міроприємства стимулюють систематичну самостійну роботу студентів впродовж семестру, сприяють набуттю глибоких знань, покращують якість підготовки молодих спеціалістів.

Розглянута система організації самостійної роботи студентів дозволяє індивідуалізувати, інтенсифікувати навчальний процес при вивченні курсу вищої математики.

Література

1. Сулима І.М., Ковтун І.І., Нікітіна І.А. Про новий підхід в організації навчального процесу в НАУ // Тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми гуманізації і гармонізації управління». – Харків: Вид-во Харк. нац. унів., 2000. – с. 171.
2. Ковтун И.И., Никитина И.А. Об одном способе управления познавательной деятельностью студентов // Сб. научных трудов «Математика. Компьютер. Образование», в.6, ч.1. – М.: Прогресс–Традиция, 1999. – с. 74-76.
3. Ковтун И.И., Никитина И.А. Об опыте компьютеризации учебного процесса при изучении курса высшей математики // Тезисы VII Международной конференции «Математика. Компьютер. Образование». – М.: Прогресс–Традиция, 2000. – с. 156.

ОСОБЛИВОСТІ БЛОЧНО-ЗАЛІКОВОЇ СИСТЕМИ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ

Л.С. Счастлива
м. Кривий Ріг, Криворізький обласний ліцей-інтернат для сільської молоді

На сучасному етапі розвитку суспільства формується соціальне замовлення на творчу особистість – людину, яка здатна думати по-новому, самостійно ставити перед собою цілі, завдання, пропонувати нестандартні рішення, орієнтуватися більше на майбутнє, ніж на минуле, людину, яка має не тільки здібності, а й потребу в саморозвитку і самовдосконаленню.

Успіх багато в чому залежить від того, наскільки правильно зорієнтує свою діяльність разом з учнями вчитель, як навчиться сам і навчить школярів добувати знання. Саме це і покладено в основу роботи вчителів математики нашого ліцею.

Її умовно можна поділити на чотири етапи:

1-ий етап – діагностика;

2-ий етап – адаптаційний;

3-ій етап – рівневої диференціації;

4-ий етап – занурення в предмет.

Перший етап – діагностика. Якщо визначити для нього часові рамки, то це приблизно перші дві неділі 10 класу.

До ліцею приходять діти з різним рівнем підготовки. Деякі учні мають гарні теоретичні знання, практичні уміння і навички. Інші не володіють в достатній мірі умінням конкретизувати, здійснити порівняння, встановити причинно-наслідкові зв'язки. Тому в цей час іде виявлення рівня навченості учнів, співставлення з даними рівня інтелектуального розвитку, за яким тестуються учні при вступі (тест Кеттела), та планування подальшої роботи з предмету.

На другому етапі – (а це перша чверть 10 класу) систематизуємо та поглиблюємо матеріал 7–9 класів. Здійснюється рівнева диференціація.

З початком другої чверті 10 класу починається **третій етап – створення теоретичної і психологічної бази** для подальшого навчання, вироблення у ліцеїстів вміння самонавчання, навичок наукової організації розумової праці; відбувається ознайомлення учнів з основними мисленевими прийомами під час розв'язування задач за допомогою різних умовиводів аналогії, узагальнення, синтезу, аналізу тощо.

Останній **четвертий етап –** найдовший, він триває починаючи з другого півріччя десятого та протягом одинадцятого класу. Це етап 1) інтенсивного навчання; 2) оволодіння методами наукового пошуку; 3) залучення здібних учнів до науково-дослідницької діяльності.

Наш ліцей працює вже восьмий рік. Протягом чотирьох останніх років при викладанні математики застосовуємо лекційно-семінарську систему, яка дозволяє викладати навчальний матеріал великими блоками і на цій основі звільнити час для повторення питань теорії та розв'язку задач.

Крім того, така організація занять забезпечує посилення практичної і прикладної направленості викладання, залучення учнів до активної роботи з навчальною літературою, підвищення рівня їх підготовки.

Шкільна лекція відрізняється від вузівської, вона коротша, викладання повільніше, до того ж вона може перериватися в будь-який момент запитаннями з теми; окремі місця можуть повторюватися 2–3 рази. Лекція дає можливість систематизувати матеріал цілої теми, дає змогу показати цілісність теми, а не її фрагменти.

Тому вивчення будь-якої теми за курс 10–11 класу починається з лекції. При вивченні однієї теми ми проводимо, як правило, 3–4 лекції.

Наприклад, з 11 класом ми вивчаємо тему "Піраміда".

На першій лекції ми вивчаємо "Піраміду та її елементи", через декілька практичних занять – друга лекція "Умовний поділ пірамід на види в залежності від положення висоти". Тут-же на лекції пропонуються задачі обов'язкового рівня і опорні задачі. При можливості методи розв'язування оформлюються у вигляді алгоритмів, що сприяє культурі запису, розвитку логіки висловлювань і запам'ятовуванню.

Ми практикуємо також у своїй роботі узагальнюючі лекції в кінці вивчення теми. Це стосується і лекцій на повторення, які ми проводимо в березні –квітні одинадцятого класу за весь курс математики під час підготовки до іспитів та вступу до вузу.

Наступний урок після лекції – це урок-консультація, дуже важлива форма нашої роботи.

Із психології відомо, що слово – це спосіб вираження думок учня. Учням важко зрозуміти те, що вони не можуть виразити словами, тому робота під час консультації направлена на усвідомлення і роз'яснення незрозумілих теоретичних питань, що підкріплюється розв'язанням усних задач та задач обов'язкового рівня.

Логічним продовженням цієї системи роботи є уроки-практикуми, де іде відпрацювання вмінь та навичок розв'язування основних типів задач.

До уроків узагальнюючого повторення я готую учнів поступово. З уроку в урок у них узагальнювати навчальний матеріал за текстом підручника, лекціями – вчу знаходити головне і суттєве. Треба пам'ятати, що кожне наступне звернення до матеріалу сприяє кращому його розумінню, ліквідує прогалини в знаннях. Мета узагальнюючих уроків, на мою думку, полягає не лише в тому, щоб нагадати те, що вивчалось раніше (оскільки відтворення – це "пасивний" етап узагальнення). Необхідно, щоб факти, закони, положення стали здобутком учня для подальшого пізнання.

Так, після вивчення теми "Тригонометричні рівняння", я пропоную учням класифікувати рівняння та розв'язати кожний з типів рівнянь за алгоритмами.

Продовженням уроку як основної форми організації навчальної діяльності учня в ліцеї є додаткові індивідуальні заняття. Тому до них висуваються такі ж вимоги: обов'язковість проведення, чіткість цілепокладання, насиченість пізнавальної діяльності, постійний контроль з боку адміністрації ліцею.

С.І. Подмазін в своїй роботі семестрово-залікова форма організації навчального процесу у школі, виділяє такі форми проведення додаткових індивідуальних занять (ДІЗ):

- навчальні;
- розвиваючі;
- корегуючі;
- контролюючі;
- комбіновані.

Навчальні ДІЗ проводимо, протягом всього навчального року для учнів які мають проблеми з засвоєнням матеріалу. Для цього учитель складає разом з учнем індивідуальну програму самоосвіти з алгебри чи геометрії, надає йому допомогу, пояснює складні, не зрозумілі моменти.

Розвиваючі ДІЗ проводяться для поглиблення і розширення знань учнів з предмету, виявлення практичного і пізнавального значення матеріалу, підвищення мотивації до вивчення теми. На таких ДІЗ іде підготовка до олімпіад, виконуються творчо-пошукові роботи, готується їх захист на “Дні науки” та МАН.

Для подолання незначних прогалин в знаннях, одразу після контрольних робіт або заліків проводяться корегуючі ДІЗ. Зміст ДІЗ обумовлюється аналізом труднощів у навчальній діяльності учнів, та аналізом типових помилок.

Іноді проводяться також комбіновані ДІЗ, коли учитель займається одночасно з кількома учнями за різними індивідуальними планами.

Мета контролюючих ДІЗ – аналіз і контроль сформованості знань і навичок учнів. Ми їх проводимо як правило у формі заліку.

Тематичний залік – це завершальний етап вивчення кожної теми. Залік є ефективним і надійним засобом перевірки досягнень учнями певного рівня математичної підготовки. Практична частина заліку є трьох рівневою (рівні А, В, С), що надає учням з різним рівнем підготовки можливість продемонструвати свої знання, а вчителю – отримати інформацію про рівень навченості учнів і допомагає керувати процесом навчання і здійснювати диференційований підхід у викладанні математики.

Зупинимося коротко на підготовці та проведенні тематичних заліків.

1. Учитель ознайомлює учнів з теоретичними питаннями і текстами завдань з теми, ще на початку її вивчення.

2. Поділ класу на підгрупи дає можливість кожному учню на заліку відповісти усно і розв’язати певну кількість задач. Практика показує, що при цьому учні встигають розв’язати від двох до п’яти задач різного рівня складності. Роботи учнів перевіряються після заліку і оцінки оголошуються на наступному занятті.

3. Кількість і термін проведення тематичних заліків визначається календарним планом.

Здійснюючи підготовку ліцеїстів до вузівської системи навчання, підсумкові заліки в кінці кожного семестру проводимо у формі пробних іспитів.

На заліку учні отримують дві оцінки – окремо за теорію і за розв'язання задач. При оцінюванні розв'язування задач враховується:

1) теоретична обґрунтованість розв'язку;
2) їх кількість;
3) вибраний рівень.

Дати проведення підсумкових заліків визначаються навчальною частиною ліцею.

Втілення у практику принципів блочно-семестрової системи при викладанні математики доводить її ефективність.

Це підтверджується і вступом переважної більшості наших ліцеїстів до провідних вищих навчальних закладів нашого міста, Дніпропетровську та інших міст України.

АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ ШКІЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ В УМОВАХ ПЕРЕОРІЄНТАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ НА ОСОБИСТІСТЬ УЧНЯ

З.В. Таран
м. Кривий Ріг, Середня загальноосвітня школа з поглибленим вивченням фізики, інформатики та історії № 69

Неук у математиці стає якоюсь мірою чужим у наш час

Є. Ділман

Вивчення шкільного курсу математики в сучасних умовах набуває особливої активності. Це зумовлено тим, що дедалі більше спеціальностей потребують застосувань математичних знань, умінь і практичних навичок. Давно відома істина, що будь-яка діяльність може бути або технологією, або мистецтвом. Мистецтво базується на інтуїції, технологія – на науці. З мистецтва все починається, а технологією все закінчується. Саме за цим принципом організується вивчення всього курсу математики в середній школі, враховуючи віковий, моральний і розумовий рівні розвитку учнів. За стилем мислення учні діляться на тих, хто має математичний стиль, і тих, кому притаманний гуманітарний склад мислення. І разом з тим, для всіх учнів, без винятку, значний ефект дає використання нестандартних ситуацій, парадоксальних явищ, проведення рольових та ділових ігор, моделювання, створення проектів та ін. Отже, нині стає на чільне місце потреба гуманітаризувати матеріал, тобто поставити в основу науки не формулу, а думку і, за необхідності, “оздобити” матеріал цікавими дрібницями, які здатні викликати інтерес. Відомо, що інтерес виникає на основі потреб, які, в свою чергу, є великою рушійною силою в діяльності людини.

Видатний педагог-гуманіст В.О. Сухомлинський стверджував, що математичні знання мають здобуватися учнями насамперед як засіб практичного застосування, а викладання математики має озброювати їх не лише певною сумою знань, а й формувати їхній світогляд, причому це досягається тоді, коли знання не будуть мертвими, а стануть знаряддям, ключем до розв'язання практичних завдань, ключем проникнення в таємниці природи, подальшого пізнання навколишнього світу. Ознайомлення учнів з математикою як специфічним методом світопізнання, розуміння ними діалектичного зв'язку її з реальною дійсністю, уявлення про математичне моделювання сприяють розвитку особистості, формуванню наукового світогляду школярів.

Розглядаючи мотиваційну сторону навчання, неодмінно слід враховувати, що школа повинна успішно навчати не тільки тих, хто хоче, а й тих, у кого ще з різних причин не сформоване позитивне становлення до навчання. Ефективність навчання залежить не лише від лагідності чи суворості педагога, а, насамперед, від уміння будувати педагогічний процес так, щоб він завжди спонукав учня до нових перемог, підіймав його до вершини самопізнання та самовдосконалення. Оскільки одні й ті ж завдання для всього класу можуть бути для невстигаючих занадто важкими і непосильними, а для учнів з більшим розумовим потенціалом – досить легкими і навіть нецікавими, то постійно виникає потреба в пошуках шляхів індивідуалізації навчального процесу, диференціації, бо саме свідоме навчання є необхідною умовою успішного оволодіння навчальним матеріалом та розумового розвитку школяра.

Тому кожний вчитель математики ставить сьогодні собі за мету розвиток здібностей учнів з таким прицілом, щоб у майбутньому вони могли самостійно розв'язувати задачі. Виходячи з цих положень, виникає впевненість в тому, що на сьогодні пріоритетними є наступні напрямки здійснення математичної освіти в школі:

– побудова уроків математики за принципами гуманістичного навчання;
– реалізація на уроках математики принципів критеріально-орієнтованої диференціації;
– створення сприятливих умов для життєдіяльності та життєтворчості, стимулювання креативності;
– сприяння розвитку зацікавленості учнів у вивченні математики.

Отже, настав час визнати нову філософію математичної освіти, що ґрунтується на відродженні її справжньої духовності, осучасненні всієї системи навчання.

