

Міністерство освіти і науки України
Криворізький державний педагогічний університет

Кафедра математики

Л.Р.Корольська, І.В.Лов'янова, П.І.Ульшин

МАТЕМАТИКА
ПОСІБНИК ДЛЯ АБІТУРІЄНТІВ,
що проходять вступні випробування
до Криворізького державного педагогічного університету.

Затверджено
на засіданні кафедри
математики,
протокол № _____
від ”__” _____ 2004р.

Кривий Ріг
2004

УДК

Л.Р.Корольська, І.В.Лов'янова, П.І.Ульшин. Математика. Посібник для абітурієнтів, що проходять вступні випробування до Криворізького державного педагогічного університету. – Кривий Ріг, 2004. – 77 с.

Рецензенти:

В.М.Серебренніков, к.т.н, доцент кафедри вищої математики КТУ.

А.О.Тішковець, вчитель-методист, вчитель математики Криворізького обласного ліцею-інтернату для сільської молоді.

В посібнику наведена програма вступних екзаменів з математики для абітурієнтів КДПУ, завдання з математики, які пропонуються на співбесідах та іспитах в КДПУ в останні роки.

Вміщені відповіді до задач, а також зразки оформлення письмової роботи.

Для абітурієнтів, які вступають на спеціальності, де математика входить в число основних дисциплін, вчителів та учнів випускних класів.

Л.Р.Корольська, І.В.Лов'янова,
П.І.Ульшин, 2004

ЗМІСТ

Передмова	4
Програма вступних екзаменів з математики для абітурієнтів КДПУ	6
Співбесіда. Запитання і завдання	22
Іспит	32
Підготовче відділення	32
Фізико-математичний факультет	34
Індустріально-педагогічний факультет	42
Факультет початкового навчання	51
Зразки оформлення письмової роботи	55
Питання співбесіди до магістратури зі спеціальності „Математика”	68
Оцінювання письмових екзаменаційних робіт абітурієнтів з математики	74
Список використаної та рекомендованої літератури	76

ПЕРЕДМОВА

Даний посібник призначений для підготовки абітурієнтів з математики до вступу в Криворізький педагогічний університет на факультети, де математика є однією з основних дисциплін. Він містить матеріали, які пов'язані як з підготовкою абітурієнтів, так і виявленням в них необхідної наявності математичних знань.

Посібник містить розробки для проведення співбесід з абітурієнтами. Тут надруковано окремі питання теоретичного характеру, взяті з програм для поступаючих у вузи України та приклади і задачі з різних розділів математики середньої школи. Визначено категорію абітурієнтів, які проходять вступні випробування за співбесідою. На співбесідах проводиться трьохрівнева оцінка знань.

На вступних екзаменах на всі спеціальності математика складається письмово. Для того, щоб абітурієнти краще підготувалися до цих випробувань у посібнику проводяться завдання з математики, які були на вступних екзаменах у попередні роки.

Для прикладу дається методика розв'язування окремих варіантів завдань з математики. Даються також вказівки, щодо помилок, які найчастіше трапляються на екзаменах.

Оцінки письмових робіт з математики проводиться за допомогою 12-бальної системи. В роботі детально розкривається „ціна” кожного бала.

В кінці посібника формулюються питання до співбесіди в магістратуру з спеціальності „математика”.

У посібнику використано такі аббревіатури:

ФМФМІ – фізико-математичний факультет,

Спеціальність: математика, основи інформатики.

ФМФІЕ – фізико-математичний факультет,

Спеціальність: інформатика та основи економіки.

- ІПФМСГ – індустрально-педагогічний факультет
(спеціалізація: механізація с/г)
- ІПФАС – індустрально-педагогічний факультет
(спеціалізація: автосправа)
- ІПФРП – індустрально-педагогічний факультет
(спеціалізація: обслуговуюча праця, основи економіки)
- ІПНам – факультет початкового навчання
(спеціалізація: англійська мова і література).
- ІПНсп - – факультет початкового навчання
(спеціалізація: соціальна педагогіка)
- ІПВ – підготовче відділення.
- ІЗВ – заочне відділення.

Наприклад: ІПФМСГ – 02 – завдання, які були запропоновані абітурієнтам індустріально-педагогічного факультету, що обрали спеціалізацію механізація сільського господарства на вступних випробуваннях у 2002 році.

ПРОГРАМА
ВСТУПНИХ ЕКЗАМЕНІВ З МАТЕМАТИКИ ДЛЯ АБІТУРІЄНТІВ КДПУ

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
1. Натуральні числа. Прості і складені числа. НСД і НСК.		Означення	Знаходити дільники, кратні, НСД і НСК.
2. Ознаки подільності на 2,3,5,9,10		Формулювання ознак	Застосовувати ознаки до розв'язування задач.
3. Цілі числа, раціональні числа, додавання, віднімання, множення, ділення. Порівняння раціональних чисел. Проценти.		Означення; алгоритми виконання арифметичних дій; алгоритм і способи порівняння раціональних чисел.	Застосовувати ознаки до розв'язування задач.
4. Дійсні числа, їх представлення у вигляді десяткового дробу.	теорема про те, що не існує раціональне число, квадрат якого дорівнює 2.	Означення ірраціонального та дійсного числа	Переводити звичайний дріб у десятковий і навпаки, працювати з періодичним дробом.
5. Зображення чисел на координатній прямій. Модуль дійсного числа, його геометричний зміст.		Означення модуля його геометричний зміст	Застосування означення модуля при розв'язуванні рівнянь та нерівностей з модулем; будувати графіки функцій, що містять модуль.

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
6. Числові вирази, вирази зі змінними. Формули скороченого множення.	Вивід формул скороченого множення	Знати формули: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$	Застосовувати формули скороченого множення до перетворення виразів.
7. Степінь з натуральним і раціональним показником. Арифметичний корінь n – степеня.	Властивості степеня з натуральним і раціональним показником. Властивості арифметичного кореня n -го степеня	Означення і властивості степеня з натуральним і раціональним показником. Означення і властивості арифметичного кореня n -го степеня	Застосувати означення і властивості до перетворення виразів
8. Логарифми та їх властивості.	Властивості логарифмів.	Означення логарифму числа, властивості логарифмів.	Застосувати властивості до перетворення виразів.
9. Одночлен. Многочлен. Степінь одночлена. Стандартний вид одночлена й многочлена.		Означення і правила виконання дій над многочленами.	Застосувати властивості до перетворення.
10. Многочлен з однією змінною, його стандартний вигляд. Корінь многочлена на прикладі квадратного тричлена.	Теорема про розклад квадратного тричлена на лінійні множники.	Формули розкладу квадратного тричлена на лінійні множники.	Знаходити корені квадратного тричлена і розкладати його на лінійні множники.
11. Функція. Поняття про функції. Способи завдання функції. Область визначення. Множина значень функції. Функція, обернена даній. Оборотні функції.		Знати означення. Наводити приклади.	Знаходити область визначення функцій, використовувати властивості графіків оборотних функцій.

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
<p>12. Графік функції. Зростання і спадання функції. Парність і непарність, точки екстремумів.</p>		<p>Означення понять „функція, зростаюча(спадаюча) на проміжку”, „зростаюча (спадаюча) функція”, „періодична функція”, парна(непарна)функція”, „точка екстремуму”, „екстремум функції”, „графік функції; означення і алгоритми дослідження функції на монотонність, парність.</p>	<p>Досліджувати функцію на зростання(спадання)за допомогою властивостей нерівностей і за допомогою похідної; досліджувати функцію на парність (непарність), періодичність за означенням. Застосовувати властивості функції до розв’язування задач.</p>
<p>13. Означення, основні властивості і графіки функцій:</p> <p>а). Лінійної $y=kx+b$ б).квадратної $y= ax^2 +bx+c$ в).степеневлі $y=ax^n, n \in \mathbb{N}$ г.)оберненої пропорційності $y=1/x$ д) показникової. $y=a^x, a>0$ е).логарифмічних $y=\log_a x$ ж).тригонометричних $y=\sin x, y=\cos x, y=\operatorname{tg} x$ з).арифметичного кореня $y=\sqrt{x}$</p>	<p>Обґрунтувати властивості функцій.</p>	<p>Означення функцій, демонструвати властивості функцій на їх графіках.</p>	<p>Будувати графіки функцій, демонструвати властивості функцій на графіках; використовувати властивості функцій при розв’язуванні рівнянь і нерівностей.</p>

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
<p>14. Рівняння. Корені рівняння. Поняття про рівносильні рівняння. Види рівнянь:</p> <p>а) лінійні рівняння, рівняння I, II степеня і цілі, що зводяться до них;</p> <p>б) дробово-раціональні;</p> <p>в) ірраціональні;</p> <p>г) рівняння, що містять знак модуля;</p> <p>д) тригонометричні рівняння;</p> <p>є) показникові рівняння;</p> <p>ж) логарифмічні рівняння;</p> <p>з) трансцедентні рівняння, що зводяться до одного з названих видів рівнянь.</p>	<p>Виведення формул коренів квадратного рівняння, теореми Вієта.</p> <p>Виведення формул коренів Тригонометричних рівнянь виду $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.</p>	<p>Означення понять „рівняння”, „корінь рівняння”, „рівносильні рівняння, що означає „розв’язати рівняння”, властивості рівносильності рівнянь; формули коренів квадратного рівняння, формулювання теореми Вієта, формули коренів (загальні і спеціальні) найпростіших тригонометричних рівнянь.</p>	<p>Розв’язувати вказані види рівнянь різними способами, в тому разі і графічним; розв’язувати задачі на складання рівнянь.</p>
<p>15. Системи рівнянь. Розв’язування систем.</p>		<p>Означення системи рівнянь і. розв’язку системи.</p>	<p>Розв’язування системи рівнянь I, II степеня способом додавання, підстановки, графічно; розв’язувати задачі на складання рівнянь.</p>

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
<p>16. Нерівності. Розв'язування нерівностей. Поняття про рівносильні нерівності, числові нерівності, нерівності зі змінними:</p> <ul style="list-style-type: none"> а) нерівності I, II степеня ті, що зводяться до них; б) раціональні нерівності; в) ірраціональні нерівності; г) нерівності, що містять знак модуля; д) тригонометричні нерівності; д) показникові нерівності; ж) логарифмічні нерівності. 			<p>Властивості функцій, властивості рівносильності нерівностей.</p>
<p>17. Системи нерівностей. Розв'язування систем.</p>		<p>Означення системи, розв'язку системи.</p>	<p>Розв'язувати системи нерівностей I, II степеня.</p>
<p>18. Арифметична і геометрична прогресії.</p>		<p>Означення . арифметичної і геометричної прогресії, формули n-члену і суми перших членів арифметичної і геометричної прогресії.</p>	<p>Застосувати формули до розв'язування задач.</p>

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
<p>19. Синус, косинус, тангенс гострого кута прямокутного трикутника і довільного кута; синус та косинус суми двох аргументів. Залежність між тригонометричними функціями одного аргумента. Формули зведення. Перетворення в добуток суми $\sin\alpha\pm\sin\beta$, $\cos\alpha\pm\cos\beta$, $\operatorname{tng}\alpha\pm\operatorname{tng}\beta$</p> <p>Тригонометричні функції подвійного аргумента.</p>	<p>Формули зведення; Залежності між тригонометричними функціями одного і того ж кута; формули подвійного аргумента; $\sin(\alpha\pm\beta)$, $\cos(\alpha\pm\beta)$, $\operatorname{tng}(\alpha\pm\beta)$ $\sin\alpha\pm\sin\beta$, $\cos\alpha\pm\cos\beta$</p>	<p>Означення $\sin\beta$, $\cos\beta$, $\operatorname{tng}\beta$, β – гострий кут прямокутника трикутника, β- довільний кут; формули тригонометрії.</p>	<p>Застосування формул тригонометрії до розв'язування рівнянь, нерівностей, тотожних перетворень.</p>
<p>20. Означення похідної. Її фізичний та тригонометричний зміст. Рівняння дотичної до графіка функції. Правила обчислення похідних. Похідна складної функції похідні функцій.</p>	<p>Правило знаходження похідної суми двох диференційованих функцій; рівняння дотичної до графіка функції.</p>	<p>Означення похідної функції в точці і на проміжку; її фізичний і геометричний зміст; правила обчислення похідних; таблицю похідних; алгоритми дослідження функції за допомогою похідної на екстремум, на зростання(спадання), на найбільше(найменше) значення на відріжку.</p>	<p>Знаходити похідні складених функцій, застосовувати поняття похідної при дослідженні функції на зростання(спадання), екстремуми, при побудові графіків функцій; При розв'язуванні екстремальних задач</p>

