

ВИКОРИСТАННЯ МУЛЬТИМЕДІЙНОЇ ДОШКИ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИМ ПЕРЕТВОРЕННЯМ НА ПЛОЩИНІ

Тетяна КРАМАРЕНКО

Постановка проблеми. У зв'язку із запровадженням Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти особливої ваги набуває формування у школярів ключових компетентностей, у тому числі математичної як ключової і предметної, так і інформаційно-комунікаційних.

Ціль навчання обумовлює добір змісту навчального предмета. Значна увага має приділятися застосуванню математичного апарату до розв'язування задач практичного змісту та прикладних задач, математичному моделюванню для пізнання та опису реальних процесів і явищ дійсності.

Зазначене вище викликає потребу як в удосконаленні методичної підготовки вчителів математики, так і у підвищенні у них ІКТ-компетентностей зокрема. Вчитель математики має досконало володіти сучасними засобами навчання учнів, добирати раціональні форми організації їх діяльності та методи навчання.

Аналіз досліджень і публікацій. Проблеми використання у навчанні учнів геометрії програмних засобів навчального призначення в Україні досліджували М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко, С. А. Раков, О. І. Скафа, Л. В. Грамбовська та ін. Використовуються засоби двох типів. Це засоби динамічної геометрії, які використовують для моделювання об'єктів, для побудови динамічних креслень і проведення досліджень на основі обчислювальних експериментів. До таких можна віднести вітчизняні програмно-методичні комплекси GRAN, DG. Значно менше досліджені зарубіжні вільнопоширювані засоби, які локалізовані українською чи російською мовами. Наприклад, система динамічної математики GeoGebra [1], яка успішно розвивається зусиллями програмістів з багатьох країн світу.

З іншого боку, для вчителів математики і учнів стали доступними бібліотеки електронних наочностей «Геометрія», які випускаються в Україні для кожного класу у вигляді електронних дисків (наприклад, виробник «Malva»), що містять матеріали для систематичного вивчення курсу геометрії і рекомендовані для використання у школі. Однак, представлені там наочності не дають учням змоги достатньою мірою здійснювати моделювання.

© Крамаренко Т. ?, 2013

У школах як новий сучасний засіб використовується мультимедійна дошка. Термін «мультимедійна дошка» подаємо за Д. В. Васильєвою у широкому розумінні — разом з відповідним обладнанням (комп'ютер учителя, мультимедійний проектор, сенсорна дошка, електронні олівці, програмні засоби, система дистанційного інтерактивного тестування та моніторингу знань тощо) [2]. Дослідниця обґрунтовує, що використання мультимедійної дошки у навчанні учнів 5 — 6 класів дає змогу інтенсифікувати всі етапи уроку, створити позитивне налаштування школярів до свідомої та активної діяльності, підвищити рівень їх математичної і загальної культури та запровадити інноваційні методи і форми навчання. У медіатеці розроблених уроків виокремлюємо уроки вивчення геометричного матеріалу.

Самоосвіту в опануванні мультимедійною дошкою, набуття учителями математики компетентностей в галузі ІКТ та удосконалення на цій основі педагогічної майстерності можна розглядати як найважливішу методичну умову ефективного використання нових засобів навчання.

Метою статті є висвітлення методичних умов використання мультимедійної дошки у процесі навчання геометричних перетворень.

Основний матеріал. На сьогодні важливо підготувати вчителя математики, щоб він міг самостійно добирати розроблені наочності, створювати з них власні колекції, видозмінювати і пристосовувати їх до цілей і типу уроку. Потрібно об'єднувати зусилля педагогів для створення якісних електронних наочностей і утворювати своєрідний банк даних. Зрушення у цьому напрямі є в українських проєктів «Відкритий світ», мережі «Партнерство у навчанні», «Intel Навчання для майбутнього», а також російських проєктів, зокрема «Фестиваль открытых уроков».

Доцільно ознайомитися з англійськими демонстраціями проєкту WolframAlpha (<http://demonstrations.wolfram.com/>). Переглядати наочності та анотації до них краще у вікні браузера з можливістю перекладу тексту.