Шлях до мети один – гуманізація та гуманітаризація математичної освіти. Оскільки з плином часу змінюється суспільство, умови його життя, цілі, пріоритети, відповідно до цих змін виникає потреба переглянути, а то й оновити питання про підходи до виховання учнів в умовах вивчення шкільної математики. Тепер, коли утверджується молода українська держава, саме час обговорити і вирішити ці проблеми. Перш за все, слід визнати, що ця тема досить дискусійна, а, отже, потребує спеціального обговорення. Було б неправильно стверджувати, що на уроках математики немає можливостей для виховання культури мовлення, мислення, почуття патріотизму, наукового світогляду, культури поведінки, естетичних почуттів.

В наш час є і можливість, і потреба, слід лише обрати найдоцільніші методи, підпорядковані разом з тим розкриттю змісту математики. Реформа шкільної математичної освіти триває, до її завершення ще далеко, отож є час на розмірковування, апробування. А можливо, вже настав час чіткого визначення і планування, виконання дієвих заходів, що рухатимуть реформу?..

ГІПЕРТЕКСТОВА СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНИХ ТЕКСТІВ З МАТЕМАТИКИ

Н.А. Тарасенкова[1], А.В. Левченко[2]
[1] м. Черкаси, Черкаський державний університет ім. Б. Хмельницького
[2] м. Тальне, Тальнівський будівельно-економічний коледж

Одним із найважливіших джерел отримання учнями та студентами знань з математики є навчальні тексти відповідних підручників та посібників. Успішність процесу навчання математики, особливо у старшій ланці середньої школи та вузі, великою мірою залежить як від навичок і вмінь самостійної роботи учнів та студентів з текстами (суб'єктивний фактор), так і від особливостей самих текстів як носіїв навчального змісту (об'єктивний фактор).

Взагалі, поняття "текст" є досить багатогранним. Окремі його грані досліджуються філософами, філологами, психологами, педагогами-математиками. Проте, на сьогодні ще не існує цілісної науково обґрунтованої системи знань щодо тексту, яка б відображала усі притаманні йому властивості. Як результат, на даний момент немає загальноприйнятого означення цього поняття, навіть у окремо взятих наукових галузях. Здебільшого, кожний дослідник пропонує власне робоче означення цього поняття.

У контексті нашого дослідження, поняття "текст" доцільно визначити як єдине сплетіння мовних одиниць математичного змісту (речень, абзаців, розділів тощо), поєднаних певною концепцією, логікою викладу та смисловими зв'язками. У такому означенні, на нашу думку, природно враховується, що термін "текст" походить від латинського слова *textus – тканина, сплетіння, з'єднання*.

Серед основних характеристик навчальних текстів з математики, як правило, виділяють такі їх особливості, як лаконічність, точність, абстрактність, логічність викладу матеріалу, малу кількість "надмірностей", які слугують для полегшення сприймання інформації, поданої в тексті. Навчальним текстам з математики, здебільшого, не притаманні образність, сюжетність, динамізм та інші особливості, які полегшують сприймання і є характерними для художніх творів та навчальних текстів з гуманітарних предметів.

Ми хочемо зупинитися ще на одній дуже важливій, на наш погляд, особливості навчальних текстів з математики. Вона полягає в тому, що кожен із таких текстів, навіть найпростіший, за своїм змістом і структурою є текстом із так званими вкладеними текстами, які можуть супроводжувати основний текст явно чи приховано. Навчальний текст з математики є свого роду *гіпертекстом*. Наприклад, будь-яке формулювання родовидового означення математичного поняття містить низку вкладених смислів, які згорнуто виражаються у назві родового поняття, у формулюваннях видових відмінностей тощо. Трудність такого означення у плані його сприймання та засвоєння учнями великою мірою залежить як від особливостей його гіпертекстової будови, так і від того, у який спосіб даний текст вимагає актуалізації учнем вкладених смислів (на основі пам'яті чи за допомогою відповідного тексту), чи є рознесеними у часі і просторі основний та вкладені тексти тощо.

У даній роботі ми переслідуємо ціль розкрити певною мірою особливості гіпертекстової будови навчальних текстів з математики.

Властивість тексту бути гіпертекстом називатимемо *гіпертекстовістю*. Ми вважаємо за доцільне розрізняти *внутрішню* та *зовнішню* гіпертекстовість навчальних текстів математичного змісту. Уточнимо введені поняття.

Під з**овнішньою (відкритою) гіпертекстовістю** ми розуміємо гіпертекстовість форми тексту. Такий текст містить або прямі, або опосередковані посилання до іншого тексту. Призначення цих послань – допомогти читачеві адекватно і більш ґрунтовно (або більш розширено) сприйняти інформацію, подану в основному тексті.

За кількістю відкрито вкладених текстів навчальні математичні тексти можна розділити на гіпертексти простої чи складеної форми. У гіпертексті простої форми – лише один вкладений текст, у гіпертексті складеної форми – вкладених текстів декілька.

Основний та вкладені тексти можуть по-різному розміщатися один відносно другого. Можна виділити принаймні два випадки їх взаємного розміщення.

І випадок. Вкладені тексти можуть міститись всередині основного тексту. У такому випадку вони, як правило, подаються іншим шрифтом або розміром. Інколи ця інформація подається в дужках. Наприклад, такі властивості притаманні наступному текстові [1, с. 52]:

> "Числові послідовності можна задавати і так званим рекурентним способом (від латинського recurrens, що означає "зворотній"). Суть його полягає в тому, що задається кілька (один або більше) членів послідовності і зазначається правило за яким можна виразити її наступний член через попередні".

У наведеному прикладі вкладений текст подано у перших дужках, вилучення його з основного тексту не змінює логічності викладу. Запис у других дужках недоцільно вважати вкладеним текстом, оскільки він не несе завершеної інформації, а є виразом, що іншим способом передає зміст слова "кілька" та рівнозначний з ним. Отже, даний текст є гіпертекстом простої форми. Схематично описану вище ситуацію можна зобразити так:

Основний текст
Вкладений текст
Основний текст

ІІ випадок. Частіше за все, у навчальних текстах із зовнішньою гіпертекстовістю вкладені тексти знаходяться поза основним текстом. У таких випадках основний текст містить або явні посилання до потрібного тексту (типу: "див. параграф…", "див. ст. …", "див. виноску…") або опосередковані (вказування аксіоми, теореми, задачі, тощо, які необхідно пригадати читачеві, щоб зрозуміти смисл тексту). Прикладом такого зовнішнього гіпертексту може бути фрагмент пункту "Мимобіжні і паралельні прямі" шкільного підручника поглибленого курсу геометрії [2, с. 16-17].

> "**Означення**. Дві прямі називаються паралельними, якщо вони лежать в одній площині і не перетинаються.
>
> З означення випливає, що через дві паралельні прямі завжди можна провести площину, причому – тільки одну. Адже коли припустити, що через па-

ралельні прямі *a* і *b* проведено дві різні площини, то з цього випливало б, що через пряму *a* і деяку точку прямої *b* проведено дві різні площини. Але цього не може бути (теорема 1).

Отже, до перелічених на с. 8 способів задання площини можна додати ще один: площину можна однозначно задати двома паралельними прямими.

З аксіоми паралельності Евкліда випливає, що в площині через дану точку можна провести не більше однієї прямої, паралельної даній. А скільки таких прямих можна провести в просторі?

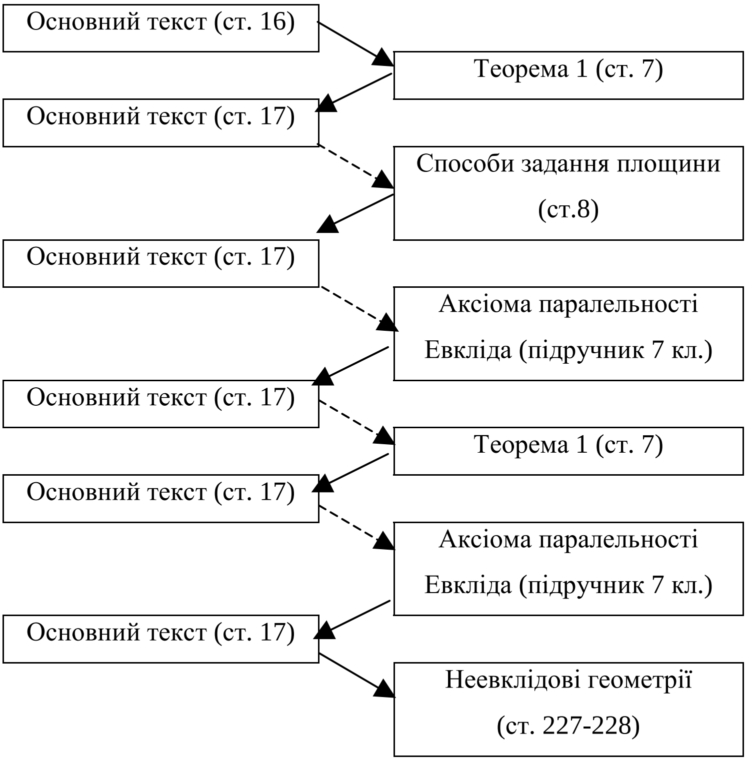
Теорема 4. Через будь-яку точку простору, яка не лежить на даній прямій, можна протести пряму, паралельну даній, і тільки одну.

Д о в е д е н н я . Нехай дано пряму *a* і точку *A*, що не лежить на ній. Через них можна провести єдину площину (теорема 1). У цій площині можна провести пряму, паралельну прямій *a*, до того ж тільки одну (аксіома V). Отже, у просторі через дану точку *A* можна провести тільки одну пряму, паралельну даній прямій *a*.

З а у в а ж е н н я . Доведена теорема справедлива тільки в евклідовій геометрії. Про неевклідові геометрії дивися на с. 227—228. ”

Опрацьовуючи такий фрагмент тексту, учні будуть вимушені декілька разів відриватись від нього, щоб ознайомитися з інформацією, що викладена в інших текстах і необхідна для адекватного сприйняття основного тексту. Дійсно, у кінці другого абзацу є посилання на теорему 1, яка знаходиться на ст. 7 підручника і учень вимушений буде пригадати її формулювання: “Через пряму і точку, що не лежить на ній, можна провести площину і до того ж тільки одну”. Перше речення третього абзацу вимагатиме від учня пригадати способи задання площини, що були перелічені на ст. 8 підручника – “площину можна задати: 1) трьома точками, що не лежать на одній прямій; 2) прямою і точкою, що не лежить на ній; 3) двома прямими, які перетинаються”. Четвертий абзац містить посилання на аксіому паралельності Евкліда (V аксіома), що вивчалася учнями ще в 7 класі та за іншим підручником. У доведені теореми 4 знову є звертання до теореми 1 та аксіоми V. У останньому абзаці учням пропонується звернутись до ст. 227-228 підручника, щоб ознайомитись з неевклідовими геометріями.

Отже, даний текст є гіпертекстом зі складеною формою. Зобразимо структуру наведеного текстового фрагмента схемою. Суцільною лінією будемо вказувати обов’язковий перехід до наступного текстового елемента, що подано у підручнику текстом, а пунктирною – перехід, що може деякими учнями здійснюватись без допомоги підручника, оскільки таку інформацію вони пам'ятають.



Слід підкреслити, що не кожний навчальний текст з математики має гіпертекстову форму. Численна кількість текстів, як-то формулювання означень, теорем, правил тощо, не містять ні явних посилань до інформації, що розташована поза текстом, ні явно виділеного вкладеного тексту. Проте, наголосимо на цьому ще раз, кожний навчальний текст з математики володіє внутрішньою гіпертекстовістю. Виявлення та аналіз її структурних особливостей надасть можливостей для пошуку шляхів і засобів подальшого вдосконалення процесу навчання математики в школі та вузі.

Під **внутрішньою (прихованою) гіпертекстовістю** ми розуміємо гіпертекстовість смислу даного тексту. Ця гіпертекстовість набагато складніша за зовнішню, оскільки не виділяється візуально, а прихована у змісті тексту. Вона має ієрархічну будову кількох порядків.

Внутрішня гіпертекстовість першого порядку пов'язана з використанням у тексті математичних термінів та символів. Учень, читаючи деякий термін, або побачивши певний символ, повинен у своїй пам'яті відновити той текст, що пояснює даний термін або розшифровує відповідний символ. Тобто, початковий текст має розгортатися самим учнем у текст із вкладеними текстами. Проілюструємо це на прикладі наступного тексту [3, 266].

> "Число а називається границею функції $y=f(x)$ у точці x_0, якщо для будь-якого як завгодно малого числа $\varepsilon>0$ існує таке число $\delta(\varepsilon)>0$, що для всіх $x\in<a;b>$, $x\neq x_0$ і таких, що $|x-x_0|<\delta$, виконується нерівність $|f(x)-A|<\varepsilon$"

Читаючи це означення, учень повинен пригадати, тобто "розгорнути в текст" такі терміни і символи: функція; більше ($\varepsilon>0$, $\delta(\varepsilon)>0$); символ $<a;b>$ як позначення множини чисел між числами (власними чи невласними) a і b, що відображає усі можливі випадки включення кінців цього проміжку; належати ($x\in<a;b>$), не бути рівним ($x\neq x_0$), модуль виразу ($|x-x_0|$, $|f(x)-A|$), виконання нерівності ($|x-x_0|<\delta$, $|f(x)-A|<\varepsilon$) тощо.

Внутрішня гіпертекстовість вищих порядків пов'язана з особливостями смислових одиниць тексту – частин тексту, які є завершеними за смислом, та процедурою їх розгортання і перетворення у новий, більш детальний чи по-іншому організований текст.

Смисловими одиницями навчального математичного тексту можуть бути: 1) окреме речення; 2) субабзац – частина абзацу, що складається з кількох речень, які об'єднані смисловою близькістю; 3) абзац; 4) квазіабзац – частина тексту, більша за абзац, яка об'єднує невеликі абзаци або інші текстові елементи за одною смисловою близькістю, і обмежується від сусідніх елементів тексту за ознакою смислової відмінності.

