

Козаченко Надія



ЛОГІКА

ТЕОРІЯ І ПРАКТИКА

Кривий Ріг
КП ДВНЗ «КНУ»
2014

УДК 16(075.8)

ББК 87.4я73

К 59

Рецензенти:

Я.В. Шрамко, доктор філософських наук, професор;

О.В. Віхрова, кандидат педагогічних наук, доцент;

А.І. Абдула, кандидат філософських наук, доцент.

Рекомендовано до друку вченою радою КПІ ДВНЗ «КНУ» (протокол №3 від жовтня 2014 року).

Козаченко Надія

К 59 Логіка: теорія і практика : навч.-метод. посібн. / Н.П. Козаченко. —
Кривий Ріг : КПІ ДВНЗ «КНУ», 2014. — 55 с.

У посібнику представлені короткі теоретичні відомості, необхідні для успішного розв'язання задач, та запропоновані приклади і детальні пояснення ходу розв'язування основних задач курсу логіки. Розглянуто табличні методи класичної логіки висловлювань, логічний аналіз понять та елементи силогістики.

Для студентів та усіх, хто цікавиться логікою.

УДК 16(075.8)

ББК 87.4я73

©Козаченко Н.П., 2014.

ЗМІСТ

1. Логічна форма висловлювань	3
2. Логічна модальність висловлювань	10
3. Логічні відношення між висловлюваннями	21
4. Логічне слідування	27
5. Логічний аналіз поняття	32
6. Прості атрибутивні висловлювання	39
7. Простий категоричний силогізм	44
8. Виведення висновків з посилок	52

ЛОГІЧНА ФОРМА ВИСЛОВЛЮВАНЬ

Засновником логіки вважається Аристотель. Слово «логіка» походить від багатозначного давньогрецького слова «логос», що може означати розум, порядок, принцип, слово. Загалом, формальна логіка вивчає властивості об'єктів, що визначаються їх формою, а не змістом. Класична логіка висловлювань (КЛВ) досліджує формальні властивості висловлювань, аналізує їх структуру, дає змогу перевіряти правильність міркувань та будувати правильні міркування.

Логіка — це наука про форми і методи правильних міркувань.

У КЛВ основною одиницею аналізу звичайної мови виступає висловлювання.

Висловлювання — це осмислений вираз звичайної мови, якому можна приписати істиннісне значення: істину або хибу.

Висловлювання виражаються розповідними реченнями, вони описують певну ситуацію і мають істиннісне значення. Класична логіка висловлювань оперує лише двома істиннісними значеннями: **істина** та **хиба**, тому КЛВ називають двозначною або бінарною логікою. Крім класичної логіки існує велика кількість некласичних логік.

Істиннісне значення — це абстрактний об'єкт, що ставиться у відповідність висловлюванню: *істина* — коли висловлювання відповідає дійсності, *хиба* — коли висловлювання не відповідає дійсності.

Наприклад

«*На вулиці йде дощ*» — висловлювання. Воно осмислене (тобто ми розуміємо, про що йдеться) і йому може бути приписане істиннісне значення: **істина**, якщо дійсно, виглянувши у вікно, ми побачили, що йде дощ і **хиба**, якщо дощу немає.

«*Гарячий*» — не висловлювання. Хоча це осмислений вираз, йому не можна приписати істиннісне значення. Даний вираз не описує ніякої ситуації — для того, щоб встановити істина це чи хиба, треба з'ясувати: хто гарячий? де він? чому і коли? «*Ходімо зі мною!*», «*Де він?*», «*Коли буде дзвінок?*» — також не висловлювання (хоча й осмислені речення), так як вони не описують ніякої ситуації, отже їм не можна поставити у відповідність істиннісне значення.

Висловлювання поділяються на прості та складні. **Прості висловлювання** не містять логічних зв'язок. **Складні висловлювання** складаються з простих висловлювань, об'єднаних логічними зв'язками.

Наприклад

«Іванов пішов у кіно» — просте висловлювання.

«Іванов пішов у кіно, а Петров до театру» — складне висловлювання, оскільки містить логічний сполучник «а», який об'єднує два прості висловлювання: «Іванов пішов у кіно», «Петров пішов до театру».

Для дослідження формальних властивостей висловлювання звичайної мови записують за допомогою спеціальних символів, що складають алфавіт формалізованої мови. При формалізації висловлювання звертають увагу на його частини і способи їх поєднання — логічні зв'язки.

Логічна форма — це формула, яка відображає структуру висловлювання за допомогою комбінації символічних позначень висловлювань та логічних зв'язок, що їх об'єднують.

Логічна форма може бути отримана шляхом заміни простих висловлювань буквеними позначеннями, а мовних виразів, що показують спосіб зв'язку частин висловлювань — відповідними символами логічних зв'язок.

Логічна форма виражає структуру висловлювання і повинна відображати зв'язки між його частинами. Для відображення смислових зв'язків між частинами формули використовують дужки.

Логічні зв'язки

Спосіб зв'язку простих висловлювань у складі простого у логіці висловлювань відповідає певній логічній зв'язці. Звичайна мова використовує для цього сполучники, пунктуацію, спеціальні вирази. Мова КЛВ зводить всі ці способи зв'язку до невеликого набору логічних зв'язок.

& Кон'юнкція — логічна зв'язка, що виражає одночасність, протиставлення, короткий часовий інтервал. У звичайній мові найчастіше відповідає виразам: і, а, але, проте, в той час як, та, одночасно з, разом з, незважаючи на тощо. Логічна форма кон'юнкції простих висловлювань виглядає так: $p \& q$. Читається «пе і кью».

Приклад:

Петрик та Катруся ходять до школи.

p — Петрик ходить до школи;

q — Катруся ходить до школи.

Логічна форма висловлювання: $p \& q$

І скрипка, і гітара — струнні інструменти.

p — скрипка — струнний інструмент;

q — гітара — струнний інструмент.

Логічна форма висловлювання: $p \& q$

Як ви помітили, у другому висловлюванні тільки один сполучник «і» грає роль логічної зв'язки, перша літера «і» використовується для підсилення і не значима для логічної форми.

\vee Диз'юнкція — логічна зв'язка, що виражає можливість вибору. У звичайній мові найчастіше відповідає виразам: або, чи. Логічна форма диз'юнкції простих висловлювань виглядає так: $p \vee q$. Читається «пе або кью».

Приклад:

Вранці Лорд Генрі їсть вівсянку або перловку.

p — Вранці Лорд Генрі їсть вівсянку;

q — Вранці Лорд Генрі їсть перловку.

Логічна форма висловлювання: $p \vee q$

\supset Імплікація — логічна зв'язка, що виражає умовний зв'язок. У звичайній мові найчастіше відповідає виразам: якщо... , то ... , отже,

значить, тому, звідси слідує, впливає, завдяки тощо. Логічна форма імплікації простих висловлювань виглядає так: $p \supset q$. Читається «якщо p , то q ».

Приклад:

Коли йде дощ, птахи ховаються.

p — йде дощ;

q — птахи ховаються.

Логічна форма висловлювання: $p \supset q$

Найлегше знайти частини імплікації, переформулювавши висловлювання у вигляді «якщо... , то...». Причому знак імплікації ставиться завжди на місці слова «то».

¬ Заперечення — логічна зв'язка, що виражає заперечення. У звичайній мові найчастіше відповідає виразам: не, невірно що, неправда, неможливо, навряд, неймовірно, сумнівно та іншим виразам, що виражають різні ступені заперечення.

Приклад:

Земля не квадратна.

p — Земля квадратна.

Логічна форма висловлювання: $\neg p$.

Прості висловлювання завжди записуються у стверджувальному вигляді.

Алфавіт мови КЛВ

Алфавіт — це сукупність допустимих символів, які можна використовувати у правильних виразах певної мови. У формулах КЛВ можуть міститися такі символи:

- символи для позначення пропозиційних змінних: p, q, r, s та їх комбінації з індексами;

- знаки логічних сполучників: $\neg, \&, \vee, \supset$;

- технічні знаки: $(,)$.

Використовуючи знакові засоби мови логіки висловлювань можна формалізувати будь-яке висловлювання природної мови, тобто скласти відповідну йому формулу, яка в явному вигляді виражатиме логічну форму висловлювання.

Інструкція № 1.

Як встановити логічну форму висловлювання.

Щоб встановити логічну форму висловлювання, потрібно:

- визначити логічні зв'язки у висловлюванні;
- знайти, де логічні зв'язки присутні неявно і сформулювати висловлювання так, щоб зв'язку було явно видно;
- вибрати всі прості висловлювання, позначити їх літерами;
- перевірити, чи немає серед вибраних простих висловлювань однакових за змістом чи висловлювань з запереченнями до вже вибраних;
- перевірити, чи немає серед вибраних висловлювань логічних зв'язок;
- уважно прочитати текст завдання, замінюючи прості висловлювання літерами, а зв'язки — символами;
- розставити дужки: за смислом, за інтонаційними паузами, за властивостями зв'язок;
- визначити останню дію формули — за нею встановити тип формули: кон'юнктивна, диз'юнктивна, імплікативна, заперечна.

Приклад 1.

Встановити логічну форму висловлювання.

Якщо Петрик вивчить лекції або розв'яже всі завдання, то він складе залік з логіки і не матиме заборгованості.

p — Петрик вивчить лекції;

q — Петрик розв'яже всі завдання;

r — Петрик складе залік з логіки;

s — Петрик матиме заборгованість.

Логічна форма: $(p \vee q) \supset (r \& \neg s)$ — імплікативна формула.

За головною дією формули поділяються на кон'юнктивні, диз'юнктивні, імплікативні та заперечні. Головною вважається дія, яка виконується останньою. Спочатку виконуються всі дії в дужках, а потім поза дужками. Формула, наведена в останньому прикладі про Петрика — імплікативна.

Приклад 2.

Встановити логічну форму висловлювання.

Завтра буде холодно, але ми все одно підемо у кіно; хоча, якщо буде тепло, ми краще підемо на прогулянку.

p — завтра буде холодно;

q — ми підемо у кіно;

r — ми підемо на прогулянку.

Логічна форма: $(p \& q) \& (\neg p \supset r)$ — кон'юнктивна формула.

Зверніть увагу, що висловлювання «Буде тепло» не є самостійним і для нього не потрібно вводити літеру, оскільки «буде тепло» означає те саме, що й «буде **не** холодно» і у формулі буде позначене як $\neg p$.

Крім того, у другій частині речення, у виразі «Якщо буде тепло, ми краще підемо на прогулянку», пропущена частина імплікації — частка «то». Але її відсутність не змінює того, що висловлювання «буде тепло» і «ми підемо на прогулянку» поєднані імплікативним зв'язком. У повсякденній мові сполучники і вирази, що означають логічні зв'язки, досить часто опускаються, але це не змінює способу зв'язку частин висловлювання. До того ж, речення можна завжди переформулювати так, щоб логічна зв'язка стала явною. Наприклад, «Якщо буде тепло, **то** ми краще підемо на прогулянку».