Низку наочностей для вивчення теми «Геометричні перетворення» можна дібрати на сайті GeoGebra [1]. «Інтерактивні» наочності вчитель вільно отримає у форматі динамічної математики, у вигляді HTML аплету чи переглядатиме

у вікні браузера у вигляді java-аплету. Доцільно зареєструватися на сайті GeoGebra, щоб мати змогу створювати і зберігати власні колекції, переглядати доступні колекції інших учасників. Учитель може завантажити і власний проект. При цьому доцільно поряд з коротким описом наочності подавати запитання і завдання учням/студентам, методичні рекомендації іншим Учителям щодо використання надісланих матеріалів.

Збільшується кількість електронних чи дистанційних курсів для школярів. Наприклад, нами розробляються електронні навчальні курси навчання геометрії на платформі для управління навчанням Moodle (<http://kdpu.edu.ua/moodle/>). Електронні наочності, створені за допомогою Gran-2D, можна завантажувати за гіперпосиланнями з відповідних веб-сторінок, розроблених за підручниками геометрії для 7, 8 і 9 класів. Перевага прив'язки при створенні колекції електронних наочностей до конкретного підручника у тому, що це дає змогу вчителю математики швидше добирати для уроку наочності, а тому використовувати їх систематично; забезпечуючи наступність у навчанні. В курсі пропонується низка навчальних проектів до відповідних тем, кросвордів, різномірних тестів та дистанційних уроків.

Методика використання засобів Gran-2D і DG висвітлювалася нами у навчально-методичному посібнику [3]. Зазначимо, що якщо вчитель оволодів використанням хоча б одного із засобів динамічної геометрії, то використання наочностей з іншого засобу не викликати у нього проблем.

При вивченні перетворень з використанням динамічної геометрії заняття доцільно проводити з використанням мультимедійної дошки. При цьому вчитель має змогу використовувати як завчасно підготовлені креслення, розробка яких вимагає більше часу, так і виконувати нескладні побудови і проводити дослідження за ними у ході уроку.

Зазначена тема вивчається в основній школі наприкінці 9 класу. На цей час учні мають уявлення про симетричні фігури, паралельне перенесення і поворот; про рівні та подібні фігури. Тому вивчення нового матеріалу доцільно здійснювати дослідницьким методом з використанням індуктивних міркувань, із залученням практичного досвіду учнів і прикладів із довкілля. Особливу увагу варто звернути на забезпечення свідомої та активної роботи учнів на уроці, формування у них мотиваційно-творчої спрямованості, розвиток творчого інтересу, потягу до пошуку нових відомостей, пізнавальної самостійності. Важливо, щоб учні були ознайомлені з правилами роботи з мультимедійною дошкою, з можливостями застосування динамічної геометрії. Цього можна досягти, якщо використання

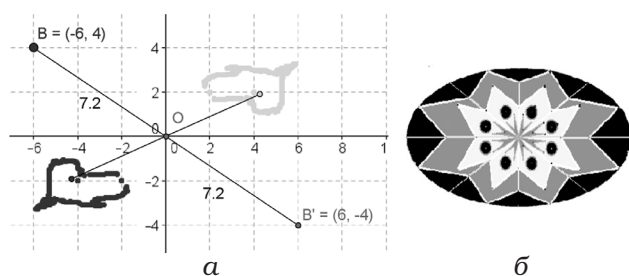
мультимедійної дошки у роботі вчителя є систематичним, а учні активно залучаються до створення електронних наочностей.

Наведемо приклади нескладних побудов, які учні можуть виконати і самостійно, якщо заняття проводиться у комп'ютерному класі.

Вводячи означення центральносиметричних точок, послуговуються двома методичними прийомами: 1) означення базується на суттєвих властивостях: дві точки X_1 та X_2 називаються симетричними, якщо точка O — середина відрізка X_1X_2 ; 2) конструктивне означення: нехай O — фіксована точка, X_1 — довільна точка площина. Відкладемо на продовженні відрізка OX_1 за точку O відрізок OX_2 , рівний OX_1 . Точка X_2 називається симетричною точкою X_1 відносно точки O . Друге означення одночасно дає спосіб побудови центральносиметричних точок і центральносиметричних фігур. При вивченні геометричних перетворень використовуватимемо конструктивний підхід.