У залежності від розмірів смислових одиниць можна виділити відповідні рівні внутрішньої гіпертекстовості вищих порядків.

Покажемо особливості окремих смислових одиниць на прикладі наступного тексту [4, с. 31-32].

"Спільним перпендикуляром до двох мимобіжних прямих називається відрізок з кінцями на цих прямих, перпендикулярний до кожної з них.

Доведемо, що ***дві мимобіжні прямі мають спільний перпендикуляр і до того ж тільки один. Він є спільним перпендикуляром до паралельних площин, які проходять через ці прямі.***

Справді, нехай a і b – дані мимобіжні прямі. Проведемо через них паралельні площини α і β. Прямі, які перетинають пряму a і перпендикулярні до площини α, лежать в одній площині (γ). Ця площина перетинає площину β по прямій a', паралельній a. Нехай B - точка перетину прямих a' і b. Тоді пряма AB, перпендикулярна до площини α, перпендикулярна і до площини β, оскільки β паралельна α. Відрізок AB – спільний перпендикуляр до площин α і β, а отже, і до прямих a і b.

Доведемо, що цей спільний перпендикуляр єдиний. Припустимо, що прямі a і b мають інший спільний перпендикуляр CD. Проведемо через точку C пряму b', паралельну b. Пряма CD перпендикулярна до прямої b, а отже, і до b'. Оскільки вона перпендикулярна до прямої a, то вона перпендикулярна до площини α, тобто паралельна прямій AB. Виходить, що через прямі AB і CD, як через паралельні, можна провести площину. У цій площині лежатимуть наші мимобіжні прямі AC і BD, а це неможливо, що й треба було довести."

Внутрішня гіпертекстовість другого порядку (на рівні речення).

Читаючи перше речення, де розкривається смисл поняття "спільний перпендикуляр до двох мимобіжних прямих", учень буде вимушений побудувати п'ять вкладених текстів, що пояснюють такі терміни: перпендикуляр, пряма, мимобіжні прямі, відрізок, кінці відрізка (внутрішня гіпертекстовість першого порядку). Але крім цього, він повинен буде також відновити (або у пам'яті, або звернувшись до підручника) три тексти, що пояснюють такі смислові одиниці на рівні речення: "Відрізок, кінці якого лежать на мимобіжних прямих", "Відрізок, перпендикулярний до однієї з мимобіжних прямих", "Відрізок, перпендикулярний до другої з мимобіжних прямих ".

Внутрішня гіпертекстовість третього порядку (на рівні субабзаців).

Прикладом субабзаца в тексті, що розглядається, може виступати смислова єдність перших двох речень третього абзаца, коли з першого речення відкинуто слово "справді", яке забезпечує смисловий зв'язок третього абзацу з попередніми. Інший субабзац утворюють перші три речення цього абзацу. Новий субабзац утворюється з попереднього приєднанням наступного, четвертого речення цього абзацу. В процесі опрацювання даного тексту учню необхідно буде не просто приєднувати новий зміст до змісту попереднього субабзацу. Кожний новий субабзац потребуватиме переосмислення як нової смислової цілісності, а також розгортання і переформулювання відповідного тексту, переведення прихованої гіпертекстовості у відкриту.

Сутність ***внутрішньої гіпертекстовості*** більш високих порядків ***– на рівні абзаців*** та ***квазіабзаців,*** можна розкрити за аналогією з попереднім рівнем. Відмінності полягатимуть у розмірах смислових одиниць, що виступатимуть в якості основного тексту та вкладених текстів.

Підсумовуючи сказане, хочемо відмітити, що явище гіпертекстовості навчальних текстів з математики потребує подальшого дослідження. Поки що залишається нерозкритою проблема специфіки об’єктивного та суб’єктивного факторів процесу опрацювання навчальних текстів математичного змісту та особливостей їх співіснування у навчальному процесі. Вирішення цієї проблеми надасть можливостей вдосконалювати методики навчання роботи з навчальними текстами, що пропонуються учням та студентам у процесі вивчення математики в школі та вузі.

Література

1. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підруч. для учнів 10 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. закладах освіти. – К.: Освіта, 2000. – 318 с.
2. Геометрія: Підруч. для учнів 10-11 кл. з поглибл. вивч. математики в серед. загальноосвіт. закладах / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, В.М. Владіміров, Н.Г. Владімірова. – К.: Освіта, 2000. – 239 с.
3. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу: Проб підруч. для 10-11 кл. серед. шк. – К.: Зодіак-ЕКО, 1995. – 608 с.
4. Погорєлов О.В. Геометрія: Стереометрія: Підруч. для 10-11 кл. серед. шк. – 3-тє вид. – К.: Освіта, 1997. – 128 с.

ПРОБЛЕМНИЙ ПІДХІД ДО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

О.О. Трохимець
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Відомо, що при вивченні математики учні повинні засвоювати не лише зміст знань, а й способи їх отримання.

Ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності учнів є проблемний підхід до навчання. Він сприяє інтелектуальному розвитку учнів і водночас формує світогляд, моральні та емоційні риси особистості. Проблемно-пошукове навчання зближує процес навчання в школі з науковим пізнанням, розвиває творче мислення.

При такому навчанні учні, ознайомлюючись з новим матеріалом, не отримують від вчителя готових знань. Педагог лише створює проблемну ситуацію та надає фактичний матеріал, необхідний для її розв'язання. Вирішуючи питання, які виникають у зв'язку зі змістом цієї ситуації, та використовуючи наведені вчителем відомості, школярі повинні самостійно «відкрити» знання, заплановані навчальною програмою. Психологи та педагоги (О.М. Матюшкін, М.І. Махмутов, І.Я. Лернер, В.А. Крутецький, В.О. Моляко та ін.) вважають, що результат пізнання не зможе взагалі бути «відкритим», якщо учень не повторює процес його народження.

Інтелектуальна активність учнів у процесі реалізації проблемного засвоєння знань визначається рівнем проблемності. Сутність цього поняття стосовно учбової діяльності школярів складає система зовнішніх і внутрішніх суперечностей. Дослідники зазначають, що проблемність виражає не лише суб'єктивний психічний стан того, хто пізнає, а закономірно випливає з об'єктивного відношення пізнання до буття. Наявність проблем та проблемних ситуацій об'єктивно обумовлена нескінченістю існуючого і взаємозв'язком всіх явищ в світі [1, 2].

Взагалі, проблемне навчання - це тип розвиваючого навчання, при якому поєднуються систематична самостійна пошукова діяльність учнів із засвоєнням ними готових висновків науки, а система методів побудована з урахуванням цілеспрямованості та принципу проблемності. Воно орієнтується на формування пізнавальної самостійності, стійких мотивів засвоєння знань і розвитку розумових здібностей учнів та визначається системою проблемних ситуацій.

Узагальнена схема послідовності етапів проблемного пізнавального процесу виглядає таким чином :

Виділимо особливості проблемного підходу до навчання математики:

1) під час розв’язання навчальних проблем для вчителя значно розширюються можливості формування специфічної інтелектуальної діяльності учнів, яка спрямована на самостійне засвоєння ними нових математичних знань;
2) в учнів виробляються раціональні прийоми логіко-теоретичного мислення та розвиток наукової інтуїції;
3) школярі краще усвідомлюють зв’язок теорії, яка вивчається на уроках математики, з практикою;
4) вчитель має змогу систематично застосовувати різноманітні види самостійної роботи на уроці;
5) перед вчителем постають широкі можливості здійснення диференційованого навчання та індивідуального підходу до учнів;
6) проблема розгортається перед школярами в динамічному розвитку, в органічному зв’язку з попередніх матеріалом;
7) при проблемному навчанні забезпечується оптимальне співвідношення індукції та дедукції, продуктивних і репродуктивних форм навчання;
8) проблемний підхід є ефективним засобом розвитку творчого мислення.

Ми пропонуємо декілька проблемних ситуацій, які можна створити на уроках алгебри і початків аналізу в 10-11 класах загальноосвітньої школи.

Наприклад, на уроці з теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» (10-ий клас) корисно запропонувати учням усну контрольну роботу такого змісту.

Розв’язати рівняння та нерівності:

1. $2\cos x+4=0$	2. $\sin x(\cos x-6)=0$
3. $(1+\mathrm{tg}^2 x)\cos^2 x=0$	4. $\cos x(2\sin x-4)=0$
5. $\sin x\cdot(2\cos x+1)=0$	6. $\sin^2 x\cos x\geq 0$
7. $\cos^2 x\cdot\sin x<0$	8. $\cos x>\frac{1}{2}$
9. $\cos x\geq\frac{1}{2}$	10. $\sin^2 x<\frac{1}{4}$

Усне виконання подібних завдань сприяє вдосконаленню такої мислительної операції, як аналіз, і добре тренує пам’ять.

Для тренування умінь виділяти головне в учбовому матеріалі, класифікувати його, представляти математичну інформацію різними мовами доцільно запропонувати школярам самостійно продовжити заповнення такої таблиці:

№	Властивості показникової функції $y =\ldots$ мовою алгебри	Властивості тієї ж функції мовою геометрії
1.	$x \in (-\infty;+\infty)$	…
2.	…	Графік функції знаходиться вище вісі абсцис
3.	Функція монотонно спадає	…
4.	…	Точка з координатами (0;1) належить графіку функції
5.	При $x=1,\ y=\frac{3}{5}$	…

В 11-ому класі, при вивченні похідної функції $y=\cos x$ можна дати учням завдання знайти похідні наступних функцій у зазначеному порядку:

1) $f(x)=\sin 2x$;

2) $g(x)=\sin(2x+1)$;

3) $t(x)=\cos x$.

Знаючи формулу похідної для $y=\sin x$, учні легко виконують перші завдання. А як знайти похідну для $t(x)=\cos x$? Виникає пропозиція функцію косинус задати формулою, яка буде містити синус, наприклад, $\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

При вивченні теми «Первісна функції»(11-ий клас), можна запропонувати учням виконати таке завдання.

1. Знайти похідні функцій:

1) $y=\frac{x^2}{2}$; 2) $y=\frac{x^2}{2}+10$, 3) $y=\frac{x^2}{2}-6$.

Виконавши це завдання, учні встановлюють, що для усіх випадків $y'=x$. Виникає проблема: для яких ще функцій y їх похідна рівна x? Виявляється, що таких функцій безліч. А як зручніше записати відповідь? Напевне, у вигляді: $y = \frac{x^2}{2} + c$, де $c=const$.

Нарешті, розв'язуємо основну проблему: якщо $F(x)$ - первісна для $f(x)$ на деякому проміжку, то чи завжди $F(x)+c$ теж є первісною на цьому самому проміжку?

2. При вивченні теми «Первісна суми функцій» ми пропонуємо завдання знайти первісні таких функцій:

1) $f(x)=x^3$; 2) $g(x)=\sin x$; 3) $h(x)=x^3+\sin x$.

Легко розв'язавши перші два завдання, для третього учні висувають припущення, що однією з первісних може бути така: $H(x) = \frac{x^4}{4} + \cos x$. Це можна обґрунтувати подальшою перевіркою гіпотези. Дійсно, якщо $h(x)=f(x)+g(x)$, то можна записати $H(x)=F(x)+G(x)$, де $F'(x)=f(x)$, $G'(x)=g(x)$. Доводиться ця формула безпосереднім застосуванням означення первісної.

Звісно, весь учбовий матеріал практично неможливо засвоювати шляхом розв'язування проблем. По-перше, неоднорідною є структура самих знань, що підлягають засвоєнню, і, по-друге, – процесу навчання, в якому постійно чергуються етапи засвоєння знань, їх повторення і застосування. Але проблемне навчання, безперечно, має суттєві переваги. Досвід кращих вчителів підтверджує, що рівень науковості викладання підвищується, якщо дії вчителя спрямовані на формування пізнавальних потреб учнів і на зміни в структурі їх розумової діяльності. Це у сукупності забезпечує засвоєння знань на більш високому рівні абстрактності. Саме з цією метою і потрібно застосовувати проблемний підхід до навчання математики.

Література:

1. Коваленко В.Г., Тесленко І.Ф. Проблемний підхід до навчання математики. - К.: Рад. школа, 1985. - 88 с.

2. Махмутов М.И. Проблемное обучение (основные вопросы теории). - М.: Педагогика, 1975. - 250 с.

3. Тюреш Н.Л. Задачи для заключительного повторения курса алгебры. // Математика в школе. - 1989. - №2. - С. 26-28.

ДОСВІД ВИКЛАДАННЯ КУРСУ “МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ” ДЛЯ СТУДЕНТІВ ІНЖЕНЕРНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

О.К. Узбек, О.В. Шепеленко
м. Донецьк, Донецький державний університет економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського

У поточному навчальному році в ДонДУЕТ на факультеті обладнання переробних і харчових виробництв авторами вперше був прочитаний курс “Математичне моделювання”. Нова дисципліна містить у собі 36 годин лекцій і 36 годин практичних занять, із яких половина була проведена в комп’ютерному класі. Концепція викладання дисципліни побудовано відповідно до програми викладання дисциплін математичного циклу студентам інженерних спеціальностей. Базуючись на досвіді викладання нового курсу, автори повідомлення хотіли б підкреслити його логічний взаємозв’язок із попередніми темами і розділами математичних дисциплін, досліджуваних студентами протягом чотирьох семестрів.