ГЕОМЕТРІЯ

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
1	2	3	4
1. Пряма, промінь, відрізок, ламана; довжина відрізка. Кут, бісектриса кута. Вертикальні і суміжні кути.	Теорема про властивості вертикальних і суміжних кутів	Означення і формулювання теорем	Застосування означення теореми при розв'язуванні задач; будувати бісектрису кута, довжину відрізка, довжину ламаної лінії
2. Паралельні і перпендикулярні прямі,	Ознаки паралельності прямих	Означення і формулювання теорем	Застосування при розв'язуванні задач
3. Трикутник. Медіана, бісектриса, висота. Зовнішній кут трикутника. Види трикутників. Ознаки рівності трикутників	Ознаки рівності трикутників; властивості рівнобедреного трикутника, властивості середньої лінії трикутника	Означення і формулювання теорем про суму кутів трикутника і властивість бісектриси довільного трикутника	Застосування при розв'язуванні задач
4. Прямокутний трикутник, Ознаки рівності прямокутних трикутників	Ознаки рівності прямокутних трикутників	Означення, формулювання ознак рівності прямокутних трикутників, властивості висоти і медіани, проведених до гіпотенузи	Застосування при розв'язуванні задач
5. Метричні співвідношення у трикутнику	Теорему косинусів; теорему синусів; теорему Піфагора	Формулювання теорем; Співвідношення між сторонами і кутами трикутника; наслідок з теореми синусів про залежність між стороною трикутника і радіусом	Розв'язувати трикутники

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
		описаного кола	
6.Чотирикутники:паралелограм, ромб, прямокутник, квадрат, трапеція	Ознаки паралелограма, властивість середньої лінії трапеції, властивості ромба і прямокутника	Формулювання теореми Фалеса	Застосування при розв'язуванні задач
7.Многокутник, його вершини, сторони, діагоналі. Правильні многокутники	Теорему про суму внутрішніх кутів опуклого многокутника	Означення, формулювання теорем	Застосування при розв'язуванні задач
8. Коло, круг. Центр, радіуси, хорда, діаметр. Дотична до кола. Дуга кола, сектор, сегмент.		Означення, формули довжини кола, довжини дуги кола	Застосування при розв'язуванні задач
9. Центральні кути, радіана міра кута, кути вписані в коло	Теорему про властивість кута, вписаного в коло та її наслідок	Означення, формулювання теорем	Застосування при розв'язуванні задач
10. Коло описане навколо трикутника, коло вписане в коло	Теорему про центр кола описаного і центр кола, вписаного в трикутник	Означення, формулювання теорем	Застосування при розв'язуванні задач
11.Правильні многокутники. Коло, вписане в многокутники. Коло, описане навколо многокутників	Залежність між стороною правильного многокутника і радіусом описаного(вписаного) кола	Означення, формулювання теорем	Застосування при розв'язуванні задач
12. Формули площі: трикутника, прямокутника, паралелограма, ромба, квадрата, трапеції, круга, сектора	Виведення указаних формул	Формули для трикутника трапеції квадрата, паралелограма	Застосування при розв'язуванні задач

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
13. Приклади перетворення фігур, види симетрії		Означення перетворення симетрії відносно точки і відносно прямої, означення гомотетії, властивості руху	Застосування при розв'язуванні задач
14. Перетворення подібності і його властивості. Подібні фігури	Ознаки подібності трикутників	Означення і властивості, ознаки подібності трикутників, співвідношення між площами подібних фігур	Застосування при розв'язуванні задач
15. Аксиоми стереометрії. Наслідки з аксіом	Наслідки з аксіом	Формулювання аксіом і теорем; основні засоби завдання теорем	Застосування при розв'язуванні задач
16. Паралельність у просторі; паралельність прямих, паралельність площин; паралельність прямої і площини	Ознаку паралельності двох прямих; ознаку паралельності двох площин; ознаку паралельності прямої і площини; теорему про перетин двох площин третьою	Означення і формулювання теорем - ознак і теорем властивостей	Застосування при розв'язуванні задач
17. Перпендикулярність у просторі: перпендикулярність прямих, перпендикулярність площин, перпендикулярність прямої і площини	Ознаку перпендикулярності двох прямих; ознаку перпендикулярності прямої і площини; теорему про площину, перпендикулярну одній з	Означення і формулювання теорем - ознак і теорем властивостей	Застосування при розв'язуванні задач

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
	двох паралельних прямих; теорему про дві прямі, перпендикулярні до однієї площини; теорему про пряму, що належить одній з двох перпендикулярних площин і перпендикулярна їх лінії перетину		
18.Кут прямої з площиною. Перпендикуляр і похила до площини	Теорему про три перпендикуляри	Означення і формулювання теорем	Зображувати проекцію прямої на площину у стереометричному малюнку
19. Мимобіжні прямі	Теорема про відстань між мимобіжними прямими	Означення і формулювання теореми	Будувати спільний перпендикуляр двох мимобіжних прямих і знаходити відстань між двома мимобіжними прямими
20. Двогранні кути. Лінійний кут двогранного кута. Кут між площинами		Означення	Будувати лінійний кут двогранного кута і вимірювати кут між площинами; застосування при розв'язуванні задач
21.Многогранники. Вершини, ребра, грані, діагоналі многогранника. Правильні многогранники.		Означення	

Зміст	Знати з доведенням	Знати без доведення	Уміти
22. Призма. Пряма і похила призма. Правильна призма. Паралелепіеди, їх види.	Теорему про бічну поверхню призми; теорему про протилежні грані паралелепіеда; теорему про діагоналі паралелепіеда; теорему про квадрат діагоналі прямокутного паралелепіеда.	Означення і формулювання теореми	Застосовувати при розв'язуванні задач
23. Піраміда. Правильна піраміда. Зрізана піраміда.	Теорему про бічну поверхню правильної піраміди; теорему про перетин піраміди площиною.	Означення і формулювання теорем, алгоритм побудови фігур	Знаходити проекцію вершини піраміди, виходячи з умови задачі, проводити обґрунтування.
24. Тіла обертання: циліндр, конус, куля, сфера. Частини кулі. Комбінації многогранників і тіл обертання.	Теорема про площину перпендикулярну вісі циліндра і вісі конуса; теорему про перетин кулі площиною; теорему про площину, дотичну до кулі.	Означення і формулювання теорем, алгоритми побудови фігур	Зображати тіла обертання і комбінації їх з многогранниками; застосовувати теорію до розв'язування задач.
25. Площі поверхонь і об'єми многогранників і тіл обертання		Формули площі поверхонь і об'ємів многогранників та тіл обертання	Застосовувати при розв'язуванні задач.

СПІВБЕСІДА. ЗАПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ.

Положення про співбесіду з математики

При вступі до Криворізького державного педагогічного університету абітурієнти, які закінчили середні учбові заклади з золотою або срібною медалями чи дипломом з відзнакою і які поступають на ІІФ із спеціальністю „Трудове навчання і механізація сільського господарства – проходять співбесіду з математики, як основної дисципліни.

Співбесіду з математики на всі спеціальності університету, на яких перший екзамен складається з математики (спеціальності: „МІ”, „ІЕ”, Індустріально-педагогічний факультет: "Техн. праця і механізація сільського господарства", "Техн. праця і автосправа", "Обслуговуюча праця"), проходять призери Республіканських математичних конкурсів і олімпіад, які зайняли І і ІІ місця, а також чорнобильці та сироти, і ще випускники КОЛІ, які проживають у сільській місцевості.

Співбесіду з математики проходять всі абітурієнти, які поступають на вказані вище спеціальності, за „контрактом” як на денну, так і на заочну форму навчання.

Співбесіда з математики має на меті виявити в абітурієнтів знання, вміння і навички необхідні для успішного навчання у вузі і полегшити вступ на обрану ними спеціальність, уникнути складання двох вступних екзаменів і проходження конкурсу.

Співбесіди проводяться у спеціально відведені дні згідно розкладу.

Питання, які ставляться абітурієнтам на співбесіді з математики, відповідають програмі для вступників до вищих учбових закладів України. Вони містять як теоретичний матеріал, так і практичне його застосування з різних розділів математики середньої школи.

Критерій оцінювання знань абітурієнтів на співбесідах з математики – рівневий:

1.Високий рівень – глибокі знання з основних розділів математики, наявність і навичок у застосуванні теорії до розв’язування задач.

2.Достатній рівень – хороші знання з основних розділів математики, проте є деякі недоліки теоретичного або практичного характеру.

3.Недостатній рівень знань – незнання окремих розділів математики: теорем, формул, означень, невміння розв’язувати задач, рівнянь, нерівностей з деяких розділів математики шкільного курсу.

Якщо після співбесіди абітурієнти одержали „Високий” або „Достатній” рівні знань, то комісією рекомендуються до зарахування для навчання у вузі. При „Недостатньому рівні знань” комісія не рекомендує абітурієнтів до навчання у вузі.

Питання з математики для співбесіди

1. Прості і складені числа. Розкладання натурального числа на прості множники. Найбільш спільний дільник та найменше спільне кратне двох чисел.
2. Відсоток (%). Основні задачі на відсоток.
3. Раціональні числа. Запис раціональних чисел у вигляді десяткових дробів.
4. Запис періодичних десяткових дробів у вигляді звичайних дробів.
5. Пропорції. Поняття про пряму і обернену пропорціональність величин. Побудова четвертого пропорційного відрізка за трьома даними.
6. Формули скороченого множення.
7. Квадратний тричлен та розклад його на лінійні множники.
8. Степінь з раціональним показником та його властивості.
9. Основні тригонометричні формули одного аргументу та формули тригонометричних функцій подвійних аргументів.
10. Формули синуса і косинуса суми і різниці двох аргументів.
11. Розв'язування раціональних нерівностей методом інтервалів.
12. Функція. Область визначення функції. Способи задання функції.
13. Формули зведення тригонометричних функцій.
14. Логарифмічна функція та її властивості.
15. Показникові функція та її властивості.
16. Коло. Дотична і січна до кола та їх властивості.
17. Побудова кола вписаного в трикутник і описаного навколо нього.
18. Властивості бісектрис, медіан і висот трикутника.
19. Вписані кути, їх властивості та вимірювання.
20. Формулювання теорем синусів і косинусів та їх формули.
21. Формули радіусів кіл вписаного і описаного навколо трикутника та знаходження їх центрів.
22. Обернені функції та їх геометричний зміст. Приклади .
23. Рівність фігур. Ознаки рівності трикутників.
24. Рухи в геометрії, їх види і основні властивості.
25. Подібні перетворення, гомотетія та їх властивості.
26. Теорема про три перпендикуляри та її використання.
27. Поняття об'єму простого тіла. Об'єми многогранників.
28. Ознака перпендикулярності прямої і площини.
29. Тригонометричні співвідношення між сторонами і кутами у прямокутному трикутнику.
30. Графічний метод розв'язування рівнянь.
31. Скалярний добуток векторів і його властивості.
32. Тригонометричні рівняння та їх розв'язування.
33. Тригонометричні нерівності та їх розв'язування.
34. Ірраціональні рівняння та їх розв'язування.
35. Ірраціональні нерівності та їх розв'язування.
36. Арифметична прогресія. Формули загального члена та суми n- членів арифметичної прогресії.

37. Геометрична прогресія. Формули загального члена та суми n- членів. Суми членів геометричної прогресії.
38. Похідна функції. Геометричний і фізичний зміст похідної.
39. Екстремуми функцій. Необхідна і достатня умови існування екстремуму функцій.
40. Найбільше і найменше значення функції.
41. Теорема Піфагора і її доведення.
42. Теорема про перпендикуляр опущений з вершини прямого кута на гіпотенузу трикутника.