Розглядаючи перетворення «Симетрія», потрібно побудувати у вікні відкритого програмного засобу центр симетрії (точку) чи вісь симетрії (пряму). Далі будують на площині довільну точку і створюють симетричну для неї точку, використавши інструмент **Точка, симетрична відносно даної точки (прямої)** (мал. 1.). Будуть створені незалежні об'єкти — центр симетрії (вісь симетрії), задана точка, а залежним об'єктом буде симетрична точка. Центральносиметричні точки з'єднують відрізками з центром симетрії, а симетричні відносно прямої — відрізком, додатково встановлюючи точку перетину відрізка з віссю симетрії. Далі ставлять учням завдання, користуючись обчислювальними інструментами засобу, виміряти довжини побудованих відрізків, кути. Змінюючи положення заданої точки, центра симетрії чи осі, учні з'ясувають суттєві властивості перетворення і зможуть висловити гіпотези. Далі в бесіді з учнями потрібно ще раз сформулювати означення симетричних точок за суттєвими властивостями і конструктивне означення, проговорити алгоритм побудови симетричних точок вручну.

Можна одразу з'ясувати, як пов'язані **координати симетричних точок**. Для цього потрібно відобразити на екрані координатні осі і сітку, а для точок зазначити у властивостях «Відображати координати». Для центральної симетрії спочатку розташовують центр у початку координат. У ході дослідження змінюють положення заданої точки і отримують формули $x_1 = -x$, $y_1 = -y$. Потім переходять до довільного центра симетрії, пригадують з учнями, за якими формулами можна знайти середину відрізка. Для осевої симетрії спочатку вісь симетрії суміщають з однією з осей координат.



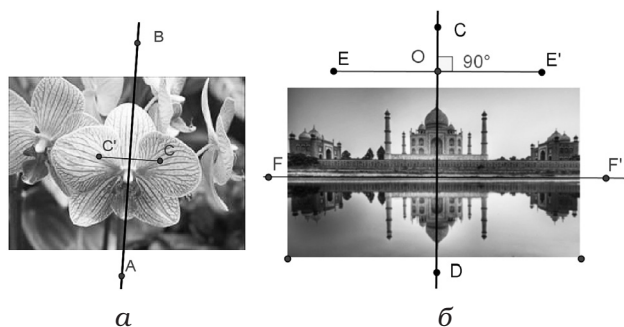
Мал. 1. Центральна симетрія

Наступним кроком є підведення учнів до формулювання **означення симетричних фігур**. У властивостях для двох побудованих симетричних точок зазначаємо «Залишати слід». Рухаючи задану точку вздовж деякої кривої, симетрична до неї точка опише симетричну фігуру. Учні матимуть змогу проявити творчість і побудувати різні фігури. Щоб зручніше демонструвати властивості перетворення і відповідні точки, бажано створити ще одну пару симетричних точок (мал. 1, а) точка В і симетрична до неї).

У випадку застосування GeoGebra можна створювати різнокольоровий слід, але перед зміною масштабу чи закриттям файлу малюнок потрібно експортувати. У GeoGebra слід точки очищається без зазначення змін у властивостях точок. Оскільки в засобі наявні інструменти *Перо* та *Фігура від руки*, то на цьому самому полотні на мультимедійній дошці можна виконати побудову і традиційними інструментами.

Якщо використовується засіб Gran-2D, то побудований слід точки можна зберігати і переглянути при повторному відкриванні файлу.