Завдання для практичного розв'язання

Встановіть логічну форму висловлювань

1. Якщо студент добре вчиться, то він успішно складає екзамени і отримує заліки.
2. Неправда, що можна бути одночасно і чесною людиною, і інтриганом.
3. Ні вдень, ні вночі сторож не втрачав пильності, саме тому цей баштан так приваблював хлопчачі погляди.
4. Петрик хороший товариш, хоча, якщо він обманщик, то його не люблять діти; але Петрик чесний хлопчик.
5. Якщо злочин був ретельно підготовлений, то злочинці не залишили слідів і слідство знайде в тупік; але злочинці залишили сліди.
6. Якщо завод збанкрутіє, то його продадуть з аукціону, але неправда, що завод продадуть або змінять керівництво.
7. Я не можу працювати, коли заморений і голодний.
8. Коли вона телефонувала, я був на зборах і не міг відповісти, тому зайшов до неї після роботи.
9. При нормальній температурі воді і бензин — рідини.
10. З того, що число ділиться без остачі на 5, не випливає, що воно ділиться на 2 і 10.
11. Неправда, що коли йде дощ, на вулиці тепло, однак також неправда, що при вітряній погоді на вулиці холодно.
12. Принципова людина завжди передбачувана, але якщо людина не чесна, то вона безпринципна і непередбачувана.
13. Якщо Бог всесильний, то він всемогутній, але якщо Господь може не все, то він не всемогутній.
14. У світі є добро і зло, або ж не існує ні того, ні іншого.
15. До парних чисел належать всі числа кратні двом, хоча, варто зазначити, що деякі парні числа кратні трьом.

Логічна модальність

ВИСЛОВЛЮВАНЬ

Логічна істинність складного висловлювання залежить від істиннісних значень простих висловлювань, що входять до його складу, та зв'язок, що їх об'єднують. Для встановлення істинності складного висловлювання використовують різні методи, з яких ми розглянемо табличний. Суть табличного методу полягає у послідовному переборі всіх можливих істиннісних значень простих висловлювань та визначенні результуючого істиннісного значення за допомогою табличних означень логічних зв'язок.

Табличні означення логічних зв'язок

Кон'юнкція — логічна зв'язка, що виражає одночасність. Тобто висловлювання, що входять до кон'юнкції, мають бути одночасно істинні.

	A	&	B
1	i	i	i
2	i	x	x
3	x	x	i
4	x	x	x

У наведеній таблиці можна виділити характеристичний рядок, який відрізняється від інших і однозначно визначає кон'юнкцію як функцію двох пропозиційних змінних. Дійсно, єдиний випадок, коли кон'юнкція істинна, має місце у першому рядку, коли істинні обидва кон'юнкти.

Характеристичний рядок:

$$\&(i; i) = i$$

Диз'юнкція виражає можливість вибору. Тобто істинним має бути хоча б одне висловлювання.

$$\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$$

1	і	і	і
2	і	і	х
3	х	і	і
4	х	х	х

Характеристичний рядок:

$$\vee(x; x) = x$$

Імплікація виражає умовний зв'язок. Якщо висловлювання — основа імплікації — хибне, то її наслідок може бути будь-яким. А от коли основа імплікації — істинне висловлювання, то наслідок може бути лише істинним. Щодо імплікації кажуть: «З істини — тільки істина, з хибн — все, що завгодно».

$$\mathbf{A} \supset \mathbf{B}$$

1	і	і	і
2	і	х	х
3	х	і	і
4	х	і	х

Характеристичний рядок:

$$\supset(i; x) = x$$

Заперечення — унарна зв'язка, що змінює істиннісне значення висловлювання на суперечне йому (у двозначній логіці істина зміниться на хибу, а хиба на істину). Табличне означення заперечення дуже просте.

$$\neg \mathbf{A}$$

1	х	і
2	і	х

Загальна характеристика логічних зв'язок

<p>Кон'юнкція $\&$ Одночасність</p>	$\&(i; i) = i$	<p>A $\&$ B</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>i</td><td>i</td></tr> <tr><td>i</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td></tr> </table>	i	i	i	x	x	x	x	x	<p>i, а, та, але, проте, незважаючи на, в той час як, водночас тощо.</p>
i	i										
i	x										
x	x										
x	x										
<p>Диз'юнкція \vee Можливість вибору</p>	$\vee(x; x) = x$	<p>A \vee B</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>i</td><td>i</td></tr> <tr><td>i</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>i</td></tr> <tr><td>x</td><td>x</td></tr> </table>	i	i	i	x	x	i	x	x	<p>або, чи.</p>
i	i										
i	x										
x	i										
x	x										
<p>Імплікація \supset Умовний зв'язок</p>	$\supset(i; x) = x$	<p>A \supset B</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>i</td><td>i</td></tr> <tr><td>i</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>i</td></tr> <tr><td>x</td><td>i</td></tr> </table>	i	i	i	x	x	i	x	i	<p>якщо, ... то, отже, значить, тому, бо тощо.</p>
i	i										
i	x										
x	i										
x	i										
<p>Заперечення \neg</p>	$\neg(i)=x$	<p>\neg A</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td></tr> <tr><td>i</td></tr> </table>	x	i	<p>не, невірно що, неправда що, навряд, сумнівно, неможливо тощо.</p>						
x											
i											

Встановлення логічної модальності висловлювань

Знаючи табличні означення логічних зв'язок, можна визначити істинність будь-якого складного висловлювання. Для цього будуть таблицю істинності.

Як ви помітили, два висловлювання p і q , кожне з яких може бути істинним або хибним, дають 4 рядки таблиці. Тобто, для двох висловлювань існує 4 варіанти можливих наборів істиннісних значень. Для трьох — вже 8 варіантів, для чотирьох — 16. Для розрахунку кількості варіантів використовують формулу 2^n , 2 — кількість істиннісних значень (в нас їх два: істина і хиба), n — кількість пропозиційних змінних, тобто різних простих висловлювань у формулі.

Щоб полегшити виписування великої кількості варіантів, користуються таким способом: всю таблицю подумки ділять навпіл, під першою пропозиційною змінною підписують у стовпчик половину значень «і», а другу половину «х». Для стовчика наступної змінної таблицю ще раз ділять навпіл і так далі. У стовпчику останньої пропозиційної змінної істиннісні значення будуть чергуватися через одне. Після того, як перебрали всі можливі істиннісні значення, можна виконувати дії згідно табличних означень логічних зв'язок.

Мета нашої побудови — результуючий стовпчик таблиці істинності. Це стовпчик істиннісних значень під останньою дією формули. Його обводять рамочкою. За ним встановлюється логічна модальність висловлювання.

Логічна модальність висловлювання — це істиннісна характеристика складного висловлювання.

Розрізняють три види висловлювань за логічною модальністю:

ЛІВ — логічно істинні висловлювання — результуючий стовпчик яких містить лише значення «істина». Логічно істинні висловлювання називають *законами логіки*, завжди істинними висловлюваннями, тавтологіями.

ЛХВ — логічно хибні висловлювання — результуючий стовпчик яких містить лише значення «хиба». Логічно хибні висловлювання називають суперечностями.

ЛВВ — логічно випадкові висловлювання — результуючий стовпчик яких містить хоча б одне значення «істина» і хоча б одне значення «хиба». Формули таких висловлювань називають виконуваними.

Інструкція № 2

Як побудувати таблицю істинності

1. Записати логічну форму висловлювання.
2. Підрахувати кількість рядків в таблиці за формулою 2^n , де n — кількість різних простих висловлювань у даному складному висловлюванні.
3. Виписати набори значень для кожного простого висловлювання таким чином, щоб «і» та «х» зустрічались однаково кількість разів.
4. Розкрити дужки за допомогою табличних означень логічних зв'язок (результуючий стовпчик взяти в рамку).

Приклад.

Встановити логічну модальність висловлювання.

Неправда, що студент погано вчиться і пропускає заняття, або ж він зовсім не старається, тому й погано вчиться.

Скористаємося інструкцією № 2.

1. Записати логічну форму. Спочатку запишемо логічну форму висловлювання, для цього виберемо прості висловлювання, які не містять логічних зв'язок:

p — студент погано вчиться;

q — студент пропускає заняття;

r — студент старається.

Складемо формулу:

$$\neg (p \ \& \ q) \ \vee \ (\neg \ r \ \supset \ p) .$$

Запишемо її таким чином, щоб нам зручно було підписувати стовпчики істиннісних значень для пропозиційних змінних і виконувати дії.

2. Порахувати кількість рядків в таблиці. Підрахуємо кількість рядків в таблиці істинності за формулою 2^n , де n — кількість різних простих висловлень у даному складному висловленні. У наведеному висловлюванні 3 різних простих висловлювання: p , q , r , отже $n = 3$. Отже, рядків в таблиці буде 8. Пронумеруємо рядки зліва від записаної формули.

3. Підписати істинні значення. Підпишемо істинні значення простих висловлювань. Поділимо кількість рядків в таблиці навпіл (1 рисочка). Під р підпишемо половину істини і половину хиб: 4 істини і 4 хиб.

	\neg	(p & q)	\vee	(\neg r \supset p)
1	i			i
2	i			i
3	i			i
4	i			i
5	x			x
6	x			x
7	x			x
8	x			x

Для того, щоб підписати значення для q, поділимо таблицю навпіл ще раз (2 рисочки) — тоді під q підпишемо по дві істини і дві хиб: 2 істини, 2 хиб, 2 істини, 2 хиб.

	\neg	(p & q)	\vee	(\neg r \supset p)
1	i	i		i
2	i	i		i
3	i	x		i
4	i	x		i
5	x	i		x
6	x	i		x
7	x	x		x
8	x	x		x

Для r поділимо таблицю знову (3 рисочки): отримаємо чередування істини і хиб через одну.

	\neg	(p & q)	\vee	(\neg r \supset p)
1	i	i		i
2	i	i		x
3	i	x		i
4	i	x		x
5	x	i		i
6	x	i		x
7	x	x		i
8	x	x		x

4. Виконати дії. Тепер виконаємо дії за означеннями логічних зв'язок у тому порядку, який визначається дужками. Цей порядок можна позначити над формулою.

$$\begin{array}{cccccc} 2 & & 1 & & 5 & 3 & & 4 \\ \neg & (p & \& q) & \vee & (\neg & r & \supset & p) \end{array}$$

Визначення порядку дій. Результуючий стовпчик формули — це завжди остання дія формули, її головна зв'язка. Головна зв'язка даної формули — диз'юнкція (диз'юнктивна формула). Фактично формула складається з двох блоків, розділених за допомогою диз'юнкції. Перший блок — формула $\neg(p \& q)$, другий блок — $(\neg r \supset p)$. Тобто, потрібно виконати дії окремо у кожному блоці, а потім співставити результати за допомогою диз'юнкції.

