

Використання GeoGebra у процесі навчання теми «Похідна та її застосування»

Ірина Сергіївна Дереза^{*}, Олена Анатоліївна Іванова[‡]
Кафедра математики та методики її навчання,
Криворізький державний педагогічний університет,
пр. Гагаріна, 54, м. Кривий Ріг, 50086, Україна
dereza.irina@gmail.com^{*}, ai93035@gmail.com[‡]

Анотація. Метою дослідження є демонстрація можливостей та доцільності використання GeoGebra при дослідженні функцій та побудови їх графіків у рамках вивчення теми «Похідна та її застосування» у класах з поглибленим вивченням математики. *Задачами дослідження* є вивчення та аналіз можливостей GeoGebra; виділення етапів вивчення теми «Похідна та її застосування», на яких доцільним є використання GeoGebra. *Об'єктом дослідження* є процес використання ІКТ при поглибленому вивченні математики учнями старшої школи. *Предметом дослідження* є використання GeoGebra у навчальній діяльності учнів під час вивчення теми «Похідна та її застосування». *Методи дослідження:* аналіз, узагальнення, систематизація наукових публікацій та емпіричних даних; спостереження за навчальним процесом. У роботі виокремлено етапи вивчення теми «Похідна та її застосування», на яких доцільно використовувати GeoGebra. Наведено приклад використання GeoGebra до дослідження і побудови графіка функції. *Результати дослідження* планується узагальнити у методичних рекомендаціях для студентів-практикантів, вчителів математики щодо використання GeoGebra при навчанні учнів теми «Похідна та її застосування» на поглибленому рівні. *Висновки та рекомендації:* GeoGebra має широкі дидактичні можливості для використання при поглибленому вивченні математики.

Ключові слова: ІКТ у навчанні математики; поглиблене вивчення математики; похідна; дослідження функції; GeoGebra.

I. S. Dereza^{*}, O. A. Ivanova[‡]. Using of GeoGebra during learning the theme «The derivative and its applications»

Abstract. *The aim of this study* is to demonstrate opportunities and feasibilities of using GeoGebra, which can be used in the studying of functions and constructing their graphs in the study of the topic «The derivative and its applications» in classes with in-depth study of mathematics. *The objectives of research* are studying and analyzing capabilities of GeoGebra; the selection of the stages of the study of the theme «The derivative and its applications», in which it is expedient to use GeoGebra. *The object of the study* is the process of

using ICT for in-depth study of mathematics by high school students. *The subject of research* is the using GeoGebra in the learning activities of school students during the study of the topic «The derivative and its applications». *Methods of research*: analysis, generalization, systematization of scientific publications and empirical data; observation for the educational process. In this research are set out the stages of study of the theme «The derivative and its applications», on which it is expedient to use GeoGebra. An example of using GeoGebra to exploring and constructing function's graph is given. *The results of the study* are planned to be generalized to methodical recommendations for students and mathematics teachers on the use of GeoGebra in the training of school students at the theme «The derivative and its applications» at the in-depth level. *Conclusions and recommendations*: GeoGebra has extensive didactic capabilities for use at the in-depth study of mathematics.

Keywords: ICT in mathematics learning; in-depth study of mathematics; derivative; study of function; GeoGebra.

Affiliation: Department of mathematics and methods of learning mathematics, Kryvyi Rih State Pedagogical University, 54, Gagarin Ave., Kryvyi Rih, 50086, Ukraine.

E-mail: dereza.irina@gmail.com*, ai93035@gmail.com†.

На сьогоднішній день впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) у освітній процес є однією з умов підвищення його ефективності. Особливо актуальним є питання впровадження ІКТ на уроках математики в старших класах, зокрема, у класах з поглибленим її вивченням. За допомогою ІКТ доступнішим стає вивчення таких тем, як побудова графіків функцій, розв'язування систем рівнянь і нерівностей, знаходження площ фігур, обмежених графіками функцій, побудова перерізів геометричних тіл, обчислення об'ємів тіл обертання тощо. Використання ІКТ сприяє активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів, підвищує наочність і доступність навчального матеріалу, посилює мотивацію та інтерес до вивчення математики тощо [1].

Одним із засобів ІКТ навчання математики, рекомендованих навчальною програмою з математики для учнів 10-11 класів закладів загальної середньої освіти (для класів з поглибленим вивченням математики), є система динамічної математики GeoGebra. Функціональні можливості програми та потужна веб-підтримка користувачів GeoGebra надають можливість ефективно її використовувати при вивченні переважної більшості тем шкільного курсу математики. Важливим є те, що програма має широкий набір інструментів для створення динамічних комп'ютерних моделей математичних об'єктів, що надає можливість

використовувати її не тільки для розв'язування математичних задач, а і для організації евристичного навчання, формування вмінь та навичок дослідницької діяльності, розвитку творчих здібностей учнів, створення динамічних наочних посібників тощо [1, с. 65].