При наявності підключення до мережі Інтернет зручно здійснити пошук картинок за ключовим словом «симетрія». Учні зможуть навести **приклад симетричних фігур**; фігур, які мають центр чи вісь симетрії. При цьому окремі малюнки можна скопіювати у буфер обміну і розмістити на полотні GeoGebra, щоб побудувати центр чи вісь симетрії, показувати відповідні точки (мал. 2). Зрештою, саме з побудови симетричних точок на таких малюнках і можна розпочинати вивчення властивостей перетворення. На малюнку 2, б) продемонстровано осьову симетрію в архітектурі і в природі.



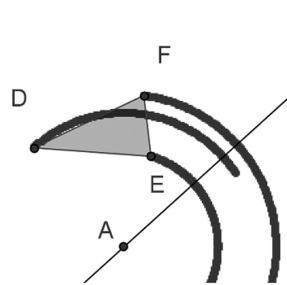
Мал. 2. Осьова симетрія

У подальшому потрібно ще раз зазначити, що при симетрії зберігаються відстані між відповідними точками, промені переходять у промені, зберігаються кути, і зробити висновок, що **симетрія є рухом**. Таким чином, відбуватиметься поступове збільшення теоретичного матеріалу, який вимагає обґрунтування тверджень, що вивчаються.

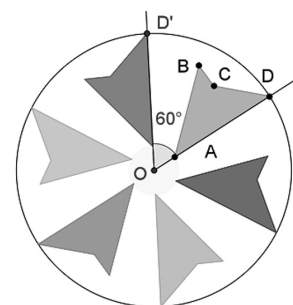
Для введення **повороту** необхідно вказувати центр повороту, кут та напрям. Спочатку доцільно побудувати для повороту замкнену ламану.

Щоб продемонструвати поворот за допомогою Gran-2D, обираємо інструмент *Перетворення параметрично / Поворот*. Вказуємо ламану як об'єкт повороту, зазначаємо, що в результаті необхідно створити результуючий образ та прикріпити його до вихідного. Змінивши початкову ламану, змінюватиметься і утворена в результаті повороту. Поворот можна здійснювати на орієнтований кут, подаючи його в градусах чи в радіанах.

За допомогою GeoGebra також зручно продемонструвати рух по дугах кіл вершин ламаної під час повороту (мал. 3.). У даному випадку вказується лише центр повороту, а кут і напрям визначається на мультимедійній дошці рухом стилуса. Поворот в GeoGebra задають як за допомогою інструмента *Поворот*, вказавши об'єкт повороту, центр і кут, так і командою *Повернути [об'єкт, кут]* чи *Повернути [об'єкт, кут, точка]* (мал. 4).



Мал. 3



Мал. 4.

Після того, як з учнями обговорено властивості перетворення «Поворот», доцільно запропонувати вправу на **визначення розташування центра повороту**. Для цього варто попередньо підготувати файл, щоб не витратити зайвий час на уроці. Спочатку слід вказати кут повороту довільним числом в межах від 0° до 360° (для цього в GeoGebra використовують інструмент *Повзунок*). Далі будують замкнену ламану і виконують до неї команду *Повернути [об'єкт, кут]*. Обговорюють разом з учнями алгоритм визначення центра повороту, виконують необхідні побудови у вікні динамічної геометрії. Коли центр повороту знайдено, бажано змінити форму ламаної, величину кута повороту і впевнитися у тому, що всі побудови виконано правильно.

Якщо для здійснення повороту використовувалася команда *Повернути [об'єкт, кут, точка]*, то на час пошуку центра повороту цю точку потрібно тимчасово не відображати.

Доцільно побудувати чи хоча б продемонструвати фігури, які мають симетрію обертання порядку n (фігура, яка внаслідок повороту навколо деякої точки фігури на кут $360^\circ/n$ переходить в себе). Наприклад, квітка орхідеї має дві симетрії 3-го порядку (мал. 2, а). На мал. 4 наведено приклад фігури, яка має симетрію обертання 6-го порядку. Якщо зазначити прив'язку результатуючих об'єктів до початкового, то отримуємо імітатор калейдоскопа — будь-яка зміна в розташуванні вершин ламаної, що повертається, відобразиться на решті ламаних, створених у результаті повороту.