Перший блок $\neg(p \& q)$. Перша дія — кон'юнкція, оскільки пріоритет завжди мають дужки. Друга дія — заперечення першої дужки, оскільки стосується не окремих висловлювань, а їх кон'юнкції, тому й відноситься до результату операції в дужках.

Другий блок $(\neg r \supset p)$. Третя в цілому для формули, але перша дія цього блоку, — заперечення, оскільки воно стосується безпосередньо висловлювання r і, як наслідок, імплікація здійснюється між не- r і p . Наступна, четверта дія — імплікація між стовпчиком заперечення, отриманого у попередній дії, і стовпчиком p .

Результуючий стовпчик. П'ята дія — диз'юнкція. Порівнюються стовпчики 2-ї і 4-ї дій, оскільки вони є результатами виконання дій у першому і у другому блоках формули відповідно.

Виконання дій за допомогою табличних означень зв'язок.

1. Перша дія — кон'юнкція $p \& q$ виконується за допомогою табличного означення кон'юнкції.

	A	&	B
1	і	і	і
2	і	х	х
3	х	х	і
4	х	х	х

Розглянемо у кожному рядку значення p і q і знайдемо за таблицею кон'юнкції відповідне значення. Так, у першому рядку p — істинне, q також істинне. Знаходимо в таблиці кон'юнкції рядок, коли обидва її компоненти (A і B) теж істинні, бачимо, що значення кон'юнкції між ними — істина. У другому рядку значення p і q також «і», тому ' результат кон'юнкції буде «і». У третьому рядку p — істинне, а q — хибне.

Знаходимо відповідний рядок у табличному означенні кон'юнкції: перше висловлювання A істинне, а друге висловлювання B — хибне. Бачимо, що в таблиці між ними значення кон'юнкції — хибна. Переносимо це значення до нашої таблиці і далі діємо аналогічно.

Загалом, можна користуватися характеристичними рядками зв'язок. Для кон'юнкції це $\&(i; i) = i$, тобто, тільки дві істини дають істину. Тоді дія виконуватиметься так: (1) знаходимо випадок, записаний у характеристичному рядку (перший і другий компоненти кон'юнкції істинні — у даному випадку це тільки перші два рядки), (2) ставимо у цих рядках істину (3) у всіх інших рядках ставимо хибну. Для інших зв'язок табличні означення і характеристичні рядки, відповідно, інші.

	2	1		5	3	4			
	\neg	(p	$\&$	q)	\vee	(\neg	r	\supset	p)
		\searrow		\swarrow					
1	i	i	i	i	i	i	x	i	i
2	i	i	i	i	x	x	i	x	i
3	i	x	x	x	i	i	x	i	x
4	i	x	x	x	x	i	x	i	x
5	x	x	i	i	x	x	x	x	x
6	x	x	i	i	x	x	x	x	x
7	x	x	x	x	i	x	x	x	x
8	x	x	x	x	x	x	x	x	x

2. Друга дія — заперечення, що стоїть перед дужками, а отже стосується результату дужок, а не кожного висловлювання окремо. Таким чином, заперечуватися має стовпчик щойно виконаної першої дії — кон'юнкції.

Згадаємо табличне означення заперечення

	\neg	A
1	x	i
2	i	x

Заперечення стосується лише одного стовпчика, для якого переводить всю істину в хибну, а всю хибну — в істину. Потрібно зробити те саме для 1 дії (стовпчик позначений стрілкою вгору) і результат записати під запереченням (стовпчик позначений стрілкою вниз).

Отриманий стовпчик заперечення є результатом виконання дій першого блоку формули і прийматиме участь у визначенні результуючого стовпчика. Підкреслимо отриманий стовпчик заперечення знизу.

	2	1			5	3	4	
	\neg	(p	&	q)	\vee	(\neg	r	\supset p)
	\blacktriangledown	\blacktriangle						
1	<i>x</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>		<i>i</i>		<i>i</i>
2	<i>x</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>		<i>x</i>		<i>i</i>
3	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>		<i>i</i>		<i>i</i>
4	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>		<i>x</i>		<i>i</i>
5	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>i</i>		<i>i</i>		<i>x</i>
6	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>i</i>		<i>x</i>		<i>x</i>
7	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>		<i>i</i>		<i>x</i>
8	<u><i>i</i></u>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>		<i>x</i>		<i>x</i>

3. Третя дія вже належить другому блоку формули. Це заперечення до висловлювання r . Знак заперечення стоїть безпосередньо перед літерою висловлювання, отже, здійснюється заперечення безпосередньо стовпчика під r . Знову скористаємося таблицею для заперечення, або просто запам'ятаємо, що заперечення змінює істиннісне значення: істинну замінює хибою, а хибу — істиною.

	2	1			5	3	4	
	\neg	(p	&	q)	\vee	(\neg	r	\supset p)
1	<i>x</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>		<i>x</i>	\swarrow	<i>i</i>
2	<i>x</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>		<i>i</i>	<i>x</i>	<i>i</i>
3	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>		<i>x</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
4	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>		<i>i</i>	<i>x</i>	<i>i</i>
5	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>i</i>		<i>x</i>	<i>i</i>	<i>x</i>
6	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>i</i>		<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>
7	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>		<i>x</i>	<i>i</i>	<i>x</i>
8	<u><i>i</i></u>	<i>x</i>	<i>x</i>	<i>x</i>		<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>

4. Четверта дія — імплікація між $\neg r$ і p . Скористаємося табличним означення імплікації.

	A	\supset	B
1	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
2	<i>i</i>	<i>x</i>	<i>x</i>
3	<i>x</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
4	<i>x</i>	<i>i</i>	<i>x</i>

Порівняємо стовчики 3-ї дії і p і знайдемо відповідні значення в таблиці для імплікації. Або використаємо її характеристичний рядок: $\supset (i; x) = x$, знайдемо де в таблиці є рядки, в яких перший компонент $\neg r$

істинний (і), а другий p хибний (х), і проставимо у відповідних рядках хибу (х) — це рядки 6 і 8. Всі інші рядки заповнимо істинами (і).

Отриманий стовпчик буде результатом виконання дій другого блоку формули $(\neg r \supset p)$ і прийматиме участь у виконанні останньої дії формули, тому підкреслимо його знизу.

	\neg	(p	&	q)	\vee	(\neg	r	\supset	p)
1	x	i	i	i		x	i	i	i
2	x	i	i	i		i	x	i	i
3	i	i	x	x		x	i	i	i
4	i	i	x	x		i	x	i	i
5	i	x	x	i		x	i	i	x
6	i	x	x	i		i	x	x	x
7	i	x	x	x		x	i	i	x
8	i	x	x	x		i	x	x	x

5. П'ята дія — остання дія формули — диз'юнкція між результатами обох блоків: стовпчиками 2-ї і 4-ї дій. Скористаємося таблицею для диз'юнкції, або за характеристичним рядком запам'ятаємо, що хибна для диз'юнкції можлива лише коли обидва її компоненти хибні. Бачимо, що таких випадків немає, отже стовпчик міститиме лише істину. Обведемо його рамкою — це результуючий стовпчик.

	\neg	(p	&	q)	\vee	(\neg	r	\supset	p)
1	x	i	i	i	i	x	i	i	i
2	x	i	i	i	i	i	x	i	i
3	i	i	x	x	i	x	i	i	i
4	i	i	x	x	i	i	x	i	i
5	i	x	x	i	i	x	i	i	x
6	i	x	x	i	i	i	x	x	x
7	i	x	x	x	i	x	i	i	x
8	i	x	x	x	i	i	x	x	x

Оскільки, результуючий стовпчик таблиці істинності містить лише значення «і», маємо логічно істинне висловлювання — ЛІВ.

Відповідь: ЛІВ

Завдання для практичного розв'язання

A. *Визначіть, чи є формула законом логіки*

1. $\neg(p \& q) \supset (\neg p \vee \neg q)$
2. $(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$
3. $p \& (q \vee \neg r)$
4. $(p \supset (q \vee r)) \vee p$
5. $(p \& \neg q) \supset (\neg r \vee p)$

B. *Встановіть логічну модальність висловлювань*

1. $p \vee \neg(q \& \neg r)$
2. $(p \supset \neg(q \vee r)) \vee p$
3. $(p \supset \neg q) \& (q \supset \neg r)$
4. $(p \& q) \& \neg(r \vee p)$
5. $((\neg p \vee q) \& p) \supset (q \vee r)$

B. *Встановіть логічну модальність висловлювань*

1. Якщо завод дає прибуток, то неправда що його закриють і продадуть; або завод все ж таки продадуть.
2. Злочин скоїли Іванов і Петров, отже неправда, що Сидоров брав участь у злочині і не брав у ньому участі.
3. Якщо Петрик сміливий і відвертий, то Петрик чесний або обманщик.
4. Неправда, що студент пропускає лекції або семінари, але також неправда, що якщо він спортсмен, то він не пропускає семінари.
5. Якщо Петрик добре вчиться, то його поважає декан, або Петрик вчиться погано і пропускає заняття.
6. Неправда, що злочин був навмисний або ретельно підготовлений, однак на місці злочину немає ніяких слідів; отже, злочин був непідготовлений, або злочинці були професіоналами.

Логічні відношення між складними висловлюваннями

Логічні відношення — це закономірності, що мають місце між результативними стовпчиками формул висловлювань у спільній для них таблиці істинності.

Еквівалентність Два висловлювання називаються еквівалентними, якщо в будь-якому рядку спільної для них таблиці істинності значення результуючих стовпчиків співпадають.

Суперечність (протиріччя) Два висловлювання суперечать одне одному, якщо в кожному рядку спільної для них таблиці істинності їх значення різні.

Протилежність Два висловлювання протилежні, якщо вони можуть бути разом хибними, але не можуть бути разом істинними.

Часткова сумісність Два висловлювання частково сумісні, якщо вони можуть бути разом істинні, але не можуть бути разом хибними.

Не завжди між двома висловлюваннями існує відношення. Іноді не існує ніякої закономірності між стовпчиками висловлювань, тому не можна підібрати відношення. У такому разі кажуть, що такі висловлювання **логічно незалежні**.

Інструкція № 3.

Як встановити логічне відношення між висловлюваннями.

Для того, щоб встановити у якому відношенні знаходяться між собою висловлювання, потрібно:

1. записати логічну форму висловлювання;
2. визначити загальну кількість різних пропозиційних змінних в обох формулах;
3. побудувати спільну таблицю істинності для висловлювань;
4. визначити результуючі стовпчики;
5. порівняти результуючі стовпчики, позначити співпадіння істиннісних значень, якщо вони є;
6. підібрати логічне відношення за означеннями.

Приклад 1.

Встановити у якому відношенні знаходяться висловлювання.

Ця тварина не плазун і не ссавець. Невірно, що ця тварина плазун або ссавець.

Скористаємося Інструкцією № 3.

