УДК 550.831

# ВИКОРИСТАННЯ РІШЕНЬ СЛАР ІЗ ФУНКЦІОНАЛЬНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИИ

**Павло Олександрович Міненко[1], Євген Костянтинович Варакута[1], Анварджан Бекмурадов[1], Роман Вадимович Міненко[2]**

[1]Кафедра інформатики та прикладної математики,

«Криворізький державний педагогічний університет»,

[2]ДВНЗ «Криворізький національний університет»,

Ряд задач математичної фізики приводяться до розв'язку СЛАР. Деякі з них мають функціональні коефіцієнти (ФК), наприклад, обернені лінійні задачі магнітометрії (ОЛЗМ). Вони розвя'язуються за допомогою сітково-блокової моделі (СБМ), складеної із компактної групи блоків – прямокутних паралелепіпедів (ПП), кожен із яких займає область $V_i\{x_i \le x \le x_i + d_1; x_i \le x \le x_i + d_1; x_i \le x \le x_i + d_1;\}$ та вміщує в собі гірську породу з інтенсивністю намагніченості $J_i$ $(i=1,M)$, де $M$ – кількість ПП, $d_1 d_2 d_3$ – об'єм кожного ПП. Оскільки всі ПП займають компактний простір $V$, то всі вони групуються в шари, обмежені горизонтальними площинами. У такому разі ОЛЗМ приводиться до розв'язку СЛАР

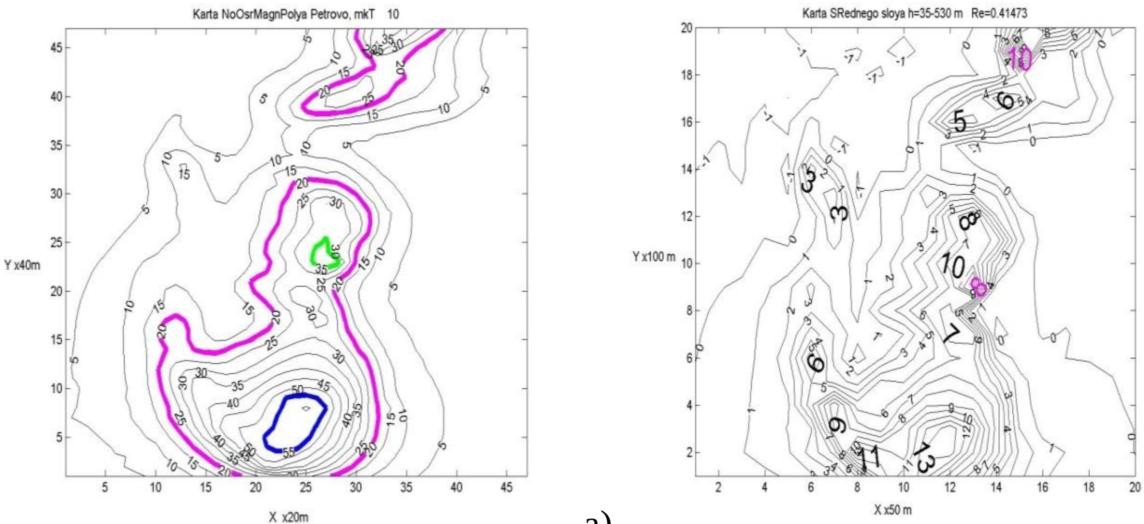
$$\sum_{i=1}^{M} a_{ij} J_i = B_j, \tag{1}$$

де $B_j$ – індукція магнітного поля, яка вимірюється магнітометрами на поверхні Землі в точках $W_j(x_j, y_j, z_j)$ у межах області $W$; $j=1,N$;
$a_{ij}$ – функціональні коефіцієнти, які для найпростіших сіткових моделей із ПП мають вигляд

$$a_{ij} = 2arctg \frac{s_{ij} + (x_i - x_j) + (y_i - y_j)}{(z_i - z_j)} \Bigg|_{z_i + d_3}^{z_i} \Bigg|_{y_i}^{y_i + d_2} \Bigg|_{x_i}^{x_i + d_1}, \tag{2}$$

де $s_{ij} = [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2]^{1/2}$.