На сайті GeoGebra користувачі можуть переглянути колекції імітаторів калейдоскопів, для створення яких використовуються генератори випадкових чисел, анімації (мал. 5). Аналіз розроблених моделей і створення власних імітаторів може стати предметом дослідницької роботи учня.

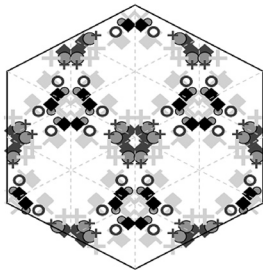


Рис. 5. Імітатор калейдоскопа

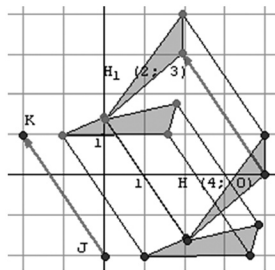


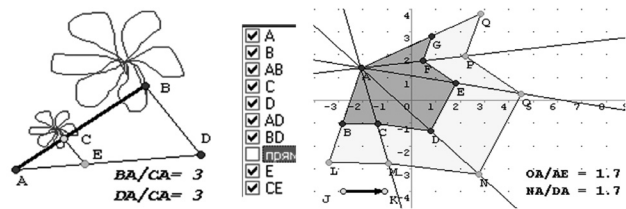
Рис. 6. Паралельне перенесення

Ознайомлюючи школярів з властивостями **паралельного перенесення** (мал. 6) в середовищі GRAN-2D, використовуємо *Об'єкт / Перетворення параметрично / Паралельне перенесення*. В GeoGebra використовують як інструмент *Паралельне перенесення на вектор*, так і команду *Трансформація / Перенести*. Координати вектора можна задати як постійними числами, так і динамічними. Ілюструвати властивості паралельного перенесення краще, якщо на екрані зображено систему координат і нанесено координатну сітку.

Вивчаючи властивості **гомотетії**, доцільно скористатися відповідними інструментами. Для Gran-2D це *Об'єкт / Перетворення параметрично / Гомотетія*, а для GeoGebra інструментом *Гомотетія* чи командою *Трансформація / Гомотетія (об'єкт, коефіцієнт гомотетії, центр гомотетії)*. В GeoGebra перетворення можна застосовувати і до побудов, виконаних інструментом *Перо (штрих)*.

Гомотетичні фігури можна створювати як сліди відповідних точок (мал. 7, а), але у цьому

разі зміна положення центра гомотетії не змінюватиме властивостей представлених побудов. На мал. 7, б) подано зображення динамічної моделі — гомотетію застосовано до побудованої ламаної. Коефіцієнт гомотетії можна подавати динамічним значенням. Наприклад, як різницю абсцис відповідних точок або зчитуючи числове значення, задане інструментом *Повзунок*. Зміна положення центра гомотетії чи коефіцієнта автоматично веде до зміни гомотетичної фігури. Моделі розглядають як керовані із засобами змінювання параметрів і динамічного відображення цих змін, зокрема у графічній інтерпретації.

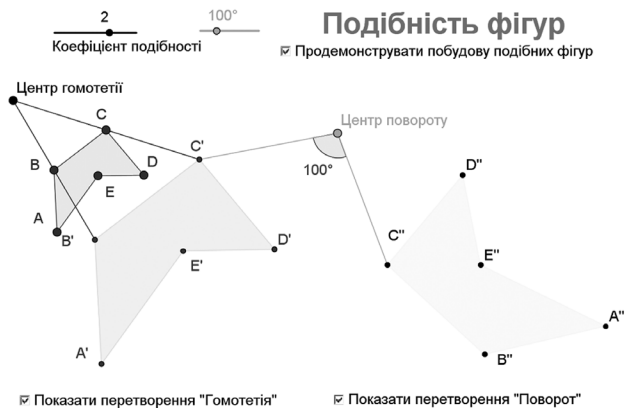


а б

Мал. 7. Приклади гомотетичних фігур

Розглядаючи перетворення **подібності**, доцільно запропонувати учням випереджальне домашнє завдання — самостійно здійснити дослідження властивостей перетворення, використовуючи розроблене динамічне креслення (наприклад, <http://www.geogebra.org/material/show/id/42625>) і скласти звіт. Варто стимулювати учнів висловлювати гіпотези щодо властивостей перетворення «Подібність». Далі доцільно продемонструвати побудову подібних фігур як результат комбінації гомотетії та повороту. Проведення дослідження і узагальнення його результатів сприятиме формуванню в учнів дослідницької математичної компетентності.