1. Запишемо логічні форми висловлювань. Відділимо їх рискою.

$$\neg p \& \neg q \mid \neg(p \vee q)$$

2. Визначимо загальну кількість змінних в обох формулах. В даних формулах дві змінні: p і q . Тому в спільній таблиці істинності буде 4 рядки.

3. Побудуємо спільну таблицю істинності для обох висловлювань. Таблиця істинності буде спільною для двох формул, якщо однаковим пропозиційним змінним відповідають однакові стовпчики.

	\neg	p	$\&$	\neg	q		\neg	$(p \vee q)$	
1	x	i	x	x	i	1	x	i	i
2	x	i	x	i	x	2	x	i	x
3	i	x	x	x	i	3	x	x	i
4	i	x	i	i	x	4	i	x	x

4. Визначимо результуючі стовпчики. Для першої формули це стовпчик кон'юнкції, а для другої — заперечення. Обведемо їх рамками.

5. Порівняємо результуючі стовпчики. Вони співпадають у кожному рядку.

6. Підберемо відношення за означенням. Якщо в кожному рядку спільної таблиці істинності значення результуючих стовпчиків співпадають, то між висловлюваннями наявне відношення еквівалентності.

Відповідь: Еквівалентність.

Приклад 2.

Встановити у якому відношенні знаходяться висловлювання.

Петрик чесний і приемний у спілкуванні. Петрик обманщик і не тримає слова.

1. Запишемо логічну форму висловлювань.

$$p \& q \mid \neg p \& \neg r$$

2. Визначимо загальну кількість змінних в обох формулах. Хоча у кожній формулі по 2 змінні, разом у даних формулах три змінні: p , q і r . Тому в спільній таблиці істинності буде 8 рядків.

3-4. Побудуємо спільну таблицю істинності для обох висловлювань і визначимо результуючі стовпчики.

	p	$\&$	q		\neg	p	$\&$	\neg	r
1	i	i	i	1	x	i	x	x	i
2	i	i	i	2	x	i	x	i	x
3	i	(x)	x	3	x	i	(x)	x	i
4	i	(x)	x	4	x	i	(x)	i	x
5	x	(x)	i	5	i	x	(x)	x	i
6	x	x	i	6	i	x	i	i	x
7	x	(x)	x	7	i	x	(x)	x	i
8	x	x	x	8	i	x	i	i	x

5. Порівняємо результуючі стовпчики. Вони співпадають за хибою у 3,4,5 і 7 рядках. Обведемо кружками співпадіння.

6. Підберемо відношення за означенням. Дані висловлювання співпали за хибою, але жодного разу не співпали за істиною, отже, вони можуть бути разом хибними, але не можуть бути разом істинними. Тому, між висловлюваннями наявне відношення протилежності.

Відповідь: Протилежність.

Приклад 3.

Встановити у якому відношенні знаходяться висловлювання.

Буття єдине або, якщо існують атоми, то існує і порожнеча. Порожнеча існує, або немає ніяких атомів.

1. Запишемо логічну форму висловлювань.

$$p \vee (q \supset r) \mid r \vee \neg q$$

2. Визначимо загальну кількість змінних в обох формулах.

Хоча у першій формулі 3 змінні p, q, r , а в другій — 2 змінні q, r , разом у даних формулах три змінні: p, q і r . Тому в спільній таблиці істинності буде 8 рядків.

3-5. Побудуємо спільну таблицю істинності для обох висловлювань і порівняємо результуючі стовпчики.

	p	\vee	$(q \supset r)$			r	\vee	\neg	q
1	i	⓪	i	i	i	i	⓪	x	i
2	i	i	i	x	x	x	x	x	i
3	i	⓪	x	i	i	i	⓪	i	x
4	i	⓪	x	i	x	x	⓪	i	x
5	x	⓪	i	i	i	i	⓪	x	i
6	x	ⓧ	i	x	x	x	ⓧ	x	i
7	x	⓪	x	i	i	i	⓪	i	x
8	x	⓪	x	i	x	x	⓪	i	x

6. Підберемо відношення за означенням. Розглянемо по черзі всі означення відношень:

(1) Еквівалентність: стовпчики мають бути однакові і значення мають співпадати у кожному рядку. У даному випадку немає співпадиння у 2 рядку. Еквівалентність не підходить.

(2) Суперечність: значення мають бути різні у кожному рядку, тобто, не повинно бути жодного співпадиння. У даному випадку маємо 7 співпадинь. Суперечність не підходить.

(3) Часткова сумісність: висловлювання мають бути разом істинні, але не можуть бути разом хибні. У даному випадку маємо співпадиння за хибою \otimes у 6 рядку. Часткова сумісність не підходить.

(4) Протилежність: висловлювання мають бути разом хтбні, але не можуть бути разом істинні. У даному випадку маємо співпадиння за істиною \textcircled{i} у 1,3,4,5,7,8 рядках. Протилежність не підходить.

Оскільки жодне означення логічного відношення не підходить для даних висловлювань, констатуємо, що вони логічно незалежні.

Відповідь: Логічно незалежні висловлювання.

Загальна схема логічних відношень

СУМІСНІСТЬ	НЕСУМІСНІСТЬ																																
<p>Еквівалентність (стовпчики однакові)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border: none;"> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> </table>	і	і	і	і	х	х	х	х	і	і	х	х	і	і	х	х	<p>Суперечність (жодного співпадіння)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border: none;"> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> </table>	і	х	і	х	х	і	х	і	і	х	х	і	і	х	х	і
і	і																																
і	і																																
х	х																																
х	х																																
і	і																																
х	х																																
і	і																																
х	х																																
і	х																																
і	х																																
х	і																																
х	і																																
і	х																																
х	і																																
і	х																																
х	і																																
<p>Часткова сумісність (співпадають за істиною, але не співпадають за хибою)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border: none;"> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> </table>	і	і	і	х	х	і	х	і	і	і	х	і	і	х	х	і	<p>Протилежність (співпадають за хибою, але не співпадають за істиною)</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border: none;"> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">і</td><td style="padding: 5px 15px;">х</td></tr> <tr><td style="padding: 5px 15px;">х</td><td style="padding: 5px 15px;">і</td></tr> </table>	і	х	і	х	х	х	х	і	і	х	х	х	і	х	х	і
і	і																																
і	х																																
х	і																																
х	і																																
і	і																																
х	і																																
і	х																																
х	і																																
і	х																																
і	х																																
х	х																																
х	і																																
і	х																																
х	х																																
і	х																																
х	і																																

Завдання для практичного розв'язання

Встановіть у якому відношенні знаходяться висловлювання

1. На вулиці сонячно, або світить сонце і немає вітру. На вулиці не сонячно.
2. Якщо студент добре вчиться, то він отримає залік. Якщо студент погано вчиться і не отримав залік, то його невдовзі відрахують.
3. Весна у цьому році буде рання або холодна. Весна буде або тепла, або дуже дощова.
4. Коли приходить весна, тане сніг і співають птахи. Сніг розстав, але птахи ще мовчать.
5. Неправда, що Петрик боягуз або обманщик; до того ж він хороший друг. Петрик сміливий хлопчик, але з того, що він хороший друг не випливає, що він брехун.
6. Якщо студент не пропускає ні лекції, ні семінари, то він добре вчиться. Студент вчиться або добре, або погано.
7. Злочин скоїв Іванов або його не було на місці злочину. Наразі доведеться припустити, що Іванов залишив сліди на місці злочину і не залишив слідів.
8. Якщо студент старається, то він добре вчиться, або ж може бути, що студент старається, а вчиться погано. Студент багато читає.
9. Якщо Земля кулеподібна і обертається навколо Сонця, то вона має власне магнітне поле і форму кулі. Земля пласка або не має магнітного поля.
10. Якщо філософ визнає первинність матерії або не приймає тезу про суб'єктивну зумовленість зовнішнього світу, то він матеріаліст. Філософ або матеріаліст, або невірно, що якщо він вважає зовнішній світ продуктом свідомості, то він визнає первинність матерії.
11. Якщо припустити, що все у світі складається з атомів і одночасно не складається з атомів, то існує Бог. Бог існує, або якщо у янголів є крила, то вони крилаті.
12. Рух проявляється як зміна стану об'єкта або як будь-яка взаємодія, але нерухомої матерії не існує. Матерія існує поза рухом, а рух існує лише як зміна стану об'єкта.

Логічне слідування

Відношення логічного слідування (\models) — фундаментальне логічне відношення, що забезпечує пронесення істини від вихідних висловлювань до вивідних. Логічне слідування має місце у кожному правильному міркуванні.

Міркування — це спосіб обґрунтування істинності висловлювання шляхом його виведення з інших висловлювань.

Структура міркування

- *Посилки* — вихідні висловлювання, істинність яких вважається встановленою. Посилок може бути будь-яка скінчена кількість. Вони можуть бути простими і складними висловлюваннями.
- *Висновок* — висловлювання, істинність якого обґрунтовується в даному міркуванні. Висновок завжди один. Висновок може бути простим і складним висловлюванням.
- *Процес виведення* — механізм перенесення істини з посилок на висновок. Якщо механізмом перенесення виступає логічне слідування (\models), то міркування називається *дедуктивним*. У тексті виведення позначається виразами «отже», «тому», «значить», «з цього слідує» та подібними.

Наприклад: *Якщо йде дощ, то потрібно брати з собою парасольку. Надворі йде дощ. Отже, доведеться брати парасольку.*

Наведений текст представляє собою міркування, що складається з 2-х посилок і 1-го висновку.

Посилки: 1. «Якщо йде дощ, то потрібно брати з собою парасольку.»
2. «Надворі йде дощ.»

Висновок: «Доведеться брати парасольку.»

Процес виведення представлений словом «отже» і означає перехід від посилок до висновку.

Правильне міркування — це міркування, висновок якого логічно слідує з посилок, тобто якщо між посилками і висновком існує відношення логічного слідування.

Методи правильних міркувань

Існує безліч методів правильних міркувань. Найбільш вживані:

(MP) **Modus Ponens**: $A \supset B, A \models B$;

(MT) **Modus Tollens**: $A \supset B, \neg B \models \neg A$;

(MTP) **Modus Tollendo Ponens**: $A \vee B, \neg A \models B$;
 $A \vee B, \neg B \models A$.

Означення логічного слідування. Висновок логічно слідує з посилок, якщо завжди, коли всі посилки істинні, висновок теж істинний і неможлива така ситуація, коли всі посилки істинні, а висновок — хибний.

Інструкція № 4.

Табличний спосіб перевірки правильності міркування

1. Записати логічну форму посилок та висновку.
2. Побудувати для посилок і висновку спільну таблицю істинності.
3. Вибрати лише ті рядки, в яких всі посилки одночасно істинні.
4. Перевірити, яке значення в цих рядках має висновок:
 - а) якщо в кожному з вибраних рядків висновок істинний, то він логічно слідує з посилок, і міркування правильне.
 - б) якщо існує хоча б один вибраний рядок, в якому всі посилки істинні, а висновок хибний, то він не слідує з посилок, і міркування буде неправильним.