Вивчаючи теорію ймовірностей, студенти-інженери, однак, мають дуже неясне уявлення про статистичні методи. Тому в якості першої, вступної теми була запропонована наступна “Статистичний аналіз інформаційної бази і побудова законів розподілу”. При вивченні цієї теми студенти познайомилися з методами статистичного аналізу, можливостями роботи з дискретними і інтервальними варіаційними рядами, способами побудови теоретичних законів розподілу (нормальний, Пуасона) і різних критеріїв згоди (Пірсона, Колмогорова, Ямстремського), що перевіряють справедливість висунутих гіпотез.

Оскільки в інженерних дослідженнях велике значення має теорія і практика моделювання, то подальший виклад курсу зв’язаний саме з вивченням і кількісним визначенням внутрішніх і зовнішніх причинно-слідчих зв’язків між показниками механічних систем, установленням закономірностей їхнього формування і тенденцій розвитку.

Процес побудови і використання математичних моделей являється достатньо складним і включає до себе основні етапи: визначення цілі дослідження, побудова системи показників і логічний відбір факторів, що найбільш впливають на кожний показник; вибір форми зв'язку показників, що досліджуються, між собою і факторами, тобто вибір типу математичної моделі; збір вихідних даних і аналіз інформації; побудова математичної моделі, тобто знаходження параметрів моделі; перевірка адекватності моделі, що побудована, вихідним даним; використання моделі для аналізу і прогнозу.

Головна ціль курсу – оснастити дослідника, що використовує у своїй роботі статистичні методи, інструментарієм, необхідним для розв'язання ключової проблеми всякого дослідження: як на підставі окремих результатів статистичного спостереження за аналізованими подіями або показниками виявити й описати існуючі між ними взаємозв'язки. Саме ця проблема, проблема статистичного дослідження залежностей, виявляється головною в рішенні таких типових задач практики, як нормування, прогноз, планування, діагностика, оцінка ефективності функціонування або якості об'єкта, регулювання параметрів процесу або системи.

Курс "Математичне моделювання", що було викладено авторами, побудовано з урахуванням побажань спеціальних кафедр щодо повного засвоєння матеріалу по темі "Планування експерименту", що дозволяє виробити у студентів інженерних спеціальностей навички самостійної роботи, уміння проводити наукові дослідження, а також робити аналіз та прогноз. Планування експерименту – нова навчальна дисципліна, застосовувана для рішення широкого кола задач: побудова інтерполяційних і екстраполяційних моделей, вивчення кінетики і механізму явищ, оптимізація процесів. Найбільше практичне значення має оптимізація процесів – планування екстремальних експериментів за допомогою регресійного аналізу.

При вивченні розділів регресійного аналізу студентам пропонується такий опис об'єкту дослідження, який найбільш близький до їхніх спеціальних дисциплін. Для опису об'єкту дослідження зручно використовувати уявлення про кібернетичну систему, що має назву "чорний ящик". Він схематично зображений на рисунку 1.

Рис. 1. “Чорний ящик”

На рисунку 1 за $x_1, x_2, \ldots, x_m$ позначені змінні, що пояснюють, за $y_1, y_2, \ldots, y_n$ – змінні становища, що пояснюються.

Математика вторгається в планування експерименту на двох етапах: при формулюванні теоретичних взаємозв'язків і при розробці або перевірці статистичних методів. За допомогою математичних методів можуть бути спростовані багато нереалістичних гіпотез або, принаймні, показана їхня незастосовність у даних конкретних умовах. Хоча ми не можемо довести теорію, ми можемо за допомогою отриманих результатів показати її незаперечність даним спостереження. Крім того, вона може додати їй більше глибини, забезпечуючи чисельними значеннями параметрів рівнянь, особливо, як це іноді буває, коли ці величини мають вирішальний вплив на характер взаємозв'язків. Отримані рівняння можуть виявитися важливими для прогнозування або оцінки впливу прийнятих рішень. Математичні процедури можуть бути виконані на різному рівні відповідно до того, якою мірою вводяться витончені методи і бажані точні докази.

У процесі вивчення курсу студент повинен уміти застосовувати кількісні методи при аналізі технічних процесів і застосовувати формальні засоби при їхньому описі, набути навичок практичної роботи з методами статистичного аналізу.

Широке застосування математичних методів у різноманітних галузях інженерної діяльності вимагає певної математичної культури і високого рівня математичної підготовки фахівців інженерного профілю. Сучасний рівень розвитку науки і техніки освіти вимагає від фахівців постійного самостійного поповнювання своїх знань, у разі необхідності оволодіння новими розділами та дисциплінами, добре орієнтуватися в різноманітності наукових ідей і концепцій, а також застосовувати їх на практиці.

Серед професійних умінь, якими повинний володіти сучасний інженер, важливим є уміння за допомогою результатів експерименту вирішувати задачі планування, аналізу, а також уміння проводити прогностичні дослідження. Глибоке вивчення та засвоєння курсу “Математичне моделювання” дозволяє розвинути логічне мислення в студентів, підвищити рівень рішень, що приймаються в умовах невизначеності, забезпечити подальший зріст соціальної та економічної ефективності діяльності фінансового підприємства.

Викладання курсу “Математичне моделювання” в учбових закладах має за мету: формування особистості студентів, розвиток їх інтелекту та здібностей до логічного та алгоритмічного мислення, виховання навичок самоосвіти і самоконтролю, знайомство з процесом математичного моделювання явищ, оволодіння статистичними методами дослідження, які є необхідними не тільки для аналізу і прогнозування процесів пошуку оптимальних рішень, а і для інтерпретації одержаних результатів. Предмет і основні задачі курсу зв’язані з проблемами побудови кількісно-визначених варіантів типових математичних моделей, розробкою методів визначення їхніх параметрів за статистичними даними й аналізом їхніх властивостей.

Одна з головних задач побудови курсу “Математичне моделювання” полягає в здійсненні максимально компактного викладення та раціоналізації розподілу програмного матеріалу. Послідовність тем та їх розподіл зумовлені задачами сучасного забезпечення загальнонаукових і спеціальних дисциплін та зберіганням логічної стрункості, точності визначень і формулювань та завершеності самого курсу. Дисципліна “Математичне моделювання” є спеціальним розділом, який орієнтується на використання математичних методів у рішенні застосовних задач.

Для зрозуміння цього курсу потрібна гарна математична підготовка, особливо повне знання матричної алгебри. Знання основ математики повинні включати, окрім загального знайомства з алгебраїчними символами і функціями, знання диференційного числення, детермінантів і їхніх елементарних властивостей. Бажання доповнити викладання регресійного аналізу розглядом більш складних випадків (багатофакторна регресія, двохкроковий метод найменших квадратів), а також негативних явищ (автокореляція даних та залишків, мультиколінеарність факторів) приводить до необхідності звертання до матричного апарата. Тим більше, що він одержує усі більш широке поширення не тільки в теоретичних, але й у прикладних публікаціях. Так із матричного апарата, досліджуваного в попередніх семестрах, корисно нагадати студентам дії над матрицями і розв'язок систем лінійних рівнянь матричним методом.

При викладенні курсу "Математичне моделювання" вживаються наступні методи та засоби активізації учбового процесу: знайомство студентів з історією виникнення понять, що вивчаються, та їх розвитку, з їх зв'язками з практикою, основними досягненнями вчених; створення проблемних ситуацій; розкриття наукової і практичної (життєвої) значущості учбового матеріалу; використання міжпредметних зв'язків для демонстрування понять і результатів; розкриття естетичного начала в матеріалі; організація діалогів і учбових дискусій та ін. Дуже корисні історичні відомості, що стосуються зародження і розвитку дисципліни. Наприклад, удалим буде повідомити студентам, що відкриття статистичних методів планування експерименту належить англійському статистику Рональду Фішеру, що вперше показав доцільність одночасного варіювання всіма чинниками в противагу широко поширеному однофакторному експерименту.

Для індивідуалізації учбового процесу розроблені багатоваріантні контрольні завдання, що вимагає від студентів самостійності їх виконання і перевірки одержаних результатів на персональному комп'ютері. Консультації та колоквіуми також дають змогу контролювати та в разі необхідності активізувати учбовий процес.

Хоча при первинному викладі курсу "Математичне моделювання" кожне істотне положення автори статті прагнули систематично ілюструвати прикладами, останні виявилися розрізненими, уривчастими і тому виникнула пропозиція про побудову наскрізного приклада. На подібному прикладі можна було б простежити всі операції від початку і до кінця. З огляду на спеціалізацію студентів-інженерів, приклад повинний містити:

1) побудову матриці планування експерименту;
2) побудову інформаційної статистичної бази дослідження: знаходження середніх значень по показнику і кожному чиннику на основі серії проведених досвідів;

3) перевірку отриманих рядів факторних даних на мультиколінеарність для виключення її негативних наслідків;

4) у випадку виявлення істотної мультиколінеарності, зниження її за рахунок переходу до перших різниць, виключення з розгляду певного чинника або застосування двохкрокового методу найменших квадратів, що дозволяє обминути проблему корельования даних;

5) побудову регресійної моделі і перевірка її на значимість;

6) поширення побудованої моделі на поле даних, яке цікавить дослідника, і проведення точечного і інтервального прогнозування.

Ціллю вивчення нової дисципліни є засвоєння інформації, необхідної для побудови факторного експерименту при оптимізації техніко-економічних процесів. За допомогою цієї інформації студент повинен уміти вибрати раціональний план досліджень, побудувати математичний опис процесу в області експериментування і провести статистичний аналіз, вибрати найкоротший шлях до оптимуму і здійснити рух цим шляхом, зробити змістовну інтерпретацію рівняння регресії.

У результаті вивчення курсу "Математичне моделювання" студент одержує навички, які необхідні експериментатору для прийняття рішень на основі використання методів планування експерименту в найпростіших випадках:

– вибрати область, у якій має сенс планувати експеримент;
– використовувати наявні дані при упорядкуванні плану експерименту;
– прийняти рішення про необхідні дії після одержання і статистичного аналізу рівняння регресії.

Автори вважають за доцільне обмежити вивчення класичних методів оптимізації, звести виклад цієї теми до інформативного рівня, і навпаки розширити вивчення методу Бокса-Уілсона, який носить назву методу крутого сходження. Він дозволяє отримувати статистичні математичні моделі процесів, використовуючи факторне планування, регресійний аналіз і рух по градієнту. Успішне використання методу залежить від розв'язання питань, які пов'язані з прийняттям неформалізованих рішень при виборі параметра оптимізації, чинників, плану експерименту і при інтерпретації результатів. Ідея методу Бокса-Уілсона вкрай проста. Експериментатору пропонується ставити послідовні невеликі серії досвідів, у кожній із котрих одночасно варіюються по певних правилах усі чинники. Серії організуються таким чином, щоб після математичної обробки попередньої можна було б вибрати умови проведення наступної серії. Так послідовно, крок за кроком, досягається область оптимуму.

Корисним також виявляється застосування змінних X не в “чистому”, а в закодованому вигляді $x = \frac{X - X_0}{\Delta X}$, де X – значення фактору, X_0 – координата центру експерименту по фактору X: $X_0 = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}$, ΔX – півдіапазон зміни фактору X в експерименті: $\Delta X = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$, X_{max} і X_{min} – відповідно верхня (максимальна) і нижня (мінімальна) границі експерименту.

Саме плануванню екстремального експерименту повинна приділятися більша увага при викладанні курсу “Математичне моделювання” для студентів інженерного фаху.

Література

1. Вознесенский В.А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 263 с.
2. Федосеев В.В., Гармаш А.Н. и др. Экономико-математические методы и прикладные модели. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 391 с.

ДЕЯКІ АСПЕКТИ ВИКЛАДАННЯ КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В СУЧАСНОМУ ВУЗІ

Л.В. Фролова[1], Н.В. Фролова[2]
[1] м. Дніпропетровськ, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури
[2] м. Дніпропетровськ, Дніпропетровський національний університет

В останнє десятиліття задача підготовки фахівців у вищій школі набула особливих труднощів. Це пов’язано з неефективністю шкільної освіти, неспроможністю шкільної реформи і загальними негативними процесами в суспільстві, що, зрештою привело до зниження загальноосвітнього рівня абітурієнтів. У зв’язку з цим умови проведення вступних іспитів у вищі навчальні заклади регулюються і визначаються найчастіше кон’юнктурними розуміннями, прагненням адміністрації до обов’язкового укомплектування, використання будь-яких послаблень рівня вимог (особливо для абітурієнтів, що надходять на договірній чи контрактній основі).

Крім того, досвід роботи і спостереження показують, що значний відсоток абітурієнтів, що надходять у вуз, не мають чітко спрямованих мотивів: серед студентів технічних вузів є ті, що закінчили школу (класи) з гуманітарним нахилом. Тому велика частина студентів з перших днів навчання стикається з труднощами, що пов’язані з великим потоком інформації, з недостачею часу, щоб з нею звикнутися, і тим більше, щоб нею опанувати з високою вимогливістю, що пред’являється до студентів, з необхідністю вміти правильно розподілити свій час, з невмінням напружено працювати, засвоювати матеріал на потрібному рівні. У такій ситуації неважко оступитися, помилитися, не справитися з чим-небудь.

З психологічної точки зору під час навчання у вищому навчальному закладі пізнавальні процеси особистості набувають суттєвих змін. На особливу увагу заслуговують процеси мислення, пам’яті та уваги. Механізм їх роботи в цей віковий період трансформується, вдосконалюється і починає носити вибірково-селективний характер. У період з 19 до 21 року сприйняття внутрішніх змін загострюється. Студентам здається, що процес оволодіння знаннями відбувається необумовлено складно. Виникають труднощі опанування та запам'ятовування матеріалу, концентрації та зосередження уваги на значущих аспектах. Низький коефіцієнт працездатності в свою чергу впливає на процес формування особистості студента, його самооцінку. В соціологічних дослідженнях зафіксовано найвищий відсоток самогубств саме в студентському віці (криза 20 років – третій курс навчання).