Як бачимо, ФК зв'язують магнітне поле в точках області $W$ з намагніченими блоками – комірками СБМ, розташованими в області $V$, через координати точок з індексами $j$ та $i$. Якби комірки СБМ були хаотично розміщені в області $V$, а точки виміру поля хаотично розміщені у тривимірній області $W$, то, при точних параметрах у формулах (1)-(2), СЛАР (1) можна розв'язувати відносно $J_i$ прямими методами. Але магнітне поле вимірюється з похибками. Тоді ОЛЗМ (1)-(2) можна розв'язувати методом найменших квадратів (МНК) при більшій кількості рівнянь у СЛАР. Крім того, ФК обчислюються за формулою (2) неточно, бо частина комірок СБМ заповнена магнітними породами не повністю, а деяка частина з них заповнена породами зі змінною намагніченістю. Тоді ліва й права частина кожного рівняння в СЛАР ускладнена похибками, а це означає, що кожна похибка створює нову СЛАР, яка має інший розв'язок. Він може бути дуже далеким від реального розподілу $J_i$ у СБМ. Оскільки ми не знаємо реального розподілу похибок в точках поля й блоках моделі, то маємо невизначеним і розв'язок ОЛЗМ, який називається нестійким. Якщо ж модель одношарова, то маємо осереднене значення $J_i$ по всій висоті кожного блоку і одну похибку поля над кожним блоком. Це дає можливість отримати розв'язок ОЛЗМ для одношарової СБМ, якщо над кожним блоком будуть точки поля, а під ними будуть блоки моделі. Тоді кожна похибка поля майже повністю перетвориться в намагніченість блоків, і розв'язок ОЛЗМ буде стійким. Але при відсутності блоків під деякою кількістю точок поля, або при відсутності точок поля над деякою кількістю блоків рішення СЛАР (а значить і розв'язок ОЛЗМ) буде дуже неточним і нестійким або некоректним. А тому в [1] запропоновано розв'язок ОЛЗМ виконувати при умові, що над усіма блоками є точки поля, а під усіма точками поля є блоки моделі. Тоді ОЛЗМ буде коректно поставлена, а її розв'язок буде стійким і близьким до справжнього розподілу намагніченості у всьому геологічному масиві. Для двохшарових моделей отримати стійкий розв'язок ОЛЗМ прямими методами рішення СЛАР неможливо. Але для цього розроблені ітераційні методи рішення СЛАР із отриманням стійкого та змістовного (коректного) розв'язку ОЛЗМ [2]. В ітераційних методах задається будь-який наближений набір значень невідових, які називаються нульовим вектором $J_{i,0}$ $(i=1,M)$. Їх підставляють у систему рівнянь (1) й обчислюють нев'язки поля $r_j$ у кожній точці $W_j(x_j, y_j, z_j)$: $r_{j,0} = (a_{i,j}, J_{i,0}) - B_j$ . Вони перераховуються в ітераційні поправки (ІП) $B_{i,1,0}$ до $J_{i,0}$ , а потім обчислені нові значення $J_{i,0+1} = J_{i,0} - B_{i,1,0}$ використовуються на слідуючий ітерації для обчислення слідуючих нових значень невязок поля (НП), ІП та більш нових нових значень $J_{i,2} = J_{i,1} - B_{i,1,1}$. Ітераційний процес повторюється до останнього кроку, на якому всі невязки поля не будуть перевищувати допустиму величину, чим і закінчується розв’язок ОЛЗМ.




а) б)

Рис. 1 Карта магнітного поля Петровського залізорудного родовища поблизу міста Кривий Ріг, в 1 одиниці – 1 мкТ (а); результати рішення ОЛЗМ для одношарової моделі у всій області карти на глибинах 30-530 м: карта розподілу інтенсивності намагніченості гірських порід в горизонтальному розрізі моделі, в 1 одиниці - 0,8 А / м (б).

Представлений обзор є основою для розробки перспективного программного забезпечення методів пошуків корисних копалин геофізичними методами.

Рішення оберненої задачі виконано для різних ділянок Петровського залізорудного родовища (Кривий Ріг), зокрема, для карти поля, виміряного в 47х47 пунктах, розташованих по мережі 40х20 м (рис.1, а). Південна частина карти поля містить магнітну аномалію інтенсивністю 62 мкТл. За нею рішенням оберненої задачі для одношарової моделі потужністю 500м (рис.1, б) визначена максимальна середня інтенсивність намагнічування залізних руд 10 А / м, а в центральній і північній частинах ділянки 8 А / м. Отримано також розриви магнітних тіл і зміщення їхніх блоків уздовж широтних і субширотних розломів. Інші блоки мають намагніченість 2-4 рази меншу, а між ними є блоки з майже нульовим намагніченням, що відповідає досить потужним інтрузіям жильних гранітів, серед яких зустрічаються залишки перероблених багатих залізних руд.

## Список використаних джерел

1. Миненко П. А. Теоретическое обоснование преобразования моделей решения некорректной линейной задачи гравиметрии в корректную с оптимизацией итерационного процесса на основе условно-эскстремальных критериев/ Павел Александрович Миненко// «Теория и практика геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий»: материалы 32-й сессии международного научного семинара им. Д.Г.Успенского (29.01-01.02.2005г.).– Пермь, 2005.- С.115-118.
2. Міненко Р.В. Обернені лінійні задачі гравіметрії та магнітометрії з уточнюючими ітераційними поправками вищого порядку/ Міненко Р.В., Міненко П.А. // Вісник КНУ. Геологія. - 2014. - №1(64). – С. 78-82.

## References (translated and transliterated)

1. Minenko P. A. (2005). The theoretical substantiation of the transformation of the models of the solution of the ill-posed linear gravimetric problem into the correct one with optimization of the iterative process on the basis of conditionally extremal criteria.Theory and practice of geological interpretation of gravitational and magnetic anomalies: materials of the 32nd Session of the international scientific seminar named after D. G. Uspensky, 29.01-01.02.2005, Perm. (pp.115-118). [in Russian].

   Minenko P. A. Teoreticheskoe obosnovanie preobrazovanija modelej reshenija nekorrektnoj linejnoj zadachi gravimetrii v korrektnuju s optimizaciej iteracionnogo processa na osnove uslovno-jeskstremal'nyh kriteriev/ Pavel Aleksandrovich Minenko// «Teorija i praktika geologicheskoj interpretacii gravitacionnyh i magnitnyh anomalij»: materialy 32-j sessii mezhdunarodnogo nauchnogo seminara im. D.G.Uspenskogo (29.01-01.02.2005g.).– Perm', 2005.- S.115-118.
2. Minenko R.V., Minenko P.O. (2014). Inverse problems of gravimetry and magnetometry with precise iterative corrections to the high order. Visnyk Taras Shevchenko National University of Kyiv. Geology, 1 (64), 78 - 82. [in Ukrainian].
3. Minenko R.V. Oberneni linijni zadachi gravimetriï ta magnitometriï z utochnjujuchimi iteracijnimi popravkami vyshchoho poryadku// Visnik KNU. Geologija. - 2014. - №1(64). – S. 78-82.