Приклад 1. Перевірити правильність міркування.

Якщо людина принципова, то вона передбачувана. Цей чоловік безпринципний. Значить, він непередбачуваний.

1. **Запишемо логічну форму посилок та висновку.**

У даному міркуванні 2 посилки. Перша: «Якщо людина принципова, то вона передбачувана» має логічну форму $p \supset q$. Друга: «Цей чоловік безпринципний» має логічну форму $\neg p$. Висновок: «він непередбачуваний» $\neg q$.

Запишемо логічні форми посилок і висновку в один рядок і відділимо висновок від посилок двома вертикальними лініями.

$$p \supset q \quad \neg p \quad || \quad \neg q$$

2. **Побудуємо для посилок і висновку таблицю істинності.**

	p	\supset	q	\neg	p	\neg	q
1	i	i	i	x	i	x	i
2	i	x	x	x	i	i	x
3	x	i	i	i	x	x	i
4	x	i	x	i	x	i	x

3. **Виберемо рядки, в яких всі посилки одночасно істинні.**

Результуючі стовпчики обох посилок одночасно істинні у 3 і 4 рядках. Обведемо істинні значення кружечками.

	p	\supset	q	\neg	p	\neg	q
1	i	i	i	x	i	x	i
2	i	x	x	x	i	i	x
3	x	(i)	i	(i)	x	x	i
4	x	(i)	x	(i)	x	i	x

4. **Перевіримо, яке значення в цих рядках має висновок.**

	p	\supset	q	\neg	p		\neg	q
1	i	i	i	x	i		x	i
2	i	x	x	x	i		i	x
3	x	(i)	i	(i)	x	—	x	i
4	x	(i)	x	(i)	x	+	i	x

Бачимо, що в 4 рядку обидві посилки одночасно істинні і висновок також приймає значення «і» (відмітимо це позначкою +). Проте, в 3 вибраному рядку висновок хибний (поставимо —). Тобто, за інструкцією маємо випадок б) — існує хоча б один вибраний рядок, в якому всі посилки істинні, а висновок хибний. Отже, висновок не слідує з посилок, і міркування буде неправильним.

Відповідь: міркування неправильне.

Приклад 2. Перевірити правильність міркування.

Неправда, що Петрик обманщик і боягуз. Якщо Петрик обманщик, то він піде додому. Якщо він боягуз, то зробить те саме. Отже, Петрик чесний або сміливий.

1. **Запишемо логічну форму посилок і висновку.** Бачимо, що у даному міркуванні 3 посилки і висновок, представлений складним висловлюванням. Отже, маємо 4 формули. Висновок відділяємо від посилок двома вертикальними лініями.

$$\neg(p \& q) \quad p \supset r \quad q \supset r \quad || \quad \neg p \vee \neg q$$

2-3. **Побудуємо для посилок і висновку спільну таблицю істинності і виберемо рядки, в яких всі посилки одночасно істинні.** Оскільки у даному міркуванні три посилки, шукаємо рядки, у яких одночасно істинні всі три результуючі стовпчики. На висновок при цьому не звертаємо уваги.

	\neg	$(p \ \& \ q)$			p	\supset	r	q	\supset	r	\vee	\neg	q
1	x	i	i	i	i	i	i	i	i	x	i	x	i
2	x	i	i	i	i	x	x	i	x	x	x	i	x
3	i	i	x	x	i	i	i	x	i	i	i	i	x
4	i	i	x	x	i	x	x	x	i	x	i	i	x
5	i	x	x	i	x	i	i	i	i	i	i	x	i
6	i	x	x	i	x	i	x	i	x	x	i	x	i
7	i	x	x	x	x	i	i	x	i	i	i	i	x
8	i	x	x	x	x	i	x	x	i	x	i	i	x

4. **Перевіримо, яке значення в цих рядках має висновок.** Поставимо позначку +, якщо у вибраному рядку висновок істинний, і позначку -, якщо у вибраному рядку висновок хибний.

	\neg	$(p \ \& \ q)$			p	\supset	r	q	\supset	r		\neg	p	\vee	\neg	q
1	x	i	i	i	i	i	i	i	i		x	i	x	x	i	
2	x	i	i	i	i	x	x	i	x		x	i	x	x	i	
3	i	i	x	x	i	i	i	x	i	+	x	i	i	i	x	
4	i	i	x	x	i	x	x	x	i		x	i	i	i	x	
5	i	x	x	i	x	i	i	i	i	+	i	x	i	x	i	
6	i	x	x	i	x	i	x	i	x		i	x	i	x	i	
7	i	x	x	x	x	i	i	x	i	+	i	x	i	i	x	
8	i	x	x	x	x	i	x	x	i		i	x	i	i	x	

У всіх вибраних рядках висновок істинний. Отже він логічно слідує з посилок і міркування правильне.

Відповідь: міркування правильне.

Завдання для практичного розв'язання

Перевірьте правильність міркування

1. Якщо Земля кулеподібна, то її тінь має форму круга. Тінь Землі дійсно кругла. Отже, сама Земля має форму кулі.
2. Якщо приходять осінь, то листя жовкне і опадає. Неправда, що листя жовкне і опадає. Отже, осінь не прийшла.
3. Петрик молодець. Це так, тому що, той, хто добре вчиться, завжди молодець. А Петрик дуже добре вчиться!
4. Студент або стараний, або талановитий. Студент не старається. Отже, він талановитий.
5. Зробив діло — гуляй сміло. А якщо не зробив, то не гуляй, а працюй. Отже, якщо працювати, то діло буде зроблене.
6. Поспішиш — людей насмішиш. Хто не поспішає, той може запізнитися. Значить, або не встиг, або не насмішив.
7. Якщо люди за свою природою добрі, то вони здатні до співчуття. Співчутливі люди завжди допомагають іншим. Здається, люди насправді добрі. Значить, одна людина завжди допоможе іншій.
8. Хто сміливий і завзятий, той зможе виграти. Наші суперники боягузи і зовсім не завзяті. Отже, вони програють.
9. Наступного року підвищаться або ціни, або зарплатня. Якщо інфляції не буде, то ціни підвищаться. Заробітна плата не підвищиться. Отже, підвищаться ціни.
10. Якщо філософ послідовний матеріаліст, то він атеїст. Якщо філософ матеріаліст, то він визнає пізнаваність світу. Отже, якщо філософ не атеїст, то він агностик.
11. Якщо воду нагріти, то її обсяг збільшиться. Аналогічна ситуація має місце і при замерзанні води. Отже, якщо воду нагріти або заморозити, її обсяг збільшиться.
12. Якщо дані про чорні діри правильні, то вони повністю поглинають і світло, і радіосигнали. Якщо чорні діри мають надвелику гравітаційну масу, то наукові дані про них вірні. Чорні діри дійсно володіють величезною масою. Отже, саме тому радіосигнал не може їх покинути.

Логічний аналіз поняття

Поняття — це абстрактна структура, у якій відображені суттєві ознаки класу однорідних предметів.

Кожне поняття узагальнює певну множину предметів за сукупністю ознак, що притаманні всім предметам цієї множини.

Ознаки предмета — це характеристики властивостей предмета (явища), відмітна особливість, яка дозволяє охарактеризувати предмет.

За допомогою ознак встановлюється схожість чи відмінність предметів між собою і визначається належність предмету до деякої множини.

Логічні характеристики понять

Обсяг поняття — це множина предметів, що узагальнюється за допомогою даного поняття. Наприклад, обсяг поняття «стіл» — це множина всіх столів, тобто, обсяг поняття «Х» — множина всіх «Х»-ів.

Зміст поняття — це множина всіх ознак, за допомогою яких ми утворюємо дане поняття. Наприклад, зміст поняття «студент»: людина, навчається, навчається у ВНЗ. Зміст поняття «ялина»: дерево, хвойне, з короткими голками.

Між обсягом і змістом поняття існує обернена залежність: чим менший обсяг, тим більший зміст; чим більший обсяг, тим менший зміст.

Відношення між поняттями за обсягом

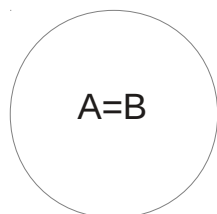
Обсяг поняття визначається множиною тих предметів, що підпадають під дане поняття. Відношення за обсягом прийнято зображувати за допомогою *діаграм Ейлера*, у яких колами (замкненими областями) позначаються обсяги даних понять.

СПІВПАДІННЯ

Обсяги двох понять співпадають, якщо кожен елемент обсягу першого поняття є елементом обсягу другого поняття і навпаки. При цьому за змістом такі поняття можуть відрізнятися.

Кожен $A \in B$ і кожен $B \in A$.

Наприклад: A — слово, B — частина мови.



Кожне слово є частиною мови і кожна частина мови є словом.

Наприклад:

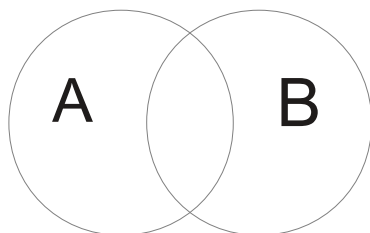
- (1) A — рівнокутний трикутник, B — рівносторонній трикутник;
- (2) A — Говерла, B — найвища вершина Карпат.

ПЕРЕТИН

Обсяги двох понять перетинаються, якщо існує множина елементів, спільних для обсягів обох понять, яка не співпадає з обсягом жодного поняття. Тобто, деякі, але не всі елементи обсягу поняття A належать обсягу поняття B і деякі, але не всі елементи обсягу поняття B належать обсягу поняття A .

Деякі, але не всі $A \in B$ і деякі, але не всі $B \in A$.

Наприклад: A — студенти, B — відмінники.



Деякі, але не всі студенти є відмінниками і деякі, але не всі відмінники є студентами.

Наприклад:

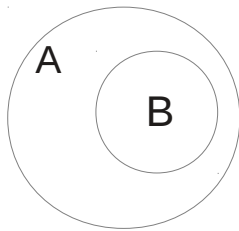
- (1) A — спортсмен, B — вчитель;
- (2) A — лікар, B — психолог.

ПІДПОРЯДКУВАННЯ

Поняття А підпорядковується поняттю В, якщо кожен елемент обсягу поняття А належить обсягу поняття В, але не всі елементи обсягу В належать обсягу поняття А.

Всі $V \in A$, але не всі $A \in V$.

Наприклад: А — людина, В — студент.



Кожен *студент* — це *людина*, але не кожна *людина* — *студент*.

Наприклад:

(1) А — фрукт, В — яблуко;

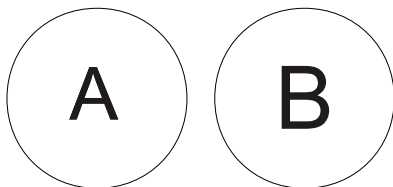
(2) А — автомобіль, В — вантажівка.