Завдання для співбесіди

1. Розв'язати тригонометричні рівняння:

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1) $2\cos^2 x - 3\cos x = 0;$ | 5) $\cos 3x + \sin 3x = \cos x + \sin x;$ |
| 2) $\sin 6x - \sin x = 0;$ | 6) $\cos x - \cos 7x = \cos 2x - \cos 8x;$ |
| 3) $\cos 6x = \cos 4x;$ | 7) $\sin x + \cos x = 1.$ |
| 4) $\cos^2 x + \cos^2 2x = 1;$ | |

2. Розв'язати тригонометричні нерівності:

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $\cos 2x + \cos x > 0;$ | 5) $2\cos^2 \frac{x}{2} > 1;$ |
| 2) $\cos 2x + \sin x < 0;$ | 6) $2\cos^2 x - 7\cos x - 4 < 0;$ |
| 3) $4\cos^2 x - 1 < 0;$ | 7) $2\sin^2 x + \sin x - 1 > 1.$ |
| 4) $\cos 2x - 5\cos x + 3 < 0;$ | |

3. Розв'язати ірраціональні рівняння:

- 1). $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1;$
- 2) $\sqrt{x+3} - \sqrt{x} = 1;$
- 3) $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} - \sqrt{x-1} = 0;$
- 4) $\sqrt{5x+1} - \sqrt{x+1} - \sqrt{3x-5} = 0.$

Спростити вираз:

- 5) $(\sqrt{7+\sqrt{13}} - \sqrt{7-\sqrt{13}})^2;$
- 6) $(\sqrt{6-\sqrt{11}} - \sqrt{6+\sqrt{11}}).$

4. Звільнитись від ірраціональності в знаменнику:

- | | |
|--|---|
| 1) $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1};$ | 3) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{10}};$ |
| 2) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{2}};$ | 4) $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}.$ |

5. Обчислити вирази:

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $-\log_2 \log_2 \sqrt[4]{2};$ | 5) $20^{\frac{2+\lg}{1+\lg^2}};$ |
|----------------------------------|----------------------------------|

12. Побудувати графік функції:

- | | |
|--------------------------|-------------------------------|
| 1) $y=x^2-3\cdot x $; | 8) $y=3\sin 2x$; |
| 2) $y=x^2-6x+8$; | 9) $y=2\cos \frac{x}{2}$; |
| 3) $y=-x^2+2x$; | 10) $y=\sin x + \cos x$; |
| 4) $y=2x^2+4x+3$; | 11) $y=\frac{8+x}{x}$; |
| 5) $y=-\frac{2}{x}$; | 12) $y=2\sin 4x+1$; |
| 6) $y=x^2-6\cdot x +8$; | 13) $y=2\cos \frac{x}{2}-3$; |
| 7) $y= x^2-2x-3 $; | 14) $y=\log_2 x $. |

13. Знайти функцію обернену до даної функції:

- | | |
|-----------------------|-----------------------------------|
| 1) $y=2x+3$; | 6) $y=\sqrt{x-3}$; |
| 2) $y=-\frac{x}{2}$; | 7) $y=2^{x+2}$; |
| 3) $y=\lg(x+1)$; | 8) $y=\arcsin(3x-2)$; |
| 4) $y=\log_2(x-2)$; | 9) $y=\cos(2x+1)$; |
| 5) $y=\sqrt{x+1}$; | 10) $y=\operatorname{tg}(3x-2)$. |

14. Знайти область визначення функції:

- | | |
|--|---|
| 1) $y=\frac{\sqrt{x^2-3x-4}}{x-4}$; | 7) $y=\log_5\frac{6-x}{2x-3}$; |
| 2) $y=\frac{\lg(-x^2+4x-3)}{x-2}$; | 8) $y=\log_{0.1}(2x^2+3x-5)$; |
| 3) $y=\frac{\lg(x^2-3x-18)}{\sqrt{x+5}}$; | 9) $y=\log_2 \sin x$; |
| 4) $y=2\cdot \cos x +3$; | 10) $y=\lg \operatorname{tg} x$; |
| 5) $y=\arccos(1-2x)$; | 11) $y=\frac{4(x^2-4)}{\sqrt{(3x-1)(x+5)}}$; |
| 6) $y=2 \arcsin(4x+3)$; | 12) $y=\sqrt{x^2-4}+\sqrt{\sin x}$. |

15). Розв'язати показникові нерівності:

- | | |
|---|---|
| 1) $25^x-6\cdot 5^x+5>0$; | 6) $x^2+4\cdot x +3\leq 0$; |
| 2) $4^x-9\cdot 2^x+8<0$; | 7) $x^2-7\cdot x +10\geq 0$; |
| 3) $\left(\frac{1}{9}\right)^x-10\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^x+9<0$; | 8) $\frac{x^2+4x-21}{x^2-x+20}>0$; |
| 4) $x^2+ x -6<0$; | 9) $\begin{cases} x^2-3x-4<0 \\ x-2>0 \end{cases}$; |
| 5) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-6x+8}>0$; | 10) $\begin{cases} x^2-5x-6>0 \\ x-7>0 \end{cases}$. |

16. Задачі на побудову. За допомогою циркуля та лінійки побудувати:

- 1) Через точку, взяту поза колом, на площині провести дотичну до кола.
- 2) За даними трьома медіанами: m_1, m_2, m_3 побудувати трикутник.
- 3) Побудувати відрізок X , який є четвертим пропорційним до трьох даних відрізків: a, b, c .
- 4) У даній $\triangle ABC$ вписати квадрат так, щоб одна його сторона лежала на основі трикутника, а дві сторони на бічних сторонах його.
- 5) Дано два кола з центрами в точках O_1 і O_2 і радіусами R_1 і R_2 . Побудувати спільну дотичну до даних кіл.

17. Обчислити значення виразу:

- 1) $\sin 30^\circ + \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} 60^\circ + \cos 120^\circ$;
- 2) $\sin 60^\circ + \sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} 135^\circ - \cos 150^\circ$;
- 3) $6^{\log_6 50} - 30 \cdot \log_2 \sqrt[3]{2}$;
- 4) $\log_{12} 4 + \log_{12} 3 + \log_2 20 - \log_2 5$;
- 5) $2^{\log_2 15} - 60 \cdot \lg \sqrt[3]{10}$.

18. Розв'язати тригонометричні і показникові рівняння:

- 1) $2\cos x - 3\cos x - 2 = 0$;
- 2) $2 \cdot \operatorname{tg}^2 x - 11 \cdot \operatorname{tg} x + 5 = 0$;
- 3) $\sin 7x - \sin x = 0$;
- 4) $\sin 9x = \sin x$;
- 5) $\cos 6x = \cos 4x$;
- 6) $3^{x^2 - 5x + 6} = 1$;
- 7) $5^{x^2 - x - 9} = 125$;
- 8) $5^{x+2} + 5^x = 130$;
- 9) $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$;
- 10) $2 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^x - 2 = 0$;
- 11) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 34$;
- 12) $2^{x^2 - 5x} = 64$.

19. Розв'язати показникові нерівності:

- а) $3^{6-x} > 3^{3x-2}$;
- б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+4}$;
- в) $5^{4-x} > 5^{4x-8}$;
- г) $\log_2 (x+8) > 3$;
- д) $\log_{\frac{1}{2}} (x+4) > 3$.

20. Знайти найбільше і найменше значення функції:

- 1) $y = 2x^3 + 2x^2$; $[-1; 1]$;
- 2) $y = x^3 - 3x^2 + 1$; $[1; 3]$;
- 3) $y = x^3 - 3x$; $[-2; 0]$;
- 4) $y = \frac{x^3}{3} - x^2$; $[1; 3]$;
- 8) $y = x^4 - 2x^2 + 5$; $[-2; 2]$;
- 9) $y = 3x^4 + 12x + 2$; $[-2; 1]$;
- 10) $y = \sqrt{x} - x$; $[0; 9]$;
- 11) $y = x - 2\sqrt{x}$; $[0; 4]$;

5) $y=x^3+3x^2-8$; $[0;2]$;

12) $y=x-\frac{1}{x}$; $[0,1;10]$;

6) $y=x^3-3x$; $[-2;0]$;

13) $y=\frac{x}{1+x^2}$; $[-2;3]$;

7) $y=\frac{x^3}{3}-4x$; $[0;3]$;

14) $y=\frac{4}{x^2}+1$; $[0,1;1]$..

ІСПИТ
Підготовче відділення

ПВ-02

I варіант

1. Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює L , а її бічні грані нахилені до площини основи під кутом α . Визначити об'єм кулі, вписаної в піраміду.

Відповідь: $\frac{4}{3}\pi L^3 \cos^3 \alpha \operatorname{tg}^3 \frac{\alpha}{2}$

2. Визначити площу рівнобедреного трикутника з кутом β між бічними сторонами і радіусом вписаного кола r .

Відповідь: $r^2 \operatorname{ctg}^2(45^\circ + \frac{\beta}{4})$

3. Розв'язати рівняння: $5^{2x-3} - 2 \cdot 5^{x-2} - 3 = 0$.

Відповідь: 2

4. Записати область існування функції: $y = \sqrt{25 - x^2}$.

Відповідь: $[-5; 5]$

5. Побудувати графік функції: $y = x^2 + 2x$.

ПВ-03

I варіант

1. Бічні ребра правильної чотирикутної піраміди дорівнюють L і нахилені до площини основи під кутом α . Визначити об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{2}{3}L^3 \sin \alpha \cos^2 \alpha$

2. Діагоналі паралелограма дорівнюють 2 см і 4 см, а кут між ними 60° . Знайти сторони паралелограма.

Відповідь: $\sqrt{3}, \sqrt{7}$

3. Розв'язати нерівність: $\log_2 \frac{4}{x+3} > \log_2 (2-x)$

Відповідь: $(-3; -2) \cup (1; 2)$

4. Знайти область визначення функції: $y = \frac{4x}{\sqrt{x^2 + 7x + 12}} - \sqrt{16 - x^2} + \log \sin x$.

Відповідь: $(0; \pi)$

5. Дослідити за допомогою похідної і побудувати графік функції: $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 1$.

II варіант

1. Діагональ основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює d . Бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом α . Визначити об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{d^3}{12} \operatorname{tg} \alpha$

2. Діагональ паралелограма утворює з його сторонами кути : 45° і 15° . Більша сторона паралелограма дорівнює $\sqrt{6}$ см. Знайти довжину вказаної діагоналі.

Відповідь: 3

3. Розв'язати рівняння: $\log_2(9^{x-1}+7)=2+\log_2(3^{x-1}+1)$.

Відповідь: 1;2

4. Знайти область визначення функції: $y=\log_2 \sqrt[3]{-x^2+5x-6} + \sqrt{\sin 4x}$.

Відповідь: $(2; \frac{3}{4}\pi)$

5. Дослідити за допомогою похідної і побудувати графік функції: $y=2x^3 -3x^2 -36x+5$.

Фізико-математичний факультет ФМФМІ-01

I варіант

1. В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник з кутом α при основі та радіусом вписаного кола r . Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом γ . Визначити об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{1}{6} \frac{r^3 \operatorname{ctg}^3 \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \gamma}{\cos \alpha \cos(45^\circ - \alpha)}$

2. Основи трапеції дорівнюють 4 см. і 6 см. Знайти радіус описаного кола, якщо бічна сторона трапеції дорівнює 10 см.

Відповідь: $\frac{40\sqrt{341}}{33}$ см

3. Розв'язати рівняння: $\cos 2x=1$ і $\sin x=5$

Відповідь: $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

4. Розв'язати нерівність: $\log_x(x^2 - 5x + 5) < 1$

Відповідь: $(0;1) \cup (1; \frac{5-\sqrt{5}}{2}) \cup (\frac{5+\sqrt{5}}{2}; 5)$

5. Знайти область визначення функції: $y = \sqrt{8x - x^2} + \log_2\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)$

Відповідь: $(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}) \cup (\frac{11\pi}{6}; 8]$

II варіант

1. В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник з кутом β при вершині і радіусом описаного кола R . Усі бічні ребра піраміди нахилені до її висоти під кутом α . Визначити об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{1}{3} R^3 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \sin^2 \beta$

2. Навколо трапеції з основами 12 см. і 16 см. описано коло. Знайти його радіус, якщо висота трапеції 14 см.

Відповідь: 10 см

3. Розв'язати рівняння: $16\sin x + 8\cos 2x = 7$

Відповідь: $(-1)^n \arcsin \frac{2-\sqrt{5}}{4} + \pi n, n \in Z$

4. Розв'язати нерівність: $\log_{x-5}(x^2 - 4x + 3) < 0$

Відповідь: (5; 6)

5. Знайти область визначення функції: $y = \sqrt{6x - x^2} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$

Відповідь: $\left[0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{6}\right]$

ФМФМІ-02

I варіант

1. Висота правильної трикутної піраміди дорівнює H , а її бічні грані нахилені до площини під кутом β . Визначити об'єм кулі, описаної навколо піраміди.

Відповідь: $\frac{\pi H^3}{6}(1 + 4\operatorname{ctg}^2 \beta)^3$

2. Бісектриса прямого кута трикутника ділить його гіпотенузу на відрізки 60 см. і 80 см. Обчислити площу трикутника.