Ураховуючи вище сказане, вбачаємо за необхідність використовувати GeoGebra під час навчання теми «Похідна та її застосування» на поглибленому рівні вивчення математики.

Уважаємо, що найбільш доцільним буде використання GeoGebra на таких етапах вивчення теми «Похідна та її застосування»:

– розв'язування задачі, що приводить до поняття похідної прокутовий коефіцієнт дотичної (використати динамічний рисунок графіка деякої функції та проведеної до нього дотичної, положення якої можна змінювати);

– знаходження похідної функції (учні можуть виконати самоперевірку, порівнюючи свої результати з результатом програми);

– знаходження рівняння дотичної до графіка функції (після аналітичного знаходження рівняння, в слід GeoGebra побудувати саму функцію і пряму, рівняння якої одержали; за рисунком перевірити, чи дійсно знайдена пряма є дотичною);

– дослідження функції на монотонність та екстремуми, опуклість та точки перегину (після дослідження функції за допомогою похідної в зошиті необхідно побудувати її графік в GeoGebra та перевірити вірність своїх висновків);

– повне дослідження функції за схемою та побудова її графіку (самоперевірку виконання завдання учні можуть виконати за допомогою побудови графіка функції в GeoGebra);

– застосування похідної до розв'язування задач, у тому числі прикладного змісту (дослідження відповідної моделі засобами GeoGebra).

Розглянемо приклади задач з теми «Похідна та її застосування», які демонструють використання GeoGebra.

Задача 1. Знайти дотичну до функції $y = \sqrt{\frac{1}{4}x + 1}$ у заданій точці $M\left(-3; \frac{1}{2}\right)$.

Похідна функції має вид $y' = \frac{1}{4\sqrt{x+4}}$, тоді дотична функції в заданій точці має рівняння: $y = \frac{x+5}{4}$.

Перевірити правильність отриманого розв'язку засобами GeoGebra можна наступним чином: за допомогою команди «Касательная(a,f)» (де a – абсциса заданої точки M , f – дана функція), яка знайде і побудує дотичну, або ввівши рівняння даної функції та знайденої дотичної і

дослідивши кількість їх спільних точок.

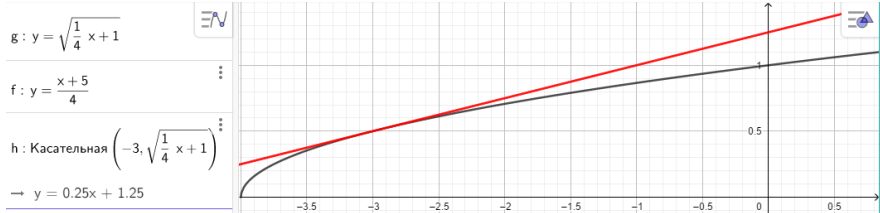


Рис. 1. Побудова дотичної до графіка функції

На рисунку 1 ми скористались двома запропонованими способами перевірки: дотична, яка була визначена аналітично і та, яка була знайдена програмою, співпали, що свідчить про правильність розв'язку. Доцільність даного методу обумовлена насамперед тим, що на перевірку витрачається невелика кількість часу, що прискорює швидкість виконання задачі та підвищує впевненість учня у власних навчальних діях.

Задача 2. Дослідити функцію $y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$ та побудувати її графік.

Дослідивши функцію аналітично в зошиті за схемою, учні мають одержати результати.

1. Область визначення функції: $D(f) = R \setminus \{2\}$.
2. Функція не є парною, не є непарною та є неперіодичною.
3. Функція перетинає осі в точках $A(-1; 0)$, $B(0; -\frac{1}{2})$.
4. Функція має одну вертикальну асимптоту $x = 2$ та одну похилу асимптоту $y = x + 4$.
5. Функція зростає на кожному з проміжків $(-\infty; -1]$ та $[5; \infty)$, спадає на проміжках $[-1; 2)$ та $(2; 5]$.
6. Точки екстремуму і значення функції в точках екстремуму.
 $x_{max} = -1, x_{min} = 5, y_{max} = 0, y_{min} = 12$.
7. Проміжки опуклості функції: опукла до гори на проміжку $(-\infty; 2)$; опукла до низу на проміжку $(2; \infty)$; точок перегину функція не має.

Зрозуміло, що у такій кількості розрахунків учні можуть помилитись, але за допомогою GeoGebra ці помилки можна відслідкувати та виправити. Разом з тим учні навчаються порівнювати, аналізувати та узагальнювати, критично мислити. Побудуємо функцію в GeoGebra $y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$ та виконаємо її дослідження.