НЕСУМІСНІСТЬ

Поняття несумісні, якщо жоден елемент обсягу поняття А не належить обсягу поняття В і навпаки.

Жоден А не \in В, жоден В не \in А.

Наприклад: А — мавпа, В — людина.



Жодна *людина* не є *мавпою* і жодна *мавпа* не є *людиною*.

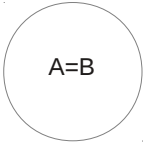
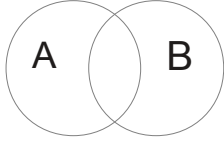
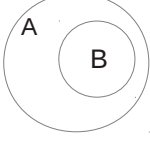

Наприклад:

(1) А — стіл, В — комар;

(2) А — собака, В — собачий хвіст.

Варто звернути увагу, що відношення між обсягами понять — це відношення за назвами і визначається питанням «Чи можна назвати даний предмет відповідним терміном». Так, собаку можна назвати твариною, а отже обсяг поняття «собака» підпорядковується поняттю «тварина». Але собаку не можна назвати собачим хвостом, а отже обсяг поняття «собака» несумісний з обсягом поняттям «собачий хвіст».

Загальна схема відношень між обсягами понять

Співпадіння		А — учень школи, В — школяр
Перетин		А — студент, В — спортсмен
Підпорядкування		А — людина, В — студент
Несумісність		А — чорний, В — не чорний

Не слід плутати відношення між предметами і відношення між поняттями. Наприклад, стіл, ніжки, гайки, поверхня стола співвідносяться як частина-ціле, проте всі ці поняття несумісні, тому що ніжка столу — не стіл, стіл — не гайка і не поверхня тощо.

Поділ предмету за частинами називають мереологічним поділом. Ключове слово такого поділу — складається. Тобто, можна сказати, що даний предмет складається з інших, як наприклад, стіл складається з ніжок, столівниці та засобів їх кріплення, проте це не відношення за обсягом. Поділ предмету на види називається **таксономія**, саме цей вид поділу здійснюється за обсягом. Ключове слово такого поділу — **називається**. Тобто, можна сказати, що круглий стіл — це стіл (називається столом), письмовий стіл — це також стіл, а от ніжка столу — це не стіл (її не можна назвати столом). Отже, круглий стіл і письмовий стіл входять до обсягу поняття «стіл», а ніжка столу — не входить.

Приклад 1. Зобразити відношення між обсягами понять за допомогою кругів Ейлера.

1. *стіл*;
2. *кухонний стіл*;
3. *дерев'яний стіл*;
4. *ніжка стола*.

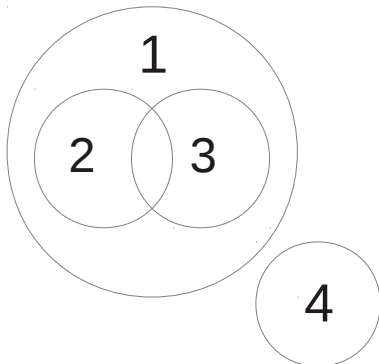
Для того, щоб зобразити відношення між поняттями за обсягом, бажано спочатку вибрати найбільше за обсягом поняття і встановити, які поняття підпорядковуються йому.

В наведеному прикладі *стіл* — поняття, обсяг якого включає обсяги понять *кухонний стіл* та *дерев'яний стіл*. Це поняття, родове для обох вказаних. Тому кола, що зображують обсяги понять *кухонний стіл* та *дерев'яних стіл* мають повністю знаходитись всередині обсягу поняття *стіл*.

Та між поняттями *дерев'яний стіл* та *кухонний стіл* також існує відношення. Для того, щоб визначити його, треба поставити питання: Чи можна назвати *дерев'яний стіл кухонним столом*? і навпаки. Виявляється, що *кухонний стіл* може бути *дерев'яним* і навпаки, але не кожен *кухонний стіл* *дерев'яний*, рівно як не кожен *дерев'яний стіл* — *кухонний*. Така ситуація характерна для відношення перетину. Тому кола, що зображують обсяги вказаних понять, мають перетинатися.

Аналогічне питання варто поставити й щодо останнього поняття *ніжка стола*: чи можна *ніжку стола* назвати *столом*? Відповідь на це питання заперечна, тому що, *частина предмету не є самим предметом*. Уявіть собі, що ви купили у крамниці *стіл*, але, забравши покупку, побачили там не *стіл*, а *ніжку від столу*. Дійсно, у такій ситуації одразу стає зрозуміло, що *ніжку стола* не можна назвати *столом*. Указані поняття несумісні, їх обсяги зображуються окремими колами, що не мають спільної частини.

Відповідь:

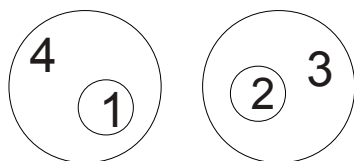


Приклад 2. Зобразити відношення між обсягами понять за допомогою кругів Ейлера.

1. яблуня;
2. яблуко;
3. фрукт;
4. дерево.

Знаходимо поняття, більші за обсягом, ніж інші. У даному завданні більшими за обсягом від інших будуть поняття «дерево», оскільки воно включає обсяг понять «яблуня» і поняття «фрукт», обсяг якого включає обсяг поняття «яблуко». Між тим, поняття «фрукт» і «дерево» несумісні між собою, оскільки жоден фрукт не можна назвати деревом, рівно як і жодне дерево не є фруктом, тому відповідні круги будуть зображені окремо. Так само несумісні обсяги понять «яблуня» і «яблуко», оскільки жодна яблуня не є яблуком і навпаки.

Відповідь:

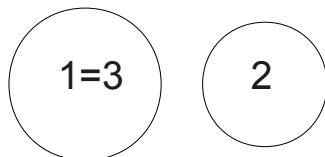


Приклад 3. Зобразити відношення між обсягами понять за допомогою кругів Ейлера.

1. сміливий;
2. веселий;
3. хоробрий.

Об'єм поняття «сміливий» перетинається з об'ємом поняття «веселий», оскільки існують люди, яких можна назвати одночасно і сміливими, і веселими, але не кожна смілива людина — весела, і не кожна весела людина — смілива. Отже, у відповідних кругів є спільна частина. Об'єм поняття «хоробрий» співпадає з об'ємом поняття «сміливий», оскільки кожна смілива людина хоробра і кожна хоробра людина — смілива.

Відповідь:



Завдання для практичного розв'язання

Встановити відношення між обсягами термінів

1. студент, робітник, спортсмен;
2. П. Чайковський, автор опери «Пікова дама», видатний композитор;
3. метал, рідина, ртуть;
4. письменник, письменник ХХ століття, український письменник, Т. Шевченко, О. Гончар, В. Шекспір, повість, «Повість временных лет»;
5. гральні карти, чирви, піки, дами, тузи;
6. планета, Місяць, небесне тіло, Земля, Марс;
7. віз, колеса, кінь, підкова;
8. легковик, вантажівка, КрАЗ, автомобіль;
9. транспорт, велосипед, автомобіль, поїзд, руль;
10. старий, рваний, новий;
11. хлористий натрій, кухонна сіль, спеції, приправи;
12. частина обличчя, ніс, обличчя, очі, карі очі;
13. приємний, неприємний, складний;
14. небезпечний, добрий, злий;
15. дім, будинок, столиця, місто, особняк;
16. закон, конституція, кодекс, основний закон країни, цивільний кодекс;
17. стабільний, постійний, змінний, непостійний, вічний, завжди однаковий, різний;
18. університет, факультет, декан, історичний факультет, національний університет;
19. мама, дочка, внучка;
20. батько, син, дідусь.

Прості атрибутивні висловлювання

Атрибутивне висловлювання — це висловлювання, у якому стверджується або заперечується наявність деякої властивості у певного класу предметів.

Наприклад: *Всі студенти — розумні.* У цьому висловлюванні класу студентів приписується властивість бути розумними.

Структура атрибутивних висловлювань

Суб'єкт (S) — термін, що позначає (непорожній) клас предметів, якому приписується властивість (логічний підмет).

Предикат (P) — термін, що позначає властивість, приписувану суб'єкту (логічний присудок).

Зв'язка — спосіб об'єднання суб'єкта і предиката. Зв'язка буває стверджувальною (є, являється) і заперечною (не є, не являється).

Квантор — виражає кількісну характеристику висловлювання.

Квантор загальності свідчить про те, що весь клас предметів, зазначений у суб'єкті, володіє властивістю, вказаною у предикаті. Квантору загальності відповідають такі кванторні слова: всі, кожен, будь-який, всякий, любий тощо.

Квантор існування (квантор частковості) вказує на те, що тільки частина предметів, зазначених у суб'єкті, володіє властивістю, вказаною у предикаті. Квантору частковості відповідають кванторні слова: деякий, бувають, трапляється, існує, більшість, меншість, частина з тощо.

Канонічний вигляд ПАВ

Квантор — суб'єкт — зв'язка — предикат

Загальна класифікація ПАВ

A	Загальностверджувальні	Всі $S \in P$	Всі кошенята грайливі
I	Частковостверджувальні	Деякі $S \in P$	Деякі кошенята грайливі
E	Загальнозаперечні	Всі S не $\in P$ Жоден S не $\in P$	Всі кошенята не грайливі Жодне кошеня не грайливе
O	Частковозаперечні	Деякі S не $\in P$	Деякі кошенята не грайливі

Одиничні висловлювання, суб'єктом яких виступає одиничне поняття, ототожнюються з загальними.

Заперечення простих висловлювань

Для того, щоб заперечити просте висловлювання, потрібно замінити його квантор і зв'язку, залишивши суб'єкт і предикат без змін. Так, квантор загальності замінюють квантором частковості і навпаки, заперечну зв'язку замінюють на стверджувальну і навпаки.

Приклад 1. Здійснити логічний аналіз висловлювання.

Кожна людина є твариною.

Суб'єкт: людина

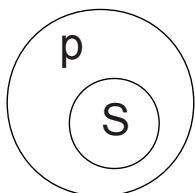
Предикат: тварина

Зв'язка: стверджувальна (\in)

Кванторне слово: кожна

Квантор: загальності

Тип: A (загальностверджувальне)



Заперечення: Деякі люди не тварини.

Приклад: Здійснити логічний аналіз висловлювання.

Люди — суспільні істоти.

Щоб правильно проаналізувати просте висловлювання, потрібно звести його до канонічного вигляду: квантор — суб'єкт — зв'язка — предикат. Іноді для цього потрібно відновити пропущені частини висловлювання. У даному випадку неважко встановити суб'єкт та предикат, зв'язка, хоча й пропущена, але очевидно стверджувальна. Єдине питання виникає щодо кванторного слова і, відповідно, квантора. Кванторне слово відсутнє, але може бути відновлене. Для того, щоб відновити пропущене кванторне слово потрібно звернутись до дійсного стану речей, про які йдеться у висловлюванні й підібрати таке кванторне слово, яке б найкраще відображало дійсну ситуацію. Практично, у наведеному прикладі потрібно вирішити питання всі чи деякі люди є суспільними істотами, а оскільки кожна людина дійсно є істотою, що не може вижити поза суспільством, то відповідь однозначна: кванторне слово — *всі*.