Відповідь: 4704

3. Розв'язати нерівність: $\log_{x+1}(4-x) > 1$

Відповідь: $(0; \frac{5}{2})$

4. Знайти інтервали монотонності та екстремуми функції:

$$y = x^3 - 3x + 1$$

Відповідь: функція зростає при $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

функція спадає при $x \in (-1; 1); y_{\max}(-1) = 3; y_{\min}(1) = -1$

5. Побудувати графік функції: $y = x^2 - 6x + 8$

II варіант

1. Бічні грані правильної трикутної піраміди нахилені до площини основи під кутом α . Радіус кулі, вписаної в піраміду r . Визначити площу поверхні кулі, описаної навколо піраміди.

Відповідь: $\frac{\pi r^2 (\sin \alpha + 1)^2 (1 + 4\operatorname{ctg}^2 \alpha)^2}{\sin^2 \alpha}$

2. Сторони трикутника ABC дорівнюють $AB=6$ см., $AC=7$ см., $BC=8$ см. Знайти кут при вершині B.

Відповідь: $\angle B = \arccos \frac{51}{96}$

3. Розв'язати нерівність: $\sqrt{x+6} > x$

Відповідь: $[-6; 0) \cup (0; 3)$

4. Знайти інтервали монотонності та екстремуми функції:

$$y = 3x^4 - 3x^2 + 5$$

Відповідь: функція зростає при $x \in \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \infty\right)$

функція спадає при $x \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $y_{\max}(0) = 5$, $y_{\min}\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{17}{4}$

5. Побудувати графік функції: $y = x^2 - 4x$

ФМФМІ-03

I варіант

1. Дано трикутну піраміду, всі бічні ребра якої нахилені до площини основи під кутом α . В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник з кутом β при його основі і радіусом r вписаного в нього кола. Визначити об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{r^3 \operatorname{ctg}^3 \frac{\beta}{2} \operatorname{tg} \alpha}{6 \cos^2 \beta}$

2. Відрізок довжиною 18 см перетинає площину π . Кінці відрізка знаходяться на відстані 4 см і 5 см від площини. Обчислити кут між даним відрізком і площиною.

Відповідь: 30°

3. Розв'язати рівняння: $4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x$

Відповідь: 0

4. Розв'язати нерівність: $\sqrt{x+8} > x+2$

Відповідь: $[-8; 1)$

5. Знайти точки максимуму і мінімуму та проміжки зростання і спадання функції: $y = e^x \cdot \sin x$

Відповідь: функція зростає при $x \in \left(-\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}\right)$ $x_{\max} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

функція спадає при $x \in \left(\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$ $x_{\min} = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

II варіант

1. Дано трикутну піраміду, всі грані якої нахилені до площини основи під кутом α . В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гострим кутом β і радіусом R описаного навколо нього кола. Визначити об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{R^3 \sin 2\beta \operatorname{tg} \alpha}{3(1 + \sin \alpha + \cos \beta)}$

2. Бічна сторона рівнобічної трапеції точкою дотику вписаного кола поділяється на відрізки, різниця довжин яких дорівнює 12 см. Знайти площу трапеції, якщо радіус кола дорівнює 10 см.

Відповідь: $80\sqrt{34}$ см

3. Розв'язати рівняння: $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

Відповідь: $(0; \frac{1}{2})$

4. Розв'язати нерівність: $\sqrt{x+5} < x-1$

Відповідь: $(4; +\infty)$

5. Знайти точки екстремуму та інтервали зростання і спадання функції:

$$y = \ln(\sin x)$$

Відповідь: $x_{\max} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

функція зростає при $x \in \left(2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) n \in Z$

функція спадає при $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pi + 2\pi n\right) n \in Z$

ФМФІЕ-01

1 варіант

1. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гострим кутом β . Усі двогранні кути при основі піраміди дорівнюють α . Відстань від основи висоти піраміди до вершини кута β дорівнює a . Визначити об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{1}{6} a^3 \sin \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta (1 + \sin \beta)$

2. У рівнобедреній трапеції довжина середньої лінії 5см., а діагоналі взаємно перпендикулярні. Знайти площу трапеції.

Відповідь: 25 см^2

3. Розв'язати рівняння: $\sin 3x + \sin x = \sin 2x$

Відповідь: $\frac{\pi k}{2}, k \in Z; \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

4. Розв'язати нерівність: $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x > 7 \cdot 10^x$

Відповідь: $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

5. Знайти область визначення функції: $y = \frac{\sqrt{x^2 + 8x + 15}}{\log_{\frac{1}{2}}(x + 2)}$

Відповідь: $(-2; -1) \cup (-1; \infty)$

II варіант

1. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гострим кутом α . Довжина бісектриси трикутника, проведеної з вершини даного кута дорівнює b .

Усі двогранні кути дорівнюють β . Визначити об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{b^3}{12} \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot c$

2. У рівнобедрену трапецію, площа якої 20 см^2 , вписано коло з радіусом 2см. Знайти довжину більшої основи трапеції.

Відповідь: 8см.

3. Розв'язати рівняння: $\sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x - 3 \cos^2 x = 0$

Відповідь: $\arctg 3 + \Pi n, -\frac{\Pi}{4} + \Pi k \quad n \in Z; k \in Z$

4. Розв'язати нерівність: $0,5^{2\sqrt{x}} + 2 > 3 \cdot 0,5^{\sqrt{x}}$

Відповідь:

5. Знайти область визначення функції: $y = \frac{\sqrt{3x - x^2 + 10}}{\log_4(x - 3)}$

Відповідь: $(3; 4] \cup 4, 5$

ФМФІЕ-02

1 варіант

1. Дано трикутну піраміду, в якій основою є рівнобедрений трикутник з кутом α при основі. Бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом β . Радіус сфери описаної навколо піраміди R . Знайти об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{2}{3} R^3 \sin^2 2\beta \sin^2 2\alpha \sin^2 \beta \operatorname{tg} \alpha$

2. Сторони трикутника 9, 10, 17 см. Знайти довжину висоти, проведену до сторони 10 см.

Відповідь: 7,2 см

3. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1$

Відповідь: 2

4. Знайти область визначення функції: $y = \frac{\ln(-x^2 + 10x - 16)}{x \cdot 6}$

Відповідь: $(2; 6) \cup (6; 8)$

5. Розв'язати рівняння: $2 \cos^2 x + \cos 2x = 1$

Відповідь: $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

II варіант

1. Дано чотирикутну піраміду, в основі якої лежить прямокутник з кутом α між діагоналями. Бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом φ . Радіус сфери, описаної навколо піраміди, дорівнює R . Знайти об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{4}{3} R^3 \sin^2 2\varphi \sin^2 \varphi \sin \alpha$

2. У гострокутному трикутнику ABC : $AB=b$, $\angle A=\alpha$, $\angle B=\beta$. Знайти BC .

Відповідь: $\frac{b \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$

3. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x+2} = 2 + \sqrt{x-6}$

Відповідь: 7

4. Знайти область визначення функції: $y = \frac{\lg(x^2 + 3x - 10)}{\sqrt{x+6}}$

Відповідь: $(-6; -5) \cup (2; +\infty)$

5. Розв'язати рівняння: $2 \sin^2 x - \sin 2x = 1$

Відповідь: $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

ФМФІЕ-03

I варіант

1. У правильній трикутній піраміді кут нахилу бічних граней до основи піраміди дорівнює α , а радіус описаної кулі R . Визначити об'єм кулі вписаної в дану пірамідку.

Відповідь: $\frac{4\pi}{3} R^3 \cos^3 \alpha$

2. Дві сторони трикутника відносяться як 5:8, а кут між ними 60° . Третя сторона трикутника дорівнює 14 см. Обчислити периметр трикутника.

Відповідь: 40 см

3. Розв'язати рівняння: $\log_x(2x^2 - 4) = 2$

Відповідь: 2

4. Розв'язати нерівність: $x^2 - 6|x| + 5 > 0$

Відповідь: $(-\infty; -5) \cup (-1; 1) \cup (5; +\infty)$

5. Знайти область визначення функції: $y = \frac{x^2}{\sqrt{16 - x^2}} + x\sqrt{\operatorname{tg}x}$

Відповідь: $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left[0; \frac{\pi}{2}\right) \cup [\pi; 4)$

II варіант

1. У правильній чотирикутній піраміді кут нахилу бічного ребра до основи піраміди дорівнює α , а радіус вписаної кулі r . Визначити площу поверхні сфери, описаної навколо піраміди.

Відповідь: $\frac{4\pi r^3}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}$

2. Одна сторона трикутника 13 см., а дві інші утворюють кут 60° , а їх різниця дорівнює 8 см. Обчислити периметр трикутника.

Відповідь: 35 см

3. Розв'язати рівняння: $4^{3\log_2 x + 1} = 256$

Відповідь: 2

4. Розв'язати нерівність: $4\cos^2 x - 1 < 0$

Відповідь: $\left(\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{2\pi}{3} + \pi n\right) n \in Z$

5. Знайти область визначення функції: $y = \sqrt{9 - x^2} + 2\sqrt{\operatorname{ctg}x}$

Відповідь: $\left(-3; -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(0; \frac{\pi}{2}\right]$

ІНДУСТРІАЛЬНО – ПЕДАГОГІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ІФФП – 01

I варіант

1. Автобус повинен був проїхати 200 км. Через годину після відправлення він затримався на 1 годину і щоб приїхати своєчасно, збільшив швидкість на 25 км/год. Знайти його швидкість після затримання.

Відповідь: 75 км/годину.

2. У конус, осьовий переріз якого – правильний трикутник, вписано кулю з об'ємом 16см^3 . Знайти об'єм конуса.

Відповідь: 36см^3

3. Розв'язати рівняння: $\sqrt{4+2x-x^2} + 2 = x$

Відповідь: 3.

4. Розв'язати нерівність: $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{3x-1}{x+2}\right) > -2$

Відповідь: $(-\infty; -\frac{19}{6}) \cup (\frac{4}{3}; +\infty)$.

5. Знайти $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = \frac{5}{13}$; $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Відповідь: $-\frac{12}{13}$.

II варіант

1. Колгосп повинен був засіяти 200га, але засіваючи щодня на 5га більше, ніж передбачалося за планом, закінчив сівбу на два дні раніше строку. За скільки днів була закінчена сівба?

Відповідь: 8 днів

2. Знайти об'єм конуса, якщо радіус основи R, а відстань центра основи до твірної b.

Відповідь: $\frac{\pi}{3} \cdot \frac{R^3 b}{\sqrt{R^2 - b^2}}$.

3. Розв'язати рівняння: $2\sqrt[3]{x} + 5\sqrt{x} - 18 = 0$.

Відповідь: 64.

4. Розв'язати нерівність: $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{3x+1}{x+1}\right) \geq -1$.

Відповідь: $\left[-\frac{1}{8}; 1\right]$

5. Знайти $\tan \alpha + \sin \alpha$, якщо $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

Відповідь: $\frac{8}{15}$.

ІІІ ФМСТГ - 01

I варіант

1. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гіпотенузою c і гострим кутом α . Бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом β . Знайти об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{c^3}{24} \sin 2\alpha \tan \beta$.

2. Бісектриса прямого кута трикутника поділяє гіпотенузу на відрізки 30 см і 40 см. Знайти периметр трикутника.

Відповідь: 168 см

3. Розв'язати рівняння: $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^{x-1} = 0,2$

Відповідь: 0

4. Розв'язати нерівність: $\sqrt{x^2 + 1} < 2x - 1$.

Відповідь: $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$

5. Обчислити: $9^{\log_3\left(\frac{1}{3}\log_{\sqrt[3]{5}}9\right)} + \log_{121} 25 \log_5 11$

Відповідь: 5.

II варіант

1. Знайти об'єм чотирикутної піраміди, всі бічні ребра рівні 13 см, основою, піраміди є прямокутник з сторонами 6 см і 8 см.

Відповідь: 192 см^3 .

2. Бісектриса гострого кута прямокутного трикутника поділяє протилежний катет на відрізки 4 см і 5 см. Обчислити довжину гіпотенузи.

Відповідь: 15 см.

3. Розв'язати рівняння: $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 16$

Відповідь: 1.

4. Розв'язати нерівність: $\sqrt{x^2 - 3x - 10} < 8 - x$

Відповідь: $(-\infty; -2] \cup \left[5; \frac{14}{1}\right)$.