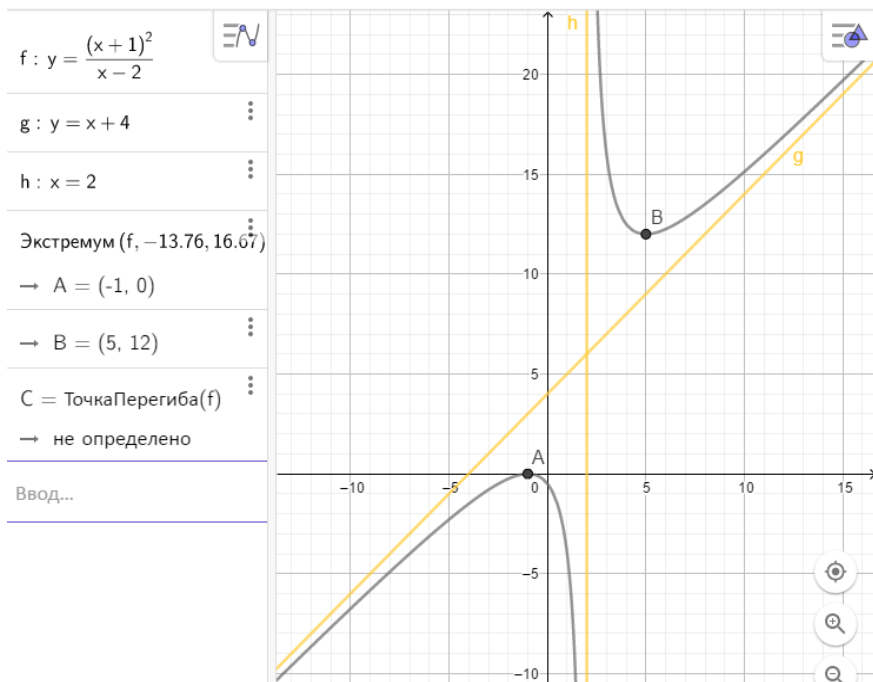


Рис. 2. Дослідження функції в GeoGebra

На рис. 2 побудовано графік функції та знайдені асимптоти, визначено за допомогою команд «ТочкиПерегиба(f)» і «Экстремум(f)» (де f – досліджувана функція) відповідно точки перегину та екстремуми. Аналізуючи властивості функції за рисунком, можна зробити висновок, що функція досліджена вірно.

Отже, при навчанні учнів теми «Похідна та її застосування» у класах з поглибленим вивченням математики доцільно використовувати GeoGebra, яка має широкі дидактичні можливості. Це дасть змогу вдосконалити традиційні методи і форми навчання, активізувати пізнавальний інтерес учнів до вивчення математики.

Список використаних джерел

1. Теплицький І. О. Розвиток пізнавальної активності учнів 10-11-х класів у процесі навчання алгебри і початків аналізу засобами комп'ютерно орієнтованих систем навчання / Ілля Теплицький, Олена Віхрова, Сергій Семеріков // Рідна школа. – 2004. – № 6. – С. 48-49.

2. Кіяновська Н. М. Теоретико-методичні засади використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні вищої математики

студентів інженерних спеціальностей у Сполучених Штатах Америки : монографія / Н. М. Кіяновська, Н. В. Рашевська, С. О. Семеріков // Теорія та методика електронного навчання. – Кривий Ріг : Видавничий відділ ДВНЗ «Криворізький національний університет», 2014. – Том V. – Випуск 1 (5) : спецвипуск «Монографія в журналі». – 316 с. : іл.

References (translated and transliterated)

1. Teplytskyi I. O. Rozvytok piznavalnoi aktyvnosti uchniv 10-11-kh klasiv u protsesi navchannia alhebry i pochatkiv analizu zasobamy kompiuterno oriientovanykh system navchannia [Development of cognitive activity of students 10-11 classes in teaching algebra and principles of analysis of computer-oriented teaching systems] / Illia Teplytskyi, Olena Vikhrova, Serhii Semerikov // Ridna shkola. – 2004. – № 6. – S. 48-49.

2. Kiiianovska N. M. The theoretical and methodical foundations of usage of information and communication technologies in teaching engineering students in universities of the United States : monograph / N. M. Kiiianovska, N. V. Rashevvska, S. A. Semerikov // Theory and methods of e-learning. – Kryvyi Rih : Vydavnychiy viddil DVNZ «Kryvorizkyi natsionalnyi universytet», 2014. – Vol. 5. – No. 1 (5) : Special issue «Monograph in the journal» . – 316 p. : fig. (In Ukrainian)

Received: 09 April 2018; in revised form: 23 April 2018 / Accepted: 24 April 2018