

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С “ТЯЖЕЛЫМИ ХВОСТАМИ” В РИСК-МЕНЕДЖМЕНТЕ

Соловьев В.Н., д.ф.-м.н., профессор,

Соловьева В.В., Ганчук А.А.

Институт социального управления, экономики и права, г.Черкассы

Бойко С.В.

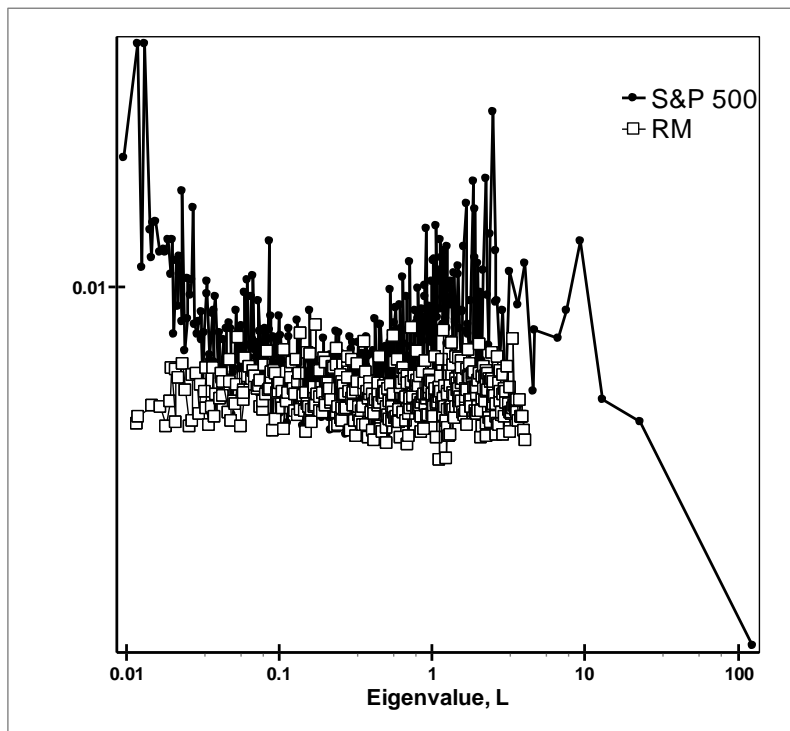
Черкасский Национальный университет им.Б.Хмельницкого

В классическом риск-менеджменте при анализе статистических зависимостей обычно пренебрегают возможностью очень крупных событий, лежащих на быстро убывающем "хвосте" распределения. Подобные распределения называются *распределениями с тяжелыми хвостами* (heavy tails или fat tails). Суть их всех состоит в одном и том же: распределение с тяжелым хвостом – это распределение, хвост которого нельзя "отрезать", т.е. нельзя пренебречь крупными, но редкими событиями [1].

Простейшим распределением, имеющим тяжелый хвост, является так называемое распределение Парето, для которого плотность вероятности $\varphi(x) \sim x^{-(1+\alpha)}$. Основная "неприятность", связанная с такими распределениями, состоит в том, что моменты

достаточно высокого порядка $M_q = E x^q = \int x^q dF(x)$ у них расходятся:

$$M_q = \infty, \text{ если } q \geq \alpha.$$



Для распределения Парето с $\alpha \leq 1$ бесконечно уже среднее $M_1 = \infty$. Возникает проблема оценки риска, пропорциональная, как известно, в модели Марковица второму моменту (дисперсии) [2]. В общем случае степенная статистика многих финансово-экономических характеристик остается далеко не изученной. Однако не вызывает сомнения тот факт, что ее природа носит универсальный характер [2].

Вторая проблема возникла сравнительно недавно [3]. Исследование

корреляций различных активов методом случайной матрицы (random matrix – RM), что значимые корреляции существенно зашумлены и задача состоит в отделении корреляций, несущих необходимую информацию, от случайных компонент (шума). На рисунке представлены результаты расчетов методом случайной матрицы [3] отношения обратного участия (inverse participation ratio), характеризующего степень вклада

выбранного актива в наборе. Светлые точки относятся к случаю RM, распределены приблизительно равномерно и представляют случайный спектр (шум). Темные точки относятся к флуктуирующим ценам акций американского рынка, оцениваемых индексом S&P 500, взятых за период 2001-2003 гг [4]. Видно, что истинная информация (темные точки) проявляется на краях, и затеняется шумовым “облаком”. Задача сводится к выделению (фильтрации) истинных флуктуаций, которые следует учитывать, от шума.

Фильтрация производилась в соответствии со следующим алгоритмом. Рассмотрим портфель $\Pi(t)$ акций с ценами S_i . Возвраты $\Pi(t)$ даются выражением

$$\Phi = \sum_{i=1}^N w_i G_i,$$

где $G_i(t)$ - возвраты акции i , w_i - доля капитала, вложенного в акцию i . Величины w_i нормализованы так, что $\sum_{i=1}^N w_i = 1$. Риск портфеля $\Pi(t)$ может быть определен количественно вариацией

$$\Omega^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j C_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Здесь σ_i - стандартное отклонение (средняя волатильность) $G_i(t)$, и C_{ij} - элементы матрицы взаимной корреляции C . В порядке нахождения оптимального портфеля, мы минимизируем Ω^2 при условии, что возвраты портфеля есть некоторая фиксированная величина Φ , а также имеет место ограничение $\sum_{i=1}^N w_i = 1$. Минимизация Ω^2 в условиях этих двух ограничений осуществляется методом множителей Лагранжа, который приводит к системе линейных уравнений для w_i .

Проводится сравнение полученных результатов с данными альтернативных методик фильтрации портфеля [3].

1. Управление риском. Риск. Устойчивое развитие. Синергетика. <http://www.keldysh.ru/paper/2003/source/book/gmalin>
2. Gabaix X., Gopikrishnan P., Plerou V., H. Eugene Stanley H.E.- www.haas.berkeley.edu/finance/zeta3april15.pdf
3. Thomas Guhr T., Kalber B. , cond-mat/0206577
4. <http://www.standardandpure.com>