5. Обчислити: $27^{\log_3\left(\frac{1}{3}\log_{\sqrt[3]{5}}9\right)} + \log_2 7 \log_{49} 8$

Відповідь: $9\frac{1}{2}$.

ШФАС – 01

I варіант

1. Висота правильної трикутної піраміди H , а бічна грань утворює з площиною основи кут 60° . Знайти об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{\sqrt{3}}{3} H^3$.

2. Радіуси вписаного та описаного кіл прямокутного трикутника відповідно рівні 2 см і 5 см. Знайти площу трикутника.

Відповідь: 24 см^2 .

3. Розв'язати рівняння: $\cos 4x + 3 \sin 2x + 1 = 0$.

Відповідь: $x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} n$.

4. Розв'язати нерівність: $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-\frac{3}{x}} \leq 9$.

Відповідь: $[-4; 0) \cup [1; \infty)$.

5. Обчислити: $\left(2^{3\log_8 5-2} + \frac{31}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Відповідь: 3.

II варіант

1. Визначити об'єм правильної чотирикутної піраміди, якщо бічне ребро рівне b , а плоский кут при вершині α .

Відповідь: 3.

2. Сторона трикутника дорівнює 60см, а висота і медіана, проведені до цієї сторони, рівні 12см і 13см. Знайти периметр трикутника.

Відповідь: $97 + \sqrt{769}$

3. Розв'язати рівняння: $\cos 4x + \sin 2x - 4 = 0$

Відповідь: $x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n$

4. Розв'язати нерівність: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-\frac{4}{x}} \leq 8$.

Відповідь: $[-4; 0) \cup [1; \infty)$.

5. Обчислити: $\left(3^{2-\log_{27} 8} + \frac{7}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$

Відповідь: 2.

ШФАС/МСГ - 02

I варіант

1. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює H , а її бічні грані нахилені до площини основи під кутом β . Визначити площі повної поверхні піраміди.

Відповідь: $4H^2 \operatorname{ctg} \beta \frac{1 + \operatorname{ctg} \beta}{\sin \beta}$

2. Медіана і висота, що проведені з вершини прямого кута трикутника, дорівнюють 25 см і 24 см. Обчислити периметр трикутника.

Відповідь: 120см

3. Обчислити $8\cos 2L$. Якщо $\sin L = -0,25$.

Відповідь: 7

4. Знайти область визначення функції: $y = \frac{x}{x^2 + 4x - 5}$;

Відповідь: $(-\infty; -5) \cup (-5; 1) \cup (1; +\infty)$

5. Побудувати графік функції: $y = x^2 - 3x$

II варіант

1. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює H , а її бічні ребра нахилені до площини основи під кутом α . Визначити площу бічної поверхні піраміди.

Відповідь: $4H^2 \operatorname{ctg} \alpha \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$

2. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 4 см, а радіус вписаного в нього кола 1 см. Обчислити радіус описаного кола.

Відповідь: $\frac{25}{12}$ см

3. Обчислити: $\sin 210^\circ + \cos 720^\circ$.

Відповідь: 0,5

4. Знайти область визначення функції: $y = \sqrt{x^2 + 6x + 5}$;

Відповідь: $(-\infty; -5] \cup [-1; +\infty)$

5. Побудувати графік функції: $y = |x - 1|$.

ШФОП - 02

I варіант

1. Знайти висоту конуса найбільшого об'єму, який можна вписати в кулю радіуса R.

Відповідь: $\frac{4}{3}R$

2. Визначити довжину бісектриси прямого кута трикутника, у якого медіана, що проведена до гіпотенузи, дорівнює m, а гострий кут α .

Відповідь: $\frac{m \sin 2\alpha}{\sin(45^\circ + \alpha)}$

3. Розв'язати нерівність: $\sqrt{x} < x - 1$.

Відповідь: $\left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$

4. Знайти область визначення функції: $y = \log_3(-x^2 + x + 2)$.

Відповідь: $(-1; 2)$

5. Побудувати графік: $y = -3x^2 - 12x$.

II варіант

1. Знайти висоту циліндра найбільшого об'єму, який можна вписати в кулю радіуса R.

Відповідь: $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$

2. Визначити довжину бісектриси прямого кута трикутника, у якого гіпотенуза дорівнює c, а гострий кут α .

Відповідь: $\frac{c \sin 2\alpha}{2 \sin(45^\circ + \alpha)}$

3. Розв'язати нерівність: $\sqrt{x + 4} < x$.

Відповідь: $\left(\frac{1 + \sqrt{17}}{2}; +\infty\right)$

4. Знайти область визначення функції: $y = -3x^2 + 6x - 1$

Відповідь: $x \in (-\infty; +\infty)$

ІІФОП – 03

І варіант

1. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник, гіпотенуза якого дорівнює c , а гострий кут α . Бічні грані піраміди нахилені до площини основи під однаковими кутами. Бічні ребра, що містять вершину даного кута утворює з висотою піраміди кут β . Визначити об'єм конуса, вписаного в дану піраміду.

$$\text{Відповідь: } \frac{1}{12} \pi c^3 \frac{\sin 2\alpha \operatorname{ctg} \beta}{1 + \sin \alpha + \cos \alpha}$$

2. Написати рівняння дотичної до кривої $y=x^2-2x-3$, яка утворює з додатним напрямом вісі ОХ кут 135° .

$$\text{Відповідь: } y = -x - \frac{13}{4}$$

3. Знайти число членів скінченої геометричної прогресії, в якій перші, другий і останній члени рівні відповідно: 3:12:3075.

$$\text{Відповідь: } 6$$

4. Розв'язати рівняння: $2\cos x - \sqrt{3} < 0$.

$$\text{Відповідь: } \left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{11\pi}{6} + 2\pi n \right), n \in Z$$

5. Знайти область визначення функції: $y = \lg(x^2 + 3x - 10)$.

$$\text{Відповідь: } (-\infty; -5) \cup (2; +\infty)$$

ІІ варіант

1. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник, катет якого a і протилежний йому кут α . Бічні грані нахилені до площини основи під однаковими кутами. Бічне ребро, що містить вершину прямого кута, утворює з площиною основи кут β . Визначити об'єм конуса, вписаного в дану піраміду.

$$\text{Відповідь: } \frac{\pi a^3 \operatorname{ctg}^3 \alpha \operatorname{tg} \beta}{48(1 + \cos \alpha)(1 + \sin \alpha)(\sin \alpha + \cos \alpha + 1)}$$

2. Написати рівняння дотичної до графіка функції $y=x^2-2x$, яка проходить паралельно прямій $y=1-x$.

$$\text{Відповідь: } y = -x - \frac{1}{4}$$

3. Сума третього і дев'ятого членів арифметичної прогресії дорівнює 8. Знайти суму 11 перших членів цієї прогресії.

$$\text{Відповідь: } 44$$

4. Розв'язати нерівність: $\sin x \cdot \cos x > \frac{1}{4}$

$$\text{Відповідь: } \left(\frac{\pi}{12} + \pi n; \frac{5\pi}{12} + 2\pi n \right), n \in Z$$

5. Знайти область визначення функції: $y = \log_2(-x^2 + 4x - 3) + \frac{\sqrt[3]{x^2 - 1}}{x - 2}$.

$$\text{Відповідь: } x \in (1; 2) \cup (2; 3)$$

ІІФОП/МСГ – 03

І варіант

1. У правильний тетраедр з ребром a вписано конус, Знайти площу бічної поверхні конуса.

Відповідь: $\frac{\pi a^2}{4}$

2. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 50 см. Відстань між основами медіани і висоти, проведених з вершини прямого кута, дорівнює 7 см. Знайти більший катет трикутника.

Відповідь: 40 см

3. При яких значеннях n обидва корені квадратного тричлена від'ємні?
 $x^2 + 2(n+1)x + 9n - 5$.

Відповідь: $\left(\frac{5}{9}; 1\right) \cup (6; \infty)$

4. Знайти область визначення функції: $y = \frac{2x^2 - 4}{\sin x}$

Відповідь: $R \setminus \{\pi n, n \in Z\}$

5. Побудувати графік: $y = 8x^2 - 16x$

ІІ варіант

1. Радіус основи конуса дорівнює R , а кут розгортки його бічної поверхні – прямий. Визначити об'єм конуса.

Відповідь: $\frac{\pi R^3 \sqrt{15}}{3}$

2. Висота і медіана трикутника, що проведені до сторони 12 см, відповідно дорівнюють 4 см. і 5 см. Знайти довжину більшої з двох сторін.

Відповідь: $\sqrt{97}$

3. При яких значеннях n обидва корені рівняння: $(n-2)x^2 - 2nx + n + 3 = 0$ додатні?

Відповідь: $(6; +\infty)$

4. Знайти область визначення функції: $y = \log_2(49 - x^2) + \frac{x^2 + 4}{x + 2}$;

Відповідь: $(-7; -2) \cup (-2; 7)$

5. Побудувати графік функції: $y = -x^2 + 6x + 5$

ІІФАС-03

І варіант

1. Основою трикутної піраміди є рівнобедрений трикутник з основою a . і протилежним до неї кутом α . Бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом β . Визначити об'єм піраміди.

Відповідь: $\frac{1}{24} \frac{a^3 \operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha}$

2. Побудувати трикутник за стороною a , медіаною m_a . проведеною до неї, і радіусом R описаного кола за допомогою циркуля та лінійки.

Відповідь:

3. Розв'язати нерівність: $\log_3 \frac{3x-1}{x+2} \geq 2$.

Відповідь: $\left[-\frac{19}{12}; -2\right)$

4. Розв'язати рівняння: $2\sin^2 x + \sin x = 1$.

Відповідь: $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
 $(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in Z$

5. Побудувати графік: $y = x^2 + 2x - 3$.

Факультет початкового навчання

ПН-02

I варіант

1. Дві сторони трикутника відносяться, як 5 : 8, а кут між ними 60° . Третя сторона трикутника дорівнює 14 см. Обчислити периметр трикутника.

Відповідь: 40 см

2. Площа осевого перерізу конуса дорівнює S , а його твірна нахилена до площини основи під кутом L . Визначити об'єм конуса.

Відповідь: $\frac{2\pi S}{3} \sqrt{\operatorname{ctg} \alpha}$

3. Розв'язати рівняння: $2^x \cdot 3^{x-2} = 4$

Відповідь: 2

4. Знайти область визначення: $y = \log_3(x^2 - 4)$

Відповідь: $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

5. Побудувати графік функції: $y = -3x^2 + 12$

II варіант

1. Діагональ паралелограма утворює з його сторонами кути 45° і 15° . Більша сторона паралелограма дорівнює 16 см. Знайти довжину вказаної діагоналі.

Відповідь: $8\sqrt{6}$

2. Кут при вершині осевого перерізу конуса дорівнює α , а площа перерізу S . Визначити бічну поверхню конуса.

Відповідь: $\frac{\pi S}{\cos \frac{\alpha}{2}}$

3. Розв'язати рівняння: $4^x + 2^{x+1} - 80 = 0$

Відповідь: 3

4. Знайти область визначення функції: $y = \sqrt{x^2 - 4}$

Відповідь: $(-\infty; 2] \cup [2; +\infty)$

5. Побудувати графік функції: $y = -2x^2 + 4x$.

ПНАМ-03

I варіант

1. Два робітника працюючи разом можуть виконати деяку роботу за 60 годин. За скільки годин може виконати цю роботу кожен робітник, якщо один з них може це зробити на 22 години швидше за другого?

Відповідь: 110 год., 132 год.

2. Площа діагонального перерізу правильної чотирикутної призми дорівнює 5. Визначити бічну поверхню призми.

Відповідь: $10\sqrt{2}$

3. Розв'язати нерівність: $\log_3(2x+1) > 1$.

Відповідь: $(1; +\infty)$

4. Розв'язать рівняння: $4 \sin^2 x - \sin 2x = 1$

Відповідь: $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$, $x = -\arctg \frac{1}{3} + \pi k, k \in Z$

5. Побудувати графік функції: $y = x^2 - 2|x|$

II варіант

1. Дві бригади робітників можуть виконати завдання за 12 годин. Перша бригада, працюючи одна, може виконати це завдання на 10 годин раніше ніж друга. За скільки годин може виконати завдання кожна бригада окремо?

Відповідь: 20, 3

2. Діагональним перерізом правильної чотирикутної призми є квадрат, площа якого дорівнює Q. Визначити повну поверхню призми.