Суб'єкт: люди

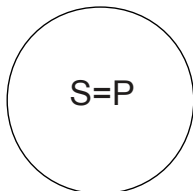
Предикат: суспільні істоти

Зв'язка: стверджувальна

Кванторне слово: пропущене (всі)

Квантор: загальності

Тип: А (загальностверджувальне)



Заперечення: Деякі люди не суспільні істоти.

Приклад 3. Здійснити логічний аналіз висловлювання.

Щасливий той, хто зумів речей осягнути причини. (Вергілій. Георгіки, II. Переклад С. Шервінський)

Це висловлювання не записане у канонічному вигляді і справа не лише у відсутності квантора, але й у порядку термінів висловлювання. Для того, щоб записати висловлювання у канонічній формі, треба визначити його суб'єкт та предикат. Згадаємо, що суб'єкт — це логічний підмет, про нього йдеться у висловлюванні. Таким чином, щоб визначити суб'єкт, треба визначити про що або кого йде мова. Найчастіше до запропонованого речення можна поставити питання *хто?* або *що?* і отримати у якості відповіді суб'єкт висловлювання. У даному випадку на питання *хто?* однозначно відповідає термін *той, хто зумів речей*

осягнути причини — це й буде суб'єкт. У свою чергу, предикат виражає властивість, приписувану суб'єкту, отже це термін *щасливий*. Так як у висловлюванні йдеться про наявність властивості у суб'єкта, то зв'язка вочевидь стверджувальна (ϵ). Залишається питання щодо кванторного слова, яке у наведеному прикладі не може бути визначене однозначно, а залежить від трактування: можна використати як квантор загальності (*кожен*), так і квантор існування (*декто* або *іноді*).

Спробуємо сформулювати варіанти висловлювання у канонічній формі: *Кожень, хто зумів речей осягнути причини (ϵ) щасливий. Дехто з тих, хто зумів речей осягнути причини (ϵ) щасливий*. Який варіант вибрати вам підкаже власне ставлення до висловленої тези. Для розв'язання виберемо квантор частковості.

Суб'єкт: той, хто зумів речей осягнути причини

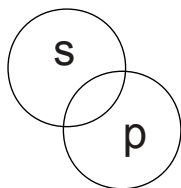
Предикат: щасливий

Зв'язка: стверджувальна

Кванторне слово: пропущене (деякі)

Квантор: частковості

Тип: I (частковостверджувальне)



Заперечення: Кожен, хто зумів речей осягнути причини, не щасливий.

Приклад 4. Здійснити логічний аналіз висловлювання.

Діти не люблять солодощі.

Суб'єкт: діти

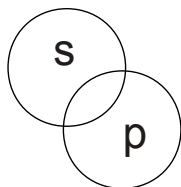
Предикат: люблять солодощі

Зв'язка: заперечна

Кванторне слово: пропущене (деякі)

Квантор: частковості

Тип: O (частковозаперечне)



Заперечення: Всі діти люблять солодощі.

Завдання для практичного розв'язання

Здійснити логічний аналіз висловлювання.

1. Деякі коти бояться висоти.
2. Жодна людина не повинна бути нещаслива.
3. М.С. Грушевський — перший український президент.
4. Помилки збагачують життєвий досвід.
5. Дівчина з сусіднього будинку займається на секції шахів.
6. Кожен, хто старано працює, може розраховувати на винагороду.
7. Іноді доводиться жетувати принципами.
8. Ніхто його не розуміє.
9. Все має право на існування.
10. Що природне, те не потворне.
11. Що занадто, то не здорово.
12. Я завжди щось бачу.
13. Майже ніхто зі спортсменів-учасників олімпіади не залишився без нагород.
14. Й серед добрих людей є дурні.
15. Тільки деякі можуть розраховувати на субсидію.
16. Найвища вершина Карпат була підкорена студентами геофаку.
17. Бувають нечесні люди.
18. Всю люди, невеликі на зріст, мріють про владу.
19. Тільки справжні дівчата носять рожеві банти.
20. Всі, окрім магістрів, брали участь у студвесні.

Силогізм

Силогістика — теорія силогізмів — перша дедуктивна система, розроблена Аристотелем. Термін «силогізм» походить від грецького слова *sylogismos* — здобуття висновку чи виведення наслідку.

Простий категоричний силогізм — це міркування з трьох простих висловлювань: двох посилок і висновку.

Всі люди смертні	<i>посилка</i>
Сократ людина	<i>посилка</i>
<hr/>	
Сократ смертний	<i>висновок</i>

Терміни силогізму

- **Менший термін** — X — суб'єкт висновку.
- **Більший термін** — Y — предикат висновку.
- **Середній термін** — M — входить в обидві посилки, але не входить у висновок.

Більший і менший термін (X , Y) називаються *крайніми термінами* силогізму.

Залежно від входження більшого чи меншого терміну, посилки силогізму називаються менша і більша. **У силогізмі є точно три терміни** і кожен термін повторюється двічі.

Силогізм — це міркування, у якому встановлюється зв'язок двох крайніх термінів на основі їх відношення до середнього терміну.

Приклад 1. Перевірити правильність силогізму.

Всі грифи — хижаки
Деякі грифи таємничі
<hr/>
Деякі хижаки таємничі

Знайдемо терміни силогізму. Менший термін X — суб'єкт висновку — «Хижак». Більший термін Y — предикат висновку — «Таємничі». Але спільний середній термін відсутній. Адже в першій посилці йдеться про грифа — птаха, а в другій йдеться про гриф «цілком таємно». Таким чином, за рахунок омонімів створюється логічна помилка. Насправді такі висловлювання не утворюють силогізм, оскільки містять чотири терміни, тобто відбулося так зване «почетверіння термінів». А оскільки це не силогізм, то й перевіряти його правильність немає сенсу.

Відповідь: це не силогізм, оскільки відбулося почетверіння термінів.

Розподіленість термінів

Розподіленим називається термін, обсяг якого повністю включається, або повністю виключається з обсягу іншого терміну.

Наглядно розподіленість термінів можна показати за допомогою кругів Ейлера: розподілений термін зображується «цілим» кругом, від нього нічого не відрізається і нічого не міститься всередині круга.

Розподіленість термінів стандартна для кожного типу атрибутивних висловлювань, тому може бути зведена в таблицю. Позначимо: розподілений термін, а — нерозподілений.

	A	I	E	O
Суб'єкт	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Предикат	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Інструкція № 5.

Як перевірити правильність силогізму

1. У висновку встановити крайні терміни силогізму: менший X, більший Y. Позначити їх у висновку і в посилках.
 2. Знайти і позначити середній термін M.
 3. Визначити типи висловлювань, що входять до складу силогізму (AIEO)
 4. Записати розподіленість термінів за таблицею.
 5. Перевірити правила силогізму.
 - **I правило.** *Правило середнього терміну.*
Середній термін має бути розподілений хоча б в одній з посилок.
 - **II правило.** *Правило крайніх термінів.*
Термін, не розподілений у посилці, не може бути розподілений у висновку
 - **III правило.** *Правило посилок і висновку.*
Кількість заперечних посилок дорівнює кількості заперечних висновків.
 $0=0$ Якщо заперечних посилок немає, то не буде і заперечного висновку. Тобто, якщо обидві посилки стверджувальні, то і висновок має бути стверджувальним.
 $1=1$ Якщо одна з посилок — заперечне судження (E або O), то і висновок має бути заперечним.
 $2\neq 1$ Дві заперечні посилки не дають висновку.
- Силогізм **правильний**, якщо виконуються всі правила силогізму. Силогізм **неправильний**, якщо не виконується хоча б одне з правил.

Приклад 2. Перевірити правильність силогізму.

Зазвичай кожна людина честолюбна.
Іван Іванович звичайна людина.

Іван Іванович — честолубець.

Діємо за інструкцією №5.

1. У висновку встановити крайні терміни силогізму: менший X, більший Y. Позначити їх у висновку і в посилках.

Аналіз силогізму завжди починається з висновку. Висновок записаний під горизонтальною лінією. У висновку знайдемо більший і менший терміни. Менший термін X — це суб'єкт висновку — *Іван Іванович*. Позначимо його. Він зустрічається і у другій посилці, позначимо його й там. Більший термін Y — це предикат висновку, тобто *честолубець*. Позначимо його у висновку і у першій посилці (в ній термін честолубець зустрічається як честолюбна [людина]).

У повсякденному вживанні намагаються уникати дословного дублювання термінів, тому для того, щоб явно знайти терміни, іноді доводиться дещо переформулювати посилки силогізму.

Так, даний силогізм з явним формулюванням всіх термінів виглядав би так:

Кожна звичайна людина честолюбна людина.
Іван Іванович звичайна людина.

Іван Іванович — честолубна людина.

2. Знайти і позначити середній термін M. Середній термін M двічі повторюється у посилках. Це [звичайна / зазвичай]людина. Зверніть увагу, що середній термін не може входити до висновку, він зустрічається тільки у посилках.

Позначивши терміни, отримаємо:

	M	Y
	<i>Кожна людина честолубна.</i>	
X		M
<i>Іван Іванович звичайна людина.</i>		
X		Y
<i>Іван Іванович — честолубець.</i>		

3. Визначити типи висловлювань, що входять до складу силогізму (AIEO)

Кожна людина честолубна — загальностверджувальне A. *Іван Іванович — звичайна людина.* — одиничне, загальностверджувальне A. Висновок також типу A. Позначимо.

Маємо:

	М	У
А	Кожна людина честолюбна.	
	Х	М
А	Іван Іванович звичайна людина.	
<hr/>		
	Х	У
А	Іван Іванович — честолюбець.	

4. Записати розподіленість термінів за таблицею.

Оскільки в даному прикладі всі висловлювання одного типу А, то нам потрібен лише перший стовпчик таблиці розподіленості термінів.

	М☒	У□
А	Кожна людина честолюбна.	
	Х☒	М□
А	Іван Іванович звичайна людина.	
<hr/>		
	Х☒	У□
А	Іван Іванович — честолюбець.	

5. Перевірити правила силогізму.

Перше правило — правило середнього терміну. М повинен бути розподілений хоча б в одній з посилок. Грубо кажучи, біля М повинен стояти хоча б один хрестик. Бачимо, що М розподілений у першій силці. Перше правило виконується.

Друге правило — правило крайніх термінів. Звернемо увагу на Х і У, якщо вони нерозподілені у силці (за таблицею отримали порожній квадратик), то у висновку вони не повинні розподілитись (тобто отримати хрестик). Бачимо, що У в першій силці нерозподілений. Але у висновку він також нерозподілений. Тобто і друге правило виконується.