На мал. 8. представлено креслення з увімкненою побудовою гомотетичної фігури. У процесі дослідження учень може відкривати тимчасово приховані відомості (виміри кутів, довжини сторін, площі фігур).



Мал. 8. Подібні фігури.

Подаємо орієнтовний **план дослідження** (завдання для учня).

1. Знайдіть відношення довжин відповідних сторін і порівняйте його із записаним значенням коефіцієнта подібності. Запишіть гіпотезу.

2. Виміряйте відповідні кути у подібних фігур. Запишіть гіпотезу.

3. Проведіть дослідження, змінюючи значення коефіцієнта подібності; змінюючи форму однієї з представлених фігур.

4. Знайдіть відношення площ подібних фігур, порівняйте знайдене число з коефіцієнтом подібності. Запишіть гіпотезу про зв'язок.

5. Дізнайтеся, як можна отримати подібні фігури. Проведіть дослідження для різних кутів і розташування центрів гомотетії чи повороту.

6. Самостійно дайте відповіді на запитання: а) які фігури будуть подібними; б) що виражає коефіцієнт подібності; в) про які властивості подібних фігур дізналися; г) в результаті яких перетворень і як можна отримати подібні фігури?

7. Дізнайтеся більше про перетворення «Подібність» у науково-популярній та у навчальній літературі.

Засоби динамічної геометрії ефективно використовувати не тільки при дослідженні властивостей геометричних перетворень, а й у процесі розв'язування задач методом геометричних перетворень. Частина задач на побудову доцільно переформулювати і подавати як задачі прикладного характеру, практичного змісту. Наведемо приклади.

1. Після повені необхідно відновити розміті межі земельної ділянки квадратної форми. Відомо, що залишилися тільки дві віхи на межах і віха у центрі ділянки. Для розв'язування задачі застосовують метод симетрії. При використанні динамічної геометрії доцільно демонструвати розташування квадрата залежно від заданих на сторонах точок.

2. Необхідно оновити атракціон і спроектувати каркас у формі правильного трикутника. Кріплення будуть здійснені так, щоб платформа рухалася вздовж трьох паралельних рей, які залишилися. Для розв'язування задачі використовують метод повороту. За допомогою динамічної геометрії демонструють розташування трикутника, визначають довжину його сторони залежно від розташування паралельних прямих.

Зрештою, побудови до задач можна одночасно здійснювати як вручну традиційними інструментами, так і з використанням динамічної геометрії. Адже найголовніше при розв'язуванні — розробка алгоритму побудови.

У процесі вивчення теми важливо забезпечувати в учнів розвиток функціональних уявлень на геометричному змісті.

Оскільки перетворення графіків вивчають в алгебрі 9 класу раніше, ніж геометричні перетворення на площині, то у ході уроків систематизації та узагальнення необхідно встановлювати зв'язок між даними перетвореннями. На малюнку 9. представлено графіки функції, отримані з графіка функції $y=x^2$ у результаті застосування команди GeoGebra *Розтягнути* [*Об'єкт*, *Пряма*, *Коефіцієнт*]. Доцільно також продемонструвати і паралельне перенесення вздовж осей координат за допомогою команди *Перенести* [*Об'єкт*, *Вектор*]. На малюнку 10 представлено графіки, отримані з графіка функції $y=x^2$ у результаті гомотетії з центром у початку координат. Важливо, щоб учні при цьому спочатку записали формулу для нової функції, а потім перевірили з результатом, представленим програмним засобом.