Відповідь: $Q(1 + 2\sqrt{2})$

3. Розв'язати рівняння: $\operatorname{ctg} x = \operatorname{tg} 2x$

Відповідь: $\pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in Z$

4. Розв'язати нерівність: $\log_2(x-2) \geq 1$

Відповідь: $[4; +\infty)$

5. Побудувати графік функції: $y = x^2 + 3|x| - 4$

ПНСП-03

I варіант

1. Катер пройшов 40 км, за течією річки і 16 км. проти течії затративши на весь шлях 3 год. Знайти швидкість катера у стоячій воді, якщо швидкість течії річки 2 км/год.

Відповідь: 36 км/год

2. Розв'язати рівняння: $5^{x^2-x-9} = 125$

Відповідь: (-3;4)

3. Знайти область визначення функції: $y = \log(x^2 - 2x + 2)$

Відповідь: $(-\infty; +\infty)$

4. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} x^2 + 4 = 41 \\ x - 1 = 1 \end{cases}$$

Відповідь: \emptyset

5. Побудувати графік функції: $y = x^2 + 2x$.

II варіант

1. Робітник повинен був виконати за деякий час 90 деталей . Щоденно він виготовляв на 3 деталі більше ніж планувалось, тому він виконав на 1 день раніше. Скільки деталей щоденно виготовляв робітник?

Відповідь: 18 деталей

2. Розв'язати рівняння : $2^{x^2-5x} = 64$.

Відповідь: -1;6

3. Знайти область визначення функції: $y = \log_3(x^2 - 16)$.

Відповідь: $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$

4. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} x + y^2 = 1 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

Відповідь: $(0;1), \left(\frac{5}{9}; -\frac{2}{3}\right)$

5. Побудувати графік функцій : $y = x^2 - 2x - 2$.

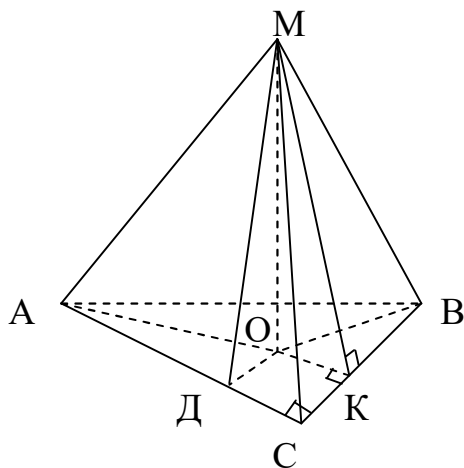
ЗРАЗКИ ОФОРМЛЕННЯ ПИСЬМОВОЇ РОБОТИ

ФМФМІ – 03

II варіант

1. Дано трикутну піраміду всі грані якої нахилені до площини основи під кутом α . В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гострим кутом β і радіусом R описаного навколо нього кола. Визначити об'єм піраміди.

Розв'язання



Нехай $MABC$ – дана піраміда, $\triangle ABC$ – прямокутний, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 2R$, $\angle ABC = \beta$. За умовами задачі вершина піраміди M проектується в центр вписаного в $\triangle ABC$ кола, т. O , MO – висота піраміди, $MO \perp (ABC)$, $OK \perp BC$ (як радіус, проведений в точку дотику). $MK \perp BC$ (за теоремою про три перпендикуляри), отже $\angle MKO$ – лінійний кут двогранного кута $\angle MKO = \angle MDO = \alpha$. Визначимо об'єм піраміди

$$V = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} MO.$$

Знайдемо $S_{\triangle ABC}$ і MO .

З $\triangle ABC$:

$$BC = AB \cos \beta = 2R \cos \beta, \quad AC = AB \sin \beta = 2R \sin \beta$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} 2R \sin \beta \cdot 2R \cos \beta = R^2 \sin 2\beta$$

OK – радіус вписаного кола.

$$OK = \frac{AC + BC - AB}{2} = \frac{2R \sin \beta + 2R \cos \beta - 2R}{2} = R(\sin \beta + \cos \beta - 1) = R(\sin \beta - (1 - \cos \beta)) =$$

$$R(2 \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} - 2 \sin^2 \frac{\beta}{2}) = 2R \sin \frac{\beta}{2} (\cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\beta}{2}) = 2R \sin \frac{\beta}{2} (\sin(90^\circ - \frac{\beta}{2}) - \sin \frac{\beta}{2}) = 2R$$

$$\sin \frac{\beta}{2} \cdot 2R \sin \frac{90^\circ - \beta}{2} \cos 45^\circ = 2\sqrt{2} R \sin \frac{\beta}{2} \sin(45^\circ - \frac{\beta}{2})$$

$$\text{З } \angle MOK = 90^\circ, OK = 2\sqrt{2} R \sin \frac{\beta}{2} \sin(45^\circ - \frac{\beta}{2}), \angle MOK = \alpha,$$

$$\text{тоді } MO = OK \operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2} R \sin \frac{\beta}{2} \sin(45^\circ - \frac{\beta}{2}) \operatorname{tg} \alpha.$$

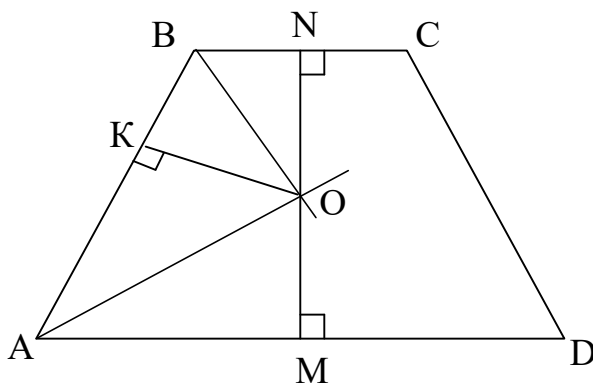
Знайдені значення підставимо у формулу об'єму і отримаємо

$$V = \frac{1}{3} R^2 \sin 2\beta \cdot 2\sqrt{2} R \sin \frac{\beta}{2} \sin(45^\circ - \frac{\beta}{2}) \operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{2} R^3}{3} \sin 2\beta \sin \frac{\beta}{2} \sin(45^\circ - \frac{\beta}{2}) \operatorname{tg} \alpha$$

$$\text{Відповідь: } \frac{2\sqrt{2} R^3}{3} \sin 2\beta \sin \frac{\beta}{2} \sin(45^\circ - \frac{\beta}{2}) \operatorname{tg} \alpha$$

2. Бічна сторона рівнобічної трапеції точкою дотику вписаного кола поділяється на відрізки, різниця довжини яких дорівнює 12 см. Знайти площу трапеції. Якщо радіус кола дорівнює 10 см.

Розв'язання



Нехай ABCD – дана трапеція, AB=CD, AD і BC – основи. O – центр вписаного кола, MN – висота MN=20 см, MO= ON=10 см, K – точка дотику. AK>KB на 12 см. Площу трапеції знайдемо за формулою

$$S = \frac{AD + DC}{2} MN = 10(AD + BC)$$

Так як в трапецію вписана коло, то

$$AD + BC = AB + CD, \text{ або}$$

$$AD + BC = 2AB.$$

Знайдемо АВ.

О – центр вписаного кола, розташований на перетині бісектрис кутів трапеції ВО і АО, тому $\triangle AOB$ – прямокутний з кутом $\angle AOB=90^\circ$. ОК – висота $\triangle AOB$, ОК=10 см, за властивістю висоти проведеної до гіпотенузи.

$$OK^2 = AK \cdot KB,$$

Нехай KB = x, тоді AK = x+12

$$100 = (x+12) \cdot x$$

$$x^2 + 12x - 100 = 0$$

$$D = 144 + 400 = 544$$

$$\sqrt{D} = 2\sqrt{138}$$

$$x_1 = \frac{-12 + 2\sqrt{138}}{2} = \sqrt{138} - 6$$

$$x_2 = \frac{-12 - 2\sqrt{138}}{2} < 0 - \text{не задов. умові}$$

$$AB = 2x + 12 = 2(\sqrt{138} - 6 + 12) = 2\sqrt{138} \text{ (см).}$$

$$AD + BC = 4\sqrt{138}.$$

$$S = 40\sqrt{138} \text{ (см}^2\text{)}$$

Відповідь: $40\sqrt{138} \text{ см}^2$

3. Розв'язати рівняння $3x \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

Розв'язання

$$3 \cdot 4^{2x} - 5 \cdot 4^x \cdot 9^x = 0 \quad /4^{2x}$$

$$3 + 2\left(\frac{9}{4}\right)^{2x} - 5\left(\frac{9}{4}\right)^x = 0$$

$$\left(\frac{9}{4}\right)^{2x} = t^2$$

$$2t^2 - 5t + 3 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1$$

$$t_1 = \frac{5-1}{4} = 1$$

$$t_2 = \frac{5+1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{9}{4}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{9}{4}\right)^x = \frac{3}{2} \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ 2x = 1 \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Відповідь: $0; \frac{1}{2}$.

4. Розв'язати нерівність $\sqrt{x+5} < x-1$.

Розв'язання

$$\begin{cases} x-1 > 0 \\ x+5 \geq 0 \\ x+5 < (x-1)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \geq 5 \\ x^2 - 2x + 1 - x - 5 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \geq 5 \\ x^2 - 3x - 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \geq 5 \\ (x-4)(x+1) > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x \geq 5 \\ \begin{cases} x < -1 \\ x > 4 \end{cases} \end{cases}$$

Відповідь: $(4; +\infty)$

5. Знайти точки екстремуму та інтервали зростання і спадання функції $y = \ln(\sin x)$.

Розв'язання

Знайдемо область визначення функції $\sin x > 0$, $x \in (0 + \pi n; \pi + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$

Знайдемо критичні точки функції і дослідимо їх на екстремум

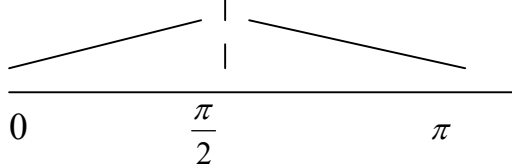
$$y' = \frac{1}{\sin x} \cdot (\sin x)' = \frac{\cos x}{\sin x} = \operatorname{ctg} x$$

$$y' = 0, \operatorname{ctg} x = 0, x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \in D(y) - \text{критична точка}$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \notin D(y).$$

Визначимо знак похідної зліва і справа від критичної точки



$y' > 0$ при $x \in (0 + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$ – функція зростає

$y' < 0$ при $x \in (\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 0 + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$ – функція спадає

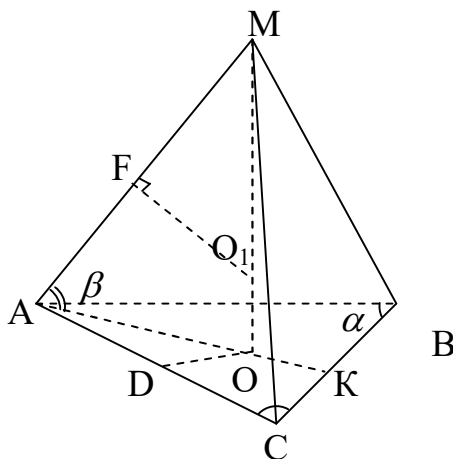
Отже $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ – точка максимуму.

ФМФІЕ – 02

I варіант

1. Дано трикутну піраміду, в якій основою є рівнобедрений трикутник з кутом α при основі. Бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом β . Радіус сфери, описаної навколо піраміди R . Знайти об'єм піраміди.

Розв'язання



Нехай $MAVC$ – дана піраміда, $\triangle ABC$ – основа, $AB=AC$, $\angle B = \angle C = \alpha$, MO – висота піраміди, $\angle MAO = \angle MBO = \angle MCO = \beta$, отже т.О – основа висоти є центром описаного кола навколо $\triangle ABC$. Центр сфери, описаної навколо піраміди розташована на перетині висоти піраміди MO і середнього перпендикуляра до бічного ребра FO_1 , т.О₁ – центр сфери, $O_1M = R$ – радіус сфери.

Об'єм піраміди обчислимо за формулою

$$V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} MO$$

З $\triangle AOM$: $\angle MOA = 0^\circ$, $\angle AMO = 90^\circ - \beta$.