Третє правило — правило посилок і висновку. Звернемо увагу на тип посилок. А та І — стверджувальні, Е та О — заперечні. В нашому прикладі обидві посилки типу А, тобто дві стверджувальні посилки. За третім правилом висновок має бути стверджувальним (0=0: нуль заперечних посилок дають нуль заперечних висновків). Так і є. Отже і третє правило виконалось.

Таким чином, якщо виконуються всі три правила силогізму, то **силогізм правильний**.

Відповідь: силогізм правильний.

Приклад 3. Перевірити правильність силогізму.

Метали електропровідні.

Глина — не метал.

Глина не електропровідна.

1. У висновку встановити крайні терміни силогізму: менший X, більший Y.

Висновок *Глина не електропровідна*. Суб'єкт — Менший термін X — *глина*, зустрічається також в I посилці. Предикат — Більший термін Y — *електропровідний*, зустрічається також в II посилці.

2. Знайти і позначити середній термін M. В обох посилках зустрічається термін *метал*.

M☒ Y□
Метали електропровідні.

X☒ M☒

Глина — це не метал.

X☒ Y☒

Глина не електропровідна.

3. Визначити типи висловлювань, що входять до складу силогізму (AIEO)

В першій посилці *Метали електропровідні* пропущений квантор. Знаючи, що всі метали електропровідні, відновлюємо його як квантор загальності (всі). Маємо загальностверджувальне висловлювання, тип A.

Друга посилка *Глина — це не метал* теж неявно має квантор загальності, адже будь-яка глина не метал. Тому тип посилки загальнозаперечний E.

Висновок аналогічно ідентифікуємо як загальнозаперечне висловлювання E.

M Y
A Метали електропровідні.

X M

E Глина — це не метал.

X Y

E Глина не електропровідна.

4. Записати розподіленість термінів за таблицею. Для першої посилки використаємо перший стовпчик таблиці розподіленості (тип A), а для другої посилки і висновку використаємо четвертий стовпчик (тип E).

	М☒		У□
А	Метали електропровідні.		
	Х☒		М☒
Е	Глина — це не метал.		
	Х☒		У☒
Е	Глина не електропровідна.		

5. Перевірити правила силогізму.

Перше правило виконується. М розподілений в обох посилках, а для правильності достатньо і в одній.

Друге правило **не виконується**. Більший термін У, нерозподілений в першій посилці, розподілився у висновку. Отже, силогізм неправильний за II правилом. І, хоча третє правило також виконується, — одна заперечна посилка і заперечний висновок, але **силогізм неправильний**.

Відповідь: силогізм неправильний за II правилом.

Завдання для практичного розв'язання

А. Перевірити правильність силогізму

1 Всі метали провідники.

Алебастр — не метал.

Алебастр — діелектрик.

2 Всі коти — хижаки.

Жучка — не кицька.

Жучка не хижак.

3 Всі дівчатка акуратні.

Петрик — хлопчик.

Петрик — нечупара.

4 Деякі будинки — висотні.

У всіх висотних будинках є ліфти.

Всі будинки мають ліфти.

5 Всі люди, що досягли успіхів у житті, є працьовитими.

Багато здібних людей не є працьовитими.

Деякі здібні люди не досягнуть великих успіхів у житті.

- 6 Всі чесні люди - об'єктивні.
Деякі добрі люди – нечесні.
 Значить, деякі добрі люди не об'єктивні.
- 7 Папороть ніколи не цвіте.
Ця рослина теж ніколи не цвіте.
 Ця рослина — папороть.
- 8 Той, хто боїться, може подолати свій страх.
Хто може подолати свій страх, той стає героєм.
 Деякі герої насправді боягузи.
- 9 Деякі злочини навмисні.
Деякі вбивства не навмисні.
 Вбивство — завжди злочин.
- 10 Деякі свинки люблять купатися.
Всі морські свинки добре плавають.
 Деякі тварини, що люблять купатися, добре плавають.

Б. Сформулювати силогізм і перевірити його правильність

1. Оскільки всі заряджені частки відхиляються у магнітному полі, а нейтрони не мають заряду, значить вони не відхиляються у магнітному полі.
2. Враховуючи, що багато птахів відносяться до водоплаваючих, а також той факт, що більшість птахів відлітає взимку у південні країни, можна зробити висновок, що частина водоплаваючих також відлітає на зиму до південних країн.
3. Жодні батьки не можуть сказати, що розуміють своїх дітей, в той час, як деякі вчителі дітей чудово розуміють. Саме тому батьки не йдуть у вчителі.
4. Я визнаю, що моя біографія зовсім не ідеальна, але у світі надто багато видатних людей з біографією, далекою від ідеальної.
5. Юпітер, ти сердишся, отже ти неправий.
6. — А звідки ви знаєте, що я не нормальна? — спитала Аліса. — Тому що ти тут, — просто відповів Кіт. — Інакше ти б сюди не потрапила.

Виведення висновків з посилок

Інструкція №6.

Як вивести висновки з посилок

1. Встановити середній термін силогізму. (Викреслити його). Якщо середній термін відсутній, констатувати неможливість виведення висновку.
2. Класифікувати посилки за типами атрибутивних висловлювань (АІЕО). Перевірити третє правило силогізму, якщо обидві посилки заперечні, констатувати, що висновок неможливий. Якщо заперечних посилок не більше однієї, за третім правилом визначити можливі типи висновку.
3. Записати розподіленість термінів у посилках і висновку за таблицею. Перевірити перше правило силогізму. Якщо середній термін нерозподілений, констатувати, що висновок неможливий. Якщо середній термін розподілений хоча б в одній з посилок, перейти до наступного пункту.
4. Підібрати крайні терміни X та Y таким чином, щоб виконувалося друге правило.
5. Сформулювати всі допустимі висновки.

Приклад 1. Вивести висновок з посилок або обґрунтувати неможливість його виведення.

Всі ананаси приємні на смак.

Картопля не ананас.

?

Діємо за інструкцією.

1. Встановити середній термін. Він двічі повторюється у посилках: *ананас*. Терміни *картопля* і *приємні на смак* потраплять до висновку, а *ананас* не потрапить, тому його можна викреслити.

М

Всі ананаси приємні на смак.

М

Картопля не ананас.

?

2. Класифікувати посилки за типами атрибутивних висловлювань (АІЕО)

Маємо дві посилки: *всі ананаси приємні на смак* — загальностверджувальне висловлювання — А, *картопля не ананас* — загальнозаперечне — Е. Коли відмий тип посилок силогізму, можна скористатися **третім правилом** і визначити тип висновку. За третім правилом кількість заперечних посилок дорівнює кількості заперечних висновків: маємо одну заперечну посилку Е (друга посилка), отже, висновок має бути заперечним $1=1$. Проте, варто пам'ятати, що існує два типи заперечних висловлювань: загальнозаперечні Е і частковозаперечні О, варто врахувати обидва.

Позначимо типи посилок і можливі типи висновку.

М

А Всі ананаси приємні на смак.

М

Е Картопля не ананас.

Е

О

3. Записати розподіленість термінів у посилках і висновку за таблицею.

Попри те, що крайні терміни поки що не позначені, ми знаємо які терміни будуть виконувати їх роль, тому можемо записати розподіленість термінів в обох посилках. Крім того, незважаючи на те, що висновку

немає, ми знаємо можливі типи висловлювань, що можуть бути висновком, тому записати розподіленість за таблицею дуже просто, адже ми передбачаємо, що висловлювання будуть записані у канонічному вигляді: суб'єкт перший, предикат — другий.

	M☒		□
A	Всі ананаси приємні на смак.		
	☒		M☒
E	Картопля не ананас.		
	☒		☒
E	Жоден S	не є	P
	□		☒
O	Деякі S	не є	P

Записавши розподіленість термінів потрібно одразу перевірити виконання **першого правила**. Адже, якщо на цьому етапі виявиться, що середній термін не розподілений, то доведеться одразу констатувати, що з даними посилками неможливо побудувати правильний силогізм. У даному випадку середній термін розподілений, тому можна продовжувати.

4. Підібрати крайні терміни X та Y таким чином, щоб виконувалося друге правило.

Зважаючи на те, що ми використали вже перше і третє правила в процесі аналізу майбутнього силогізму, залишається тільки задовольнити друге правило. Для цього нам потрібно таким чином підібрати терміни X та Y, щоб друге правило не порушувалося. Тобто, якщо термін нерозподілений у посилці, він повинен бути нерозподілений і у висновку.

Претендентами на крайні терміни є терміни *картопля* та *приємні на смак*. Очевидно, що термін *картопля* не підпадає під друге правило силогізму, оскільки він розподілений у посилці, тому у висновку він може стати нерозподіленим або залишитись розподіленим, не порушуючи правило. Та термін *приємні на смак* — нерозподілений, отже він може порушити друге правило, якщо розподілиться у висновку. Тому треба підібрати для нього таке місце у висновку, де він залишиться нерозподіленим. Одразу помітно, що висловлювання типу E для висновку не підходить, так як обидва його терміни розподілені, і куди б ми не помістили термін *приємні на смак*, правило порушиться. Єдиний варіант — записати термін *приємні на смак* у суб'єкт висловлювання типу O, так він залишиться нерозподіленим. Тоді термін картопля автоматично стає предикатом O. Залишилося підставити терміни *приємні на смак* та *картопля* у формулу атрибутивного висловлювання типу O і сформулювати висновок.

	M☒		□
A	Всі ананаси приємні на смак.		
	☒		M☒
E	Картопля не ананас.		
	☒		☒
E	Жоден S не є P		
	□		☒
O	Деякі S не є P		

Формулювати висловлювання, у якому на місці суб'єкта стоїть термін, що позначає властивість, досить незвично, тому можна додати до властивості *приємні на смак* відповідний іменник, що характеризує область визначення даної властивості, наприклад, *продукти* (звичайно, в загальному вигляді треба було б казати *речі*, але все ж таки йдеться про децю істивне: властивість визначає сферу свого застосування). Отримаємо: *деякі приємні на смак продукти не є картоплею*. Якщо додання іменника видається надто штучним прийомом, тоді можна підібрати відповідне кванторне слово, у даному випадку доцільно вибрати слово *децю*. Отримаємо: *децю приємне на смак не є картоплею*.

Завдання для практичного розв'язання

Вивести висновки з посилок, якщо це можливо

- Жоден військовий не пише віршів.
Жоден з моїх знайомих не штатський.
- Всі метали провідники.
Всі провідники носять залізничну форму.
- Всі гуси люблять капусту.
Василько любить капусту.
- Всі яблука в моєму садочку корисні.
Всі корисні фрукти спілі.
- Всі яскраві квіти ароматні.
Жодна ароматна квітка не вирощена у приміщенні.
- Жодна людина не досконала.
Всі досконалі істоти — міфічні.
- Риб'ячий жир не смачний.
Несмачні ліки неприємно пити.