Сформована в даний час ситуація з вивченням вищої математики у вищій школі ускладнюється введенням трирівневої підготовки – бакалаври, фахівці, магістри. При цьому програми курсів не змінилися.

Усе це говорить про необхідність пошуку нових гнучких форм навчання, що дозволять враховувати сформовані стереотипи, народні традиції, рівень розвитку суспільних інститутів, а також сучасні тенденції і цілі.

У зв'язку з цим доцільно переглянути навчальні плани і програми з викладання математики. Потрібно починати з оглядових лекцій з елементарної математики. Потім для студентів, що одержують ступінь бакалавра, досить прочитати курс вищої математики, що викладався раніше в технікумах, для фахівців – курс, що раніше читався в інституті, а для магістрів – доповнити цей курс спеціальними главами. Це дозволить студентам адаптуватися до вивчення курсу вищої математики, а математичну освіту зробити неперервною.

ПРОБЛЕМА ДЕДУКТИВНОГО ВИКЛАДАННЯ ШКІЛЬНОГО КУРСУ ГЕОМЕТРІЇ, ПОБУДОВАНОГО НА АКСІОМАТИЧНІЙ ОСНОВІ

Л.Г. Чашечникова, С.В. Петренко, О.С. Чашечникова
м. Суми, Сумський державний педагогічний університет
ім. А.С. Макаренка

Аналіз досвіду роботи вчителів свідчить, що останнім часом поширилась тенденція обминати ознайомлення учнів з логічною побудовою геометрії на аксіоматичній основі (навіть з'явилися підручники з геометрії, в яких немає аксіом), уникати доведення теорем, а тільки застосовувати їх формулювання. При цьому поступово забувається те, що математику вивчають не тільки заради ознайомлення учнів з математичними методами (які мають широке застосування в областях, на перший погляд, далеких від математики), але й задля їх інтелектуального розвитку. Необхідно навчити учнів виділяти основне, встановлювати зв'язки, мислити логічно обґрунтовано. І саме тому важливим є доцільний вибір схеми викладання систематичного курсу геометрії.

При визначенні схеми викладання систематичного курсу планіметрії 7–9 класів необхідно виходити не тільки з того, яка схема викладання матеріалу є найбільш "вигідною" з точки зору застосування, але й з вікових особливостей учнів, їх досвіду і знань, які вони одержують в результаті вивчення пропедевтичного курсу геометрії.

Викладенню систематичного курсу планіметрії в схемі Вейля повинен передувати такий пропедевтичний курс геометрії, який би дозволяв сформувати у учнів основні поняття і властивості векторної алгебри і суті методу координат в геометрії. До вивчення систематичного курсу планіметрії можливість формування основних понять векторної алгебри і суті методу координат в геометрії існує тільки на основі вивчення двомірного арифметичного простору. Методика формування основних понять векторної алгебри в пропедевтичному курсі розроблена англійським математиком і педагогом І.І. Сойєром.

В існуючому пропедевтичному курсі зовсім не приділяється увага формуванню основних понять векторної алгебри і метода координат в геометрії. Тому на даному етапі схема Вейля не може бути застосована при викладанні систематичного курсу планіметрії 7–9 класів. З другого боку, схема викладання планіметрії в 7–9 класах повинна бути такою, щоб в подальшому не виникали особливі труднощі в випадку необхідності розгляду викладання геометрії в схемі Вейля. Для цього необхідно вже в планіметрії розглянути основи векторної алгебри і методу координат при вивченні геометрії.

Таким чином, систематичний курс планіметрії 7–9 класів (на сучасному етапі) повинен бути модифікацією або схеми Евкліда–Гільберта, або схеми побудови геометрії на метричній основі; або деякою проміжною між ними схемою. При цьому модифікація повинна відображати вікові особливості учнів, їх досвід та знання, одержані в результаті вивчення пропедевтичного курсу.

Важливим питанням є визначення вихідних позицій систематичного курсу. Іноді вважають, що в такому курсі визначати слід тільки нові для учнів поняття, а доводити – тільки неочевидні для них твердження. Такий підхід до визначення вихідних позицій систематичного курсу є незручним, оскільки обсяг як "відомих учням даного віку понять з їх досвіду" і "очевидних учням даного віку геометричних тверджень" є суб'єктивним і складно визначає їх спільну частину для учнів даного віку. Більш того, обсяг цих понять змінюється з часом; щось забувається, щось з'являється нове.

Якщо на початку систематичного курсу не зробити чіткого виділення основних понять і основних тверджень (аксіом), то при визначенні "відомих" понять і при доведенні "очевидних" тверджень для учнів буде незрозумілим чому потрібно визначати "відомі" поняття і доводити "очевидні" твердження.

Досвід свідчить, що систематичний курс планіметрії 7–9 класів повинен починатися з чіткого виділення основних понять і основних тверджень (аксіом), тобто, будуватися з використанням ідей аксіоматизації. Цей курс не повинен бути копією вузівського курсу основ геометрії, який написаний за тією чи іншою схемами.

1. Система аксіом повинна бути надлишковою, щоб число "очевидних" теорем було невеликим, але "сильною".

2. За аксіоми вибирають твердження, істинність яких пови-

нна бути відома учням 7 класу на основі досвіду і вивчення пропедевтичного курсу геометрії.

Перш ніж ввести основні поняття і аксіоми, необхідно, використовуючи наочні уявлення і досвід учнів, спочатку розкрити зміст основних понять і впевнити учнів в істинність тверджень, які приймаються за аксіоми.

Важливим є питання розташування аксіом у систематичному курсі. Якщо аксіоми розподілити по всьому курсу, то введення нової аксіоми після доведення декількох теорем буде викликати у учнів незадоволення, оскільки до цього часу в них буде вихована деяка потреба в доведенні будь-якого твердження. Тому найбільш доцільно, на наш погляд, ввести всі аксіоми на початку систематичного курсу до введення теорем. Це доцільно тому, що вже на початку курсу будуть одержані ефективні засоби для доведення теорем. При цьому схема викладання повинна бути вибрана таким чином, щоб процес використання тільки аксіом для доведення теорем був короткочасним.

Враховуючи вікові особливості учнів, їхній досвід, знання, рівень розвитку і математичні здібності, при побудові систематичного курсу планіметрії 7–9 класів із використання ідей аксіоматизації треба уникати надлишкової строгості.

Аналізуючи різні підручники бачимо, що в підручнику з геометрії А.П. Кісєльова багато запозичено зі схеми Евкліда–Гільберта. Вже на першій сторінці подано означення рівності плоских фігур через накладання. Доведення перших тверджень ґрунтується на наочних уявленнях учнів і проводяться шляхом застосування метода “перегину” і “обертання” малюнка. З метою одержання ефективного засобу доведення теорем на початку курсу вводиться “осьова симетрія” і метод “обертання навколо вісі”, доводиться, що “будь-які дві фігури, симетричні відносно деякої вісі, рівні між собою”. Приблизно в такому плані написаний і підручник Н.Н. Нікітіна.

В підручниках А.П. Кісєльова та Н.Н. Нікітіна немає переліку аксіом, як методів, які лежать в основі планіметрії. Якщо у Н.Н. Нікітіна чітко виділені дві аксіоми (аксіома про паралельні й аксіома Архімеда), то у А.П. Кісєльова тільки аксіома про паралельні. Таким чином, вихідні позиції систематичних курсів А.П. Кісєльова і Н.Н. Нікітіна не є чітко визначені. Тому в таких курсах залишається незрозумілим, що потрібно доводити і які методи доведення є припустимі.

Перший досвід застосування на практиці викладання у вітчизняному систематичному курсі планіметрії з використанням ідей аксіоматики був виконаний під керівництвом А.М. Колмогорова, а також А.В. Погорєлова. Викладання геометрії в 7–9 класах за навчальним посібником, написаним під редакцією А.М. Колмогорова, в цілому було першим кроком удосконалення шкільної геометричної освіти. Введення аксіоми існування єдиної точки на промені, віддаленої від його початку на задану відстань, дозволило виключити з курсу складну для учнів теорію вимірювання відрізків, яка ґрунтується на аксіомі Архімеда.

Але, як показав досвід, навчальний посібник в багатьох випадках не відповідав віковим особливостям учнів, їх досвіду і знанням.

Достатня строгість у викладанні перших питань привела до складних формулювань аксіом про розбиття прямої на два променя, а площину на дві напівплощини.

Не відповідає досвіду учнів формулювання другої аксіоми відстані, визначення поняття “лежати між” через відстань.

Складним для учнів 7 класу виявилось викладання теорії конгруентності фігур, а тому її вивчення зводилось нерідко до формального зазубрювання. Існують і інші суттєві недоліки. Тому виникла необхідність в перебудові шкільної геометричної освіти, в приведенні програми і навчального посібника з геометрії для 7–9 класів у відповідність із віковими особливостями учнів, їх досвідом і знаннями, які вони одержують в результаті вивчення пропедевтичного курсу.

В основу систематичного курсу геометрії А.В. Погорєлова покладена проста і компактна система аксіом метричного характеру:

– аксіоми належності точок і прямих;
– аксіоми взаємного розташування точок на прямій і площині;
– аксіоми вимірювання (для відрізків і кутів);
– аксіоми відкладання відрізків і кутів;
– аксіоми існування трикутника, рівного даному;

– аксіома паралельності.

Основні неозначувані поняття курсу геометрії:

об’єкти: “точка”, “пряма”, “площина”;
відношення: “лежати між”, “точка лежить на прямій”, “точна лежить на площині”;
метричні величини: “довжина відрізка”, “градусна міра”.

В навчальному посібнику А.В.Погорєлова в основі курсу планіметрії покладено систему з 10 аксіом. Всі аксіоми вводяться в першому параграфі і більшість з них формулюються в конструктивній формі, що більш відповідає віковим особливостям учнів.

На початку першого параграфа вказується, що “будь-яку геометричну фігуру ми уявляємо як таку, що складається із точок”, але в аксіомах належності не підкреслюється, що пряма – це множина точок, а лише вказується, що для будь-якої прямої існують точки, що належать і не належать їй. Така форма викладання найбільш відповідає уявленню учнів 7 класу про взаємне розташування точок і прямих.

В простій і доступній для учнів формі формулюються аксіоми порядку (розташування точок на прямій і на площині).

Введення аксіом вимірювання відрізків і кутів дозволило виключити складні для учнів питання теорії вимірювання відрізків і кутів та одержати достатньо просте обґрунтування взаємно-однозначної відповідності між множиною дійсних чисел і множиною точок прямої.

Введення в число основних відомих учням із пропедевтичного курсу понять “довжини відрізка” і “градусної міри кута” дозволило привести у відповідність рівність відрізків, кутів і трикутників із досвідом учнів у порівнянні цих фігур.

Рівність відрізків визначається через рівність їхньої довжини.

Рівність кутів – через рівність їх градусних мір.

Рівність трикутників – через рівність їх відповідних сторін і кутів.

Рівність фігур довільного виду визначається через рух. При цьому рух визначається як перетворення, що зберігає відстань між двома точками. Потім доводиться, що коли відрізки, кути і трикутники рівні, то існує рух, що відображає один з них на другий і навпаки. Таким чином одержуємо означення рівності фігур.

Введення всіх площинних аксіом у першому параграфі дозволяє одержати вже на початку вивчення систематичного курсу засоби для доведення теорем. Так, при доведенні перших теорем використовуються всі площинні аксіоми. Можливість використання всіх площинних аксіом на початку курсу приводить до спрощення доведення деяких інших теорем.

Раціонально вибрані основні поняття і аксіоми дають можливість до мінімуму скоротити число "очевидних" теорем. До числа "очевидних" можна віднести тільки перші 6 теорем. Введені в посібнику аксіоми про відкладання відрізків і кутів та аксіома існування трикутника, рівного даному, надали можливість строго довести ознаки рівності трикутника до доведення поняття про рух, а значить, без використання властивостей руху. Попереднє доведення ознак рівностей трикутників надало можливість зробити їх основним аргументом при доведенні теорем і розв'язання задач протягом подальшого викладання курсу геометрії.

Після доведення ознак рівності трикутників, доводиться ознака паралельності прямих і теорема про суму кутів трикутника. Це дає можливість розв'язувати різноманітні задачі.

Слід відзначити, що при введенні понять А.В. Погорєлов спирається на життєвий досвід учнів, на їх уявлення про реальні предмети і знання про геометричні фігури, які вони одержали в 1–6 класах. В геометрії А.В. Погорєлова виділяється три види понять:

1) основні (первинні), які не означуються;
2) поняття, які вводяться без означення на прикладах, шляхом описання ("геометрична фігура", "аксіома" та ін.);
3) поняття, які визначаються.

Введення і застосування методу координат дозволило не тільки спростити, але й підвищити строгість доведення деяких тверджень. Так, в координатній формі достатньо просто і строго розв'язувати питання про взаємне розташування прямої і кола, двох кіл; спрощується вивчення паралельного перенесення і перетворення подібності.

Своєрідно викладена векторна алгебра. Поняття вектора спочатку узгоджується з поняттям напрямленого відрізка. Введення декартових координат вектора на площині дозволило звести означення додавання векторів до додавання їх відповідних координат, а множення вектора на число – множення його координат на число. Через декартові координати визначається і скалярний добуток векторів. Все це дозволило скоротити доведення властивостей операцій над векторами так, що вони стали зрозумілими навіть для учнів 9 класу.

Учні повинні знати певну кількість найбільш важливих теорем, що складають систематичний курс геометрії.

Характерною особливістю посібника А.В.Погорєлова є стислість викладання навчального матеріалу.