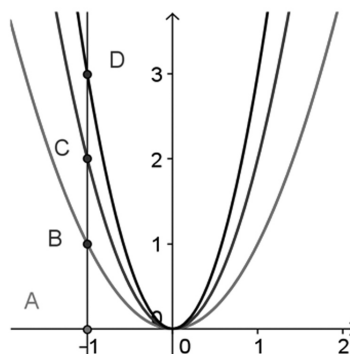


Рис. 9. Розтягнути [x^2 , Вісь Абсцис, k]

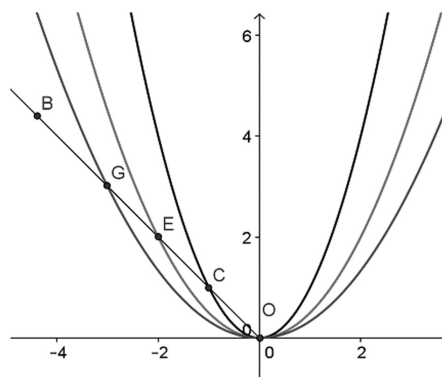


Рис. 10. Гомотетія [x^2 , k , $(0,0)$]

У процесі вивчення теми важливо використовувати метод навчальних проєктів. Учні мають самостійно обрати творчо-пошукове завдання, форму звітності і продемонструвати створені ними на мультимедійній дошці на уроці чи на позакласному занятті. Наведемо приклади різнопланових завдань, які можна виконувати з використанням засобів динамічної геометрії: 1) дібрати колекції, що демонструють геометричні перетворення в архітектурі, техніці, живій природі; 2) дослідити геометричні перетворення в українському орнаменті, створити власний орнамент; 3) представити розробки на

фестиваль писанки (мал. 1, б), адже Великдень припадає саме на час вивчення теми; 4) створити розробку динамічного креслення до задач на побудову, 5) створити імітатор калейдоскопу з використанням динамічних параметрів чи генераторів випадкових чисел. Важливо, щоб створені розробки учні могли вільно переглядати, обговорювати та оцінювати.

Висновки. Зазначене програмне забезпечення динамічної геометрії не є чутливим до модифікації сенсорної дошки, наявної у кабінеті математики, а тому не викликатиме у вчителя проблем у процесі проведення заняття.

Якщо дотримуватися описаної вище методики навчання учнів геометричним перетворенням з використанням мультимедійної дошки, то забезпечуватимуться державні вимоги до рівня їх загальноосвітньої підготовки. А саме: учні наводитимуть приклади фігур та їх образів при геометричних перетвореннях; рівних і подібних фігур; пояснюватимуть, що таке переміщення і перетворення подібності; формулюватимуть означення і властивості рівних і подібних фігур; зображатимуть і знаходитимуть на малюнках фігури, в які переходять дані фігури при різних видах переміщень та перетворенні подібності, обчислюватимуть довжини відрізків у подібних фігурах, площі подібних

фігур. Доцільне застосування у процесі вивчення геометричних перетворень мультимедійної дошки і сучасних засобів динамічної геометрії зокрема сприятиме формуванню у школярів таких компонентів математичної компетентності як технологічна і дослідницька, формуванню компетентностей з ІКТ. Досягненню вказаної мети сприятиме цілеспрямоване планування використання мультимедійної дошки відповідно до теми, мети і типу уроку; комплексне та системне її застосування з переважанням у процесі навчання проблемно-пошукових та дослідницьких методів, різноманітних форм організації діяльності учнів.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Офіційний сайт GeoGebra - Dynamic Mathematics for Everyone. Режим доступу <http://www.geogebra.org/>.

2. В а с и л ь є в а Д. В. Мультимедійна підтримка уроків математики в 5 — 6 класах: навчально-методичний посібник / Д. В. Васильєва. — К.: Вид-во НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. — 48 с.

3. К р а м а р е н к о Т. Г. Уроки математики з комп'ютером: навчально-методичний посібник / Т. Г. Крамаренко; за ред. М. І. Жалдака. — Кривий Ріг : Видавничий дім, 2008. — 272 с.