З $\triangle MFO_1$: $\angle MFO_1 = 90^\circ$, $\angle FMO_1 = 90^\circ - \beta$, $MO_1 = R$, тоді

$$MF = MO_1 \cos(90^\circ - \beta) = R \sin \beta, AM = 2MF = 2R \sin \beta.$$

З $\triangle AOM$: $\angle AOM = 90^\circ$, $\angle MAO = \beta$, $AM = 2R \sin \beta$, тоді

$$AO = AM \cos \beta = 2R \sin \beta \cos \beta = R \sin 2\beta$$

$$MO = AM \sin \beta = 2R \sin \beta \sin \beta = 2R \sin^2 \beta$$

Знайдемо площу $\triangle ABC$:

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = 2AO$$

$$AB = 2AO \sin \alpha = 2R \sin 2\beta \sin \alpha$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AB^2 \sin \angle A = \frac{1}{2} \cdot 4R^2 \sin^2 2\beta \sin^2 \alpha \sin(180^\circ - 2\alpha) = \\ &= 2R^2 \sin^2 2\beta \sin^2 \alpha \sin 2\alpha \end{aligned}$$

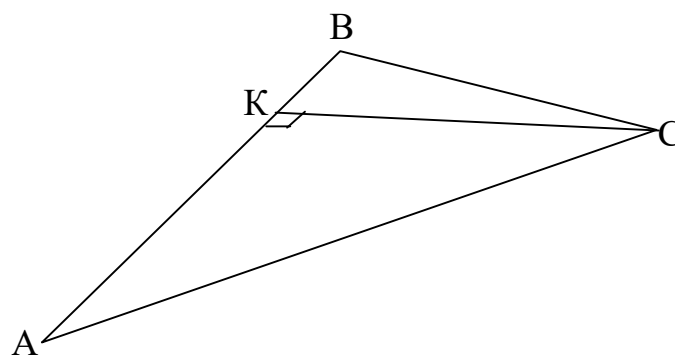
Знайдені значення підставмо у формулу об'єму

$$V = \frac{1}{3} 2R^2 \sin^2 2\beta \sin^2 \alpha \sin 2\alpha \cdot 2R \sin^2 \beta = \frac{4}{3} R^3 \sin^2 2\beta \sin^2 \alpha \sin^2 \beta$$

Відповідь: $\frac{4}{3} R^3 \sin^2 2\beta \sin^2 \alpha \sin^2 \beta$

2. Сторони трикутника 9,10,17 см. Знайти довжину висоти, проведену до сторони 10 см.

Розв'язання



Нехай $\triangle ABC$ - задано за умовою, $BC=9$ см, $AB=10$ см, $AC=17$. $CK \perp BA$. Знайдемо CK .

$$S_{\square ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CK$$

$$CK = \frac{2S_{\square ABC}}{AB} = \frac{S_{\square ABC}}{5}$$

$S_{\square ABC}$ знайдемо за формулою Герона

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}$$

$$p = \frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{10+9+17}{2} = 18$$

$$S = \sqrt{18 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 1} = \sqrt{9 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 9} = 9 \cdot 4 = 36$$

$$CK = \frac{36}{5} = 7,2(\text{см})$$

Відповідь: 7,2 см

3. Розв'язати рівняння $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+3} = 1$

Розв'язання

$$x+2 - 2\sqrt{(x+2)(2x-3)} + 2x-3 = 1$$

$$3x-1 - 2\sqrt{x^2-3x+4x-6} = 1$$

$$3x-2 = 2\sqrt{2x^2+x-6}$$

$$9x^2-12x+4 = 8x^2+4x-24$$

$$x^2-16x+28 = 0$$

$$x = 2, x = 14$$

Перевірка:

$$\sqrt{2+2} - \sqrt{2 \cdot 2 - 3} = 1$$

$$2-1=1$$

$$1=1$$

$$\sqrt{14+2} - \sqrt{2 \cdot 14 - 3} = 1$$

$$4-5=1$$

$$1 \neq 1$$

Відповідь: 2

4. Знайти область визначення функції

$$y = \frac{\ln(-x^2+10x-16)}{x-6}$$

Розв'язання

$$\begin{cases} -x^2+10x-16 > 0 \\ x-6 \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-10x+16 < 0 \\ x-6 \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-2)(x-8) < 0 \\ x \neq 6 \end{cases} \quad x \in (2;6) \cup (6;8)$$

Відповідь: $(2;6) \cup (6;8)$

5. Розв'язати рівняння: $2 \cos^2 x + \cos 2x = 1$

Розв'язання

$$2 \cos^2 x + \cos 2x = 1$$

$$2 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} + \cos 2x = 1$$

$$2 \cos 2x = 1$$

$$\cos 2x = 0$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z;$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z.$$

Відповідь: $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$

Варіант I

Робітник повинен був виконати за деякий час 90 деталей. Щоденно він виготовляв на 3 дет. більше ніж вимагалось, тому він виконав на день раніше. Скільки деталей щоденно виготовляв робітник?

1. Розв'язати рівняння: $2^{x^2 - 5x} = 64$.

2. знайти область визначення функції: $y = \log_3(x^2 - 16)$.

3. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} x + y^2 = 1; \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

4. Побудувати графік функції: $y = x^2 - 2x - 2$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ:

1.

	Всього дет.	Щоденно	Час, дні
За планом	90 дет.	x	y
Фактично	90 дет	x + 3	y - 1

Нехай x – кількість деталей, що робітник повинен виготовляти в день за планом, тоді $x + 3$ – фактично виготовляє деталей у день.

Нехай y – кількість днів за планом.

Складемо систему:

$$\begin{cases} xy = 90 \\ (x+3)(y-1) = 90 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \frac{90}{y} \\ (\frac{90}{y} + 3)(y-1) = 90 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = \frac{90}{y} \\ y^2 - y - 30 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} y_1 = 6 \\ x_1 = 15 \\ y_1 = -5 \\ x_1 = 18; \\ y > 0 \end{cases}$$

Відповідь: 18.

2. $2^{x^2-5x} = 64;$ $2^{x^2-5x} = 2^6;$

$$x^2 - 5x - 6 = 0; \quad \begin{cases} x_1 = -1; \\ x_2 = 6. \end{cases}$$

Відповідь: -1; 6.

3. $y = \log_3(x^2 - 16)$, функція визначена, якщо виконуються такі умови:

$$x^2 - 16 > 0, \quad (x - 4)(x + 4) > 0,$$

$$x \in (-\infty, -4) \cup (4, +\infty).$$

Відповідь: $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$.

4. $\begin{cases} x = y^2 = 1; \\ 3x + y = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 1 - y^2 \\ 3(1 - y^2) + y = 1 \end{cases};$

$$\begin{cases} x = 1 - y^2 \\ -3y^2 + y + 2 = 0 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 1 - y^2 \\ 3y^2 - y - 2 = 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 1 \\ x_2 = \frac{5}{9} \\ y_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}.$$

Відповідь: $(0;1); \left(\frac{5}{9}; -\frac{2}{3}\right)$.

$$5. y = x^2 - 2x - 2.$$

Рівняння параболи

$y = (x^2 - 2x + 1) - 3 = (x - 1)^2 - 3$, (\cdot) $O(1, -3)$ – вершина параболи вітки якої направлені вгору, перетинає ось Ox у точках

$$x_1 = 1 + \sqrt{3}; \quad x_2 = 1 - \sqrt{3}; \quad \text{ось } Oy \text{ в } (\cdot) - 2,$$

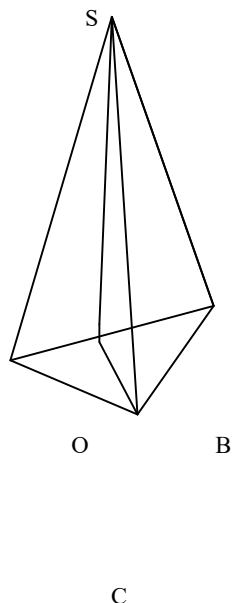
Будуємо графік:

Варіант II

1. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гіпотенузою C і гострим кутом α . Бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом β . Знайти об'єм піраміди.
2. Бісектриса прямого кута трикутника поділяє гіпотенузу на відрізки 30 см. і 40 см. Знайти периметр трикутника.
3. Розв'язати рівняння: $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^{x-1} = 0,2$.
4. Розв'язати нерівність: $\sqrt{x^2 + 1} < 2x - 1$.
5. Обчислити: $9^{\log_3\left(\frac{1}{3} \log_{3\sqrt{3}} 9\right)} + \log_{121} 25 \cdot \log_5 11$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ

1)



Нехай $SABC$ - задана трикутна піраміда,

$$\angle BCA = 90^\circ, SO \perp AB;$$

$$\angle SAO = \angle SBO = \angle SCO = \beta,$$

$$AB = c, \angle BAC = \alpha,$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H.$$

Оскільки прямокутники SAO ; SBO і SCO мають спільний катет SO і рівні гострі кути, а тому рівні між собою. Тоді $OA = OB = OC$, тобто точка O є центром кола, описаного навколо трикутника ABC .

$$OA = OB = OC = R = \frac{c}{2}.$$

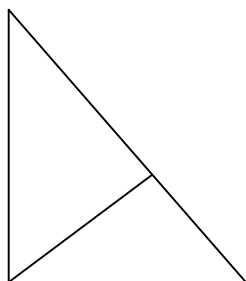
$$\text{З } \triangle SOC (\angle O = 90^\circ : H = OC \cdot \operatorname{tg} \beta ; H = \frac{c}{2} \operatorname{tg} \beta .$$

$$S_{осн} = \frac{1}{2} AB \cdot OC, \quad S = \frac{1}{2} c \cdot \frac{c}{2} = \frac{c^2}{4}$$

$$\text{за формулою } V = \frac{1}{3} \frac{c^2}{4} \cdot \frac{c}{2} \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{24} c^3 \operatorname{tg} \beta .$$

$$\text{Відповідь: } \frac{1}{24} c^3 \operatorname{tg} \beta .$$

2)



Нехай ABC заданий прямокутний трикутник,

$$\angle C = 90^\circ, .$$

$$CK - \text{бісектриса; } CK = 40 \text{ см, } CA = 30 \text{ см.}$$

Периметр трикутника дорівнює $P=AB+BC+CA$.

За властивістю бісектриси кута трикутника

$$\text{одержимо: } \frac{BK}{KA} = \frac{BC}{AC}; \quad \frac{BC}{AC} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}.$$

Введемо коефіцієнт пропорційності $K > 0$.

Тоді: $BK=4K$; $AC=3K$.

$$AB^2 = AC^2 + BC^2; \quad 70^2 = 16K^2 + 9K^2$$

$$4900 = 25K^2; \quad K^2 = 196; \quad K = 14,$$

$$BK = 4 \cdot 14 = 56 \text{ см}; \quad AC = 3 \cdot 14 = 42 \text{ см}.$$

Периметр трикутника: $P=BC+CA+AB$,

$$P = 56 + 42 + 70 \text{ см} = 168 \text{ (см)}$$

Відповідь: 168(см).

$$3) 3 \cdot 5^{2x-1} + 2 \cdot 5^{x-1} = 0.2,$$

запишемо у вигляді

$$\frac{3 \cdot 5^{2x}}{5} + \frac{2 \cdot 5^x}{5} = \frac{1}{5},$$

позначимо $5^x = t$, тоді:

$$3t^2 - 2t - 1 = 0,$$

$$t_1 = 1; \quad t_2 = -\frac{1}{3} \text{ (не підходить), таким чином}$$

$$5^x = 1 = 5^0, \quad x = 0.$$

Відповідь: 0.

4) $\sqrt{x^2 + 1} < 2x - 1$ рівносильна системі нерівностей:

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + 1 \geq 0, \\ 2x - 1 > 0, \\ (\sqrt{x^2 + 1})^2 < (2x - 1)^2 \end{array} \right. \quad \text{тобто} \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 + 1 \geq 0, \\ x > 0.5, \\ x^2 + 1 < 4x^2 - 4x + 1. \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} x^2 + 1 \geq 0, \\ x > 0.5 \\ 3x^2 - 4x > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 1 \geq 0, \\ x > 0.5, \\ x(3x - 4) > 0. \end{cases}$$

розв'язком першої нерівності є $(-\infty, +\infty)$,

розв'язком другої нерівності є: $(0.5; +\infty)$,

розв'язком третьої нерівності є: $(-\infty, 0)$ і $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Розв'язки першої, другої і третьої нерівностей системи збігаються на проміжку: $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Відповідь: $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

5) $9^{\log_3\left(\frac{1}{3}\log_{3\sqrt{3}}9\right)} + \log_{121}25 \cdot \log_5 11$ перетворюємо

$$9^{\log_3\left(\log_{3\sqrt{3}}\sqrt[3]{9}\right)} + \log_{11}5 \cdot \log_5 11 = 9^{\log_3(\log_3 9)} + 1 = 9^{\log_3 2} + 1 = 9^{\log_9 4} + 1 = 4 + 1 = 5.$$

Відповідь: 5.