В процесі викладання геометрії за навчальним посібником підвищується роль вчителя при поясненні нового матеріалу та в організації самостійної роботи учнів. Під час пояснення нового матеріалу вчитель повинен більш повно і детально викласти матеріал, а не переказувати зміст підручника та організувати самостійну роботу учнів.

Нами розроблено посібник із циклу “Підготовка студентів фізико-математичних факультетів до викладання геометрії”, який допоможе уникнути ускладнень.

З ДОСВІДУ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ МАЙБУТНІХ ЕКОНОМІСТІВ

О.С. Чашечникова[1], Л.Г. Чашечникова[1], С.В. Коломієць[2]
[1] м. Суми, Сумський державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка
[2] м. Суми, Сумський державний аграрний університет

Сучасна економіка потребує *сучасного* економічного мислення, математика ж є необхідним і ефективним інструментом розв'язування конкретних професійних завдань.

Формування фахової придатності майбутніх економістів потребує того, щоб математичні дисципліни не теоретично, а *дійсно на практиці* займали у навчанні місце, що дійсно відповідає їх провідній ролі у інтелектуальному розвитку і озброєнні методами розв'язування економічних задач. І відбуватися цей процес повинен не тільки в вузі, але й у школі.

Підготовку до майбутньої професійної діяльності ми здійснюємо двома шляхами – включенням задач економічного змісту та озброєнням економіко-математичними методами. Ознайомлення з застосуванням математичних методів в економіці ми починаємо поступово: при вивченні арифметичного матеріалу (проценти, пропорції) – до економічних підрахунків, до задач так званого дисконтування; при вивченні алгебри та початків аналізу (рівнянь, нерівностей та їх систем; функцій, їх властивостей і графіків; арифметичної та геометричної прогресії; похідної та інтегралу) – до розв'язування задач обчислення прибутку, податків, рентабельності; задач, що містять взаємопов'язані економічні показники та об'єкти.

Введення в шкільний курс математики елементів комбінаторики, теорії ймовірностей, математичної статистики надало можливість вводити у зміст задачі, пов'язанні зі сполученнями, перестановками, розміщеннями різних економічних об'єктів, готувати учнів до економічних підрахунків, пов'язаних з процесами, що носять випадковий характер, до збору, обробки та аналізу статистичних даних.

При вивченні курсів вищої математики та теорії ймовірностей у вузі продовжується *поглиблення* вже наявних знань через підвищення рівня складності завдань, що ставляться перед студентами, та *розширення* через ознайомлення з новими економіко-математичними методами.

Наприклад, при дослідженні функцій за допомогою другої похідної ми пропонуємо студентам як яскраву ілюстрацію – закон спадання ефективності виробництва:

$$V(K)=V_{гр}(1+e^{-b\cdot k+c}),$$

де обсяг виробництва V є функцією від K – капітальних витрат, сталі b і c визначаються структурою конкретного виробництва, $V_{гр}$ – гранично можливий обсяг продукції, що випускається. При цьому необхідно не тільки знайти критичну точку $K_{кр}=\frac{c}{b}$, але й акцентувати увагу на тому, що після проходження критичної точки ($K>K_{кр}$) темп приросту обсягу продукції, що випускається, знижується, ефективність підвищення капітальних затрат спадає.

В процесі вивчення розділу "Функції декількох змінних" ми ознайомлюємо студентів з задачами знаходження прибутку від виробництва різних видів продукції, про оптимальний розподіл ресурсів, про підвищення прибутку.

На наш погляд, підвищенню ефективності підготовки майбутніх економістів в процесі навчання математики сприятиме розв'язання двох основних проблем: створення систем задач на застосування економіко-математичних методів, яких на даному етапі дійсно бракує (деякою мірою ця проблема розв'язана в посібниках В.А. Абчука, М.С. Красса, Б.П. Чупринова, М.К. Бугіра), та підготовка вчителів до викладання математики з урахуванням вищевикладених аспектів.

Література

1. Коломієць С.В., Чашечникова О.С. Елементи математичного моделювання в курсі математики // VIII Міжнар. наук. конф. ім. акад. М. Кравчука. – К., 2000. – С. 519.
2. Чашечникова Л.И., Чашечников С.М. Экономическое образование в процессе обучения математике. – Сумы: СГПИ–ОИУУ, 1988. – 23 с.

ДО ПРОБЛЕМИ ВТІЛЕННЯ СУЧАСНОЇ ПЕДАГОГІЧНОЇ ПАРАДИГМИ У ШКІЛЬНУ МАТЕМАТИЧНУ ОСВІТУ

Л.О. Черних
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

Пошук і формування сучасної педагогічної парадигми велись в умовах протиставлення індивідуально орієнтованого та соціоорієнтованого ідеалу виховання та освіти. Індивідуально орієнтований ідеал стверджує самоцінність кожної окремої людини, яка прагне до вільного здійснення своїх власних цілей. Соціоорієнтований ідеал стверджує цінність людини з точки зору її суспільно значущої поведінки, успішного виконання нею заданих соціальних ролей та функцій.

В умовах сучасного суспільства відбувається переміщення спрямованості педагогічного ідеалу від соціально орієнтованої мети виховання і освіти (створення нової людини з параметрами, що задані конкретними інтересами суспільства) до індивідуально орієнтованої (створення людини для самої людини і тільки опосередковано для суспільства) [3, с. 17]. Це з необхідністю висуває на перший план проблеми, пов'язані з визнанням самоцінності особистості, формуванням її самосвідомості, створенням умов для її самовизначення і самореалізації. В той же час актуальними стають проблеми, які вимагають подолання егоїзму та можливої антисоціальної поведінки.

Таким чином, в нових соціальних умовах можна говорити не про індивідуально, не про соціально, навіть не про індивідуально-соціально, а про антропоорієнтовану парадигму. З одного боку це дозволяє підкреслити органічне та цілком реалістичне поєднання індивідуального та громадського в освітньо-виховному ідеалі завдяки введенню поняття "антропос" (від грецького – людина), яке природно поєднує в собі обидві ці основи. З іншого боку, це дозволяє подолати традиційне протистояння даних основ, і тому надає якісно нового рівня гуманістичній педагогічній парадигмі.

Загальна педагогічна парадигма втілюється в реальну освітньо-виховну діяльність через процеси гуманізації та гуманітаризації. Гуманізація та гуманітаризація спрямовують освітній процес на формування передусім духовного світу особистості, утвердження духовних цінностей як першооснови у визначенні мети і змісту освіти, олюднення знання, формування цілісної гармонійної картини світу з повноцінним відображенням в ній світу культури, світу людини.

Шкільна гуманітарна освіта не обмежується вивченням гуманітарних і суспільних предметів. Значний гуманітарний потенціал мають математика та природничо-наукові предмети. Тому "неприпустиме будь-яке протиставлення ролі гуманітарно-су спільних і природничо-математичних предметів, у формуванні духовності учнів, розкритті творчого потенціалу особистості, актуалізації закладених у ній можливостей" [1, с. 13].

Математика є невід'ємним компонентом загальнолюдської культури, тому формування особистості не можливе без надання їй відповідної математичної підготовки. Поширена думка, що вивчення математики сприяє лише розумовому розвитку людини і не зачіпає духовних, морально-етичних компонентів людської особистості. З цим не можна погодитись. Математична наука в процесі свого розвитку накопичила величезний запас загальнолюдських, загальнокультурних цінностей. Зокрема, вивчення геометрії дозволяє зрозуміти красу та закономірності навколишнього світу, розвинути естетичний смак, художньо-графічну культуру та ін.

Розвиток моральності передбачає формування вміння доводити твердження, відстоювати свою думку, обґрунтовувати свої висновки. Г.І. Саранцев вважає, що навчаючи учнів доведенню, ми тим самим формуємо і їхню моральність [4, с. 38]. Тому процеси спрощення, узагальнення, єдиного обґрунтування різних феноменів, прогнозування і перевірки прогнозів на практиці, прийняття свідомих рішень є засобами інтелектуального і морального розвитку школярів.

Проблеми духовного та інтелектуального розвитку особистості не можна розв'язувати окремо, вони тісно пов'язані між собою. Математика завжди виступала як могутній засіб інтелектуального розвитку особистості. Не потребує доведення той факт, що математика більш ніж інші навчальні дисципліни, спроможна допомогти у формуванні умінь проводити обґрунтовані, послідовні, несуперечливі міркування, висловлюватись чітко, стисло, переконливо.

Комплексні за своєю структурою навчальні уміння являють собою певний рівень розвитку сукупності загальних навчальних умінь – логічних, інформаційних, комунікативних, організаційних. Основою інтелектуальних умінь, що формуються на уроках математики, є логічні уміння, як загальні, так і спеціальні. Зокрема, формування у учнів такого спеціального логічного уміння, як уміння проводити логічний аналіз теореми, допомагає розвитку інших важливих загально-навчальних умінь:

– воно є основою для розуміння суті теореми, розуміння її доведення або самостійного пошуку доведення (загальнологічні уміння);
– сприяє формуванню уміння формулювати та переформульовувати математичні речення (загально-комунікативні уміння);
– допомагає встановити вид теореми та зв'язки між різними теоремами (загально-логічні уміння);
– дозволяє підібрати коректну назву для теореми (загальноінформаційні уміння).

Недооцінка впливу навчання математики на розвиток особистості в цілому призводить до того, що й суто логічна підготовка школярів на уроках математики знаходиться на досить низькому рівні.

Гуманізація шкільної науки полягає передусім у тому, щоб зробити знання, закладені у її змісті, особистісно значущими для учнів на основі розкриття їх окремих і опосередкованих зв'язків з людиною і суспільством, усвідомлення школярами цих знань не лише як важливого елемента загальнолюдської культури, а й як елемента культури кожної сучасної людини.

Найбільш важливими аспектами гуманітаризації вивчення основ математичних наук є такі:

– систематизація знань і формування в учнів природниконаукової картини світу;
– формування у школярів світоглядних і наукових уявлень про себе як об'єкт природи і про особисту відповідальність за майбутнє світу,
– соціокультурне спрямування змісту навчання, яке полягає в

органічному відображенні в ньому елементів соціальної історії науки та наукових біографій;

– відображення у змісті навчання естетичних начал, формування поняття краси зовнішньої та внутрішньої, що підлягає фундаментальним законам природи і разом а тим дозволяє включити в процес пізнання емоції, переживання натхнення;
– виховання у школярів культури наукового мислення і вираження думки, формування потреби й умінь мислити логічно (тобто послідовно, несуперечливо, з переконливими обґрунтуваннями);
– формування і розвиток якостей мислення, що необхідні освіченій людині для повноцінного функціонування у сучасному суспільстві, зокрема формування евристичного, алгоритмічного, графічного мислення.

Література

1. Гуманітаризація загальної середньої освіти: проект концепції / Авт. С.У. Гончаренко, Ю.І. Мальований. – К., 1994.
2. Дорофеев Г.В. Гуманитарно ориентированный курс – основа учебного предмета “Математика” в общеобразовательной школе // Математика в школе. – 1997. – №4.
3. Корнетов Г.Б. К вопросу о парадигме гуманистической педагогики // Свободное воспитание. Вып. 2. – М., 1993.
4. Саранцев Г.И. Гуманизация образования и актуальные проблема методики преподавания математики // Математика в школе. – 1995. – №5.

МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ ФІЗИКИ ТА МАТЕМАТИКИ ПРИ ВИВЧЕННІ КВАДРАТИЧНОЇ ФУНКЦІЇ

М.А. Швидка
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

В сучасній методичній літературі значна увага приділяється необхідності здійснення міжпредметної інтеграції при викладанні усіх базових предметів загальноосвітньої школи. Але власний досвід шкільного навчання, а також численні спостереження під час проходження шкільних педагогічних практик показують, що й на сьогодні міжпредметні зв'язки математики з іншими навчальними дисциплінами здійснюються не в повній мірі. Зокрема, недостатньо дослідженими є зв'язки квадратичної функцій з фізичними процесами.

На вивчення квадратичної функції в школі чинними програмами відведено досить багато часу, але дуже рідко вчителі при розв'язуванні типових завдань розглядають задачі із реальним фізичним змістом. На це, зокрема, скаржаться вчителі фізики. Вони зауважують, що діти, володіючи методами дослідження та побудови графіків квадратичних функції під час розв'язування математичних завдань, нерідко губляться при розв'язуванні аналогічних конкретних задач фізичного змісту.

Слід зауважити, що розв'язуючи на уроках математики деякі фізичні задачі, вчителі здійснюють не лише реалізацію міжпредметних зв'язків, але й навчають дітей початковим умінням математичного моделювання реального процесу або явища. Це, у свою чергу

а) сприяє розвитку прикладних математичних навичок;
б) дозволяє глибше та ширше засвоїти основні теоретичні положення;
в) формує вміння по практичному застосуванню тих знань, що були одержані на уроках по цій темі;
г) дозволяє ознайомити дітей із деякими процесами виробництва;
д) сприяє формуванню у дітей повної та цілісної картини світу.

У вирішенні проблеми ширшого запровадження в практику міжпредметних зв'язків брали участь багато відомих методистів, але жоден з них [1-4] не дійшов до повного її розв'язання.

Досліджуючи зазначену проблему і не претендуючи на вичерпність, що обумовлено її об'єктивною складністю, ми намагалися проаналізувати і систематизувати доробки вчених-методистів та вчителів-пошуковців.

Для здійснення зв'язку фізики й математики, а також для формування навичок математичного моделювання фізичних процесів та явищ, ми пропонуємо розв'язувати наступні задачі на уроках математики.

Задача 1. Нехай тіло рухається рівноприскорено вздовж вісі Ox. Одержати формулу для обчислення координати x (переміщення) тіла у довільний момент часу t, вважаючи заданими V_{0x} та V_x – проекції початкової та миттєвої швидкостей на вісь Ox відповідно.

Для розв'язання цієї задачі автор пропонує скористатися формулою

$$V_x=V_{0x}+a_x t, \qquad (1)$$

як відомою. Тут t – час руху; a_x – проекція прискорення.

При цьому необхідно: 1) побудувати графік цієї лінійної функції; 2) виділити на вісі абсцис довільний відрізок $[c; d]$; 3) побудувати прямокутну трапецію, основами якої є вертикальні відрізки $V_x(c)$ та $V_x(d)$.

Шляхом знаходження площі цієї трапеції виводиться відома учням із фізики формула

$$S_x = V_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}. \qquad (2)$$

Задача 2. Тіло кинуто під кутом α до горизонту. Знайти максимальну висоту підйому тіла та далекість його польоту, якщо початкова швидкість тіла V_0.

Розв'язавши цю задачу фізично та зробивши потрібний малюнок (рис. 1), вчитель повинен, на нашу думку, провести певні аналогії з квадратичною функцією.

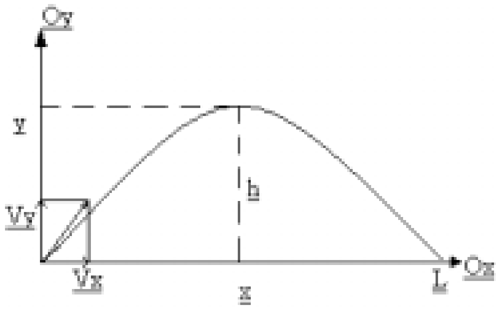


Рис. 1.

Наприклад, порівняти отриману формулу

$$y = \frac{-gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \alpha} + xtg\alpha, \qquad (3)$$

яка відображає залежність висоти підйому від часу, що пройшов з моменту підкидання, із загальним аналітичним записом квадратичної функції, $y=ax^2+bx+c$. І вже використовуючи властивості параболи (координати вершини та точки перетину з осями координат), знайти потрібні в задачі залежності.

Задача 3. Є два злитки з різних сплавів, кожний масою 720 г. Густина першого сплаву на 1 г/см^3 менше густини другого сплаву. Знайти об'єм кожного злитку, якщо відомо, що об'єм одного з них на 10 см^3 більше другого.

При розв'язуванні задачі приходимо до рівняння, що зводиться до квадратного.

Аналогічно розв'язуються й наступні задачі, тому ми лише перелічимо їх умови. При розв'язуванні використовуються наступні фізичні залежності:

1) $m=\rho V$, де m – маса тіла, ρ – густина, V – об'єм;
2) $p = \frac{F}{S}$, де p – тиск, F – сила, S – площа поверхні;
3) $A=F \cdot S$, де A – робота, F – сила, S – здійснене переміщення;
4) $U=I \cdot R$, де U – напруга, I – сила струму, R – опір.

Задача 4. На столі знаходиться гиря масою 200 г. Коли її перевернули, площа опори зменшилась на $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ м^2, а тиск на стіл збільшився на $1{,}2 \cdot 10^3$ Па. Знайти площу опори в кожному з випадків. Прийняти $g=10$ м/с^2 (рис. 2).

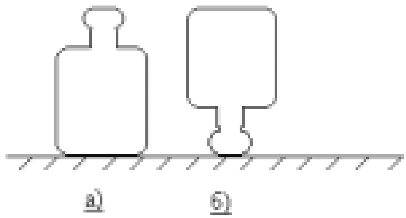


Рис. 2.

Задача 5. При переміщенні тіла вздовж шляху ABCD на ланках AB, BC і CD було здійснено роботу 36 Дж, 40 Дж та 63 Дж відповідно. Через різний характер поверхонь цих ланок сила F_2 на 2 Н менша за силу F_1 і на 1 Н більша за силу F_3. Знайдіть сили F_1, F_2, F_3, якщо відомо, що ланки AC і CD мають однакову довжину (рис. 3).

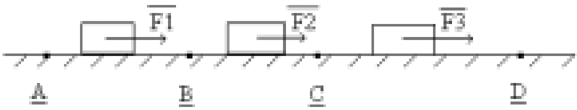


Рис. 3.

Задача 6. До джерела струму із напругою 22 В підключено реостат. Коли напруга зросла на 10%, а опір реостату збільшився на 9 Ом, сила струму в колі збільшилась на 1,1 А.Знайти початковий опір реостату.

І нарешті, оскільки розв’язування фізичних задач на уроках математики є елементарним математичним моделюванням певних фізичних процесів, наведемо тези, які доцільно враховувати при побудові елементарних математичних моделей:

1) коли одне і те саме явище є об’єктом моделювання і в фізиці, і в математиці, то на уроці фізики модель окреслюється лише загально, а на уроці математики вона отримує подальше узагальнення шляхом абстрагування;
2) конкретизацію моделей здійснюють шляхом введення характеристик, які розкривають властивості ідеалізованого об’єкту і виступають як фізичні величини;

3) визначення фізичних величин передбачає застосування математичного апарату, зокрема, при обчисленні похибки вимірювань;
4) на етапі встановлення залежностей між суттєвими характеристиками об’єкта (явища або процесу) учні обов’язково здійснюють математичне моделювання;
5) рівняння, отримані при розв’язуванні задачі, дозволяють уявити об’єкт у динаміці;
6) математичне моделювання слід використовувати як засіб концентрації унаочнення абстрактної інформації.

При виконанні зазначених вимог, створюються умови для самостійної математичної творчості учнів, що сприяє поглибленню їх математичних інтересів, підвищенню пізнавальної активності, розвитку математичної інтуїції. Сподіваємось, що наведені відомості знайдуть застосування у практиці роботи шкільних вчителів і, в майбутньому, можуть бути включені в підручники з математики.

Література:

1. Абремский Б.А., Павлов И.В. Расширять содержание межпредметных связей. // Математика в школе. – 1987. – №3. – С. 29–31.
2. Жак Я.Е. Несколько простых прикладных задач. // Математика в школе. – 1980. – №2. – С. 37–39.
3. Погорілко І. Про деякі зв’язки навчального матеріалу під час вивчення математики і механіки. // Фізика та астрономія в школі. - 1997. - №4. - С. 38.
4. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. - М.: Просвещение, 1990. - 96 с.

ЕЛЕМЕНТИ ПРОБЛЕМНОГО НАВЧАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВИХ КЛАСАХ

Г.К. Шевчук, Н.П. Горобань
м. Умань, Уманський державний педагогічний університет

Психологія встановила, що початковим моментом мислительного процесу, як правило, є проблемна ситуація. Мислити людина починає тоді, коли у неї виникла потреба про щось дізнатись, зрозуміти. Проблемна ситуація характеризує перш за все психологічний стан суб'єкта (учня), що виникає у процесі виконання такого завдання, яке потребує відкриття нових знань, способів або умов виконання завдання.

У підручниках математики вміщено чимало вправ, що передбачають творчу діяльність учнів. І все ж таки, впровадження проблемного навчання у школі відбувається дуже повільно. Часто навчальний матеріал подається у репродуктивній формі, мало практикується вправ, для виконання яких діти змогли б скористатися набутими знаннями, проявити інтерес, зацікавленість, творчість до їх виконання.

Так, наприклад, при вивченні в 1 класі теми "Віднімання від круглих чисел", не варто поспішати розкривати обчислювальний прийом, а запропонувати учням поміркувати: як, скажімо, від 60 відняти 4. Пропонуємо учням покласти перед собою шість пучечків паличок (6 десятків) і спробувати відняти від них 4 одиниці. Проблема, яка виникла перед учнями, спонукає їх до пошукової діяльності. І така організація роботи дітей над засвоюванням нового матеріалу дає позитивні результати, учні усвідомлюють, що якщо з 6 десятків взяти один десяток паличок, розв'язати його і вилучити 4 одиниці, то ми отримаємо 6 одиниць і ще в нас є 5 десятків, отже, хід міркування матиме такий вигляд: $60–4=(50+10)–4=50+(10–4)=50+6=56$.

Вчителі досі стикаються з труднощами, коли їм доводиться добирати матеріал для проблемного навчання.

Тому вважаємо за потрібне спинитися на деяких питаннях теорії і показати, як вони реалізуються в курсі початкової математики. Насамперед, уточнимо зміст самого поняття "проблемне" навчання. Найважливішими його складниками є:

самостійне засвоєння нових знань і способів дій, постановка і розв’язання проблемних задач, керівна роль учителя в оволодінні матеріалом. Отже, маємо двосторонню діяльність учителя й учнів, що спрямовується на самостійне опрацювання нового матеріалу. За структурою проблемним задачам властиві такі компоненти, як умова, вимога, мета.

У розглянутій нами ситуації є умова, вимога, а мета запрограмована.

Ми бачимо з наведеного прикладу, що при поясненні нової теми “Віднімання числа від круглих десятків”, вчитель ставить проблему, яку розв’язують учні, пізнають шлях розв’язування, а також ілюструють хід думок при розв’язанні даної проблеми.

Це робить навчальну роботу цікавою, привабливою. Учні не відчувають втоми, підвищується здібність запам’ятовувати, а мислення стає більш самостійним і критичним.

В цьому і полягає позитивна сторона розглядуваної проблеми.

Література:

1. Киричук О.В. Виховання в учнів інтересу до навчання. – К.: Знання, 1986. – 46 с.
2. Савченко О.Я. Порівняння у навчанні учнів початкових класів. – К., 1977.
3. Смагіна О.В. Проблемне навчання математики. // Поч. школа. – 1985. – №11. – С. 23.

ПІДГОТОВКА ВЧИТЕЛЯ ПОЧАТКОВИХ КЛАСІВ ДО РЕАЛІЗАЦІЇ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

І.В. Шевчук, Т.С. Ледовських
м. Умань, Уманський державний педагогічний університет

В ході дослідження даної проблеми ми поставили перед собою завдання виявити судження й оцінки студентів, учителів початкових класів щодо ефективності методів і прийомів реалізації міжпредметних зв'язків, впливу їх на розвиток розумових здібностей учнів початкових класів, на отримання ними міцних знань, на вироблення уміння самостійно працювати та інші.

Аналіз анкетних відповідей вчителів і студентів показав, що вони високо оцінюють уроки, заняття, які виходять за рамки даної теми, спонукають клас до творчого мислення. Наприклад, нам довелося почути у співбесіді із студентами такі висловлювання: "На заняттях, де використовуються міжпредметні зв'язки, цікаво, є можливість позбутися втоми від бездіяльності". "Подібні заняття спонукають нас до думок, пошуків, творчості", "Ці заняття дають можливість зважити свої знання, а також перенести знання, здобуті на одному занятті з певної дисципліни, на інші предмети".

Для з'ясування значущості міжпредметних зв'язків при навчанні молодших школярів ми провели анкетування 36 студентів стаціонарного відділення, 27 студентів-заочників, 17 учителів початкових класів. Їм були запропоновані такі питання:

1. Як впливають міжпредметні зв'язки на прискорення процесу навчання?
2. Вплив міжпредметних зв'язків на розвиток розумових здібностей учнів початкових класів.
3. Як впливають міжпредметні зв'язки на розвиток самостійності учнів, чи активізують вони думку дитини?
4. Чи забезпечують міжпредметні зв'язки ґрунтовне, міцне засвоєння програмового матеріалу?
5. Чи поліпшує роботу вчителя використання на уроках математики міжпредметних зв'язків?

Результати анкетування представленні в таблиці:

1	2	3	4	5
40 (60%) 2 (2,5%) 30 (37,5%)	64 (80%) – //– 16 (20%)	50 (62,5%) 6 (7,5%) 24 (30%)	57 (71,2%) 2 (2,5%) 21(26,3%)	39 (48,7%) 7 (8,8%) 34 (42,5%)

При анкетуванні враховані відповіді (так, ні, не знаю).

Дані, отримані з аналізу анкет, підтверджують наше припущення про те, що питання міжпредметних зв'язків ще не посіло належного місця у роботі значної частини вчителів. Тим більше, що аналіз планів-конспектів уроків показав, що у переважної більшості вчителів вони відображають лише "свій" предмет.

Бесіди з учителями дали можливість з'ясувати причини такого становища. Отже, розкриття міжпредметних зв'язків на уроках математики пов'язані з серйозними труднощами, а тому не може бути й мови про автоматичне вирішення такого життєво важливого для школи питання.

Труднощі, про які ми згадуємо, можна поділити на дві групи: об'єктивного характеру (різне в часі вивчення споріднених тем; недостатнє матеріально-технічне забезпечення міжпредметних зв'язків; дефіцит часу на уроці для вивчення окремих тем; недостатня розробка методичних рекомендацій з даної проблеми), суб'єктивного характеру (традиційне вивчення лише "свого" предмету; недостатнє знання навчальних програм з інших дисциплін; обмаль знань фактичного матеріалу з інших предметів; дефіцит часу вчителя на підготовку до уроку міжпредметного змісту).

Матеріал з математики має великі можливості для того, щоб "увійти" в інший предмет. Наприклад, розв'язування різноманітних пізнавальних задач, вироблення обчислювальних навичок. Знання геометричного матеріалу знаходить широке використання на уроках праці. Розв'язування задач про працю дорослих, про допомогу у збиранні врожаю, про виховання бережливого ставлення до шкільного майна, підручників, природоохоронна тематика сприяють встановленню зв'язків з природознавством, трудовим навчанням.

Таким чином, вже частковий аналіз змісту програми, підручників і посібників дає можливість учителям початкових класів реалізувати міжпредметні зв'язки на уроках.