ПИТАННЯ СПІВБЕСІДИ ДО МАГІСТРАТУРИ ЗІ СПЕЦІАЛЬНОСТІ "МАТЕМАТИКА"

„Математичний аналіз”

1. Потужність множини. Зчисленні множини та їх властивості. Множини натуральних чисел (\mathbb{N}), цілих (\mathbb{Z}^+), раціональних (\mathbb{Q}), та дійсних (\mathbb{R}) чисел, їх властивості та потужність.
2. Властивість неперервної множини дійсних чисел. Поняття верхньої та нижньої граней числової множини, їх існування, властивості.
3. Поняття послідовності у просторі \mathbb{R}^n . Границя послідовності. Основні властивості границь.
4. Границя обмеженої числової послідовності. Число e .

5. Поняття функції n дійсних змінних та функції комплексної змінної. Границя у точці функції n дійсних змінних та функції комплексної змінної. Властивості границь.
 6. Перша, друга та третя визначні границі.
 7. Неперервність у точці функції n дійсних змінних та функції комплексної змінної. Властивості неперервних функцій. Властивості неперервних функцій на обмеженій множині.
 8. Поняття похідної для функції однієї і багатьох змінних. Диференційованість функції, необхідна і достатня умова.
 9. Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій.
 10. Похідна функції комплексної змінної. Аналітичні функції (різні форми означення та їх еквівалентність).
 11. Теорема Ролля, Лагранжа, Коші. Формула Тейлора.
 12. Умови сталості і монотонності функції на проміжку. Екстремуми функції.
 13. Опуклість графіка функції і точки перегину. Асимптоти.
 14. Первісна та її основні властивості. Невизначений інтеграл.
 15. Основні методи інтегрування. Таблиця основних інтегралів.
 16. Поняття інтеграла Рімана для функції n ($n=1,2,3\dots$) дійсних змінних.
 17. Необхідні і достатні умови інтегрованості функції.
 18. Поняття криволінійного інтеграла для функції дійсних змінних та функції комплексної змінної.
 19. Поняття інтеграла Лебега.
 20. Показникова функція дійсної та комплексної змінної (означення, властивості)
 21. Поняття метричного простору. Приклади метричних просторів. Збіжні послідовності у метричних просторах. Функції у метричному просторі. Границя і неперервність функції у метричному просторі.
- „Алгебра і теорія чисел”

1. Бінарні відношення. Відношення еквівалентності і розбиття на класи, фактор-монжина.
2. Групи. Основні властивості групи. Підгрупи групи. Гомоморфізм груп.
3. Кільця. Основні властивості кільця. Поля. Підкільце кільця. Підполе поля. Гомоморфізм кілець.
4. Алгебра натуральних чисел (аксіоматична теорія натуральних чисел; алгебра натуральних чисел та її властивості).
5. Поле комплексних чисел (побудова поля комплексних чисел, тригонометрична форма комплексного числа).
6. Операції над комплексними числами та добування кореня. Числові поля.
7. Система цілих чисел (побудова кільця цілих чисел (схематично). Основні властивості кільця цілих чисел; теорема про ділення з остачею).
8. Відношення підмножини в кільці цілих чисел. Найбільший спільний дільник, найменше спільне кратне двох цілих чисел та їх основні властивості.
9. Прості цілі числа. Канонічний розклад цілого числа. Нескінченність множини цілих чисел. Цілі математичні числа.
10. Лінійні порівняння з однією змінною. Теорема про кількість розв'язків. Способи розв'язання.
11. Вектори (лінійні) простори. Специфічні властивості векторних просторів. Базис та розмірність векторного простору. Ізоморфізм векторних просторів. Підпростір векторного простору. Приклади.
12. Системи лінійних рівнянь (елементарні перетворення рівнянь; алгебри лінійних рівнянь з невідомими; система лінійних рівнянь з невідомим; рівносильні системи; види систем рівнянь).
13. Однорідні системи лінійних рівнянь (основні властивості; фундаментальний набір розв'язків; зв'язок між розв'язками однорідних і неоднорідних систем).
14. Матриці (алгебри матриць; ранг матриці; ступінчаста матриця та її ранг). Критерій сумісності та означеності системи лінійних рівнянь з невідомими.

15. Детермінант матриці (підстановки, детермінант матриці як числова характеристика матриці; властивості детермінантів n -го порядку).
16. Мінори і алгебраїчні доповнення (означення; теореми про застосування алгебраїчних доповнень для обчислення детермінантів матриць). Правило Крамера.
17. Обернені матриці та матричні рівняння.

„Геометрія”

1. Скалярний добуток векторів і його властивості.
2. Векторний добуток векторів і його властивості.
3. Мішаний добуток векторів і його властивості.
4. Взаємне розташування двох площин у просторі.
5. Взаємне розташування двох прямих у просторі.
6. Взаємне розташування прямої і площини у просторі.
7. Поняття про проєктивні елементи. Проєктивна площина та однорідні координати на ній.
8. Паралельні прямі на площині Лобачевського та їх властивості.
9. Кут паралельності.
10. Розбіжні прямі на площині Лобачевського та їх властивості.
11. Поверхні в евклідовому топологічному просторі. Дотична площина до поверхні.
12. Перша квадратична форма поверхні та її застосування.
13. Друга квадратична форма та її застосування.
14. Кривина і кручення кривої лінії. Формули Френч.
15. Формули та їх доведення: довжини лінії на поверхні, укута між лініями на поверхні, площі поверхні.

16. Індикатриса кривини поверхні та її рівняння. Головні кривини. Повна і середня кривини поверхні.
17. Теорема Гауса (основна теорема внутрішньої поверхні геометрії). Геодезична кривина лінії на поверхні.
18. Геодезичні лінії на поверхні та їх загальне рівняння та властивості.
19. Теорема про ейлерову характеристику гладкої замкнутої поверхні.
20. Теорема Гаусса-Бонне та дослідження геодезичних трикутників на поверхні різної кривини.

ОЦІНЮВАННЯ ПИСЬМОВИХ ЕКЗАМЕНАЦІЙНИХ РОБІТ АБІТУРІЄНТІВ З МАТЕМАТИКИ

Зміст і обсяг матеріалу, який повинен знати абітурієнт, визначається програмою з математики для середньої школи та програмою поступаючи у ВУЗи.

На письмовому екзамені з математики абітурієнтам пропонується розв'язати 5 задач з різних розділів математики: стереометрії, планіметрії, алгебри, тригонометрії та початків математичного аналізу за термін – 3 години.

Розв'язання задачі вважається бездоганим, якщо правильно вибраний спосіб розв'язування супроводжується необхідними поясненнями, вірно виконані потрібні обчислення і перетворення, одержано правильну відповідь, послідовно і охайно записано розв'язок.

Оцінювання письмової екзаменаційної роботи проводиться за 12-ти бальною системою, тобто оцінка роботи визначається кількістю балів від 1 до 12.

Оцінка: 12 балів ставиться, якщо всі 5 завдань розв'язані бездоганно, акуратно написані без помилок і має необхідні малюнки та достатню кількість пояснень.

У роботі можуть бути такі недоліки, які об'єднаємо до двох груп:

„А” - недостатньо пояснень при розв'язанні задач; невідповідність позначень на малюнку і в розв'язку;

„Б” – трапляються помилки при переписуванні з чернетки, мають місце граматичні помилки, неакуратно побудовані малюнки, відсутність малюнків.

Оцінка: 11 балів ставиться, якщо всі 5 завдань розв'язані, але є недоліки, які належать до однієї з груп „А” або „Б”.

Оцінка: 10 балів ставиться, якщо всі 5 завдань розв'язані але є недоліки, які належать обом групам „А” і „Б”.

Оцінка: 9 балів ставиться, якщо розв'язано 4 завдання бездоганно і немає недоліків у оформленні до них.

Оцінка: 8 балів ставиться, якщо розв'язано 4 завдання, але є недоліки, які належать до однієї з груп „А” або „Б”.

Оцінка: 7 балів ставиться, якщо розв'язано 4 завдання, але є недоліки, які належать обом групам „А” і „Б”.

Оцінка: 6 балів ставиться, якщо розв'язано 3 завдання бездоганно і немає недоліків у оформленні до них.

Оцінка: 5 балів ставиться, якщо розв'язано 3 завдання, але є недоліки, які належать групі „А” або „Б”.

Оцінка: 4 бали ставиться, якщо розв'язано 3 завдання, але є недоліки, які належать обом групам „А” і „Б”.

Оцінка: 3 бали ставиться, якщо розв'язано 2 завдання бездоганно і немає недоліків у оформленні до них.

Оцінка: 2 бали ставиться, якщо розв'язано 2 завдання, але є недоліки, які належать групі „А” або „Б”, або розв'язано 1 завдання без недоліків до нього.

Оцінка: 1 бал ставиться, якщо розв'язано 2 завдання, і є недоліки, які належать обом групам „А” і „Б”, або розв'язано лише 1 завдання з 5 запропонованих, або не розв'язано вірно жодної задачі.

Оцінка за письмову екзаменаційну роботу ставиться в кінці роботи, підписується перевіряючим, а також заноситься у відомість і екзаменаційний лист.

Взаємозв'язок між 5- і 12-бальними системами:

„5” – (10-12) балів;

„4” - (7-9) балів;

„3” – (4-6) балів;

„2” – (1-2) балів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- 1.Абрамович М.И., Стародубцев М.Т. Учебное пособие по математике.- Ле-д, 1963.
2. Абрамович М.И., Стародубцев М.Т. Сборник задач по математике с образцами решений: дополнения к ученому пособию- Ле-д, 1965.
3. Александров Б.И.,Лур'є М.В. Пособие по математике М., Изд-во Моск. Университета, 1979-192с.
4. Генденштейн Л.Е., та ін. Наочний посібник з алгебри та початків аналізу для 7-11 класівю –Харків: Гімназія. Регіон-дюрум, 1997ю-96с.
5. Генденштейн Л.Е., Єршова А.П. Наочний посібник з геометрії. Тернопіль: Підручники і посібники, 1997.-96с.
6. Гетманцев В.Д.,Саушкін О.Ф. Математика: Алгебра та початки аналізу: Посібник. –К.:Либідь,1995.-256с.
7. Гетманцев В.Д., та ін. Математика: Контрольні індивідуальні завдання: Посібник для слухачів п/в та вступників до ВУЗів. - К.Либідь, 1999.-272с.
8. Гусев В.А, Мордкович А.Г., Математика:Справочные материалы6 Кн. Для учащихся. – М.:Просвещение,1988.-416с.
9. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. Алгебра та початки аналізу, 11 клас. За редакцією З.І.Слепкань. – Харків, „Гімназія”,2002. -176с.
- 10.Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. Геометрія. 11 клас. За редакцією З.І.Слепкаль.-Харків, Гімназія, 2002.-176с.
11. Ивлева Е.Г.Как готовится к экзамену по математике. –мбШкола-пресс,1994.-144с.
12. Контрольные работы по математике: ДАУ. - Дн-ск,1990.
- 13.Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа. - М: Просвещение,1990.-416с.
14. Кушнір І.А., Фінкельштейн Л.П. Математика в задачах і прикладах: 101 порада абітурієнту. –К.: Факт, 2001.-304с.

15. Математика. Середня школа: підсумкова перевірка знань і вмінь учнів.
16. Мордкович А.Г., Алгебра и начала анализа. Учебн. пособие для подготовительных отд. Вузов. М.: Высшая школа, 1987. -416с.
17. Нелін Э.П. Геометрія в таблицях: Навчальний посібник для учнів старших класів. –Х.: Світ дитинства, 1998.-64с.
18. Нелін Э.П. Алгебра в таблицях: Навчальний посібник для учнів 7-11 класів. –Х.: Світ дитинства, 1998.-116с.
19. Островський І.Т., Капіла Л.І. Збірник конкурсних задач з математики для вступників у технікуми. - Харків, 1968.
20. Сборник по математике для поступающих в вузы: под ред. А.И.Прилипко, - М.: Высшая школа, 1989.-217с.
21. Турчин В.М., Турчина Н.В. Математика: Досвід вступних іспитів до ДДУ, 1999.-Дн-ськ; РВВДДУ, 2000.
22. Ушаков Р.П. Повторювальний курс математики: Посібник для учнів СШ.- К.: Техніка, 1999.-504с.