Однією із форм підготовки майбутніх учителів до реалізації міжпредметних зв'язків є внесення до навчального плану спецкурсу "Міжпредметні зв'язки на уроках математики в початкових класах" обсягом 48 годин, який має на меті озброїти майбутнього вчителя початкових класів основами теорії міжпредметних зв'язків і професійної підготовки, спираючись на наукові дослідження і передовий педагогічний досвід, розкрити основні шляхи удосконалення процесу навчання з допомогою взаємозв'язку математики з іншими дисциплінами.

Справжньою перевіркою готовності студентів до реалізації міжпредметних зв'язків є проведення ними уроків міжпредметного змісту під час педагогічної практики.

Зрозуміло, що порушені тут питання повністю не вичерпують реалізацію міжпредметних зв'язків. Однак, запровадження в практику названих засобів сприятиме успішному здійсненню таких дидактичних принципів, як свідомість і активність навчання, вироблення міцних умінь і навичок.

Література:

1. Королёва К.П. Межпредметные связи и их влияние на формирование знаний и способов деятельности учащихся. – М., 1968.– 217 с.
2. Кулагин П.Г. Межпредметные связи в процессе обучения. – М.: Просвещение, 1981. – 51 с.
3. Максимова В.Н. Сущность и функции межпредметных связей в условиях процесса обучения. – Л., 1981.

ПОРІВНЯННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ПОЧАТКОВИХ КЛАСАХ

І.В. Шевчук, Л.В. Шевченко
м. Умань, Уманський державний педагогічний університет

Важлива роль в засвоєнні програмового матеріалу з математики належить дидактичному прийому порівняння. К.Д. Ушинський, вважаючи порівняння основою усякого розуміння і усякого мислення, не раз підкреслював, що у “дидактиці порівняння повинно бути основним прийомом … Усе у світі ми пізнаємо не інакше, як через порівняння …” [2].

Психолого-педагогічні дослідження та досвід вчителів початкових класів переконують нас у високій ефективності цього прийому у навчально-виховній роботі. Але, на жаль, молодші школярі уміння порівнювати набувають стихійно. Як правило, вчителі початкових класів вводять цей прийом без попереднього опрацювання операцій, що входять до його складу, в той же час, як порівняння має складний операційний зміст і простого показу використання цього прийому на уроках математики недостатньо для успішного самостійного застосування його учнями. Отже, при застосуванні даного прийому необхідно попередньо навчити учнів виконувати кожну операцію, яка входить до його складу, а потім використовувати цей прийом шляхом виконання відповідних вправ.

Ефективність даного прийому залежить і від того, як учитель керує процесом порівняння. На практиці часто має місце спрямування уваги дітей переважно на виділення подібних ознак, постановка надто загальних, неконкретних запитань, недоцільне використання наочності (тривалий час акцентується увага на зовнішніх, другорядних ознаках і тим самим відвертається увага від основних, істотних) [1].

Як правило, на уроках математики учні краще порівнюють геометричний матеріал, і це не випадково, тому, що вже з 1 класу діти самостійно виконують ряд практичних завдань, що вимагають розрізнення фігур.

Діти дуже різняться своїм розвитком та умінням порівнювати: одні виділяють схожі і відмінні ознаки переважно узагальненого і суттєвого характеру, інші порівнюють в основному за конкретними суттєвими ознаками, визначаючи як подібність, так і відмінність, зустрічаються учні, які порівнюють тільки за наступними ознаками в одному напрямку – подібності або відмінності.

Є учні, які плутають поняття схожості з поняттям відмінності, не вміють правильно оформити думку про порівняльні відношення, замінюють порівняння описом предметів.

Отже, уміння порівнювати у молодших школярів перебуває на різних рівнях сформованості і залежить від ряду об'єктивних і суб'єктивних факторів. Провідними серед них є вік учнів, обсяг і глибина їх знань про порівняльні об'єкти, а також метою роботи вчителя.

Література:

1. Савченко О.Я. Порівняння у навчанні учнів початкових класів. – К.: Рад. шк., 1987. – 151 с.
2. Ушинський К.Д. Твори. – К.: Рад. шк., 1954–1955.

СИСТЕМА ВПРАВ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ПОНЯТЬ

С.Г. Шиперко
м. Кривий Ріг, Криворізький державний педагогічний університет

В період розбудови національної школи особливого значення набуває виховання особистості, здатної самостійно здобувати знання, повноцінно жити в сучасних умовах комп’ютеризованого оточення.

Математика дає широкі можливості для розвитку інтелекту. Загальновизнано, що навчання в школі виконує три функції (навчальну, розвиваючу, виховну). В реальному навчальному процесі відокремити ці функції практично не можливо, пріоритет все ж належить розвиваючий функції, а саме інтелектуальному розвитку учня. Оскільки знати математику означає вміти застосовувати математичні знання при розв’язуванні задач така позиція передбачає створення умов для оволодіння певним обсягом математичних знань і умінь через активну пізнавальну діяльність учнів.

Засобом реалізації особистісно–діяльнісного підходу до навчання математики при формуванні понять є система вправ. Виконуючи систему вправ учень засвоює знання; способи діяльності; встановлює родо–видові відношення в системі понять.

Засвоєння математичних понять сприяє розвитку системного стилю мислення. Виділяючи зв’язки між поняттями учні здійснюють синтез знань, розвивається уміння узагальнювати, в одиночному бачити загальне, в загальному виділяти особливе. Математичні поняття є формою і сутністю розумової діяльності. Розглянемо процес формування математичних понять як ланцюжок взаємопов’язаних етапів та адекватних розумових дій.

Психологами встановлено, що найбільш значущими є наступні розумові дії: підведення об’єкта під поняття (розпізнання), виведення наслідків (із факту належності об’єкта поняттю).

Виділені такі компоненти вказаних розумових дій:

– перелік необхідних і достатніх властивостей об’єктів даного класу;

– встановлення того, чи володіє даний об'єкт виділеними властивостями;

– висновок про належність об'єкта до даного поняття;

– виведення наслідків;

– класифікація;

– конструювання об'єктів з урахуванням варіювання відношень. (див.: Формирование приемов математического мышления / Под. ред. Н.Ф. Талызиной. М.: Вентана Граф, 1995. С.21).

Оскільки оволодіння дією передбачає адекватну їй вправу, то контроль виконання системи вправ, орієнтованої на засвоєння поняття, є важливою задачею.

Пропонована система вправ, спрямована на засвоєння математичних понять, складається з трьох окремих блоків вправ.

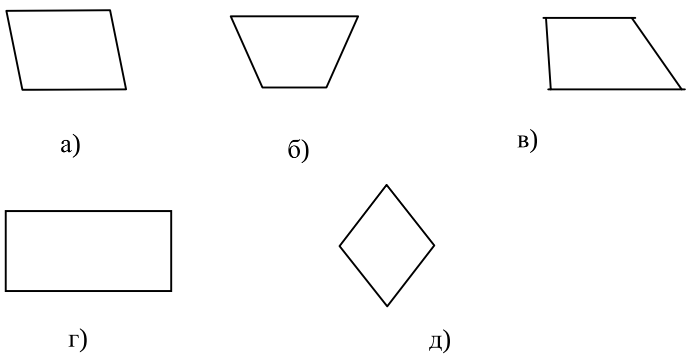
I. Мотиваційно-підготовчий блок.

Головні цілі вправ: актуалізація опорних знань, необхідних для введення поняття; формування в учнів особистої потреби в подальшій діяльності, пов'язаній з «відкриттям» поняття. Наприклад, введення суміжних, вертикальних кутів пояснюється тим, що в геометрії вивчаються не лише окремі фігури, а їх об'єднання. Введення паралелограма, трапеції може бути пояснено як появу окремих видів чотирикутників.

II. Операційно–пізнавальний блок.

1. Вправи на виявлення істотних властивостей поняття, що входять до означення.

Приклад: Ознайомлення з істотними властивостями парале-



лограма можливо за допомогою рисунку.

Розглянувши рисунки, учні повинні дати відповідь на питання: “Які з даних чотирикутників мають спільні властивості?”

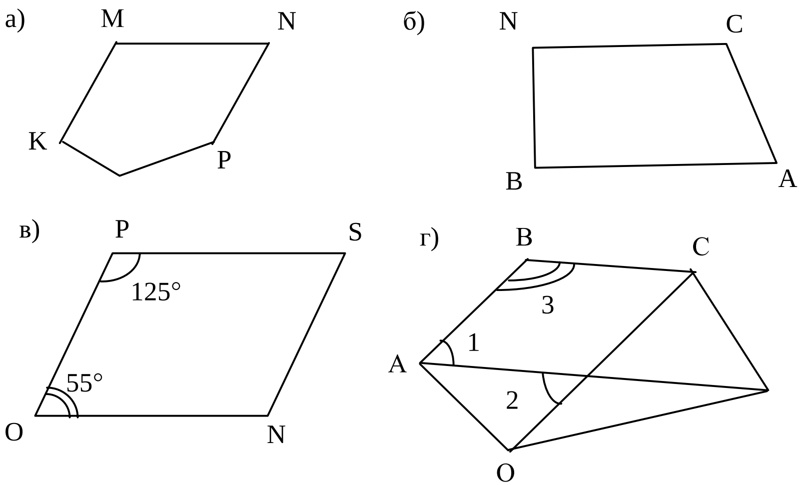
Учні помічають, що в прикладах *а*, *г*, *д* протилежні сторони попарно паралельні. Після цього їм повідомляється, що такий чотирикутник називається паралелограмом. Формулюється означення поняття. Але на даному етапі термін означає ще не поняття, а лише наочне уявлення.

2. <u>*Вправи*</u> на розпізнання об’єктів, що належать обсягу поняття.

<u>*Приклад.*</u> Логічна структура означення поняття паралелограма:

$$(P \text{ – паралелограм}) \Leftrightarrow \begin{cases} 1) P \text{ – чотирикутник } ABCD, \\ 2)\ AB \parallel CD, \\ 3)\ BC \parallel AD. \end{cases}$$

<u>*Вправи.*</u> Чи є паралелограми фігури



Учні повинні дати відповідь:

а) KMNOP - не чотирикутник, отже не паралелограм;
б) ANCB - чотирикутник, NC || AB, але NA, не паралельна CB, отже не паралелограм;

в) OPSN – чотирикутник, PS || ON, але нічого не можна сказати про OP і NS, отже зробити висновок не можливо;

г) ABCO – чотирикутник, AB || OC, AO || BC, отже ABCO – паралелограм.

3. *Вправи* на виведення наслідків із належності об’єкта поняття на основі означення.

Приклад. Якщо відомо, що KMNO–паралелограм, то за означенням слідує …

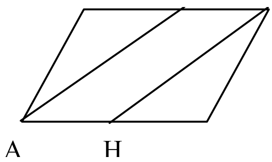
Учні дають відповідь: «KMNO – чотирикутник, KM || ON, KO||MN».

Вправа. Які помилки допущені в зображенні паралелограмів:

4. Вправи на розпізнання та виведення наслідків.

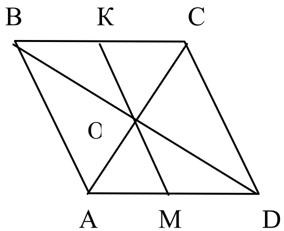
Учні знайомляться з ознаками і властивостями поняття, відбувається спроба конструювання означення еквівалентного прийнятому, оволодівають умінням переходити від поняття до його істотних властивостей.

Приклади



Дано: ABCD – паралелограм,
M – середина BC,
H – середина AD.

Довести: AMCH – паралелограм.



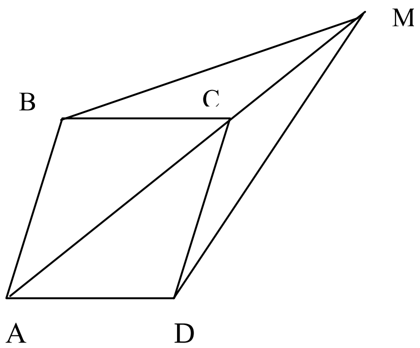
Дано: ABCD – паралелограм

Довести: OM=OK

При формуванні геометричних понять особливого значення набуває варіювання істотними ознаками поняття. Виконуючи вправи за стандартними рисунками учні пов’язують зображення поняття з фігурами лише окремого виду і розташування, тобто в зміст поняття включають неістотні ознаки.

Не менш важливою є також робота з формування в учнів уміння переосмислювати фігуру в плані іншого поняття.

Приклад



Дано:
ABCD – паралелограм,
AB=BC
Довести: MB=MD

Вправи на встановлення міжпонятійних зв'язків.

Приклади.

1. Чи правильно, що паралелограми діляться на прямокутники, ромби і квадрати.
2. В якому відношенні знаходяться поняття чотирикутника, трапеції, паралелограма.
3. Скласти родовід поняття «Відрізок», «Чотирикутник».

ІІІ.Рефлексивно–оціночний блок.

Мета вправ цього блоку полягає в допомозі учням оволодіти способами і критеріями самоконтролю і самооцінки; визначити рівні засвоєння поняття, з'ясувати «білі плями«» у засвоєнні поняття.

Ефективність формування математичних понять в учнів залежить не лише від вдало підібраної системи вправ, але й від рівня розвитку індивідуальних особливостей учнів, їх пізнавальних інтересів.

Зміст

Наукове видання

Теорія та методика навчання

математики, фізики, інформатики

В 3-х томах

Том 1

Підп. до друку 11.04.2001	Формат 80х84 1/16.
Бумага офсетна №1	Зам. №4-1101
Ум. друк. арк. 19,51	Наклад 500 прим.

Видавничий відділ Криворізького державного педагогічного університету
КДПУ, 50086, Кривий Ріг-86, пр. Гагаріна, 54

E-mail: cc@kpi.dp.ua